

IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

ISSN 0473-7466

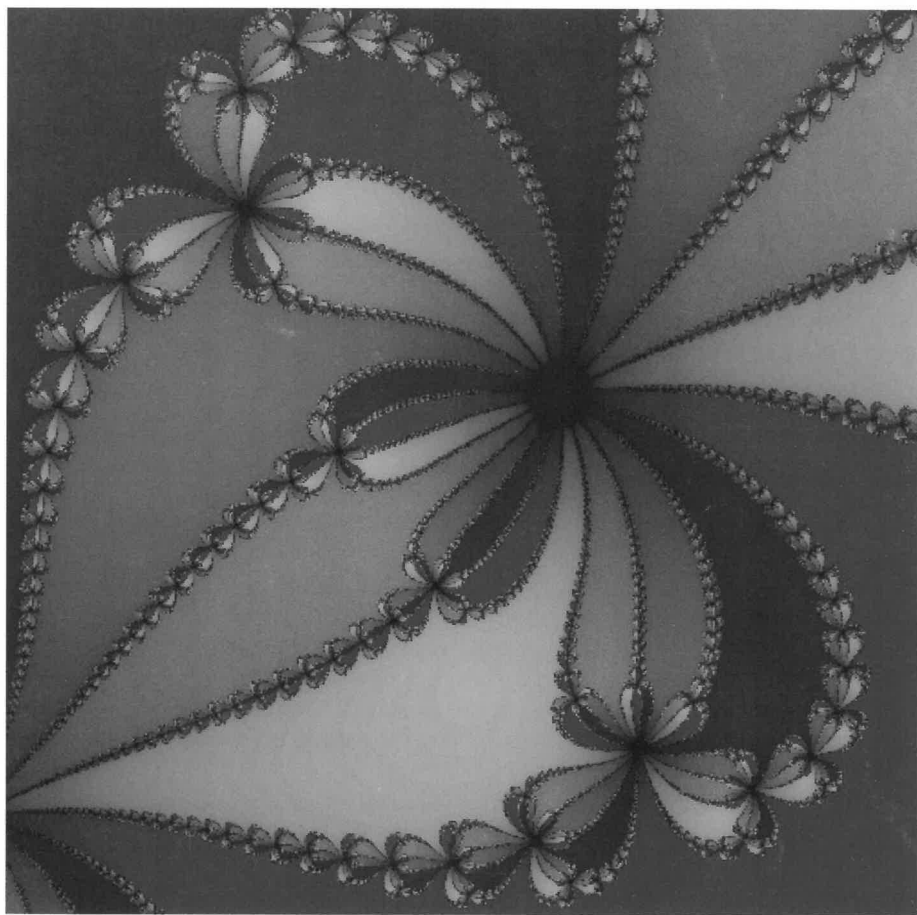
ODPISANO

2006

Letnik 53

4

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Glasililo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije
Ljubljana, JULIJ 2006, letnik 53, številka 4, strani 97–128

Naslov uredništva: DMFA–založništvo, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana
Telefon: (01) 4766 553, 4232 460, 2512 005 **Telefaks:** (01) 2517 281 **Elektronska pošta:** Zaloznistvo@dmfa.si **Internet:** <http://www.obzornik.si/> **Transakcijski račun:** 03100–1000018787 **Devizna nakazila:** SKB banka d.d., Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana **SWIFT (BIC):** SKBASI2X **IBAN:** SI56 0310 0100 0018 787

Uredniški odbor: Mirko Dobovišek (glavni urednik), Peter Šemrl (urednik za matematiko in odgovorni urednik), Irena Drevenšek Olenik (urednica za fiziko), Ciril Dominko, Damjan Kobal, Peter Legiša, Aleš Mohorič, Petar Pavešić, Nada Razpet, Pavle Saksida, Vladimir Bensa (tehnični urednik).

Jezikovno pregledal Janez Juvan, računalniško stavila Monika Testen.

Natisnila Tiskarna RAZVEDRILO v nakladi 1350 izvodov.

Člani društva prejema Obzornik brezplačno. Celoletna članarina znaša 5.000 SIT (20,86 EUR), za druge družinske člane in študente pa 2.500 SIT (10,43 EUR). Naročnina za ustanove je 8.000 SIT (33,38 EUR), za tujino 30 EUR. Posamezna številka za člane stane 1.000 SIT (4,17 EUR), stare številke 520 SIT (2,17 EUR).

DMFA je včlanjeno v Evropsko matematično društvo (EMS), v Mednarodno matematično unijo (IMU), v Evropsko fizikalno društvo (EPS) in v Mednarodno združenje za čisto in uporabno fiziko (IUPAP). DMFA ima pogodbo o recipročnosti z Ameriškim matematičnim društvom (AMS).

Revija izhaja praviloma vsak drugi mesec. Sofinancirata jo Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije ter Ministrstvo za šolstvo in šport.

© 2006 DMFA Slovenije – 1645

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM OBZORNIKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Revija Obzornik za matematiko in fiziko objavlja izvirne znanstvene in strokovne članke iz matematike, fizike in astronomije, včasih tudi kak prevod. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij, poročila o dejavnosti Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije ter vesti o drugih pomembnih dogodkih v okviru omenjenih znanstvenih ved. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, diplomantov iz omenjenih strok.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev), sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo), izvleček v slovenskem jeziku, naslov in izvleček v angleškem jeziku, klasifikacijo (MSC oziroma PACS) in citirano literaturo. Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo tudi ločeno od besedila. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Prispevki so lahko oddani v računalniški datoteki PDF ali pa natisnjeni enostransko na belem papirju formata A4. Zaželeno velikost črk je 12 pt, razmik med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku ali uredniku za matematiko oziroma fiziko na zgoraj napisani naslov uredništva. Vsak članek se praviloma pošlje dvema anonimnima recenzentoma, ki morata predvsem natančno oceniti, kako je obravnavana tema predstavljena, manj pomembna pa je originalnost (in pri matematičnih člankih splošnost) rezultatov. Če je prispevek sprejet v objavo, potem urednik prosi avtorja še za izvirne računalniške datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov $\text{\TeX}$ oziroma $\text{\LaTeX}$, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

UVODNIK

Pred kratkim sem bil imenovan za odgovornega urednika Obzornika za matematiko in fiziko. Verjetno so me kolegi predlagali za to funkcijo tudi zaradi mojih pripomb o branosti naše revije. V pogovorih s kolegi (predvsem učitelji na osnovnih in srednjih šolah ter na univerzah) se je krepil vtis, da le peščica naročnikov Obzornik zares prebere. Obzornik naj bi tudi ne posvečal dovolj pozornosti aktualnim dogajanjem v slovenski matematiki in fiziki. So ti vtisi pravilni?

Novi uredniški odbor se lahko odloči nadaljevati zastavljeno uredniško politiko. Po drugi strani pa je imenovanje novih urednikov tudi priložnost za spremembe. Seveda je to tvegano početje. Zato bi spremembe radi uvažali v soglasju z bralci. V nadaljevanju uvodnika bom pojasnil spremembe, ki jih namerava vpeljati novi uredniški odbor. Upamo, da se boste na te predloge odzvali ter nam sporočili svoje mnenje in ideje. Daljša pisma z vašimi odzivi in predlogi bomo objavili. Želimo si tudi čim več kratkih sporočil (pisemskih ali elektronskih), s katerimi boste izrazili svojo podporo ali nasprotovanje predlaganim spremembam.

Če bodo vaši odzivi večinoma pozitivni, bodo v Obzorniku zaživele nove vsebine. Več člankov (lahko tudi zelo kratkih) naj bi bilo posvečenih pedagoški tematiki. Ustvariti želimo forum, kjer se bodo kresala mnenja in argumenti (npr. o primernosti nalog na eksternih izpitih, maturi in tekmovalnih, ...). Objavljali bomo strokovne članke (analize učnih programov, mednarodne primerjave, podrobne analize učbenikov, ...), didaktične članke (npr., kaj so pomembne vsebine, kako jih posredovati in pri tem poskrbeti tako za slabe, kot tudi za bolj nadarjene dijake) ter osebna mnenja in izkušnje, za katere bomo ocenili, da so zanimivi širšemu krogu bralcev. Računamo na polemične, a argumentirane prispevke.

Obzornik naj bi bil v bodoče v večji meri glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije. V slovenski matematiki, fiziki in astronomiji se veliko dogaja in želimo si, da bi bili ti dogodki v čim večji meri zabeleženi v naši reviji. Precej tega je seveda v Obzorniku že bilo. A bi bilo prav, da smo še bolj ponosni na uspehe in aktivnosti slovenskih matematikov in fizikov doma in v tujini, v znanosti in poučevanju, gospodarstvu, politiki (šolski, okoljski, razvojni, ...) in še kje. Beleženje uspehov, nagrad, knjižnih objav, zanimivih dogodkov, promocij, mednarodnih obiskov in konferenc (tako znanstvenih kot strokovnih), imenovanj članov DMFA v razne strokovne svete ali na pomembne gospodarske ali politične funkcije, ...

je pomembno za dobro obveščenost članstva DMFA in predvsem za razvoj pozitivne „cehovske“ zavesti.

Tudi zato si želimo objavljati intervjuje z matematiki in fiziki, ki so se s svojim delom nadpovprečno izkazali. Zanimivo bi bilo izvedeti, kako se politiki, gospodarstveniki, razvojni inženirji, ... spominjajo študija matematike ali fizike in kaj jim je ta študij dal. Uživali bi lahko ob spominih izjemnih pedagogov. Ti zapisi bi bili v pomoč srednješolskim profesorjem pri popularizaciji naših študijev. In tudi študentom matematike in fizike, ki se odločajo, kam in kako naprej. Ali smemo upati, da bi lahko študente v bodočnosti v večji meri privabili med bralce naše revije? Vsekakor, in še več! Računamo, da bodo študenti v naši reviji tudi objavljali pogostejše kot do sedaj.

Bolj podrobno bomo o pedagoških vsebinah in poročanjih o pomembnih dogodkih v slovenski matematiki in fiziki spregovorili v kakem od prihodnjih uvodnikov. Ta in prihodnje številke Obzornika bodo razkrile, kaj vse si želimo pokrivati v naši reviji v okviru teh dveh tematskih sklopov. In seveda boste tudi vi s svojimi prispevki in informacijami pomembno oblikovali ta del Obzornika.

V Sloveniji vsako leto izide kar nekaj knjig, ki so zanimive za naše bralce. V Obzorniku bi radi poročali o teh dogodkih, najraje v obliki (lahko tudi zelo kratkih) recenzij. Seveda pa bi objavljali tudi recenzije tujih knjig, ki so zanimive za širši krog bralcev.

In naj se končno osredotočim še na osrednji del revije, to je na pregledne znanstvene¹ članke. Ti naj bi bili zanimivo branje, a ne trivialni. Tudi dobro podkovanemu matematiku ali fiziku naj bi odpirali nova obzorja. Hkrati pa naj bi bili pregledni članki iz matematike dostopni diplomiranemu fiziku (tu imam v mislih fizika kakih dvajset let po diplomi, ki je že pozabil precej študijske snovi) in obratno. Razložil naj bi kako lepo idejo, a brez tehnično zahtevnega branja. Istočasno pa naj bi bralca napotil k literaturi, ki zahteva bolj poglobljeno branje. Raziskovalno aktivni fiziki in matematiki na univerzah in inštitutih naj bi te članke brali z lahkoto, medtem ko naj bi bil za matematika ali fizika, ki poučuje, dela v gospodarstvu, državni upravi ali kje drugje, uvodni del zlahka dostopen, proti koncu pa bi bilo branje za takega

¹Sam najraje večino člankov tudi v uglednih mednarodnih znanstvenih publikacijah imenujem bolj skromno raziskovalni članki in le redke med njimi – tiste, ki imajo zares dolgoročen vpliv na razvoj matematike in fizike – prištevam med znanstvene. Seveda pa smo zaradi finančne podpore dandanes prisiljeni uporabljati besedo znanost vsepovsod, celo ko gre za obšolsko dejavnost v osnovnih in srednjih šolah.

bralca lahko nekoliko bolj zahtevno. Predvsem pa naj ne bi bil že uvodni del zastrašujoč (in če začnemo s pojmi, ki jih študent spozna v višjih letnikih in jih potem večina matematikov in fizikov pri svojem delu ne uporablja, je tak začetek za večino bralcev verjetno odbijajoč). Seveda je tu težko opisati zahtevnostno stopnjo, ki jo imam v mislih. Edini res dober način je prikazati to z zgledom. Zato sem za to številko pripravil pregledeni znanstveni članek na zahtevnostnem nivoju, za katerega domnevam, da je primeren za Obzornik. V trenutku, ko pišem ta uvodnik, je članek že napisan. Verjetno se bodo našli bralci, ki bodo članek ocenili kot banalen, in spet drugi, ki ga bodo ocenili kot prezahtevnega, taki, ki bodo njegovo tematiko ocenili kot preveč specialno in zato nezanimivo za večino bralstva, in po drugi strani taki, ki bi želeli bolj poglobljen in zahtevnejši pristop. Seveda pa si vsi skupaj želimo poiskati neko kompromisno mero zahtevnosti, primerno za čim širši krog bralcev. To pa lahko dosežemo le skupaj. V tej številki imamo zgled preglednega znanstvenega članka, ki bo skupaj z vašimi odzivi, ki jih bomo seveda objavili, v pomoč avtorjem in uredniškemu odboru pri pripravi primernih člankov.

