ATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

1998
Letnik 45
2

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, MAREC 1998

letnik 45, številka 2, strani 33–64

Glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, 1001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p.p. 2964, telefonska št. (061) 17-66-553, številka žiro računa 50106-678-47233, devizna nakazila SKB banka d.d. Ljubljana, SWIFT: SKBASI2X, številka računa 429619, Ajdovščina 4, Ljubljana.

Uredniški odbor: Miran Černe (glavni urednik), Boris Lavrič (urednik za matematiko in odgovorni urednik), Martin Čopič (urednik za fiziko), Boštjan Jaklič (tehnični urednik).

Jezikovno pregledal Janez Juvan, računalniško oblikoval Martin Zemljič.

Člani društva prejemajo Obzornik brezplačno. Celoletna članarina 3.000 SIT. Naročnina v knjigarnah in za ustanove 6.000 SIT, za študente 1.500 SIT, za tujino 50 DEM. Posamezna številka za člane 580 SIT, stare številke 380 SIT.

Tisk: Tiskarna KURIR. Naklada 1500 izvodov.

Revijo sofinancirata Ministrstvo za znanost in tehnologijo ter Ministrstvo za šolstvo in šport.

Po mnenju MZT št. 415-52/92 z dne 5.2.1992 šteje revija med proizvode iz 13. točke tarifne št. 3 zakona o prometnem davku, za katere se plačuje 5% davek od prometa proizvodov.

DMFA je včlanjeno v Evropsko matematično društvo (EMS), v Mednarodno matematično unijo (IMU), v Evropsko fizikalno društvo (EPS) in v Mednarodno združenje za čisto in uporabno fiziko (IUPAP). DMFA ima pogodbo o recipročnosti z Ameriškim matematičnim društvom (AMS).

© 1998 DMFA Slovenije – 1343 Poštnina plačana na pošti 1102 Ljubljana

---

VSEBINA — CONTENTS

Članki — Articles Str.–Page

Elementarna geometrija in matrike reda dva — elementary geometry and matrices of order two (Milan Hladnik) 33–42

Matematično izobraževanje pri nas in po svetu — Mathematics education in Slovenia and abroad (Damjan Kobal) 43–50

Nenavadni interferenčni poskusi: Interferenčni poskus z laserjema – drugič — Unusual interference experiments: Interference of two lasers revisited (Janez Strnad) 51–56

Nove knjige — New books (Bojan Magajna) 50

Vesti — News

Poročilo o 49. občnem zboru DMFA (Nada Razpet) 56–59

Priznanja učiteljem matematike in fizike v letu 1998 (Ivana Mulec) 59–61

Ob sedemdesetletnici prof. F. Križaniča (Anton Suhadolc) 62–64

Sedmo slovensko srečanje o uporabi fizike (Matjaž Babič) 64–III

Vabilo (Nada Razpet) IV

Na ovitku: E. Vuillard, *Podstrešna soba*, 1897.

ELEMENTARNA GEOMETRIJA IN MATRIKE REDA DVA

MILAN HLADNIK

Math. Subj. Class. (1991): 15A60, 51M04

V članku predstavimo več geometrijskih rešitev elementarnega ekstremalnega problema, povezanega z računanjem norm posebnih projektorjev. V dodatku z uporabo formule za normo matrike reda dva določimo ekstremne točke enotske krogle v prostoru takih matrik.

ELEMENTARY GEOMETRY AND MATRICES OF ORDER TWO

In the article we present several geometrical solutions of an elementary extremal problem related to computing the norm of some special projections. Using a formula for the norm of a matrix of order two, we determine in an appendice the extreme points of the unit ball in the space of such matrices.

1. Zaporedna projekcija točke v ravnini

Zamislimo si, da točke v ravnini $\mathbb{R}^2$ zapored projiciramo na dve različni premici p in q skozi koordinatno izhodišče. Pravokotni projektor na premico p označimo s P, na premico q pa s Q. Rezultat zaporednega projiciranja točke $z \in \mathbb{R}^2$ s projektorjema Q in P (v tem vrstnem redu) je torej točka PQz na premici p. Dogovorimo se še za nekaj oznak: identično preslikavo, ki ohranja vsako točko, bomo zapisali z I, evklidsko normo točke (vektorja) $z \in \mathbb{R}^2$ z $\|z\|$ $(= \sqrt{x^2+y^2}$, če je $z = (x,y)$, $x, y \in \mathbb{R})$. Enako označimo operatorsko normo linearne preslikave iz $\mathbb{R}^2$ v $\mathbb{R}^2$. Enkrat za vselej tudi izberimo projektor Q, projicira naj npr. na abscisno os.

Projektorja P in Q sta linearni preslikavi, zato je linearna tudi preslikava $I - PQ$ (ni pa projektor, če P in Q ne komutirata). Njeno (operatorsko) normo izračunamo kot običajno po formuli

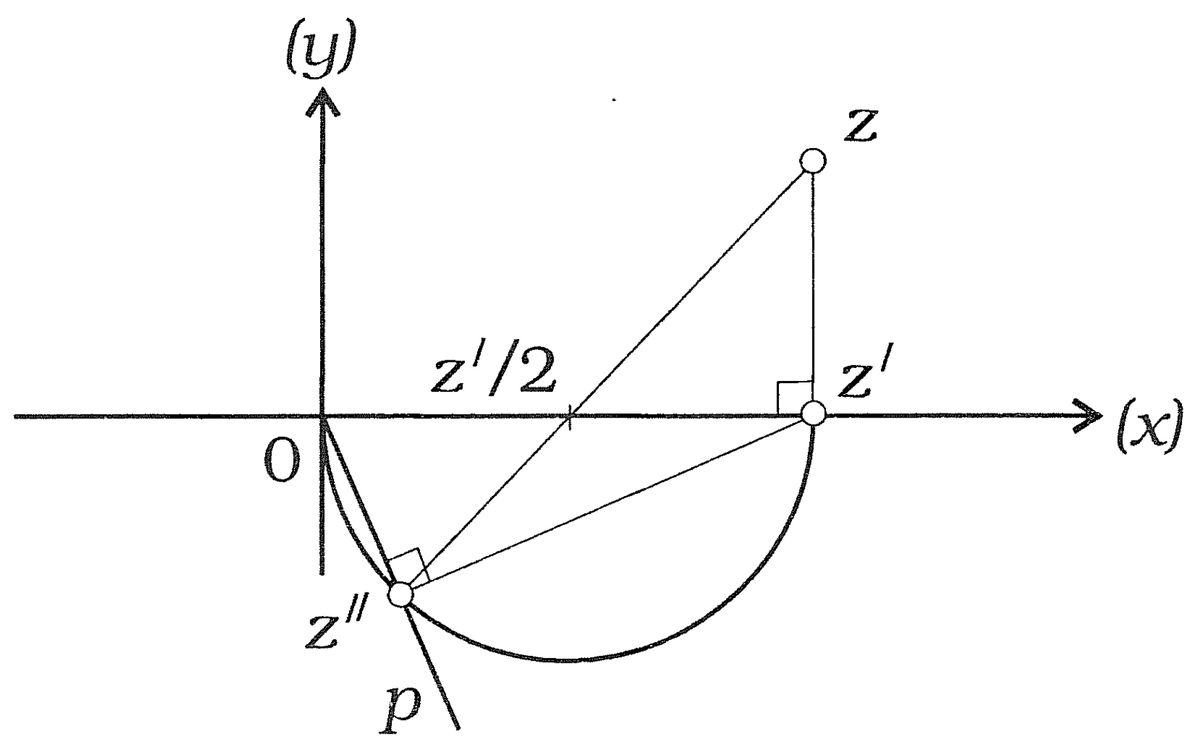
$$\|I - PQ\| = \max_{\|z\|=1} \|z - PQz\|.$$

Zanima nas, pri katerem projektorju P (se pravi, pri kateri premici p) je ta norma največja. Iščemo torej $\max_P \|I - PQ\|$ po vseh pravokotnih projektorjih P. Zaradi končne razsežnosti prostora linearnih preslikav je maksimum dosežen; to velja tudi za vse nadaljnje primere. Ker je

$$\max_P \|I - PQ\| = \max_P \max_{\|z\|=1} \|z - PQz\| = \max_{\|z\|=1} \max_P \|z - PQz\|,$$

lahko to nalogo rešimo tako, da najprej pri danem $z \in \mathbb{R}^2$ poiščemo tak projektor P_z, da je $\|z - P_zQz\| = \max_P \|z - PQz\|$ (maksimalna razdalja originala z do zaporedne projekcije PQz), nato pa določimo še tako točko z na enotski krožnici s središčem v koordinatnem izhodišču, da je norma $\|z - P_zQz\|$ maksimalna. Nalogo smo torej razdelili na dva dela.

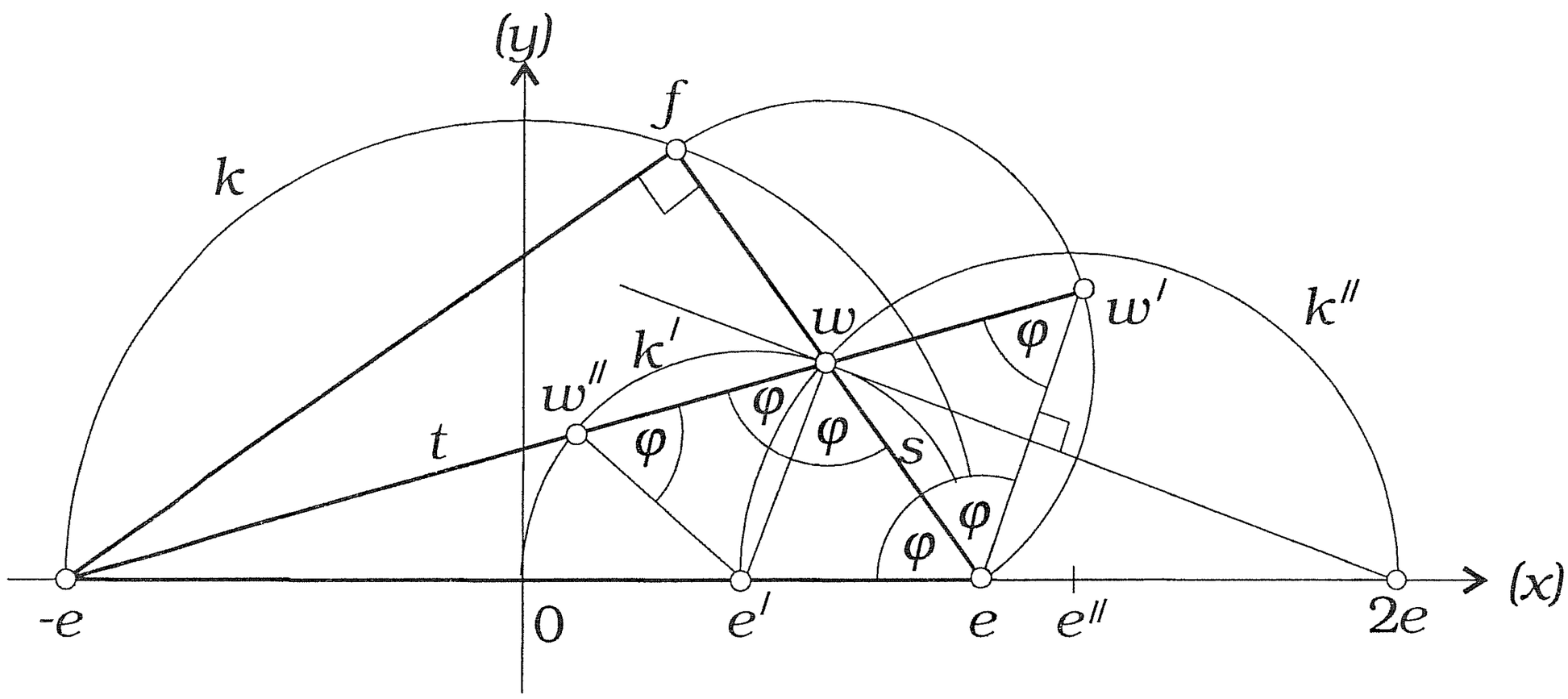
Namesto da bi problema reševali analitično, se ju raje lotimo z metodami elementarne geometrije. Na sliki 1 naj bo z dana točka (brez škode lahko predpostavimo, da leži v 1. kvadrantu), točka $z' = Qz$ njena pravokotna projekcija na abscisno os in $z'' = Pz' = PQz$ pravokotna projekcija točke z' na poševno premico p. Točka z'' očitno leži nekje na polkrožnici s središčem v $z'/2$ in polmerom $\|z'/2\|$. Določiti jo moramo tako, da bo razdalja $\|z - z''\|$ maksimalna. To pa je seveda res natanko takrat, ko poteka zveznica zz'' skozi središče polkrožnice (slika 1).



Slika 1.

Denimo, da je pri vsakem z točka z'' že izbrana v skladu z zgornjim navodilom. V drugem delu naloge moramo ugotoviti, pri kateri točki z z lastnostjo $\|z\| = 1$ je norma $\|z - z''\|$ maksimalna. Ta problem pa je ekvivalenten naslednjemu (glej sliko 2):

V katerem pravokotnem trikotniku s hipotenuzo 1 *je vsota težiščnice na kateto in polovice te katete največja?*



Slika 2.

