Testiranje hipoteze z enim vzorcem

Statistika

Načrt

- postopek
- elementi
  - napake 1. in 2. vrste
  - značilno razlikovanje
  - moč statističnega testa
- testi
  - centralna tendenca
  - delež
  - varianca

Uvod

- postavimo trditev o populaciji,
- izberemo vzorec, s katerim bomo preverili trditev,
- zavrni ali sprejmi trditev.

Postopek testiranja hipoteze

- postavi ničelno in alternativno hipotezo,
- izberi testno statistiko,
- določi zavrnitveni kriterij,
- izberi naključni vzorec,
- izračunaj vrednost na osnovi testne statistike,
- sprejmi odločitev,
- naredi ustrezen zaključek.

Hipoteza

- ničelna hipoteza (H_0)
  - je trditev o lastnosti populacije za katero predpostavimo, da drži,
  - je trditev, ki jo test poskuša ovreči.

- alternativna (nasprotna) hipoteza (H_a)
  - je trditev nasprotna ničelni hipotezi,
  - je trditev, ki jo s testiranjem skušamo dokazati.

Hipoteza

- ničelna hipoteza (H_0)
  - obtoženec je nedložen,
- alternativna hipoteza (H_a)
  - obtoženec je kriv.

Odločitev in zaključek

- Porota je spoznala obtoženca za <u>krivega</u>.

  Zaključimo, da je bilo dovolj dokazov, ki nas prepričajo, da je obtoženec storil kaznivo dejanje.

- Porota je spoznala obtoženca za <u>nedolžnega.</u>

  Zaključimo, da je ni bilo dovolj dokazov, ki bi nas prepričali, da je obtoženec storil kaznivo dejanje.

Elementi testiranja hipoteze

		odločitev	
		nedolžen	**kriv**
dejansko stanje	**nedolžen**	pravilna odločitev	napaka 1. vrste (α)
	kriv	napaka 2. vrste (β)	moč ($1-\beta$)

Elementi testiranja hipoteze

- verjetnost napake 1. vrste (α)
  - verjetnost za obtožbo nedolžnega obtoženca.
- značilno razlikovanje (signifikantno) oziroma stopnja značilnosti
  - količina dvoma (α), ki ga bo porota še sprejela.
    - Kriminalna tožba: *"Beyond a reasonable doubt..."*
    - Civilna tožba: "*The preponderance of evidence must suggest…*"

Elementi testiranja hipoteze

- verjetnost napake 2. vrste: (β)
  - verjetnost, da spoznamo krivega obtoženca za nedolžnega,
- moč testa: ($1-\beta$)
  - verjetnost, da obtožimo krivega obtoženca.

Sodba

- breme dokazov,
- potrebno je prepričati poroto, da je obtoženi kriv (alternativna hipoteza) preko določene stopnje značilnosti.
    - Criminal: *“Reasonable Doubt”*
    - Civil: “*Preponderance of evidence*”

Obramba

- Ni bremena dokazovanja.
- Povzročiti morajo dovolj dvoma pri poroti, če je obtoženi resnično kriv.

Hipoteza

- ničelna hipoteza (H_0)
  - Trditev o lastnosti populacije za katero verjamemo, da je resnična.
  - Trditev, ki jo test skuša ovreči.

- alternativna hipoteza (H_a)
  - Trditev, ki je nasprotna ničelni hipotezi.
  - Trditev, ki jo test skuša dokazati.

Statistična hipoteza

- ničelna hipoteza
  - H_0: $\theta = \theta_0$
- alternativna hipoteza
  - H_a: θ ? θ_0
  - H_a: $\theta > \theta_0$
  - H_a: $\theta < \theta_0$

Primer testiranja hipoteze

Predpostavimo, da je dejanska mediana (τ) pH iz določene regije 6,0.

Da bi preverili to trditev, bomo izbrali 10 vzorcev zemlje iz te regije, da ugotovimo, če empirični vzorci močno podpirajo, da je dejanska mediana manjša ali enaka 6,0?

Predpostavke

- naključni vzorec
  - neodvisen
  - enako porazdeljen (kot celotna populacija),
- vzorčenje iz zvezne porazdelitve,
- verjetnostna porazdelitev ima mediano.

Postavitev statističnih hipotez

- ničelna hipoteza
  - H_0: $\tau = \tau_0$ (mediana populacije)
- alternativna hipoteza
  - H_a: $\tau = \tau_0$
  - H_a: $\tau > \tau_0$
  - H_a: $\tau < \tau_0$

Postavitev statističnih hipotez

- ničelna hipoteza
  - H_0: $\tau = 6,0$
- alternativna hipoteza
  - H_a: τ ? $6,0$
  - H_a: $\tau > 6,0$
  - H_a: $\tau < 6,0$

Izbira testne statistike

- $S_+ =$ število vzorcev, ki so <u>večji</u> od mediane τ_0 iz hipoteze,

- $S_- =$ število vzorcev, ki so <u>manjši</u> od mediane τ_0 iz hipoteze.

Porazdelitev testne statistike

- vsak poskus je bodisi uspeh ali neuspeh,
- fiksen vzorec, velikosti *n*,
- naključni vzorci
  - neodvisni poskusi,
  - konstantna verjetnost uspeha.

Porazdelitev testne statistike

- binomska porazdelitev
  - $S_+ \sim$ Binomial (n, p),
- parameteri
  - $n = 10$,
  - $p = 0{,}5$,
- pričakovana vrednost
  - $E(X) = np = 5$.

Testiranje hipoteze

		odločitev	
		FTR H_0	**zavrni H_0**
dejansko stanje	**H_0 je pravilna**	*pravilna odločitev*	
	H_0 je napačna		*pravilna odločitev*

Napaka 1. vrste

odločitev

		FTR H_0	zavrni H_0
dejansko stanje	H_0 je pravilna		napaka 1. vrste
	H_0 je napačna		

Napaka 2. vrste

odločitev

		FTR H_0	zavrni H_0
dejansko stanje	**H_0 je pravilna**		
	H_0 ni pravilna	**napaka 2. vrste**	

Verjetnost napake 1. vrste

odločitev

dejansko stanje		**FTR H_0**	**zavrni H_0**
	H_0 je pravilna		α
	H_0 ni pravilna		

Verjetnost napake 2. vrste

odločitev

		FTR H_0	zavrni H_0
dejansko stanje	**H_0 je pravilna**		
	H_0 ni pravilna	β	

Moč testa

		odločitev	
		FTR H_0	**zavrni H_0**
dejansko stanje	**H_0 je pravilna**		
	H_0 ni pravilna		$1-\beta$

Elementi testiranja hipoteze

odločitev

		FTR H_0	zavrni H_0
dejansko stanje	**H_0 je pravilna**		α
	H_0 ni pravilna	β	$1-\beta$

Elementi testiranja hipoteze

- verjetnost napake 1. vrste (α)
  - Če hipoteza H_0 drži, kakšna je možnost, da jo zavržemo.
- stopnja značilnosti testa (signifikantnosti)
  - Največji α, ki ga je vodja eksperimenta pripravljen sprejeti (zgornja meja za napako 1. vrste).
- verjetnost napake 2. vrste (β)
  - Če hipoteza H_0 ne drži, kakšna je možnost, da je ne zavržemo.
- moč statističnega testa: $(1-\beta)$
  - Če hipoteza H_0 ne drži, kakšna je možnost, da jo zavržemo.

