

IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

ISSN 0473-7466

ODPISAN

2006

Letnik 53

6

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije
Ljubljana, NOVEMBER 2006, letnik 53, številka 6, strani 161–192

Naslov uredništva: DMFA–založništvo, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana
Telefon: (01) 4766 553, 4232 460, 2512 005 **Telefaks:** (01) 2517 281 **Elektronska pošta:** Zaloznistvo@dmfa.si **Internet:** <http://www.obzornik.si/> **Transakcijski račun:** 03100–1000018787 **Devizna nakazila:** SKB banka d.d., Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana **SWIFT (BIC):** SKBAS12X **IBAN:** SI56 0310 0100 0018 787

Uredniški odbor: Mirko Dobovišek (glavni urednik), Peter Šemrl (urednik za matematiko in odgovorni urednik), Irena Drevenšek Olenik (urednica za fiziko), Ciril Dominko, Damjan Kobal, Peter Legiša, Aleš Mohorič, Petar Pavešić, Nada Razpet, Pavle Saksida, Vladimir Bensa (tehnični urednik).

Jezikovno pregledal Janez Juvan, računalniško stavila Monika Testen.
Natisnila Tiskarna RAZVEDRILO v nakladi 1350 izvodov.

Člani društva prejemajo Obzornik brezplačno. Celoletna članarina znaša 5.000 SIT (20,86 EUR), za druge družinske člane in študente pa 2.500 SIT (10,43 EUR). Naročnina za ustanove je 8.000 SIT (33,38 EUR), za tujino 30 EUR. Posamezna številka za člane stane 1.000 SIT (4,17 EUR), stare številke 520 SIT (2,17 EUR).

DMFA je včlanjeno v Evropsko matematično društvo (EMS), v Mednarodno matematično unijo (IMU), v Evropsko fizikalno društvo (EPS) in v Mednarodno združenje za čisto in uporabno fiziko (IUPAP). DMFA ima pogodbo o recipročnosti z Ameriškim matematičnim društvom (AMS).

Revija izhaja praviloma vsak drugi mesec. Sofinancirata jo Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije ter Ministrstvo za šolstvo in šport.

© 2006 DMFA Slovenije – 1657

Poštšina plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM OBZORNIKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Revija Obzornik za matematiko in fiziko objavlja izvirne znanstvene in strokovne članke iz matematike, fizike in astronomije, včasih tudi kak prevod. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij, poročila o dejavnosti Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije ter vesti o drugih pomembnih dogodkih v okviru omenjenih znanstvenih ved. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, diplomantov iz omenjenih strok.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev), sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo), izvleček v slovenskem jeziku, naslov in izvleček v angleškem jeziku, klasifikacijo (MSC oziroma PACS) in citirano literaturo. Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo tudi ločeno od besedila. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Prispevki so lahko oddani v računalniški datoteki PDF ali pa natisnjeni enostransko na belem papirju formata A4. Zaželena velikost črk je 12 pt, razmik med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku ali uredniku za matematiko oziroma fiziko na zgoraj napisani naslov uredništva. Vsak članek se praviloma pošlje dvema anonimnima recenzentoma, ki morata predvsem natančno oceniti, kako je obravnavana tema predstavljena, manj pomembna pa je originalnost (in pri matematičnih člankih splošnost) rezultatov. Če je prispevek sprejet v objavo, potem urednik prosi avtorja še za izvirne računalniške datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov $\text{\TeX}$ oziroma $\text{\LaTeX}$, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

UVODNIK

Zadnji dve leti sta bili izjemno pomembni za slovensko matematiko in fiziko. Organizacija projekta Svetovno leto fizike 2005 in 47. mednarodne matematične olimpijade 2006 sta skupaj z drugimi rednimi aktivnostmi Društva matematikov, fizikov in astronomov prispevali k popularizaciji naših ved in hkrati krepili ponos in občutek pripadnosti k sedaj že dokaj veliki družini slovenskih matematikov, fizikov in astronomov. Naravna želja vseh, ki imamo radi matematiko in fiziko, je deliti to navdušenje z drugimi. In upamo, da je tudi naša revija pomagala uresničevati to željo.

Pred nami je zadnja letošnja številka in hkrati tretja po uvedbi nekatere sprememb. V uredniškem odboru smo z zanimanjem pričakovali vaše odzive. Prav vsi prejeti odzivi so bili za nas prijetno in spodbudno branje. Podprli ste našo usmeritev in pohvalili vsebino prvih dveh števil. Zlasti ste pozdravili naše ideje o tem, kakšni naj bi bili pregledni znanstveni članki, objavljeni v naši reviji. Naj še enkrat poudarim, da naš namen ni objavljati trivialnih prispevkov. Mi podpiramo objavo zahtevnih vsebin, se pa zavedamo, da razlaga težjih matematičnih in fizikalnih konceptov v reviji, kot je *Obzornik*, zahteva daljši uvod, začetne korake na ustreznem nivoju in nato postopno in z dovolj razlage podprto vpeljavo vedno težjih vsebin. Vemo, da je naše občinstvo zelo raznoliko, in želimo si, da bi vsakdo v preglednih znanstvenih člankih našel nekaj zase; tako matematik ali fizik, ki ga je poklicna pot peljala proč od stroke, si pa želi ohranjati stik z njo, kot na drugi strani raziskovalec v akademski sferi, ki se vsak dan intenzivno posveča razvoju svoje vede. In seveda je vsakomur jasno, da je ustreči tem zahtevam izjemno težko. Še enkrat toplo vabimo vse tiste, ki bi bili pripravljeni spoprijeti se s tem zahtevnim izzivom, da nam pošljete svoje prispevke.

Vaših pozitivnih odzivov smo bili nadvse veseli. Vlivajo nam moč za še boljše delo v prihodnosti. Ob vseh teh pozitivnih reakcijah se ne bomo ustrašili tudi kakšnega bolj kritičnega mnenja. Ravno nasprotno, prav taki odzivi lahko bistveno pripomorejo k dvigu kvalitete.

Večina tistih, ki nam je pisala, je prosila, naj njihovih pisem ne objavimo. Upam pa, da ni nič narobe, če citiram zgolj nekaj izjav iz teh pisem brez navedbe imena pisca:

- Prepričan sem, da bom odslej z velikim veseljem posegel po reviji.
- Reči moram, da me je zadnja številka *Obzornika* po dolgem času spet izjemno pritegnila.
- Z velikim veseljem vam izrekam podporo pri novem konceptu revije, ki ji bo morda uspelo prebuditi zavest povezanosti in pripadnosti znanstvenikov IN učiteljev matematike in fizike skupnemu „cehu“.
- Ste pogumni, vaš koncept pa je življenjski.

Uredniški odbor vam želi vesele božične praznike ter srečno in uspešno leto 2007! Hkrati upamo, da boste tudi v tem letu z veseljem brali našo revijo.

Peter Šemrl

MODELI DINAMIČNEGA VZGONA LETALSKIH KRIL PRVI DEL

SAŠO KNEZ in RUDOLF PODGORNIK

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

Predstavila bova nekaj dvodimenzionalnih modelov dinamičnega vzgona pri letalskih krilih. Prva dva modela, bernoullijevski in newtonski, ki sta najbolj popularna pri razlagi letalskega leta, sta na žalost napačna in vodita do zaključkov, ki niso v skladu z empiričnimi dejstvi. Kljub temu često najdeta mesto celo v resni fizikalni literaturi. Pokazala bova, kako in zakaj ta dva modela dinamičnega vzgona odpovesta oziroma kdaj morda vendarle pravilno razložita principe leta.

MODELS OF AERODYNAMIC LIFT FORCE FIRST PART

We will present a few two-dimensional models of aerodynamic lift force. The first two models, the Bernoulli and the Newton model, being popularly invoked to explain the principles of flight, are unfortunately wrong and lead to conclusions that are not supported by empirical facts. Nevertheless they often find their way into serious scientific literature. We will show how and when these two models fail to explain the airfoil lift force, and when they nevertheless approximate the truth.

1. Uvod

Letala seveda letijo. O tem se lahko prepričamo vsak dan. Vprašanje, na katero bova skušala odgovoriti v tem sestavku, pa je, zakaj letijo, oziroma bolj specifično, kako pride do dinamičnega vzgona krila. Odgovorov na to vprašanje se da sicer v literaturi najti več [1], vendar pa žal niso vsi pravilni. Cilj tega članka je, da razblini nekatere napačne in zakoreninjene predstave o naravi dinamičnega vzgona pri letalskih krilih in postavi temelje za njegovo pravilno razumevanje. Da bodo ti temelji čim bolj jasno izrisani, se bova omejila zgolj na osnovne principe teorije kril. Poskusila bova opisati, zakaj so nekatere predstave o naravi leta res napačne in v čem se pravilen odgovor loči od nepravilnih. Tu ne gre za dlakocepljenje. Če bi namreč veljale nekatere poenostavljene in napačne razlage leta, bi se hitro izkazalo, da bi letala letela le v posebnih primerih, v splošnem pa bi ostala na tleh, če ne celo kaj hujšega.

Za dinamični vzgon včasih uporabljamo tudi termin **Magnusov*** efekt.

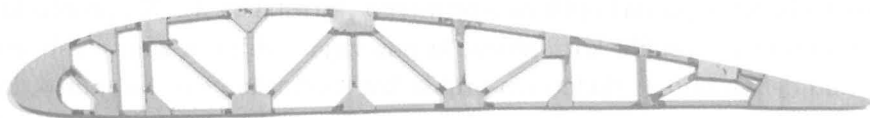
*Gustav Heinrich Magnus (1802–1870), nemški fizik in kemik, ki je med drugim raziskoval nepremočrtno gibanje topovskih projektilov za prusko artilerijo.

Žal gre tu za nesporazum [2]. „Magnusov efekt“ je namreč 110 let pred Magnusom, o njem je poročal Royal Society leta 1749, odkril Benjamin Robbins[†], ki je proučeval let topniških izstrelkov. Pri svoji razlagi dinamičnega vzgona se je Robbins sporekel z Eulerjem, ki je imel drugačne (napačne) razlage nepremočrnega gibanja topovskih izstrelkov. Bolj zgodovinsko ustrezno bi bilo po Tokatyju [2] „Magnusov efekt“ imenovati „Robbinsov“ oziroma „Robbins-Eulerjev efekt“. Toliko o zgodovini.

Druga pomembna stvar, ki se je bova lotila v teh dveh člankih, pa je poskus ovrednotenja, do kod lahko teorijo leta razložimo z mahanjem rok in od kod naprej se moramo zateči k enačbam, ki jih le stežka tolmačimo z mahanjem rok. Pokazalo se bo, da se da del teorije leta povedati z intenzivnim mahanjem rok. To je tisti del, ki je povezan z Bernoullijevo enačbo. Drugi sestavni del teorije leta, in sicer hipotezo Žukovskega, pa stežka formuliramo na intuitiven način, saj na precej globokem in netrivialnem nivoju povezuje hidrodinamiko idealnih in neidealnih tekočin. Ta del teorije leta bo radovednemu laiku žal ostal le težko razumljiv.

