Statistika

Statistična obdelava podatkov
FRI – 2007
Aleksandar Jurišić

Pogled od zunaj

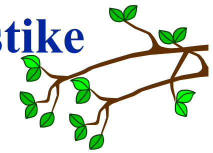
Načrt

- Opisna statistika
  - ena spremenljivka
    - Mere centralne tendence
    - Mere razpršenosti
    - Mere oblike
  - dve spremenljivki
    - Mere asociacije
- Inferenčna (analitična) statistika
  - točkovno in intervalno ocenjevanje
  - ena- in dva- vzorčno testiranje hipotez
  - kontingenčne tabele
  - regresija

Statistika

preučuje podatke, jih
zbira,
klasificira,
povzema,
organizira,
analizira in
interpretira.

Dve glavni veji statistike

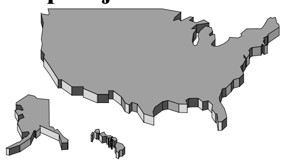


Opisna statistika se ukvarja z organiziranjem, povzemanjem in opisovanjem zbirk podatkov (reduciranje podatkov na povzetke)

Analitična statistika jemlje vzorce podat in na osnovi njih naredi zaključke (inferenčnost) o populaciji (ekstrapolacija).

Tipi podatkovnih množic

- Populacija
  - vsi objekti, ki jih opazujemo



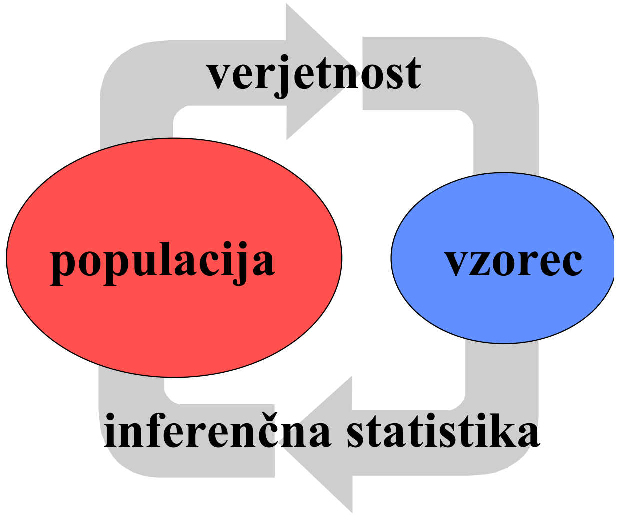
  - Primer: vsi registrirani glasovalci

- Vzorec
  - podmnožica populacije

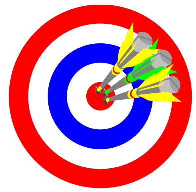
  - Primer: 100 registriranih glasovalcev

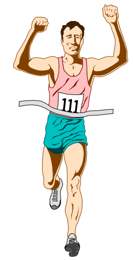
Populacija je podatkovna množica, ki ji je namenjena naša pozornost.

Vzorec je podmnožica podatkov, ki so izbrani iz Polulacije (po velikosti bistveno manjši od populacije).



Tipi podatkov





- kvantitativni (numerični) predstavljajo kvantiteto ali količino nečesa.

- kvalitativni (kategorije) ni kvantitativnih interpretacij.

♂

♀

Kvantitativni (numerični)

- interval
  - poljubna ničla
  - enaki intervali predstavljajo enake količin
- razmerje
  - smiselna točka nič
  - operacije seštevanje, odštevanje, množenj in deljenje so smiselne

Kvalitativni (kategorični)

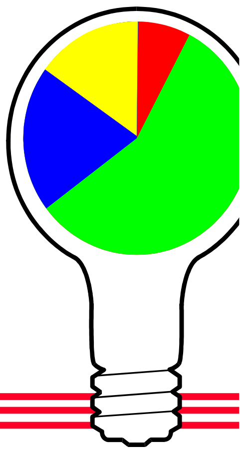
- nominalni
  - kategorije brez odgovarjajočega vrstnega reda – urejenosti
- ordinalni/številski
  - kategorije z urejenostjo

Oddelek sistemskih inženirjev

kategorija	frekvenca	relativna frekvenca
vrsta zaposlenih	število zaposlenih	delež
učitelji	16	0,8421
skupne službe	3	0,1579
skupaj	19	1,0000

