

IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

ISSN 0473-7466

ODPISAN@

2007

Letnik 54

1

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije
Ljubljana, JANUAR 2007, letnik 54, številka 1, strani 1–32

Naslov uredništva: DMFA–založništvo, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana
Telefon: (01) 4766 553, 4232 460 **Telefaks:** (01) 4232 460, 2517 281 **Elektronska pošta:** Zaloznistvo@dmfa.si **Internet:** <http://www.obzornik.si/> **Transakcijski račun:** 03100–1000018787 **Devizna nakazila:** SKB banka d.d., Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana **SWIFT (BIC):** SKBASI2X **IBAN:** SI56 0310 0100 0018 787

Uredniški odbor: Mirko Dobovišek (glavni urednik), Peter Šemrl (urednik za matematiko in odgovorni urednik), Irena Drevenšek Olenik (urednica za fiziko), Ciril Dominko, Damjan Kobal, Peter Legiša, Aleš Mohorič, Petar Pavešić, Nada Razpet, Pavle Saksida, Vladimir Bensa (tehnični urednik).

Jezikovno pregledal Janez Juvan.

Natisnila Tiskarna RAZVEDRILO v nakladi 1350 izvodov.

Člani društva prejemajo Obzornik brezplačno. Celoletna članarina znaša 21,00 EUR (5.032,44 SIT), za druge družinske člane in študente pa 10,50 EUR (2.516,22 SIT). Naročnina za ustanove je 33,38 EUR (7.999,18 SIT), za tujino 30 EUR. Posamežna številka za člane stane 4,17 EUR (999,30 SIT), stare številke 2,17 EUR (520,02 SIT).

DMFA je včlanjeno v Evropsko matematično društvo (EMS), v Mednarodno matematično unijo (IMU), v Evropsko fizikalno društvo (EPS) in v Mednarodno združenje za čisto in uporabno fiziko (IUPAP). DMFA ima pogodbo o recipročnosti z Ameriškim matematičnim društvom (AMS).

Revija izhaja praviloma vsak drugi mesec. Sofinancirata jo Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije ter Ministrstvo za šolstvo in šport.

© 2007 DMFA Slovenije – 1666

Poštšina plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM OBZORNIKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Revija Obzornik za matematiko in fiziko objavlja izvirne znanstvene in strokovne članke iz matematike, fizike in astronomije, včasih tudi kak prevod. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij, poročila o dejavnosti Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije ter vesti o drugih pomembnih dogodkih v okviru omenjenih znanstvenih ved. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, diplomantov iz omenjenih strok.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev), sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo), izvleček v slovenskem jeziku, naslov in izvleček v angleškem jeziku, klasifikacijo (MSC oziroma PACS) in citirano literaturo. Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo tudi ločeno od besedila. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Prispevki so lahko oddani v računalniški datoteki PDF ali pa natisnjeni enostransko na belem papirju formata A4. Zaželena velikost črk je 12 pt, razmik med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku ali uredniku za matematiko oziroma fiziko na zgoraj napisani naslov uredništva. Vsak članek se praviloma pošlje dvema anonimnima recenzentoma, ki morata predvsem natančno oceniti, kako je obravnavana tema predstavljena, manj pomembna pa je originalnost (in pri matematičnih člankih splošnost) rezultatov. Če je prispevek sprejet v objavo, potem urednik prosi avtorja še za izvirne računalniške datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov $\text{\TeX}$ oziroma $\text{\LaTeX}$, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

MODELI DINAMIČNEGA VZGONA LETALSKIH KRIL DRUGI DEL

SAŠO KNEZ in RUDOLF PODGORNIK

Fakulteta za matematiko in fiziko

Univerza v Ljubljani

V drugem delu tega članka se bova posvetila bolj poglobljenemu opisu gibanja tekočine in naravi dinamičnega vzgona krila. Izpeljala bova teorem Kutta-Žukovski in pokazala, kako hipoteza Žukovskega določa vrednost dinamičnega vzgona. Skušala bova podati tudi preprosto razlago dinamičnega vzgona, ki naj bi koristila laikom.

MODELS OF AERODYNAMIC LIFT FORCE SECOND PART

In the second part of this contribution we will deal with the in depth description of the fluid motion and the nature of the lift force in airfoils. We will derive the Kutta-Joukowski theorem and show how the dynamic lift follows from the Joukowski hypothesis. We will also try to present a simple handwaving argument for the lift generation, that should be of some use to non-specialists.

1. Uvod

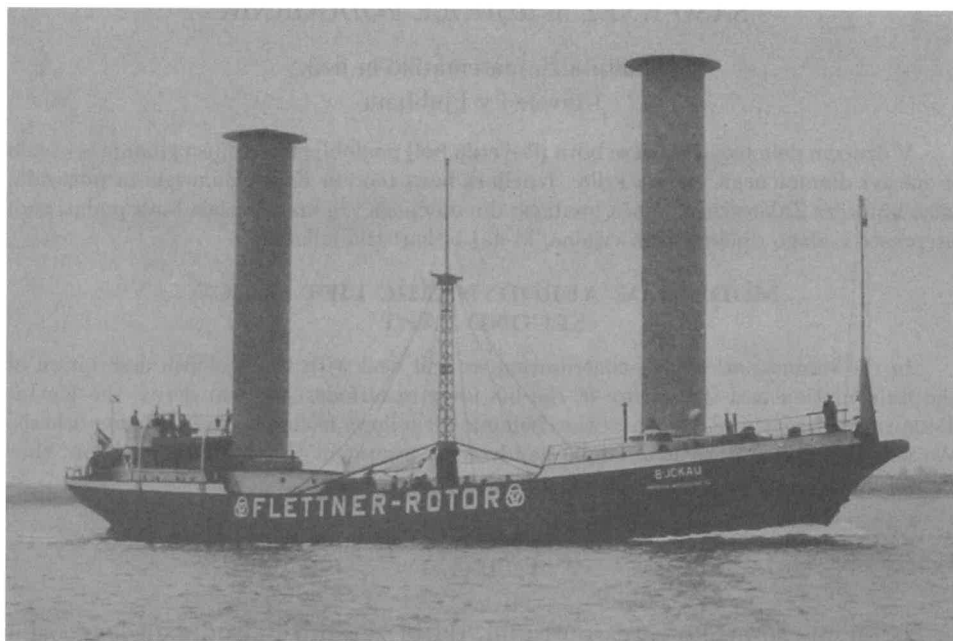
Doslej se še nismo zares potrudili, da bi zgradili hidrodinamsko teorijo dinamičnega vzgona, kot se spodobi, torej iz rešitve osnovnih enačb hidrodinamike idealnih tekočin. To bomo storili sedaj. Začeli bomo s teoremom Kutta¹-Žukovski in mimogrede izpeljali še hitrostno polje okrog krila Žukovskega. Upoštevanje hipoteze Žukovskega² na zadnji strani krila nam bo dalo končen in eksakten izraz za njegov dinamični vzgon. Ta rezultat bova skušala razložiti tudi na preprost način, ki naj bi bil razumljiv vsakemu zainteresiranemu laiku.

Dobljeni izraz za dinamični vzgon bo popisoval razmere ob krilu, ko je t. i. mejni sloj zraka [3] še prilepljen na krilo. Če se mejni sloj odlepi od krila, pa tudi hidrodinamska teorija dinamičnega vzgona, ki sloni na Eulerjevih enačbah hidrodinamike, razpade. To je zelo nazorno pokazal Prandtl. Takrat je treba začeti razmišljati o turbulenci in vrtinčenju zraka ob krilu in za njim.

¹Martin Wilhelm Kutta (1867–1944), nemški matematik, znan predvsem po Runge-Kutta metodi reševanja diferencialnih enačb, ki jo je vpeljal leta 1901. Leta 1902 je v svojem doktoratu neodvisno izpeljal tudi teorem Kutta-Žukovski, vendar se kasneje ni ukvarjal z letalstvom.

²Nikolaj Jegorovič Žukovski (1847–1921), ruski fizik in „oče ruskega letalstva“. Po letu 1880 se je začel zanimati za možnosti letenja in je leta 1895 obiskal letalskega pionirja Otta Lilienthala v Berlinu. Leta 1918 je ustanovil Institut za aerodinamiko, ki je po njegovi smrti leta 1922 postal Akademija vojaške aeronavtikke N. J. Žukovskega.

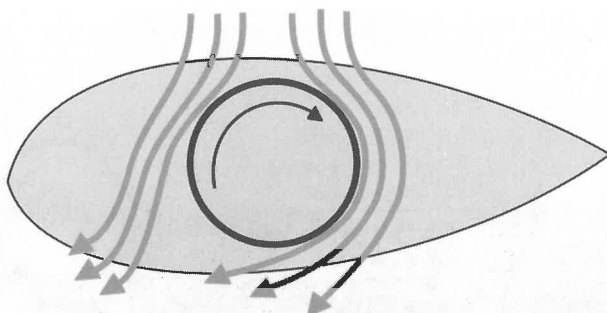
2. Flettnerjevo krilo in dinamični vzgon



Slika 1. Jadrnica „Buckau“ s Flettnerjevima kriloma (okrog leta 1926). Cilinder se je vrtel s frekvenco 100/min. Jadrnica „Baden-Baden“ s Flettnerjevim krilom je leta 1926 uspešno preplula Atlantik. Tretja v seriji je bila jadrnica „Barbara“.

Začnimo z zanimivo variacijo na temo, ki se imenuje **Flettnerjevo krilo** oziroma Flettnerjev rotor [1]. Anton Flettner³ je 1920 leta zamenjal klasično jadro na jadrnici z na palubi navpično postavljenim vrtečim se valjem (slika 1). Valj je imel svoj lastni pogon. Če je pihal veter, je ta vrteči se valj lahko nadomestil jadro. Poizkusimo razumeti princip delovanja Flettnerjevega krila, kar bo dober uvod v hidrodinamsko teorijo dinamičnega vzgona. Tukaj se zaradi cilindrične simetrije še lažje držimo dvodimenzionalnega opisa. Opazujmo Flettnerjevo krilo v preseku iz ptičje perspektive (slika 2). Če opazujemo tokovnico na desni strani Flettnerjevega rotorja, vidimo, da se zunanji hitrosti zraka prišteje še del, ki je posledica vrtenja valja, medtem ko se isti prispevek na levi strani odšteje. Na desni strani je torej zaradi višje hitrosti po Bernoulliju nižji tlak, na levi strani pa je zaradi

³Anton Flettner (1885–1961), nemški izumitelj. Poleg Flettnerjevega krila je izumil tudi Flettnerjevo ladijsko krmilo. Jadrnice na Flettnerjevo krilo v začetku dvajsetega stoletja niso prišle v rabo – razen jadrnice J.-J. Cousteauja – ker je bila cena pogonskih fosilnih goriv prenizka. Morda bodo imele več sreče v bližnji prihodnosti.



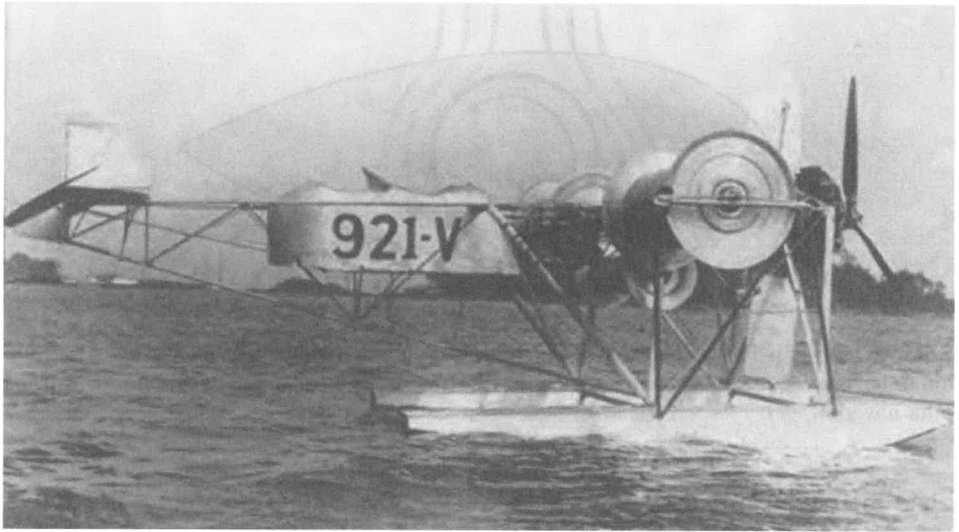
Slika 2. Princip Flettnerjevega krila. Krilo je predstavljeno iz ptičje perspektive. Sila dinamičnega vzgona za zgornjo geometrijo Flettnerjevega krila deluje na desno. Tok zraka piha navzdol.

nižje hitrosti višji tlak. Razlika tlakov da silo vzgona, ki deluje na desno. Pri obtekanju vrtečega se valja se torej očitno polje hitrosti deformira tako, da na valj deluje sila, ki ima poleg navpične komponente tudi vodoravno komponento in tako valj potiska na desno. Flettnerjevo krilo torej lahko generira silo, ki je pravokotna na zunanjo hitrost. Flettnerjevo krilo je bilo sicer tehnično uspešno, a se ni uveljavilo med drugim tudi zaradi zapletenosti pogonskega sistema valja. Kot jadro se pojavlja še tu in tam, vendar v veliko bolj izpopolnjenih različicah. Najbolj so znana Cousteaujeva plovila s Flettnerjevimi krili, predvsem njegova raziskovalna jahta *Calypso*. Nekaj časa se je zdelo, da bi lahko Flettnerjevo krilo rabilo tudi kot alternativno letalsko krilo (slika 3). Delovanje Flettnerjevega krila zelo nazorno pove, kako se krožno gibanje okrog valja sklopi z zunanjim tokom tekočine in tako ustvari silo, ki je pravokotna na ta zunanji tok. To je natanko tisto, kar potrebujemo za opis delovanja navadnega krila: sklopitev med kroženjem zraka in zunanjo hitrostjo. Problem, ki ga bomo morali na koncu rešiti, pa bo, kako se generira krožno gibanje tekočine okrog navadnega krila. Pojdimo po vrsti.