2. Skupni temelji modelov dinamičnega vzgona krila

O tem, kaj je krilo, imamo vsi precej nazorno predstavo. Krilo je seveda trirazsežno. Ima razpon D , dolžino L ter pripadajočo površino $S = D \times L$. Če krilo prerežemo pravokotno na njegovo dolgo os, dobimo **profil krila**. Konkreten primer takšnega preseka in ustreznega profila nam prikazuje slika 1. Lahko si predstavljamo, da je krilo pravokotno na dani

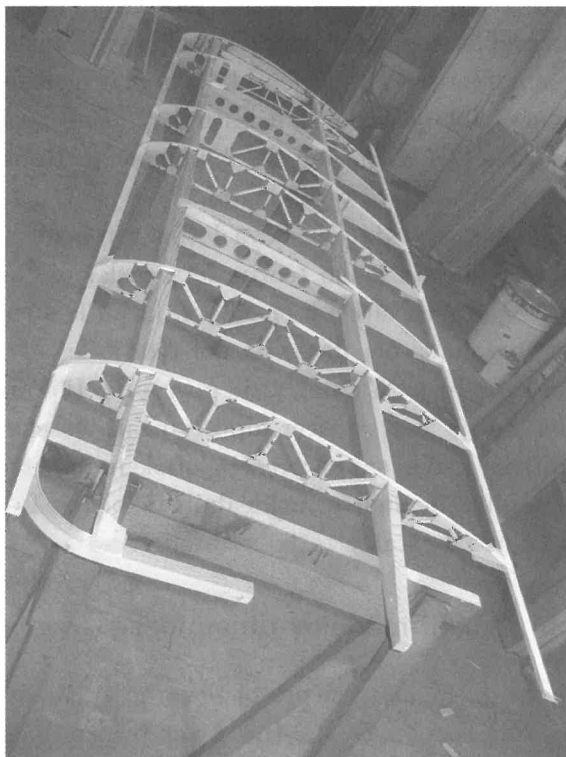


Slika 1. Presek krila pravokotno na njegovo dolgo os razodeva profil krila.

profil neskončno, oziroma da opazujemo tok ne preblizu trupu in tudi ne preblizu konici krila, da nas ne bi skrbeli vplivi konice ali pa korena krila. Za končno veliko krilo je seveda njegov profil odvisen od tega, kje na krilu

[†]Benjamin Robbins (1707–1751), angleški topničar, ki je prvi predlagal topovske izstrelke z vijačnimi utori za stabilizacijo. Leta 1742 je ugotovil, da se vrteči se topovski izstrelki ne gibljejo premočrtno, ker nanje deluje sila (dinamičnega vzgona) pravokotno na hitrost.

ga opazujemo, kot nazorno prikazuje slika 2. Nekaj osnovnih karakteristik

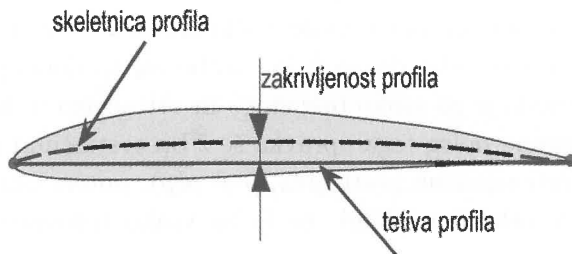


Slika 2. Profil končno velikega krila je odvisen od tega, kje na krilu ga opazujemo. Vzdušni tok se ponavadi zvezno spreminja.

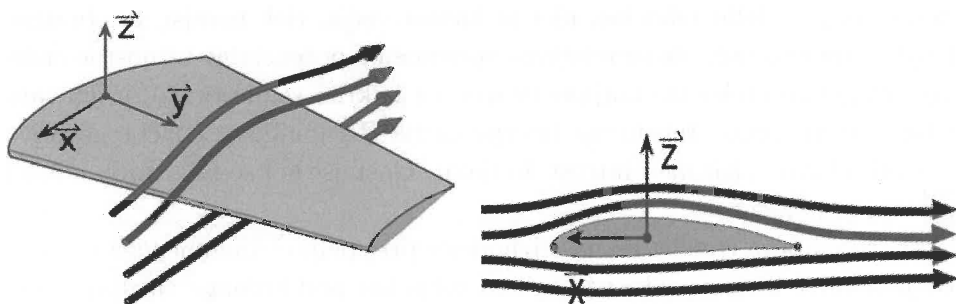
konstrukcije krila pa naj opiševa s primerno skico (slika 3). Na profilu krila definiramo tetivo profila kot daljico, ki povezuje vodilni in zadnji rob krila. Podobno definiramo še skeletnico profila kot sredinsko črto, torej črto, ki je vedno na sredi med zgornjo in spodnjo površino krila. Zakrivljenost profila je največja razdalja med tetivo in skeletnico profila.

Da se ne bi izgubila v podrobnostih, bova aerodinamični vzgon krila izpeljala v primeru dvodimenzionalnega modela krila in dvodimenzionalnega toka tekočine okrog krila. Ta približek nama omogoča, da se izogneva vprašanjem, povezanim s končno razsežnostjo krila in tridimenzionalno naravo hitrostnega polja.

Na letalu postavimo tri telesne osi x , y , z . Velja, da je os x v smeri vektorja hitrosti letala, medtem ko y kaže od korena do konice krila, z pa je pravokotna na obe in kaže navzgor. Okoli dvodimenzionalnega profila krila



Slika 3. Na skici so prikazani trije osnovni parametri krila: skeletnica, zakrivljenost in tetiva krila.



Slika 4. Levo: telesne osi na krilu, desno: presek krila v (x, z) ravnini oziroma dvodimenzionalni profil krila ter pripadajoči tok.

imamo tudi neki hitrostni profil tekočine, v tem primeru zraka (slika 2). V limiti neskončnega krila ta hitrostni profil podaja dvodimenzionalna hitrost $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$, kjer sta $v_x = v_x(x, y)$ in $v_y = v_y(x, y)$. Predpostavimo tudi, da smo počakali zadosti dolgo, tako da je tok tekočine okrog krila stacionaren in laminaren. To pomeni, da tokovnice sovpadajo s potmi delcev tekočine.

Za stacionarno laminarno gibanje idealne tekočine vemo [3], da se da Eulerjeve[†] enačbe gibanja, v katerih nastopajo lokalno hitrostno polje $\mathbf{v}$, tlak p in gostota kot funkcija tlaka $\rho(p)$, idealne neviskozne tekočine zapisati v obliki

$$\mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v}) = \nabla \left(\frac{1}{2} v^2 + \int_0^p \frac{dp}{\rho(p)} \right). \quad (1)$$

Od tod sledi, da mora biti na poljubni tokovnici, ki ima v vsaki točki smer $\mathbf{v}$,

[†]Leonhardt Euler (1707–1783), švicarski matematik in fizik, ki je deloval v St. Peterburgu in Berlinu. Utemeljitelj hidrodinamike. Formuliral je Newtonovo mehaniko v sodobni diferencialni obliki. Kolos fizike.

in poljubni vrtinčnici, ki ima v vsaki točki smer $\nabla \times \mathbf{v}$, izraz v oklepaju konstanten. To se vidi tako, da zgornjo enačbo zaporedoma pomnožimo z $\mathbf{v}$ in pa $\nabla \times \mathbf{v}$. Seveda je za vsako tokovnico in vrtinčnico ta konstanta lahko drugačna. Če imamo poleg tega opravka še z brezvrtinčnim gibanjem, $\nabla \times \mathbf{v} = 0$, in je hkrati tekočina nestisljiva, $\rho \neq \rho(p)$, potem odtod neposredno sledi, da mora v celotni tekočini, ne le za vsako tokovnico in vrtinčnico posebej, veljati

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{konst.} \quad (2)$$

Zgornjo enačbo ponavadi imenujemo **Bernoullijeva**[§] **enačba**. Seveda vidimo, da je v delih tekočine, kjer je hitrost večja, tlak manjši, in obratno. Predpostavimo tudi, da so relativne spremembe potencialne težnostne energije pri gibanju tekočine majhne (v smeri $\mathbf{z}$ je krilo vedno tanko) in jih zato lahko zanemarimo. Intuitivna interpretacija Bernoullijeve enačbe govori o gostoti tokovnic, kar meri hitrost, in tlaku. Gostejše kot so tokovnice, manjši je tlak, in obratno.

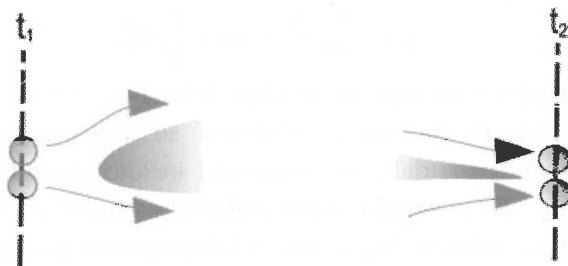
Bernoullijeva enačba bo naše izhodišče pri vpeljavi dinamičnega vzgona. Če je namreč hitrost zraka nad krilom večja kot pod krilom – za zdaj nismo še nič rekli o tem, zakaj naj bi bilo tako – potem bo na spodnjo stran krila deloval nadtlak, ki vodi do sile v smeri osi $\mathbf{z}$. To silo imenujemo **dinamični vzgon krila**. Toliko je jasno. Manj jasen pa je odgovor na vprašanje, zakaj naj bi se zrak nad krilom gibal hitreje kot pod njim. Poglejmo, kako na to vprašanje odgovarja najbolj popularen, a žal napačen model dinamičnega vzgona krila, **bernoullijevski model**[¶].

3. Bernoullijevski model

Najprej se torej posvetimo bernoullijevskemu modelu. Osnovna predpostavka bernoullijevskega modela je, da se dva volumska elementa zraka, ki ju krilo razdvoji, po prehodu krila spet združita. Eden potuje po zgornji strani krila, drugi po spodnji, medsebojno pa vedno ohranjata isto relativno lego (slika 5). S slike 5 je jasno, zakaj se v literaturi ta teorija pojavlja tudi pod imenom teorija daljše poti oziroma teorija enakega preletnega časa. Dolžina

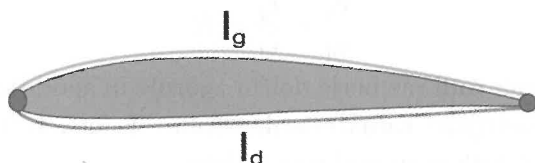
[§]Daniel Bernoulli (1700–1782), švicarski matematik in fizik, po katerem se imenuje najbolj znana enačba hidrodinamike. V tej ali podobni obliki te enačbe ni najti v nobenem Bernoullijevem delu [2]. Dejansko gre za Lagrangeov integral Eulerjevih enačb.

[¶]Avtor tega modela ni Bernoulli, zato ga ne moreva imenovati Bernoullijev model. Vendar vseeno bistveno sloni na uporabi Bernoullijeve enačbe. Bernoullijevski model je zato smiseln kompromis.



Slika 5. Skica prikazuje dva delca zraka, ki potujeta po različnih straneh krila. Ko prepotujeta krilo, sta po predpostavki spet v istem relativnem položaju kot na začetku.

poti zgornjega delca je enaka prečni dimenziji površine profila od vodilnega do zadnjega roba. Podobno velja za spodnji delec. Dolžini teh dveh poti označimo z l_g za zgornjo in l_d za spodnjo pot (slika 6). Po predpostavki sta



Slika 6. Zgornji volumski element zraka s slike 5 pri obtekanju krila opravi pot, ki je enaka zgornjemu obsegu krila. Na skici je ta pot označena svetleje in ima oznako l_g . Analogno je spodnja pot l_d označena s temnejšo črto.

ti dve dolžini za krilo različni: $l_g \neq l_d$. Da se delca tekočine na zadnjem robu krila zopet združita, morata biti preletna časa na zgornjem robu in na spodnjem robu krila enaka. Od tod pa že sledi, da sta hitrosti delcev tekočine na obeh tokovnicah, torej tik nad in tik pod krilom, različni. Ta razlika je v bernoullijevskem modelu le marginalno odvisna od naletnega kota, bistveno pa je odvisna od oblike krila. To je lepo razvidno s slike 6. Če krilo nagnemo za neki naletni kot proti hitrosti, potem se poti zraka nad krilom in pod njim očitno le malenkostno spremenita. Naletni kot bo imel veliko pomembnejšo vlogo pri newtonskem modelu dinamičnega vzgona, ki ga bomo obravnavali kasneje.

Sedaj lahko zapišemo Bernoullijevi enačbi za oba delca tekočine oziroma za tokovnici nad krilom in pod njim. Velja

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_g + \frac{1}{2}\rho \bar{v}_g^2, \quad (3)$$

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 = p_d + \frac{1}{2}\rho \bar{v}_d^2.$$

Enačbi 3 opisujeta zgornjo in spodnjo tokovnico v točki pred krilom, med obtokanjem krila ter za krilom. Ustrezne so tudi oznake. Tu smo predpostavili, da sta hitrosti delca tekočine nad krilom in pod njim konstantni in enaki $\bar{v}_g$ in $\bar{v}_d$. To je seveda zopet približek, vendar pa s tem nisva okrnili fizikalne vsebine računa. Namesto o lokalni hitrosti pač govoriva o povprečni hitrosti.