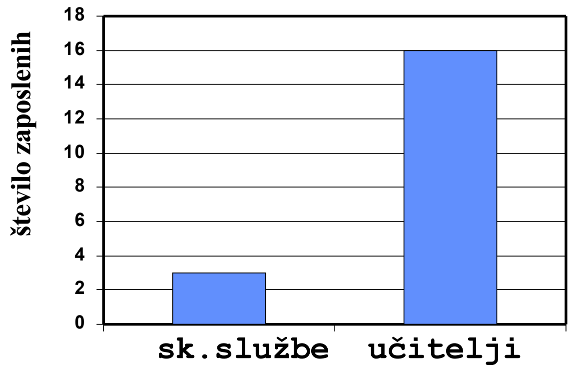
Grafična predstavitev kvalitativnih podatkov

- stolpčni graf,
  poligonski diagram
- strukturni krog
  pogača, kolač



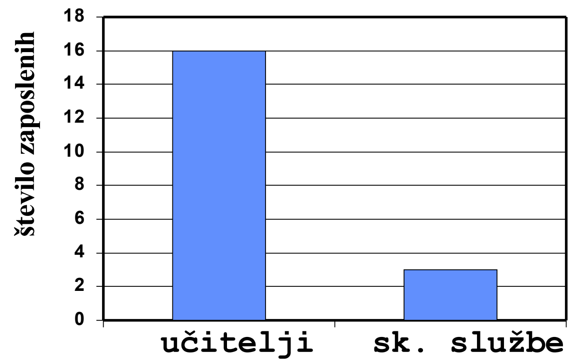
Stolpčni graf

oddelek sistemskih inženirjev



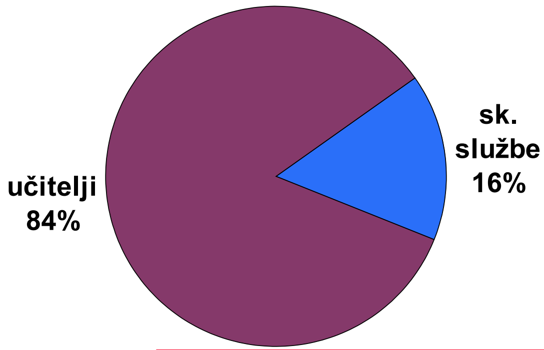
Pareto diagram (po italijanskem ekonomistu)

oddelek sistemskih inženirjev



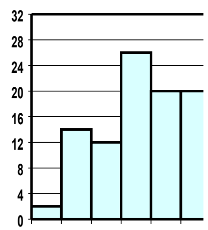
Strukturni krog (pogača, kolač)

oddelek sistemskih inženirjev

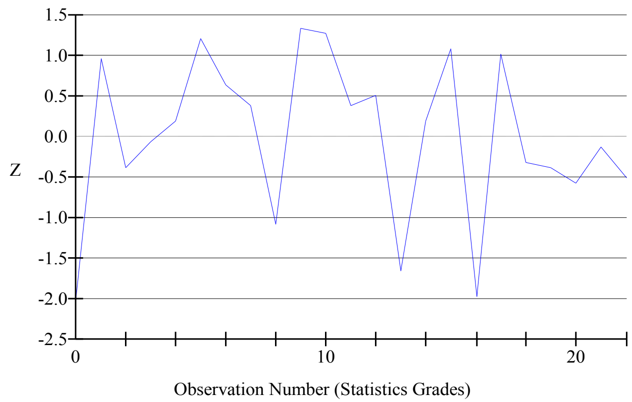


Grafična predstavitev kvantitativnih podatkov

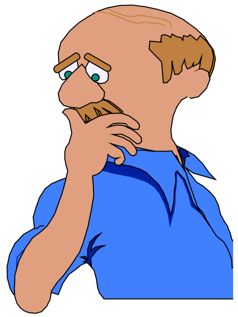
- runs plot (*X*,*Y* plot)
- zaporedje (dot plot)
- steblo-list predstavitev
  (angl. stem-and-leaf)
- histogrami
- škatla z brki (box plot)

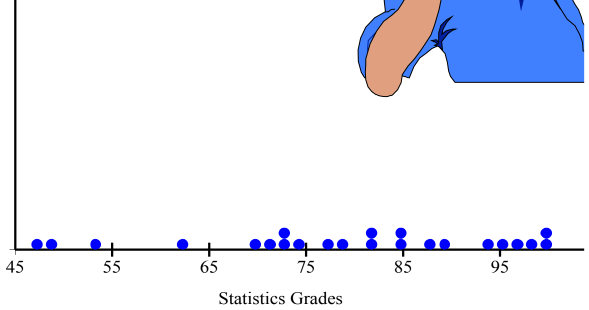


Runs Chart



Dot Plot





Urejeno zaporedje/ranžirana vrs

Urejeno zaporedje je zapis podatkov v vrsto po njihovi numerični velikosti (ustreznemu mestu pravimo rang).