2.1 Dvodimenzionalen idealen tok

Privzeli bomo, da je profil krila konstanten na vsej dolžini ter da lahko vplive končne dimenzije krila zanemarimo. Poleg tega bomo privzeli še, da je tok stacionaren in laminaren. Zadoščal bo torej kar dvodimenzionalen opis gibanja tekočine okrog krila. V dveh dimenzijah tok tekočine opišemo z dvema potencialnima funkcijama oz. njima prirejenim kompleksnim potencialom [2]. Prvo potencialno funkcijo imenujemo **hitrostni potencial** Φ in ga definiramo kot

$$v_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad v_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y} . \quad (1)$$



Slika 3. Prototip letala s Flettnerjevimi krili, 921-V, skonstruiran v Ameriki (slika ga prikazuje med testi na reki Hudson) po tem, ko je jadrnica Baden-Baden uspešno preplula Atlantik. 921-V naj bi letel vsaj enkrat, preden se je razbil.

Drugo potencialno funkcijo imenujemo **tokovna funkcija** Ψ , ki jo definiramo kot

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad v_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (2)$$

Hitro se da pokazati, da enačba $\Psi = \text{konst.}$ ustreza tokovnicam, in zato Ψ tudi imenujemo tokovna funkcija [2]. Še preden lahko podvomimo o modrosti vpeljave dveh takšnih potencialnih funkcij, zapišimo še tole očitno zvezo:

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad v_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial y}. \quad (3)$$

Iz predpostavke o nestisljivosti in brezvrtinčnosti gibanja tekočine, kar seveda pomeni, da sta divergenca in rotor hitrosti enaka nič, sledi, da zgornja potenciala obstajata in zadoščata

$$\nabla^2 \Phi = \nabla^2 \Psi = 0. \quad (4)$$

V enačbah 3 prepoznamo Cauchy-Riemannove enačbe iz kompleksne analize. Te enačbe nam omogočajo, da lahko potencialnemu dvodimenzionalnemu toku idealne tekočine pripišemo kompleksni potencial $\omega(z) = \Phi(z) + i\Psi(z)$, ki mora biti analitična funkcija spremenljivke $z = x + iy$.

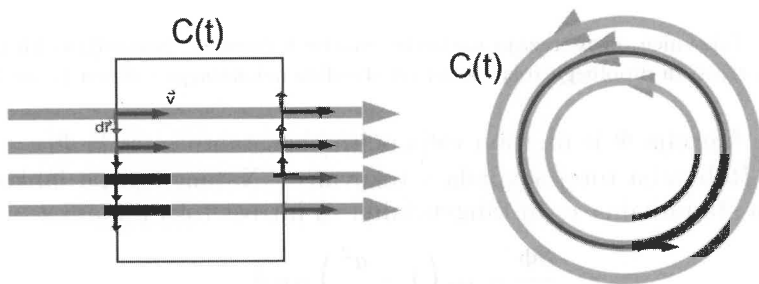
V nadaljevanju lahko sedaj uporabljamo vsa orodja, ki nam jih ponuja kompleksna analiza. Kompleksni hitrostni potencial $\omega(z)$ je namreč poljubna

analitična funkcija. Katero funkcijo dejansko izberemo, pa je odvisno od robnih pogojev, geometrije robov in v splošnem od fizike problema. Zgornja obravnava toka nam tudi omogoča, da prek superpozicije sestavimo poljuben tok iz primernih osnovnih gradnikov, kot so prosti ravni tok, vrtinec, izvor, ponor in tokovni dipol [2].

Sedaj spet uvedemo nov pojem – **cirkulacija** Γ . Cirkulacija je definirana kot krivuljni integral hitrosti po poljubni zaključeni krivulji v tekočini

$$\Gamma = \oint_{C(t)} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{r}. \quad (5)$$

$C(t)$ je poljubna zanka, ki se giblje skupaj s tekočino. Cirkulacija je za različne vrste tokov različna. Najlažje je izračunati cirkulacijo prostega toka in cirkulacijo krožnega vrtinca (slika 4). Če izračunamo časovni odvod cirkulacije, dobimo Kelvinov teorem o ohranjanju cirkulacije oziroma vrtinčnosti [2], ki pravi, da je cirkulacija konstanta gibanja idealnega toka. Sedaj imamo osnovni analitični instrumentarij, s katerim bomo za začetek opisali tok idealne tekočine okrog valja. Glede na fizikalno intuicijo, ki nam jo daje primer Flettnerjevega krila, bomo predpostavili, da ima tok okrog valja konstantno cirkulacijo.



Slika 4. Skica prikazuje dve različni cirkulaciji. Levo je nična cirkulacija prostega toka. Desno je cirkulacija krožnega vrtinca po krogu z radijem r , ki ima vrednost $\Gamma = v 2\pi r$.

2.2 Obtekanje valja s cirkulacijo

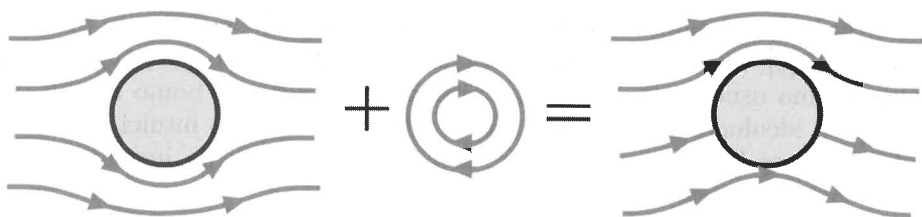
Poglejmo si torej valj z radijem a , v zunanjem toku s hitrostjo v_0 v neskončnosti, okrog katerega teče idealna tekočina s cirkulacijo Γ . V tem primeru vzamemo sledeč nastavek za kompleksni hitrostni potencial [2]

$$\omega(z) = v_0 \left(z + \frac{a^2}{z} \right) + i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln z. \quad (6)$$

Sestavljen je iz treh delov: toka s konstantno hitrostjo, člen $v_0 z$, dipolnega toka, člen $v_0 \frac{a^2}{z}$, in dvodimenzionalnega vrtinca, člen $-i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln z$ [2]. Prva dva člena opisujeta tok, katerega radialna komponenta hitrosti na površini valja $r = a$ je nič. Zadnji člen pa opisuje krožno gibanje tekočine okrog valja s cirkulacijo Γ . Vsi trije členi so nepogrešljivi za opis gibanja tekočine okrog valja. Celoten tok je shematsko predstavljen na sliki 5. Preselimo se v polarni zapis $z = r e^{i\theta}$, pa lahko hitrostni potencial in prirejeno tokovno funkcijo zgornjega kompleksnega potenciala zapišemo kot

$$\Phi(r, \theta) = v_0 \left(r + \frac{a^2}{r} \right) \cos \theta - \frac{\Gamma}{2\pi} \theta, \quad (7)$$

$$\Psi(r, \theta) = v_0 \left(r - \frac{a^2}{r} \right) \sin \theta + \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r. \quad (8)$$



Slika 5. Tokovnice, ki ustrezajo nastavku enačbe 6 (desno). Sestavljajo jih tokovnice zunanje hitrosti in dipolnega toka (levo) ter dvodimenzionalnega vrtinca (v sredini).

Tokovna funkcija Ψ je na robu valja očitno konstantna, saj je $\Psi(r = a, \theta) = \frac{\Gamma}{2\pi} \ln a$. Rob valja torej sovпада s tokovnico. Natančneje pa lahko ugotovimo, da sta radialna v_r in tangencialna v_θ hitrost toka podani z

$$\begin{aligned} v_r &= \frac{\partial \Phi}{\partial r} = v_0 \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \cos \theta, \\ v_\theta &= \frac{\partial \Phi}{r \partial \theta} = -v_0 \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \sin \theta - \frac{\Gamma}{2\pi r}. \end{aligned} \quad (9)$$

Hitro lahko tudi ugotovimo, da je celotna cirkulacija toka po poljubni krožni zanki okrog valja enaka

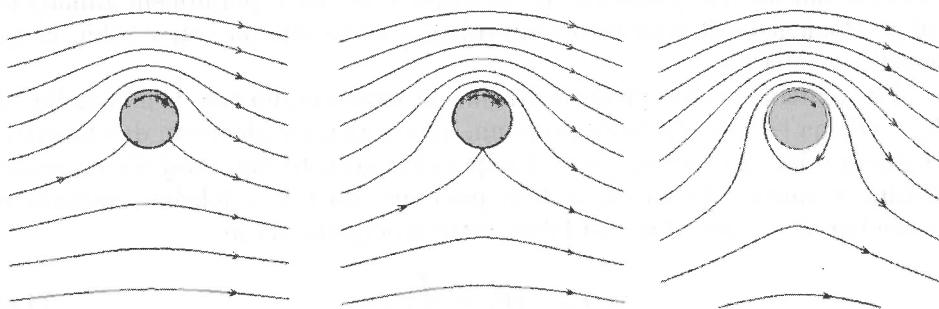
$$\int_0^{2\pi} v_\theta(r, \theta) r d\theta = -\Gamma = \text{konst.} \quad (10)$$

Očitno je tudi, da je na površini valja $r = a$ radialna komponenta hitrosti vedno enaka nič. To je seveda smiselno. Poleg tega na površini valja obstajajo točke, kjer je tudi tangencialna hitrost enaka nič. Točkam, pri katerih

je celotna, torej radialna in tangencialna hitrost enaka nič, pravimo tudi **zastojne** oziroma **stagnacijske točke**. Le-te obstajajo na obodu valja zgolj pri kotih θ , ki zadoščajo enačbi

$$\sin \theta = -\frac{\Gamma}{4\pi av_0}. \quad (11)$$

Ta enačba ima seveda rešitve, če je $\frac{\Gamma}{4\pi av_0} \leq 1$. Iz tega vidimo, da je zastojna točka ena sama, če je $\Gamma = 4\pi av_0$. Če je cirkulacija manjša, sta zastojni točki dve, če pa je večja, zastojnih točk na površini valja ni (glej sliko 6).



Slika 6. Zastojne točke pri obtekanju cilindra s cirkulacijo. Levo: $\Gamma < 4\pi av_0$ in imamo torej dve zastojni točki simetrični glede na os y . Sredina: ti dve zastojni točki za $\Gamma = 4\pi av_0$ degenerirata v eno samo, ki se (desno) za $\Gamma > 4\pi av_0$ odlepi od površine valja.

Hitrostno polje okrog valja s cirkulacijo torej imamo. Pomemben pa je tudi izračun sil, ki delujejo na valj zaradi gibanja tekočine. Silo bomo dobili iz integrala napetostnega tenzorja po površini valja, ob upoštevanju njene smeri. Za tlak na površini valja najprej dobimo iz Bernoullijeve enačbe

$$p(r = a, \theta) = \frac{1}{2}\rho |v_0|^2 - \frac{1}{2}\rho |v(r = a, \theta)|^2. \quad (12)$$

Integral napetosti po površini valja pa nam daje za silo dve komponenti: komponento v smeri v_0 , F_x , in komponento v pravokotni smeri, F_y . Izpeljemo

$$\begin{aligned} F_x &= -\int_0^{2\pi} p(r = a, \theta) a \cos \theta d\theta = 0, \\ F_y &= -\int_0^{2\pi} p(r = a, \theta) a \sin \theta d\theta = \rho v_0 \Gamma. \end{aligned} \quad (13)$$

Torej je sila v osi obtekanja nič, kar se nam zaradi naših izkušenj s tekočinami zdi nekoliko nenavadno, zato ta rezultat poimenujemo tudi **d'Alembertov⁴ paradoks**. Zavedati pa se seveda moramo, da pravih izkušenj z idealnimi neviskoznimi tekočinami nimamo. Sila v prečni smeri F_y je tako v splošnem premosorazmerna s cirkulacijo in hitrostjo, po svoji smeri pa očitno ni nič drugega kot dinamični vzgon.