Elementi testiranja hipoteze

velikost vzorca	napaka 1. vrste	napaka 2. vrste	moč
n	α	β	$1-\beta$
konst.	↑	↓	↑
konst.	↓	↑	↓
povečanje	↓	↓	↑
zmanjšanje	↑	↑	↓

Primer (A) testiranja hipoteze

Predpostavimo, da je dejanska mediana (τ) pH iz določene regije 6,0.

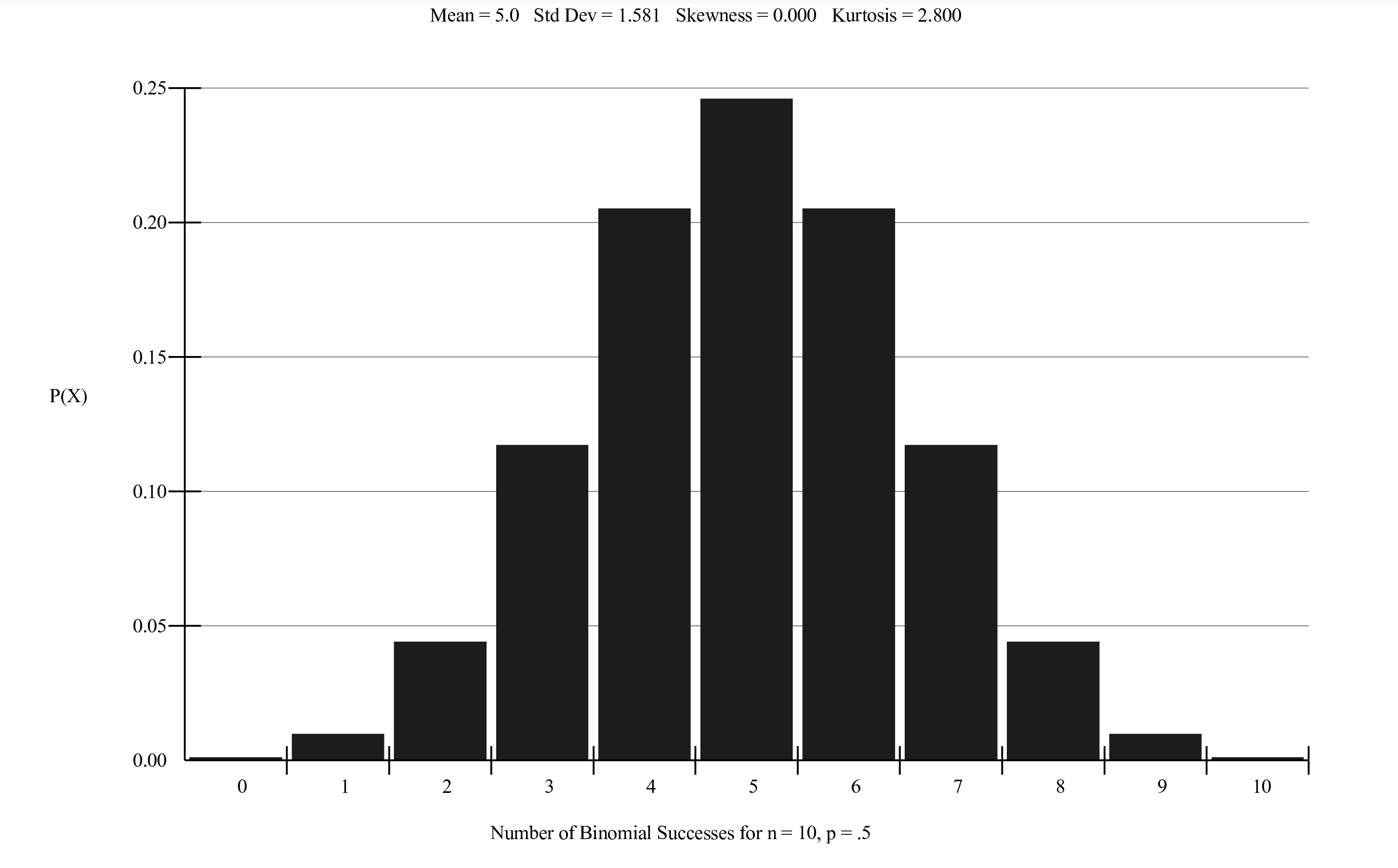
Da bi preverili to trditev, bomo izbrali 10 vzorcev zemlje iz te regije, da ugotovimo, če empirični vzorci močno podpirajo, da je dejanska mediana manjša ali enaka 6,0?

Primer (A) testiranja hipoteze

- Hipoteza
  - H_0: $\tau = 6{,}0$
  - H_a: $\tau < 6{,}0$

- Testna statistika
  - $S_+ =$ število vzorcev <u>večjih</u> od predpostavljene mediane τ_0
  - $S_+ \sim$ Binomial ($n = 10$, $p = 0{,}5$)
  - $E(S_+) = 5$

Porazdelitev testne statistike



Določimo zavrnitveni kriterij

x	$P(X=x)$	$F(x)$
0	0,000977	0,00098
1	0,009766	0,01074
2	0,043945	0,05469
3	0,117188	0,17188
4	0,205078	0,37695
5	0,246094	0,62305
6	0,205078	0,82813
7	0,117188	0,94531
8	0,043945	0,98926
9	0,009766	0,99902
10	0,000977	1,00000

Določimo zavrnitveni kriterij

- Stopnja značilnosti testa (α) = 0,01074,
- Kritična vrednost
  - $S_+ = 1$,
- Območje zavrnitve
  - S_+ manjši ali enak 1.

Izberemo naključni vzorec

Predpostavimo, da je dejanska mediana (τ) pH iz določene regije 6,0.

Da bi preverili to trditev, smo izbrali 10 vzorcev zemlje iz te regije in jih podvrgli kemični analizi in na ta način določili pH vrednost za vsak vzorec.

Ali empirični podatki podpirajo trditev, da je dejanska mediana manjša ali enaka 6,0?

5,93; 6,08; 5,86; 5,91; 6,12; 5,90; 5,95; 5,89; 5,98; 5,96

Izračunaj vrednost iz testne statistike

pH	predznak
5,93	–
6,08	+
5,86	–
5,91	–
6,12	+
5,90	–
5,95	–
5,89	–
5,98	–
5,96	–

$$S_+ = 2$$

Naredimo odločitev

- Izračunana vrednost S_+ leži zunaj zavrnitvenega območja.

- Ni osnove za zavrnitev hipoteze H_0 .

