Klasične šifre

Transpozicijska šifra

V transpozicijski šifri ostanejo črke originalnega sporočila nespremenjene, njihova mesta pa so pomešana na kakšen sistematičen način

(primer: permutacija stolpcev).

Te šifre zlahka prepoznamo, če izračunamo gostoto samoglasnikov (v angleščini je ta 40%, in skoraj nikoli ne pade zunaj intervala 35%–45%).

Težko jih rešimo, vendar pa se potrpljenje na koncu običajno izplača.

Simetrična šifra *je peterica* $(\mathcal{P}, \mathcal{C}, \mathcal{K}, \mathcal{E}, \mathcal{D})$ *za katero velja:*

1. $\mathcal{P}$ *je končna množica možnih čistopisov*
2. $\mathcal{C}$ *je končna množica možnih tajnopisov*
3. $\mathcal{K}$ *je končna množica možnih ključev.*
4. *Za vsak ključ* $K \in \mathcal{K}$, *imamo šifrirni postopek* $e_K \in \mathcal{E}$ *in ustrezen odšifrirni postopek* $d_K \in \mathcal{D}$.

$$e_K : \mathcal{P} \longrightarrow \mathcal{C} \quad \text{in} \quad d_K : \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{P}$$

sta taki funkciji, da je $d_K(e_K(x)) = x$ *za vsak* $x \in \mathcal{P}$.

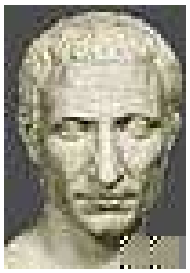
Pomična šifra (angl. shift cipher) je poseben primer zamenjalne šifre.

`wewillmeetatmidnight`

```
 22  4 22  8 11 11 12  4  4 19  0 19 12  8  3 13  8  6  7 19
  7 15  7 19 22 22 23 15 15  4 11  4 23 19 14 24 19 17 18  4
```

`HPHTWWXPPELEXTOYTRSE`

Cezarjeva šifra zašifrira njegovo ime v Ehbčt.



Cezar ukazal napad

↓

Ehbčt žnčbčo rčščg

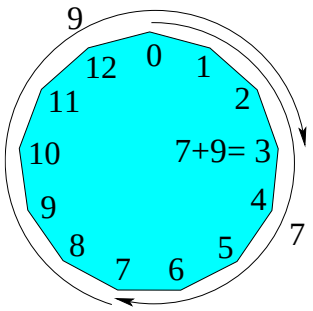
V kriptografiji si na splošno radi omislimo končne množice, kot pri številčnici na uri (npr. praštevilske obsege $\mathbb{Z}_p$).

Kongruence: naj bosta a in b celi števili in m naravno število.

$$a \equiv b \pmod{m} \iff m|b-a.$$

Primer: za $p=13$ velja
$7+_{13}9 = 7+9 \mod 13 = 3$ in
$5 *_{13} 4 = 5 * 4 \mod 13 = 7$

(saj ima pri deljenju s 13
vsota 16 ostanek 3,
produkt 20 pa ostanek 7),
možno pa je tudi deljenje.



Deljenje v primeru $p = 13$:

$*_{13}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	**1**	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	6	8	10	12	**1**	3	5	7	9	11
3	3	6	9	12	2	5	8	11	**1**	4	7	10
4	4	8	12	3	7	11	2	6	10	**1**	5	9
5	5	10	2	7	12	4	9	**1**	6	11	3	8
6	6	12	5	11	4	10	3	9	2	8	**1**	7
7	7	**1**	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6
8	8	3	11	6	**1**	9	4	12	7	2	10	5
9	9	5	**1**	10	6	2	11	7	3	12	8	4
10	10	7	4	**1**	11	8	5	2	12	9	6	3
11	11	9	7	5	3	**1**	12	10	8	6	4	2
12	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	**1**

Afina šifra:

$$e(x) = ax + b \pmod{26} \qquad \text{za } a, b \in \mathbb{Z}_{26}$$

Za $a = 1$ dobimo pomično šifro.
Funkcija je injektivna, če in samo če je $D(a, 26) = 1$.

Imamo $|\mathcal{K}| = 12 \times 26 = 312$ možnih ključev.

Za pomično šifro in afino šifro pravimo, da sta **monoabecedni**, ker preslikamo vsako črko v natanko določeno črko.

Vigenèrejeva šifra (1586):

Naj bo $m \in \mathbb{N}$ in

$$\mathcal{P} = \mathcal{C} = \mathcal{K} = (\mathbb{Z}_{26})^m.$$

Za ključ $K = (k_1, k_2, \ldots, k_m)$ definiramo

$$\begin{aligned} e(x_1, \ldots, x_m) &= (x_1 + k_1, \ldots, x_m + k_m) \quad \text{in} \\ d(y_1, \ldots, y_m) &= (y_1 - k_1, \ldots, y_m - k_m), \end{aligned}$$

kjer sta operaciji "+" in "−" opravljeni po modulu 26.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

Sporočilo

```
TO BE OR NOT TO BE THAT IS THE QUESTION
```

zašifriramo s ključem `RELATIONS`:

```
ključ:       RELAT IONSR ELATI ONSRE LATIO NSREL
čistopis:    TOBEO RNOTT OBETH ATIST HEQUE STION
tajnopis:    KSMEH ZBBLK SMEMP OGAJX SEJCS FLZSY
```

Npr. prvo črko tajnopisa dobimo tako, da pogledamo v tabelo na mesto (`R`, `T`).