Drage bralke in bralci! Če boste podprli te spremembe, bo naša skupna naloga, da Obzornik zaživi v spremenjeni obliki. To bo mogoče le, če boste sodelovali s svojim prispevki: članki, recenzijami, pismi in obvestili o dogodkih, ki bi lahko zanimali slovensko matematično-fizikalno javnost. Torej vas za konec še enkrat povabim, da nam posredujete svoje mnenje o predlaganih spremembah in potem v čim večji meri sodelujete s svojimi prispevki. In če boste z našo revijo zadovoljni, vas prosimo, da nam pomagate pri širjenju bralskega kroga.

Peter Šemrl

OBVESTILO

V Obzorniku za matematiko in fiziko **49** (2002) 2, str. 62–63, in na domači strani DMFA <http://www.dmfa.si/> je objavljen Pravilnik o podeljevanju društvenih priznanj.

Vabimo vas, da pisne predloge (z utemeljitvami) za letošnja priznanja pošljete **do 15. oktobra 2006** na naslov: **DMFA Slovenije, Komisija za pedagoško dejavnost, Jadranska 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana.**

Predsednik DMFA:
Zvonko Trontelj

PRAVOKOTNOST V NORMIRANIH PROSTORIH

PETER ŠEMRL

Fakulteta za matematiko in fiziko

Univerza v Ljubljani

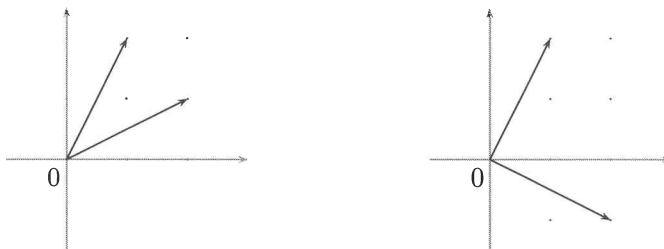
Math. Subj. Class. (2000): 46B20

V vektorskih prostorih s skalarnim produktom sta dva vektorja pravokotna natanko tedaj, ko je njun skalarni produkt enak nič. Ali je mogoče pravokotnost definirati tudi v bolj splošnih normiranih prostorih? Izkáže se, da je to mogoče storiti na več naravnih načinov.

ORTHOGONALITY IN NORMED SPACES

Two vectors in an inner product space are orthogonal if and only if their inner product is equal to zero. Is it possible to define orthogonality of vectors in more general normed spaces in some natural way? The answer is positive. Moreover, the problem of introducing the notion of orthogonality can be approached in many ways.

Ravninska vektorja $\vec{a} = (1, 2)$ in $\vec{b} = (2, 1)$ nista pravokotna, medtem ko sta vektorja $\vec{a} = (1, 2)$ in $\vec{c} = (2, -1)$ pravokotna:



Računsko to preverimo s skalarnim produktom. Skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 4$ je različen od nič, skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1 \cdot 2 + 2 \cdot (-1)$ pa je enak nič.

Podobno ravnamo z vektorji v $\mathbb{R}^3$. Vektorja $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ in $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ sta pravokotna natanko tedaj, ko je njun skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ enak nič.

Naj bo sedaj n poljubno naravno število. Potem podobno kot v $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}^3$ tudi v vektorskem prostoru urejenih realnih n -teric $\mathbb{R}^n$ uvedemo skalarni produkt s predpisom

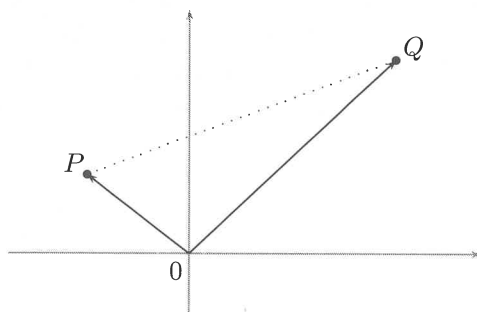
$$(x_1, \dots, x_n) \cdot (y_1, \dots, y_n) = x_1y_1 + \dots + x_ny_n$$

in rečemo, da sta vektorja $x = (x_1, \dots, x_n)$ in $y = (y_1, \dots, y_n)$ pravokotna natanko tedaj, ko je $x_1y_1 + \dots + x_ny_n = 0$. Zlahka se prepričamo, da za poljubna vektorja $x, y \in \mathbb{R}^n$ in poljuben par realnih števil t, s velja:

- $x \cdot x \geq 0$ in $x \cdot x = 0 \iff x = 0$,
- $(tx + sy) \cdot z = t(x \cdot z) + s(y \cdot z)$,
- $x \cdot y = y \cdot x$.

V matematiki srečamo različne matematične objekte, ki jih seštevamo in množimo z realnimi števili. Ravnske in prostorske vektorje znamo seštevati in množiti z realnimi skalarji. Vsota dveh realnih polinomov je realen polinom in tudi množenje polinoma z realno konstanto nam da realen polinom. Realne matrike iste velikosti znamo seštevati in množiti z realnimi števili. Isto ugotovimo še za zvezne realne funkcije, definirane na nekem intervalu, odvedljive funkcije, integrabilne funkcije, ... Zato je naravno vpeljati abstraktno algebrsko strukturo, ki zajame vse te posebne primere. Spomnimo se, da je neprazna množica V realen vektorski prostor, če je na tej množici definirano seštevanje, če je na tej množici definirano množenje z realnimi števili (za vsak element $x \in V$ in vsako realno število t je definiran produkt $tx \in V$), in ti dve računski operaciji izpolnjujeta „običajne računske zakone“ (natančno definicijo bo bralec našel v [4]). Elemente množice V imenujemo vektorje, realnim številom pa pravimo tudi skalarji. Vsako preslikavo $V \times V \rightarrow \mathbb{R}$, $(x, y) \mapsto x \cdot y$, $x, y \in V$, ki zadošča zgornjim trem pogojem, imenujemo skalarni produkt na V .

V tem članku nas bosta zanimala dva geometrijska pojma. Poleg že omenjene pravokotnosti se bomo ukvarjali tudi s pojmom razdalje. Vrnimo se spet k ravninskim vektorjem. Kako izračunamo razdaljo med točkama P in Q ?



Izračunati moramo dolžino vektorja $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}$. Pri tem uporabimo formulo

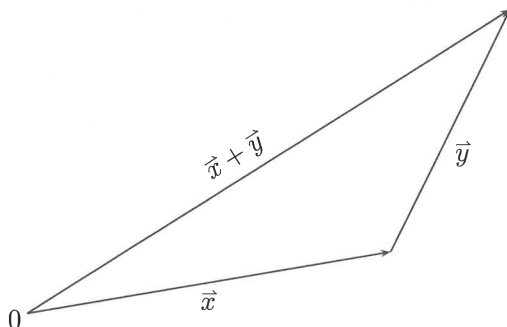
$$\|\overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}\| = \|\overrightarrow{PQ}\| = \sqrt{\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PQ}}.$$

Enako ravnamo, če imamo opravka s točkami v trirazsežnem prostoru. Namesto izraza „dolžina vektorja“ bomo uporabljali izraz „norma vektorja“. Za

vsak par ravninskih (prostorskih) vektorjev $\vec{x}$, $\vec{y}$ in vsako realno število t velja:

- $\|\vec{x}\| \geq 0$ in $\|\vec{x}\| = 0 \iff \vec{x} = 0$,
- $\|t\vec{x}\| = |t| \|\vec{x}\|$,
- $\|\vec{x} + \vec{y}\| \leq \|\vec{x}\| + \|\vec{y}\|$.

Zadnji pogoj imenujemo trikotniška neenakost:

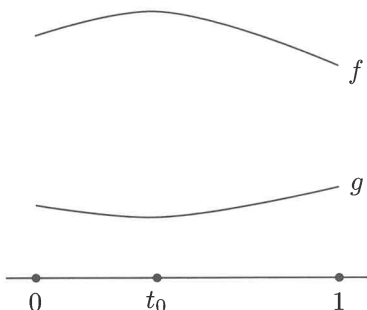


Pravkar vpeljane pojme naravno razširimo na vektorske prostore s skalarnim produktom. Naj bo V vektorski prostor s skalarnim produktom in x poljuben vektor iz V . Tako kot zgoraj normo vektorja x definiramo s predpisom

$$\|x\| = \sqrt{x \cdot x},$$

razdaljo med točkama $x, y \in V$ pa s predpisom $d(x, y) = \|x - y\|$.

Pogosto pa na vektorskih prostorih definiramo normo (velikost) vektorja, ne da bi najprej definirali skalarni produkt. Začnimo s primerom. Naj bo $V = C(I)$ vektorski prostor vseh realnih zveznih funkcij, definiranih na zaprtem intervalu $I = [0, 1]$. Naj bosta $f, g \in C(I)$ funkciji z grafoma:



Če bi se vprašali, katera od teh dveh funkcij je „večja“, bi verjetno večina odgovorila, da funkcija f . Odmik od realne osi je pri funkciji f v točki t_0

velik, medtem ko graf funkcije g poteka ves čas blizu abscisne osi (funkcijske vrednosti so ves čas majhne). Torej se zdi naravno velikost funkcije definirati kot maksimalni odmik grafa funkcije od abscisne osi. Zato definiramo:

$$\|f\| = \max\{|f(t)| : 0 \leq t \leq 1\}, \quad f \in C(I).$$

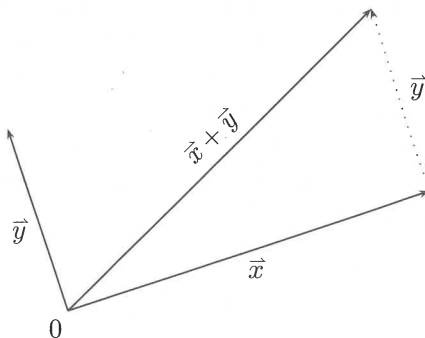
Spomnimo se, da je za vsako zvezno funkcijo $f \in C(I)$ tudi funkcija $t \mapsto |f(t)|$ zvezna na intervalu I . Vsaka zvezna funkcija na zaprtem intervalu je omejena in doseže svoj maksimum. Torej je vrednost $\|f\|$ res definirana za vsak $f \in C(I)$. Ni težko preveriti, da tako definirana norma zadošča zgornjim trem pogojem.

Naj bo V vektorski prostor. Naj bo $\|\cdot\| : V \rightarrow \mathbb{R}$ taka preslikava, da vsak par vektorjev $x, y \in V$ in vsako realno število t ustrezajo že znanim pogojem:

- $\|x\| \geq 0$ in $\|x\| = 0 \iff x = 0$,
- $\|tx\| = |t| \|x\|$,
- $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.

Potem rečemo prostoru V normiran vektorski prostor. V normiranem prostoru razdaljo med točkama $x, y \in V$ definiramo s predpisom $d(x, y) = \|x - y\|$. Kaj pa pravokotnost dveh vektorjev? Prva misel je, da pravokotnosti ne moremo definirati, saj nimamo skalarnega produkta. Pokazali bomo, da lahko pravokotnost vektorjev definiramo, kljub temu da skalarnega produkta nimamo. Še več, dve definiciji, ki ju bomo spoznali, bosta zlahka razumljivi in povsem naravni. Ko ju bomo spoznali, se kar ne bomo mogli izogniti vprašanju: „Zakaj se tega nismo spomnili sami?“ Lepe ideje so pogosto prav enostavne.

Denimo, da sta ravninska vektorja $\vec{x}$ in $\vec{y}$ pravokotna:



Potem Pitagorov izrek pove, da je

$$\|\vec{x} + \vec{y}\|^2 = \|\vec{x}\|^2 + \|\vec{y}\|^2.$$

Tu smo seveda z $\|\cdot\|$ označili običajno normo, porojeno iz skalarnega produkta. Zlahka se prepričamo, da velja tudi obratno. Torej sta za poljubna ravninska vektorja $\vec{x}$ in $\vec{y}$ naslednji trditvi ekvivalentni:

- vektorja $\vec{x}$ in $\vec{y}$ sta pravokotna,
- $\|\vec{x} + \vec{y}\|^2 = \|\vec{x}\|^2 + \|\vec{y}\|^2$.