P-vrednost

- Sprejemljivost hipoteze H_0 na osnovi vzorca
  - Verjetnost, da je opazovani vzorec (ali podatki bolj ekstremni), če je hipoteza H_0 pravilna.
- Najmanjši α pri katerem zavrnemo hipotezo H_0.
  - če je p-vrednost $> \alpha$, potem FTR H_0,
  - če je p-vrednost $< \alpha$, potem zavrni H_0.

P-vrednost

x	$P(X=x)$	$F(x)$
0	0,000977	0,00098
1	0,009766	0,01074
2	0,043945	0,05469
3	0,117188	0,17188
4	0,205078	0,37695
5	0,246094	0,62305
6	0,205078	0,82813
7	0,117188	0,94531
8	0,043945	0,98926
9	0,009766	0,99902
10	0,000977	1,00000

p-vrednost $= P\left(S_{+} \leq 2 \mid \tau = 6{,}0\right) = 0{,}05469$

Izračunaj vrednost iz testne statistike

pH	predznak
5,93	–
6,08	+
5,86	–
5,91	–
6,12	+
5,90	–
5,95	–
5,89	–
5,98	–
5,96	–

$$S_{-} = 8$$

P-vrednost

x	$P(X=x)$	$F(x)$
0	0,000977	0,00098
1	0,009766	0,01074
2	0,043945	0,05469
3	0,117188	0,17188
4	0,205078	0,37695
5	0,246094	0,62305
6	0,205078	0,82813
7	0,117188	0,94531
8	0,043945	0,98926
9	0,009766	0,99902
10	0,000977	1,00000

p-vrednost $= P\left(S_- \geq 8 \mid \tau = 6{,}0\right) = 0{,}05469$

Sprejmi odločitev

- p-vrednost > $\alpha = 0{,}01074$
- Ni osnove za zavrnitev hipoteze H_0.

Odločitev in zaključek

- Zavrni ničelno hipotezo.
  - Zaključimo, da empirični podatki sugerirajo, da velja alternativna trditev.

- Ni osnove za zavrnitev (angl. fail to reject – kratica FTR) ničelne hipoteze.
  - Zaključimo, da nimamo dovolj osnov, da bi dokazali, da velja alternativna trditev.

Zaključek

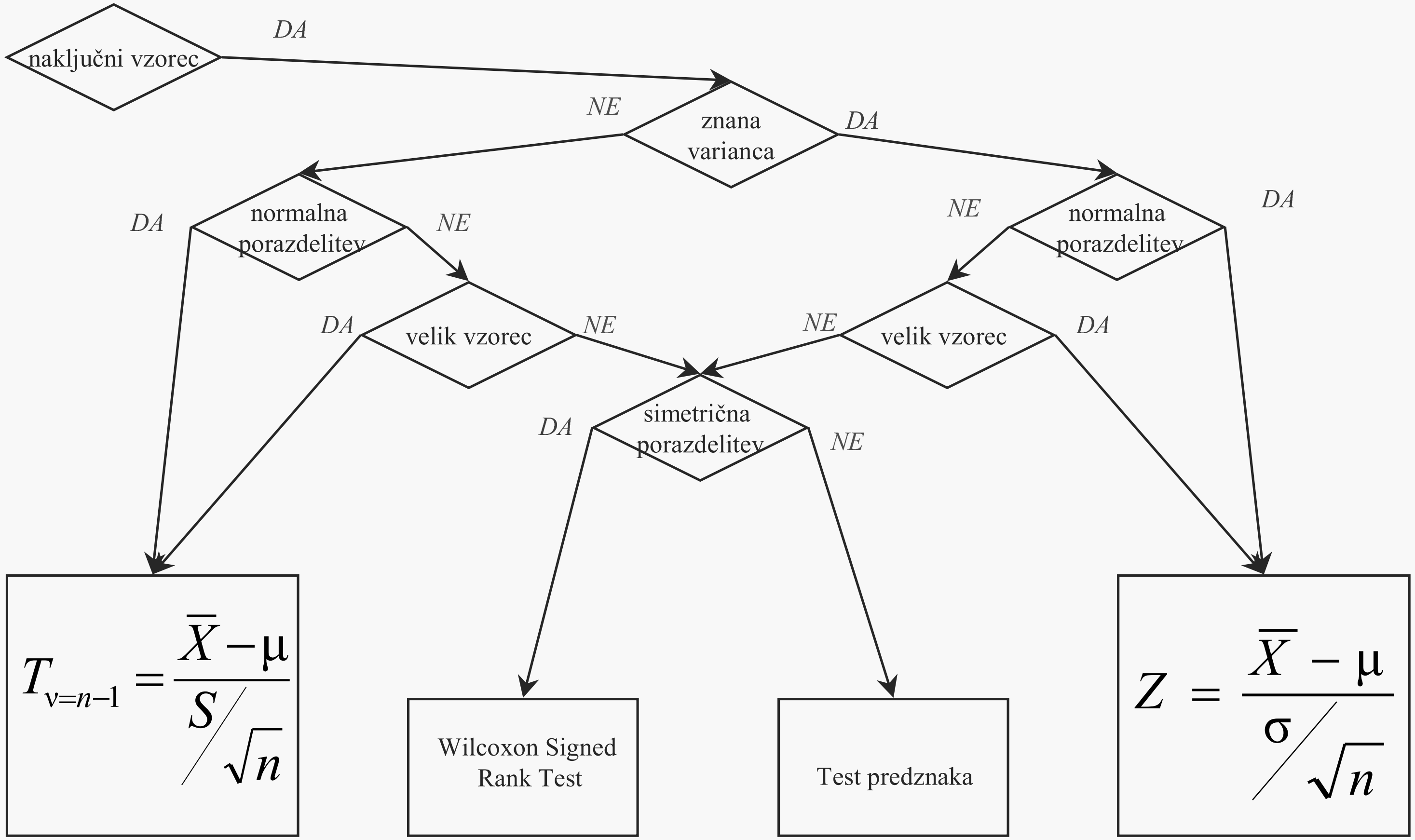
- Premalo podatkov, da bi pokazali, da je dejanska mediana *pH* manjša od 6,0.

- Privzemimo, da je *pH* enaka 6,0 v tej konkretni regiji.

Testiranje predznaka

- test
  - H_0: $\tau = \tau_0$ (mediana populacije)
- predpostavke
  - naključno vzorčenje
  - vzorčenje iz zvezne porazdelitve

Testiranje hipoteze z enim vzorcem
Testi za mero centralne tendence



*Za dan velik naključni vzorec iz porazdelitve, ki ni normalna, z neznano varianco populacije, je t-test dobra aproksimacija.

Wilcoxon predznačen-rang test

- Test
  - H_0: $\tau = \tau_0$ (mediana populacije)
  - H_0: $\mu = \mu_0$ (povprečje populacije)

- Predpostavke
  - naključni vzorec iz zvezne porazdelitve.
  - porazdelitev populacije ima simetrično obliko.
  - verjetnostna porazdelitev ima povprečje (mediano).

Testna statistika

- S_+= vsota rangov, ki ustrezajo pozitivnim številom.
- S_-= vsota rangov, ki ustrezajo negativnim številom.