Oglišča trikotnika označimo v $\mathbb{R}^2$ z vektorji $-e$, e in f, pri čemer naj bo $e = (1/2, 0)$, tako da je razdalja med e in $-e$ enaka 1. Iz slike vidimo, da mora pri teh pogojih drugo krajišče w težiščnice (razpolovišče katete) ležati na pol manjši krožnici k', kot je krožnica k, očrtana pravokotnemu trikotniku (središče ima v točki e', poteka pa skozi točki 0 in e, tako da je njen polmer enak 1/4). Če se spomnimo definicije elipse, lahko z oznakami kot na sliki 2 postavimo ekvivalentno vprašanje:

Katera elipsa z goriščema v točkah $-e$ in e in vsaj eno točko w na polkrožnici k' ima največjo veliko polos $s + t$?

Ker se konfokalne elipse ne sečejo, je odgovor očitno tista elipsa, ki se te polkrožnice k' le dotakne. Iskana elipsa in polkrožnica k' imata torej skupno tangento. Ker je tangenta na krožnico k' pravokotna na polmer $e'w$, tangenta na elipso pa je simetrala daljice ew' (oznake na sliki 2), sta polmer $e'w$ in daljica ew' v tem primeru vzporedna. Torej je kot $\angle wew'$ enak kotu $\angle e'we$; označimo ga s ϕ. Potem je ϕ očitno enak tudi vsakemu od naslednjih kotov: $\angle e'ew$, $\angle ew'w$, $\angle e'ww''$ in $\angle e'w''w$.

Kateri trikotnik z oglišči $-e$, e in w pa ima to lastnost? Očitno mora biti polmer $e'w$ simetrala kota $\angle(-e)we$, torej mora veljati $t : s = 3 : 1$. Vse take točke w pa ležijo na Apolonijevi krožnici k'', ki ima središče v točki $e'' = 5e/4$ in poteka skozi točki e' in $2e$. Iskana točka w je torej presečišče krožnice k' in Apolonijeve krožnice k''.

Preostane še, da poiščemo maksimalno vrednost velike polosi $s + t$. Iz podobnosti trikotnikov $\triangle(-e)e'w$ in $\triangle(-e)ew$ dobimo $4t/3 = 1/t$ oziroma $t = \sqrt{3}/2$. Iz podobnosti med $\triangle(-e)ew'$ in $\triangle(-e)ew$ pa $(s + t)/1 = 1/t$. Torej je maksimalni $s + t = 2/\sqrt{3}$, kar je hkrati odgovor na naše prvotno vprašanje.

Določimo maksimum $\max_P \|I - PQ\| = \max_{\|z\|=1} \max_P \|z - PQz\|$ še drugače. Iz slike 1 se vidi, da je pri dani točki $z = (x, y)$ (potem ko je z'' že primerno izbran)

$$\|z - z''\| = \frac{1}{2}\|z'\| + \|z - \frac{1}{2}z'\| = \frac{1}{2}\|z'\| + \sqrt{\frac{1}{4}\|z'\|^2 + \|z - z'\|^2}.$$

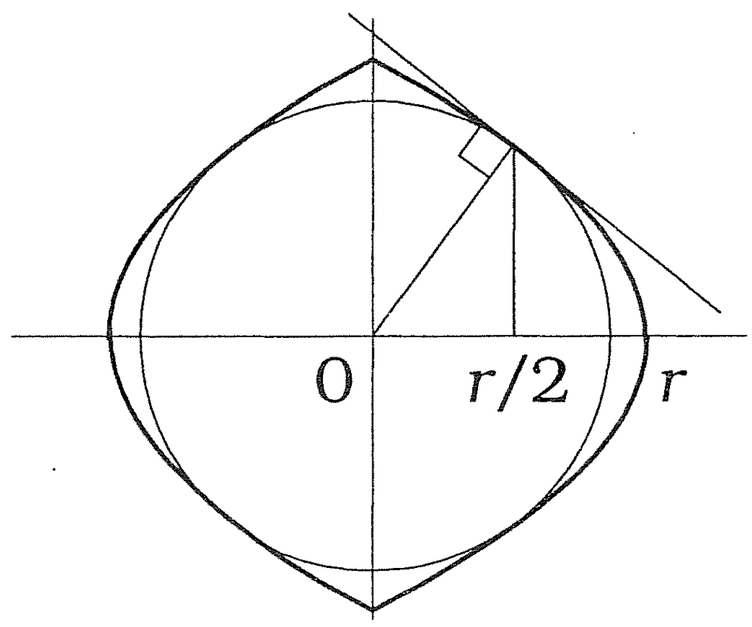
Označimo

$$\|z\|' = \frac{1}{2}\left(\|z'\| + \sqrt{\|z'\|^2 + 4\|z - z'\|^2}\right) = \frac{1}{2}\left(|x| + \sqrt{x^2 + 4y^2}\right),$$

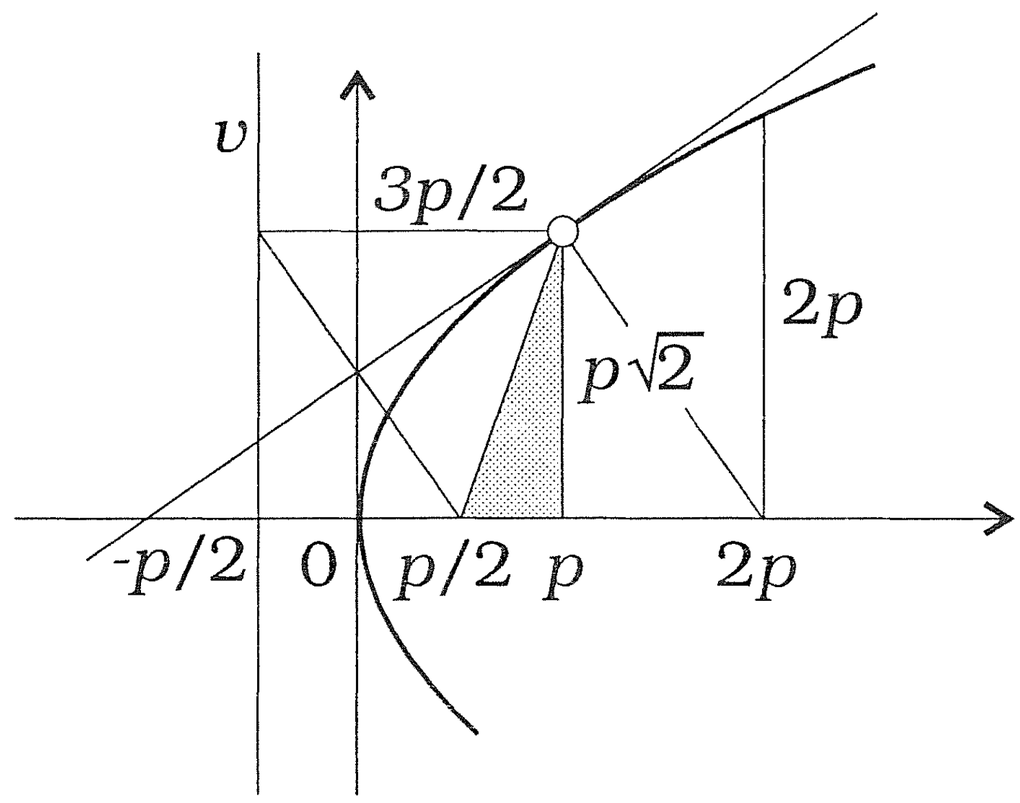
pa imamo $\max_P \|I - PQ\| = \max_{\|z\|=1} \|z\|'$.

Lahko se prepričamo, da določa funkcija $\|.\|'$ normo na prostoru $\mathbb{R}^2$. Poglejmo še, kakšne so v tej normi videti krogle. Enačba $\|z\|' = r$ je ekvivalentna enačbi $\left(|x| + \sqrt{x^2 + 4y^2}\right) = 2r$, od koder s preureditvijo dobimo

$y^2 = r(r - |x|)$. To je enačba dvojne enakokrake parabole (tj. take parabole, ki ima odseka na koordinatnih oseh enaka), zato bomo ustrezni metriki rekli parabolična metrika. Iščemo točko z na enotski krožnici $\|z\| = 1$, pri kateri bo hkrati $\|z\|'$ največji. Rešitev našega problema je potem očitno tak parameter $r > 0$, da se parabola z enačbo $y^2 = r(r - x)$ ravno dotakne enotskega kroga s središčem v koordinatnem izhodišču (slika 3).



Slika 3.



Slika 4.

V dotikališču imata parabola in krožnica skupno tangento, zato mora biti polmer pravokoten na tangento, abscisa dotikališča pa enaka perimetru p parabole (glej sliko 3). Pri enakokrakih parabolah pa je perimeter p enak polovici odseka r (glej tudi sliko 4, kjer je načrtana parabola $y^2 = 2px$ v običajni legi, označeni pa so tudi gorišče in premica vodnica ter tangenta z absciso dotikališča p). Torej mora biti dotikališče obeh krivulj na sliki 3 točka $(p, p\sqrt{2})$ oziroma $(r/2, r/\sqrt{2})$. Ker mora ležati tudi na enotski krožnici, dobimo $r = 2/\sqrt{3}$, torej ponovno rešitev prvotnega problema. Isto rešitev lahko dobimo tudi analitično, tako da rešimo sistem $y^2 = r(r - x)$, $x^2 + y^2 = 1$ oziroma ekvivalentno enačbo $x^2 - rx + r^2 - 1 = 0$. Ker iščemo dvojno ničlo te kvadratne enačbe, moramo zahtevati, da je njena diskriminanta enaka 0, se pravi $r^2 - 4(r^2 - 1) = 0$, od koder dobimo $r = 2/\sqrt{3}$.

2. Norme elementarnih projektorjev

Kot prej naj bo Q pravokotni projektor na abscisno os, s $Q^\perp$ pa označimo pravokotni projektor na ordinatno os. Potem je $Q + Q^\perp = I$, saj lahko vsak vektor z razstavimo v $z = Qz + Q^\perp z$, kjer sta Qz in $Q^\perp z$ med seboj pravokotna vektorja. V standardni bazi $\{(1,0),(0,1)\}$ predstavimo projektor Q z matriko $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, projektor $Q^\perp$ pa z matriko $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Imejmo poljubno matriko X reda 2×2 z realnimi koeficienti, torej element prostora (algebre) $M_2(\mathbb{R})$. Potem sta preslikavi $\mathcal{Q} : X \mapsto QXQ$ in

$\mathcal{Q}' = \mathcal{I} - \mathcal{Q} : X \mapsto X - QXQ$ tudi projektorja (na prostoru matrik $M_2(\mathbb{R})$). Ker sta definirana z množenjem s projektorskima matrikama, jima pravimo elementarna projektorja.

Norma projektorja $\mathcal{Q}$ je enaka 1. Po eni strani je namreč zaradi submultiplikativnosti norme $\|QXQ\| \leq \|Q\|\|X\|\|Q\| = \|X\|$ za vsak $X \in M_2(\mathbb{R})$ (upoštevali smo, da je norma pravokotnega projektorja enaka 1), torej $\|\mathcal{Q}\| \leq 1$. Po drugi strani pa je norma vsakega idempotenta večja ali kvečjemu enaka 1. Koliko pa je norma komplementarnega projektorja $\mathcal{Q}'$? Kot vselej velja

$$\|\mathcal{Q}'\| = \max_{\|X\|=1} \|\mathcal{Q}'(X)\| = \max_{\|X\|=1} \|X - QXQ\| = \max_{X \neq 0} \frac{\|X - QXQ\|}{\|X\|}.$$

Matriko X zapišimo po komponentah, torej $X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$. Potem je

$$\|\mathcal{Q}'\| = \max_{X \neq 0} \left\| \begin{bmatrix} 0 & b \\ c & d \end{bmatrix} \right\| \Big/ \left\| \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right\|.$$

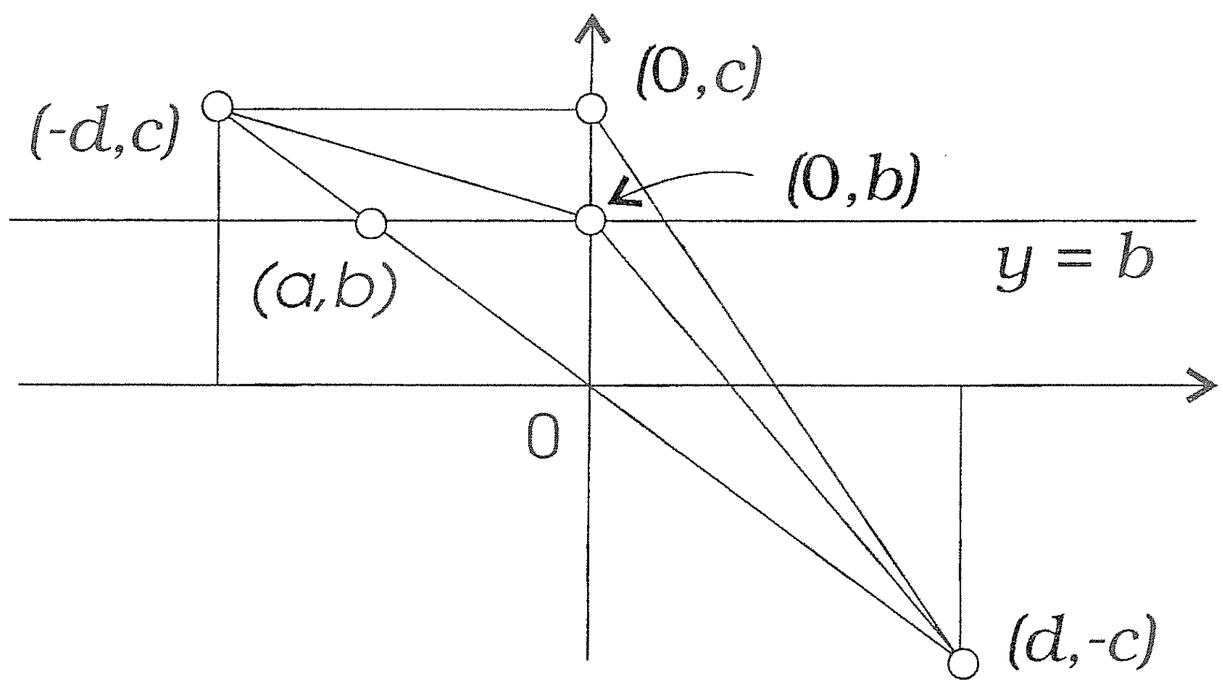
Upoštevajmo, kako se izračuna norma matrike (glej Dodatek), pa imamo

$$\|\mathcal{Q}'\| = \max \frac{\sqrt{d^2 + (b-c)^2} + \sqrt{d^2 + (b+c)^2}}{\sqrt{(a+d)^2 + (b-c)^2} + \sqrt{(a-d)^2 + (b+c)^2}}.$$