2.3 Blasiusova enačba in teorem Kutta-Žukovski

Sedaj se lotimo neposredno teorema Kutta-Žukovski oziroma centralnega teorema aerodinamike! Teorem Kutta-Žukovski nam bo povedal, kako izračunamo silo na telo poljubne, ne le valjaste oblike v poljubnem zunanem toku. Pomeni torej posplošitev zgornjega računa sile na valj v toku, ki ga opisuje enačba 6.

Postavimo se v kompleksno ravnino in izračunajmo tole kombinacijo sil $F_y - iF_x$ na telo s poljubnim profilom, ki se nahaja v idealnem dvodimenzionalnem toku! Za idealni tok so komponente gostote sile, torej sile na enoto dolžine v smeri z in na enoto loka površine, na telo z lokalno normalo $\mathbf{n}$ enake kar $f_i = -pn_i$. Od tod lahko hitro izpeljemo, da je

$$F_y - iF_x = \oint_C p \, dz. \quad (14)$$

Integral je sedaj v kompleksni ravnini, in sicer po zanki C , ki opisuje profil telesa. Tlak p moramo seveda vzeti tik ob površini telesa. p , hitrost ob površini telesa in njune vrednosti daleč stran so povezani z Bernoullijevo enačbo

$$p + \frac{1}{2}\rho|v|^2 = p_0 + \frac{1}{2}\rho|v_0|^2 = \text{konst.} \quad (15)$$

Če sedaj Bernoullijev zakon vstavimo v enačbo za $F_y - iF_x$ in upoštevamo, da je zanka C zaključena, potem dobimo Blasiusovo⁵ enačbo

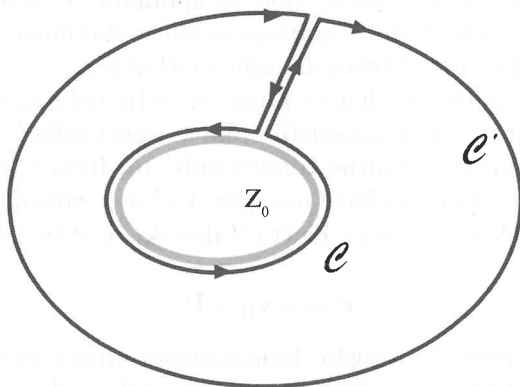
$$F_y - iF_x = -\frac{1}{2}\rho \oint_C v^2 \, dz. \quad (16)$$

V Blasiusovi enačbi integriramo po zanki C , torej po obodu telesa, v pozitivni smeri, to je v smeri, obratni od urinega kazalca. Tu je treba opozoriti še

⁴Jean le Rond d'Alembert (1717–1783), francoski enciklopedist, fizik in matematik. V hidrodinamiki je prvi izračunal upor krogle v tekočini in dobil za idealen tok vrednost nič. To imenujemo tudi d'Alembertov paradoks, saj se je takrat zdelo čudno, da idealen tok tekočine ne deluje na mirujočo kroglo.

⁵Paul Richard Heinrich Blasius (1883–1970), nemški hidrodinamik. Pomembno je prispeval k teoriji mejnega sloja, turbulence in teorije kril. Izjemno dober učitelj hidrodinamike.

na manjši tehnični detajl. V Bernoullijevi enačbi je $|v|^2$ seveda kvadrat absolutne vrednosti hitrosti, torej $|v|^2 = \frac{dw}{dz} \frac{d\bar{w}}{d\bar{z}}$. V Blasiusovi enačbi pa je $v^2 = \frac{dw}{dz} \frac{dw}{dz}$, torej zgolj kvadrat hitrosti in ima torej realno in imaginarno komponento. To je posledica (tu je ne bomo natančno izpeljali) dejstva, da je v Blasiusovi enačbi kvadrat hitrosti pomnožen z dz in da integriramo po robu telesa, ki po definiciji sovpada s tokovnico, in je torej $d\omega = d\bar{\omega}$.



Slika 7. Deformacija integracijske zanke v Blasiusovi enačbi

Ker hitrost $v(z)$ po predpostavki v komplementu telesa nima nobenih singularnosti, lahko zanko C razklenemo in deformiramo tako, kot prikazuje slika 7. Integral po C v nasprotni smeri od urinega kazalca lahko tako zamenjamo z nasprotno predznačenim integralom po C' v smeri urinega kazalca. Da izračunamo ta integral, ne potrebujemo več hitrosti na samem obodu telesa, pač pa zgolj hitrost daleč stran od telesa. V tem območju, torej za $|z/z_0| \gg 1$, kjer je z_0 singularna točka nekje v notranjosti telesa, pa velja za hitrost Laurentov razvoj

$$v(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{v_n}{(z - z_0)^n} = v_0 + \frac{v_1}{z - z_0} + \frac{v_2}{(z - z_0)^2} + \dots, \quad (17)$$

kjer so

$$v_n = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{v(z') dz'}{(z' - z_0)^{1-n}}.$$

Podoben razvoj lahko izpeljemo tudi za kvadrat hitrosti $v^2 = \frac{dw}{dz} \frac{dw}{dz}$, ki nastopa v Blasiusovi enačbi. Če primerjamo med seboj koeficiente obeh razvojev, vidimo, da mora veljati

$$\oint_C v^2(z) dz = 2v_0 \oint_C v(z) dz. \quad (18)$$

Zgornja zveza velja za poljubno zanko $\mathcal{C}$. Nesemo jo nazaj v Blasiusovo enačbo, pa dobimo teorem Kutta-Žukovski

$$F_y - iF_x = -\frac{1}{2}\rho \oint_{\mathcal{C}} v^2 dz = \rho v_0 \oint_{\mathcal{C}'} v(z) dz = \rho v_0 \Gamma. \quad (19)$$

Pri zadnjem prehodu čez enačaj smo se spomnili še definicije cirkulacije toka. Integral tu poteka v smeri urinega kazalca. Zanimivo je, da smo dobili identični rezultat kot pri obtekanju valja s cirkulacijo.

Novo pa je to, da teorem Kutta-Žukovski velja splošno za katerokoli telo s stalnim presekom v tretji dimenziji. Sila v smeri toka bo nič, saj teorem Kutta-Žukovski nima imaginarne komponente, medtem ko bo v prečni smeri deloval dinamični vzgon. Ta kaže navzgor, kadar je cirkulacija pozitivna (v smeri urinega kazalca). Teorem Kutta-Žukovski bi tako lahko zapisali tudi vektorsko

$$\mathbf{F} = \rho \mathbf{v}_0 \times \mathbf{\Gamma}, \quad (20)$$

pri čemer smo ustrezno, v smislu desnosučnega vijaka, definirali smer vektorja cirkulacije. Dinamični vzgon na poljubno telo v idealni tekočini, katere tok ima od nič različno cirkulacijo, je torej enostavno sorazmeren vektorskemu produktu vektorja cirkulacije in vektorja hitrosti zunanega toka.

Na osnovi zgornjega teorema lahko sedaj razumemo tudi delovanje Fletnerjevega krila: imamo zunanji tok s hitrostjo $\mathbf{v}_0$, vrtenje valja pa ustvarja v tekočini neko cirkulacijo $\mathbf{\Gamma}$. Medsebojno učinkovanje enega in drugega pa pripelje do sile, ki deluje pravokotno na smer zunanje hitrosti.

2.4 Konformne preslikave

Osnovna zamisel tega zadnjega koraka pri izpeljavi dinamičnega vzgona krila je, da kompleksni hitrostni potencial valja s cirkulacijo povežemo s tokom okrog krila, ki seveda ni valj. Za dvodimenzionalen tok to lahko storimo s **konformnimi preslikavami**. Če imamo namreč dve analitični funkciji, $\omega(z)$ in $F(z)$, potem je tudi $\omega(F(z))$ analitična funkcija. Preslikavi $\omega(z) \rightarrow \omega(F(z))$ pravimo tudi konformna preslikava oziroma transformacija.

Poiskati moramo potemtakem konformno preslikavo, ki bo valj preslikala v nekaj krilu podobnega. Prvi je takšno preslikavo odkril Žukovski in se po njem tudi imenuje. Konformna preslikava Žukovskega ima obliko

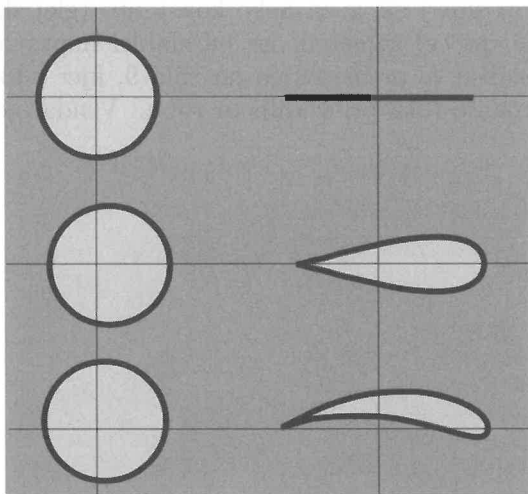
$$z \longrightarrow Z, \quad \text{kjer je} \quad Z = z + \frac{c^2}{z}. \quad (21)$$

V kaj ta konformna preslikava preslika valj z radijem a , ki ga v polarnem

zapisu opisuje $z = ae^{i\theta}$? Za koordinati $Z = X + iY$ hitro dobimo enačbo [2]

$$\frac{X^2}{\left(a + \frac{c^2}{a}\right)^2} + \frac{Y^2}{\left(a - \frac{c^2}{a}\right)^2} = 1. \quad (22)$$

V splošnem torej preslikava Žukovskega valj preslika v elipso s polosema $a + \frac{c^2}{a}$ in $a - \frac{c^2}{a}$. Če nadalje vzamemo $c = a$, potem elipsa degenerira v daljico dolžine $4a$ s krajiščema pri $Z = 2a$ in $Z = -2a$. Daljica pod nekim naletnim kotom glede na smer zunanje hitrosti v_0 pa je preprost model krila. Bolj splošno preslikava Žukovskega preslika valj oz. krog v različne krilu bolj ali manj podobne like, slika 8. Pri tem moramo dovoliti, da prvoten valj ni centriran v izhodišču koordinatnega sistema. Za zdaj se zadovoljimo z limito daljice, ko je $c = a$. Izračunajmo torej hitrostno polje okrog te daljice, nagnjene za kot α .



Slika 8. Konformna preslikava Žukovskega preslika krog, ki ni v središču koordinatnega sistema (na levi strani slike), v krilo podoben lik (na desni strani slike).

Premaknimo najprej koordinatni sistem v smeri, obratni gibanju urinega kazalca, za kot α , torej $z \rightarrow ze^{i\alpha}$. Dobimo

$$\omega(z) = v_0 \left(ze^{i\alpha} + \frac{a^2}{z} e^{-i\alpha} \right) - i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln z + i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln \alpha. \quad (23)$$

Takšnemu kompleksnemu potencialu ustreza hitrostno polje

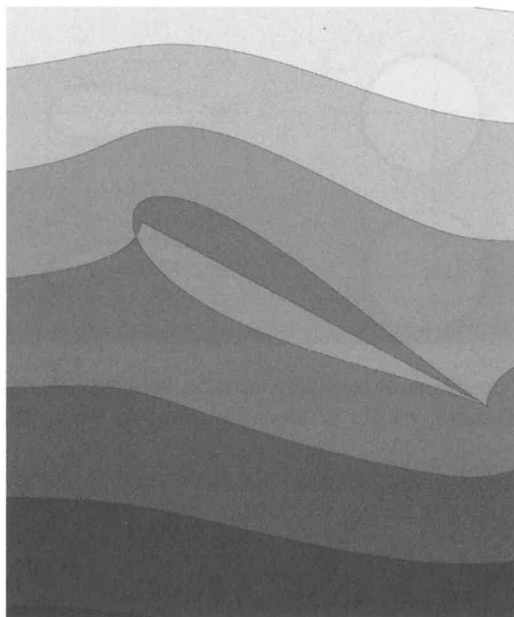
$$v(z) = \frac{d\omega(z)}{dz} = v_0 \left(e^{i\alpha} + \frac{a^2}{z^2} e^{-i\alpha} \right) - i \frac{\Gamma}{2\pi z}. \quad (24)$$

To hitrostno polje sedaj preslikamo s konformno preslikavo Žukovskega, enačba 21. Dobimo

$$v(z) = \frac{d\omega(z)}{dz} \frac{dz}{dZ} = \frac{v_0 \left(e^{i\alpha} + \frac{a^2}{z^2(Z)} e^{-i\alpha} \right)}{1 - \frac{a^2}{z^2(Z)}} - i \frac{\Gamma}{2\pi \left(z(Z) - \frac{a^2}{z(Z)} \right)}. \quad (25)$$

Za $c = a$ zgornje hitrostno polje torej ustreza obtekanju daljice dolžine $4a$, ki je glede na zunanjo hitrost nagnjena za naletni kot α .