Wilcoxonov predznačen-rang test Primer

- naj bo:
  - H_0: $\tau = 500$
  - H_a: $\tau > 500$
- postopek:
  - izračunaj odstopanje od τ_0
  - razvrsti odstopanja glede na velikost absolutne vrednosti (tj., brez upoštevanja predznaka).
  - seštej range, ki ustrezajo bodisi pozitivnemu ali negativnemu predznaku.

Wilcoxonov predznačen-rang test

Primer

meritve	odstopanje	abs. vrednost	rang	+	–
499,2	-0,8	0,8	1		1
498,5	-1,5	1,5	2		2
502,6	2,6	2,6	3	3	
497,3	-2,7	2,7	4		4
496,9	-3,1	3,1	5		5
				$S_+ = 3$	$S_- = 12$

Porazdelitev testne statistike

- 2^n enako verjetnih zaporedij,
- največji rang = $n (n + 1) / 2$.

Porazdelitev testne statistike

S+	1	2	**S–**	p	F	
0	–	–	3	0,25	0,25	
1	+	–	2	0,25	0,5	
2	–	+	1	0,25	0,75	
3	+	+	0	0,25	1	
S+	1	2	3	**S–**	p	F
0	–	–	–	6	0,125	0,125
1	+	–	–	5	0,125	0,25
2	–	+	–	4	0,125	0,375
3	–	–	+	3	0,125	0,5
3	+	+	–	3	0,125	0,625
4	+	–	+	2	0,125	0,75
5	–	+	+	1	0,125	0,875
6	+	+	+	0	0,125	1

Porazdelitev testne statistike

S+	1	2	3	4	S–	p	F
0	–	–	–	–	10	0,0625	0,0625
1	+	–	–	–	9	0,0625	0,125
2	–	+	–	–	8	0,0625	0,1875
3	+	+	–	–	7	0,0625	0,25
3	–	–	+	–	7	0,0625	0,3125
4	+	–	+	–	6	0,0625	0,375
4	–	–	–	+	6	0,0625	0,4375
5	+	–	–	+	5	0,0625	0,5
5	–	+	+	–	5	0,0625	0,5625
6	–	+	–	+	4	0,0625	0,625
6	+	+	+	–	4	0,0625	0,6875
7	+	+	–	+	3	0,0625	0,75
7	–	–	+	+	3	0,0625	0,8125
8	+	–	+	+	2	0,0625	0,875
9	–	+	+	+	1	0,0625	0,9375
10	+	+	+	+	0	0,0625	1

Porazdelitev testne statistike

S+	1	2	3	4	5	S–	p	F
0	–	–	–	–	–	15	0,03125	0,03125
1	+	–	–	–	–	14	0,03125	0,0625
2	–	+	–	–	–	13	0,03125	0,09375
3	–	–	+	–	–	12	0,03125	0,125
3	+	+	–	–	–	12	0,03125	0,15625
4	–	–	–	+	–	11	0,03125	0,1875
4	+	–	+	–	–	11	0,03125	0,21875
5	–	–	–	–	+	10	0,03125	0,25
5	+	–	–	+	–	10	0,03125	0,28125
5	–	+	+	–	–	10	0,03125	0,3125
6	+	–	–	–	+	9	0,03125	0,34375
6	–	+	–	+	–	9	0,03125	0,375
6	+	+	+	–	–	9	0,03125	0,40625
7	–	+	–	–	+	8	0,03125	0,40625
7	–	–	+	+	–	8	0,03125	0,4375
7	+	+	–	+	–	8	0,03125	0,46875
8	–	–	+	–	+	7	0,03125	0,5

P-vrednost

- Sprejemljivost hipoteze H_0 na osnovi vzorca
  - možnost za opazovanje vzorca (ali bolj ekstremno podatkov), če je hipoteza H_0 pravilna.

- Najmanjši α pri katerem zavrnemo hipotezo H_0
  - Če je p-vrednost > α, potem FTR H_0 .
  - Če je p-vrednost < α, potem zavrni H_0 .
  - Če je p-vrednost = $(2)P(Z > 1{,}278) = (2)(0{,}1003)= 0{,}2006$

Odločitev in zaključek

- odločitev
  - p-vrednost = $P(S_+ ? 3)$ ali $P(S\_ ? 12)$
  - p-vrednost = 0,15625
  - p-vrednost > α = 0,1
  - FTR H_0
- zaključek
  - privzemimo $\tau = 500$.
  - ni osnov, da bi pokazali $\tau > 500$

Primer (B)

Proizvajalec omake za špagete da v vsako posodo 28 unče omake za špagete. Količina omake, ki je v vsaki posodi je porazdeljena normalno s standardnim odklonom ,05 unče.

Podjetje ustavi proizvodni trak in popravi napravo za polnenje, če so posode bodisi

- premalo napolnjene (to razjezi kupce)
- ali preveč napolnjene

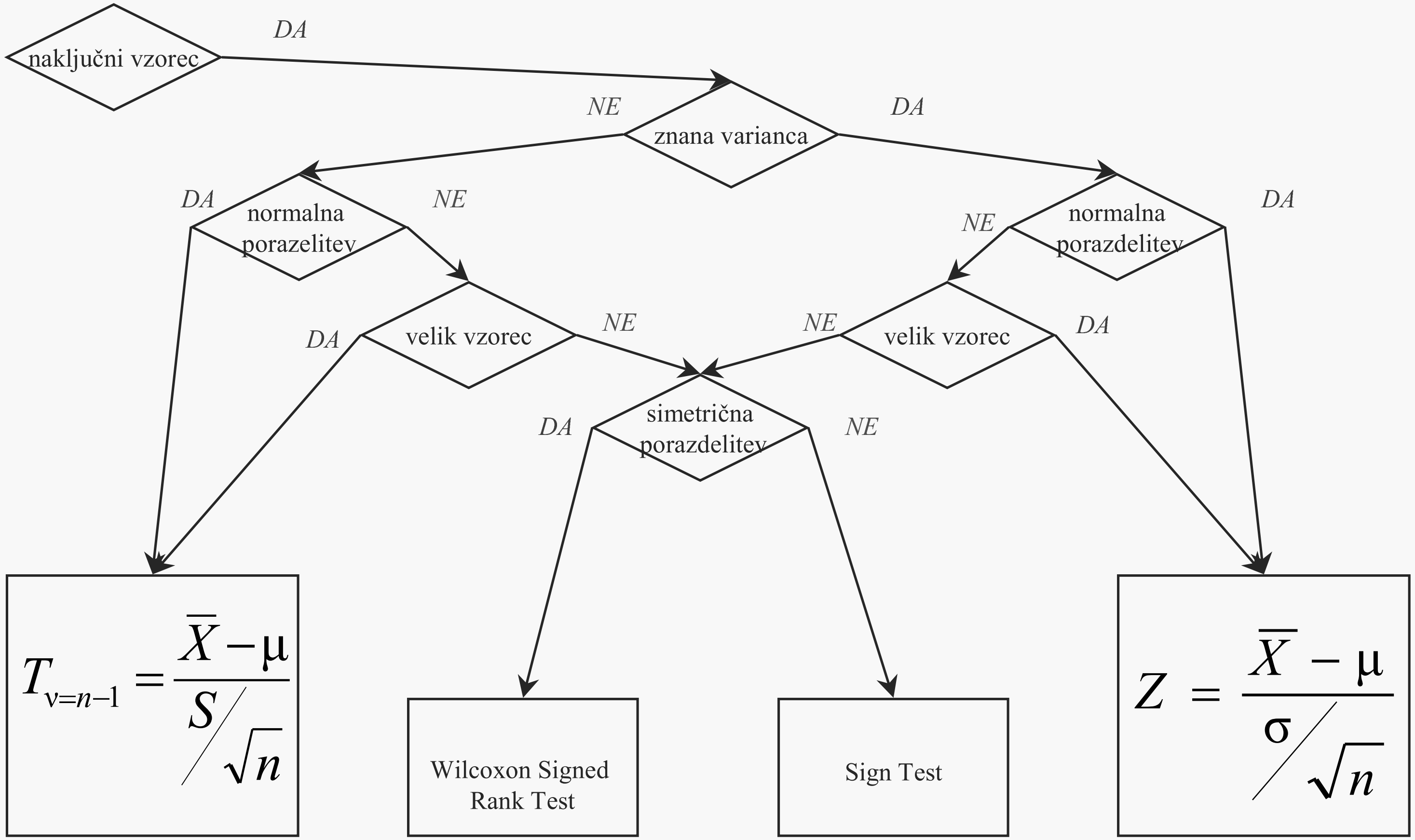
  (kar seveda pomeni manjši profit).