Tu vzamemo maksimum po vseh četvericah realnih števil a, b, c, d, ki niso hkrati enaka 0. Lahko vzamemo, da je $|b| \leq |c|$ (sicer zaradi simetrije v zgornjem izrazu vlogi števil b in c zamenjamo). Če sta c in d enaka 0, mora biti tudi $b = 0$, zato v tem primeru dobimo $\|\mathcal{Q}'\| = 0$. Če pa je $c^2 + d^2 \neq 0$, določimo maksimum postopoma. Očitno je

$$\|\mathcal{Q}'\| = \max_{b,c,d} \frac{\sqrt{d^2 + (b-c)^2} + \sqrt{d^2 + (b+c)^2}}{\min_a [\sqrt{(a+d)^2 + (b-c)^2} + \sqrt{(a-d)^2 + (b+c)^2}]}.$$

V imenovalcu iščemo minimum vsote razdalj točke (a, b) do točk $(d, -c)$ in $(-d, c)$, ki je očitno dosežen v presečišču daljice skozi ti dve točki in vodoravne premice $y = b$ (slika 5). Tedaj je minimum enak kar razdalji med $(d, -c)$ in $(-d, c)$, torej $2\sqrt{c^2 + d^2}$.



Slika 5.

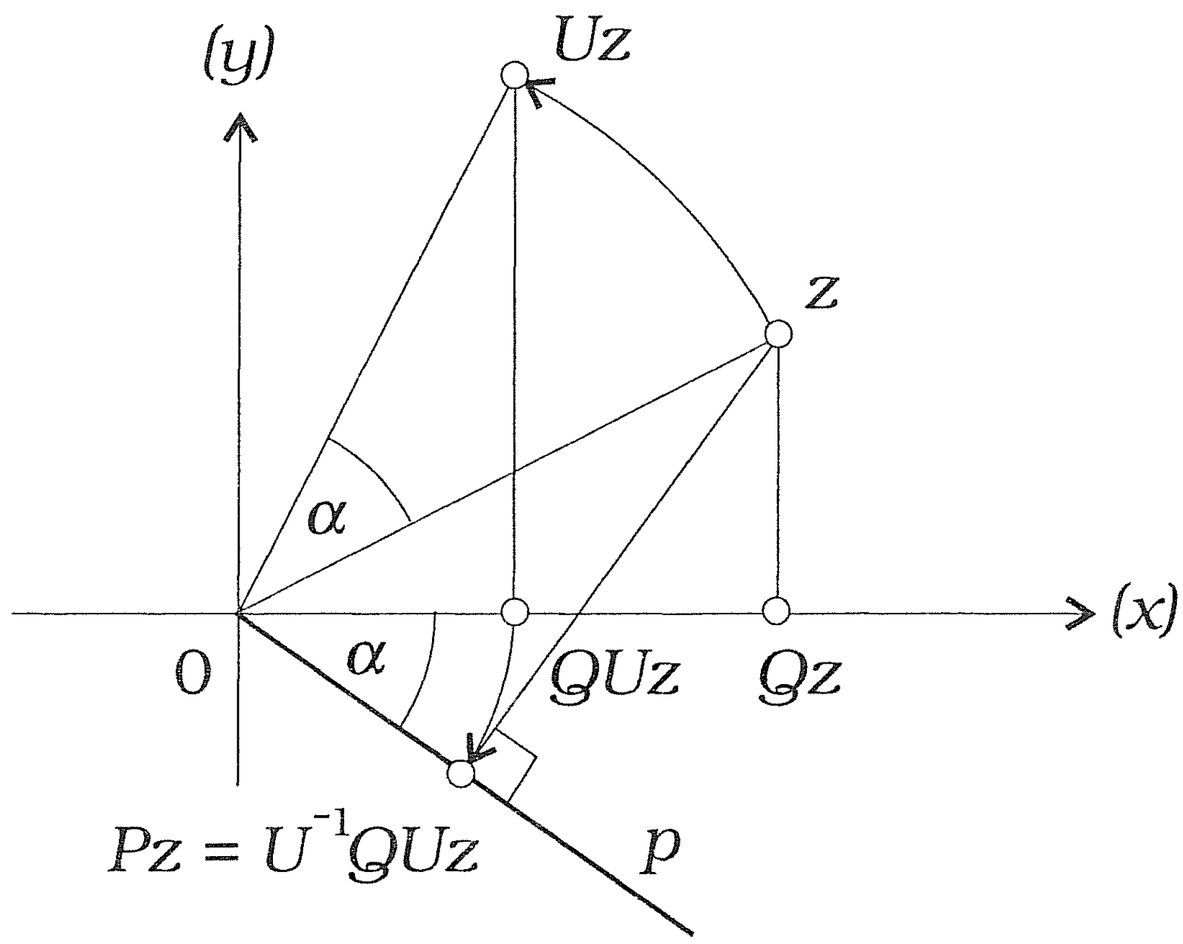
Izraz v števcu pa je vsota razdalj točke $(0, b)$ do obeh prejšnjih točk $(d, -c)$ in $(-d, c)$. Iščemo maksimalno vrednost razmerja med tema dvema vsotama. Če za hip ohranimo nespremenjeni vrednosti za c in d, vidimo iz slike 5, da je (na območju $|b| \leq |c|$) največje razmerje, kadar je $b = c$ ali $b = -c$. V tem primeru ostane še, da izračunamo maksimum

$$\|\mathcal{Q}'\| = \max_{c^2+d^2 \neq 0} \frac{|d| + \sqrt{d^2 + 4c^2}}{2\sqrt{c^2 + d^2}}.$$

Vidimo, da gre v resnici za maksimum izraza $(|d| + \sqrt{d^2 + 4c^2})/2$ pri pogoju $c^2 + d^2 = 1$. To pa je natanko tisto, kar smo (dvakrat) izračunali v 1. razdelku. Torej dobimo $\|\mathcal{Q}'\| = 2/\sqrt{3}$.

Bralec se bo morda vprašal, ali smo zgolj slučajno pri obeh ekstremalnih problemih dobili enako rešitev. Videli bomo, da sta problema v resnici povezana.

Najprej ugotovimo, da sta si v dvorazsežnem realnem prostoru $\mathbb{R}^2$ poljubna pravokotna projektorja podobna, podobnost pa posreduje ortogonalna matrika U (matrika zasuka za kot α, ki ga oklepata obe premici, na kateri projektorja projicirata). To je precej nazorno. Naj bo kot prej Q pravokotni projektor na abscisno os, P pa pravokotni projektor na poševno premico, ki je glede na abscisno os nagnjena za kot α v negativno smer (slika 6). Projekcijo Pz poljubne točke z dobimo tudi tako, da najprej zavrtimo okrog koordinatnega izhodišča točko (vektor) z za kot α v točko Uz, le-to projiciramo s projektorjem Q na abscisno os, projekcijo QUz pa nato spet zavrtimo za kot $-\alpha$ v točko $U^{-1}QUz$ (slika 6). Torej je $P = U^{-1}QU$.



Slika 6.

Ko preteče U vse zasuke (za vse možne kote α), preteče P vse pravokotne projektorje (na vse premice skozi izhodišče). Ker je zasuk izometrija,

ohranja normo v $\mathbb{R}^2$, zato se ohranja tudi norma matrik pri množenju z matriko U (oziroma U^{-1}). Torej velja

$$\|I - PQ\| = \|I - U^{-1}QUQ\| = \|U - QUQ\| = \|\mathcal{Q}'(U)\|,$$

kjer smo s $\mathcal{Q}'$ spet označili elementarni projektor, komplementaren elementarnemu projektorju $\mathcal{Q} : X \mapsto QXQ$. Ko iščemo $\max_P \|I - PQ\|$, iščemo torej maksimum norme $\|\mathcal{Q}'(U)\|$ po vseh zasukih U.

Zapišimo matrike še po komponentah. Potem je

$$U = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}, \quad \mathcal{Q}'(U) = \begin{bmatrix} 0 & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

in po formuli za normo

$$\|\mathcal{Q}'(U)\| = \frac{1}{2}\left(|\cos\alpha| + \sqrt{\cos^2\alpha + 4\sin^2\alpha} \right).$$

Vidimo, da gre spet za to, v kateri točki $(\cos\alpha, \sin\alpha)$ na enotski krožnici se enakokraka parabola dotakne krožnice.

Nazadnje še upoštevajmo, da je zaradi linearnosti preslikave $\mathcal{Q}'$ in subaditivnosti norme preslikava $\Phi : X \mapsto \|\mathcal{Q}'(X)\|$ konveksna funkcija na prostoru $M_2(\mathbb{R})$. To pomeni, da za poljubni matriki $X, Y \in M_2(\mathbb{R})$ in $0 \le t \le 1$ velja $\Phi((1-t)X + tY) \le (1-t)\Phi(X) + t\Phi(Y)$. Poleg tega je Φ zvezna funkcija in zato zavzame na kompaktni konveksni množici svoj maksimum v ekstremnih točkah te množice (glej npr. [1, str. 124]). Enotska krogla $\{X; \|X\| \le 1\}$ je kompaktna konveksna množica v $M_2(\mathbb{R})$, njene ekstremne točke so ravno vse ortogonalne matrike (glej Dodatek). Zato je maksimum konveksne funkcije Φ na enotski krogli zavzet v neki ortogonalni matriki. Če je $Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ matrika zrcaljenja čez abscisno os, Z komutira s Q in velja $\|\mathcal{Q}'(ZU)\| = \|ZU - QZUQ\| = \|Z(U - QUQ)\| = \|Z\mathcal{Q}'(U)\| = \|\mathcal{Q}'(U)\|$. Vsaka ortogonalna matrika je enaka U ali ZU za neko matriko zasuka U. Torej doseže funkcija Φ svoj maksimum, ki je enak normi projektorja $\mathcal{Q}'$, v resnici že na zasukih. Potemtakem je res $\|\mathcal{Q}'\| = \max_P \|I - PQ\|$.

Dodatek: Norma matrike in ekstremne točke

Izpeljimo formulo za operatorsko normo matrike, ki ima dve vrstici in dva stolpca. Čeprav velja podobna formula tudi za kompleksne matrike, se tu omejimo le na primer, ko ima matrika realne koeficiente.

Imejmo torej matriko $X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, kjer so a, b, c, d realna števila. Spet naj bo $z = (x, y)$ in Xz matrično množenje matrike X s stolpcem $(x, y)^\top$ (znak $^\top$ označuje transponiranje). Operatorska norma matrike X je seveda

$$\|X\| = \max_{\|z\|=1} \|Xz\| = \max_{\|z\|=1} \left\| \begin{bmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{bmatrix} \right\|.$$

Iščemo maksimum funkcije $(ax+by)^2+(cx+dy)^2$ pri pogoju $x^2+y^2=1$. Problem lahko rešujemo z metodo Lagrangeovih multiplikatorjev, torej tako, da poiščemo ekstreme funkcije

$$f(x,y;\lambda)=(ax+by)^2+(cx+dy)^2-\lambda(x^2+y^2-1).$$

Z odvajanjem na x in y dobimo homogeni sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned}(a^2+c^2-\lambda)x\ +\qquad (ab+cd)y\ &=0\\ (ab+cd)x\ +\ (b^2+d^2-\lambda)y\ &=0\end{aligned}.$$

Ker moramo dobiti netrivialne rešitve, mora biti determinanta sistema enaka 0, tako da dobimo za parameter λ kvadratno enačbo (ki je karakteristična za matriko $X^\top X$)

$$\lambda^2-(a^2+b^2+c^2+d^2)\lambda+(ad-bc)^2=0.$$

Zaradi krajšega zapisa označimo $\sigma=a^2+b^2+c^2+d^2$ in $\delta=ad-bc$ in enačba za λ se glasi: $\lambda^2-\sigma\lambda+\delta^2=0$. Ker je zaradi $\sigma-2\delta=(a-d)^2+$ $+(b+c)^2\geq 0$ in $\sigma+2\delta=(a+d)^2+(b-c)^2\geq 0$ tudi $\sigma^2-4\delta^2\geq 0$, so koreni te enačbe realni.