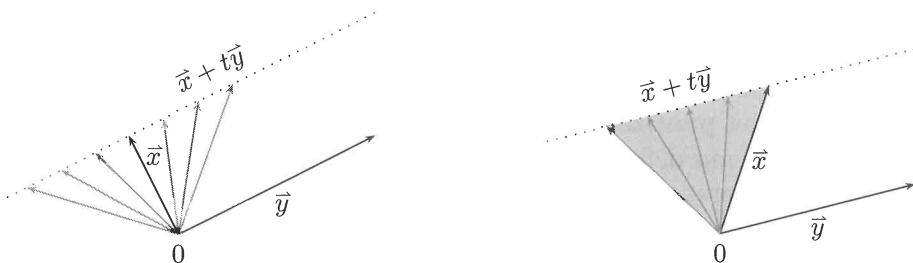
Medtem ko za formulacijo prvega pogoja potrebujemo skalarni produkt, pa je drugi pogoj mogoče formulirati v vsakem normiranem prostoru.

Naj bo torej V poljuben normiran prostor z normo $\|\cdot\|$ in $x, y \in V$ poljuben par vektorjev. Vektorja x in y sta *pitagorejsko pravokotna*, če velja $\|x + y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$.

V štiridesetih letih prejšnjega stoletja je James [1, 2] opazil, da sta ravninska vektorja $\vec{x}$ in $\vec{y}$ pravokotna natanko tedaj, ko velja

$$\|\vec{x} + t\vec{y}\| \geq \|\vec{x}\|$$

za vsako realno število t :



Res, na desni sliki opazimo kar nekaj vektorjev oblike $\vec{x} + t\vec{y}$, ki so krajši od vektorja $\vec{x}$. Seveda smo ponovno z $\|\cdot\|$ označili običajno normo v ravnini. Naj bo V poljuben normiran prostor z normo $\|\cdot\|$ in $x, y \in V$ poljuben par vektorjev. Vektor x je *pravokoten na vektor y v Jamesovem smislu*, če velja $\|x + ty\| \geq \|x\|$ za vsak $t \in \mathbb{R}$. Tedaj zapišemo $x \perp y$.

Pozorni bralec je opazil, da nismo zapisali: „vektorja x in y sta pravokotna v Jamesovem smislu“, temveč: „vektor x je pravokoten na vektor y v Jamesovem smislu“. To smo seveda storili namenoma. Izkaže se namreč, da iz $x \perp y$ ne sledi nujno $y \perp x$. Res, vzemimo funkciji $f, g \in C(I)$, definirani s predpisoma $f(t) \equiv 1$ in

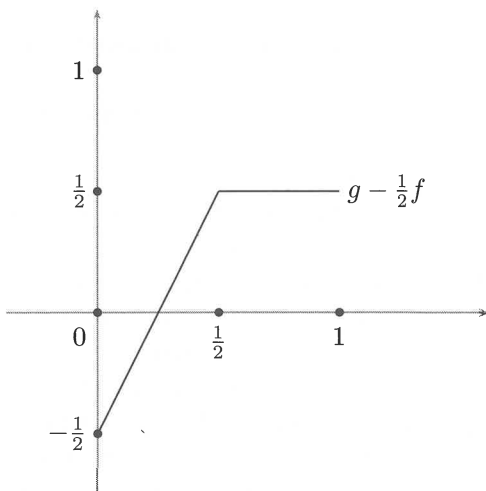
$$g(t) = \begin{cases} 2t; & t \in [0, \frac{1}{2}] \\ 1; & t \in [\frac{1}{2}, 1] \end{cases}.$$

Potem za vsako realno število t velja:

$$\begin{aligned}\|f + tg\| &= \max\{|f(s) + tg(s)| : 0 \leq s \leq 1\} \geq \\ &\geq |f(0) + tg(0)| = |f(0)| = 1 = \|f\|\end{aligned}$$

in zato je $f \perp g$. Funkcija

$$\left(g - \frac{1}{2}f\right)(t) = \begin{cases} 2t - \frac{1}{2}; & t \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \\ \frac{1}{2}; & t \in \left[\frac{1}{2}, 1\right] \end{cases} :$$



ima normo $1/2$, od koder sledi $\|g - (1/2)f\| < \|g\| = 1$. Torej funkcija g ni pravokotna na funkcijo f v Jamesovem smislu, čeprav je funkcija f pravokotna na funkcijo g v Jamesovem smislu.

Če je v vektorskem prostoru s skalarnim produktom vektor x pravokoten na vektorja y in z , potem je pravokoten tudi na vsako njuno linearno kombinacijo $ty + sz$. Ali ima tudi Jamesova ortogonalnost to lastnost? Pri natančni formulaciji tega problema moramo upoštevati, da Jamesova ortogonalnost ni simetrična relacija in da je pogoj linearnosti sestavljen iz dveh pogojev: aditivnosti in homogenosti. Torej imamo opravka z naslednjimi štirimi vprašanji. Naj bo V poljuben normiran prostor, $x, y, z \in V$ poljubni vektorji ter s poljuben skalar.

1. Ali iz $x \perp y$ sledi $sx \perp y$?
2. Ali iz $x \perp y$ sledi $x \perp sy$?
3. Ali iz $x \perp y$ in $x \perp z$ sledi $x \perp (y + z)$?

4. Ali iz $x \perp z$ in $y \perp z$ sledi $(x + y) \perp z$?

Odgovor na prvi dve vprašanji je pritrdilen. Naj bo $x \perp y$. Torej velja

$$\|x + ty\| \geq \|x\|$$

za vsako realno število t . Če je $s = 0$, potem za vsak realen t velja $\|sx + ty\| = \|ty\| \geq 0 = \|sx\|$. Če pa je $s \neq 0$, potem je

$$\|sx + ty\| = |s| \|x + (t/s)y\| \geq |s| \|x\| = \|sx\|$$

za vsak $t \in \mathbb{R}$. Zato je $sx \perp y$. In seveda za vsak par $s, t \in \mathbb{R}$ velja

$$\|x + tsy\| \geq \|x\|.$$

Zato je tudi $x \perp sy$.

Odgovor na tretje vprašanje pa je negativen. Da bi to videli, si izberimo taki funkciji $g, h \in C(I)$, da je $g(t) + h(t) = 1 = f(t)$, $0 \leq t \leq 1$, in $g(0) = 0 = h(1)$. Potem je $f \perp g$, saj $\|f + sg\| \geq (f + sg)(0) = f(0) = 1 = \|f\|$. Seveda velja tudi $f \perp h$ (to preverimo podobno kot $f \perp g$), vendar pa funkcija f ni pravokotna na funkcijo $g + h$, saj $\|f - (g + h)\| = \|0\| = 0$.

Sedaj pa iskanje odgovora na četrto vprašanje ni več tako težko in ga zato prepuščamo bralcem. Zahtevnejši bralci lahko poizkusijo karakterizirati tiste pare funkcij $f, g \in C(I)$, za katere velja $f \perp g$. Tisti, ki bodo ugnali ta problem, bodo zlahka odgovorili na zadnje vprašanje.

Tu se poraja cel kup problemov. Spoznali smo dve definiciji pravokotnosti. Z nekaj brskanja po literaturi ali spletu bo bralec zlahka našel še več podobnih definicij. Vsem je seveda skupno to, da se na prostorih s skalarnim produktom ujemajo z običajno definicijo pravokotnosti. Denimo, da imamo na normiranih prostorih definirani dve pravokotnosti: $\perp_1$ in $\perp_2$. Naravno vprašanje je, ali katera od teh pravokotnosti implicira drugo. Zanima nas torej, ali za vsak par vektorjev x, y iz $x \perp_1 y$ sledi $x \perp_2 y$ in še, ali iz $x \perp_2 y$ sledi $x \perp_1 y$. Ali morda veljata celo obe implikaciji? V tem primeru sta definiciji ekvivalentni. Denimo, da nobena od zgornjih implikacij ne velja za vse normirane prostore. Kaj potem lahko povemo o normiranih prostorih, v katerih ena od teh implikacij velja? Vsekakor razred takih prostorov vsebuje vse prostore s skalarnim produktom, saj se v teh prostorih vse naravne definicije pravokotnosti ujemajo. So to edini prostori s to lastnostjo? Če je to res, smo dobili karakterizacijo normiranih prostorov, v katerih je norma porojena iz skalarnega produkta. Ugotovili smo, da pravokotnost v normiranih prostorih nima vseh „običajnih lastnosti“. Kaj lahko povemo o prostorih, v katerih ima obravnavana pravokotnost kako od teh običajnih

lastnosti? Denimo, da imamo dan normiran prostor in neko definicijo pravokotnosti. Ali znamo karakterizirati vse pare pravokotnih vektorjev? Ali znamo opisati vse linearne preslikave na vektorskem prostoru, ki ohranjajo pravokotnost? Denimo, da imamo pravi podprostor končnodimenzionalnega normiranega prostora. Ali obstaja neničeln vektor, ki je pravokoten na vse vektorje iz tega podprostora? Taka in podobna vprašanja (nekatera med njimi so kar težka in imajo presenetljive uporabe na drugih področjih matematike) so bila obravnavana v celi vrsti člankov. Popoln seznam obstoječe literature bi bil precej dolg. Z uporabo ključnih besed: „orthogonality“ in „normed space“ bo zainteresirani bralec zlahka našel precej teh člankov na spletu.

Opomba avtorja

Če bi pisal ta članek pred nekaj meseci, bi ga verjetno začel s stavkom: „Naj bo X normiran realen prostor,“ ali pa s stavkom: „Naj bo X realen vektorski prostor s skalarnim produktom.“ Po prevzemu funkcije odgovornega urednika pa sem se seveda najprej vprašal, kakšne vsebine bi bile lahko zanimive za naše bralce. Večina matematikov in fizikov pri svojem delu ne sreča niti abstraktnih vektorskih prostorov s skalarnim produktom niti normiranih prostorov. Le redki srečneži z izjemnim spominom ne pozabljajo definicij, ki so jih zadnjič slišali pred več leti. Vsi drugi pa moramo v takih primerih pobrskati po literaturi. Sedaj pa pomislim na matematika ali fizika dvajset let po diplomi, ki vzame v roke Obzornik in se sooči z enim od zgoraj zapisanih stavkov. Za njim ali njo je naporen dan v službi, ukvarjanje z družino, delo v gospodinjstvu, ... Kljub temu da želi seči po strokovnem berilu, si zlahka predstavljam, da zmanjka moči in volje za iskanje ustrezne literature.

Zato sem začel z vektorji v ravnini in prostoru in potem le zlagoma prehajal na bolj abstraktne pojme. Ko sem se ob pisanju posvetoval s kolegi, sem bil opozorjen, da lahko s prelahkim uvodom vzbudim pri bralcih negativen odziv. Seveda vem, da lahko marsikdo razume tak uvod kot podcenjevanje bralstva. In povsem jasno mi je, da je za velik del bralstva začetni del članka prelahek. Pa ga vseeno nočem spremeniti. Ko se udeležujem strokovnih in znanstvenih predavanj, sem vedno znova izgubljen že po nekaj minutah poslušanja. In v tistih redkih trenutkih, ko z lahkoto sledim začetku predavanja, mi niti na misel ne pride, da bi zamahnil z roko in predavanje odpravil kot nezanimivo. Ravno nasprotno! Vesel, da razumem, poslušam in upam, da se bom tokrat le naučil kaj novega. Predavanje, ki sem mu lahko sledil, me pogosto spodbudi k nadaljnjemu samostojnemu študiju. In potem mi ni

prav nič žal za tistih uvodnih deset minut predavanja, ko sem poslušal „trivialno razlago enostavnih pojmov“. Ko se pri predavanju izgubimo, ponavadi ni poti nazaj. Pri branju je seveda drugače, saj se lahko ustavimo, premislimo in po potrebi uporabimo dodatno literaturo. Lahko pa tudi preprosto obupamo in branje opustimo. Zato nikoli ne zamerim avtorju, če je povedal „kaj preveč“. Tiste strani pač na hitro preletim. Hiter pregled teh strani mi je sicer vzel nekaj minut, zato pa je marsikomu prihranil dolgotrajno iskanje zahtevanih pojmov v literaturi.

Pri tem članku sem avtor. Seveda sem večkrat v vlogi bralca. In kaj tedaj pričakujem od preglednega znanstvenega članka? Da me na čim bolj udoben način seznani z nekim meni novim področjem. Zadovoljen sem, če dojamem lepoto bistvenih idej, ne da bi se izgubljal v podrobnostih. Potem pa se sam odločim. Lahko sem preprosto zadovoljen, ker sem razširil svoje znanje. Kdaj drugič pa mi tak članek vzbudi željo po nadaljnjem študiju. Ko je enkrat ta želja tu, pa se je bistveno lažje spoprijeti se s pojmovno in tehnično zahtevnejšimi teksti.