Ali naj na osnovi vzorca iz 15ih posod ustavijo proizvodno linijo? Uporabi stopnjo značilnosti 0,05.

Postavimo hipotezo

- ničelna hipoteza
  - H_0: $\mu = 28$
- alternativna hipoteza
  - H_a: $\mu <> 28$

Izberimo testno statistiko



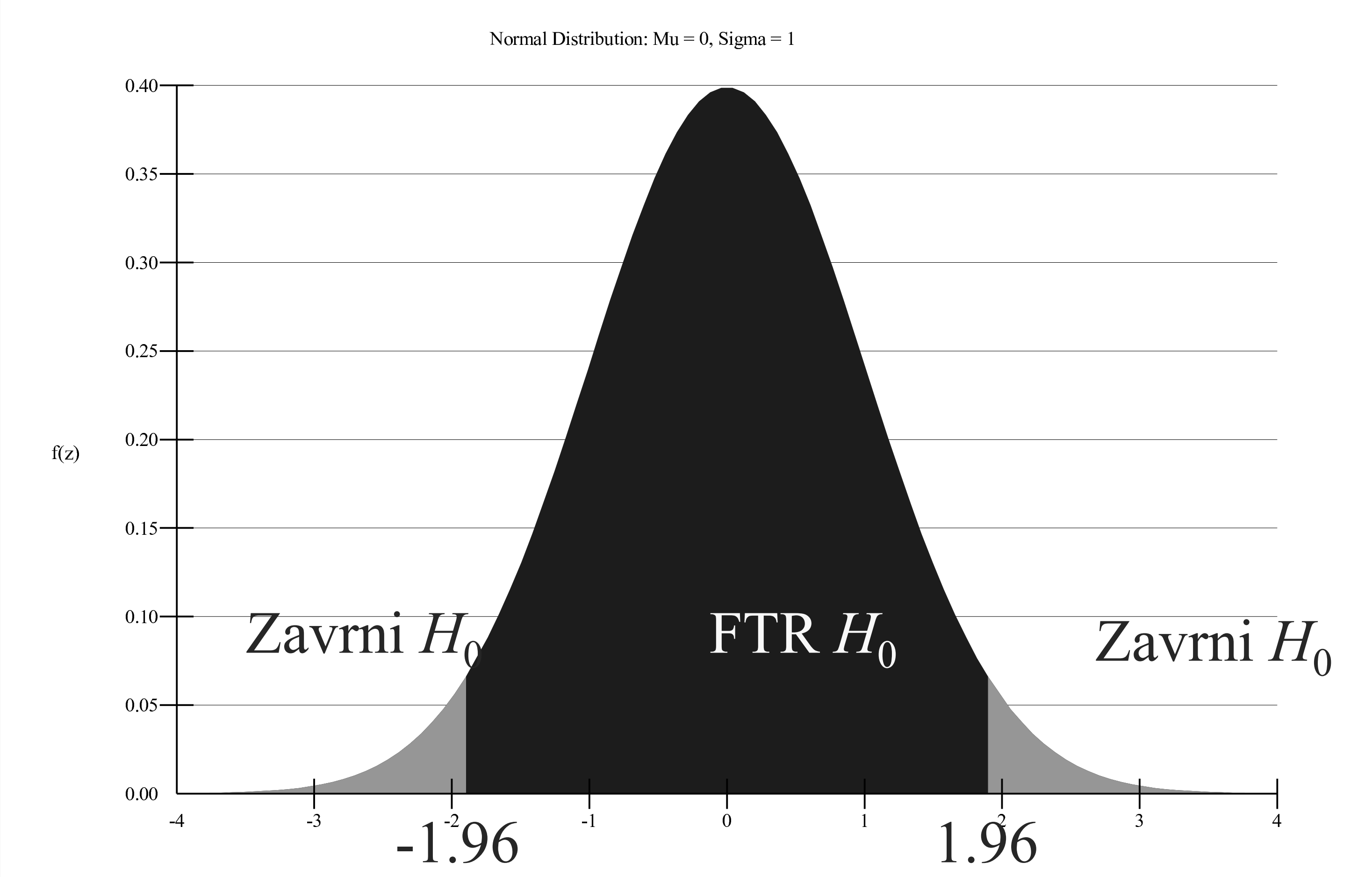
*Za dan velik naključni vzorec iz porazdelitve, ki ni normalna, z neznano varianco populacije, je t-test dobra aproksimacija.

Z-Test

- test
  - H_0: $\mu = \mu_0$ (povprečje populacije)

- predpostavke
  - naključno vzorčenje
  - poznamo varianco populacije
  - izbiramo vzorce iz normalne porazdelitve in/ali imamo vzorec pri katerem je n velik.

Določimo zavrnitveni kriterij



Rezultati testiranja

- naredi naključni vzorec
  - vzorčno povprečje: 28,0165
- izračunaj vrednost testne statistike
  - $Z = (28{,}0165 - 28) / 0{,}0129 = 1{,}278$
- naredi odločitev
  - FTR H_0
- zaključek
  - privzami $\mu = 28$

P-vrednost

- Sprejemljivost hipoteze H_0 na osnovi vzorca
  - možnost za opazovanje vzorca (ali bolj ekstremno podatkov), če je hipoteza H_0 pravilna
  - p-vrednost = (2)$P(Z > 1{,}278)$ = (2)(,1003)= ,2006
- Najmanjši α pri katerem zavrnemo hipotezo H_0
  - p-vrednost > α, zato FTR H_0

Primer (C)

Ravnatelj bežigrajske gimnazije trdi, da imajo najboljši PT program v Sloveniji s povprečjem APFT 240.