Naj zavoljo jasnosti še enkrat ponovimo potek računanja. V prejšnjem razdelku smo obdelali tok okrog valja, v tem razdelku pa smo preslikali to polje v polje okrog nagnjene daljice. To nam je uspelo s konformno preslikavo Žukovskega. Ne da bi to naredili, bi lahko hitrostno polje okrog valja preslikali tudi v hitrostno polje okrog krila, podobnega nagnjeni solzi (slika 9). Takšno obliko krila dobimo, če koordinatno izhodišče valja predstavimo v pozitivni smeri osi x za neko konstanto (glej sliko 8). Ustrezen račun je analitično precej zapleten, ga pa zlahka napravimo numerično v Mathematici. Rezultat je predstavljen na sliki 9, kjer lahko tudi zelo lepo opazujemo odklanjanje toka pri vodilnem robu. Vendar še nismo čisto pri



Slika 9. Skica prikazuje v Mathematici izrisano hitrostno polje za nagnjeno „solzo“. Ta oblika je, v nasprotju z nagnjeno daljico, že zelo podobna realnemu krilu. Področja med različnimi tokovnicami sva progresivno zatemnila. Navpična in vodoravna skala sta arbitrarni, saj nam ne gre za kvantitativno analizo hitrostnega polja.

koncu. Namreč hitrostno polje okrog različnih oblik profila krila je še vedno odvisno od tega, kaj vzamemo za cirkulacijo Γ . Naše rešitve veljajo za poljubno cirkulacijo. Teorem Kutta-Žukovski pa pravi, da je dinamični vzgon odvisen od vrednosti cirkulacije. Ali je potem popolnoma nedoločen oziroma poljuben?

2.5 Hipoteza Žukovskega

Hitrostno polje enačbe 25 ima pomembno slabost. Namreč hitro se lahko prepričamo, da hitrost na naletnem in zadnjem robu našega krila, torej nagnjene daljice, divergira. Enako bi veljalo tudi za druge, bolj zapletene oblike kril. Pomanjkljivost se torej ne skriva v naivnosti modela krila.

Do divergence hitrosti pridemo takole. Razvijmo hitrostno polje nagnjene daljice (enačba 25) okoli zadnjega roba krila, ki je podan z $Z = 2a$ oziroma $z = a$. Torej za $z = a + \epsilon$, kjer je $\epsilon/a \ll 1$, dobimo skozi Taylorjev razvoj

$$v(z = a + \epsilon) = v_0 \cos \alpha - \epsilon^{-1} i \left(\frac{\Gamma}{4\pi} - v_0 a \sin \alpha \right) + \mathcal{O}(\epsilon). \quad (26)$$

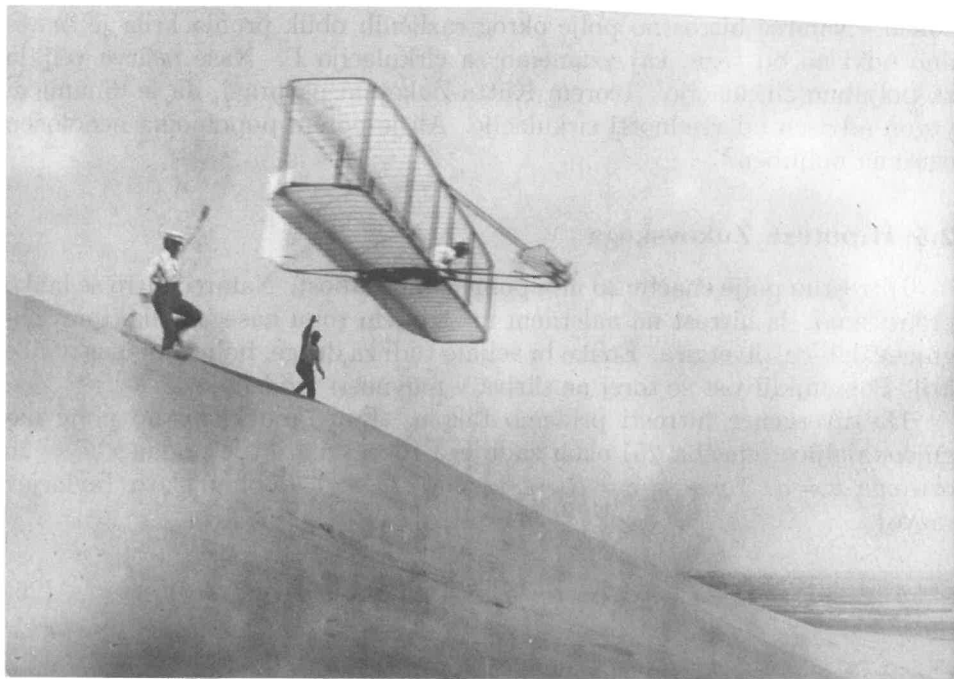
Če izraz v oklepaju pri členu ϵ^{-1} ni enak nič, hitrost na zadnjem robu divergira, ko gre $\epsilon \rightarrow 0$. Da bi dobili fizikalno smiselno rešitev, ki je povsod okrog krila končna, je Žukovski predpostavil, da moramo za cirkulacijo vzeti takšno vrednost, da bo divergentni člen v enačbi 26 enak nič. To imenujemo tudi **hipoteza Žukovskega**. Po Žukovskem mora torej veljati, da je

$$\Gamma = 4\pi v_0 a \sin \alpha. \quad (27)$$

Hipotezo Žukovskega se da formulirati tudi bolj nazorno, namreč takole: Da bi bila hitrost povsod končna, moramo zadnjo zastojno točko pri obtekanju krila postaviti natančno na rob krila. Cirkulacija krila se sama nastavi tako, da zadnja zastojna točka sovpada s koncem krila in je hitrostno polje zato povsod končno.

Hipoteza Žukovskega vsebuje več, kot se zdi na prvi pogled. V naš račun namreč nekako skozi stranska vrata pripelje viskoznost. Popolnoma postane razumljiva šele v okviru teorije mejnega sloja, kar pa presega nivo, ki ga želimo ohraniti v tem sestavku. Zato naj navedemo brez podrobne razlage: hipoteza Žukovskega je smiselna zato, ker v bližini krila ne moremo zanemariti viskoznosti. Čeprav celoten račun hitrostnega polja nikjer eksplicitno ne vsebuje viskoznosti, pa je ta implicitno vsebovana v hipotezi Žukovskega, ki tudi določa vrednost Γ . Kot zanimivost naj povemo, da v superfluidni tekočini, kjer je viskoznost identično enaka nič, dinamičnega vzgona **ni**.

Preostane nam torej le, da vrednost za cirkulacijo, dobljeno iz hipoteze Žukovskega, vnesemo v enačbo 20 za dinamični vzgon ter tako dobimo končni



Slika 10. Fotografija, posneta med enim od poskusnih letov bratov Wright v Kitty Hawku, nekje med 4. in 11. avgustom 1901. Avtor fotografije je Octave Chanute.

rezultat

$$F_y = \rho v \Gamma = 4\pi a \rho v_0^2 \sin \alpha. \quad (28)$$

To je torej linearna gostota sile dinamičnega vzgona na ravno površino širine $4a$, nagnjeno v zunanjem toku za naletni kot α . Da dobimo celotno silo, moramo F_y pomnožiti še z razponom kril. Celotno silo dinamičnega vzgona na krilo tako zapišemo kot

$$F_v = \pi S \rho v_0^2 \sin \alpha, \quad (29)$$

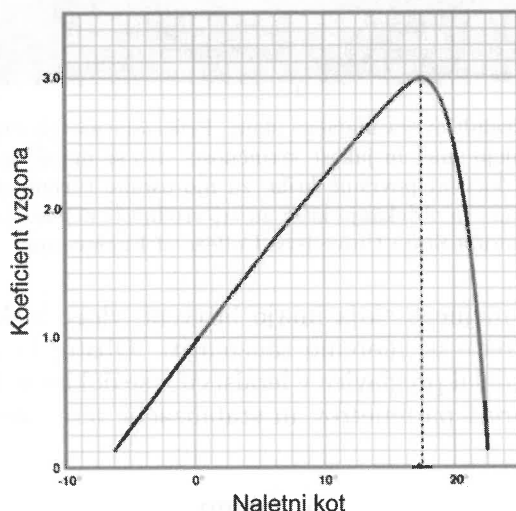
kjer je S celotna površina krila. Ta rezultat je izpeljal Žukovski leta 1906 in neodvisno pred njim v svojem doktoratu leta 1902 tudi Kutta. Brata Wilbur in Orville Wright (slika 10), ki sta v Kitty Hawku (Severna Karolina) opravila prvi uradno priznani letalski polet 17. decembra 1903, sta bila predvsem empirično usmerjena. Čeprav sta poznala takratno aerodinamsko strokovno literaturo, seveda nista vedela za teorem, ki se je skrival zakopan v doktoratu Kutte. Letalstvo se je torej začelo bolj ali manj povsem empirično in so njegovi neustrašni pionirji⁶ zato tem bolj vredni našega občudovanja. Teo-

⁶Nemški letalski pionir Otto Lilienthal (1848–1896) je v svojih zadnjih trenutkih, potem ko je strmoglavil z letalom, izrekel neštetočrat citirane besede: „Žrtve so potrebne.“

retična aerodinamika, postavljena na teoremu Kutta-Žukovski, mu je sledila z rahlim časovnim zamikom.

2.6 Veljavnost teorije dinamičnega vzgona

Teorija dinamičnega vzgona, ki temelji na teoremu Kutta-Žukovski in na hipotezi Žukovskega, zadovoljivo opisuje hitrostno polje okrog krila in tudi sile nanj. Danes sicer zares ne računamo vzgona kril na tak način, ampak kar neposredno z numeričnim reševanjem osnovnih enačb hidrodinamike. Takšne rešitve omogočajo veliko bolj natančno določevanje dinamičnega vzgona in tudi izračun optimalnih karakteristik krila.

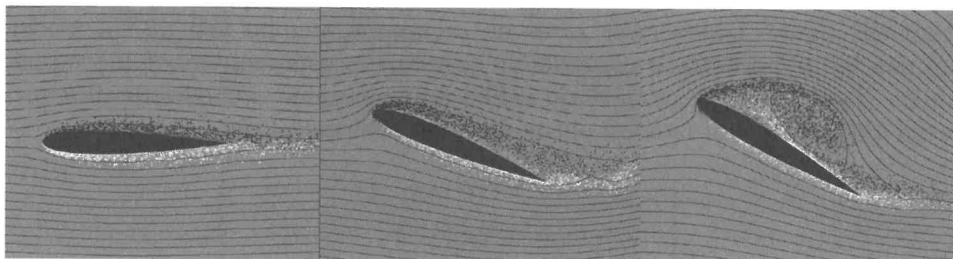


Slika 11. Celotna krivulja odvisnosti koeficienta dinamičnega vzgona od naletnega kota. Koeficient dinamičnega vzgona je definiran kot $C_L = F_v / (\frac{1}{2} \rho v_0^2 S)$, kjer je F_v sila dinamičnega vzgona, v_0 hitrost leta in S celotna površina krila. Druge oznake so standardne. Pri nekem kritičnem naletnem kotu, katerega numerična vrednost je odvisna od profila krila, pride do zloma dinamičnega vzgona in teorija Kutta-Žukovski ne velja več.

Opisana teorija ne vsebuje kakšnih protislovij, razen seveda tega, da velja zgolj za dovolj majhne naletne kote, ko je mejna plast tekočine oziroma mejna tokovnica, tokovnica laminarnega toka, trdno *zalepljena* na krilo [3]. Na sliki 11 se da videti, kako se empirično spreminja koeficient dinamičnega vzgona z naletnim kotom. Pri nekem končnem kritičnem naletnem kotu se dinamični vzgon drastično zmanjša, pride do **zloma vzgona**, in le-ta ne sledi več odvisnosti, ki jo podaja enačba 29.

Ločevanje laminarnega mejnega sloja in z njim povezan nastanek turbulentnega sloja in drastičnega padca dinamičnega vzgona [3], je prvi opisal

Ludwig Prandtl⁷. Laminarni sloj se namreč lahko ob določenih pogojih „odlepi“ od površine, kot to prikazuje slika 12. Med odlepljenim laminarnim mejnim slojem in krilom nastane področje turbulentnega toka, ki ne sodeluje več pri ravnovesju sil, ki ga opisuje teorem Kutta-Žukovski. Sledi torej drastično zmanjšanje dinamičnega vzgona oziroma zlom vzgona. Detajli tega procesa presegajo nivo tega članka.



Slika 12. Ločitev Prandtlovega mejnega sloja. Prikazane so tokovnice, medtem ko bele in črne točke označujejo smer in jakost vrtničnosti. Ko se mejni sloj oziroma tokovnica tik ob površini krila loči od površine krila, za njo ostane turbulentni sloj z intenzivno vrtničnostjo. Prikazano je obtakanje krila za tri vrednosti naletnega kota. Prirejeno po Szu-Chuan Wang, Florida State Univeristy, College of Engineering.