Če sem sprejel vlogo odgovornega urednika in si zastavil cilj spremeniti uredniško politiko, potem seveda ni pošteno zgolj govoriti o tem, kakšni naj bi bili znanstveni pregledni članki. S primerom sem moral pokazati, kaj si predstavljam kot privlačen članek za ciljno publiko. Neprijetna naloga, ki pa so mi jo olajšali številni kolegi z branjem preliminarne verzije in mnogimi koristnimi nasveti. Hvala vsem! Pravokotnost je zanimiva tema zaradi enostavne nazornosti v ravnini in kompleksnosti v bolj abstraktnih strukturah. Zato je bila primerna tema za „vzorčni“ članek, ki sem ga napisal brez poglobljanja v literaturo. V preliminarni verziji sta se tako pojavili samo referenci [2] in [4]. Boris Lavrič pa me je opozoril na Kramarjev članek [3], ki je med drugim govoril tudi o pravokotnosti v normiranih prostorih. V tem članku je bil citiran tudi Jamesov članek [1] iz leta 1945, ki ga sam prvotno nisem citiral. Jamesova pravokotnost je v Kramarjevem članku imenovana Birkoff-Jamesova pravokotnost. V literaturi sem zasledil obe imenovanji, a zdi se, da je uporaba zgolj Jamesovega imena bolj pogosta. Prav lahko je to krivično, a o tem ne morem soditi, saj ozadja zgodbe „odkrivanja“ te ortogonalnosti ne poznam.

LITERATURA

- [1] R. C. James, *Orthogonality in normed linear spaces*, Duke Math. J. **12** (1945), str. 291–302.
- [2] R. C. James, *Orthogonality and linear functionals in normed linear spaces*, Trans. Amer. Math. Soc. **61** (1947), str. 265–292.
- [3] E. Kramar, *Nekaj geometrijskih karakterizacij hilbertskih norm*, Obzornik mat. fiz. **35** (1988), str. 27–34.
- [4] I. Vidav, *Višja matematika 2*, DZS, Ljubljana, 1979.

PEDAGOŠKE VSEBINE V OBZORNIKU

V Obzornik za matematiko in fiziko bi radi vpeljali tudi prispevke na temo poučevanja fizike. Gre za šolski predmet, ki ima že po tradiciji pri mnogih učencih (in tudi njihovih starših) negativen prizvok. Povezujejo ga predvsem s težko razumljivo in nezanimivo snovjo, z zahtevnimi učitelji ter s posledično slabimi ocenami. Številne šole si prizadevajo zmanjšati število ur fizike v obveznem učnem programu in nova šolska zakonodaja, ki se nam obeta v bližnji prihodnosti, jim bo to, kot vse kaže, tudi omogočila. Fiziki se seveda držimo za glavo in na široko razlagamo, kako brez fizike – matere vseh znanosti – ne bi bilo ne mikrovalovnih pečic, ne mobilne telefonije in ne interneta, s čimer poskušamo javnosti dopovedati, da je fizika zelo pomembna v vsakdanjem življenju. Vendar, ali znamo doseči, da bodo učenci pri pouku z zanimanjem in navdušenjem poslušali ustrezno razlago o elektromagnetnem valovanju? In pa, ali jim lahko obljubimo, da bo ob koncu šolskega leta vsakdo izmed njih znal razložiti, kako delujejo omenjene naprave? Razprave s tematiko kvalitetnega poučevanja se v slovenskem tisku zelo redko pojavljajo. Upamo, da nam bo s članki v Obzorniku uspelo stanje vsaj delno izboljšati. Želimo si čim več razprav neposredno s „terena“. Torej vsi, ki ste kakorkoli vpleteni v proces poučevanja fizike – pišite nam!

Za začetek smo sklenili „vreči rokavico“ s pomočjo članka o poučevanju fizike, ki je izšel v nedavni številki revije *Physics Today* (november 2005). Napisala sta ga Carl Wieman, dobitnik Nobelove nagrade za fiziko leta 2001, univerzitetni profesor Carnegie-CASE US leta 2004 in ugledni profesor fizike na Univerzi v Koloradu (Boulder, ZDA), ter Katherine Perkins, docentka za fiziko na isti univerzi. Članek, ki ga bomo zaradi njegove dolžine objavili v dveh delih, se nanaša na poučevanje fizike v nižjih letnikih na univerzah v Združenih državah Amerike. Kljub temu je razprava zelo splošna in aktualna tudi za poučevanje na srednjih in osnovnih šolah. Čeprav je na nekaterih mestih čutiti specifičnost ameriškega šolskega sistema, pa so številne ugotovitve prav gotovo zanimive tudi za dogajanje na tej strani „velike luže“, zato upamo, da bodo bralce spodbudile k razmišljanju in pisanju o ustrezni domači praksi in izkušnjah.

Irena Drevenšek Olenik

PRENOVA POUČEVANJA FIZIKE*

1. DEL

CARL WIEMAN in KATHERINE PERKINS

Univerza v Koloradu
Boulder, ZDA

S pomočjo orodij fizike lahko učitelji dosežejo, da se bo postopek učenja tega predmeta premaknil s stopnje dolgočasnega memoriranja na stopnjo razumevanja in občudovanja fizikalnih pojavov.

TRANSFORMING PHYSICS EDUCATION*

PART 1

By using the tools of physics in their teaching, instructors can move students from mindless memorization to understanding and appreciation.

Naravoslovnoznanstvena skupnost mora korenito spremeniti poučevanje naravoslovja in doseči, da bo le-to postalo bolj učinkovito in primerno za znatno večji delež populacije, kot je v dosedanem sistemu. Ta potreba je rezultat številnih sprememb v družbi in v življenjskem okolju, do katerih je prišlo v zadnjih desetletjih. Ena od najpomembnejših sprememb je globalizacija. Človek današnjega časa se neprestano sooča s kritičnimi globalnimi vprašanji, ki so v osnovi tehnične narave; na primer: spremembe v podnebjju, genetsko inženirstvo in preskrba z energijo. Samo dobro znanstveno in tehnično izobraženi državljani lahko v povezavi z navedenimi problemi sprejemajo razumne odločitve. Drugi razlog za prenovo je dejstvo, da moderne ekonomije tako močno temeljijo na znanosti in tehnologiji, da dobro poznavanje znanosti in tehnike ter spretnost pri reševanju tehničnih problemov lahko pripomoreta k izboljšanju posameznikove poklicne kariere praktično ne glede na poklic, ki ga opravlja. In nenazadnje, moderna ekonomija lahko napreduje in se razvija le, če je na voljo delovna sila z visoko stopnjo naravoslovno-tehničnega znanja in spretnosti.

Kot člani naravoslovnoznanstvene skupnosti se moramo zato vprašati: „Kako uspešno je naše poučevanje naravoslovnih predmetov za široko populacijo dijakov in študentov?“. V sodobni družbi mora namreč biti cilj poučevanja teh predmetov zelo drugačen kot v preteklosti, ko je bil glavni poudarek usmerjen na najbolj nadarjeno peščico učencev, iz katere so kasneje zrasli znanstveniki in strokovnjaki. Nove, širše izobraževalne potrebe

*Ponatisnjeno z dovoljenjem iz revije *Physics Today* (November 2005, strani 36–41). Reprinted with permission from *Physics Today* (November 2005, pages 36–41). Copyright © 2005 American Institute of Physics.

seveda ne izločajo izobraževanja bodočih generacij znanstvenikov. Vendar pa je zelo verjetno, da bo na splošno bolj učinkovito poučevanje naravoslovja za širše množice prineslo hkrati tudi bolj izobražene bodoče znanstvenike in inženirje ter predvsem večje število le-teh. To domnevo podpira ugotovitev, da je v trenutni situaciji delež dijakov, ki se odločijo za študij fizike na univerzi, veliko bolj odvisen od tega, koliko so sposobni tolerirati tradicionalni stil poučevanja naravoslovnostnanstvenih predmetov kot pa od njihovih sposobnosti za znanstvenoraziskovalno delo. [1]

Iz različnih razlogov fizikalna srenja nedvomno mora in zmore prevzeti vodilno vlogo pri zagotavljanju učinkovitih in relevantnih metod poučevanja naravoslovja za široko populacijo. Vodilo pri tem ji je pravzaprav lastni interes, ki pravi, da bodo le bolj naravoslovnostnanstveno izobraženi davkoplačevalci znali tudi bolj spoštovati in ceniti vrednost znanstvenega raziskovanja v fiziki.

Toda kaj natančno mislimo z *učinkovitim* poučevanjem? To je tak način poučevanja, ki bo spremenil pogled učencev na fiziko in reševanje fizikalnih nalog ter jih spodbudil, da bodo začeli razmišljati bolj podobno ekspertom, se pravi praktičnim fizikom. [2] Eksperti vidijo fiziko predvsem kot med seboj povezano zbirko univerzalnih spoznanj, ki opisujejo naravo in svet okoli nas in do katerih smo se dokopali z eksperimenti. Eksperti tudi uporabljajo sistematični pristop k reševanju problemov, ki sloni na splošnih konceptih, uporabnih v vrstah različnih situacij. V nasprotju s tem pa žal večina učencev („novincev“) dojema fiziko kot skupek izoliranih koščkov informacij, ki jim jih posreduje avtoritativni učitelj in nimajo povezave z realnim svetom. Zato učenje fizike za večino učencev pomeni predvsem memoriranje informacij in receptov za reševanje nalog, ki se po navadi navezujejo na zelo specifične in neživljenjske situacije. [2]

Raziskave o učinkovitosti tradicionalnega poučevanja

Za začetek se nekoliko pomudimo pri vprašanju, do kolikšne mere lahko z doslej običajnim načinom poučevanja dosežemo, da učenci pri reševanju problemov začnejo razmišljati kot eksperti. Omenjeni tako imenovani tradicionalni način poučevanja, ki se uporablja pri veliki večini kurzov, ima nekaj zelo prepoznavnih značilnosti. Večina učne ure poteka tako, da učitelj razlaga snov; naloge, ki se navezujejo na podano snov, pa so zbrane na koncu posamičnih poglavij v učbeniku in jih učenci v glavnem rešujejo doma. Gre za probleme, ki tipično zahtevajo kratke kvantitativne odgovore in učenceva ocena v veliki meri temelji na testih, ki preverjajo sposobnost reševanja podobnih problemov. V preteklih dveh desetletjih so fizikalni pedagogi temeljito raziskali učinkovitost opisane prakse (več podrobnosti lahko

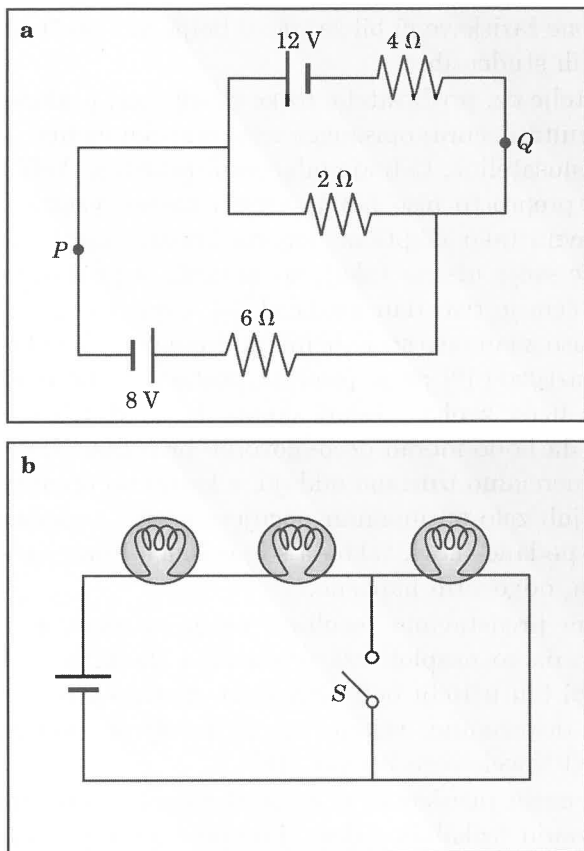
najdete v članku Edwarda F. Redisha in Richarda N. Steinberga *Teaching Physics: Figuring Out What Works*, Physics Today, januar 1999, str. 24). V tem poglavju bomo predstavili nekaj najbolj značilnih primerov raziskave treh dokaj različnih, vendar zelo pomembnih vidikov učenja: razumevanja konceptov, prenosa informacij in splošnega mnenja o fiziki kot vedi.

Prvi od omenjenih treh vidikov, to je razumevanje konceptov [3, 4], je še posebno pomemben, saj je eden od glavnih adutov fizikalne znanosti ravno spoznanje, da lahko z nekaj osnovnimi koncepti razložimo množico zelo raznolikih fizikalnih pojavov. Večina raziskav se je nanašala na učinkovitost učenja konceptov v sklopu tradicionalnih kurzov fizike. Rezultati so presenetljivo skladni. Opisali bomo dva primera, enega iz mehanike in enega iz elektrike.

Fizikalni pedagogi so razvili številne skrbno pripravljene eksterne teste, s katerimi so pri učencih ovrednotili razumevanje osnovnih konceptov sile in gibanja. Z njimi so v ZDA na začetku in na koncu šolskega leta prečesali velikansko število kurzov. [6, 7] Rezultat je pokazal, da pri poglavju o silah študenti na fakulteti osvojijo v povprečju le okoli 30 % dodatne snovi glede na poprejšnje znanje. Večina njihovega znanja konec šolskega leta torej temelji na tistem, kar so vedeli že na začetku šolskega leta.