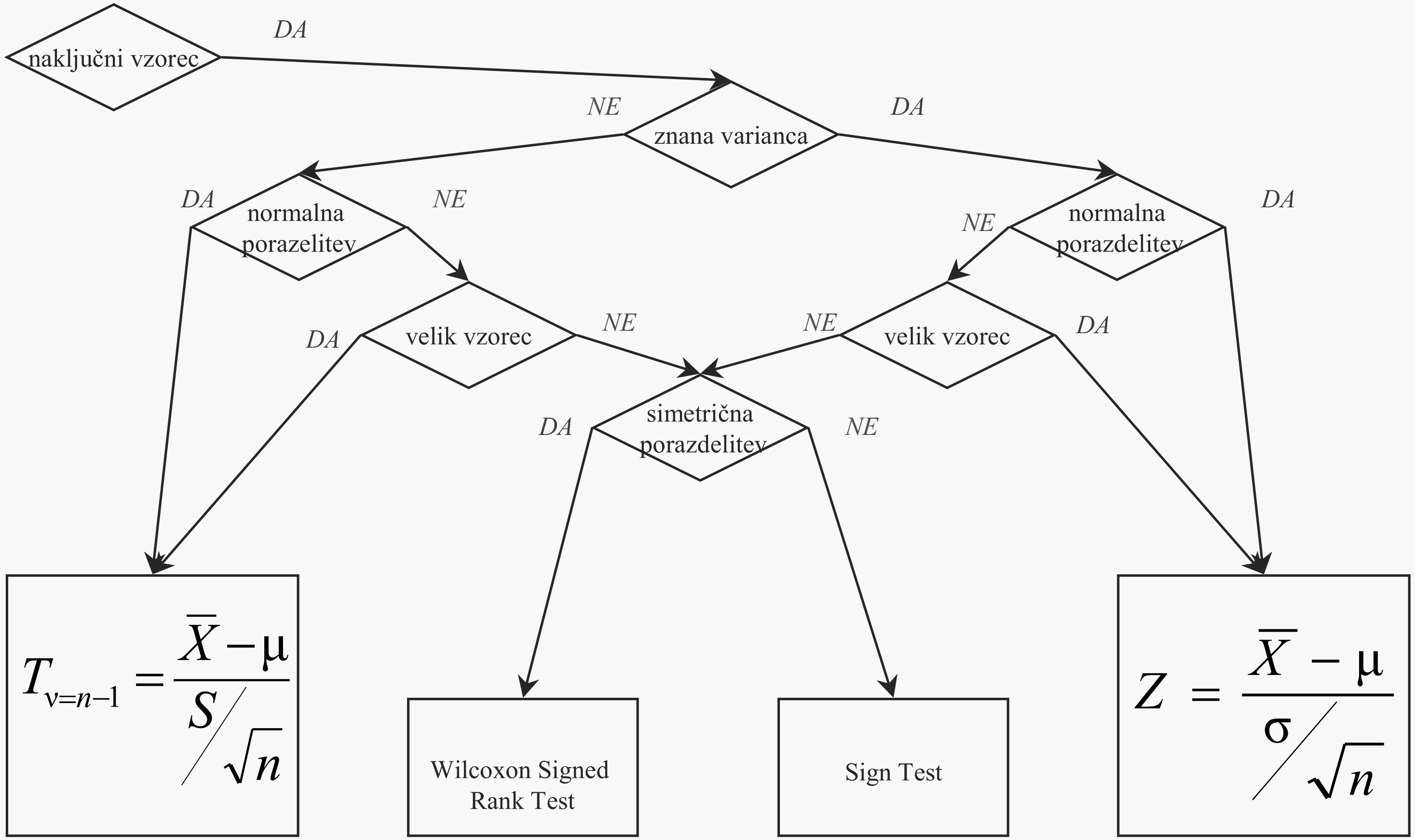
Predpostavi, da je porazdelitev rezultatov testov približno normalna.

Uporabi $\alpha = 0{,}05$ za določitev ali je povprečje APFT rezultatov šestih naključno izbranih dijakov iz bežigrajske gimnazije statistično večje od 240?

Postavimo hipotezo

- ničelna hipoteza
  - $H_0: \mu = 240$
- alternativna hipoteza
  - $H_a: \mu > 240$