Pri ločevanju mejnega sloja imajo bistveno vlogo viskozni efekti in jih tudi v najnižjem redu ne moremo zanemariti. Obstoj kritičnega naletnega kota je dolgo časa delal preglavice v letalstvu, vse dokler se ljudje niso naučili natančno kontrolirati parametrov in stabilizacije leta, predvsem naletnega kota.

3. Sklep

V prvem delu tega članka sva predstavila poenostavljene modele dinamičnega vzgona, za katere pa se je izkazalo, da niso realistični, včasih so celo v nasprotju z empiričnimi dejstvi. Kljub preprosti fizikalni sliki principov leta jih zato ne moremo vzeti zares. Detajlna teorija, ki temelji na teoremu Kutta-Žukovski in hipotezi Žukovskega, je veliko bolj realistična, vendar jo je tudi težje razložiti laiku [4]. Da imajo s tem probleme tudi drugi avtorji, se da razbrati iz zadnje „vojne“ na temo zlorab Bernoullijeve enačbe pri razlagi principov leta [5]. Teorem Kutta-Žukovski je še vedno dejansko posledica Bernoullijeve enačbe in ga torej lahko vpeljemo preprosto skozi gostoto tokovnic in z ustreznimi spremembami tlaka. Popolnoma nekaj drugega pa je

⁷Ludwig Prandtl (1875–1953), nemški fizik, utemeljitelj moderne hidrodinamike. Težko bi našli kakšen problem v sodobni hidrodinamiki, ki ga ni bodisi začel ali pa rešil Prandtl. Največji vpliv na hidrodinamiko je ohranil njegov koncept mejnega sloja in pa ločitve oz. odlepljanja mejnega sloja.

razlaga asimetričnega polja hitrosti okrog krila. Newtonski in bernoullijevski model tu povsem odpovesta. Obstoj cirkulacije in s tem asimetrične hitrosti nad krilom in pod njim pa lahko najbolj preprosto zagovarjamo s hipotezo Žukovskega, ki temelji na zahtevi, da mora ena od stagnacijskih točk sovpadati z zadnjim robom krila, kar edino lahko omogoča končnost hitrostnega polja v vsaki točki okrog krila. Bralca najbrž ne bo ogrel argument, da je asimetrično polje hitrosti dejansko posledica viskoznosti tekočine v tankem mejnem sloju okrog krila, iz česar sledi hipoteza Žukovskega.

Se da let razložiti bolj preprosto? Kako bi ga razložili recimo Rožletu? Nekako takole: Obstoj sile dinamičnega vzgona na letalo oziroma njegovo krilo seveda po Newtonu pomeni, da letalo z enako in po smeri nasprotno silo deluje navzdol na obtekajoči zrak. Ker je sila na zrak sorazmerna spremembi njegove gibalne količine na enoto časa, sledi, da se mora zrak ob krilu gibati v povprečju navzdol. Rožletu bi torej razložili delovanje letala tako, da krilo *piha* zrak navzdol in deluje na letalo z reakcijsko silo tega zraka. To se zelo dobro vidi tudi s slik, ko letala preletavajo oziroma letijo skozi oblake, slika na naslovnici. Takšna razlaga bi bila, kot že vemo, popolnoma pravilna pri hipersoničnem letu. Pri podzvočnem letu pa bi jo morali nekoliko natančneje pokomentirati. Po teoriji Kutta-Žukovski namreč krilo zraka ne „piha“ navzdol, ampak ga zgolj na hitro „prestavlja“ ob krilu navzdol. Toda če bi pri tem upoštevali še trodimenzionalno naravo krila in predvsem njegovo končno dolžino, bi hitrostno polje zadaj za krilom res dajalo vtis, da krilo „piha“ zrak navzdol (zelo lepo razvidno s slike na naslovnici). Pa naj leti, kdor more!

4. Zahvala

Zahvaljujeva se dr. Juretu Zupanu za branje obeh člankov in vse njegove stilske pripombe. Zahvaljujeva se tudi obema recenzentoma za tehtne pripombe.

LITERATURA

- [1] L. Vidic, *Neklasična in klasična krila* (Diplomsko delo), Fakulteta za matematiko in fiziko, Ljubljana, 2002.
- [2] R. Podgornik, *Mehanika kontinuov*, pisni materiali za študente, 2005, <http://www-f1.ijs.si/~rudi/self/kontinui.html>.
- [3] L. Prandtl in O. G. Tjens, *Fundamentals of hydrodynamics and aeromechanics in Applied hydrodynamics and aeromechanics*, Dover publications, New York, 1957.
- [4] J. D. Anderson, *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw-Hill, New York, 2001.
- [5] G. M. Craig, *Stop Abusing Bernoulli! – How Airplanes Really Fly*, Regenerative Press, 1. januar 1998.

ILUZIJA OBJEKTIVNOSTI ALI OBJEKTIVNOST ODGOVORNOSTI

DAMJAN KOBAL

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2000): 97C40, 97D60

Objektivnost ocenjevanja je zagotovo ena izmed temeljnih skrbi odgovornega učitelja. Formalizem pa ima z objektivnostjo, pravičnostjo in dobrim ocenjevanjem malo skupnega. Formalizem vrednotenja in ocenjevanja ponavadi le ustvarja iluzijo objektivnosti, obenem pa (učitelja) odvezuje odgovornosti ter vodi v trivializacijo učnih vsebin in v plitvost odnosov.

THE ILLUSION OF OBJECTIVITY OR THE OBJECTIVITY OF RESPONSIBILITY

Objectivity of grading is surely one of the essential concerns of a responsible teacher. Formalization of grading has little effect on objectivity, fairness and quality of evaluations. Formalization of grading usually only creates an illusion of objectivity, while it diminishes (teacher's) responsibility and leads to the trivialization of educational content and to shallowness of human relations.

Poučevanje in še posebej ocenjevanje je kompleksno in odgovorno delo, ki zahteva tako široke strokovne kompetence kakor tudi zelo težko opisljiv človeški faktor. Dober učitelj je hkrati javni delavec in intimni poznavalec človeških duš. Profesionalec v svoji stroki in hkrati administrativni delavec. Vzgojitelj in policaj. Znotraj kaosa vzgojnih vrednot, izobraževalnih ciljev in političnih interesov družba od njega pričakuje objektivno ocenjevanje.

Objektivno ocenjevanje

Kaj sploh je in kako zagotoviti objektivno ocenjevanje?

To vprašanje se zdi za današnjo šolsko politiko najpomembnejše. Poenostavljena definicija objektivnega ocenjevanja in določitev poti za doseg le-tega sta zelo preprosti. Ocena je objektivna, če je neodvisna od učitelja. Povedano drugače, ocena naj bo rezultat poskusa, katerega ponovitev bi dala isti rezultat. Vsekakor se ne zdi pošteno, če bi isti izdelek dva različna učitelja ocenila različno. Še več, zdi se neodgovorno. Da bi torej dosegli

objektivno ocenjevanje, je treba zagotoviti formalni sistem točkovanja, ki bo onemogočil subjektivnost učitelja.

V nadaljevanju bomo poskusili z nekaj konkretne statistike pokazati, kako naivna in za ustvarjalno šolo škodljiva so tako poenostavljena razmišljanja.

Pri predmetu *Metodika matematike*, ki ga poslušajo študenti pedagoške smeri Oddelka za matematiko na Fakulteti za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani, govorimo tudi o ocenjevanju. Kolikor je mogoče, smo pri tem konkretni. Več let je del teh zelo praktičnih vaj tudi zanimiv poskus. Pripravljenih imamo nekaj primerov konkretnih pisnih izdelkov dijakov, tako običajnih kontrolnih vaj kot tudi primere mature. Študentje najprej dobijo teste, ki so jih reševali dijaki, da jih rešijo sami. Potem študente naključno razdelimo v dve skupini, ene imenujemo *racionalisti* in druge *intuicionisti*. Racionalisti sami izdelajo točkovalnik, po katerem bodo točkovali izdelke dijakov, intuicionisti pa začnejo takoj popravljati teste samo z dogovorom o številu točk za posamezne naloge. V grobem so rezultati vselej podobni, in sicer:

1. V naših skupinah so intuicionisti končali ocenjevanje v približno dveh tretjinah časa, ki so ga racionalisti porabili samo za pripravo točkovalnika. Popravljanje s točkovalnikom se časovno ni izkazalo hitrejše od intuitivnega ocenjevanja. Po naših ocenah je priprava točkovalnika časovno približno ekvivalentna oceni prvih (torej najzamudnejših) 5–10 izdelkov. Racionalistično ocenjevanje 30 izdelkov torej po naših ocenah vzame približno 150 % časa, ki je potreben za intuitivno oceno.
2. Na koncu so povprečne ocene v obeh skupinah približno enake. Odkloni v smer višje ali nižje povprečne ocene pri racionalistih in intuicionistih se pojavijo v obeh smereh, in sicer v odvisnosti od tipa nalog.
3. Razpršenost ocen je pri intuicionistih komaj opazna in samo včasih večja. Pogosto je razpršenost ocen intuicionistov večja zaradi spregledane pravilne (a nenavadne) rešitve. V podobnih primerih racionalisti redkeje spregledajo pravilno rešitev, ker je za oceno po točkovalniku potrebno popravljavčevo razumevanje rešitve.
4. Zanimivejše naloge imajo pri ocenah intuicionistov celo manjšo razpršenost kot ocene racionalistov.
5. Največ težav povzročajo racionalistom (tako pri sestavi točkovalnika kot pri njegovi uporabi) vsebinsko zanimivejše naloge, medtem ko se šablonske naloge izkažejo kot primerne za njihovo ocenjevanje.

6. Zanimivo je, da se razpršenost ocenjevanja racionalistov zmanjša ob izrecnih opozorilih in navodilih, da ima točkovalnik namen objektivizirati ocene, medtem ko točkovalnik, katerega namen je izključno pomoč ocenjevalcu pri dobrih odločitvah o oceni, na razpršenost praktično nima nobenega vpliva.
7. Pri maturitetnih nalogah so racionalisti uporabljali že pripravljen (uradni) točkovalnik. V teh primerih je razpršenost ocen racionalistov nekoliko manjša.

Nekaj opomb k zgornjim trditvam:

1.–2. K prvima dvema trditvama ni kaj dodati.

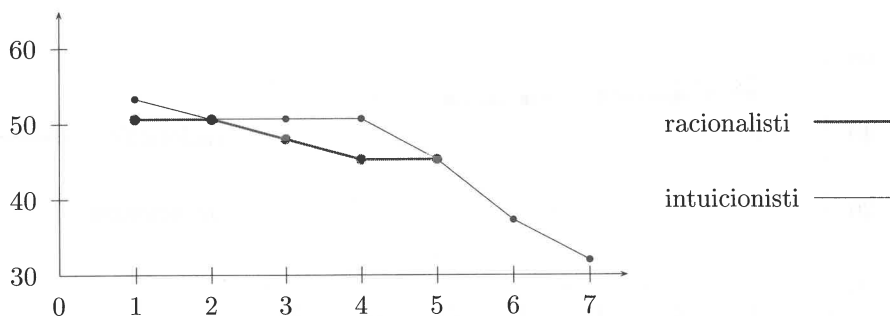
3. To, da učitelj pri intuitivnem ocenjevanju pogosteje spregleda morda celo izvirno rešitev, je po našem mnenju za razvoj normalnih odnosov med učiteljem in učenci celo dobrodošlo. Očitna napaka bo dijaka spodbudila, da se zavzame zase, da mogoče še bolj razmisli, kako bo svoje mnenje utemeljil. Vsak pravi učitelj bo napako takoj spoznal in jo popravil ter se primerno opravičil. Tak dogodek torej poučevanju in ocenjevanju daje tudi človeško dimenzijo, saj se učitelj in dijak znajdeta zunaj formalnih okvirov na polju etičnih dejanj in odgovornih odločitev. Zelo nenavadne rešitve pri racionalistih ponavadi niso spregledane, ker točkovalnik popravljavca bolj sili v to, da rešitev nekam uvrsti. Težko pa to stori, dokler rešitve ne razume. Se pa v takih primerih pri racionalistih pojavi razburjenje in velika poraba časa, preden razumejo potek rešitve.
4. Zanimiv podatek. Še posebej ob poudarkih, da je za dobro šolo nujna ustvarjalnost in ne šablonsko znanje.
5. Ta ugotovitev ima po našem mnenju najhujše in najbolj dolgoročne negativne posledice za samo bistvo izobraževanja. Učitelji zavedno in nezavedno prehajajo v samocenzuro, se izogibajo ustvarjalnejših nalog in posledično temu prilagajajo tudi pouk.
6. Zdi se, da točkovalnik doseže drug namen, če ga uporabimo kot „katalizator objektivnosti“, kot pa, če bi ga uporabili kot „katalizator dobrih odločitev“. Nadaljnje interpretacije prepuščamo bralcem.
7. Predvidevamo, da je v teh primerih pomembnejša od (priprave) točkovalnika učiteljska izkušnost, ki je bila popravljavcem posredovana prek točkovalnika (pripravili so ga izkušeni učitelji) in jo študenti intuicionisti

Iluzija objektivnosti ali objektivnost odgovornosti

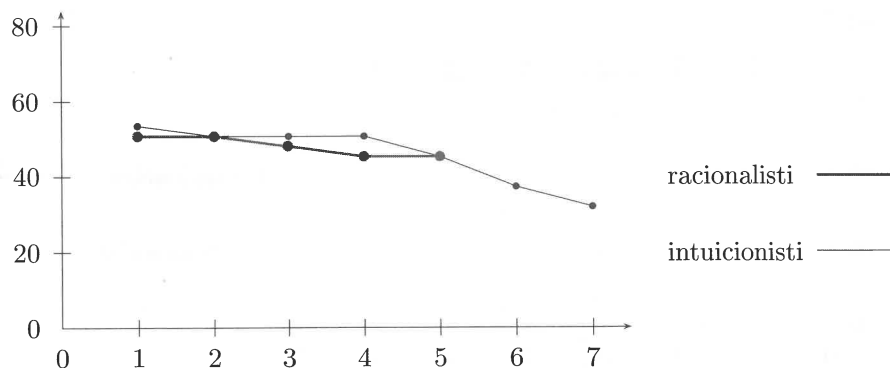
še ne premorejo. V pripravo uradnega točkovalnika je bilo investiranih ogromno ur dela in zanikati, da ima to pozitiven vpliv na dobro ocenjevanje, bi bilo nesmiselno. Smiselno pa bi se bilo vprašati, v koliko minutah bi izkušen učitelj lahko študenta intuicionista opozoril na nekatere pomembne podrobnosti pri popravljanju, ki bi razpršenost ocen intuicionistov približale ali celo izenačile z razpršenostjo ocen racionalistov. Zanimiva bi bila primerjava razpršenosti ocen izkušenih učiteljev, če bi ocenjevali s tako natančno izdelanim točkovalnikom ali če bi naloge ocenili brez njega.