Iz sistema vidimo, da je $\lambda=(ax+by)^2+(cx+dy)^2$, torej iščemo ravno maksimalno vrednost parametra λ. To pomeni, da moramo vzeti večjega od obeh korenov, se pravi

$$\lambda=\frac{1}{2}\left(\sigma+\sqrt{\sigma^2-4\delta^2}\right).$$

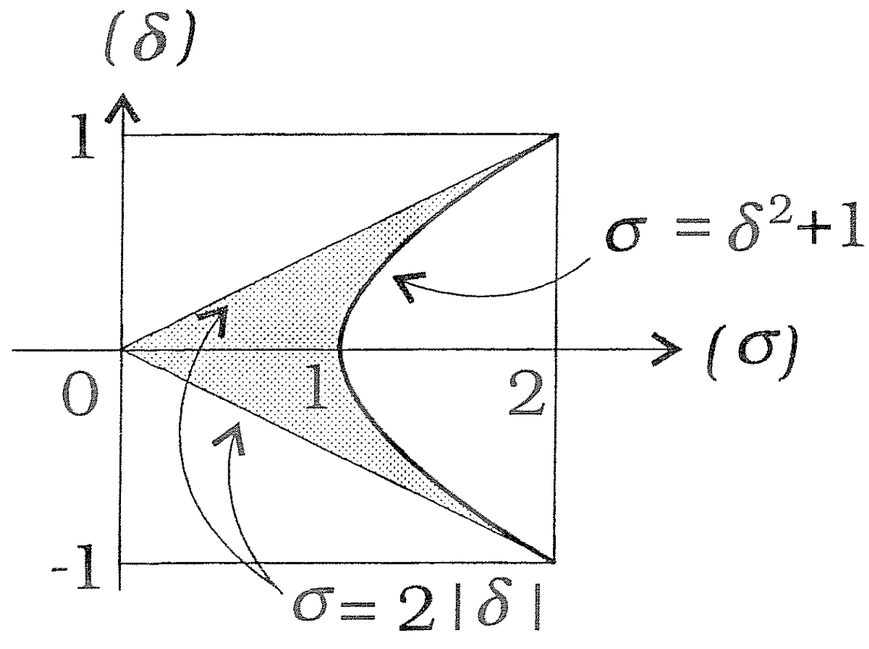
Rešitev linearnega sistema pri tej vrednosti λ in pri dodatnem pogoju $x^2+y^2=1$ je ravno točka $z=(x,y)$, kjer je dosežen maksimum: $\|X\|^2=$ $=\|Xz\|^2=\lambda$. Torej je $\|X\|=\sqrt{\lambda}$. Hitro se lahko prepričamo, da je

$$\|X\|=\frac{\sqrt{\sigma+2\delta}+\sqrt{\sigma-2\delta}}{2}.$$

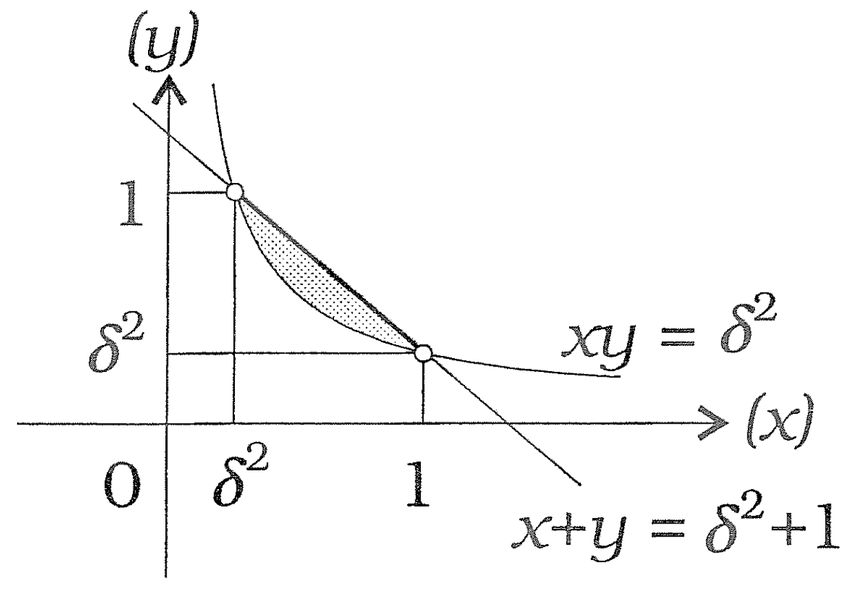
Od tod npr. vidimo, da je pri $\delta=0$ norma matrike X enaka $\sqrt{\sigma}$, pri $\sigma=2|\delta|$ pa $\sqrt{|\delta|}$. Nazadnje izrazimo σ in δ s koeficienti matrike X, pa dobimo

$$\|X\|=\frac{\sqrt{(a+d)^2+(b-c)^2}+\sqrt{(a-d)^2+(b+c)^2}}{2}.$$

Oglejmo si nekoliko natančneje točke iz enotske krogle v $M_2(\mathbb{R})$. Kdaj za matriko X velja $\|X\|\leq 1$? Iz formule za $\lambda=\|X\|^2$ vidimo, da mora



Slika 7.



Slika 8.

tedaj veljati $\sigma \leq 2$ in $\sigma \leq \delta^2 + 1$, od prej pa vemo, da je vedno $2|\delta| \leq \sigma$. Dovoljeno območje v ravnini (σ, δ) shematično prikazuje slika 7.

Točkam na sferi, tj. pogoju $\|X\| = 1$, ustrezajo točke na odseku parabole $\sigma = \delta^2 + 1$, ki je še v dovoljenem območju, torej pri $\sigma \leq 2$. Skrajni točki odseka sta $\sigma = 2,\ \delta = 1$ in $\sigma = 2,\ \delta = -1$.

Zaradi identitete $(ac + bd)^2 + (ad - bc)^2 = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$ je vedno $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq \delta^2$, na sferi pa velja tudi $(a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) = \delta^2 + 1$. Torej mora biti $\delta^2 \leq a^2 + b^2 \leq 1$ in $\delta^2 \leq c^2 + d^2 \leq 1$ (glej sliko 8, kjer je $x = a^2 + b^2$ in $y = c^2 + d^2$). Poleg tega zaradi iste identitete na sferi velja tudi $(ac+bd)^2 = (1 - a^2 - b^2)(1 - c^2 - d^2)$. Od tod vidimo, da je $a^2 + b^2 = 1$ (oziroma $c^2 + d^2 = \delta^2$) ali $c^2 + d^2 = 1$ (oziroma $a^2 + b^2 = \delta^2$) natanko takrat, ko je $ac + bd = 0$.

Zanima nas vprašanje, kdaj je matrika $X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ekstremna točka enotske krogle v $M_2(\mathbb{R})$. Ekvivalentnih definicij ekstremnih točk dane konveksne množice je več, za nas bo uporabna naslednja:

Točka X je ekstremna točka enotske krogle v $M_2(\mathbb{R})$, če iz $\|X + tX_1\| \leq 1$, $X_1 \in M_2(\mathbb{R})$, za vsako dovolj majhno realno število $|t|$, sledi $X_1 = 0$.

Ker mora ekstremna točka vedno ležati na robu, lahko odslej vzamemo, da je $\|X\| = 1$ oziroma, ekvivalentno, $\sigma = \delta^2 + 1 \leq 2$. Pokazali bomo, da je tak X ekstremna točka enotske krogle natanko takrat, ko je $\sigma = \delta^2 + 1 = 2$ oziroma $\delta^2 = 1$.

Zapišimo spet matriki X in X_1 po komponentah, npr.

$$X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \quad X_1 = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix}.$$

Potem je

$$X + tX_1 = \begin{bmatrix} a + ta_1 & b + tb_1 \\ c + tc_1 & d + td_1 \end{bmatrix}.$$

Ustrezni količini, ki pripadata matriki $X + tX_1$, označimo s σ_t in δ_t, torej

$$\sigma_t = (a + ta_1)^2 + (b + tb_1)^2 + (c + tc_1)^2 + (d + td_1)^2$$

in

$$\delta_t = (a + ta_1)(d + td_1) - (b + tb_1)(c + tc_1).$$

Kot vemo, je $\|X + tX_1\| \leq 1$ natanko takrat, ko je $\sigma_t \leq 2$ in $\sigma_t \leq \delta_t^2 + 1$.

Vzemimo najprej $\sigma = 2$ oziroma $\delta^2 = 1$. Tedaj je

$$\sigma_t = 2 + 2t(aa_1 + bb_1 + cc_1 + dd_1) + t^2(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 + d_1^2)$$

kvadratna funkcija spremenljivke t, zato je $\sigma_t \leq 2$ za vsak dovolj majhen $|t|$ le v primeru, ko je $aa_1 + bb_1 + cc_1 + dd_1 = 0$ in $a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 + d_1^2 = 0$. Torej je $a_1 = b_1 = c_1 = d_1 = 0$ oziroma $X_1 = 0$ in matrika X je ekstremna točka enotske krogle.

Če je $\sigma < 2$ oziroma $\delta^2 < 1$, pa X ni ekstremna točka enotske krogle. V tem primeru imamo namreč samo dve možnosti: $a^2 + b^2 \leq 1$, $c^2 + d^2 < 1$ in $a^2 + b^2 < 1$, $c^2 + d^2 = 1$.

V prvem primeru izberemo

$$X_1 = \begin{bmatrix} (b + c\delta)\sqrt{1 - a^2 - b^2} & -(a - d\delta)\sqrt{1 - a^2 - b^2} \\ -(b + c\delta)\sqrt{1 - c^2 - d^2} & (a - d\delta)\sqrt{1 - c^2 - d^2} \end{bmatrix}.$$

Lahko se prepričamo, da niso vsi koeficienti hkrati enaki nič (tudi ko je $a^2 + b^2 = 1$). Potem izračunamo $\sigma_t = 1 + \left[\delta + (1 - \delta^2)\sqrt{1 - c^2 - d^2}\right]^2 = 1 + \delta_t^2$ in za dovolj majhne $|t|$ je gotovo $\sigma_t \leq 2$. Torej X ni ekstremna točka enotske krogle.

V drugem primeru, ko je $a^2 + b^2 < 1$ in $c^2 + d^2 = 1$, pa vzemimo $X_1 = \begin{bmatrix} d & -c \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$. Tedaj dobimo $\sigma_t = 1 + (\delta + t)^2 = 1 + \delta_t^2 \leq 2$ (za dovolj majhen $|t|$), in ponovno X ni ekstremna točka.

Če povzamemo, je X ekstremna točka enotske krogle natanko takrat, ko je $\sigma = 2$ in $\delta^2 = 1$. Pri tem pogoju pa je, kot vemo, $a^2 + b^2 = 1$, $c^2 + d^2 = 1$ in $ac + bd = 0$, torej $XX^\top = I$. Vidimo, da je X ekstremna točka enotske krogle v $M_2(\mathbb{R})$ natanko takrat, ko je X ortogonalna matrika.

Za konec brez dokazovanja povejmo, da podobna karakterizacija velja tudi v kompleksnem primeru in tudi za matrike poljubnega reda. Tedaj so ekstremne točke enotske krogle natanko vse unitarne matrike.

LITERATURA

[1] A. W. Robert, D. E. Varberg, *Convex functions*, Academic Press, New York-London 1973.

MATEMATIČNO IZOBRAŽEVANJE PRI NAS IN PO SVETU

DAMJAN KOBAL

Math. Subj. Class. (1991) 00A35

Na podlagi ugotovitev Tretje mednarodne študije o poučevanju matematike in naravoslovja (TIMSS) želimo osvetliti bistvene razlike v načinu poučevanja matematike v nekaterih državah in v rezultatih, ki jih tam dosegajo, ter opraviti primerjavo z našim sistemom šolanja.

MATHEMATICS EDUCATION IN SLOVENIA AND ABROAD

Based on the conclusions of the Third International Mathematics and Science Study (TIMSS) we discuss the core differences in mathematical education in some countries and make the comparison with the Slovenian education state of affairs.

1. Uvod

Ob koncu leta 1996 so bili objavljeni rezultati obširne mednarodne študije o poučevanju matematike in naravoslovja (TIMSS), katere naročnik in plačnik sta bila ameriška vlada, ali natančneje ameriški ekvivalent našega ministrstva za izobraževanje skupaj z Uradom za raziskave in izboljšave v izobraževanju, ter ameriški Nacionalni center za statistiko izobraževanja, izvedbo pa je vodilo Mednarodno združenje za ocenjevanje uspehov v izobraževanju (IEA). Tujim objavam (glej na primer [2]) so sledila tudi kratka poročila v našem časopisju. V verjetno najobširnejši raziskavi tega tipa je bilo zajetih približno pol milijona osmošolcev iz 41 držav. Raziskava je vsebovala tako klasične teste, namenjene rangiranju uspešnosti učencev iz različnih držav, kot tudi vsebinske vprašalnike za učence, učitelje in izobraževalno administracijo. Del raziskave je bil namenjen analizi učnih programov in opazovanju ter primerjanju poučevanja v razredu. Raziskava je še posebej vzela pod drobnogled sistem šolanja na Japonskem, v ZDA in v Nemčiji. Poročila, ki jih je bilo zaslediti v naših medijih, so omenjala ali poročala predvsem o tem, da je bila v raziskavo vključena tudi Slovenija in da so se naši mladi razmeroma dobro odrezali. Motiv za izvedbo tako kompleksne in tudi drage raziskave so ameriški plačniki našli v alarmantno slabem položaju ameriškega izobraževanja in v katastrofalnem zaostajanju uspešnosti šolanja za nekaterimi, predvsem azijskimi državami. V tekstu poročila raziskave preberemo, da gre visok interes ameriških politikov in poslovnih strategov za uspešno izobraževanje matematike in naravoslovja pripisati prepričanju, da je nacionalna ekonomska produktivnost v tesnem sorazmerju z uspešnim šolanjem na področju matematike in naravoslovja.