Izberimo testno statistiko

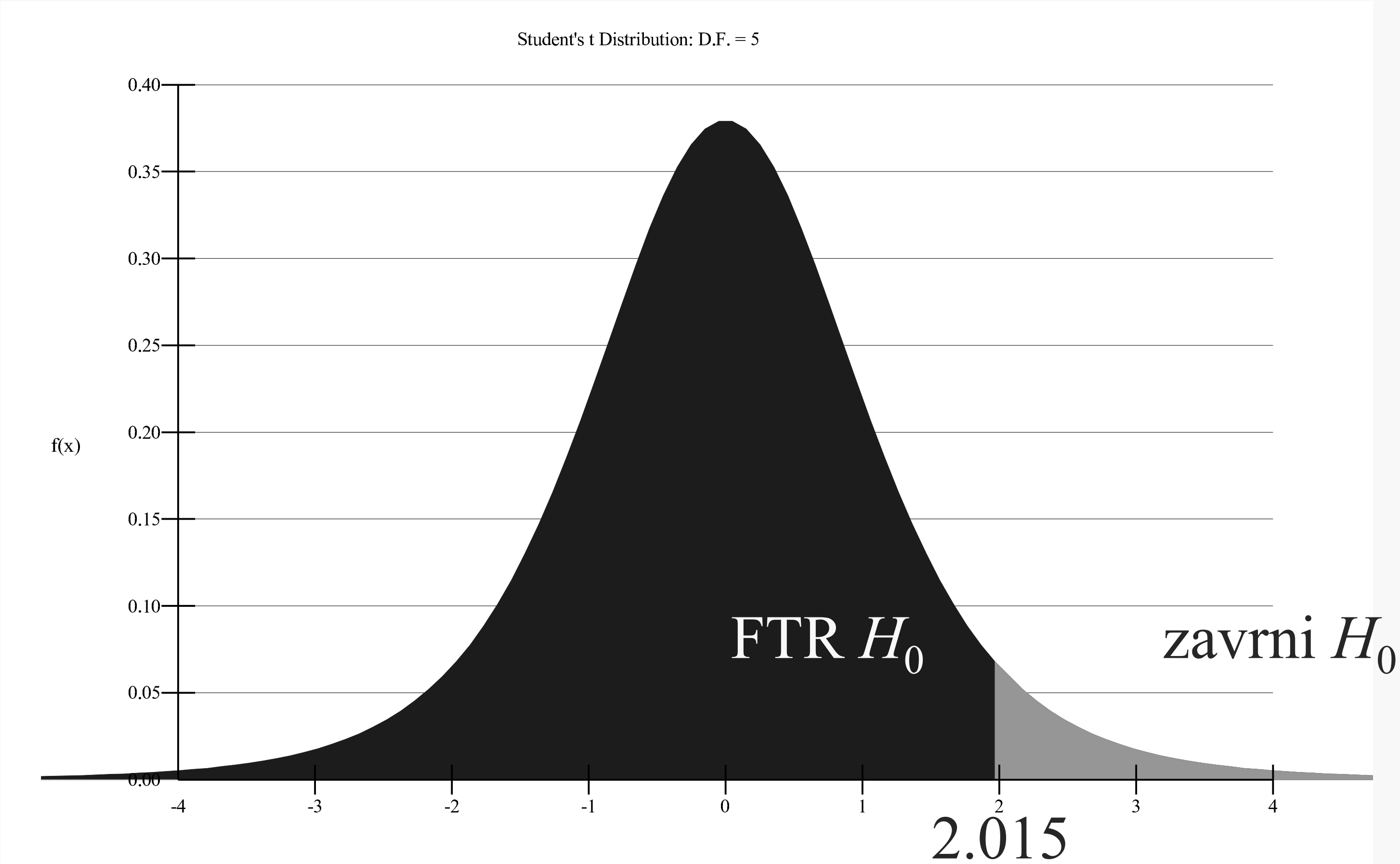


*Za dan velik naključni vzorec iz porazdelitve, ki ni normalna, z neznano varianco populacije, je t-test dobra aproksimacija.

T-test

- test
  - H_0: $\mu = \mu_0$ (povprečje populacije)
- predpostavke
  - naključno vzorčenje
  - ne poznamo varianco populacije
  - izbiramo vzorce iz normalne porazdelitve in/ali imamo vzorec pri katerem je *n* velik.

Določimo zavrnitveni kriterij



Rezultati testov

- naredi naključni vzorec
  - vzorčno povprečje: 255,4
  - Vzorčni standardni odklon: 40,07
- izračunaj vrednost testne statistike
  - $T = (255{,}4 - 240) / 16{,}36 = 0{,}9413$
- sprejmi odločitev
  - FTR H_0
- zaključek

  Bežigrajska gimnazija ne more pokazati, da imajo višje povprečje APFT rezultatov, kot slovensko povprečje.

P-vrednost

- Sprejemljivost hipoteze H_0 na osnovi vzorca
  - možnost za opazovanje vzorca (ali bolj ekstremno podatkov), če je hipoteza H_0 pravilna
  - p-vrednost = $P(T > 0{,}9413) = 0{,}1949$.
- Najmanjši α pri katerem zavrnemo hipotezo H_0
  - p-vrednost > α, zato FTR H_0.

Primer (D)

Državni zapisi indicirajo, da je od vseh vozil, ki gredo skozi testiranje izpušnih plinov v preteklem letu, 70% uspešno opravilo testiranje v prvem poskusu.

Naključni vzorec 200ih avtomobilov testiranih v določeni pokrajni v tekočem letu je pokazalo, da jih je 156 šlo čez prvi test.

Ali to sugerira, da je dejanski delež populacije za to pokrajno v tekočem letu različno od preteklega državnega deleža?

Pri testiranju hipoteze uporabi $\alpha = 0{,}05$.

Postavimo hipotezo

- ničelna hipoteza
  - H_0: $p = 0{,}7$
- alternativna hipoteza
  - H_a: $p <> 0{,}7$

Testiranje hipoteze za delež

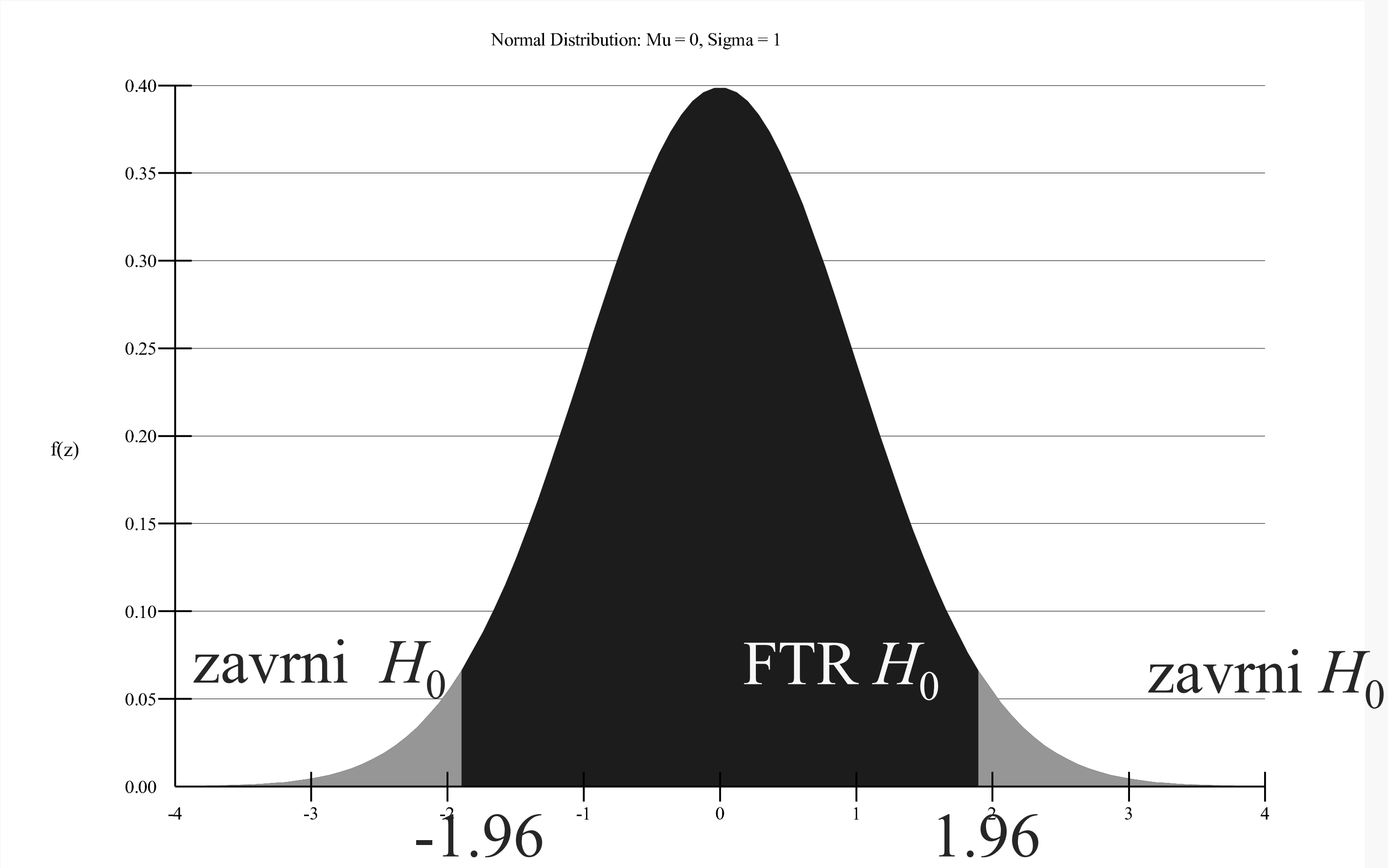
- test
  - H_0: $p = p_0$ (delež populacije)
- predpostavke
  - naključni vzorec
  - izbiranje vzorca iz binomske porazdelitve

Testna statistika

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0 q_0 / n}}$$

$$n\hat{p} \geq 4 \quad \text{in} \quad n\hat{q} \geq 4$$

Določimo zavrnitveni kriterij



Rezultati testiranja

- naredi naključni vzorec
  - delež vzorca: 156/200 = 0,78
- izračunaj vrednost testne statistike
  - $Z = (0{,}78 - 0{,}7) / 0{,}0324 = 2{,}4688$
- naredi odločitev
  - zavrni hipotezo H_0
- zaključek
  - Pokrajna ima drugačen kriterij.