Primer zaporedja podatkov (nal. 2.48, str.64)

a. Konstruiraj urejeno zaporedje.

e. Nariši steblo-list diagram.

i. Naredi histogram.

88	103	113	122	132
92	108	114	124	133
95	109	116	124	133
97	109	116	124	135
97	111	117	128	136
97	111	118	128	138
98	112	119	128	138
98	112	120	131	142
100	112	120	131	146
100	113	122	131	150

Koraki za konstrukcijo steblo-list predstavitve

1. Razdeli vsako opazovanje-podatke na dva dela, stebla (angl. stem) in listi (angl. leaf).

2. Naštej stebla po vrsti v stolpec, tako d začneš pri najmanjšem in končaš pri največjem.

Koraki za konstrukcijo steblo-list predstavitve

1. Upoštevaj vse podatke in postavi liste za vsak dogodek/meritev v ustrezno vrstico/steblo.

4. Naštej frekvence za vsako steblo.

Steblo-list diagram

stebla/listi		frekvenca	relativna frekvenca
08	8	1	2%
09	2 5 7 7 7 8 8	7	14%
10	0 0 3 8 9 9	6	12%
11	1 1 2 2 2 3 3 4 6 6 7 8 9	13	26%
12	0 0 2 2 4 4 4 8 8 8	10	20%
13	1 1 1 2 3 3 5 6 8 8	10	20%
14	2 6	2	4%
15	0	1	2%
		50	100%

Histogrami

- kako zgradimo histogram
- število razredov
- frekvenca
- procenti

Kako zgradimo histogram

1. Izračunaj razpon podatkov.
2. Razdeli razpon na 5 do 20 razredov enake širine.
4. Za vsak razred preštej število vzorcev, ki spadajo v ta razred. To število imenujemo frekvenca razred
8. Izračunaj vse relativne frekvence razredov.

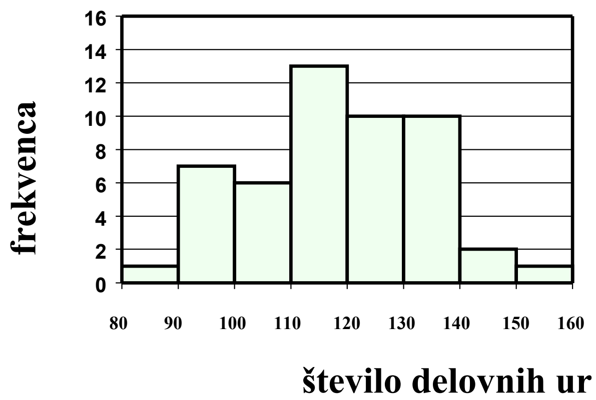
Pravilo za določanje števila razredov v histogramu

število vzorcev v množici podatkov	število razredov
manj kot 25	5 ali 6
25 - 50	7 - 14
več kot 50	15 - 20

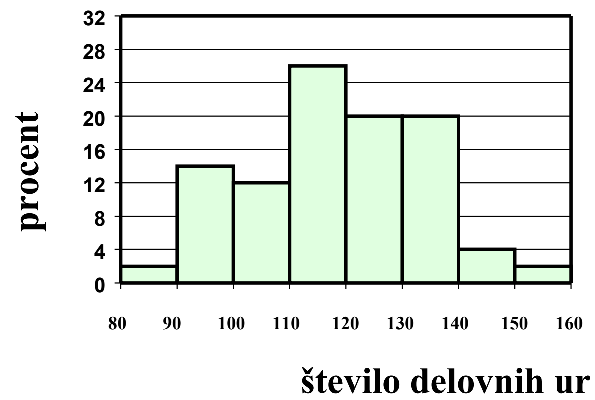
Frekvenčna porazdelitev

razred	interval razreda	frekvenca	relativn frekvenc
1	80 - 90	1	2%
2	90 - 100	7	14%
3	100 - 110	6	12%
4	110 - 120	13	26%
5	120 - 130	10	20%
6	130 - 140	10	20%
7	140 - 150	2	4%
8	150 - 160	1	2%
		50	100%

Frekvenčni histogram



Procentni histogram



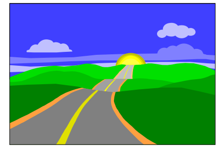
Mere za lokacijo in razpršeno

- srednje vrednosti
- razpon (min./max)
- centili, kvartili
- varianca
- standardni odklon
- Z-vrednosti

Modus (M_o)

Modus množice podatkov je tista vrednost, ki se pojavi z največjo frekvenco.