Glavno sporočilo TIMSS raziskave je, da so se azijske države, kot so Singapur, Koreja in Japonska, odrezale mnogo bolje kot tako imenovane razvite zahodne demokracije. Da bi rezultate bolje razumeli in pravilno cenili, je treba vedeti tudi nekatere bolj detajlne ugotovitve raziskave, kot je na primer ta, da so azijski učenci dosegli boljše rezultate od njihovih

zahodnih vrstnikov z manj urami pouka in ob pisanju manj domačih nalog. Študije, kot je omenjena, so obširno delo in nemogoče je vse izsledke objaviti in prikazati v kratkih, pogosto komercialnih in populističnih poročilih, ki jih poročevalci prikrojijo temu, kar želijo sporočiti.

V naslednjih vrsticah bomo primerjali nekatere bistvene razlike izobraževanja v državah, ki se radikalno razlikujejo, to je izobraževanje v Združenih državah Amerike, Nemčiji in na Japonskem. Poskušali bomo narediti primerjavo in špekulativno predvideti slovensko situacijo. Groba primerjava izobraževalnih sistemov v ZDA, Nemčiji in na Japonskem ter poznavanje trendov in položaja v našem šolskem sistemu se zdi v popolnem sozvočju z uvrstitvami teh držav v omenjeni raziskavi. Japonska, Slovenija, Nemčija in ZDA so se pri matematičnem testu zaporedoma uvrstile na tretje, deseto, triindvajseto in osemindvajseto mesto. Rezultati testov splošnega naravoslovja so podobni. Tu so se Japonska, Slovenija, ZDA in Nemčija zaporedoma uvrstile na tretje, sedmo, sedemnajsto in osemnajsto mesto. Te uvrstitve smo lahko zasledili le v površnih, komercialnih poročilih, kot na primer [2, stran 55]. V originalnem poročilu [1, stran 22] se Slovenija znajde na neslavnem seznamu šestnajstih držav, ki so pri izvedbi raziskave kršile natančna navodila. Starost testiranih slovenskih učencev je bila namreč za leto večja od predpisane. Med kršitelji navodil se, edina med sedmimi najbolj razvitimi industrijskimi državami, znajde tudi Nemčija. Nedvomno bi se iz podobnih raziskav vsi odgovorni v šolstvu, še posebej borci za tako imenovani liberalizem v šoli, pa tisti, ki ne ločijo liberalizma od nereda in neodgovornosti, lahko marsičesa naučili.

Primerjava med izobraževanjem v ZDA, v Nemčiji in na Japonskem nas zanima predvsem kot analiza možnih smeri razvoja slovenske šole, to je kot gradient, v smeri katerega kažejo ali bi si želeli, da kažejo, trendi slovenske šole.

2. Primerjava ameriškega, nemškega in japonskega izobraževanja matematike

2.1. Uspešnost

Raziskava nedvomno kaže veliko uspešnost izobraževalnih sistemov azijskih držav, kot so Singapur, Južna Koreja in Japonska. Zelo dobro se je odrezala tudi Češka republika. V podobnih statistikah nam včasih veliko povedo relativne primerjave. Tako je na primer pri matematiki uspešnost najboljših 5% ameriških učencev podobna uspešnosti povprečnega učenca iz Singapura. Kako veliki so razponi, pove tudi podatek, da v točkah podana razlika uspešnosti med ameriškim sedmošolcem in osmošolcem znaša 24 točk, med ameriškim in singapurskim osmošolcem pa kar 143 točk. V perspektivi globalizacije in odpiranja mednarodnih mej za pretok znanja je zanimiv podatek, da bi v izbor najboljših 10% bilo vključenih 5% ameriških, 45% singapurskih in 32% japonskih učencev. V izboru najboljših 50% bi bilo vključenih 94% singapurskih, 83% japonskih in 45% ameriških šolarjev.

Glede na globalizacijo svetovnega trga delovne sile ti podatki verjetno povedo, kdo bo v enaindvajsetem stoletju sprejemal pomembne odločitve in kdo bo ostal brez dela. Za matematike je zanimiva detajlna obravnava uspešnosti v posameznih podpanogah matematike [1, stran 28, 29]. Slovenija se (žal v oklepaju) znajde med povprečnimi na področju *ulomki in števila* in *predstavljanje in analiza podatkov ter verjetnost*, med boljšimi pa na področjih *geometrije, algebre, merjenj* in *razmerij*.

2.2. Učni programi

O vsebinah programov nam raziskava pove naslednje: ameriški učni programi so razmeroma obširni, japonski so ožji, a bolj poglobljeni. Pri ameriških urah matematike se obravnava večje število naslovov kot pri nemških, pri nemških več kot pri japonskih. Geometrije najdemo več v nemških in japonskih učbenikih kot v ameriških. Japonski učbeniki vsebujejo izrazito več algebre. Ameriški učitelji se več ukvarjajo z aritmetiko.

Jasna ugotovitev raziskave je, da več ur pouka in obširnejši programi ne prinašajo boljših rezultatov. Uspešnim izobraževalnim sistemom so lastni ožji in bolj poglobljeni programi z vzgajanjem poglobljenega matematičnega razmišljanja.

2.3. Poučevanje

Po večletnih intenzivnih naporih ameriških strategov izobraževanja, da bi obrnili negativne trende v ameriški šoli, so raziskovalce omenjene raziskave zanimale tudi morebitne opazne pozitivne posledice šolskih reform. Raziskava je nedvomno potrdila, da so smernice šolskih reform, ki so predlagale opustitev učenja faktičnih znanj in rutinske vadbe ter ponovno uvedbo in poudarek na razumevanju ter samostojni uporabi matematičnega razmišljanja in matematičnih konceptov v novih situacijah, pravilne. Raziskava je pokazala tudi bolj pesimistično podobo, ki jo odsevata dejstvo in ugotovitev, „da so za spremembo naučenih navad in napačnih ter zavoženih konceptov v izobraževanju potrebna desetletja vztrajnega dela najboljših in najbolj zavzetih".

V okviru raziskave so raziskovalci natančno analizirali celoten proces izobraževanja. Tako so med drugim tudi natančno analizirali 230 naključno izbranih razredov pri pouku matematike, ki so sodelovali v raziskavi na Japonskem, v Nemčiji in v ZDA. Poudarek je bil na analizi vsebine, organizacije in metod poučevanja. Nekatere ugotovitve so naslednje:

1. Ameriški učenec porabi povprečno 143 ur na leto za študij matematike, japonski 117, nemški 114.
2. V Ameriki so učenci pogosto razdeljeni v različne razrede glede na sposobnosti, v Nemčiji se boljši in slabši učenci delijo po različnih šolah, na Japonskem učencev ne delijo po sposobnostih.
3. V Ameriki se učbeniki uporabljajo pri skoraj 50% šolskih ur, v Nemčiji pri tretjini in na Japonskem pri 2% šolskih ur (učbeniki se na Japonskem uporabljajo za domače naloge).

4. Učenje določene spretnosti, kot je rešitev kakega problema ali uporaba določene formule, je bil cilj pri približno 60% ameriških in nemških ur, v primerjavi s 27% japonskih. Matematično razmišljanje, npr. pri raziskovanju, razvijanju in razumevanju kakega koncepta ali pri odkrivanju različnih načinov reševanja istega problema, je bilo cilj 71% japonskih ur, 29% nemških in 24% ameriških ur.
5. Rutinska vadba je obsegala 96% ameriškega šolskega časa, 89% nemškega in 41% japonskega.
6. Učence so spodbujali, naj sami poiščejo rešitev, dokaz ali postopek, ki je zahteval lastno razmišljanje in iniciativo, pri 44% japonskih urah, pri 4% nemških in pri manj kot 1% ameriških.
7. Jasne povezave med koncepti enega dela ure z idejami in procedurami drugega so se pojavile v 96% japonskih ur in v približno 40% ameriških in nemških ur.
8. Več kot 90 minut tedenske domače naloge je predpisalo 86% ameriških učiteljev in le 21% japonskih (na Japonskem povprečna tedenska domača naloga ne presega 60 minut).
9. Ameriški in japonski učenci so za učenje matematike porabili približno enako časa (med 30 in 60 minutami na dan). Japonski učenci se pogosteje udeležujejo prostovoljnih dodatnih ur, ki so namenjene ponavljanju in vadbi.
10. „Zunanja" disciplina in potek pouka se v omenjenih treh državah zelo razlikujeta. V ZDA so zelo pogoste zunanje motnje. Vsaka četrta ura je bila prekinjena z zunanjo motnjo, najpogosteje s šolskim obvestilom po zvočniku. Motnje pri nemških urah so bile mnogo redkejše. Zunajih motenj pri japonskih urah ni bilo.
11. Prav tako so velike razlike pri „notranji" disciplini. Pri 23% ameriških ur je prišlo do nereda v razredu, najpogosteje zaradi klepetanja. Podobne motnje so bile pri 9% japonskih ur in pri 1% nemških.

Razlike med izobraževalnimi sistemi so očitne. Zelo indikativen je potek običajnih ur matematike na Japonskem, v Nemčiji in v Ameriki. Na Japonskem je poudarek na razumevanju, v Ameriki in v Nemčiji na rutinski vadbi. Tipična ura matematike na Japonskem poteka takole:

1. Učitelj zastavi provokativen miselni problem oziroma nalogo.
2. Učenci sami poskušajo najti rešitev.
3. Učenci predstavijo različne ideje in rešitve vsemu razredu.
4. Ves razred prediskutira različne predstavljene metode.
5. Učitelj obnovi in povzame ugotovitve.
6. Učenci vadijo podobne probleme.

Tipični potek ameriške in nemške ure matematike je naslednji:

1. Učitelj poduči učence o novem konceptu ali formuli.
2. Učitelj na primerih pokaže uporabo nove metode.
3. Učenci vadijo reševanje podobnih problemov, medtem ko učitelj pomaga posameznim učencem.

Potem ko so strokovnjaki poskrbeli za objektivnost in popolno nacionalno anonimnost ocenjevanih učnih procesov, so strokovne skupine z najvišjo oceno kvalitete ocenile 30% japonskih ur, 23% nemških in nobene ameriške. Najnižjo oceno je dobilo 87% ameriških ur, 40% nemških in 13% japonskih.

2.4. Položaj učitelja

Rezultati raziskave kažejo tudi na radikalno drugačen položaj učitelja v ZDA, v Nemčiji in na Japonskem. Ameriški učitelji tako po izsledkih raziskave poučujejo povprečno 26 ur na teden, nemški 24 in japonski le 16 ur. Gotovo obremenitev vpliva na to, koliko in s kakšno zavzetostjo se učitelj pripravi na pouk. Zanimivo je tudi, da imajo učitelji na Japonskem skupno zbornico in da niso razdeljeni po predmetnih kabinetih kot njihovi ameriški kolegi. Po ugotovitvah raziskave je med japonskimi učitelji veliko več sodelovanja ter formalnih in neformalnih odnosov kot med njihovimi nemškimi in ameriškimi kolegi. Po mnenju ameriških strokovnjakov kot tudi po ugotovitvah raziskave je za dobrega učitelja poleg kvalitetne univerzitetne izobrazbe nujno tudi poznejše izpopolnjevanje ob delu. V načinu izpopolnjevanja učiteljev in pri uvajanja novega učitelja na delo v razredu obstajajo v omenjenih treh državah velike razlike. Učitelj začetnik je v Ameriki bolj ali manj prepuščen samemu sebi, medtem ko je nemškemu in japonskemu učitelju začetniku na voljo sistematična pomoč, ki pomaga premagati začetne težave in učitelja vpelje v zahtevno delo. V prvem letu poučevanja tako japonski učitelj vsaj 60 dni dela pod intenzivnim mentorstvom učiteljev mentorjev in je 30 dni navzoč na intenzivnih seminarjih, ki jih pripravijo profesionalne izobraževalne institucije. Seveda je njihova učiteljska obremenitev prilagojena tako, da jim časovno omogoča produktivno sodelovati na teh profesionalnih izpopolnjevanjih. Za japonsko družbo je tudi sicer običajna pomoč in mentorstvo izkušenih učiteljev mlajšim. V Nemčiji bodoči učitelji, potem ko opravijo univerzitetni izpit, sledijo dvoletnemu programu, ki vsebuje intenzivne hospitacije, učiteljsko delo pod mentorstvom in končno neodvisno delo. V povprečju imajo ameriški učitelji daljšo univerzitetno izobrazbo od učiteljev iz držav, ki so v matematičnem izobraževanju mnogo uspešnejše.

Nadvse zanimiv je tudi podatek o velikosti razredov. Povprečen ameriški razred ima 24 učencev, nemški 25 in japonski 37.

Vzdrževanje reda in discipline je resen problem za ameriške pa tudi nemške učitelje. O problemih discipline, kraj in fizičnega nasilja, s katerim se ubadajo japonski učitelji, skorajda ni podatkov. Najbrž ne zato, ker teh problemov sploh ne bi bilo, marveč zaradi strogega, skoraj dogmatsko ostrega obravnavanja le-teh.

Omeniti je treba tudi veliko razliko med družbeno socialno vlogo, ki jo ima učitelj v ameriški, nemški in japonski družbi. Nedvomno sta šolanje in vzgoja v azijskih družbah mnogo močnejši vrednoti kot v zahodnih deželah.