Omenila sva že osnovno predpostavko bernoullijevskega modela (slika 5), ki pravi, da dela tekočine pot nad krilom in pod njim, l_g in l_d , preletita v istem času. Imenujmo ta preletni čas Δt . Veljati mora potemtakem, da je

$$\Delta t = \frac{l_g}{\bar{v}_g} = \frac{l_d}{\bar{v}_d}. \quad (4)$$

To enačbo malenkostno preoblikujemo v

$$\frac{\bar{v}_g}{\bar{v}_d} = \frac{l_g}{l_d} = R. \quad (5)$$

S tem smo definirali tudi razmerje dolžin zgornje in spodnje strani profila R . R določajo geometrijske karakteristike krila. Iz enačb 3 lahko zapišemo razliko tlakov nad krilom in pod njim. Velja

$$\Delta p = p_g - p_d = \frac{1}{2}\rho (\bar{v}_g^2 - \bar{v}_d^2) = \frac{F_v}{S}. \quad (6)$$

Tukaj smo vpeljali še površino krila S in označili silo dinamičnega vzgona kot F_v . Predpostavimo še, da je sila dinamičnega vzgona vedno pravokotna na vektor hitrosti $\mathbf{v}$ nemotenega toka. Silo vzgona lahko iz enačbe 5 izrazimo tudi z razmerjem dolžin profila R , in sicer

$$F_v = \frac{1}{2}\rho (\bar{v}_g^2 - \bar{v}_d^2) S = \frac{1}{2}\rho \bar{v}_d^2 (R^2 - 1) S. \quad (7)$$

Privzemimo še to, da je hitrost letala v enaka povprečni vrednosti hitrosti med zgornjo in spodnjo stranjo krila, kar je seveda smiselno in najinih zaključkov bistveno ne spremeni. Torej

$$v = \frac{1}{2}(\bar{v}_g + \bar{v}_d) = \frac{1}{2}\bar{v}_d(R + 1). \quad (8)$$

Enačba 7 skupaj z enačbo 8 je v bernoullijevskem modelu izraz za silo dinamičnega vzgona na krilo. Očitno je sorazmerna s kvadratom razmerja med zgornjo in spodnjo dolžino krila in po enačbi 8 tudi s kvadratom hitrosti letala. Ponovimo naj, da v bernoullijevskem modelu dinamičnega vzgona naletni kot nima pomembne vloge. Vse je odvisno zgolj od oblike krila.

3.1 Paradoksi bernoullijevskega modela

Bernoullijevski model je kljub svoji navidezni elegantni logičnosti napačen. Poglejmo si nekaj najbolj očitnih neskladij med napovedmi tega modela in empiričnimi dejstvi.

3.1.1 Ena sama hitrost leta

Če predpostavimo vodoraven let in torej letalo ne pospešuje v vertikalni smeri, mora biti vertikalna komponenta hitrosti enaka nič. Sila dinamičnega vzgona torej v tem primeru natančno uravnoveša silo teže (slika 7). Iz enačb 7 in 8 sledi, da je hitrost letala za vodoravnen let, podana z

$$v = \frac{1}{2}(R + 1) \sqrt{\frac{2mg}{S\rho(R^2 - 1)}}, \quad (9)$$

odvisna od razmerja med spodnjo in zgornjo potjo obtekanja krila R , mase letala m in površine krila S . Med letom se ti parametri ne spreminjajo, zato je bi bila hitrost letala, pri kateri bi bil vodoraven let možen, po bernoullijevskem modelu ena sama. Vodoraven let letala „po bernoullijevsko“ bi bil potemtakem nestabilen in možen le pri eni sami, natančno določeni hitrosti. Empirična dejstva in celo vsakdanja opažanja tega zaključka ne potrjujejo!

3.1.2 Primanjkljaj vzgona

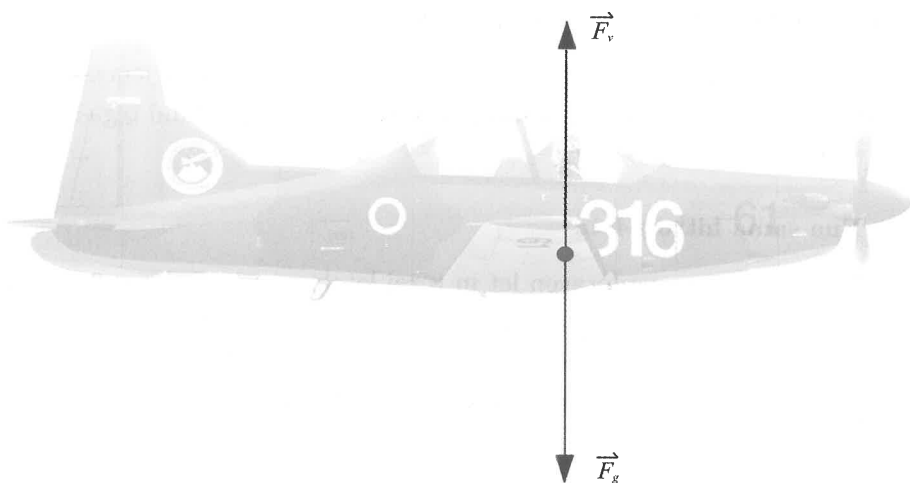
Izračunajmo vzgon letala tipa **pilatus PC-9**, ki je v lasti Slovenske vojske. Pilatus tipično tehta $m = 2000$ kg in leti v režimu vodoravnega leta pri hitrosti $v = 210$ kts^{||} = 108 m/s. Po bernoullijevskem modelu je sila dinamičnega vzgona podana z enačbo 7. Potrebno je le vstaviti numerične vrednosti. Pilatus PC-9 ima profil krila, ki ga standardno označujemo s kodo** PIL15M825. Faktor R za ta profil znaša

$$R(PIL15M825) = \frac{\bar{v}_g}{\bar{v}_d} = \frac{l_g}{l_d} = 1,05. \quad (10)$$

Površina krila na letalu PC-9 je $S = 16,29$ m². Vse dimenzijske podatke za PC-9 torej poznamo in lahko izračunamo numerično vrednost dinamičnega

^{||}Letalski vozil knt = 0,514 m/s.

**Različne krilne kode opisujejo obliko krila in njegove osnovne parametre. V rabi je več krilnih kod.



Slika 7. Sila vzgona in sila teže na PC-9. Privzeto je, da imata obe sili isto prijemališče, kar sicer v splošnem ne drži in je zelo pomembno pri aerodinamiki kritičnih naletnih kotov in dinamiki zloma vzgona. To malo razhajanje pa na naš primer ne vpliva prav nič, saj obravnavamo letalo kot točkasto telo.

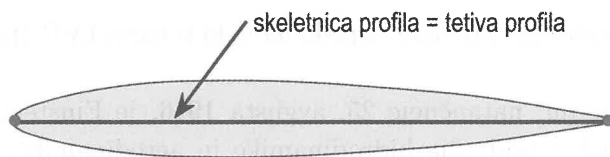
vzgona. Ker vemo, da je s pilatusom mogoče leteti vodoravno, pričakujemo silo vzgona enako sili teže. In kaj nam da bernoullijevski model? Dobimo

$$F_v = \frac{1}{2} \rho \bar{v}_d^2 (R^2 - 1) S = \frac{2 \rho v^2 S (R - 1)}{(R + 1)} = 11\,122 \text{ N}. \quad (11)$$

Pri povprečni operativni masi pilatusa $m = 2000 \text{ kg}$ pa je ustrezna teža letala $F_g = 19\,620 \text{ N}$. Torej nam idealiziran bernoullijevski model da silo dinamičnega vzgona, ki je približno dvakrat manjša od dejanske vrednosti, potrebne za režim leta, za katerega vemo, da je izvedljiv. Podoben izračun za najbolj razširjeno zasebno letalo **cessna C-172** za vodoravni let da kar dvajsetkrat premajhno silo dinamičnega vzgona. Bernoullijevski model dinamičnega vzgona se je torej v obeh primerih zložil po tleh. Dobesedno.

3.1.3 Simetrični profili

Simetrični profil je definiran kot profil, ki ima enako oblikovano spodnjo in zgornjo površino. Pri simetričnem profilu je tetiva profila očitno hkrati skeletnica profila (slika 8). Torej lahko simetričen profil definiramo tudi kot popolnoma nezakrivljen profil, iz česar sledi, da je razmerje $R \equiv 1$. Po bernoullijevskem modelu takšen profil ne bi smel usrvarjati vzgona, saj sta poti



Slika 8. Skica prikazuje simetričen profil in sovpadanje skeletnice profila s tetivo profila.

delcev zraka nad krilom in pod njim identični. Če sta poti l_g in l_d identični, bi pričakovali, da bosta takšni tudi hitrosti $\bar{v}_g$ in $\bar{v}_d$. Razlika identičnih hitrosti je nič in tolikšen bi moral biti tudi vzgon. Vendar empirična dejstva kažejo, da je v normalnih režimih leta simetrični profil praktično enako dober kot primerljiv zakrivljen profil. Pravzaprav imajo nekatera letala, kot recimo dvokrilni akrobatski **pitts S2B**, krila z izključno simetričnimi profili.

Seveda je za simetrična krila bistven naletni kot krila, vendar pa le-ta v bernoullijevskem modelu nima bistvene vloge in je odvisnost sile dinamičnega vzgona od naletnega kota tu le marginalna. Tudi v tem primeru torej bernoullijevski model ni sposoben opisati empiričnih dejstev.

3.1.4 Hrbtni let

Bernoullijevski model tudi nikakor ne zmore pojasniti hrbtne leta. Če se letalo obrne na hrbet, napačno orientira krilo. Krilo bo tako imelo spodaj večjo pot in s tem v bernoullijevskem modelu večjo hitrost. Tako bo sila vzgona delovala navzdol. Letalo bi padlo kot kamen!

Po bernoullijevski razlagi letala torej nikakor ne bi mogla leteti hrbtno, kar pa seveda vemo, da ne drži. Še bolj zanimivo je, da so akrobatska letala, ki morajo imeti dobre letalne lastnosti tudi v hrbtnem letu, skoraj izključno opremljena s krili simetričnega profila. Slovenijo skoraj vsak dan preletava dvokrilni akrobatski **pitts S2B**, ki ima vgrajena krila s simetričnim profilom (slika na naslovnici).

3.1.5 Einsteinovo krilo

Leta 1916 je Einsteina njegov bivši asistent na univerzi v Zürichu Ludwig Hopf navdušil za teorijo letenja [4]. Hopf je namreč s tehniške univerze v Aachnu odšel na center za načrtovanje letal v Berlin-Adlershofu, kjer se je začel ukvarjati z aerodinamiko. Einsteina je prepričal, da je nekaj časa

delal kot svetovalec pri priznani nemški letalski tovarni LVG (Luft-Verkehrs-Gesellschaft).

V tem obdobju, natančneje 25. avgusta 1916, je Einstein objavil tudi svoj edini članek s področja hidrodinamike in aerodinamike: „Elementare Theorie der Wasserwellen und des Fluges“ (Elementarna teorija vodnih valov in leta). V tem članku je prvič predlagal profil krila z grbo oz. profil mačjega hrbta. Idejo za to je dobil na osnovi zmotne predstave o bernoullijevski naravi toka zraka okrog krila. Izboklina na krilu naj bi povečala

DIE NATURWISSENSCHAFTEN

Herausgegeben von

Dr. Arnold Berliner und Prof. Dr. August Pütter

Vierter Jahrgang.

25. August 1916.

Heft 84.

Elementare Theorie der Wasserwellen und des Fluges.

Von A. Einstein, Berlin-Wilmersdorf.

Worauf beruht die Tragfähigkeit der Flügel unserer Flugmaschinen und der im Gleitflug durch die Luft dahingleitenden Vögel? Über diese Frage herrscht vielfach Unklarheit; ja ich muß sogar gestehen, daß ich ihrer einfachsten Beantwortung auch in der Fachliteratur nirgends begegnet bin. Ich hoffe daher, manchem Leser ein Vergnügen zu machen, indem ich mit der nachfolgenden kleinen Betrachtung aus der Theorie der Flüssigkeitsbewegungen diesem Mangel abzuhelfen suche.

Durch eine nach rechts hin (Fig. 1) sich verengende Röhre ströme in der Pfeilrichtung eine inkompressible Flüssigkeit, deren innere Reibung wir vernachlässigen. Wir fragen nach der Druckverteilung in der Röhre. Da durch jeden Querschnitt pro Zeiteinheit dieselbe Flüssigkeitsmenge hindurchströmen muß, so wird die Strömungsgeschwindigkeit q an den Stellen größten Querschnitts am kleinsten, an den Stellen kleinsten Querschnitts am größten sein. Die Geschwindig-

gekehrt. Quantitativ ist dieser Satz für inkompressible Flüssigkeiten bekanntlich durch die Gleichung

$$p = \text{konst} - \frac{1}{2} \rho q^2$$

ausgedrückt, wobei ρ die Dichte der Flüssigkeit bedeutet.

Wir betrachten zunächst einige allgemein bekannte Beispiele zu diesem Satz. Ausfluß einer unter Druck stehenden Flüssigkeit aus einem Gefäße (Torricelli). Bei J (Fig. 2) ist der Druck größer, die Geschwindigkeit dagegen kleiner als bei A , d. h. so, daß

$$p + \frac{1}{2} \rho q^2$$

während des Ausströmens konstant ist.