Mediana (M_e)



Da bi prišli do mediane za neko množico podatkov, naredimo naslednje:

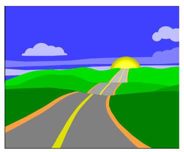
1. podatke uredimo po velikosti v naraščujočem vrstnem redu,

2. če je število podatkov liho, potem je mediana podatek na sredini,

12.če je število podatkov sodo, je mediana enaka povprečju dveh podatkov na sredini.

Mediana

populacije: μ

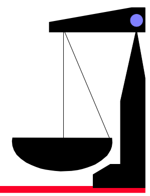


vzorca: *m*

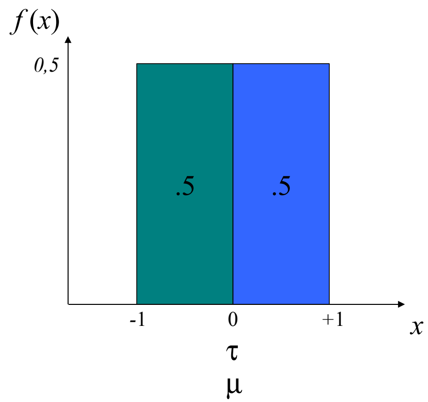
Povprečje

populacije: $$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$

vzorca: $$\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$



Povprečje in mediana

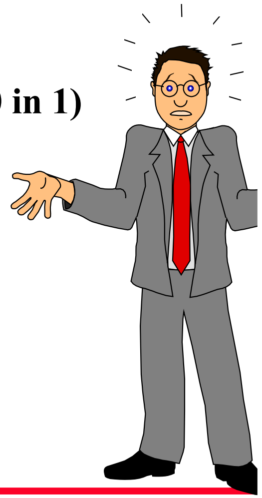


Razpon ali variacijski razmik

Razpon je razlika med največjo in najmanjšo meritvijo v množici podatkov.

Centili

100*p*-ti centil (*p* je med 0 in 1) je definiran kot število, od katerega ima 100*p* procentov meritev manjšo ali enako numerično vrednost.

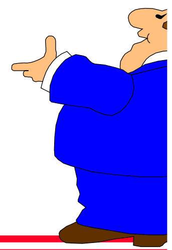


Določanje 100*p*-tega centila

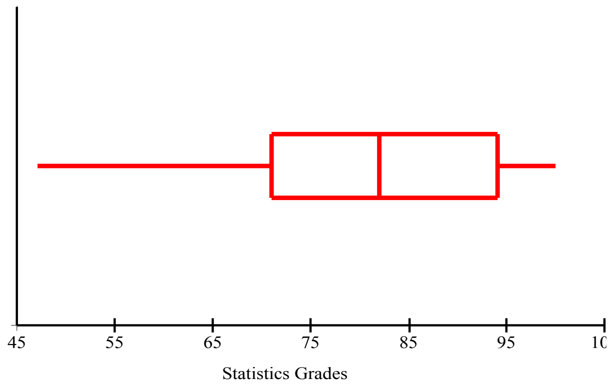
Izračunaj vrednost $i = p\,(n+1)$ in jo zaokroži na najbližje celo število. To število je enako *i*.

Izmerjena vrednost z *i*-tim rangom je 100*p*-ti centil.