2.5. Položaj učenca

V življenju učencev iz omenjenih treh držav so seveda tudi velike razlike. V nasprotju z ameriškimi in nemškimi učenci morajo japonski nositi šolske uniforme, in to po zelo natančnih kriterijih, ki predpisujejo vse od pasov, frizure pa tja do šolske torbe. Japonske šole aktivno (za zahodne standarde celo agresivno) usmerjajo fokus učencev na šolo, družino in študij. Aktivno oblikujejo učenčevo življenje tudi zunaj šole in predpisujejo obnašanje učencev celo v prostem času. Tako na primer prepovedujejo kajenje, uživanje alkohola, obisk igralnic, zmenke, zaposlitev in predpisujejo „spodobno oblačenje" in uporabo kolesarskih čelad. Pri vzdrževanju šolskega reda imajo pomembno in odgovorno vlogo učenci sami. Med njimi veljajo zapleteni predpisani odnosi spoštovanja. V uveljavljanju reda in discipline ima japonska šola močno podporo staršev. Nekatere šole imajo celo organizirano nekakšno dežurstvo učiteljev, staršev in starejših učencev, ki zunaj šole, v zabaviščnih parkih in v mestnih jedrih, kontrolirajo upoštevanje šolskih predpisov. Zdi se, da je ves sistem naravnan na privzgajanje reda in discipline, spoštovanje znanja ter promoviranje osnovne dolžnosti mladih ljudi, to je učenja. Po rezultatih raziskave je med ameriškimi učenci pomembneje biti uspešen pri športu kot pri matematiki (oziroma v šoli). V Nemčiji in še posebej na Japonskem je vrednota uspešnosti pri matematiki (oziroma v šoli) pomembnejša od športne uspešnosti.

Raziskava je tudi pokazala, da imajo japonski učenci globlje razvit občutek osebne odgovornosti od svojih ameriških in nemških vrstnikov. Japonski učitelji predpisujejo precej manj domačih nalog od nemških in ameriških, po izsledkih raziskave pa za domače delo vsi učenci porabijo približno enako časa. Glede na okoliščine in motivacijo je najbrž jasno, da japonski učenci ta čas (kot tudi šolskega) porabijo veliko bolj zbrano in kvalitetno. Gotovo se prav v tej kvaliteti skriva skrivnost uspeha.

Čeprav se je raziskava usmerila na izobraževanje matematike, jo gre razumeti globalneje. Kot v poročilu utemeljujejo raziskovalci, je zaradi različnih izobraževalnih in širše kulturno-socioloških vrednot le pri matematiki možno izvesti objektivno in za vse sprejemljivo primerjanje in testiranje.

3. Stanje v Sloveniji

Primerjava izobraževanja v tako imenovanih zahodnih demokracijah z izobraževalnim sistemom uspešnih azijskih držav je za nas lahko zelo poučna. Ponovimo, da je v skupnem rezultatu uspešnosti Japonska na tretjem mestu, Slovenija na desetem, Nemčija na triindvajsetem in Amerika na osemindvajsetem. Po našem mnenju in kot kažejo mnogi objektivni indikatorji, se Slovenija ne uvršča na tako mesto le po rezultatih, ampak tudi po splošnem stanju v izobraževanju. Ne gre pozabiti, da imamo v primeru Japonske (pa tudi drugih azijskih držav, kot so Koreja in še posebej Singapur)

opraviti s popolnoma drugačno kulturo in sistemom izobraževanja od zahodnega. V grobem bi lahko rekli, da so v sistemih azijskih držav bistvene sestavine kulture in izobraževanja disciplina, odgovornost in tradicija. V tako imenovanih demokratičnih sistemih Zahoda pa je poudarek na individualnosti. Kulturni in socialni trendi, politični voluntarizem in do absurda pripeljane individualne pravice so države, kot je Amerika (pa tudi Anglija in druge), pripeljali do katastrofalne situacije v izobraževanju. Omenimo le „detektorje kovin" na osnovnih šolah v New Yorku, ki naj bi preprečili nošnjo orožja in omejili nasilje na osnovnih šolah. Popolnoma jasno je, da je v takih razmerah nemogoč koncentriran, motiviran in zbran pouk, ki je nujen za na primer konceptualno matematično razmišljanje. Gotovo je v takih razmerah težko najti učitelja, ki je pripravljen in sposoben opraviti učiteljsko delo, kot ga zahtevajo standardi v Singapuru. Tisti, ki poznajo dogajanja v ameriškem ali angleškem izobraževanju, vedo, da se odgovorni v teh državah že vsaj pet do deset let trudijo v svoje šole ponovno vpeljati več discipline in se od kolegov iz Singapura, Koreje in Japonske kaj naučiti. Zato so toliko manj razumljivi trendi v Sloveniji, ki skušajo v slovensko šolo vpeljati tako imenovani liberalizem. Verjetno bi nekateri odgovorni v šolstvu potrebovali preprosto lekcijo o tem, kaj liberalizem sploh je in v čem se razlikuje od nereda. Glede na spremembe in trende v slovenski šoli in v slovenski družbi nasploh smo prepričani, da gradienti „razvoja" žal kažejo bolj v ameriško kot v singapursko smer.

Na letošnji slavnostni podelitvi maturitetnih spričeval najboljšim maturantom v Križankah ni manjkalo navdušenja in občutka uspešnosti. Predstavili so se nam naši najboljši. Tisti, ki bodo krojili našo prihodnost in dajali pečat Sloveniji v prihodnjem tisočletju. Ob sicer nadvse pohvalni in spodbudni prireditvi je ostal grenak priokus. Približno deset odstotkov naših najboljših maturantov (vsi fantje) se je v kratkih izjavah dobesedno opravičevalo, da „niso piflarji, kot nekateri mislijo". V Singapuru se najboljši maturantje, tisti ki se poleg šole uspešno ukvarjajo s športom, glasbo in drugimi aktivnostmi, ne opravičujejo za trdo delo. In čeprav to ni potrebno, bi v Singapuru na podobni slovesnosti šolski minister ali predsednik maturitetne komisije v svojem dolgem govoru najboljšim gotovo poudaril, naj bodo ponosni, da so sposobni, in še posebej, da so trdo delali za uspeh, kajti v prihodnost ne bodo vodili najsposobnejši, ampak tisti izmed najboljših, ki bodo sposobni trdega in discipliniranega dela.

Razumemo in se strinjamo, da so dijaki in učenci čedalje bolj obremenjeni in prepogosto pod stresom, ter verjamemo, da so mnoge „liberalne spremembe" v naši šoli bile in so posledica pozitivnih namenov, da bi se mladina psihično razbremenila. Žal pa ugotavljamo, da mnogo sprememb, vsaj dolgoročno, prinaša ravno nasprotne rezultate od želenih. Delo in življenje v neredu in nedisciplini je naporno in stresno tako za učenca kot za učitelja. Trendi slovenske družbe so globalni in primerljivi. Trdimo, da ima stanje na slovenskih cestah mnogo skupnega z našo šolo. Ali se ni tudi na cesti začelo z uvajanjem bolj liberalnih prijemov in dopuščanjem, da si vsakdo

kroji pravila po svoje. Rezultat je situacija, ki je od poprejšnje neprimerno bolj stresna, da ne rečemo katastrofalna.

Bojimo se, da se bo ob nadaljevanju trendov razvoja slovenske šole in situacije v šolstvu nasploh kvaliteta učiteljskega dela in izobraževanja nasploh poslabšala. Upati bi bilo, da bi ob prevzemanju v Ameriki že opuščenih vzorcev izobraževanja in nerazumnem uvažanju slabših vrednot ameriške družbe uvajali tudi ameriško finančno poslovnost pri skrbi za najbolj nadarjene. Čeprav vsaj množične ameriške šole zaostajajo za standardi izobraževanja v drugih deželah, je ameriški kapital vselej znal poiskati in privabiti najboljše. Kakšna je torej prihodnost slovenske možganske elite in z njo slovenske družbe, če se gibljemo v smeri ameriške šole, ohranjamo pa butalski odnos do najuspešnejših [3]?

LITERATURA

[1] *Pursuing Excellence, Initial Findings from the Third International Mathematics and Science Study*, U. S. Department of Education, National Center for Education Statistics, `http://www.ed.gov/NCES/timss`.

[2] P. Wingert, S. H. Greenberg, *At the Top of the Class, Who Has the Best and the Brightest*, Newsweek, December 2, 1996.

[3] R. Ivelja, *Slovenski rezervat za lov na možgane*, Dnevnik, 19. september 1997.

NOVE KNJIGE

MILAN HLADNIK, Konveksne množice v ravnini, Knjižnica Sigma – 64, DMFA Slovenije, Ljubljana, 1997, 216 str.

Knjiga obravnava geometrijo konveksnih množic v ravnini. Na začetku nas seznani s klasičnimi separacijskimi izreki, ekstremnimi in izpostavljenimi točkami ter pojmom oporne funkcije. Nato se posveti obsegom in ploščinam kompaktnih konveksnih množic, obravnava razne poti do rešitve znanega izoperimetričnega problema, Steinerjevo simetrizacijo, neenakost Minkowskega in njeno posplošitev. V zadnjem razdelku podrobneje obravnava množice konstantne širine. Na koncu knjige je še dvodelni dodatek: v prvem delu avtor pojasni osnovne metrične in topološke, v drugem delu pa analitične pojme, ki jih potrebuje pri obravnavi glavne snovi. Dodatka sta napisana kot zaključeni celoti in bosta lahko služila kot zgoščena tečaja iz teorije metričnih prostorov in osnov analize, ki jih kot predznanje potrebuje bralec.

Kot je avtor zapisal v uvodu, je knjiga namenjena predvsem srednješolskim profesorjem. Menim pa, da bo zanimiva in razumljiva tudi za dijake, ki jih matematika posebej zanima. Spoznali bodo, kako je mogoče abstraktne ideje uporabiti pri reševanju konkretnih problemov ravninske geometrije in se seznanili z načinom razmišljanja, ki jim lahko koristi pri nadaljnem študiju.

Bojan Magajna

NENAVADNI INTERFERENČNI POSKUSI
INTERFERENČNI POSKUS Z LASERJEMA – DRUGIČ

JANEZ STRNAD

PACS 42.50.-p

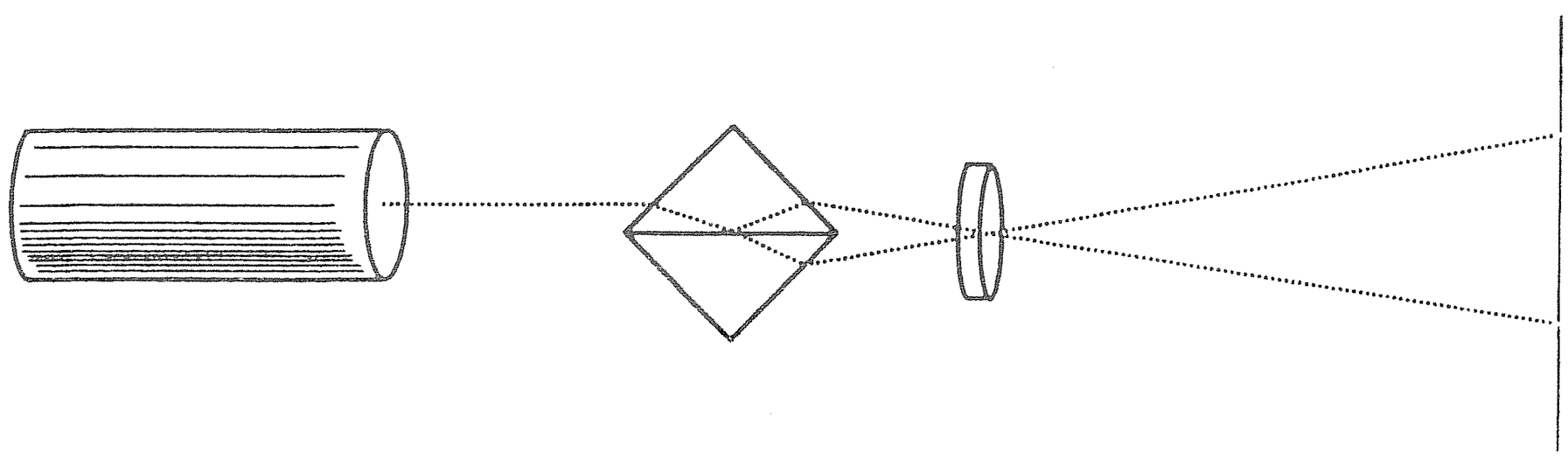
Pri interferenčnem poskusu z dvema laserjema je mogoče razmeroma preprosto opazovati koincidence. Ob tem premislimo, po čem se interferenčni poskus z dvema laserjema razločuje od interferenčnega poskusa z enim laserjem.

UNUSUAL INTERFERENCE EXPERIMENTS
INTERFERENCE OF TWO LASERS REVISITED

In an interference experiment with two lasers in a relatively simple way coincidences can be observed. Thereby we deliberate on what distinguishes an interference experiment with two lasers from an interference experiment with one laser.

Obzornik je že posvetil nekaj pozornosti interferenčnim poskusom z dvema laserjema. Z nabranimi izkušnjami bo laže obdelati še en zanimiv poskus te vrste. Po zasnovi je med razmeroma preprostim poskusom I. Vrhovnika in A. Likarja [1] z navadnima helijevima laserjema in zahtevnejšim poskusom F. Loradoura in sodelavcev s stabiliziranima laserjema [2].

V treh korakih pojasnimo osnovno zamisel poskusa [3]. Najprej si mislimo, da laserski curek s polprepustno napravo razdelimo na dva delna curka pod majhnim kotom. Z lečo sredino območja, na katerem se prekrivata delna curka, preslikamo na oddaljen zaslon. Na zaslonu opazimo znane vzporedne proge, ki so značilne za interferenco (sl. 1).