Als zweites Beispiel diene der Flüssigkeitszerstäuber (Fig. 3). Der durch L zugeführte Luftstrom erweitert sich nach seinem Austritt in die freie Luft nach allen Seiten unter Abnahme seiner Geschwindigkeit. Bei P herrscht deshalb ein geringerer Druck als bei G , also auch ein ge-

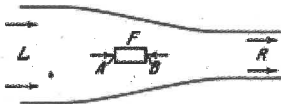


Fig. 1.

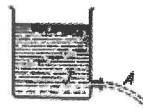


Fig. 2.

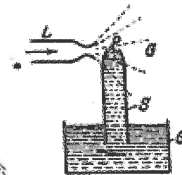


Fig. 3.

Slika 9. Začetek Einsteinovega edinega članka o hidrodinamiki in aerodinamiki, „Elementare Theorie der Wasserwellen und des Fluges“, objavljenega v reviji Die Naturwissenschaften, kjer piše tudi o teoriji kril. Prvi stavek se glasi: „Od kod izhaja vzgon kril naših letal in ptic, ki letajo po zraku.“

vzgon (slika 10), in sicer tako, da bi podaljšala pot zraka nad krilom, s tem povečala razliko hitrosti ter tako povečala dinamični vzgon. Lahko bi tudi

rekli, da je za Einsteina krilo polovična Venturijeva cev. Teorija kril je bila v času, ko je Einstein pisal ta članek, že na precej zavidljivem nivoju, vendar pa je Einstein očitno ni poznal. Einsteinov profil krila je bil preizkušen v göt-



Slika 10. Skica shematično prikazuje profil mačjega hrbta z izrazito izboklino.

tingenskem vetrovniku in tudi s kratkim programom preizkusnega letenja, ki ga je opravil nemški letalski pionir Paul Georg Erhardt. Med preizkusi se je izkazalo, da je takšen profil, po bernoullijevskem modelu sicer dobra zamisel, popolnoma neuspešen! Letalo se je komaj odlepilo od tal in Erhardt je izjavil, da letalo leti „skoraj tako dobro kot zelo debela raca“. Einstein se je Erhardt kasneje v pismu opravičil in priznal, da je zagrešil napako, in to takšno, ki se lahko zgodi le človeku, „*ki veliko razmišlja in malo bere*“. S tem je komentiral svoje nepoznavanje takratne literature o dinamiki tekočin in predvsem o teoriji kril [5].

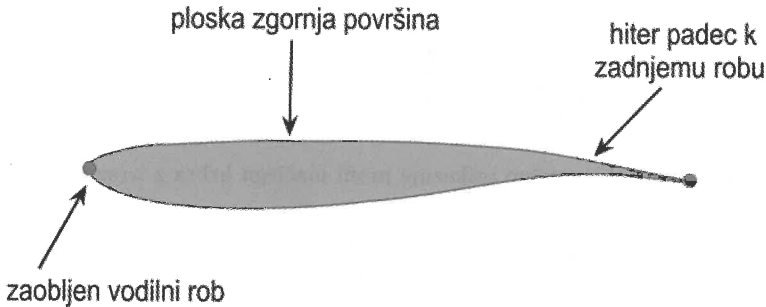
3.1.6 Superkritično krilo

Hitrost obtekanja tekočine okrog krila je lahko večja, kot je hitrost gibanja letala skozi zrak. Če se letalo giblje s hitrostjo, ki je blizu hitrosti zvoka, lahko zrak obteka krilo tudi z nadzvočno hitrostjo. Poleg Machovega števila letala zato definiramo še lokalno Machovo število, ki nam pove hitrost obtekanja na določenem mestu profila krila. Kritično Machovo število pa je največja hitrost letala, pri kateri je hitrost obtekanja kjerkoli na letalu še podzvočna.

Richard T. Whitcomb^{††} se je uspešno ukvarjal z večanjem vodljivosti in ekonomičnosti letala v obzvočnem oziroma transsoničnem hitrostnem režimu. Termin obzvočni (transsonični) let uporabljamo takrat, kadar je kjerkoli ob krilu lokalna hitrost tekočine malenkostno nadzvočna. Eden izmed

^{††}Richard T. Whitcomb (1921), ameriški aeronavtični inženir, zaposlen dolga leta pri NASI. Odkril je med drugim, da oblika letala, podobna steklenici Coca-Cole, omogoča lažji prehod v nadzvočni let.

njegovih največjih uspehov je bila metoda zviševanja kritičnega Machovega števila. Ugotovil je, da se da povečati kritično Machovo število, če ima krilo bolj zaobljen vodilni rob, ravnejšo zgornjo ploskev ter zadnji rob, ki se hitro krivi navzdol. Takšno krilo je poimenoval *superkritično krilo* (slika 11). Superkritično krilo je omogočalo, da je letalo letelo do deset odstotkov hi-



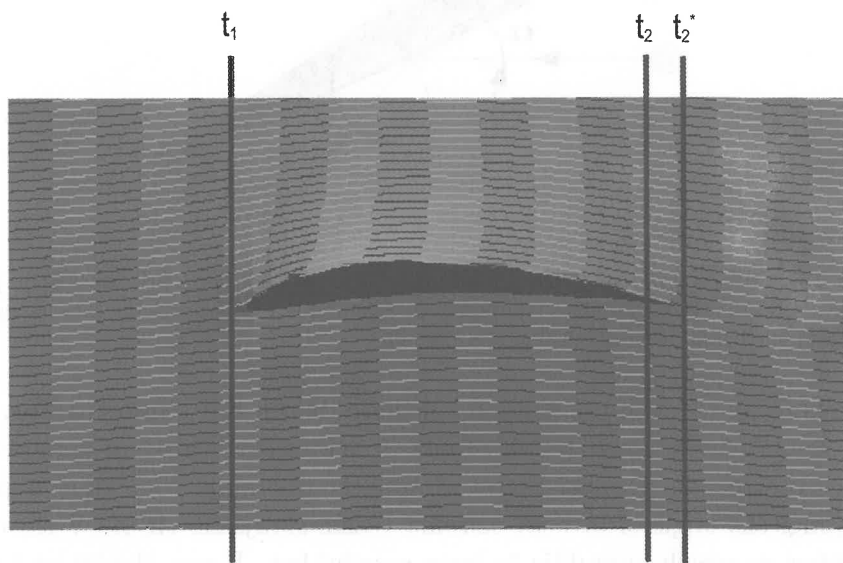
Slika 11. Značilnosti profila superkritičnega krila

treje, ne da bi doseglo kritično Machovo število. Letalska industrija je rešitev pograbila, a na zanimiv način. Namesto da bi se zvišala hitrost potniških letal z $0,7M$ – $0,8M$ na $0,9M$, kot bi ji superkritično krilo ekonomično omogočalo, se je hitrost komercialnih letal zadržala na $0,8M$, pri čemer pa so letala s superkritičnim krilom v tem režimu porabila veliko manj goriva kot prej. Letala s superkritičnim krilom tako niso hitrejša, kot je bilo v osnovi zamišljeno, pač pa so zgolj bistveno cenejša.

Izlet v aerodinamiko visokih hitrosti je bil potreben, da razumemo namen superkritičnega krila. Le-to pa nam odkrije neki nov paradoks bernoullijevskega modela leta, ki zopet kaže na napačnost osnovnih predpostavk tega modela. Če bi namreč superkritično krilo obtekal zrak s hitrostjo do 100 m/s , torej nekako v območju $0,1M$ – $0,3M$, to krilo po bernoullijevskem modelu ne bi smelo proizvajati vzgona oziroma bi moral le-ta imeti smer navzdol. To sledi iz slike 11, kjer je namreč jasno razvidno, da je pot obtekanja pod krilom daljša od poti nad krilom oziroma $R < 1$, s tem pa tudi sila „vzgona“ kaže navzdol. Vendar letala z vgrajenim superkritičnim krilom kljub temu letijo. Seveda letijo tudi pri nizkih hitrostih in izkaže se, da so letalne lastnosti tega krila pri nizkih hitrostih celo boljše od primerljivega konvencionalnega krila. Spet popoln polom bernoullijevskega modela!

3.1.7 Nezdružitev toka

Vse dvome o napačnih podmenah bernoullijevskega modela pa ovržejo rezultati eksperimentov v vetrovniku oziroma rezultati računalniških simulacij. Če študiramo tok okrog krila, ki ga opisujejo ustrezne tokovnice, opazimo, da je osnovna predpostavka bernoullijevskega modela o enakem času preleta zgornjega in spodnjega roba krila popolnoma napačna. Deli tekočine namreč potujejo nad krilom in pod njim različno dolgo in se zato na zadnjem robu krila ne združijo! Na sliki 12 namreč vidimo, da dva delca zraka, ki

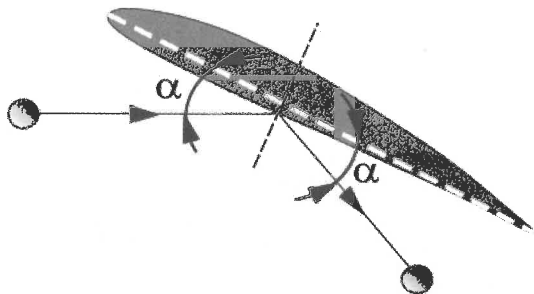


Slika 12. Skica prikazuje nezdružitev toka v računalniški simulaciji. Del tekočine tik nad krilom se po preletu krila ne sestavi z delom tik pod krilom.

ju krilo razdvoji, nikakor ne ohranita medsebojne lege in porabita različno dolg čas za prelet krila. Vidimo, da je zgornji delec zraka prej zapustil zadnji rob krila, ker je bistveno hitrejši od spodnjega. Takšen rezultat je najlepši dokaz, da je sicer res zgornja hitrost obtekanja $\bar{v}_g$ večja od spodnje $\bar{v}_d$, a ta razlika nikakor ni pogojena z geometrijo krila, natančneje z razliko poti $l_g - l_d$. Zadnja ugotovitev je zadala milostni udarec bernoullijevskemu modelu. Njegova osnovna predpostavka o isti medsebojni legi delov tekočine, ki jih naletni rob krila razdruži, preprosto ne drži.

4. Newtonski model

Poglejmo si še drug model nastanka vzgona. Newtonski model je poizkus obravnave makroskopskih pojavov na krilu z mikroskopsko sliko, ki je podobna kinetični teoriji plinov. Vzgon v tem modelu nastane zaradi trkov zračnih molekul ob spodnjo stran krila (slika 13). Vzgon je tako posledica spremembe gibalne količine molekul in od tod ustreznega sunka sile v smeri navzgor. Zaradi vpetosti tega modela v preprosto newtonsko fiziko ga lahko imenujemo tudi **newtonski model**. Preden preidemo na izračun vzgona,



Slika 13. Skica shematično prikazuje trk molekule zraka s krilom, pri čemer krilo preda sunek sile, ki ima tudi navpično komponento. Sila deluje v smeri črtkane črte navzgor in ima torej vertikalno in horizontalno komponento.

pa definirajmo še zelo pomembno količino v teoriji kril – **naletni kot**. Naletni kot, α , je kot med tetivo profila in vektorjem hitrosti $\mathbf{v}$ nemotenega toka. V strokovni letalski literaturi se sicer uporablja tudi izraz napadni kot (angleško angle of attack) oziroma včasih skrajšano *AOA*. V slovenski literaturi se včasih uporablja še izraz natočni kot. V tem članku pa bomo, kot rečeno, uporabljali slovensko zvezo naletni kot.