Statistično smo obdelali samo nekaj podatkov in zelo resna statistična študija ni bila naš namen. Izbrali smo nekatere primere, ki so še posebej zanimivi in vredni razmisleka. S podatki in idejami, ki jih posredujemo, želimo le povečati našo učiteljsko kritičnost in odgovornost. Oglejmo si nekatere statistične rezultate na zelo majhnem statističnem vzorcu.

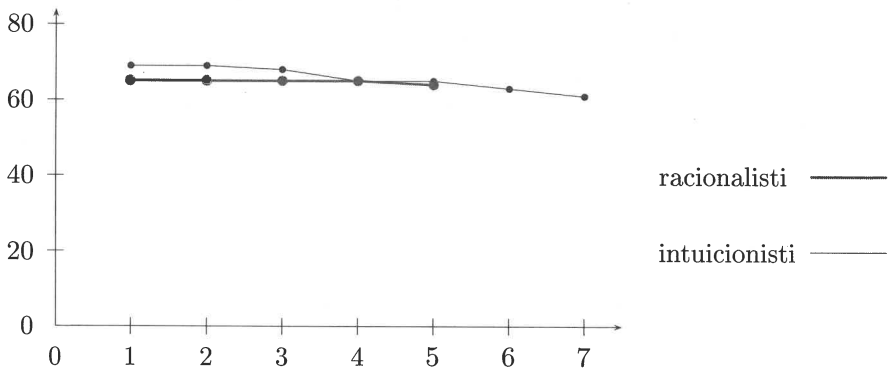
Maturitetne izdelke *Janeza, Helene, Toneta, Metke* in *Viktorja* je ocenila skupina 5 racionalistov in 7 intuicionistov. Takšen je graf ocen za Janeza:



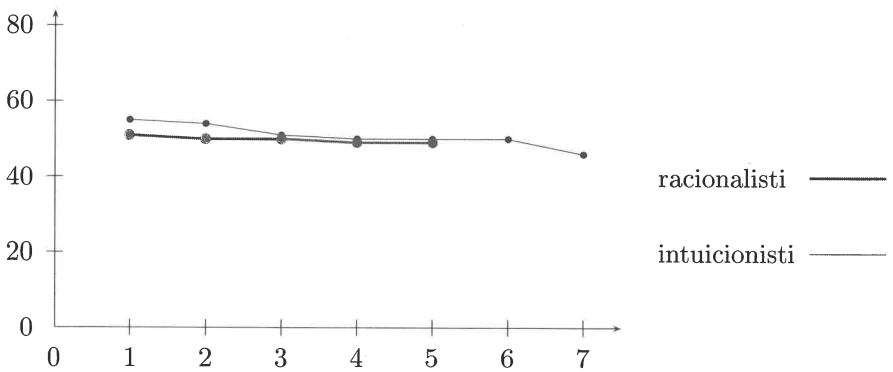
Ocene racionalistov imajo očitno manjšo razpršenost. Graf bi lahko uporabili kot „dokaz“, da je točkovalnik zanesljiv „objektivizator“ ocen. Razlike so videti precej sprejemljivejše, če rezultate prikažemo relativno:



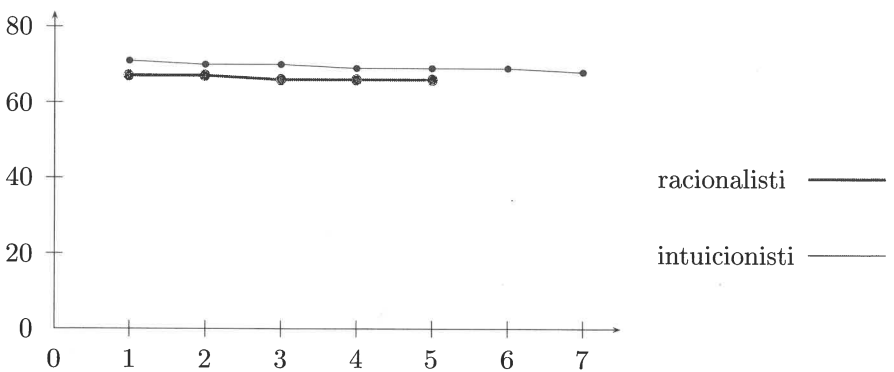
Takole so naši ocenjevalci ocenili Heleno:



takole Toneta:

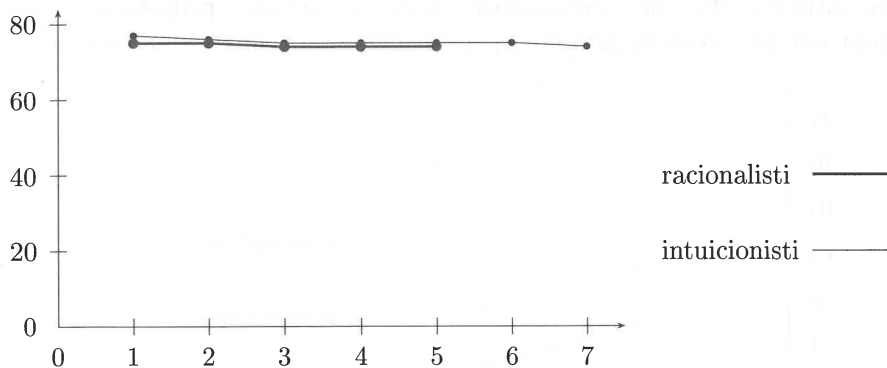


takole Metko:

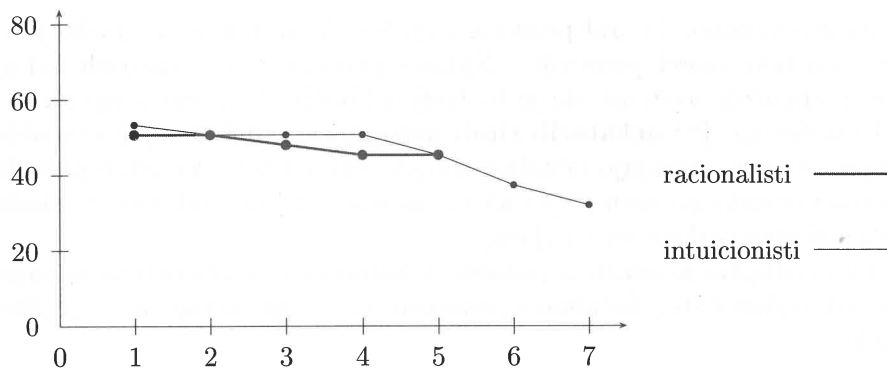


Iluzija objektivnosti ali objektivnost odgovornosti

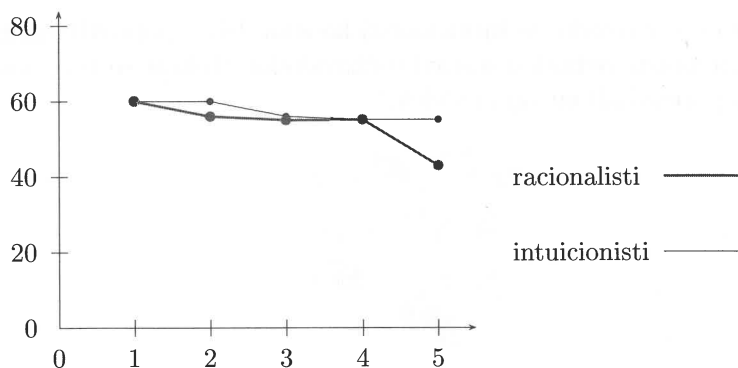
in takole Viktorja:



Pa si ponovno oglejmo ocene Janeza.

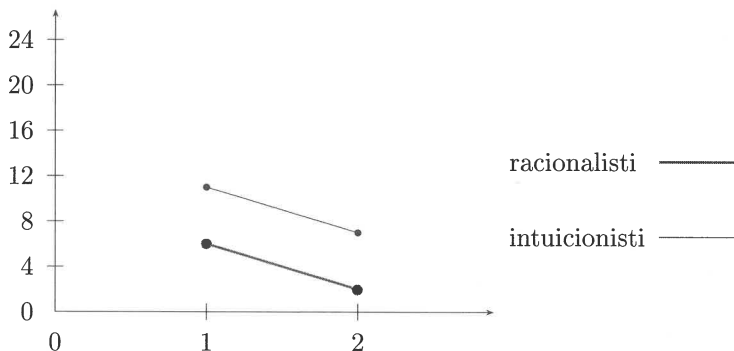


Takole je Janeza ocenila druga skupina ocenjevalcev:



V vseh zgoraj navedenih primerih so racionalisti uporabljali že pripravljen (uradni) maturitetni točkovačnik. Čas popravljanja racionalistov in intuicionistov se ni veliko razlikoval. V povprečju so racionalisti za popravljanje porabili približno 5–10 % več časa kot intuicionisti.

Zanimivo je tudi to, da se pogosto pojavi „nekakšen pravilen odklon“ ocen intuicionistov in racionalistov. Ideja je najlepše prikazana na naslednjem zelo preprostem primeru ocen intuicionistov in racionalistov:



Bralca vabimo, da graf primerja z grafom Metkinih ocen. Težko je ugotoviti, kaj taki vzorci pomenijo. Njihova pravilnost pri nekaterih nalogah skoraj izključuje možnost, da je to zgolj naključje. Preprost sklep pa bi bil lahko naslednji. Pri **nekaterih tipih nalog** točkovačnik ne vpliva na objektivnost. Ocene ohranjajo učiteljev subjektivni pristop. Včasih točkovačnik povzroči translacijo ocen v eno ali drugo smer. Bralce vabimo, da skušajo najti smiselne razlage tega pojava.

Pa si oglejmo še nekatere primere, v katerih so racionalisti sami najprej sestavili točkovačnik. Začnimo s primerom ene same naloge, ki se je glasila takole:

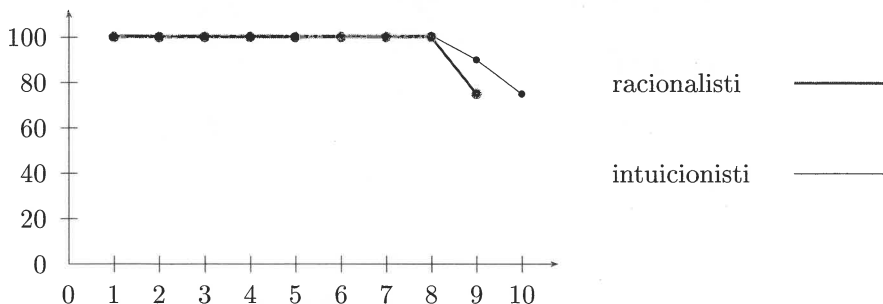
Rešite enačbo $3^{2x+1} + 3^{2x} = 108$.