- **25. centil se imenuje tudi 1. kvartil.**
- **50. centil se imenuje 2. kvartil ali media**
- **75. centil se imenuje tudi 3. kvartil.**



Škatla z brki (angl. box plot



Mere razpršenosti

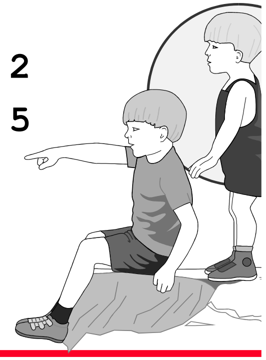
- **varianca**
  - kvadrat pričakovanega odklona (populacije)
  - vsota kvadratov odklonov deljena s stopnjo prostosti (vzorec)
- **standardni odklon (deviacija)**
  - pozitivni kvadratni koren variance
- **koeficient variacije**
  - standardni odklon deljen s povprečjem

Mere razpršenosti

	populacija	vzorec
varianca	σ^2	S^2, s^2
standardni odklon	σ	$S,\ s$

Za vzorec smo vzeli osebje na FRI. Zabeležili smo naslednje število otrok:

1	2	2
1	2	5
1	2	



Varianca

populacije:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \mu)^2}{n}$$

(končne populacije z *n* meritvami).

Varianca

vzorca:

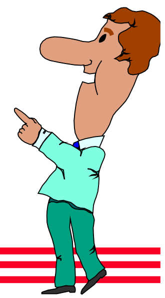
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}{n}}{n-1}$$

(z *n* meritvami).

Standardni odklon

Standardni odklon je pozitivno predznačen kvadratni koren variance.



Empirična pravila

Če ima podatkovna množica porazdelitev približno zvonaste oblike (unimodalna oblika – ima en sam vrh), potem veljajo naslednja pravila (angl. rule of thumb), ki jih lahko uporabimo za opis podatkovne množice:

7. **Približno 68,3% vseh meritev leži na razdalji 1 x standardnega odklona od njihovega povprečja.**

Empirična pravila

1. Približno 95,4% meritev leži na razda
   do 2 x standardnega odklona od
   njihovega povprečja.

3. Skoraj vse meritve (99,7%) ležijo na
   razdalji 3 x standardnega odklona od
   njihovega povprečja.

Mere oblike

Če je spremenljivka približno normaln
porazdeljena, potem jo statistični
karakteristiki povprečje in standardni
odklon zelo dobro opisujeta.

V primeru unimodalne porazdelitve
spremenljivke, ki pa je bolj asimetričn
bolj ali manj sploščena (koničasta), pa
potrebno izračunati še stopnjo asimetri
in sploščenosti (koničavosti).

Centralni momenti

l-ti centralni moment je

$$m_l = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \mu)^l}{n}$$

$m_1 = 0, \quad m_2 = \sigma^2$

Mere asimetrije

Razlike med srednjimi vrednostimi so tem
večje, čim bolj je porazdelitev asimetrična:

$$KA_{Mo} = (\mu - M_o)/\sigma$$

$$KA_{Me} = 3(\mu - M_e)/\sigma$$

Koeficient asimetrije (s centralnimi mome

$$g_1 = m_3/m_2^{3/2}$$

Mera sploščenosti (kurtosis)

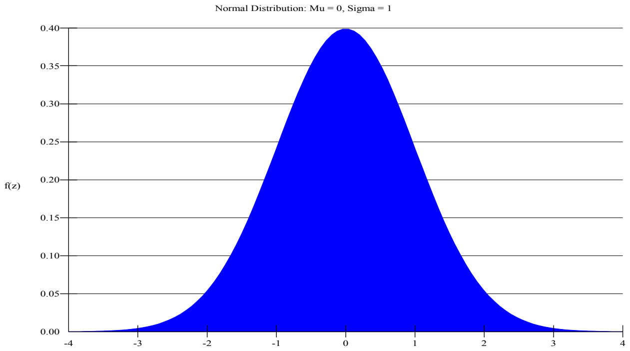
Koeficient sploščenosti
(s centralnimi momenti)

$$K = g_2 = m_4/m_2^2 - 3$$

Mera sploščenosti (kurtosis)

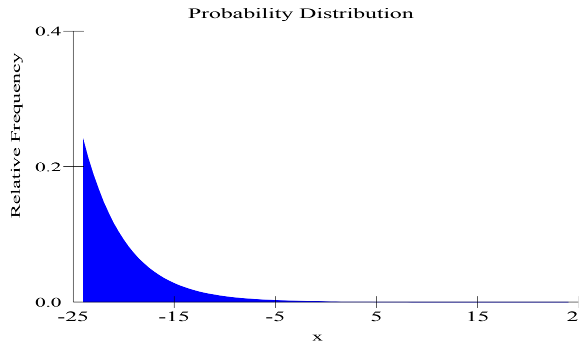
- $K = 3$ (ali 0)
  - normalna porazdelitev zvonaste-oblike (mesokurtic)
- $K < 3$ (ali negativna)
  - bolj kopasta kot normalna porazdelitev, s krajšimi repi (platykurtic)
- $K > 3$ (ali pozitivna)
  - bolj špičasta kot normalna porazdelitev, z daljšimi repi (leptokurtic)