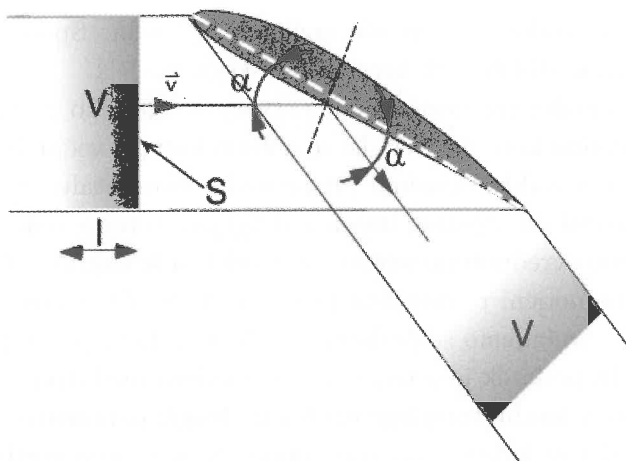
Poglejmo si sedaj newtonski model dinamičnega vzgona natančneje. S slike 13 je razvidno, da se gibalna količina molekule z maso m_m pri trku s krilom spremeni za

$$\Delta G = 2m_m v \sin \alpha. \quad (12)$$

Sedaj pa namesto ene same molekule obravnavamo cel paket molekul s prostornino V in maso m , ki se v povprečju gibljejo s hitrostjo v (slika 14). V tem primeru velja

$$V = v \Delta t S \cos \alpha \quad m = \rho V = \rho v \Delta t S \cos \alpha. \quad (13)$$

Celemu paketu se gibalna količina spremeni za



Slika 14. Skica prikazuje trk paketa molekul zraka z volumnom V s krilom.

$$\Delta G = 2mv \sin \alpha = 2\rho v^2 \Delta t S \cos \alpha \sin \alpha. \quad (14)$$

Sprememba gibalne količine zraka ustreza sunku sile na krilo, ki je enak

$$\Delta G = F \Delta t. \quad (15)$$

Če združimo obe zadnji enačbi, dobimo silo na krilo

$$F = 2\rho v^2 S \cos \alpha \sin \alpha = \rho v^2 S \sin 2\alpha. \quad (16)$$

Vendar sila F v tem primeru ne deluje zgolj pravokotno na smer hitrosti $\mathbf{v}$, ampak vključuje tudi komponento $\mathbf{v}$ smeri $\mathbf{v}$. Le-ta očitno krilo zavira in prispeva k upor krila. Upor krila nas tu ne bo posebno zanimal. Komponento celotne sile, ki prispeva k dinamičnemu vzgonu, lahko tako hitro izrazimo z naletnim kotom α kot

$$F_v = F \cos \alpha = \rho v^2 S \sin 2\alpha \cos \alpha. \quad (17)$$

Sila dinamičnega vzgona po newtonski razlagi se potemtakem bistveno razlikuje od vzgonske sile po bernoullijevski razlagi v tem, da vsebuje še odvisnost od naletnega kota α . Če privzamemo površino kril S za konstrukcijsko podano konstanto, ki naj se med letom ne bi spreminjala, opazimo, da sta tako v enačbi za silo dinamičnega vzgona še dva prosta parametra, $F_v = F_v(v, \alpha)$. To se seveda zdi bolj smiselno kot pri bernoullijevskem modelu. Pomeni, da

lahko letalo leti vodoravno pri več različnih hitrostih. Spomnimo se, da je bila to ena izmed šibkih točk bernoullijevskega modela.

Potrebno silo dinamičnega vzgona ustvarja letalo tako pri nižjih hitrostih z večjimi naletnimi koti, medtem ko se naletni koti pri večjih hitrostih manjšajo. To dejstvo zlahka opazimo pri pristajajočem letalu. Ker ima zaradi pristajanja hitrost zmanjšano, ima nos dvignjen, torej je naletni kot večji.

Da številčno ovrednotimo newtonski model, si še enkrat priključimo v spomin prejšnji numerični primer leta pilatusa PC-9. Za izračun sile dinamičnega vzgona potrebujemo še podatek o naletnem kotu pri že prej opisanem režimu leta. Ta podatek je ocenjen, ker je odvisen med drugim tudi od razporeditve mase v letalu, torej lege težišča in drugih parametrov. Naletni koti za ta režim tako za kakšno stopinjo nihajo okrog reprezentativne vrednosti $\alpha = 5^\circ$. Silo dinamičnega vzgona tako ocenimo na

$$F_v = \rho v^2 S \sin 2\alpha \cos \alpha = 39\,593 \text{ N}. \quad (18)$$

Priključimo si še v spomin, da mora v vodoravnem letu sila dinamičnega vzgona uravnovesiti silo teže, ki znaša 19 620 N. Po newtonskem modelu bi letalo torej zares letelo. Ta model je na prvi pogled smiseln, saj zdrži hitro logično in numerično tehtanje. Paradoksi tega modela pa sledijo iz dejstva, da si po newtonskem modelu ne znamo razložiti določenih lastnosti hitrostnega polja okrog profila krila.

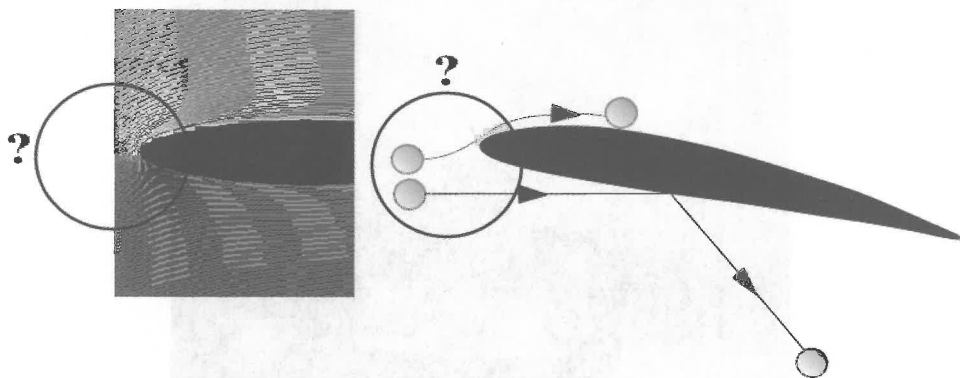
4.1 Paradoksi newtonskega modela

Kljub navidezni robustnosti pokažimo, da newtonski model običajno ni pravilen za vsakdanjo razlago tvorbe dinamičnega vzgona na letalskih krilih. Povedali pa bomo tudi, v katerih primerih newtonski model kljub vsemu pravilno opisuje nastanek dinamičnega vzgona. Limitni primer, kjer je newtonski model pravilen, predstavlja namreč nadzvočni let.

4.1.1 Odklanjanje toka pri naletnem robu krila

Če se spet naslonimo na poskuse, ki jih naredimo na konkretnih krilih v vetrovniku, lahko pri podrobnem opazovanju opazimo sledečo neskladnost (slika 15). Namreč, če na sliki 15 pozorno opazujemo tokovnice v izrezih z vprašajem, potem lahko vidimo, da se pred krilom nekatere tokovnice oziroma delci zraka, ki so pod krilom, odklonijo nad naletni rob. Torej, če spremljamo delec zraka, ki je sicer pod naletnim robom krila, se ta zaradi

neznane razloga očitno odkloni nad krilo. Newtonski model o tem empiričnem dejstvu ne daje nobene razlage. Je celo v popolnem nasprotju z opaženim gibanjem delcev tekočine, saj bi morali tiste dele zraka, ki se odklonijo navzgor, odšteti od enačbe za sunek sile. V ozadju tega dogajanja



Slika 15. Levo je simulacija silnic pred krilom in desno nazorna skica dogajanja.

se skriva dejstvo, da je naletni rob le konstrukcijska točka, medtem ko je aerodinamično pomembna točka neka druga. To točko imenujemo **zastojna** oziroma **stagnacijska točka** in je določena tako, da je v njej hitrost obtakanja zraka nič. Po zastojni točki vzdolž krila bi se zato lahko nemoteno sprehajala muha, čeprav letalo leti z nekaj sto kilometri na uro. Z zastojno točko smo se seznanili že pri analizi idealnega obtakanja valja [3]. Newtonski model zato, ker ne izhaja zares iz hidrodinamike, pač pa je mehanski in torej ne opisuje gibanja zveznega medija, ne loči med zastojno točko in naletnim robom krila. Lega zastojne točke se spreminja v odvisnosti od naletnega kota. Na letalskih krilih najdemo napravo, nameščeno nekje na naletnem robu krila, katere namen je določiti položaj zastojne točke. Ta naprava je premična paličica, ki se odklanja proti zastojni točki (slika 16) in meri kot med tetivo in zastojno točko. Zastojna točka je potemtakem kazalnik naletnega kota α . Ta paličica je povezana z električnim stikalom, ki sproži piskanje v pilotovih slušalkah, ko se začne približevati kritičnemu naletnemu kotu. To pilota opozori na bližajoči se zlom vzgona. V začetkih letalstva so bile glavne težave povezane z ohranjanjem stabilnosti leta. Ta preprosta naprava pa je zelo izboljšala stabilnost in s tem tudi varnost letenja. Večinoma lahko pričakujemo zlom vzgona pri kritičnih naletnih kotih v območju od 15° – 18° . O tem več kasneje.



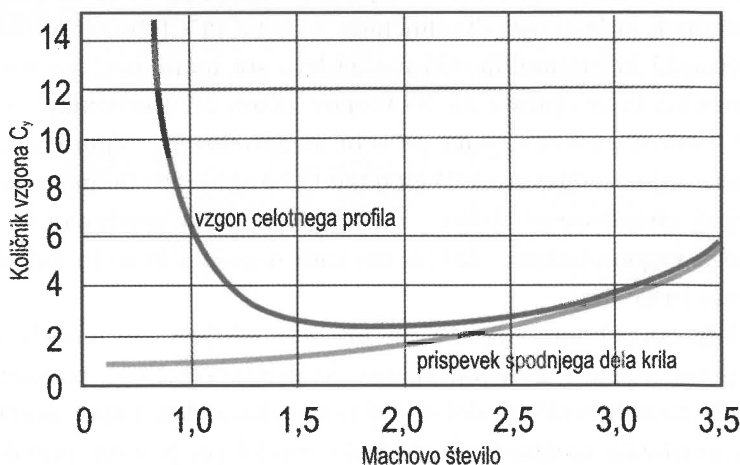
Slika 16. Indikator kritičnega naletnega kota na naletnem delu krila

4.1.2 Hipersonična limita

V aerodinamiki ločimo več hitrostnih področij. S tujkami so ta področja razdeljena v subsonično ali podzvočno, transsonično ali obzvočno, ter supersonično ali nadzvočno. Ta področja okarakteriziramo po fizikalnem premisleku, in sicer po prevladujočih pojavih pri danih hitrostih. V podzvočnem področju lahko na stisljivost zraka največkrat pozabimo. Le-ta postane bistvena pri obzvočnem in še bolj pri nadzvočnem področju, ker povzroča nastajanje udarnih valov.

Poleg naštetih hitrostnih območij poznamo še hipersonično področje. Izraz je težko sloveniti, mogoče bi bilo najbolje kar prekozvočno področje, vendar si bomo enostavno zapomnili, da je to področje, kjer se hitrosti gibljejo v razponu $3M$ – $5M$. To hitrostno področje se zdi zelo težko dosegljivo, vendar pa ni tako težko najti „vsakdanjih“ primerov hipersoničnega gibanja: raketni moduli pri vtrirjanju v zemeljsko orbito ali izhodu iz nje in tipično razni izstrelki. Zato je hipersonična aerodinamika zelo dobro razvita.

Za nas najbolj zanimiva lastnost hipersoničnega področja je, da se tokovnice v od toka zasenčene predele skoraj ne krivijo. To pomeni, da pri hipersoničnih hitrostih zastojna točka sovпада z naletno točko. Gibanje zraka je potemtakem zelo blizu temu, kar predpostavlja newtonski model. Če primerjamo celoten empirični vzgon krila z njegovo približno vrednostjo, ki jo daje newtonski model, vidimo, da postaneta oba primerljiva, če ne identična, nekako za hitrosti, večje od $2M$, torej ravno v hipersoničnem območju. To je zelo lepo razvidno na grafu (slika 17), kjer rišemo odvisnost količnika vzgona^{††}. Iz tega grafa je razvidno, da je pri hitrostih, večjih od ne-



Slika 17. Konvergenca newtonskega modela k empiričnemu dinamičnemu vzgonu v hipersoničnem področju

kako $2M$, prispevek spodnje strani krila dejansko identičen vzgonu celotnega krila. Iz tega lahko ugotovimo, da je zgornja stran krila zares zasenčena in je zato nebitvena za nastanek dinamičnega vzgona. To je skladno tudi z dejstvom, da se hipersonični režim najlažje doseže visoko v atmosferi, kjer je zaradi majhne gostote zraka prosta pot molekul zraka istega reda velikosti kot debelina krila.

Predpostavke newtonskega modela za takšno vrsto leta torej popolnoma veljajo! To seveda ni res pri majhnih hitrostih. Newtonski model je potemtakem primeren samo za razlago dinamičnega vzgona v hipersoničnem režimu, žal pa je povsem neuporaben pri razlagi dinamičnega vzgona pri podzvočnih hitrostih.