Ugledni profesor z univerze v Harvardu, Eric Mazur, je raziskoval razumevanje konceptov pri elektriki. Motiviran z rezultati testov pri poglavju o silah je dal svojim študentom v reševanje teste s pari sorodnih nalog [8], kakršna sta denimo prikazana na sliki 1. Pri prvi nalogi so morali izračunati, kolikšen tok teče skozi upornik z upornostjo 2 ohma in kolikšna je napetost med točkama P in Q . Pravilnih odgovorov je bilo 69 %, kar nakazuje, da je večina študentov zadovoljivo osvojila metode reševanja srednje težkih električnih tokokrogov z enosmernim tokom. Isti študenti pa so se odrezali precej slabše pri drugi nalogi, pri kateri so morali kvalitativno pojasniti, kaj se v narisani shemi zgodi s svetlostjo žarnic in s tokom skozi baterijo, ko vključimo stikalo S . Čeprav se drugi problem vsakemu fiziku zdi dosti lažji kot prvi, je bilo pri njem zadovoljivih le 49 % odgovorov. Nauk te zgodbe je, da znajo pri tradicionalnem načinu poučevanja študenti priti do pravilnih odgovorov na tipske naloge, ne da bi v resnici razumeli ustrezne osnovne koncepte in ne da bi globlje osvojili s koncepti podprte metode reševanja problemov, kakršni so značilni za fiziko kot znanstveno vedo.

Kot naslednji primer si oglejmo učenje z vidika preprostega prenosa informacij in idej od učitelja na učenca v sklopu tradicionalnega poučevanja. Primer se nanaša na kurz osnovne fizike na fakultetah, kjer nenaravoslovni predmeti niso osrednjega pomena. Po razlagi fizike zvoka na običajen, po našem mnenju zelo mikaven in jasen način, smo v učilnico prinesli violino. Razložili smo, da v skladu z vsem, kar je bilo ravnokar povedano, strune



Slika 1. Primer tipske (a) in netipske (b) naloge iz poglavja o električnem toku. (Ponatisnjeno z dovoljenjem založbe Pearson Education iz MAZUR, ERIC, PEER INSTRUCTION: A USER'S MANUAL, 1st Edition, © 1997. Reprinted by permission of Pearson Education, Inc., Upper Saddle River, NJ.)

ne premikajo dovolj zraka, da bi proizvedle slišni zvok violine. Zato je pomembno, da ima violina resonančno telo, ki se zatrese pod vplivom nihanja strun in to tresenje potem proizvaja zvok, ki ga dejansko slišimo. Zvok, ki ga slišimo, torej proizvaja predvsem telo violine. Četrto ure kasneje smo študentom postavili vprašanje s štirimi možnimi odgovori. Glasilo se je: zvok violine, ki ga slišimo, oddajajo: a) v glavnem strune, b) v glavnem telo violine, c) telo in strune v enaki meri ali d) nič od navedenega? Kar 84 % študentov je kot pravilni odgovor obkrožilo odgovor a), le 10 % jih je odgovorilo pravilno (odgovor b)). Ugotovili smo, da je teh 10 % pravilnih odgovorov tipična številka, ki jo dobimo 15 minut za tem, ko pri predavanju z veliko truda razložimo kakšno neočitno ali neintuitivno fizikalno dejstvo.

Rezultat podobne raziskave ni bil kaj dosti boljši niti pri študentih fizike niti pri podiplomskih študentih.

Ko smo učitelje oz. predavatelje fizike prosili, naj poskušajo napovedati, kakšni bodo rezultati zgoraj opisanega testa o zvoku violine, so praktično vsi precenili delež slušateljev, ki bodo odgovorili pravilno. Veliko šol je šlo celo tako daleč, da preprosto niso hotele verjeti našim rezultatom. Za bralce, ki so morda ravno tako skeptični, naj na kratko omenimo še dve študiji. Neki profesor je svoje učence takoj, ko so prišli iz predavalnice, prosil, naj mu razložijo o čem je tisti dan predaval. [4] Učenci v glavnem razen splošnih naslovov niso znali navesti nobenih podrobnosti. V neki drugi, nekoliko bolj zahtevni raziskavi [9] pa je profesor postavil 18 učencem 6 elementarnih vprašanj o fiziki zvoka. Takoj zatem, ko so dobili vprašanja, jim je bilo povedano, da bodo morali do odgovorov priti tako, da si bodo ogledali 14-minutno komercialno izdelano oddajo, v kateri bo predaval priznani profesor fizike. Kljub zelo optimalnim pogojem učenci z gledanjem filma niso zmogli osvojiti podane snovi, tako da so po koncu filma na večino vprašanj vsi, razen enega, odgovorili napačno.

Ko učiteljem predstavimo rezultate naših raziskav, pogosto vprašajo: „Ali to pomeni, da so nasploh vsa predavanja slaba?“ Jednat odgovor je NE. Toda, da bi bili učitelji bolj učinkoviti, morajo svoje učne ure pripraviti v skladu z dokazanimi, vendar žal ne dovolj priznanimi, kognitivnimi principi o naravi človekovega učenja. [10]

Tretji vidik naših raziskav se je nanašal na splošno mnenje slušateljev o fiziki in o reševanju fizikalnih nalog. Proučevanje je potekalo v glavnem s pogovori in skrbno pripravljenimi anketami. Z anketami smo preverjali, v kolikšni meri študentje o fizikalnih pojavih in problemih razmišljajo z zgoraj opisanega ekspertnega stališča ter kako se njihov pogled na fiziko spreminja med kurzom. Te ankete sedaj na različnih ustanovah v ZDA vsako leto izpolnjuje na tisoče študentov prvega letnika. Anketiramo jih na začetku in na koncu študijskega leta. Ugotovili smo, da ob koncu leta študenti v povprečju razmišljajo veliko manj v duhu ekspertov kot na začetku leta. Fizika se jim zdi ob koncu leta veliko manj povezana z realnim svetom in manj zanimiva, kot preden so prišli na univerzo. Predvsem jo dojemajo kot nekaj, kar je treba memorirati brez globljega razumevanja. Ta ugotovitev velja praktično za vse kurze, tudi tiste, ki vključujejo izboljšane metode poučevanja, ki vodijo do znatno višjega nivoja obvladovanja konceptov. Za morebitno tolažbo učiteljem fizike naj povemo, da velja podobna ugotovitev tudi za osnovne kurze kemije.

Primeri, o katerih smo razpravljali, so le delček obširne raziskave o učinkovitosti tradicionalnega pristopa k poučevanju fizike. Poglavitno spoznanje je, da se pri tradicionalnem načinu poučevanja, ne glede na to, kako dober je

učitelj, učenci fiziko učijo v glavnem „na pamet“, z memoriranjem dejstev in receptov za reševanje nalog, ne naučijo pa se razumevanja fizikalnih pojavov. Podobno žalostna je tudi ugotovitev, da se ne glede na vsa prizadevanja in trud učitelja tipičnemu študentu prej ali slej zazdi, da je fizika dolgočasna in nebitvena za razumevanje sveta, v katerem živimo.

Boljši pristop

Ali sploh obstaja kakšen način poučevanja fizike, ki tipičnega učenca ne privede do tako mračnih spoznanj? Naš odgovor in tudi odgovor številnih drugih raziskovalcev, ki se ukvarjamo z didaktiko fizike, je brez dvoma DA. Večina metod, ki so pripomogle k uspešnemu napredku znanstvenih raziskav v fiziki, lahko znatno izboljša tudi poučevanje fizike kot šolskega predmeta. Pri znanstvenoraziskovalnih metodah poučevanja glavnina aktivnosti namesto na tradiciji in pripovedovanju anekdot temelji na učenju principov in pridobivanju ustrezne prakse s pomočjo lastnega raziskovanja in iskanja podatkov. V ta namen lahko učenci uporabijo številne možnosti, ki jih ponujajo sodobne tehnologije. Dobljene rezultate morajo nato posredovati celotni skupini in jih ustrezno širiti naprej. Številni dokazi potrjujejo, da navedeni pristop deluje. V razredih, pri katerih smo uporabili metode poučevanja, ki temeljijo na osnovah raziskovalnega dela, smo ugotovili dramatičen porast v količini osvojenih informacij in podvojeno število doseženih točk pri ekster-nih preverjanjih razumevanja konceptov sil in gibanja ter pri drugih testih. Poleg tega je pri večini učencev odpadlo tudi negativno mnenje o fiziki kot vedi oz. učnem predmetu.

Raziskave o učenju so dale rezultate, ki po eni strani lahko razložijo številne slabosti tradicionalnega poučevanja, po drugi pa hkrati ponujajo možnosti za izboljšanje obstoječega stanja. Predstavili bomo tri primere, ki smo jih izbrali po načelu, da jih je možno enostavno realizirati v sklopu standardnih kurikulumov in v okviru običajnega dela v razredu. Številni dodatni primeri, med katerimi se nekateri nanašajo tudi na specifične vsebine, so predstavljeni v literaturi [3, 4, 5].

Raziskave človekovega spoznavnega vedenja kažejo, da je količina snovi, ki jo v tipičnem razredu predstavimo v sklopu ene učne ure, znatno večja, kot jo je posameznik sposoben predelati oz. akumulirati. Človeški možgani delujejo do neke mere podobno kot osebni računalnik z zelo omejenim dinamičnim spominom (RAM-om). Več opravil, kot mu jih naložimo za hkratno procesiranje (kognitivno breme), manj učinkovit je pri tem, da sploh še kaj izvrši [12] (glej sliko 2). V taki situaciji vsakršna dodatna miselna obremenitev ne glede na obliko posredovanja povzroči, da posameznik praktično ne zmore več sprejemati novih informacij. Vzpostavitev tovrstnega stanja je

eno od najbolj dokazanih in hkrati najpogostejše kršenih pravil poučevanja, ki ga v svojih študijah navajajo številni pedagogi.

THE FAR SIDE® BY GARY LARSON



The Far Side® by Gary Larson © 1986 FarWorks, Inc. All Rights Reserved. The Far Side® and the Larson® signature are registered trademarks of FarWorks, Inc. Used with permission.

“Mr. Osborne, may I be excused? My brain is full.”

Slika 2. „Profesor Novak, ali bi se lahko opravičil, prosim? Moja glava je polna.“ (© 1986 FarWorks, Inc. Vse pravice pridržane. The Far Side® in podpis Larson® sta registrirani blagovni znamki FarWorks, Inc. Ponatisnjeno z dovoljenjem Creators Syndicate.)

Miselna obremenitev ima pomembno vlogo tako pri poučevanju v razredu kot tudi pri strokovnih seminarjih. Če predavatelji želijo maksimizirati učenje, morajo minimizirati kognitivno obremenitev tako, da omejijo količino podane snovi, da pripravijo jasno strukturirano in organizirano predstavitev, da novo snov povežejo z idejami, ki jih poslušalci poznajo že od prej, in da se izogibajo zapleteni tehnični terminologiji ter navajanju majhnih zanimivih podrobnosti.

Glavni cilj izobraževanja je razviti ekspertno sposobnost posameznika in tudi glede le-te so raziskave prinesle številna koristna spoznanja. [5, 12] Ekspertna sposobnost je v osnovi sestavljena iz dveh bistvenih elementov:

poznavanja dejstev in organizacijske sposobnosti eksperta, da že znana dejstva učinkovito medsebojno poveže in uporabi. Organiziranje fizikalnih idej okoli jedra splošnih konceptov je del pridobivanja te organizacijske sposobnosti. Če učenci nimajo ustrezne organizacijske strukture, jih lahko nizanje dodatnih informacij celo odvrne od učenja.

Da bi slušatelji pridobili ekspertne sposobnosti, jim mora predavatelj razviti miselno organizacijsko strukturo, v sklopu katere se ne sprašujejo le „kaj“, ampak tudi „zakaj“ so stvari takšne, kot so. Tovrstne miselne strukture so nov element učenčevega razmišljanja. Kot take morajo biti zgrajene na osnovi učenčevega poprejšnjega načina mišljenja in izkušenj. [5, 12] Ker pa je predhodni način razmišljanja lahko včasih tudi napačen ali napačno uporabljen, ga je treba eksplicitno preveriti in pravilno usmeriti, da je možno nadaljnje napredovanje. Pri tem lahko rezultati raziskav o poučevanju pomagajo predavateljem, da prepoznajo pomanjkljivosti in znajo ravnati pri nekaterih zelo razširjenih in ukoreninjenih napačnih konceptih. [3, 4] Na kratko povedano, ekspertna sposobnost se bo lahko razvila le, če bo učenec med učnimi urami aktivno razmišljal in če bo predavatelj znal ustrezno spremljati in usmerjati njegovo razmišljanje.