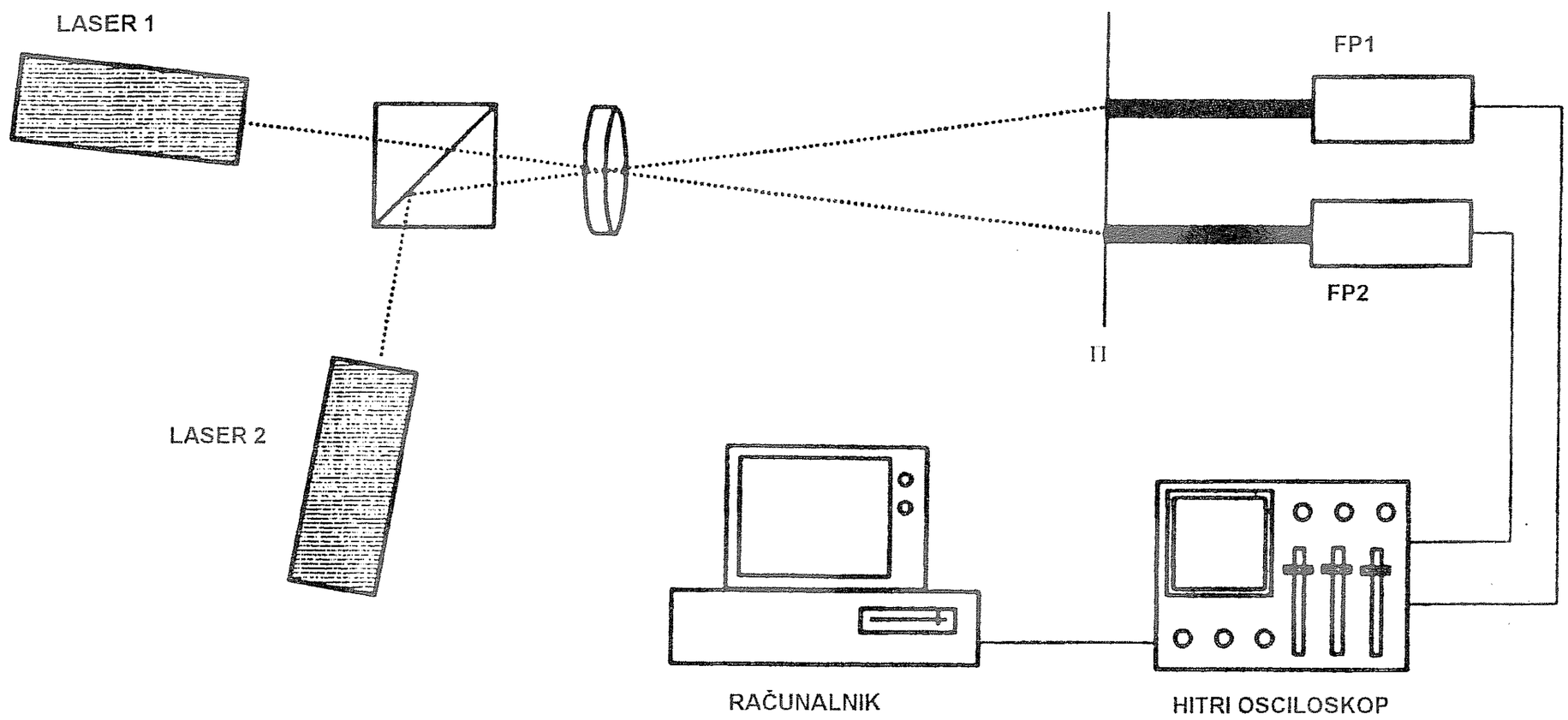
Slika 1. Nastanek delnih curkov pri interferenčnem poskusu z enim laserjem.

V drugem koraku si namesto delnih curkov mislimo curka iz dveh enakih laserjev. V tem primeru se faza valovanj znatno spremeni v času τ_c, ki ima pri nestabiliziranih laserjih pogosto velikostno stopnjo 10^{-7} s. Na zaslonu nastanejo proge v enakem razmiku kot prej, le da mirujejo samo kratek čas τ_c in nato preskočijo v drugo lego. Proge lahko zasledujemo z merilnikoma, ki se odzoveta v krajšem času od τ_c in ki ju namestimo na zaslonu. Zaznavamo koincidence, se pravi primere, ko se odzoveta hkrati oba merilnika. Eden od njiju miruje, drugega pa prestavljamo po zaslonu in štejemo koincidence

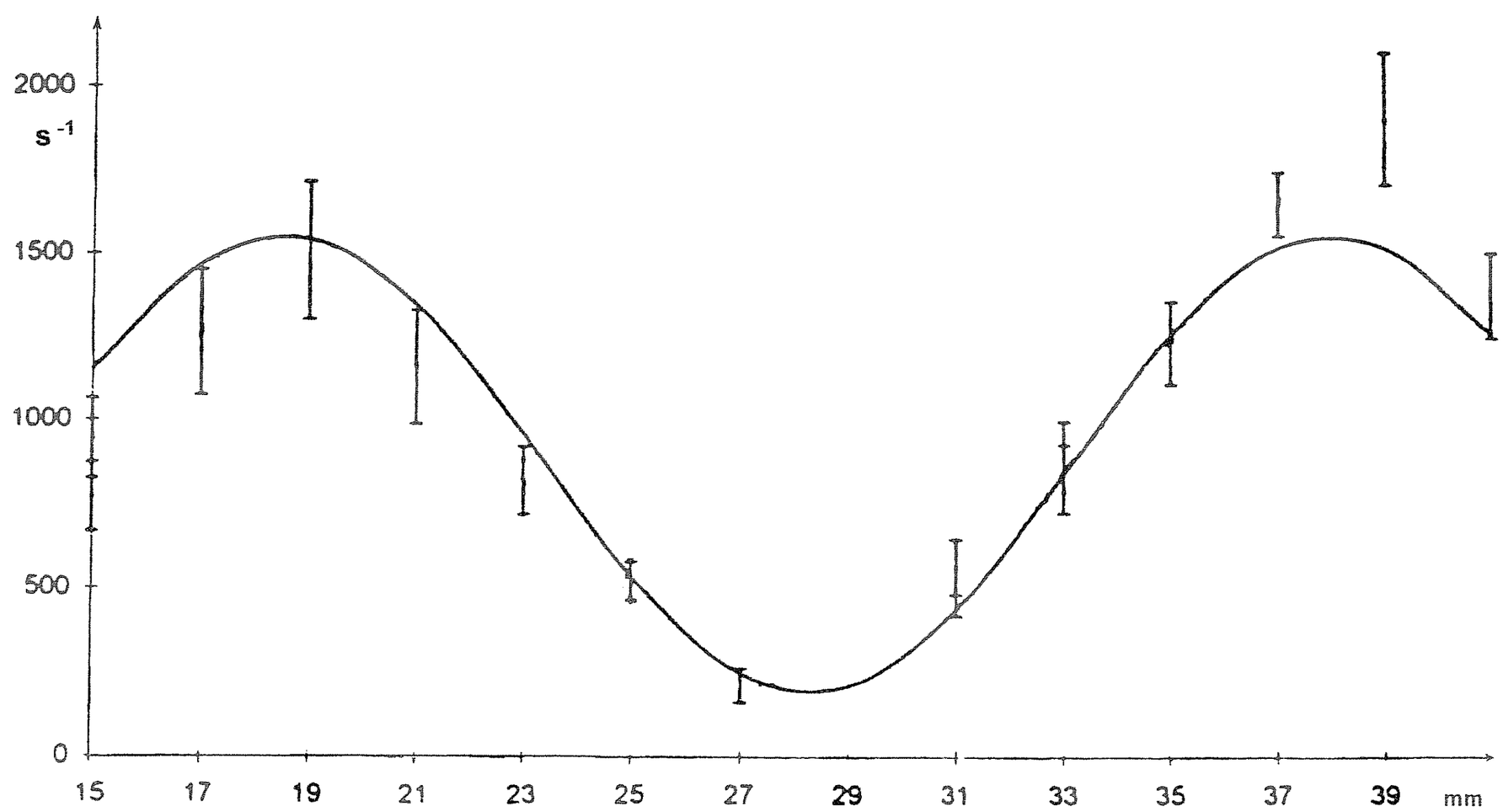
pri različnih razdaljah med njima. Če sta merilnika v razmiku sosednjih prog ali v celem večkratniku tega razmika, se odzove drugi merilnik, če se odzove prvi, in se ne odzove drugi merilnik, če se ne odzove prvi. Nasprotno pa se ne odzove drugi merilnik, ko se odzove prvi, ali se odzove drugi merilnik, ko se ne odzove prvi, če sta merilnika v razmiku, ki je lih večkratnik polovičnega razmika med sosednjima progama. Pričakujemo, da se hitrost koincidenc z naraščajočim razmikom med merilnikoma spreminja s periodo razmika med sosednjima progama. Periodična odvisnost je torej značilna za *interferenco*, ki pa jo zdaj razumemo drugače kot prej. Prej smo mislili na sestavljanje valovanj, pri katerem nastanejo nepremične inteferenčne proge, zdaj je pomen širši in zajame vse značilne pojave pri sestavljanju valovanj.

V tretjem koraku se zavemo, da bi slika, ki smo jo naslikali, veljala, če bi laserja sevala v enem samem nihajnem načinu, a ne velja, če pri sevanju preskakujeta iz enega načina v drugega. Pogosto je treba upoštevati tri take načine, in sicer glavnega in stranska pri frekvenci, ki je za c/L manjša ali večja od glavne frekvence, če je L razdalja med zrcaloma v laserju. V tem primeru si pri računanju lahko pomagamo z valovanjem, katerega amplituda utripa s časom utripanja $\tau_u \sim L/c$, ki je v opisanem primeru imela velikostno stopnjo $1/3{,}2 \cdot 10^8$ s$^{-1} \sim 10^{-9}$ s. To je kar dolg čas, če ga primerjamo z nihajnim časom $4 \cdot 10^{-14}$ s. Zdaj si mislimo, da se interferenčne proge pojavijo v enakem razmiku in mirujejo čas τ_c, a se njihova izrazitost znatno spremeni v času τ_u. Zato se včasih drugi merilnik ne odzove, ko se odzove prvi, četudi sta merilnika v razmiku dveh sosednjih prog. Za hitrost koincidenc pričakujemo podobno periodično odvisnost od razmika med merilnikoma kot prej, a z manj izrazitimi maksimumi in minimumi, če se merilnika odzoveta v času, krajšem od τ_u.

Po tej pripravi opišemo, kako so izvedli poskus [3]. Helijska laserja z močjo 10 mW z linearno polariziranima curkoma TEM_{00} so sklopili s polprepustno napravo in sredino območja prekrivajočih se curkov z lečo preslikali na ravnino, ki je imela vlogo prejšnjega zaslona (sl. 2). Po tej ravnini so premikali svetlobna vodnika iz 1 mm debelega stekla pleksi, katerega vstopna zenica je imela ploskev s stranico 30 mm, na fotopomnoževalko pa je bila z mastjo priključena ploskev s stranico 1 mm. Svetloba je zaradi totalnega odboja na stranskih ploskvah ostala v vodniku s trapezno osnovno ploskvijo. Izhoda fotopomnoževalk so speljali na hitri osciloskop, ki je deloval kot dvokanalni analizator in pomnilnik, in nanj priključili osebni računalnik. Osciloskop je vsakih 5 ns (1 ns = 10^{-9} s) zbiral podatke v 0,01 ns trajajočih časovnih intervalih. Signala iz obeh fotopomnoževalk sta dala koincidenco, če sta oba hkrati presegla določeno mejo. Hitrost koincidenc so merili tako, da so koincidence šteli 50 000 ns. Vsaka izmed fotopomnoževalk se je odzvala okoli $6 \cdot 10^6$-krat v sekundi. Pri vsakem razmiku svetlobnih vodnikov so merili desetkrat, vse merjenje šestkrat ponovili in nazadnje določili povprečje (sl. 3). Hitrost koincidenc v odvisnosti od razmika x med vstopnima zenicama fotopomnoževalk je opisala krivulja $830\ \mathrm{s}^{-1}[1 + 0{,}87\cos(2\pi x/18{,}9\ \mathrm{mm})]$.



Slika 2. Poskus, pri katerem merimo koincidence z dvema laserskima curkoma. Os x si mislimo narisano po simetrali kota med laserskima curkoma proti desni, os y pa pravokotno nanjo v ravnini risbe. Pri tem je x razmik med vstopnima zenicama VZ1 in VZ2 fotopomnoževalk FP1 in FP2. Z debelima črtama sta narisana 1 mm debela svetlobna vodnika iz stekla pleksi v stranskem risu.



Slika 3. Hitrost koincidenc v odvisnosti od razmika med vstopnima zenicama fotopomnoževalk. Na navpično os je naneseno število koincidenc na sekundo, na vodoravno os pa razmik v milimetrih. Izmerjenim podatkom se je najbolje prilegala sklenjena krivulja $830\ \mathrm{s}^{-1}[1+0{,}87\cos(2\pi x/18{,}9\ \mathrm{mm})]$. Risba je prirejena po članku [3], iz katerega sta vzeti tudi drugi risbi.

***

Z enačbami spremljajmo prejšnjo razpravo. Jakost električnega polja v curkih, ki sta v ravnini xy pod kotom $\frac{1}{2}\vartheta$ nagnjena proti osi x na eno in na drugo stran, opišemo z ravnima enobarvnima valovanjema

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{10} \exp i(kx\cos\tfrac{1}{2}\vartheta + ky\sin\tfrac{1}{2}\vartheta - \omega t + \varphi_1)\,, \\ E_2 &= E_{20} \exp i(kx\cos\tfrac{1}{2}\vartheta - ky\sin\tfrac{1}{2}\vartheta - \omega t + \varphi_2)\,. \end{aligned}$$

Pri tem je $k = 2\pi/\lambda$ velikost valovnega vektorja, ω krožna frekvenca ter φ_1 in φ_2 fazni razliki.