^{††}Količnik vzgona je definiran kot razmerje med silo vzgona in produktom $\frac{1}{2}\rho v^2 S$.

5. Ovrednotenje obeh modelov dinamičnega vzgona

Bernoullijevski in newtonski model sta primera, kako so poskušali razlagati nastanek dinamičnega vzgona na krilu. Žal zaključki oziroma predpostavke teh dveh modelov v splošnem niso v skladu z empirično ugotovljenimi dejstvi delovanja kril in torej ne zmoreta smiselno razložiti nastanka dinamičnega vzgona. Pri tem je morda kljub vsemu nekoliko uspešnejši newtonski model, saj deluje vsaj v limiti velikih hitrosti pri hipersoničnem letu.

Neuspešnih oziroma nepravilnih modelov nastanka dinamičnega vzgona je še več, vendar jih je večina preveč poenostavljenih, da bi lahko smiselno opisali nastanek in lastnosti dinamičnega vzgona in s tem aerodinamičnega leta. Newtonski in bernoullijevski model leta sta mamljiva, saj sta na prvi pogled smiselna in se opirata na Newtonov zakon ter Bernoullijevo enačbo, ki sta kot naravna zakona sama po sebi neizpodbitna. Njun čar je tudi v preprostosti, saj ne zahtevata kakega poglobljenega hidrodinamskega znanja, pač pa zgolj elementarno fiziko. Zato sta priročna predvsem za razlago dinamičnega vzgona laikom. Žal pa sta tudi napačna in se ju moramo zato kljub vsemu izogibati.

V nadaljevanju bomo videli, da je pri bernoullijevskem modelu v bistvu pravilen potek razmišljanja [6], čeprav je predpostavljeno hitrostno polje napačno. Bernoullijevski model se bo tako izkazal kot napol pravilen, kar je seveda najslabša možnost. Newtonski model pa je sicer pravilen v hipersonični limiti, a je razmislek za vzgon v podzvočnem področju povsem neuporaben in napačen.

6. Zahvala

Zahvaljujeva se prof. dr. Janezu Strnadu in tudi obema recenzentoma za branje članka in za vse tehtne pripombe.

LITERATURA

- [1] D. F. Anderson in S. Eberhardt, *Understanding flight*, McGraw-Hill, New York, 2001.
- [2] G. A. Tokaty, *A history and philosophy of fluid mechanics*, Dover, New York, 1971.
- [3] R. Podgornik, *Mehanika kontinuov*, pisni materiali za študente, 2005, <http://www-f1.ijs.si/~rudi/self/kontinui.html>.
- [4] A. Folsing, *Albert Einstein: A Biography*, Penguin (Non-Classics); 1. junij 1998.
- [5] Y. Balashov in V. P. Vizgin, *Einstein Studies in Russia*, Birkhauser Verlag AG, Berlin, 2002.
- [6] J. Strnad, *Preprosta fizika letenja*, Presek **6** (1978/1979), str. 241–247.

O SPREMEMBAH V POUČEVANJU FIZIKE

Pisma uredništvu Physics Today razkrivajo različne poglede bralcev na poučevanje fizike. Tudi članek, katerega prevod je izšel v Obzorniku [1], je izzval tri taka pisma [2]. V prvem je R. W. Jones med drugim menil, da vsak srednješolec ne bo mogel slediti predlaganemu načrtu in da bo številnim fizika ostala tuja. V študiju fizike manjka „kapitalistični motivator“, ker „fizike ne plačujejo dobro“, kot na primer medicino in pravo. Drugo pismo je napisala Sheila Tobias, ki je leta 1990 objavila odmevno knjigo *They're not Dumb, They're Different: Stalking the Second Tier*. Tudi po njenem mnenju predvidena pot ne bo pritegnila veliko več srednješolcev, češ da fizike ni mogoče poučevati na en sam način. R. T. Schumacher je opozoril, da vprašanju o sevanju violine najbolj ustreza odgovor (d). Nihanje strune poganja nihanje vrhnje plošče in prek mostička nihanje dna; po izkušnjah najmočnejše seva vrhnja plošča.

Wieman in Perkinsova sta ugovore odpravila precej na hitro. Tobiasova naj vsebine članka ne bi razumela dobro, češ da jima je šlo prav za to, da bi razkrila različne nove poti v poučevanju. Nista se odzvala na opozorili, da tudi s premišljenimi novimi prijemi ne bo mogoče znatno povečati deleža srednješolcev, ki jih zanima fizika.

Na hitro rečeno, Wieman in Perkinsova upravičeno trdita, da odpade na učno uro več snovi, kot je lahko srednješolci usvojijo. Tudi drugod slišimo geslo „manj je več“. (Za fiziko v srednji šoli si ne upamo zahtevati več ur, ker o tem večinoma odločajo ljudje, ki naravoslovno niso ozaveščeni.) Vendar bi v tem primeru bilo treba učitelje fizike usposobiti, da bodo smiselno izbirali dele fizike, ki bodo srednješolcem pokazali, kako fizika deluje, in jim omogočili, da na tej podlagi gradijo dalje. Kaj pa, če si srednješolci ne bodo znali samostojno razčistiti pojmov, pa bodo nekateri dobro poznali in imeli jasne pojme na primer v mehaniki, drugi pa v elektriki? Ali ni tudi nevarno, da bo fizika preveč razvodenela?

Namen uredništva, da Obzornik posveti več pozornosti poučevanju fizike, kaže pozdraviti. S tem obnavlja načrt s prve strani prvega letnika Obzornika: „Začeti je treba pri šolskem pouku. Zato bo prinašal novice in vesti iz naših šol in inštitutov. Razpravljaj bo o učnih načrtih, o učilih in o novih knjigah. Hvalil bo ali grajal, kakor bo pač treba, z edino željo, da bi se razširilo in poglobilo znanje matematike in fizike pri nas.“

Ob objavljenem prevodu se vsili še nekaj drugih misli. Na poučevanje

fizike gleda vsak učitelj po svoje: po svoji vzgoji, pogledu na svet, izkušnjah. Koristi mu, če spozna zamisli drugih o poučevanju. Svoje delo lahko izboljša, če o njih premisli, jih dalje razvije, preizkusi in uporabi. V zadnjih desetletjih so se razvili poučevalski poskusi, ki naj podprejo ali ovržejo trditve o poučevanju fizike. K poučevalskemu raziskovanju poleg teh poskusov nekateri štejejo še tehtno razmišljanje o poučevanju. Znanost o poučevanju fizike, pa naj jo imenujemo tako ali drugače, zajema sestavine znanosti o ljudeh in družbi. Zato se kaže sprijazniti s spoznanjem, da so njeni raziskovalni načini in sklepi podobne vrste kot v psihologiji in sociologiji in ne kot v naravoslovju.¹ Poučevalskih poskusov ni mogoče ponoviti v enakih okoliščinah, kar je značilno za poskuse v fiziki.

Poučevalski poskusi v fiziki so potrebni in koristni, saj je to edini način, s katerim lahko ugotovimo učinke poučevanja in uvidimo, kako je mogoče učence najbolj motivirati za delo. Poleg drugega so splošno uveljavili pogled, da je treba upoštevati predstavi svet učencev, da je pomembno razvijati predstave o pojmi in da reševanje računskih nalog v ta namen ne zadostuje. Vendar iz sklepov takega raziskovanja skupine raziskovalcev v danih okoliščinah in na izbranem vzorcu ne kaže prenačljeno izvajati splošno veljavnih ali celo obveznih pravil za povprečja v množici učencev in množici učiteljev, za kateri so značilni precejšnji odmiki od povprečja. Posebej jih brez tehtnega premisleka ne kaže vključiti v učni načrt za ves rod učencev. Spremembe je treba najprej uvesti v izobraževanje učiteljev.

Uspehe v poučevanju in v znanosti o poučevanju fizike je težje presojati kot uspehe v fizikalnem raziskovanju. Pogosto na primer uspeh učiteljev na univerzi pri poučevanju presojajo po njihovih raziskovalnih uspehih. V Združenih državah, v katerih sta obe vrsti raziskovanja močno razviti, se je več Nobelovih nagrajencev iz fizike lotilo poučevalskega raziskovanja in predlagalo kopico sprememb. (Pri nas se raziskovalci v fiziki ne zanimajo za usodo fizike v srednji šoli.) Leon Lederman si že dolgo prizadeva za izboljšanje poučevanja fizike na ameriških srednjih šolah. V zadnjem času predlaga, da bi vsi ameriški srednješolci imeli fiziko, kemijo in biologijo kot obvezne predmete v tem vrstnem redu v prvem, drugem in tretjem letniku [3]. Nekateri ga podpirajo, drugi mu ugovarjajo [4]. Po enem od ugovorov srednješolci v prvem letniku še ne morejo abstraktno razmišljati in ne znajo dovolj matematike. Drugi so prepričani, da je treba začeti s poučevanjem fizike še prej. Učence da odvrnejo od fizike učitelji razrednega pouka, zato naj bi fiziko

¹Zabavno je zasledovati uradne prevode spisov iz angleščine, v kateri ima science širši pomen *znanost nasploh*, ali ožjega, *naravoslovje*. Pri znanosti o poučevanju fizike gre za prvi pomen, pri fiziki, kemiji, biologiji pa za drugega.

tudi v osnovni šoli poučevali učitelji fizike.

Kenneth G. Wilson je na univerzi zvezne države Ohio osnoval enoto za poučevalsko raziskovanje v fiziki in se ukvarjal tudi s poučevanjem učiteljev fizike [5]. Z novinarjem Bennettom Davisom je leta 1994 izdal knjigo *Re-designing Education*, v kateri sta kritizirala ameriški šolski sistem: „Da bi reformirali naše šole, ne potrebujemo samo novih načrtov, ampak nov pogled na poučevanje.“ Pri tem naj bi spremembe v poučevanju potekale tako kot spremembe v tovarnah. Raziskovanje, razvoj in spreminjanje načrtov v šoli naj bi dajali okvir za „neprekinjeno obnavljanje“. O načrtih Wiemana in Perkinsove smo brali v prevodu.

Ameriške revije *Physics Today*, *The Physics Teacher* in *The American Journal of Physics* in evropske ustreznice *Physics World*, *Physics Education* in *The European Journal of Physics* so objavile še veliko drugih predlogov za spremembe v poučevanju fizike. Predlogi se med seboj razlikujejo, deli nekaterih se celo izključujejo. Pri tem je treba upoštevati, da je v Združenih državah javno šolstvo v rokah zveznih držav in imajo pogosto veliko besede še manjše upravne enote. V srednji šoli je na splošno fizika izbirni predmet in navadno zadostuje, da si dijak izbere ali fiziko ali kemijo ali biologijo. Naravoslovni predmet poučujejo navadno eno samo leto z velikim številom tedenskih ur. Pri tem število srednješolcev, ki izberejo fiziko, že dolgo pada. Težave ameriških srednjih šol se precej razlikujejo od težav evropskih srednjih šol, in te se nekoliko spreminjajo od države do države.

Koristno se je ozreti v preteklost. Leta 1956 je v ZDA začel delovati *Physical Science Study Committee PSSC*, v katerem so sodelovali znani fiziki, učitelji fizike, oblikovalci, psihologi in drugi. Za začetek so mu namenili 300 tisoč dolarjev, potem je vsota kmalu dosegla milijon – tedanjih – dolarjev na leto in je taka ostala pet let. Učbenik je izšel leta 1960, zdaj je v rabi njegova sedma popravljena izdaja. Spremljalo ga je šestdeset poučevalskih filmov in štirideset knjižic *Science Study Series* o znanih fizikah in astronomih ter fizikalnih pojavih. Pri nas smo spoznali srbohrvaški prevod učbenika. Mnenja o uspehu PSSC glede na vložena delo in sredstva pri ameriških srednješolcih se razhajajo, po precej enotnem prepričanju pa je izdatno vplival na poučevanje fizike v srednjih šolah in na učbenike po vsem svetu. To pomeni, da je načrt navsezadnje uspel, vendar ne v predvideni smeri.

Navedimo nekaj spoznanj ob tridesetletnici PSSC, ki najbrž veljajo še danes: „Glavna sestavina uspeha poučevalske prenove je učitelj.“ „Utegne biti zgrešeno, če poskusimo učitelja ali učiteljico od programa, ki ga dobro izvaja, prestaviti v novi program, v katerem se počuti nelagodno ali

neustrezno.“ „Zelo težko je obdržati poučevalsko novost, kakor koli je zasluzna.“ „Prva izdaja učenika [...] je imela precej nenavaden vrstni red poglavij, ki so ga poznejše izdaje žal opustile.“ „Žal se tudi zdi, da je zelo težko doseči in vzdrževati prizadevanje, da bi pokazali bogastvo fizike z dolgo vrsto učnih pripomočkov: filmov, vaj, dodatnega branja in tako dalje.“ [7, 8] Vse to in še kaj naj bi nas navedlo k previdnosti pri predlogih za spremembe v poučevanju fizike. Navsezadnje imamo tudi mi nekaj bridkih izkušenj.