Naš zadnji primer se nanaša na raziskavo mnenja slušateljev o predmetu. Mnenje o fiziki kot naravoslovnoznanstveni vedi in o tem, kako se je naučimo, je zelo pomembno. [1, 11] Vpliva namreč na motivacijo, na način učenja in reševanja problemov ter seveda na izbiro učnih predmetov. Kot smo že povedali, tudi same metode poučevanja vplivajo na mnenje študentov o predmetu, ponavadi žal tako, da se med šolskim letom počutijo vedno bolj začetniško. Poučevanje principov mehanike na osnovi analize gibanja abstraktnih predmetov, kot je denimo klada na podlagi brez trenja, lahko marsikaterega študenta navede na misel, da ti principi ne veljajo za telesa v realnem svetu. Dodeljevanje problemov, ki se ocenjujejo izključno na osnovi končnega numeričnega rezultata ali ki jih lahko rešimo tako, da vstavimo prave številke v prave formule, lahko privede do zaključka, da je osnova reševanja fizikalnih problemov memoriranje in iskanje prave končne številke, medtem ko je argumentiranje rezultata in preverjanje njegovega širšega smisla nepomembno. Dobra novica je ugotovitev, da se je bilo pri kurzihi, ki so se relativno zmerno posvetili neposrednemu naslavljanju na mnenje študentov, možno izogniti negativnim premikom. [11] Te spremembe vsebujejo vpeljevanje fizikalnih idej v duhu situacij oz. naprav iz vsakdanjega življenja, preoblikovanje domačih nalog in problemov na testih v obliko, pri kateri odgovor ni le neka abstraktna številka, ampak je splošno uporaben, ter uvajanje pristopov, pri katerih je pomembno tudi argumentiranje in iskanje smisla. Vsi navedeni elementi morajo postati običajni del aktivnosti v razredu, pri domačih nalogah in pri testih.

LITERATURA

- [1] E. Seymour in N. Hewitt, *Talking About Leaving: Why Undergraduates Leave the Sciences*, Westview Press, Boulder, CO (1997); K. K. Perkins, M. M. Gratny, W. K. Adams, N. D. Finkelstein in C. E. Wieman, *Towards characterizing the relationship between students' self-reported interest in and their surveyed beliefs about physics*, http://www.colorado.edu/physics/EducationIssues/PERC2005Formatted_submitted.pdf.
- [2] D. Hammer, *Discovery learning and discovery teaching*, Cogn. Instr. **15** (1997), str. 485–529.
- [3] L. C. McDermott in E. F. Redish, *Resource Letter: PER-1: Physics Education Research*, Am. J. Phys. **67** (1999), str. 755–767.
- [4] E. Redish, *Teaching Physics with the Physics Suite*, Wiley, Hoboken, NJ (2003).
- [5] J. Bransford, A. Brown in R. Cocking, *How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School*, National Academy Press, Washington, DC (2000).
- [6] D. Hestenes, M. Wells in G. Swackhamer, *Force concept inventory*, Phys. Teach. **30** (1992), str. 141–158; glej [4] za pregled drugih uporabnih konceptov.
- [7] R. R. Hake, *Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses*, Am. J. Phys. **66** (1998), str. 64–74.
- [8] E. Mazur, *Peer Instruction: A User's Manual*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ (1997).
- [9] Z. Hrepic, D. Zollman in N. Rebello, *Students' understanding and perceptions of the content of a lecture*, v *Proc. 2003 Physics Education Research Conference*, ured. J. Marx, K. Cummings in S. Franklin, American Institute of Physics, Melville, NY (2004), str. 189.
- [10] D. L. Schwartz in J. D. Bransford, *A time for telling*, Cogn. Instr. **16** (1998), str. 475–522.
- [11] Glej diskusijo raziskave Maryland Physics Expectations (MPEx) v [4] in članka W. Adams et al. in K. Perkins et al. v *Proc. 2004 Physics Education Research Conference*, ured. J. Marx, K. Cummings in S. Franklin, American Institute of Physics, Melville, NY (2005), str. 45 in str. 61.
- [12] R. Mayer, *Learning and Instruction*, Merrill, Upper Saddle River, NJ (2003).
- [13] I. D. Beatty, W. J. Gerace, W. J. Leonard in R. J. Dufresne, *Designing effective questions for classroom response system teaching*, <http://umperg.physics.umass.edu/library/umperg-2005-01/entirePaper/>.
- [14] Omenjene simulacije skupaj s kopijami raziskovalnih člankov so na voljo na spletni strani Physics Education Technology: <http://phet.colorado.edu/>.
- [15] C. H. Crouch, A. P. Fagen, J. P. Callan in E. Mazur, *Classroom demonstrations: Learning tools or entertainment?*, Am. J. Phys. **72** (2004), str. 835–838; W.-M. Roth, C. J. McRobbie, K. B. Lucas in S. Boutonné, *Why may students fail to learn from demonstrations? A social practice perspective on learning physics*, J. Res. Sci. Teach. **34** (1997), str. 509–533.
- [16] C. H. Crouch in E. Mazur, *Peer Instruction: Ten years of experience and results*, Am. J. Phys. **69** (2001), str. 970–977; S. Pollock v *Proc. 2004 Physics Education Research Conference*, ured. J. Marx, K. Cummings in S. Franklin, American Institute of Physics, Melville, NY (2005), str. 137.

prevedla Irena Drevenšek Olenik

BOJAN DREMELJ

Matematika se zagotovo ne konča v šolskih klopeh. Daleč presega tudi potrošniške klišeje o svoji tehnični uporabnosti. Že stari Grki so jo visoko cenili predvsem zaradi njene vzgojne vrednosti. Matematika je jezik razuma in pot do analitičnosti, doslednosti, vzročnosti. Matematika oblikuje in soustvarja način razmišljanja in pogled na svet. O slednjem pričajo mnogi uspešni ljudje, ki so se kot matematiki uveljavili na področjih, ki na prvi pogled nimajo veliko skupnega z matematiko. Najdemo jih po vsem svetu in na najrazličnejših področjih, od drugih znanosti do politike in poslovnega sveta. Znano ime je Ron Sommer. Star komaj 21 let je doktoriral iz matematike na dunajski univerzi, pri 46 letih pa ga najdemo med vodilnimi menedžerji kot generalnega direktorja nemškega Telekom. Tudi Slovenci imamo podobno zgodbo. Matematik mag. Bojan Dremelj je bil v letih 1998–2004 direktor Si.mobila, od marca 2006 pa je predsednik uprave Telekom Slovenije.

V rubriki *Intervju* bomo v Obzorniku objavljali pogovore z ljudmi, ki so tako ali drugače povezani z matematiko ali fiziko in katerih delo, uspehi, misli in besede veliko povedo o vlogi in pomenu temeljnih znanosti za razvoj posameznika in družbe.

Veseli smo, da lahko kot prvi prispevek objavimo pogovor z enim najuglednejših slovenskih menedžerjev, to je z mag. Bojanom Dremeljem, ki s ponosom in rad pove, da je matematik.

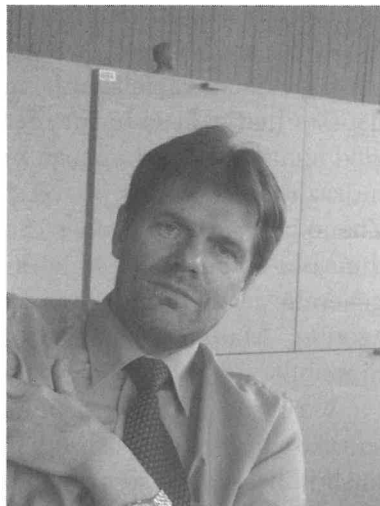
Gospod Dremelj, kakšen pomen pripisujete izobrazbi pri vaši uspešni poslovni poti?

Mislim, da je izobrazba osnova in najpomembnejši del vsakega življenja, vsake življenjske poti. Tako kot je pomembna izobrazba, ki si jo človek pridobi med šolanjem, je tudi zelo pomembno vse nadaljnje izobraževanje. Izobražujemo se na različne načine, ob delu, med delom, ... Rad pa poudarim, da če bi še enkrat izbral svoj študij, bi gotovo izbral spet matematiko. Moram pa priznati, da če bi se sedaj spravljal reševati kakšne kompleksne matematične probleme, recimo na področju algebre ali z uporabo raznih orodij iz analize, bi imel velike probleme. Ampak jaz nisem šel študirati matematike zato, da bi reševal matematične probleme. Študij matematike mi je dal način razmišljanja, pogled na svet, za katerega mislim, da je izjemno dragocen in ga danes dejansko uporabljam pri vsakodnevem delu. In to je največja vrednost študija matematike, saj radi rečemo, da je zaključek študija to, da

smo se naučili učiti se. Potem šele ... se zares začnemo učiti za življenje in delo. Vsak študij pa da človeku svoj specifični način razmišljanja in, kot sem že omenil, poseben pogled na svet. Zelo sem zadovoljen s tem, kar sem pridobil med študijem matematike.

Ste pri študiju matematike kaj pogrešali?

Ne. Študij matematike sam po sebi, pa tudi katerikoli drug študij, je tak, da bi človek samo ob študiju marsikaj pogrešal. Sam bi se težko pritožil, da sem kaj pogrešal. Študij sem vzel kot osnovo, ob kateri sem počel še vrsto drugih stvari. Ves čas študija sem tudi delal na Institutu Jožef Stefan pri različnih projektih. Proti koncu študija sem se, čeprav nisem bil na pedagoški smeri, ampak na smeri uporabna matematika, poskusil tudi v učiteljevanju – učil sem izbirni predmet računalništvo na gimnaziji v Šentvidu. Če torej vzamemo ves sklop študija in praktične uporabe pri aplikativnih projektih na Institutu Jožef Stefan, nekoliko učiteljevanja ..., in če pogledam na vse skupaj kot na celovito izkušnjo, potem nisem ničesar pogrešal. Če pa bi gledal samo na študij, samo na predavanja in izpite, potem to seveda ni dovolj. Nujno je študij povezati z uporabo, delom in sodelovanjem na različnih področjih, in imel sem srečo, da sem to lahko počel.



Se glede na vašo uspešno poslovno kariero štejete predvsem med pripadnike menedžerskega ceha ali se glede na vašo osnovno izobrazbo počutite tudi matematika?

(Nasmeh.) Vi ste prvi, ki ste omenili, da naj bi se štel med pripadnike menedžerskega ceha. Nikoli nisem na svojo poklicno pripadnost gledal tako. Če me kdo vpraša, kaj sem, z velikim ponosom in veseljem povem, da sem matematik. Seveda, kot sem že prej povedal, gledam na matematiko najbrž drugače, se pravi ne s stališča reševanja kompleksnih in eksaktnih matematičnih problemov (nasmeh) npr. v n -dimenzionalnem prostoru. Včasih se sicer rad pošalim s kakšnim zelo matematičnim pogledom na reševanje vsakdanjih menedžerskih problemov. Najbrž vsi poznamo princip „deli in vladaj“. Včasih to zveni precej nenavadno, je pa to povsem matematična metoda, ki smo jo temeljito obdelali. Jaz raje uporabim poimenovanje, ki smo ga uporabljali pri študiju, to je metoda „per partes“. Nasplošje je v življe-

nju eden temeljnih principov reševanja velikih problemov ta, da se človek loti sistematično deliti in reševati posamezne podprobleme. Če hočete, je to čisto menedžerska aplikacija matematičnega algoritma. Prav zaradi sistematičnosti in analitičnosti, ki jo matematika vzgaja, mislim, da je prav matematika najboljša osnova za moje delo. Resnično, prav sistematičnost, analitičnost, matematični in logični pristop pogosto koristijo pri mojem menedžerskem delu, to je pri odločanju in sprejemanju strateških in taktičnih odločitev. Pozneje sem pri svojem delu seveda pogršel nekatera druga znanja. Za magistrski študij sem izbral računalništvo, vendar sem že kmalu ugotovil, da me bolj zanimajo menedžerske, ekonomske znanosti. Iz teh področji sem si pozneje pridobival znanja na ekonomski fakulteti in na IEDC-ju, ki je bil takrat še na Brdu pri Kranju. Ker pa sem človek, ki začete stvari vedno tudi dokonča, sem tudi magisterij iz računalništva dokončal. Če se tako ozrem na svojo izobrazbo, lahko povzamem bistvo: matematika je kot osnova, nadgrajena z ekonomskimi in menedžerskimi znanji, izjemno zanimiva. Tudi v svetu, še posebej v Ameriki, je študij matematike izjemno cenjeno izhodišče za poznejše menedžerske poklice. Veliko je po svetu uspešnih menedžerjev, katerih osnovna izobrazba je prav matematika.

Ja, poznate npr. gospoda Rona Sommerja, ki je doktoriral iz matematike na dunajski univerzi pri 21 letih, pozneje, v letih 1995–2002 pa je bil generalni direktor nemškega Telekoma – torej gre tudi dobesedno za vašega kolega po osnovni izobrazbi in poklicu?

Ja, poznam, in podobnih zgodb je še veliko.

Kako pomembni sta za razvoj posameznika in družbe ustvarjalnost in samodisciplina?