Normalna porazdelitev



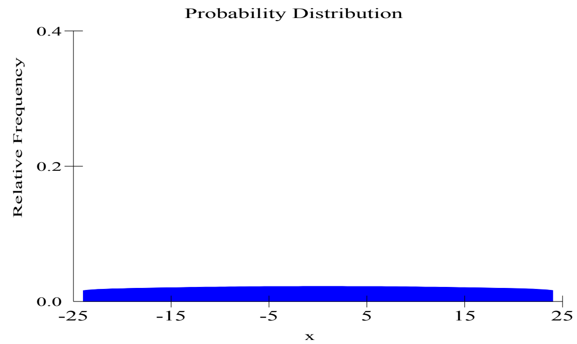
asimetričnost = 0, sploščenost = 3 (mesokurt

Asimetrična v desno



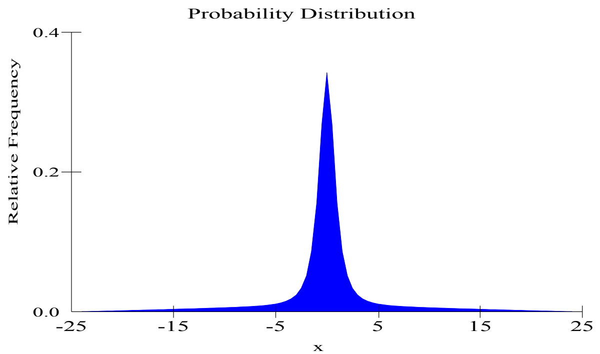
asimetričnost = 1,99, sploščenost = 8,85 (leptok

Kopasta porazdelitev



asimetričnost = 0, sploščenost = 1,86 (platykurtic)

Špičasta porazdelitev



asimetričnost = –1,99, sploščenost = 8,85 (leptok

Standardizacija

Vsaki vrednosti x_i spremenljivke X odštejemo njeno povprečje μ in delimo z njenim standardnim odklonom σ:

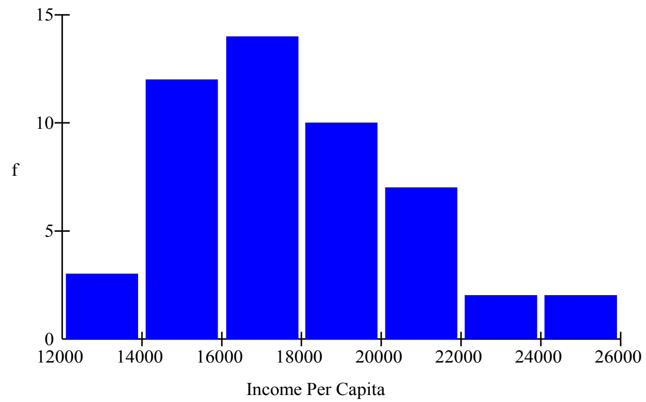
$$z_i = (x_i - \mu)/\sigma$$

Z **imenujemo standardizirana spremenljivka,**

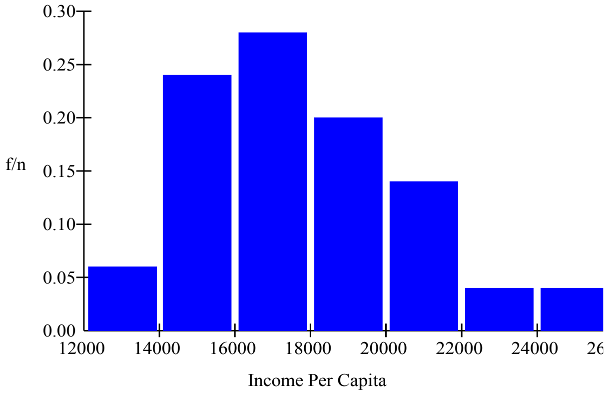
z_i pa standardizirana vrednost.

Potem je $\mu(Z)=0$ in $\sigma(Z)=1$.

Frekvenčni histogram



Relativni frekvenčni histogra



Histogram standardiziranih *Z*-vrednosti