Upam, da se bodo oglasili bralci s svojimi pogledi, tudi tisti, ki se s tem mnenjem ne strinjajo. Odprta razprava o poučevanju, o katerem obstajajo že zaradi njegove narave različna mnenja, je ena od poti do razčiščenja, četudi ne pripelje zmeraj do enotnega sklepa. To je najbrž potrební pogoj, da Društvo matematikov, fizikov in astronomov pride do večinskih sklepov, s katerimi bi lahko vplivalo na reformacijsko vñemo slovenske šolske oblasti. Ta se kljub zagotovitom z najvišjega mesta odvräa od naravoslovja, matematike in tehnike. Morda se bodo potem tudi učenci vseh vrst navadili, da bodo o fiziki in njenem poučevanju povedali svoje mnenje in s tem prispevali k izboljšanju tega poučevanja.

Zahvaljujem se profesorju Gorazdu Planinšiču, ki je med drugim v več pogovorih moje poglede pomagal približati današnjemu stanju.

LITERATURA

- [1] C. Wieman in K. Perkins, *Prenova poučevanja fizike*, Obzornik mat. fiz. **53** (2006), str. 110–118, 139–144.
- [2] *Meeting challenges and facing the music in physics education*, Phys. Today **59** (2006) 8, str. 10 (pisma uredništvu).
- [3] L. Lederman, *Revolution in science education: put physics first!*, Phys. Today **54** (2001) 9, str. 11.
- [4] *Physics first, because the atom unlocks science*, Phys. Today **54** (2001) 12, str. 11; *Physics first: of insight, pool balls, stasis, and the scientist in the crib*, Phys. Today **55** (2002) 2, str. 12; *Revamping high-school science: herding cats*, Phys. Today **55** (2002) 8, str. 72 (pisma uredništvu).
- [5] K. G. Wilson, *Introductory physics for teachers*, Phys. Today **44** (1991) 9, str. 71.
- [6] G. Pallrand in P. Lindenfeld, *The physics classroom revisited: Have we learned our lesson?*, Phys. Today **38** (1985) 11, str. 46.
- [7] A. French, *Setting new directions in physics teaching: PSSC 30 years later*, Phys. Today **39** (1986) 9, str. 30.
- [8] *The PSSC course in retrospect*, Phys. Today **40** (1987) 4, str. 11 (pisma uredništvu).

Janez Strnad

ČRTA POD 47. MEDNARODNO MATEMATIČNO OLIMPIJADO V SLOVENIJI

Kljub temu da je 47. mednarodna matematična olimpijada (MMO), ki jo je DMFA Slovenije organiziralo letos julija v Sloveniji, že daleč za nami, je bilo treba v minulega pol leta še veliko stvari dokončati. Tako je ožji organizacijski odbor (dr. Zvonko Trontelj – predsednik, dr. Gregor Dolinar – organizacija, mag. Darjo Felda – finance, dr. Matjaž Željko – IT) lahko šele pred dnevi potegnil črto pod 47. MMO. Z veseljem lahko ugotovimo, da je bila MMO izjemno uspešna v več pogledih:

1. organizacijsko
2. tekmovalno
3. promocijsko
4. finančno

Organizacija

MMO je velik in organizacijsko izjemno zahteven dogodek. Na letošnjo olimpijado je iz kar 90 držav sveta prišlo 498 tekmovalcev (od teh 38 deklet) in 263 spremljevalcev. Organizatorji smo morali poiskati tudi 57 koordinatorjev (predvsem asistente in profesorje matematike z univerz), ki so ocenjevali izdelke tekmovalcev, 66 nadzornikov (predvsem srednješolske učitelje), 92 dijakov vodnikov, ki so ves čas olimpijade spremljali tekmovalce, in več kot 100 drugih sodelavcev, ki so pomagali pri organizaciji. Skupaj je tako sodelovalo več kot 1100 udeležencev.

Že samo število sodelujočih veliko pove o zahtevnosti organizacije, vendar pa še veliko več preglavic povzroča vsakoletnim organizatorjem zapleten potek MMO. Omenimo samo nekaj dejstev, ki so bila razlog za marsikatero neprespano noč. Na olimpijadi je več različnih skupin udeležencev (tekmovalci, vodje delegacij, vodje ekip, koordinatorji, itd.) in prav vsaka izmed skupin ima drugačen program, ki se na nekaterih mestih ne sme, na drugih pa mora prekrivati. Zato so bili vodje delegacij večino časa nastanjeni v hotelih LifeClass v Portorožu, na koncu pa so se preselili v hotel Union v Ljubljano, tekmovalci so ves čas prebivali v dijaškem domu Ivana Cankarja v Ljubljani, vodje ekip pa so bili sprva nastanjeni v hotelu Union v Ljubljani, nato so se pridružili vodjem delegacij v Portorožu, da so jim pomagali pri ocenjevanju, pa so se na koncu spet vrnili v Ljubljano. Tako se vodje delegacij v začetnem obdobju, ko so izbirali naloge, niso srečali s tekmovalci in vodji ekip, razen na otvoritveni slovesnosti v Unionski dvorani v Ljubljani (eni so bili na balkonu, drugi v parterju). V drugem delu pa smo vodjem delegacij omogočili stik s tekmovalci, da so se lahko pred ocenjevanjem pogovorili o nalogah

(izlet tekmovalcev na Primorsko je vključeval tudi ogled hotelov njihovih vodij delegacij). Različne lokacije in različne skupine udeležencev so seveda zahtevale veliko pozornosti pri izvedbi preštevilnih transferjev. Organizacijo tako velikega dogodka v majhni Sloveniji so dodatno zapletli še „robni pogoji“ (v Sloveniji je na primer natanko en dovolj velik dijaški dom, kjer smo lahko namestili tekmovalce, in samo ena primerna dvorana za organizacijo zaključne slovesnosti, itd.).

Kljub vsemu naštetemu pa nam je po mnenju udeležencev uspelo MMO odlično izvesti. O tem mogoče največ pove naslednje:

1. Slovenija je najmanjša država, ki je organizirala MMO, saj so se tako zahtevnega projekta doslej lotevale večinoma le velike države. Ob koncu olimpijade nam je kar nekaj predstavnikov manjših držav zaupalo, da bodo v bližnji prihodnosti opogumljeni z našim zgledom tudi sami kandidirali za organizacijo MMO.

2. Zelo veliko pohval smo bili deležni zaradi široke uporabe in številnih novih rešitev na področju informacijskih tehnologij (z besedami ruskega predstavnika: „vlak, ki se imenuje MMO in mu je skoraj nemogoče spreminjati smer, vam je uspelo predstaviti na nove sodobne tire“). Veliko priznanje in seveda zaupanje našim sposobnostim je tudi odločitev žirije MMO, ki jo sestavljajo predstavniki vseh držav, da prav Slovenija pripravi enotno spletno stran MMO, ki doslej še ni obstajala.

3. Po mnenju mnogih bi morale številne naše rešitve postati sestavni del prihodnjih olimpijad, zato je bilo na sestanku žirije MMO odločeno, da Slovenija skupaj z Veliko Britanijo pripravi predlog reform MMO.

4. Omenimo še to, da sta nas organizatorja prihodnjih dveh olimpijad prosila za pomoč pri organizaciji, kar doslej ni bil običaj.

Tekmovalni rezultati

Velika odgovornost je to leto ležala tudi na ramenih slovenske ekipe. Tekmovalci so bili medijsko izredno izpostavljeni in prav nič neobičajnega ne bi bilo, če bi kakšen izmed njih zaradi tega povsem odpovedal. Izredno nas veseli, da se to ni zgodilo. Še več, slovenska ekipa, ki jo je odlično pripravila Irena Majcen, je dosegla največji uspeh doslej. Tako je Matjaž Berčič prejel srebrno medaljo, Špela Špenko, David Gajser in Peter Lendero so prejeli bronasto medaljo, Urban Jezernik in Primož Koželj pa pohvalo.

Promocija

Z odmevnostjo dogodka smo lahko zadovoljni, saj sta o MMO poročala tako nacionalni radio kot tudi televizija, novice o MMO in intervjuje pa so objavili tudi številni časopisi, med njimi vsi najpomembnejši. Dobro obiskana je bila tudi tiskovna konferenca. Ena od posledic promocijskih aktivnosti je izredno zanimanje srednješolcev za naslednjo MMO, ki bo leta 2007

v Vietnamu. Tako za prvi izbirni test v novi stavbi Fakultete za matematiko in fiziko ni bilo dovolj velike predavalnice in je morala na pomoč priskočiti Fakulteta za elektrotehniko. Še bolj pa bi nas veselilo, če je letošnje večje število študentov v predavalnicah študijev matematike delno tudi posledica MMO. Tega pa seveda ni več mogoče tako enostavno izmeriti.

Finance

MMO ne bi mogli izvesti brez podpore Ministrstva za šolstvo in šport in Ministrstva za visoko šolstvo, znanost in tehnologijo. Tako je prvo prispevalo približno 380 000 EUR, drugo pa približno 190 000 EUR. Dodatnih 25 000 EUR so prispevali številni sponzorji, ne smemo pa pozabiti na nefinančno pomoč številnih institucij, predvsem velja omeniti Univerzo v Ljubljani in Univerzo na Primorskem. Omenjena sredstva pomenijo najmanjši proračun MMO v zadnjih 10 letih, kljub temu da je bila MMO v Sloveniji druga največja (v Mehiki je sodelovala ena država več). V preteklih letih so bili proračuni MMO okrog milijona evrov, prihodnja organizatorja MMO (Vietnam in Španija) pa naj bi imela zagotovljena po 2 milijona evrov državne pomoči. To seveda pomeni, da smo morali v Sloveniji vložiti toliko več truda v samo organizacijo, da je bil potem denar uporabljen skrajno racionalno, hkrati pa to pomeni tudi veliko dodatnega truda in neplačanega dela vseh vrst (za ilustracijo, predsednik organizacijskega odbora prof. dr. Zvonko Trontelj je v vročih poletnih dneh za udeležence MMO s kombijem razvažal vodo, ki smo jo po znižani ceni dobili pri enem izmed sponzorjev). Zaključni račun MMO je ob koncu pozitiven in za organizacijo MMO nismo porabili niti evra iz drugih prihodkov društva (kot so na primer članarine).

Preden potegnemo črto pod 47. MMO, je treba še enkrat poudariti, da je bila 47. MMO rezultat široke podpore matematične skupnosti in neutrudnega dela številnih članov našega društva.

Zapišimo najbolj prizadevne in zaslužne, ki so sodelovali pri organizaciji 47. MMO in se jim je DMFA Slovenije posebej zahvalilo: dr. Andrej Bauer, dr. Marko Boben, dr. Jaka Cimprič, dr. Gregor Dolinar, dr. Roman Drnovšek, mag. Darjo Felda, Sanja Fidler, Vesna Harej, Andreja Jaklič, dr. Aleksandar Jurišić, dr. Martin Juvan, dr. Iztok Kavkler, mag. Lucijana Kračun Berc, Janez Krušič, Irena Majcen, Nada Marčič, Klavdija Mlinšek, dr. Neža Mramor-Kosta, Matjaž Urlep, dr. Mojca Vilfan, mag. Martin Vuk in dr. Matjaž Željko.

Na koncu še priznanje in iskrena zahvala prof. dr. Zvonku Trontlju, predsedniku organizacijskega odbora MMO, ki je bil v odločilnih letih za MMO tudi predsednik DMFA Slovenije, za neutruden, predan in odločen prispevek k uspešni organizaciji 47. mednarodne matematične olimpijade.

Več o poteku 47. MMO in rezultatih v knjigi IMO 2006 Slovenia – Final Report in na spletni strani <http://imo2006.dmfa.si/>.

Gregor Dolinar

PROFESOR SERGEJ PAHOR (1930–2006)

Sredi poletne vročine nas je iznenada zapustil profesor Sergej Pahor, fizik, ki je vložil več od drugih članov Fakultete za matematiko in fiziko v povezavo med njenima strokama.