Kot rečeno že v uvodu, so intuicionisti končali delo s popraviljanjem prej, kot so se racionalisti zedinili o sestavi točkovačnika. Tokrat so racionalisti in intuicionisti popravljali en sam izdelek:

$$\begin{aligned}
 & 3 \cdot 3^{2x} + 3^{2x} = 108 \\
 & 4 \cdot 3^{2x} = 108 \\
 & 2 \cdot 3^{2x} = 54 \\
 & 3^{2x} = 27 \\
 & 2 \cdot 3^x = 3 \\
 & 2x = 3 \\
 & x = \frac{3}{2}
 \end{aligned}$$

Iluzija objektivnosti ali objektivnost odgovornosti

Potem ko so torej racionalisti skupaj s pripravo točkovalnika porabili približno 250 % časa, ki so ga za popravljanje namenili intuicionisti, pridemo do naslednjega grafa, ki prikazuje nekaj, čemur lahko rečemo tudi objektivnost ocenjevanja. Tokrat je ocenjevalo 9 racionalistov in 10 intuicionistov. Ker smo nalogo ocenjevali povsem ločeno, smo jo ocenjevali na skali 0–100 točk.



Pa si pogledjmo še primer popravljanja celotne kontrolne naloge. Kontrolne naloge in tudi rešitve so konkreten primer iz ene izmed slovenskih srednjih šol. Študentje intuicionisti in racionalisti so najprej sami rešili test, ki ga navajamo dobesedno tako, kot je bil naveden v originalu:

Kontrolna naloga

1. Reši sistem enačb:

$$\begin{aligned}x + 3y + 2z &= 0 \\x - y + z &= 1 \\2x + y + 3z &= 1\end{aligned}$$

2. Če vozimo s hitrostjo 40 km/h, prevozimo razdaljo v treh urah. Za koliko bi morali povečati hitrost, da bi isto razdaljo prevozili v dveh urah?

3. Določi ulomek, za katerega velja, da je vsota števca in imenovalca enaka 7. Če ulomek delimo z $\frac{2}{3}$, dobimo 2.

4. S šestilom in ravnilom nariši trikotnik ABC , če je $b = 7$ cm, $v_b = 3$ cm, $t_b = 5$ cm.

5. V trikotniku ABC meri prvi kot 60° , drugi meri $\frac{\pi}{2}$ radianov. Kolikšen je tretji kot, izražen v radianih?

Racionalisti so zatem začeli sestavljati točkovalnik, intuicionisti pa takoj pregledovati in ocenjevati naslednjo rešitev.

1. $x + 3y + 2z = 0 \quad (-1)$

$x - y + z = 1$

$2x + y + 3z = 1$

$x + 3y + 2z = 0 \quad (-1)$
 $-x - 2y - 2z = 0$

$x - y + z = 1$

$-4y - z = 0$

$x - y + z = 1 \quad (-2)$

$-2x + 2y - 2z = -2$

$2x + y + 3z = 1$

$3y + z = -1$

$-4y - z = 0 \quad /3$

$3y + z = -1 \quad /4$

$-12y - 3z = 0$

$12y + 4z = -4$

$z = -4$

$x - y + z = 1$

$x - 1 - 4 = 1$

$x - 5 = 1$

$x = 6$

$3y - 4 = -1$

$3y = -1 + 4$

$3y = 3$

$y = 1$

$T(6, 1, -4)$

2. $40 \text{ km/h} \dots 3h$

$x \text{ km/h} \dots 2h$

$x = \frac{40 \cdot 3h}{2h}$

$x = 60 \text{ km/h}$

Udg: Voziti moramo s hitrostjo 60 km/h.

3. $5 \cdot 1 \text{ m} = 7 \cdot \frac{2}{3} = 2$

$x : \frac{2}{3} = 2$

$x \cdot \frac{3}{2} = 2$

$x = 2 \cdot \frac{2}{3}$

$x = \frac{4}{3}$

$4 : 3 = 2$

Ulohek, za katerega velja, da je vrsta stena in imenovalec 7 je ulomek $\frac{4}{3}$.

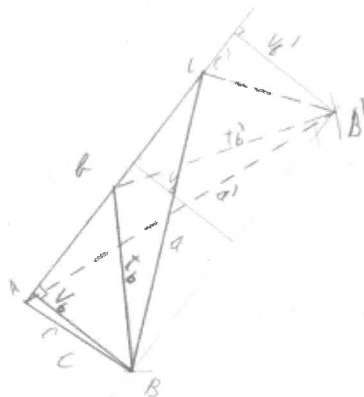
$\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} = 2$
 $\frac{12}{6} = 2$

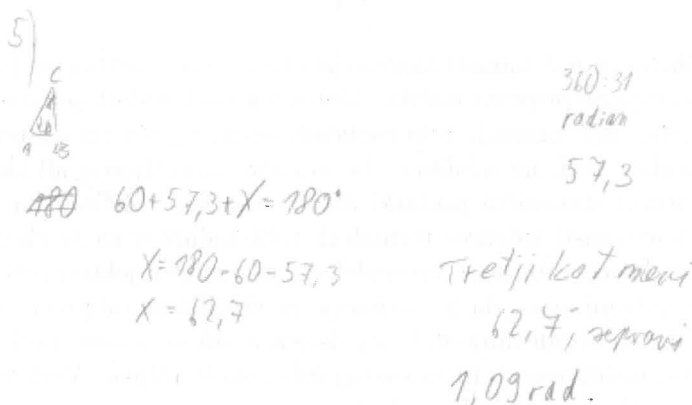
4) $\triangle ABC$

$b = 7 \text{ cm}$

$V_b = 3 \text{ cm}$

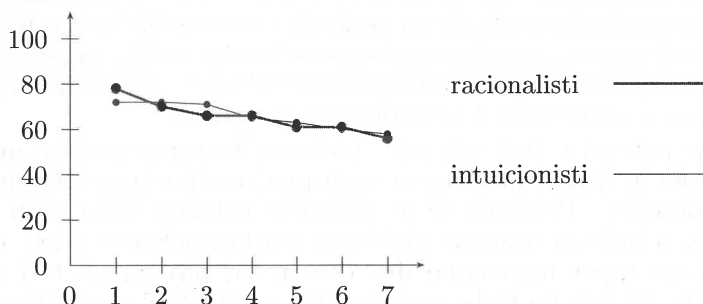
$t_b = 5 \text{ cm}$





Prepričani smo, da je prikazani primer zanimiv, a za izkušenega učitelja nič kaj nenavaden izdelek. Vešči bralec bo pri tretji nalogi opazil, da je učitelj glede na to, kaj je želel preveriti, nalogo slabo zastavil. Nekoliko več truda je treba, da razvozlamo „rešitev“ četrte naloge. Morebitnega površnega bralca želimo opozoriti, da sta dve rešitvi „malo čudni“, saj sta dve težiščnici na stranico *b* očitno različni.

Vrnimo se k našim popravljavcem. Podobno, kot smo že povedali, so racionalisti za pripravo točkovalnika in ocenitev tega izdelka v skladu z njim porabili približno 250 % časa, ki so ga za ocenitev porabili intuicionisti. V tem primeru imamo ocene sedmih racionalistov in sedmih intuicionistov. Rezultate bomo spet najlepše prikazali z grafom.



Navedimo še povprečno oceno in razpršenost ocen racionalistov in intuicionistov.

	Povprečna ocena	Standardni odklon
Racionalisti	65,43	7,16
Intuicionisti	65,86	5,87

Sklep

Niti približno ni naš namen zagovarjati teze, naj si učitelj za popravljajanje in ocenjevanje ne pripravi načrta. Gotovo je točkovalnik potreben, da bi poenotili ocenjevanje mnogih zelo različnih ocenjevalcev na eksternih preverjanjih znanja. Tudi ne mislimo, da so naša razmišljanja ali skromni in skromno obdelani statistični podatki dokaz česarkoli. Želimo pa postaviti vprašanje o koristnosti izdelave formalnih točkovalnikov za že skoraj vsako šolsko oceno. Bralce vabimo k razmisleku o pomenu objektivnosti in odgovornosti. Prepričani smo, da je skrivanje in izogibanje odgovornosti, ki je potrebno za dobro ocenjevanje in ki ga sistem in mi sami tako radi skrivamo v točkovalnike, neodgovorno in za razvoj šole zelo škodljivo. Vera v to, da je mogoče s pomočjo točkovalnikov objektivizirati ocenjevanje in učitelja odvezati odgovornosti pri odločanju, je iluzija, ki vodi v trivializacijo učnega procesa, učnih vsebin in, kar je najbolj pomembno, v trivializacijo in včasih kar absurdnost odnosov.

VESTI

STROKOVNO SREČANJE IN OBČNI ZBOR DMFA Gozd Martuljek, 10. in 11. 11. 2006

Kraj naslednjega srečanja smo začeli iskati že v Cerknem. Nazadnje smo se odločili za Gozd Martuljek. Hotel je sicer v začetku novembra zaprt, vendar so nam odgovorni zagotovili, da ga bodo ob zadostni udeležbi odprli. Vsako leto je več udeležencev, zato smo zadostno udeležbo zlahka zagotovili. Zasedli smo ves obnovljeni del hotela, in tako so tisti, ki so se prijavili kasneje, dobili nekoliko slabše urejene sobe v še neobnovljenem delu.

Strokovni del je potekal v treh sekcijah: matematika osnovna šola, matematika srednja šola in fizika. Posebej so imeli predstavitve in predavanja fiziki (osnovne raziskave). Pokazalo se je, da so se nekateri fiziki selili iz pedagoške sekcije v sekcijo za osnovne raziskave, zato so nekateri želeli, da strokovnemu srečanju zopet namenimo dva dneva, saj niso mogli biti na obeh sekcijah hkrati. O tem bo treba še razmisliti, saj učitelji ne dobijo za naše strokovno srečanje dveh prostih dni.

Povzetke predavanj smo tako kot lani že pred srečanjem objavili na domači strani društva. Tako so se lahko udeleženci že doma odločili, katera predavanja oziroma delavnice bodo obiskali.

Ker smo povzetke predavanj objavili tudi v biltenu srečanja, naj naštejemo le predavatelje in naslove njihovih predavanj oziroma delavnic, in sicer v takem vrstnem redu, kot so predavali:

Petek, 10. novembra 2006

Matematika – osnovna šola:

- Darjo Felda, *Metodični koraki pri usvajanju merjenja ploščine*
- Zlatan Magajna, *Uvajanje v dokazovanje pri pouku geometrije*
- Jože Malešič, *Načrtovalne naloge kot igra*
- Nada Razpet, *Dokazi in „dokazi“*
- Silva Kmetič, *Vloga dokaza pri pouku matematike*
- Izidor Hafner, *Modeli poliedrov*
- Marija Vencelj, *Saj ni res, pa je!*
- Nada Razpet, *Projekt POLLEN*

Matematika – srednja šola:

- Zlatan Magajna, *Razvoj pouka matematike v poklicnih in srednjih strokovnih šolah*
- Nada Marčič, *Povezovanje matematičnih in drugih znanj pri pouku matematike v poklicnih in srednjih strokovnih šolah*
- Cvetka Rojko, *Vloga in pomen uporabe tehnologije v novih programih srednjega poklicnega in strokovnega izobraževanja*
- Marko Razpet, *Poti do adicijskih izrekov*
- Matjaž Željko, *Značilne točke trikotnika*
- Olga Arnuš in Jasna Kos, *Skrivnostni primer ali kdo je umoril psa (matematične teme, medpredmetno sodelovanje)*
- Marija Vencelj, *Trizrcalni izrek in njegova uporaba*
- Tine Golež, *Interdisciplinarni pristop poučevanja matematike*
- Izidor Hafner, *Modeli poliedrov*
- Anton Cedilnik, *Definicija evklidskega prostora pri predmetu Matematika 1*
- Boštjan Kuzman, *Matematični plakati z MARSa*

Fizika:

- Nataša Vaupotič, *Preprosti poskusi iz optike*
- Said Bešlagić in Robert Repnik, *Prstni odtis glasbe*
- Mojca Čepič, *Svetloba in senca v naravi in domu*
- Sonja Jejčič, *Spektroskopija Sonca*
- Barbara Rovšek, *Interpretacija poskusov*
- Tomaž Kranjc, *Fizika za nefizike*
- Gorazd Planinšič, *Potniško letalo*
- Nada Razpet, *Preprosti eksperimenti*
- Stane Arh, *Verižni eksperiment*
- Karel Šmigoc, *Fizikalni in kemijski pojavi pri gorenju sveče*

V večernem delu smo si lahko ogledali razstavo plakatov (*Boštjan Kuzman*), razstavo denarja z likom Nikole Tesle in pokušino vin (*Jože Vraničar*) ali pa se spominjali Sončevega mrka in izleta v Turčijo z *Mitjem Rosino*, ki že pripravlja ogled naslednjega mrka v času počitnic, da bodo lahko na opazovanje odšli tudi učitelji.

Po večerji je prišel na vrsto sprostitevni del, ki je bil namenjen glasbi, plesu, resnim in manj resnim debatam ob omizjih. Nekateri so se ob glasbi tudi zavrteli.

Sobota, 11. 11. 2006

Zjutraj se nam je najprej predstavil eden izmed sponzorjev matematične olimpijade, podjetje ADD, ki je pooblaščen distributer za program Mathcad. Uporabo programa je predstavil Miro Trampuš. Nato sta Darjo Felda in Matjaž Željko še podrobneje predstavila zakulisje matematične olimpijade.

