

# Izbrana poglavja iz algebraične kombinatorike (06/07)

**Predavatelja:** Aleksandar Jurišić, tel: 28-32-895, e-pošta: ajurisic@valjhun.fmf.uni-lj.si  
in Primož Potočnik, e-pošta: primoz.potocnik@fmf.uni-lj.si

**Namen tečaja:** Študirali bomo prepletanje algebre in kombinatorike, ki je znano pod imenom *algebraična kombinatorika*. To je diskretna matematika, kjer pa imajo objekti in strukture določeno stopnjo regularnosti ali simetrije. Pomembnejša področja praktičnih uporab algebraične kombinatorike so teorija kodiranja za odpravljanje napak, teorija statističnega načrtovanja eksperimentov, ter (prek končnih geometrij in končnih obsegov) tudi kriptografija. Spoznali bomo številne zanimive kombinatorne objekte. Namen tega tečaja je splošen uvod v algebraično kombinatoriko ter osvetlitev njenih pomembnejših dosežkov v zadnjih petdesetih letih. Obravnavali bomo čim več tem z naslednjega seznama:

- LATINSKI KVADRATI (pravokotne škatle in transverzalni designi, paroma pravokotni Latinski kvadrati, Eulerjeva domneva) in HADAMARDJEVE MATRIKE (konferenčne matrike, rekurzivne konstrukcije, Paleyeve matrike, Reed-Mullerjeve kode prvega reda),
- DELOVANJA GRUP (ponovitev osnovnih pojmov iz teorije grup; permutacijske grupe in delovanja abstraktnih grup: stabilizatorji, orbite, tranzitivnost in regularnost; Generična konstrukcija tranzitivnih delovanj; pojem primitivnosti in večkratne tranzitivnosti permutacijske grupe; Burnsidejev izrek o tranzitivnih grupah praštevilske stopnje),
- KONČNI OBSEGI (konstrukcije in osnovne lastnosti) in GAUSSOVA ŠTEVILA TER NJIHOVI  $q$ -ANALOGI ( $q$ -analog Spernerjevega izreka, interpretacija koeficientov Gaussovih polinomov).
- KONČNE GEOMETRIJE IN NAČRTI (*Steinerjevi sistemi in načrti*: konstrukcije, kvadratni načrti in Bruck-Ryser-Chowla izrek; *projektivne in affine ravnine*: dualnost; *projektivne geometrije*: prostori  $PG(d-1, q)$  in njihovi avtomorfizmi: grupe  $PGL(d, q)$ ,  $PGL(d, q)$  in  $PSL(d, q)$ .  
*posplošeni četverokotniki*: kvadratne forme in klasifikacija izotropičnih prostorov, klasične konstrukcije, majhni primeri, paralelni razredi in regularne točke;  
*ne-Evklidske geometrije in uvod v sferične t-designe*: sferične, eliptične in hiperbolične geometrije),
- SIMETRIJE GRAFOV (grupa avtomorfizmov grafa; točkovno, povezavno in ločno tranzitivni grafi; Cayleyjevi grafi in Sabidussijev izrek; pojem  $s$ -loka v grafu in  $s$ -ločna tranzitivnost; karakterizacija 2-ločno tranzitivnih grafov; Tutova teorija trivalentnih  $s$ -ločno tranzitivnih grafov; lokalna analiza ločno tranzitivnih grafov: amalgamski tip; globalna teorija ločno tranzitivnih grafov: kvocijenti in krovi),
- ALGEBRAIČNA TEORIJA GRAFOV IN TEHNIKE LASTNIH VREDNOSTI (spekter grafa in karakteristični polinom; ekvitabilne particije: kvocijenti in krovi; Hoffmanov izrek, prepletanje in Perron-Frobeniusov izrek; krepko-regularni grafi in delne geometrije, primeri; razdaljno-regularni grafi, primitivnost in klasifikacija, klasične konstrukcije),
- ASOCIATIVNE SHEME (Bose-Mesnerjeva algebra, Kreinov pogoj in absolutna meja; matrike lastnih vrednosti in relacije pravokotnosti, dualnost in formalna dualnost, distribucijski vektor podmnožice, Delsartove neenakosti, polinomske sheme, popolne kode in tesni designi),
- UPORABA (klasifikacija enostavnih končnih grup, načrtovanje statističnih eksperimentov, teorija kodiranja, in kriptografija).

**Obveznosti študenta:** sprotno in samostojno reševanje domačih nalog, uspešno opravljen pisni kolokvij ob zaključku semestra in izdelava dveh krajših seminarskih nalog (ene v vsakem semestru), ki bosta vsebovali

- branje raziskovalnih člankov iz algebraične kombinatorike, ali
- neodvisno raziskovanje na tem področju, ali
- programiranje algoritma iz algebraične kombinatorike.

**Končna ocena** bo sestavljena iz ocen za domače naloge, pisnih kolokvijev in ocene za seminarsko nalogo (za vsak semester posebej in nato navzgor zaokroženo povprečje).

### **Učbeniki:**

- L. M. Batten, *Combinatorics of Finite Geometries*, Cambridge University Press, 2. izdaja, 1997.
- N.L. Biggs in A. T. White, *Permutation groups and combinatorial structures*, Cambridge University Press, Cambridge, 1979.
- P. J. Cameron in J. H. van Lint, *Designs, Graphs, Codes and Their Links*, London Math. Soc. Student Texts 22, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1991.
- J.D. Dixon in B. Mortimer, *Permutation groups*, Springer, New York, 1996.
- C. D. Godsil, *Algebraic Combinatorics*. Chapman and Hall, New York, 1993.
- C. D. Godsil in G. Royle, *Algebraic Graph Theory*, Springer Verlag (New York), 2001.
- J. H. Van Lint in R. M. Wilson, *A Course in Combinatorics*, Cambridge University Press, 2. izdaja, 2001.

### **Referenčne knjige:**

- A. E. Brouwer, A. M. Cohen in A. Neumaier, *Distance-Regular Graphs*, Springer, New York, 1989.
- C. J. Colbourn in J. Dinitz (urednika), *CRC Handbook of Combinatorial Designs*, CRC-Press, 1996.
- R. L. Graham, M. Groetschel, L. Lovász (uredniki), *Handbook of Combinatorics*: 2-volume set, MIT Press, 1996.
- F. Buekenhout (urednik), *Handbook of Incidence Geometry: Buildings and Foundations*, North-Holland, 1995.

**Domači strani:** <http://fmf.uni-lj.si/~potocnik/> (za prvi semester)  
[http://valjhun.fmf.uni-lj.si/~ajurisic/tec\\_ac/](http://valjhun.fmf.uni-lj.si/~ajurisic/tec_ac/) (za drugi semester)  
Vsebovali bosta kopije domačih nalog, povzetke predavanj oziroma prosojnice, reference za dodatno branje, kazalce na druge zanimive domače strani.