P-vrednost

- Sprejemljivost hipoteze H_0 na osnovi vzorca
  - možnost za opazovanje vzorca (ali bolj ekstremno podatkov), če je hipoteza H_0 pravilna
  - p-vrednost = (2)*$P(Z > 2{,}469)$ = (2)*(0,0068) = 0,0136
- Najmanjši α pri katerem zavrnemo hipotezo H_0
  - p-vrednost < α, zato zavrni hipotezo H_0

Primer (E)

Količina pijače, ki jo naprava za mrzle napitke zavrže je normalno porazdeljena s povprečjem12 unčev in standardno deviacijo 0,1 unče.

Vsakič, ko servisirajo napravo, si izberejo 10 vzorcev in izmerijo zavrženo tekočino.

Če je variation zavržene količine prevelika, potem mora naprava na servis. Ali naj jo odpeljejo na servis?

Uporabi $\alpha = 0{,}1$.

Postavimo hipotezo

- ničelna hipoteza
  - H_0: $\sigma^2 = 0{,}01$,
- alternativna hipoteza
  - H_a: $\sigma^2 = 0{,}01$.

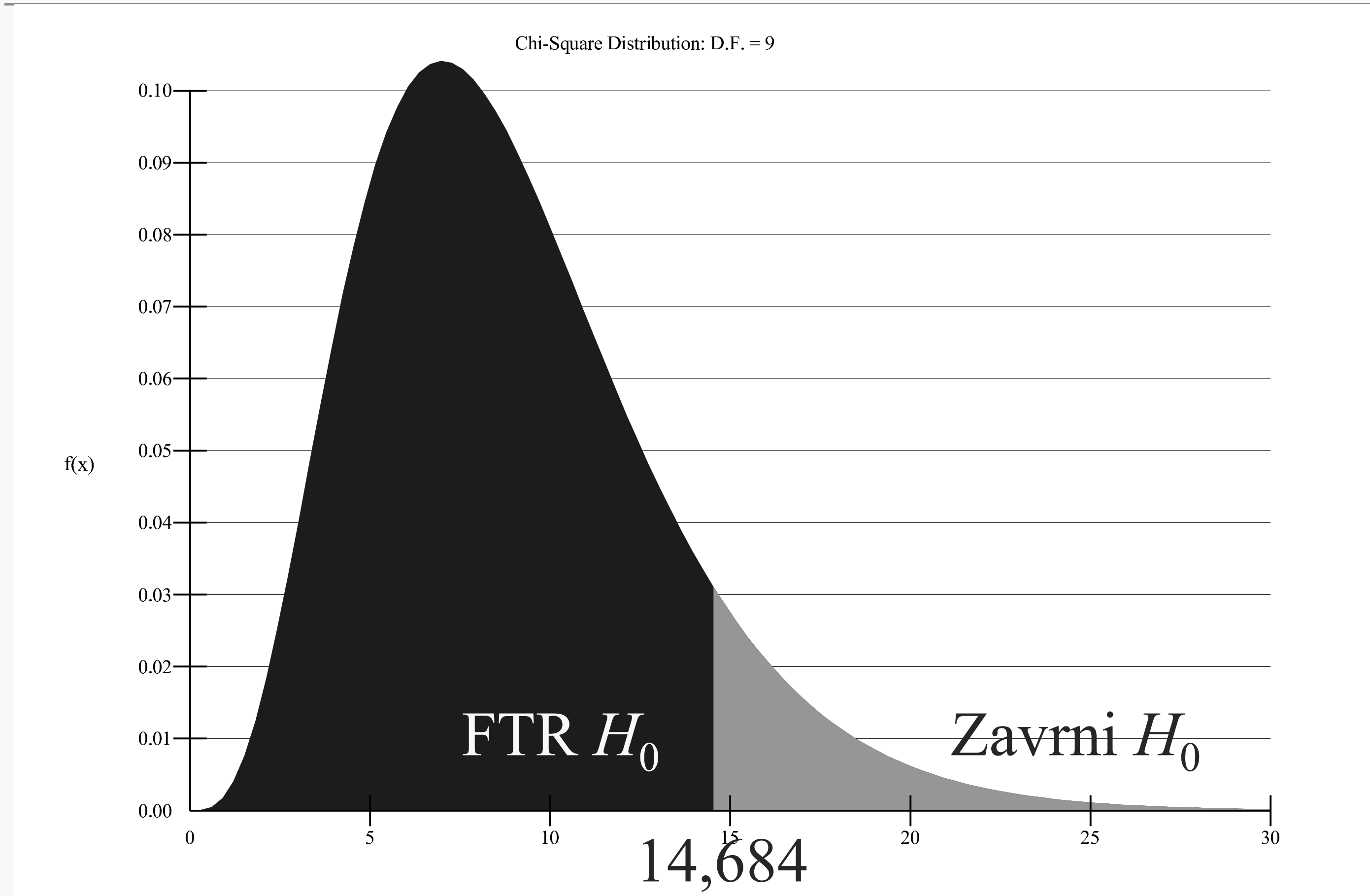
Testiranje hipoteze za varianco

- test
  - $H_0 : \sigma^2 = \sigma^2_0$ (varianca populacije),
- predpostavke
  - naključni vzorec
  - vzorčenje iz normalne porazdelitve.

Testna statistika

$$\chi^2_{\nu=n-1} = \frac{S^2(n-1)}{\sigma_0^2}$$

Določimo zavrnitveni kriterij



Rezultati testiranja

- naredi naključni vzorec
  - varianca vzorca: 0,02041
- izračunaj vrednost testne statistike

  $\chi^2 = (0{,}02041)(9) / (0{,}01) = 18{,}369$
- naredi odločitev

  zavrni H_0
- zaključek

  popravi napravo

P-vrednost

- Sprejemljivost hipoteze H_0 na osnovi vzorca
  - možnost za opazovanje vzorca (ali bolj ekstremno podatkov), če je hipoteza H_0 pravilna
  - p-vrednost = $P(\chi^2 > 18{,}369) = 0{,}0311$
- Najmanjši α pri katerem zavrnemo hipotezo H_0
  - p-vrednost < α, zato zavrni hipotezo H_0 .