Fiziki so zatem prisluhnili vabljenemu predavanju Tomaža Prosenca *Kvantna informacija: med kvantnimi računalniki in kvantnim kaosom*, matematiki pa vabljenemu predavanju Janeza Mrčuna *Foliacije, holonomija in Liejevi grupoidi*.

Po odmoru se je pričel **občni zbor** DMFA. Ker je bilo ob 11.00 prisotnih manj kot polovica članov DMFA, se je občni zbor v skladu s 16. členom Pravil DMFA pričel ob 11.30, medtem pa nam je Matjaž Željko predstavil DVD o matematični olimpijadi.

V delovno predsedstvo so bili izvoljeni: predsednik Anton Suhadolc, člana Nada Marčič in Mitja Rosina, zapisnikar Janez Krušič. Overovatelja zapisnika sta bila Maja Klavžar in Peter Legiša.

Občni zbor je najprej pozdravil in mu zaželel uspešno delo dekan Fakultete za matematiko in fiziko prof. dr. Slobodan Žumer. Pozdrave in želje za uspešno delo je poslal tudi častni član DMFA Slovenije Dušan Modic, ki se po dolgih letih letos prvič zaradi zdravstvenih težav ni mogel udeležiti srečanja.

Z minuto molka smo se spomnili preminulih članov društva: Davorina Dolarja, Ivana Kozinca, Petra Merljaka, Sergeja Pahorja (predsednika DMFA Slovenije v letih 1976 in 1977), Aleksandra Rauterja in Alenke Vengar.

Društvena priznanja so prejeli: Irena Drevenšek Olenik, docentka na Fakulteti za matematiko in fiziko; Jure Bajc, docent na Pedagoški fakulteti v Ljubljani; Majda Grum, profesorica matematike; Jože Polajnar, profesor fizike na Gimnaziji Škofja Loka; Marko Špolad, profesor matematike na Gimnaziji Škofja Loka; Gregor Tarman, strokovni sodelavec na Pedagoški fakulteti v Ljubljani.

Posebej se je predsednik društva Zvonko Trontelj zahvalil vsem, ki so sodelovali pri organizaciji mednarodne matematične olimpijade in vseh drugih aktivnosti, ki so potekale od zadnjega občnega zbora.

Poročila o delu društva, ki so bila objavljena v biltenu 58. občnega zbora, so bila sprejeta brez pripomb.

Tomaž Pisanski je prebral poročilo o delu Nacionalnega komiteja za matematiko, ki se je preimenoval v Slovenski odbor za matematiko.

Na predlog Tomaža Pisanskega je soglasno sprejeta naslednja resolucija: „58. občni zbor DMFA Slovenije podpira prizadevanje Državne komisije za splošno maturo, da se kljub prenovi gimnazije čim prej uvede dvonivojsko opravljanje maturitetnega izpita iz naravoslovnih predmetov: biologije, fizike in kemije ter se ohrani obvezna prisotnost matematike pri maturi.“

Člani društva so predlagali, da naj UO v novi sestavi razmisli o:

- ureditvi zmogljivega internetnega priključka v Plemljevi hiši na Bledu (predlaga Mitja Rosina)
- podaljšanju letnega strokovnega srečanja DMFA Slovenije na tri dni, prvi in tretji dan bi bila namenjena bolj specialni tematiki, drugi, z občnim zborom, pa vsem (Mitja Rosina)
- predstavitvi letnega strokovnega srečanja DMFA Slovenije na začetek leta, februar ali prva polovica meseca marca, in posodobitvi naslova biltena ob občnem zboru DMFA Slovenije (Zvonko Trontelj)
- delu članarine, ki bi bil namenjen dejavnosti ene ali več komisij po izbiri člana - plačnika članarine (Tomaž Pisanski)
- obeležitvi 300. obletnice rojstva L. Eulerja; april 2007 (Marija Vencelj, ki je pri tej dejavnosti pripravljena pomagati)
- o primerni obeležitvi stoletnice rojstva Antona Peterlina leta 2008 (Zvonko Trontelj)
- ponovitvi izobraževalnega seminarja „Razvedrilna matematika“ iz januarja 2006

Prijavnina za prvi nivo tekmovanj iz matematike in fizike, ki jih v šolskem letu 2006/2007 organizira DMFA Slovenije, ostaja 220 SIT (0,92 EUR) na tekmovalca.

Občni zbor je potrdil dopolnitve in sprejel Pravila Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, hkrati pa pooblastil upravni odbor v novi sestavi, da pravila uskladi z morebitnimi zahtevami ustrezne službe pri Upravnih enotah Ljubljana, ki bo ugotavljala njihovo skladnost z Zakonom o društvih. Pravila so objavljena na spletnih straneh društva.

Novi predsednik društva je Milan Hladnik. Upravni odbor smo razširili s komisijami za: raziskovalno dejavnost v matematiki, informacijsko tehnologijo in tisk. Imena tajnikov posameznih komisij so objavljena na spletni strani društva.

Tomaž Pisanski je povedal, da bo v decembru na SAZU promocija Zbornika prispevkov ob 250. obletnici rojstva Jurija Vege. Jože Vraničar pa nas je že v petek seznanil z novico, da nameravajo v Metliki odkriti spominsko ploščo Francu Hočevarju. Dogovorili smo se, da bodo v organizacijskem odboru sodelovali tudi predstavniki društva.

Veseli smo, da je bil obisk velik in da iz leta v leto narašča, saj to pomeni, da se vsebina strokovnega srečanja izboljšuje in je privlačna tako za učitelje kot raziskovalce. Vsem, ki so pripomogli, da je bilo delo uspešno, se zahvaljujemo in upamo, da bodo še naprej tvorno sodelovali z društvom.

PRIZNANJA DMFA SLOVENIJE

Marko Špolad, prof.

je učitelj matematike na Gimnaziji Škofja Loka. Pedagoško delo opravlja zelo zavzeto in pritegne pozornost vseh, tudi tistih, ki sprva obračajo matematiki hrbet.

S svojimi kritičnimi pogledi na položaj in razvoj slovenske gimnazije sodeluje v javnih razpravah in si prizadeva uveljaviti pomen tekmovanj v znanju, ki jih obstoječi šolski sistem preveč odriva in jim ne da ustrezne organizacijske in finančne podpore.

Veliko energije vlaga v dodatno izobraževanje nadarjenih dijakov in jih pripravlja na matematična tekmovanja. Dijaki posegajo po priznanjih in nagradah na državnih in mednarodnih tekmovanjih (lani je njegov varovanec prejel srebrno medaljo na sredozemskem matematičnem tekmovanju, predlani pohvalo in letos srebrno medaljo na olimpijadi).

Marko Špolad se odlično znajde tudi kot organizator tekmovanj, čemur smo bili priča na 46. matematičnem tekmovanju srednješolcev Slovenije.

Majda Grum, prof.

je upokojena učiteljica matematike, ki je zadnjih 23 let poučevala na Gimnaziji Bežigrad. Potrpežljivo in požrtvovalno je vztrajala, da so dijaki usvojili potrebna znanja, iskala je izvirne pedagoške prijeme in jih posredovala drugim članom aktiva. Opravila je mnogo ur hospitacij za študente matematike in imela veliko vzorčnih ur za učitelje iz drugih šol in kolege, ki so z njo učili.

Veliko časa je posvetila nadarjenim dijakom in jih navduševala za udeležbo na državnih in mednarodnih matematičnih tekmovanjih, kjer so posegali po najvišjih mestih. Sodelovala je pri pripravi in izvedbi tekmovanj na šoli ter širjenju matematične literature.

Jože Polajnar, prof.

je učitelj fizike na Gimnaziji Škofja Loka. Dijake nenehno navdušuje za fiziko in svet naravoslovja. Svoj originalni interdisciplinarni pogled na poučevanje fizike je utemeljil v razredu, ne v trendovskih političnih razpravah.

Svoje osnovno delo nadgrajuje z mentorstvom raziskovalnih nalog, vodenjem astronomskega krožka in delom z mladimi fiziki. Tekmovalci so pod njegovim mentorstvom dosegli številne vrhunske rezultate na državnih tekmovanjih iz fizike, vrh pa je dosegel varovanec z zlato olimpijsko medaljo. Jože Polajnar je aktiven tudi kot član regijske tekmovalne komisije in organizator regijskih fizikalnih tekmovanj, uspešno pa je izpeljal tudi organizacijo državnega tekmovanja leta 1998.

doc. dr. Jurij Bajc

je asistent za fiziko na Pedagoški fakulteti Univerze v Ljubljani. Devetkrat je že sodeloval kot eden izmed vodij slovenske ekipe na fizikalni olimpijadi in že

več let pomaga pri sestavljanju nalog za državna tekmovanja in vsakoletnih pripravah olimpijske ekipe.

Prostovoljno je sprejel nalogo koordinatorja aktivnosti ob Svetovnem letu fizike 2005 in jo opravil izjemno uspešno. Pomagal je pri koordinaciji slovenske verige verižnega eksperimenta, kjer je bilo vključenih več slovenskih mest, poskuse pa so izvajali ljudje vseh starostnih skupin. V letu 2005 je organiziral prek 20 predavanj znanih mlajših slovenskih fizikov po gimnazijah vse Slovenije in pripravil ekipo predavateljev za lanski jesenski Festival fizike. Juriju Bajcu gre tudi glavna zahvala, da je svetovni dogodek – prenos svetlobnega signala okrog Zemlje – ki so ga spomladi 2005 začeli fiziki iz Avstrije, uspel tudi po Sloveniji in bil prenesen v Italijo. Organizacijsko nepogrešljiv je bil tudi pri številnih drugih aktivnostih v okviru svetovnega leta fizike in v letu za njim, npr. v Slovenskem tehničnem muzeju v Bistri pri Vrhniki in v Slovenski hiši eksperimentov v Ljubljani.

doc. dr. Irena Drevenšek Olenik

je zaposlena na oddelku za fiziko Fakultete za matematiko in fiziko, kjer se posveča pedagoškemu delu in popularizaciji fizike med mladimi. Njeno raziskovalno delo sega v področje fizike kondenzirane snovi.

Irena Drevenšek Olenik je že v prvi polovici leta 2004 začela pomagati pri pripravah na Svetovno leto fizike 2005. Bila je tista, ki je predstavila idejo verižnega eksperimenta in kot glavni organizator pomagala izpeljati projekt, ki je pozneje postal rdeča nit in razpoznavni dogodek Svetovnega leta fizike 2005 pri nas. Z intenzivnim obveščanjem šol je odločilno vplivala na množično in pestro udeležbo. Sodelovala je tudi pri izvedbi delavnice Svetloba in barve na festivalu fizike.

Irena Drevenšek Olenik je tudi članica uredniškega odbora Obzornika za matematiko in fiziko, kjer že nekaj let skrbi za fizikalne vsebine.

Gregor Tarman, prof.

je svojo poklicno kariero učitelja začel na osnovni šoli. Danes kot laborant na Pedagoški fakulteti Univerze v Ljubljani kreativno pomaga pri demonstracijskih poskusih in laboratorijskih vajah. Aktiven je pri organizaciji tekmovanj iz fizike za osnovne šole, kjer pomaga tako pri izbiri eksperimentalnih vaj kot pri pripravi in izvedbi teh nalog.

S svojim vestnim delom je v veliki meri prispeval k uspehu verižnega eksperimenta. Ves čas je spremljal delo študentov konstruktorjev Pedagoške fakultete in jim z nasveti in tehnično pomočjo stal ob strani. Študente je spodbujal pri mnogih ponovitvah demonstracijske verige po vsej Sloveniji in popravljajl poškodovane naprave. Kljub veliki obremenitvi z rednim delom je sproti iskal izboljšane rešitve in nadomeščal šibke člene z bolj zanesljivimi.

Pripravili Nada Razpet, Janez Krušič in Lucijana Kračun-Berc

OBZORNIK ZA MATEMATIK
LJUBLJANA, JANUAR
Letnik 54, številka

R 177/07



ISSN 0473-7466, UDK 51+

100003039, 1

COBISS c

VSEBINA

Članki	Strani
Modeli dinamičnega vzgona letalskih kril – drugi del, Sašo Knez in Rudolf Podgornik	1–17
Šola	
Iluzija objektivnosti ali objektivnost odgovornosti, Damjan Kobal	18–28
Vesti	
Strokovno srečanje in občni zbor DMFA, Nada Razpet in Janez Krušič ...	28–31
Priznanja DMFA Slovenije, Lucijana Kračun–Berc	32–III

CONTENTS

Articles	Pages
Models of aerodynamic lift force – Second part, Sašo Knez and Rudolf Podgornik	1–17
School	
The illusion of objectivity or the objectivity of responsibility, Damjan Kobal	18–28
News	28–III

Na naslovnici je viden podkvasti vrtinec, ki nakazuje navpično gibanje zraka za krili aviona (glej članek na strani 1). Fotografijo objavljamo s prijaznim dovoljenjem avtorja (© Paul Bowen, <http://www.airtoair.net/>).