Sergej Pahor je bil rojen 7. decembra 1930 v Postojni. Po končani klasični gimnaziji v Ljubljani se je vpisal na Oddelek za tehniško fiziko, ki so ga ustanovili leta 1950. Študij je končal z diplomo leta 1959 in z doktoratom *Prehod svetlobe skozi debele plasti motne snovi* pri profesorju Ivanu Kuščerju leta 1964. Leta 1959 je postal asistent, leta 1964 pa docent na Katedri za fiziko. Na skrbi je imel praktikum I. Leta 1969 je bil izvoljen za izrednega profesorja. V naslednjih letih je občasno predaval matematično fiziko I in II, fiziko I in analitično mehaniko za študente fizike, dokler ni leta 1971 prevzel predmeta uvod v teoretično fiziko za študente matematike. Leta 1975 je postal redni profesor in znanstveni svetnik na Institutu Jožef Stefan. Ni se branil izpolnjevati nepedagoških dolžnosti. Bil je predstojnik Katedre za fiziko, predstojnik Matematično-fizikalnega oddelka in predsednik Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije.

V šolskem letu 1967/68 se je izpopolnjeval na univerzi zvezne države Michigan v Ann Arborju. Sodeloval je na znanstvenih sestankih doma in v tujini. Objavil je številne članke v tujih raziskovalnih revijah in v domačih revijah, tudi v Obzorniku za matematiko in fiziko. Leta 1989 je v zbirki Matematika-fizika izšla njegova knjiga *Uvod v analitično mehaniko*, leta 2001 pa ji je sledil *Uvod v ravnovesno statistično fiziko*.

Pahorjevo glavno raziskovalno področje je bila transportna teorija. S tega področja je večina njegovih znanstvenih razprav. Skupaj s profesorjem Suhadolcem je dokazal completeness vektorskih lastnih funkcij v polneskončnem mediju, kar je bil dolgo odprti problem. Za to delo je skupaj s profesorjem Suhadolcem prejel Kidričevo nagrado. Pet let pred tem je sam dobil nagrado Kidričevega sklada.

Pahorjevi raziskovalni interesi so bili dokaj široki. Rad se je loteval vprašanj, ki so povezovala fiziko z matematiko. Med drugim so ga zanimali prenos toplote v toku tekočine in pogoji za ravnovesje v relativistični mehaniki. Predlagal je kvadraturno formulo, ki uporablja namesto vrednosti integranda v nekaj točkah povprečja integranda po majhnih intervalih okoli danih točk. Ta so namreč bolj realistični približek rezultatov fizikalnih meritev. Nekaj pozornosti je posvetil tudi uporabi fizike. Za potrebe zdravnikov nuklearne medicine je izdelal model presnove barvila v jetrih. Sodeloval je tudi pri razvoju keramičnih senzorjev in pretvornikov. Še letos je delal na modelu metabolizma nekaterih substanc v telesu.

Pri izpeljavi fizikalnih zakonov v predavanjih za matematike je želel biti matematično korekten, kar je zagotovo zelo težavna naloga. Ni mogel skriti presenečenja, ko mu je profesor Vidav na nekem predavanju o zvoku nazadnje prijazno rekel, da mu sicer verjamejo, da je povedano res, da pa tega

ni dokazal. Morda je bil to eden od vzgibov, da je pri predavanjih študente matematike v njihovem jeziku poskušal poučiti o tem, kako deluje fizika. V okviru Uvoda v teoretično fiziko je predaval tudi osnove kvantne mehanike. Trudil se je, da bi to napravil kar se da matematično korektno. Ta del predavanj sta poslušala profesor Suhadolc in profesor Zakrajšek, ki je pregledal kup klasičnih knjig iz kvantne mehanike. Njegov zaključek je bil pohvalen: „Predavanja niso bila povsem v redu, te knjige pa so še veliko slabše.“

Značilno za Pahorja je bilo, da se je na predavanja pripravljajl bolj, kot je bilo to v navadi. Ob tem je zagotavljal, da vsakdo lahko dobro predava, če se dovolj dobro pripravi in porabi za priprave veliko časa. Bil je duhovit sogovornik in je znal svoje poglede precej dosledno zastopati. Sam je bil mnenja, da bi bil dober pravnik, če bi se odločil za ta poklic. Večkrat je ugovarjal profesorju Kuščerju, s katerim sta se zelo dobro razumela.

Za Sergejem Pahorjem bo ostala praznina. Izpolnili jo bomo tako, da se ga bomo spominjali s prijaznimi mislimi in si priklicali v spomin katero od njegovih duhovitih in odrezavih izjav.

Janez Strnad in Anton Suhadolc

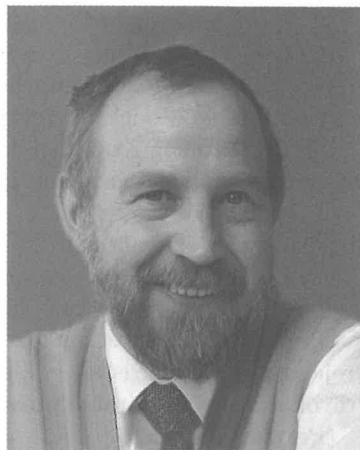
PETRU MERLJAKU V SPOMIN

Profesor fizike Peter Merljak je devetega maja letos umrl.

Peter je bil rojen 13. aprila 1954. Živel je v Šempetru pri Gorici v družini z mamo, očetom, dvema bratoma in sestro. Izbilja kot otrok ni izkusil veliko, zagotovo pa se je že takrat naučil pošteno in veliko delati. Po osnovni šoli v domačem kraju je obiskoval gimnazijo v Novi Gorici. V fiziki in matematiki je ves čas blestel, zelo uspešen pa je bil tudi na republiškem tekmovanju. Fiziko je študiral v Ljubljani. Po diplomu se je zaposlil na Institutu Jožef Stefan.

Po poroki se je vrnil na Primorsko in se leta 1984 zaposlil na gimnaziji v Novi Gorici. Tu je učil fiziko dvaindvajset let. Dijaki se ga spominjajo kot zelo doslednega učitelja.

Sodelavca sva postala, ko je na šoli delal že sedem let. Spominjam se, s kakšno vnemo mi je razkazoval kabinet in razlagal o učilih v njem. Za Petra ni bilo fizikalnega vprašanja, na katerega se ne bi takoj in vneto lotil iskanja odgovora. S kakršnokoli dilemo in strokovnim vprašanjem sem se lahko vedno obrnil nanj. Imel je dobre zamisli, kako dijakom razložiti fizikalne pojave. Velikokrat je prišel do izvirnih idej za nove demonstracijske poskuse in vaje dijakov.



Vest o njegovi bolezni je prišla za vse tako iznenada, da se njene resnosti še nismo prav dobro zavedli, ko smo že izvedeli, da je umrl. Žal nas je zapustil tako zgodaj, da za njim ne žalujemo le mlajši sodelavci, pač pa tudi njegovi učitelji in veliko starejši kolegi. Spominjali se ga bomo tudi kot aktivnega člana DMFA.

V tem kratkem prispevku je zajet le en del Petrovega življenja. Opisan je kot fizik in učitelj. V mojem spominu in spominu vseh, ki so ga poznali, predstavlja ta del le eno praznino. Za sabo je zapustil še veliko praznin kot oče, mož, pevodnja, sindikalni delavec, ... skratka kot dober človek.

Miran Tratnik

LETNO KAZALO

Obzornik za matematiko in fiziko 53 (2006)

številk 1–6, strani 1–192

Članki — Articles

Aproksimacija krožnih lokov s parametričnimi polinomskimi krivuljami — Approximation of Circular Arcs by Parametric Polynomial Curves (Gašper Jaklič, Jernej Kozak, Marjeta Krajnc in Emil Žagar)	1–10
Preprost model za razcep valovne funkcije delca v dvojni potencialni jami — A Simple Model for Splitting the Wave Function of a Particle in the Box (Tomaž Kranjc in Jožef Peternelj)	12–20
Orientirani matroidi in delne kocke — Oriented matroids and partial cubes (Matjaž Kovše)	33–50
Planckov začetek kvantne fizike — Planck's Beginning of Quantum Theory (Janez Strnad)	51–63
O odvisnih elementih na kolobarjih — On Dependent Elements in Rings (Irena Kosi-Ulbl)	65–71
Urejenost in tekoči kristali — Order and Liquid Crystals (Tomaž Kranjc)	72–89
Pravokotnost v normiranih prostorih — Orthogonality in normed spaces (Peter Šemrl)	100–108
Rešitve enačbe $ax^2 - by^2 = 1$ v naravnih številih — The integer solutions of the equation $ax^2 - by^2 = 1$ (Ivan Vidav)	129–135
Modeli dinamičnega vzgona letalskih kril – prvi del — Models of aerodynamic lift force – First part (Sašo Knez in Rudolf Podgornik) ...	162–182

Šola — School

Pedagoške vsebine v Obzorniku, Irena Drevenšek Olenik	109
Prenova poučevanja fizike – 1. del — Transforming Physics Education – Part 1 (Carl Wieman in Katherine Perkins, prevedla Irena Drevenšek Olenik)	110–118

Letno kazalo

Prenova poučevanja fizike – 2. del — Transforming Physics Education – Part 2 (Carl Wieman in Katherine Perkins, prevedla Irena Drevenšek Olenik)	139–144
O spremembah v poučevanju fizike (Janez Strnad)	183–186

Intervju — Interview

Bojan Dremelj (pripravil Damjan Kobal)	119–126
Prof. dr. Dušan Petrač (pripravil Damjan Kobal)	145–155

Nove knjige — New books

Einsteinova tančica: novi svet kvantne fizike (Aleš Mohorič)	21–23
V Ljubljani najdena Kopernikova knjiga (Stanislav Južnič)	90–91

Vesti — News

Matematične novice (Peter Legiša)	10–11
Dnevi fizike	20
Strokovno srečanje in občni zbor DMFA (Nada Razpet in Janez Krušič)	23–26
Priznanja DMFA Slovenije (Milan Hladnik in Lucijana Kračun Berc)	26–31
Zoisove nagrade in priznanja za znanstvenoraziskovalno delo v letu 2005	31–III
Izobraževalni seminar Matematične igre (Lucijana Kračun Berc)	50
Rekordna udeležba na 47. mednarodni matematični olimpijadi v Sloveniji (Gregor Dolinar)	63–VII
Matematične novice (Peter Legiša)	92–94
Seznam diplomantov podiplomskega študija ter doktorandov iz matematike in fizike v letu 2004	95–XI
Novi člani društva v letu 2005 (Vladimir Bensa)	XI
Uvodnik (Peter Šemrl)	97–99
Obvestilo (Zvonko Trontelj)	99
Fizikalne novice (Aleš Mohorič)	127–128
Vabilo (Zvonko Trontelj)	XV
Matematične novice (Peter Legiša)	135–136
Poročilo predsednika društva (Zvonko Trontelj)	136–138
Seznam diplomantov dodiplomskega študija matematike in fizike v letu 2004	155–XIX
Uvodnik (Peter Šemrl)	161
Črta pod 47. mednarodno matematično olimpijado v Sloveniji (Gregor Dolinar)	187–189
Profesor Sergej Pahor (1930–2006) (Janez Strnad in Anton Suhadolc)	190–191
Petru Merljaku v spomin (Miran Tratnik)	191–192

<http://www.obzornik.si/>

OBZORNIK ZA MATEMATIKO
LJUBLJANA, NOVEMBER
Letnik 53, številka 6

R 177/06

ISSN 0473-7466, UDK 51+



100002471,6

COBISS

VSEBINA

ODPISANO

Članki

Strani

Modeli dinamičnega vzgona letalskih kril – prvi del,
Sašo Knez in Rudolf Podgornik 162–182

Šola

O spremembah v poučevanju fizike, Janez Strnad 183–186

Vesti

Uvodnik, Peter Šemrl 161

Črta pod 47. mednarodno matematično olimpijado v Sloveniji,
Gregor Dolinar 187–189

Profesor Sergej Pahor (1930–2006), Janez Strnad in Anton Suhadolc . 190–191

Petru Merljaku v spomin, Miran Tratnik 191–192

Letno kazalo 192–XXIII

CONTENTS

Articles

Pages

Models of aerodynamic lift force – First part,
Sašo Knez and Rudolf Podgornik 162–182

School 183–186

News 161–XXIII

Na naslovnici je dvokrilni akrobatski **pitts S2B**, ki dnevno preletava Slovenijo. Vgrajena ima krila s simetričnim profilom in po bernoullijevski teoriji ne bi smel leteti (glej članek na strani 162)!