(Nasmeh.) Zelo!

Kako sta pa ustvarjalnost in samodisciplina povezani, kakšna je tu vloga izobraževanja, še posebej matematike in naravoslovja?

To sem že povedal. Matematika je način razmišljanja, je pogled na svet, je način reševanja problemov. Študij matematike ti da tak način razmišljanja. Da ti specifičen in sistematičen pogled na reševanje problemov in na življenjsko okolje v najširšem smislu. In meni se zdi to dober sistem, pravzaprav najboljši možen način.

Kako bi komentirali mnenja nekaterih, da jih logika omejuje v ustvarjalnosti, da je logika struktura, ki omejuje ideje?

Lahko bi rekel, da se s tem strinjam. Ljudje smo različni in v tem je ves čar. Pri umetniku je ustvarjalnost ravno v svobodi, da uporabi logiko ali njeno

nasprotje, to je tisto, kar nam da drugačne rezultate. Nove poti dajo nove rezultate. Celo matematiki z veliko sistematiko uporabljamo in dokazujemo stvari z uporabo logičnih nasprotij. Ena pot do cilja nas vodi prek dokazovanja resnice, druga, v matematiki zelo pogosta, pa prav prek zanikanja resnice (dokaz s protislovjem), ko rečemo, „pa recimo, da to ni tako“. Tu zadevo ravno obrnemo, a kljub temu ohranimo vse temeljne principe logike. Ni pa vselej v življenju mogoče uporabiti doslednih principov logike. Mislim, da je treba včasih, še posebej ko gre za kakšne zelo nenavadne reči, ravnati povsem drugače. (Nasmeh.) Seveda pa bi bil lahko tudi zelo ortodoksen in bi rekel, da je v vsaki stvari logika. Včasih je logika prav v tem, da logike ni! Predstavljajte si dokaz, da v neki stvari ni logike. Ali ni logika potem ravno v tem dokazu, da logike ni?

Kaj menite o neskladju med deklariranimi potrebami po izobraženih na eni in veliki funkcionalni nepismenosti ljudi na drugi strani?

Mislim, da je zadeva odvisna od zornega kota. Po mojem je osnovno to, da je največje bogastvo vsake firme človek. In kaj človek je? Je dejansko to, kar zna. Njegovo znanje je njegov največji kapital. Vprašanje je tudi, kaj funkcionalno znanje sploh je, in to bi bilo treba najprej definirati. Prej sva se pogovarjala o tem, kaj je meni dal študij matematike. So bila to funkcionalna, uporabna znanja, ki se lahko takoj tržno uporabijo? Nikakor! Namen izobraževanja nikakor ni takoj uporabno znanje. Tudi uporabna znanja, o katerih sem prej govoril, ki so pomembna že v času študija, so uporabna predvsem z vidika osmišljanja in razumevanja in manj po njihovi tržni vrednosti. Bistvo je v organizaciji. Vem, da obstajajo nekateri, ki pravijo, da ne morejo dobiti ljudi, ki bi imeli primerna znanja, fakultete niso primerno izobrazile ljudi, to je prava katastrofa, naš sistem je zanič, ..., a to pove več o organizaciji kot o sistemu izobraževanja. Pri nas v Telekomu drugače gledamo na stvari. Ogromno vlagamo v ustrezna in nujna dodatna izobraževanja. Za človeka, ki ga sprejmemo v Telekom, menimo, da ima široka strokovna znanja, ki so nujna podlaga za specifična znanja. Predvidevamo, da je sposoben in pripravljen za specifičen razvoj in mi začnemo vlagati vanj in ga ustrezno izobraževati za specifične potrebe. Mogoče nekaj konkretnih števil. V lanskem letu se je 84 % zaposlenih, tu govorimo o več kot 2000 zaposlenih, dodatno izobraževalo. Povprečno je naš zaposleni v lanskem letu za izobraževanje porabil 5,5 dni. V to mi vlagamo. Študij človeku da predvsem to, da ko ga končaš, si se naučil učiti se. Takrat se šele začneš zares izobraževati za delo, ki ga boš opravljal, in tu je pomembna organizacija. Mislim, da je to, kar počnemo v Telekomu, prava pot.

Kaj menite o vlogi in pomenu avtoritete, še posebej v izobraževalnem sistemu? V poslovnem svetu je pozitivna in nujna avtoriteta dober menedžer. Kdo naj bi bil v šolstvu avtoriteta, vodja in menedžer?

(Po premisleku.) Hmm. Imam odgovor, le razmišljam, kako bi ga oblikoval. Vsekakor je v šolstvu avtoriteta (tudi) zelo pomembna. Pomembno je namreč ustvariti okolje, v katerem lahko ljudje (v šolstvu torej učenci, dijaki in študenti) sprostijo svojo ustvarjalnost in inovativnost. Le ob njihovi angažiranosti lahko pričakujemo ustvarjalnost in pridobivanje novega znanja. Sam nikakor ne verjamem, da je neurejeno okolje lahko motivacija za razvoj in učenje. Nasprotno, urejenost okolja je pogoj za napredek, za sproščanje ustvarjalnosti. In če hočemo imeti urejeno okolje, je potrebna neka avtoriteta. To avtoriteto ima lahko in jo mora imeti učitelj, seveda najprej s svojim strokovnim znanjem, s svojim osebnim angažmajem in zgledom. Tu je ključno vprašanje, ali učitelju omogočimo in postavimo ustrezne temelje, da lahko tako avtoriteto, torej strokovno, s svojim osebnim angažmajem in zgledom tudi uveljavlja. Danes je marsikje, kot beremo še zlasti v šolah v tujini, okolje tako, da avtoriteta učitelja kratko in malo ni več mogoča. To seveda ne koristi nikomur, niti učencem, niti šolskemu sistemu, niti razvoju družbe.

Poznate g. Leeja Yacocca, znanega ameriškega menedžerja, dolgoletnega direktorja Forda, Chryslerja, ...?

Seveda. Gre za pravo legendo uspešnega poslovođenja.

G. Yacocca o učiteljih pravi takole: „V razumni družbi bi najboljši izmed nas želeli postati učitelji, kajti prenašanje spoznanj človeštva na nove generacije je početje najvišje časti in odgovornosti, ki si jo je mogoče zamisliti.“ Bi se z mislijo g. Yacocca strinjali?

Gotovo. Zelo se strinjam. Poklic učitelja premalo cenimo in ima premalo veljave. To se na koncu kaže tudi v težko dosegljivi učiteljevi avtoriteti, o kateri sva govorila prej.

Kako kot matematik gledate na razcvet magije? Danes so najuspešnejši pisatelji Dan Brown – Da Vincijeva šifra, J. K. Rowling – Harry Potter, Paulo Coelho – Alkimist, ... Vsa ta dela družijo močna prisotnost magije. Sanje postajajo skoraj pomembnejše od dejanskega ..., to so procesi, ki so ravno nasprotni logičnosti, sistematičnosti, analitičnosti, ...

Sam spadam med ljudi, ki zelo trdno stojijo na zemlji, zato sem najbrž neprimeren za to, da bi razlagal magijo. Po moje je razlog za veliko uspešnost magije in drugih nelogičnosti to, da vse preradi pobegnemo od realnosti.

Najbrž so zato avtorji in dela, ki ste jih omenili, dosegli tako branost in slavo. Svet se „vrti“ vse hitreje, življenje postaja vse bolj zahtevno v tem smislu, da je vse manj časa, in v tem stresu ljudje iščemo sprostitev na različne načine. V tem ni nič slabega. Vsakdo mora najti neki način, neki ventil, da se sprosti. Jaz na primer rad tečem in tista ura teka mi ogromno pomeni. Sprostim se in si nabere novih moči za naslednje napore. Drugim je beg v nerealni ali umišljni svet najbrž podobna sprostitev in ... zakaj ne?

Kaj bi kot uspešen menedžer svetovali učiteljem, študentom, dijakom, učencem in šolskim oblastem za izboljšanje dela in produktivnosti v šolah?

(Tišina.) Moram priznati, da bi tukaj težko kaj povedal. Mislim, da so stvari še posebej v šoli take, da je zelo težko dajati univerzalne nasvete. Nekaj, kar je dobro za enega, bo nesprejemljivo za drugega. Zagotovo lahko rečem samo to, da bi se morali vsi zavedati, da znanje pomeni čedalje večji kapital. In da nam tega kapitala nihče ne more vzeti in nobena kriza zmanjšati njegove vrednosti. Zato se vlaganje v znanje zagotovo obrestuje. Največji problem učiteljev pa je v tem, da če se študenti, dijaki in učenci ne bodo zavedali vrednosti znanja in da to znanje potrebujejo, potem je vse zaman. Teh vrednot znanja učitelji učencem ne morejo vteptati v glavo.



To so vrednote, ki se oblikujejo širše, družbeno. Še zlasti pa bi se morali učitelji zavedati tega, da tudi znanje zastara. Tega, kar lahko prodaš danes, mogoče jutri ne bo nihče več kupil. Zato se morajo učitelji izpopolnjevati in stalno razmišljati tudi o atraktivnosti izdelkov, ki jih „prodajajo“. Prav za vse nas torej velja, da se moramo neprestano učiti. Življenje samo nas sili, da smo ves čas v vlogi učitelja in učenca in kot učenci moramo hlastati po novih znanjih, po novih spoznanjih, kot učitelji pa moramo gledati, kako bomo lahko ves čas ponujali najmodernejše znanje tako po vsebini kot po načinu. S spreminjanjem sveta današnja Y-generacija zahteva od nas, pa naj bomo v vlogi učiteljev ali staršev, drugačen pristop, kot je bil včasih. Ta generacija potrebuje ogromno prepričevanja in zato so potrebne drugačne metode, kot so jih uporabljali včasih. Tedaj so učenci a priori verjeli vsemu, kar je učitelj povedal. Danes mu a priori ne verjamejo, zato je treba iskati druge načine, da bi dosegli cilj.

Je problem tudi v tem, da je politično korektno govoriti o uporabnem znanju, medtem ko mladega človeka kaj malo zanima, kaj bo čez deset ali dvajset let lahko uporabil, tudi če bi bilo možno učiti „pragmatično uporabna znanja“ za desetletja vnaprej? Se vam zdi, da bi torej morali govoriti o zanimivosti in atraktivnosti znanja in ne o njegovi uporabnosti?

Mislim, da moramo v končni fazi vsi skozi sistem izobraževanja, ki je dovolj širok. Nihče se niti ne zna niti se mu ni treba odločati, katero specialno znanje bo potreboval, zato bi vašemu mnenju seveda pritrdil. Znanje naj bo zanimivo, uporabnost se bo našla znotraj te zanimivosti, a šele v pravem času. Tudi na trgu je tako. Če prodajate nekaj, kar je samo uporabno, tega danes nihče več ne kupi. Če se vrneva k industriji, ljudi ne zanima več samo, *kaj kaka stvar dela*, ampak tudi *kakšna je videti*. Zavedati se moramo, da v družbi ne moremo ločevati vrednot tako, da ena vrednota velja v šoli, neka povsem druga vrednota pa velja v življenju zunaj šolskega sistema. Tega ni. Vrednote, kakršne pač so, so univerzalne. Gledati moramo, kje kakšne vrednote prevladujejo, in ustrezno ukrepati, če želimo kaj doseči. Žal je tako, da je dizajn čedalje pomembnejši. Šele zanimivost in atraktivnost nam vzbudita željo po nečem in šele tedaj opazimo tudi uporabnost. Brez atraktivnosti in zanimivosti stvari sploh ne opazimo, in enako je treba razmišljati tudi v šolskem sistemu. Pri večini produktov, ki se danes tržijo, se najprej vzpostavi neki emocionalni kontakt, nekaj, kar te pritegne, in šele skozi to emocionalnost in potrošnikovo izkušnjo se potem pokaže uporabnost. Okolje je danes tako polno, tako dinamično, tako zasičeno in tako zanimivo, da se v tisto, v čemer ne vidimo, ne čutimo zanimivosti, ne bomo poglobili. A če se hočemo nekaj naučiti, se v to moramo poglobiti.

Gre torej za popolno redefiniranje pojma uporabnosti?

Da, seveda. Prav za to gre.

Ste poznali prof. Prijatelja?

(Nasmeh.) Da. Zame je bil on najboljši profesor. Prof. Prijatelj je znal iz predavanja narediti dogodek, v katerem si resnično užival. Čutil sem, da je znal znanje narediti zanimivo. Na njegova predavanja smo z veseljem hodili in nemalokrat sem v četrtem letniku, ko ni bilo več predmetov, kjer je on predaval (predaval mi je v prvem in drugem letniku), šel na njegova predavanja samo zato, ker sem užival. Čeprav sem izpite pri njegovih predmetih opravil sproti, sem se tudi kasneje na njegovih predavanjih še vedno kaj novega naučil.