Kako pa najdemo iz `T` in `K` nazaj `R`?

To ni monoabecedna šifra.

Pravimo ji **poliabecedna šifra**.

Vigenèrejeva šifra in 26^m možnih ključev.

Za $m = 5$ je število 1.1×10^7 že preveliko, da bi "peš" iskali pravi ključ.

Odšifriranje (razbijanje) klasičnih šifer

Kriptografske sisteme kontroliramo s pomočjo ključev, ki določijo transformacijo podatkov.
Seveda imajo tudi ključi digitalno obliko (binarno zaporedje: 01001101010101...).

Držali se bomo **Kerckhoffovega principa**, ki pravi, da "nasprotnik"

pozna kriptosistem oziroma algoritme,
ki jih uporabljamo, ne pa tudi ključe,
ki nam zagotavljajo varnost.

Ločimo naslednje nivoje napadov na kriptosisteme:

1. **samo tajnopis**: *nasprotnik ima del tajnopisa,*
2. **poznani čistopis**: *nasprotnik ima del čistopisa ter ustrezen tajnopis,*
3. **izbrani čistopis**: *nasprotnik ima začasno na voljo šifrirno mašinerijo ter za izbrani* $x \in \mathcal{P}$ *konstruira* $e(x)$,
4. **izbrani tajnopis**: *nasprotnik ima začasno na voljo odšifrirno mašinerijo ter za izbrani* $y \in \mathcal{C}$ *konstruira* $d(y)$.

Odšifriranje Vigenèrejeve šifre

Test Friedericha Kasiskega (1863):

(in Charles Babbage-a 1854)

poiščemo dele tajnopisa $\boldsymbol{y} = y_1 y_2 \ldots y_n$, ki so identični in zabeležimo razdalje $d_1, d_2, \ldots$ med njihovimi začetki. Predpostavimo, da iskani m deli največji skupni delitelj teh števil.

Naj bo $d = n/m$. Elemente tajnopisa $\boldsymbol{y}$ zapišemo po stolpcih v $(m \times d)$-razsežno matriko. Vrstice označimo z $\boldsymbol{y_i}$, tj.

$$\boldsymbol{y_i} \;=\; y_i \, y_{m+i} \, y_{2m+i} \; \cdots$$

Indeks naključja (William Friedman, 1920):

Za zaporedje $\boldsymbol{x} = x_1 x_2 \ldots x_d$ je **indeks naključja** (angl. index of coincidence, oznaka $I_c(\boldsymbol{x})$) **verjetnost**, da sta naključno izbrana elementa zaporedja $\boldsymbol{x}$ enaka.

Če so $f_0, f_1, \ldots, f_{25}$ frekvence črk $A, B, \ldots, Z$ v zaporedju $\boldsymbol{x}$, je

$$I_c(\boldsymbol{x}) = \frac{\sum_{i=0}^{25} \binom{f_i}{2}}{\binom{d}{2}} = \sum_{i=0}^{25} \frac{f_i(f_i-1)}{d(d-1)}.$$

Če so p_i pričakovane verjetnosti angleških črk, potem je

$$I_c(\boldsymbol{x}) \;\approx\; \sum_{i=0}^{25} p_i^2 \;=\; 0.065.$$

Za povsem naključno zaporedje velja

$$I_c(\boldsymbol{x}) \;\approx\; 26\left(\frac{1}{26}\right)^2 \;=\; \frac{1}{26} \;=\; 0.038.$$

Ker sta števili .065 in .038 dovolj narazen, lahko s to metodo najdemo dolžino ključa

(ali pa potrdimo dolžino, ki smo jo uganili s testom Kasiskega).

Za podzaporedje $\boldsymbol{y_i}$ in $0 \leq g \leq 25$ naj bo

$$M_g(\boldsymbol{y_i}) \;=\; \sum_{i=0}^{25} p_i \, \frac{f_{i+g}}{d}.$$

Če je $g = k_i$, potem pričakujemo

$$M_g(\boldsymbol{y_i}) \;\approx\; \sum_{i=0}^{25} p_i^2 \;=\; 0.065$$

Za $g \neq k_i$ je običajno M_g bistveno manjši od 0.065.

Torej za vsak $1 \leq i \leq m$ in $0 \leq g \leq 25$ tabeliramo vrednosti M_g, nato pa v tabeli za vsak $1 \leq i \leq m$ poiščemo tiste vrednosti, ki so blizu 0.065.

Ustrezni g-ji nam dajo iskane zamike $k_1, k_2, \ldots, k_m$.