Se spomnite, kaj je o bistvu matematike rad rekel prof. Prijatelj? Njegov najljubši rek je bil: „Bistvo matematike je v tem, da krepí uma bistri meč.“

Ne, tega se pa ne spomnim. Se pa strinjam, saj misel lepo povzame to, kar sva se pogovarjala.

Ni dolgo, ko ste kot predsednik uprave prevzeli Telekom. Veliko podjetje, ki bi mu lahko rekli konglomerat. Pa vendarle precej manjše, kot če bi si slovensko šolstvo predstavljali kot veliko podjetje. Si lahko zamislite, da bi kot direktor prevzeli to „veliko firmo“? Šolstvo je vseskozi v reformah in sanacijah. Česa bi se vi kot direktor „tega namišljenega podjetja“ lotili najprej? Kako bi si zamislili sanacijo? Kakšna bi bila vaša menedžerska vizija za izboljšanje slovenskega šolstva?

(Molk.) Dejstvo je, da je vsak sklop našega življenja mogoče videti v luči poslovnega odnosa. Npr. vsa pogajanja temeljijo v bistvu na menedžerskem vidiku. Doma se pogajamo s svojimi otroki. Otroci so izjemni pogajalci. Mogoče bo kdo rekel, da služba ni isto kot dom. A vendarle veljajo povsod isti principi. Poslovni svet v bistvu pomeni, da imaš neke resurse, ki jih upravljaš z nekim znanjem, da dobiš določen rezultat. V družini imamo določene resurse in znanje, spretnosti, kako z njimi upravljamo. V šolstvu je isto: resursi, znanje, rezultat. Prepričan sem, da lahko vzporejamo upravljanje podjetja in šolstva. Ne smete mi zameriti, gledam seveda s povsem menedžerskega vidika in mislim, da bi lahko v šolstvu uporabili marsikakšen princip, ki se je izkazal za uspešnega v poslovnem svetu. V šolah imamo ravnatelje in učitelje in po mojem mnenju je glavno vprašanje to, kakšna je razdelitev funkcij med upravljanjem šole in med osnovno dejavnostjo šole. Osnovna dejavnost šole je seveda izobraževanje, in tu je temeljno vprašanje, kolikšno možnost imajo učitelji, da uveljavijo samoiniciativo in ustvarjalnost. Katere gospodarske firme so najuspešnejše? Tiste, ki so ustvarjalne, ki dopuščajo in spodbujajo drugačnost. Ste prebrali knjigo *Karaoke kapitalizem*? Preberite jo! Ključ je v ustvarjalnosti, v drugačnosti pri tem, da narediš nekaj izvirnega. Bojim se, da se v našem šolstvu velikokrat zagovarja uniformizem in da ustvarjalnost nima visoke cene. Govorim seveda o učiteljih. Ali šolski sistem spodbuja učiteljevo ustvarjalnost? Imajo učitelji dovolj proste roke pri pripravi in izboru vsebin, pri načinu izvedbe, tudi pri času in celo kraju izvedbe ...? Imajo proste roke? Kako naj bo učitelj ustvarjal, če je vpet v številne kalupe in neštete forme? Kaj sploh želimo ustvariti pri učencih? Kreativnost? Kako naj to doseže učitelj, ki ni ustvarjal, ki ne sme biti ustvarjal? To je ključ ...

Gospod Dremelj, hvala za pogovor.

Hvala tudi vam. Bilo mi je v veselje.

Pogovor je pripravil Damjan Kobal

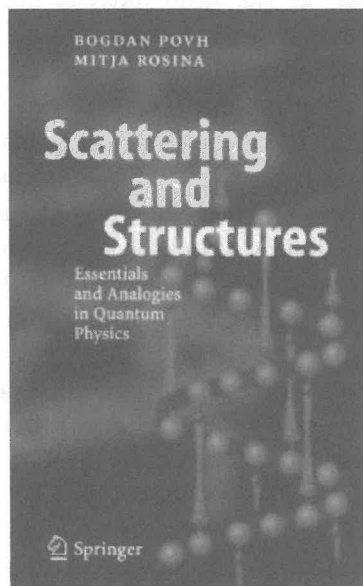
FIZIKALNE NOVICE

Pri založbi Springer je pod naslovom „Scattering and Structures“ pred kratkim izšel angleški prevod učbenika prof. dr. Mitje Rosine, zaslužnega profesorja Oddelka za fiziko, in prof. dr. Bogdana Povha, zaslužnega profesorja Univerze v Heidelbergu in inštituta za jedrsko fiziko Maxa Plancka. V knjigi avtorja na izbranih primerih iz sveta elementarnih delcev, nukleonov, atomov in molekul, kvantnih plinov in kapljev in ter zvezd obravnavata skupne lastnosti in enotne koncepte za opis teh kvantnih sistemov. Knjiga je v prvotni obliki izšla leta 2002 v nemščini.

Pri založbi Springer je v okviru zbirke „The Lecture Notes in Physics“ nedavno izšla knjiga „Novel NMR and EPR techniques“, ki so jo uredili prof. Janez Dolinšek, prof. Marija Vilfan in prof. Slobodan Žumer. Knjiga je posvečena 70. rojstnemu dnevu prof. Roberta Blinca in obsega znanstvene članke o najnovejšem dogajanju na področjih jedrske magnetne in elektronske spinske resonance.

Čisto svež pa je zbornik „Informal Learning and Public Understanding of Physics“, v katerem številni priznani svetovni strokovnjaki s področja fizikalnega izobraževanja in komuniciranja znanosti poročajo o novih poučevalskih prijemih in metodah, ki slonijo na povezovanju neformalnega in formalnega učenja ter o posredovanju znanosti širši javnosti. Zbornik sta uredila prof. Gorazd Planinšič in Aleš Mohorič, izdala ga je FMF in je izšel v mesecu avgustu.

Naj omenimo še gostovanje prof. Josipa Sliska z mehiške univerze Benemérita v Puebli. Prof. Slisko je med vojno zapustil Bosno in Hercegovino in je sedaj priznani strokovnjak za didaktiko fizike. Pri nas je v treh predavanjih predstavil metode aktivnega učenja in sodobne trende v poučevanju fizike. Kot pravi Slisko, temelji večina novih prijemov v poučevanju osnovne fizike na spoznanju, da je poučevanje, ki sloni zgolj na razlagi, med najmanj učinkovitimi. Mnogo bolj učinkovite so me-



tode, pri katerih učitelj s premišljeno postavljenimi vprašanji spodbuja aktivno sodelovanje učencev ter tako doseže, da učenci sami pridejo do določenih spoznanj. Seveda takšno delo zahteva več časa, toda tisti, ki razvijajo aktivne oblike poučevanja osnovne fizike, zatrjujejo, da se sprememba izplača.

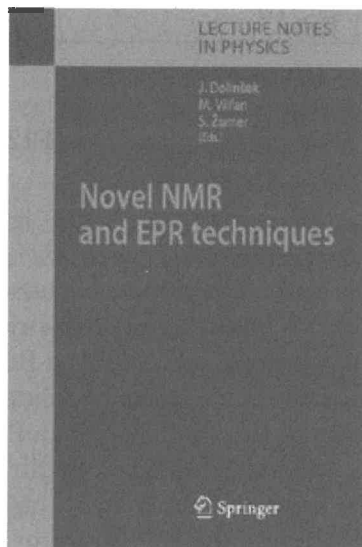
Od obilice konferenc je širše morda najbolj zanimiva GIREP-ova konferenca, ki bo konec avgusta v Amsterdamu na Nizozemskem. Ta konferenca je najpomembnejši mednarodni dogodek s področja fizikalnega izobraževanja. Letošnja konferenca ima naslov „Modeling in Physics and Physics Education“. Več o konferenci si lahko ogledate na strani <http://www.science.uva.nl/research/amstel/dws/girep2006/>.

Ker smo ravno sredi prenove univerzitetnih študijskih programov (Bolonjska reforma), bo mogoče koga zanimal osmi EUPEN-ov forum, ki bo sredi septembra v belgijskem Gentu. EUPEN pomeni European Physics Education Network in zveza s svojo iniciativo STEPS (Steakholders Tune European Physics Studies) skrbi za usklajenost študija fizike po različnih univerzah v Evropi. Več o forumu si lahko ogledate na spletni strani <http://www.eupen.ugent.be/>.

V maju so v Tehniškem muzeju Bistra potekali „Dnevi fizike“. Dnevi fizike so namenjeni predstavitvi in popularizaciji fizike med mladimi. Sodelavci slovenskih fakultet in raziskovalnih inštitutov so obiskovalcem predstavili eksperimente z različnih področij fizike. Osrednji dogodek je bil verižni eksperiment. Gre za dinamični dogodek, podoben akcijam podiranja kolone domin, le da namesto padanja domin aktiviramo posamezne naprave, ki tvorijo verigo zanimivih fizikalnih dogodkov. V sklopu predavanj „Fizika za vsakogar“ pa je potekalo predavanje dr. Andreje Gomboc z naslovom „Črne luknje“. Dogodek je zbudil precejšnje zanimanje med obiskovalci, in tako lahko obenem s to novico povabim na dneve fizike, ki bodo na istem mestu naslednje leto od torka, 22. maja, do četrтка, 24. maja 2007. Ideje za poskuse ali člene v verižnem eksperimentu so dobrodošle in jih pošljite kar na moj e-mail.

Več novic lahko pričakujete v kratkem. Vsekakor pa mi, kadar naletite na kaj zanimivega, to sporočite na Ales.Mohoric@fmf.uni-lj.si.

Aleš Mohorič



VABILO

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije vabi svoje članice in člane k sodelovanju na strokovnem srečanju in 58. občnem zboru (10. in 11. novembra 2006 v Hotelu Špik v Gozdu Martuljku). Vodilni temi bosta *Fizika po letu fizike* (eksperimenti in vpliv eksperimentiranja na poučevanje fizike) in *Geometrijski drobiž* (preprosti dokazi in učenje dokazovanja). Člani društva lahko predstavijo zanimivosti s teh področij oziroma nove metode dela in novosti pri pouku matematike, fizike in astronomije (pripomočke, nove vsebine, zanimive eksperimente in posebne prilagoditve). Predstavitev je možna v treh oblikah:

- s prispevkom (20–30 minut, lahko tudi krajše)
- s posterjem
- s predstavitvijo učila ali pripomočka

Na voljo bodo grafoskop, projekcijsko platno in videoprojektor za prenos slike z računalnika. Računalnik s potrebno programsko opremo in druge pripomočke morajo predavatelji prinesiti s seboj ali pa se morajo o tem poprej dogovoriti (sporočiti Janezu Krušiču).

Prijave lahko pošljete pisno ali po elektronski pošti. Obvezno morajo vsebovati:

- naslov prispevka
- ime in priimek avtorja (ali več avtorjev), naslov ustanove, kjer je avtor zaposlen, oziroma domači in elektronski naslov
- kratek povzetek prispevka (pri velikosti črk 12 pt naj ne presega pol strani formata A4)

Prijave sprejemamo **do 15. oktobra 2006** na naslov: **DMFA Slovenije, Janez Krušič, Jadranska 19, 1000 Ljubljana** ali na elektronski naslov: **Janez.Krusic@mf.uni-lj.si**. Povzetkom, ki jih boste oddali po pošti, dodajte zapis v elektronski obliki (disketo).

Izbor prispevkov bo opravila in razvrstila po sekcijah posebna komisija, ki jo bo imenoval upravni odbor DMFA Slovenije. Povzetki bodo objavljeni v biltenu občnega zbora. Vsa obvestila v zvezi z občnim zborom in strokovnim srečanjem bomo sproti objavljali na domači strani DMFA. <http://www.dmfa.si/>.

Predsednik DMFA:
Zvonko Trontelj

OBZORNIK ZA MATEMATIKO

LJUBLJANA, JULIJ 20

Letnik 53, številka 4

ISSN 0473-7466, UDK 51+5

R 177/06



100002471, 4

COBISS

VSEBINA

ODPIŠANO Strani

Članki

Pravokotnost v normiranih prostorih, Peter Šemrl 100–108

Šola

Pedagoške vsebine v Obzorniku, Irena Drevenšek Olenik 109

Prenova poučevanja fizike – 1. del, Carl Wieman in Katherine Perkins,
prevedla Irena Drevenšek Olenik 110–118

Intervju

Bojan Dremelj, pripravil Damjan Kobal 119–126

Vesti

Uvodnik, Peter Šemrl 97–99

Obvestilo, Zvonko Trontelj 99

Fizikalne novice, Aleš Mohorič 127–128

Vabilo, Zvonko Trontelj XV

CONTENTS

Articles

Pages

Orthogonality in normed spaces, Peter Šemrl 100–108

School

Transforming Physics Education – Part 1, Carl Wieman and
Katherine Perkins, translated by Irena Drevenšek Olenik 110–118

Interview 119–126

News 97–XV

Na naslovnici je detajl fraktalne strukture, ki jo dobimo z grafično ponazoritvijo Newtonove iterativne metode v kompleksnem za funkcijo $f(z) = z^5 - 1$ (avtorica Monika Testen).