Najprej smo v prvem koraku obdelali delna curka. V tem primeru smemo postaviti $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ in $E_{10} = E_{20} = E_0$, če poskrbimo, da prevzame vsak delni curek polovico gostote vpadnega svetlobnega toka. S tem dobimo sestavljeno jakost električnega polja v delu prostora, v katerem se prekrivata delna curka:

$$\begin{aligned} E =& E_1 + E_2 = E_0 \exp i(kx \cos \tfrac{1}{2}\vartheta - \omega t + \varphi) \\ & [\exp(iky \sin \tfrac{1}{2}\vartheta) + \exp(-iky \sin \tfrac{1}{2}\vartheta)] \,. \end{aligned} \tag{1}$$

Gostota svetlobnega toka v sestavljenem valovanju je sorazmerna z E^*E:

$$j = 2j_0[1 + \cos(2ky \sin \tfrac{1}{2}\vartheta)] \,, \tag{2}$$

če je j_0 gostota svetlobnega toka v posameznem delnem curku. Interferenčne proge nastanejo, ko je kosinus enak 1 in je izpolnjena zahteva $2ky \sin \frac{1}{2}\vartheta = 2N\pi$ ali $y = N\lambda/2 \sin \frac{1}{2}\vartheta = N\lambda/\vartheta$, če upoštevamo, da je kot ϑ majhen. Na zaslonu je med sosednjima progama za $\Delta N = 1$ razmik $\lambda b/f\vartheta$, če je goriščna ravnina leče z goriščno razdaljo f na sredi območja obeh delnih curkov in je zaslon v razdalji b od leče. V sestavljenem valovanju je produkt gostot svetlobnega toka v dveh različnih točkah

$$j(y = 0, t)j(y, t) = 4j_0^2[1 + \cos(2ky \sin \tfrac{1}{2}\vartheta)] \tag{3}$$

podoben odvisnosti (2).

Zdaj preidimo k curkoma različnih laserjev iz drugega koraka. V tem primeru sicer lahko postavimo $E_{10} = E_{20} = E_0$, upoštevati pa moramo, da se fazi φ_1 in φ_2 vsaka po svoje spreminjata s časom. Za sestavljeno jakost električnega polja dobimo

$$\begin{aligned} E =& E_0 \exp i(kx \cos \tfrac{1}{2}\vartheta - \omega t) \\ & [\exp i(ky \sin \tfrac{1}{2}\vartheta + \varphi_1) + \exp i(-ky \sin \tfrac{1}{2}\vartheta + \varphi_2)] \,. \end{aligned} \tag{1'}$$

Gostota svetlobnega toka v sestavljenem valovanju je sorazmerna z E^*E:

$$j = 2j_0[1 + \cos(2ky \sin \tfrac{1}{2}\vartheta + \varphi_1 - \varphi_2)]$$

in odvisna od časa, ker je odvisna od časa fazna razlika $\varphi_1 - \varphi_2$. Fazna razlika se spreminja tako, da je povprečna vrednost njenega kosinusa ali sinusa enaka nič. Časovno povprečje gostote sestavljenega svetlobnega toka

$$\bar{j}j = 2j_0 \tag{2'}$$

ne kaže odvisnosti od kraja.

Zmnožimo gostoti svetlobnega toka v sestavljenem valovanju v dveh različnih točkah:

$$j(y=0,t)j(y,t) = 4j_0^2[1+\cos(2ky\sin\tfrac{1}{2}\vartheta+\varphi_1-\varphi_2)][1+\cos(\varphi_1-\varphi_2)]\,.$$

Tudi ta produkt je prek fazne razlike $\varphi_1-\varphi_2$ odvisen od časa. Pri računanju njegovega časovnega povprečja upoštevamo, da je povprečje kvadrata kosinusa fazne razlike enako $\frac{1}{2}$, in dobimo:

$$\overline{j(y=0,t)j(y,t)} = 4j_0^2[1+\tfrac{1}{2}\cos(2ky\sin\tfrac{1}{2}\vartheta)]\,. \qquad (3')$$

V tretjem koraku pri laserjih, ki preskakujeta iz glavnega nihajnega načina v stranska, moramo upoštevati, da se amplitudi E_{10} in E_{20} znatno spremenita v času τ_u. Nazadnje opiše korelacijska funkcija (3') hitrost koincidenc v odvisnosti od razmika merilnikov ob zahtevi, da je čas opazovanja krajši od τ_u. Zares so pri opisanem poskusu izbrali časovni interval 0,01 ns tako, da je bil majhen v primeri s časom $\tau_u \sim 1$ ns.

Pri opisanem poskusu so uporabili za lečo mikroskopski objektiv z goriščno razdaljo 1,5 mm in je bil zaslon v razdalji 0,375 m. Račun, ki smo ga navedli v prvem koraku, da za razmik med sosednjima interferenčnima progama $\lambda b/f\vartheta = 19{,}5$ mm z valovno dolžino $\lambda = 632{,}8$ nm in kotom $\vartheta = 0{,}081$. To se je zadovoljivo ujemalo z razmikom 18,9 mm v enačbi za krivuljo (sl. 3).

Na koncu poudarimo, da se enačbi (2) in (3) za interferenco delnih curkov razlikujeta od ustreznih enačb (2') in (3') za interferenco dveh curkov iz različnih laserjev. Pri dveh različnih laserjih smo pri tem izkoristili korelacijo gostote svetlobnih tokov. Kako pa je s korelacijo jakosti električnih polj? Za delna curka dobimo z enačbo (1) za produkt jakosti električnega polja na dveh krajih

$$E(y=0,t)E^*(y,t) = 4E_0^2\cos(ky\sin\tfrac{1}{2}\vartheta)\,. \qquad (4)$$

Za curka iz dveh laserjev sledi z enačbo (1') za časovno povprečje takega produkta

$$\overline{E(y=0,t)E^*(y,t)} = 2E_0^2\cos(ky\sin\tfrac{1}{2}\vartheta)\,. \qquad (4')$$

Rezultata (4) in (4') se razlikujeta le po nepomembnem sorazmernostnem koeficientu. Sklep marsikoga preseneti [4]. To je poseben primer splošnega izreka, po katerem je korelacija polj na dveh krajih prekrivajočih se curkov, ki se sekata pod majhnim kotom, pri nekoherentnem sestavljanju enaka kot pri koherentnem. Navsezadnje pa je to povezano s spoznanjem, da pri poskusu z dvema laserjema pri opazovanju v veliki oddaljenosti od prekrivajočih se curkov dobimo podobno periodično odvisnost kot pri poskusu z delnima curkoma, čeprav na zaslonu v območju vidimo interferenčne proge samo v drugem primeru. Pred kratkim je izšel podroben pregled o koherentnosti v kvantni optiki [5].

Zahvaljujem se profesorju Lorenzu Basanu z univerze v Genovi, da je dovolil objaviti risbe, ki so jih on in njegovi sodelavci navedli v članku [3]. V ponatis je ljubeznivo privolilo tudi uredništvo American Journal of Physics, ki ga izdaja Ameriško fizikalno društvo.

LITERATURA

[1] I. Verovnik, A. Likar, *Fluktuacijski interferometer*, Obzornik mat. fiz. **34** (1987), 79; *A fluctuation interferometer*, Am. J. Phys. **56** (1988), 231.
[2] J. Strnad, *Interferenčni poskus z laserjema*, Obzornik mat. fiz. **41** (1994), 187.
[3] L. Basano, R. Chittofrati, S. Crivello, E. Piano, C. Pontigia, *Simple setup for detecting interference fringes produced by independent lasers*, Am. J. Phys. **65** (1997), 996.
[4] L. Basano, C. Pontigia, E. Piano, *Simple demonstrations for introducing spatial coherence*, Am. J. Phys. **64** (1996), 1257.
[5] J. J. Slosser, P. Meystre, *Resource letter CQO-1: Coherence in quantum optics*, Am. J. Phys. **65** (1997), 275.

VESTI

POROČILO O 49. OBČNEM ZBORU DMFA

Na 49. občnem zboru DMFA smo se matematiki, fiziki in astronomi zbrali ob vzhodnem robu Slovenije – v Podčetrtku, v hotelu Atomske toplice. Ker zdraviliški hotel še nima primernih prostorov za kongresno dejavnost, nam je na pomoč priskočil ravnatelj OŠ Podčetrtek gospod Darko Pepevnik. Na šoli so organizirali športni dan, nam pa prepustili na voljo vse svoje prostore.

V petek, 10. oktobra dopoldne, smo se razdelili v tri skupine. V prvi so bila predavanja namenjena učiteljem matematike. Vladimir Batagelj je pod naslovom Omrežni učbenik predstavil, kako lahko več ljudi sodeluje pri pripravi skupne knjige prek omrežja, in jezik HTML, v katerem se knjiga lahko oblikuje. Mojca Trobec s Pedagoškega inštituta v Ljubljani je seznanila navzoče s potekom in obdelanimi rezultati tretje mednarodne raziskave o znanju matematike in naravoslovja na osnovnih šolah. Obdelani so podatki za 7. in 8. razrede osnovnih šol. Razveseljivo je, da so v vzorcu učencev iz 41 držav naši osmošolci v znanju matematike pri vrhu, nekoliko slabše je znanje sedmošolcev. Še bolje so se naši učenci odrezali v znanju naravoslovja. Anton Suhadolc je predstavil delo Jurija Vege pri računanju sedemmestnih logaritmov. Člani predmetne kurikularne komisije Gabrijel Tomšič, Zlatan Magajna in Nadja Miloševič so predstavili dosedanje delo kurikularne komisije, posebej za osnovno šolo in za gimnazijo. V krajši razpravi je bila izražena predvsem želja po organski povezanosti pouka matematike na vseh stopnjah in da bi zagotovili dobre zunanje razmere za delo v šoli.

V skupini za uporabno matematiko je Mihael Perman podal zgodovino verjetnostnega računa, ki ima svoje izvore v igrah na srečo. Prikazal je

še nekatere druge matematične probleme, ki so spremljali razvoj verjetnostnega računa. Janez Žerovnik je predaval o matematičnem problemu dodeljevanja frekvenc, ki je vsekakor zanimiv v času mobilne telefonije. Opozoril je na posebnosti tega problema in kako se rešitve iščejo v praksi. Marko Razpet je prikazal nekatere glavne načine, kako priti v geometriji do ravninskih krivulj. Posebej se je posvetil nožiščnim krivuljam in pokazal njihovo konstrukcijo z računalniškim programom Cabri-Géomètre.

Fiziki so najprej poslušali predavanje Toneta Ramšaka o fiziki kvantnih pik in kvantnih žic, v katerem nam je predstavil nekatera področja kvantne fizike na drugačen, zanimiv način. Andrej Čadež in Alenka Gomboc sta poslušalce seznanila s tem, kaj vemo danes o črnih luknjah, področju astronomije, ki je zanimivo tako za dijake kot za učitelje. Mojca Čepič pa je govorila o polarnih smektikih in delu skupine, ki se ukvarja s tem področjem na Institutu Jožef Stefan v Ljubljani. Milan Brumen je poslušalce seznanil z delom kurikularne komisije za fiziko. Ob tem se je razvila razprava o poučevanju fizike, ki naj temelji na opazovanju in razlagi pojavov, o problemih takega poučevanja, saj je ocenjevanje razumevanja ob današnjem številu ur fizike zelo težka naloga. Precej težav pa je tudi pri iskanju primerne literature tako za učitelje kot za učence.

Popoldan je bil namenjen skupnim predavanjem. Najprej je Tomaž Zwitter govoril o uvedbi polprevodniških detektorjev in s tem o spremembah v kvaliteti astronomskih opazovanj. Jože Brilej, ki je bil dolgo vrsto let ravnatelj Osnovne šole v Podčetrtku, je kot dober poznavalec kraja in aktiven član turističnega društva znal pritegniti poslušalce in pripraviti zanimiv in poučen sprehod skozi zgodovino kraja in njegove znamenitosti.

V soboto, 11. oktobra, se je pričel občni zbor DMFA Slovenije. Predsednik društva Andrej Čadež je v delovno predsedstvo predlagal Gabrijela Tomšiča kot predsednika ter Ivo Mulec in Egona Zakrajška kot člana. Zapisnikar je bil Janez Krušič, overovatelja zapisnika pa Anton Suhadolc in Milan Hladnik. Občni zbor sta pozdravila podpredsednica Državnega zbora Eda Okretič Salmič in župan občine Podčetrtek Marjan Drofenik. Pisne pozdrave sta občnemu zboru poslala minister za znanost in tehnologijo Lojze Marinček in častni član našega društva Peter Gosar. V letu 1997 je bil postavljen tudi spomenik dr. Francu Močniku. O postavitvi spomenika v Cerknem je poročal Anton Suhadolc. Občni zbor je potrdil predlog upravnega odbora za podelitev društvenih priznanj za delo z mladimi. Ta priznanja so dobili: Marija Marovt iz Šolskega centra Celje, Janko Mušič iz Osnovne šole Ob Rinži v Kočevju, Anica Trobec, ki poučuje v Srednji kovinarski šoli in na Gimnaziji v Kopru, in Ksenija Žagar iz Osnovne šole Zbora odposlancev v Kočevju. Prav tako je občni zbor soglasno potrdil predlog za društvene pohvale šolam. Pohvale so dobile: Osnovna šola Milojke Štrukelj iz Nove Gorice, Osnovna šola Šmarje pri Jelšah ter Splošna in strokovna gimnazija Lava iz Celja. Dejavnost društva v preteklem letu je opisana v biltenu. Svoje poročilo v biltenu sta dopolnila predsednik Nacionalnega komiteja za matematiko Peter Legiša in predsednica Nacionalnega komiteja

za fiziko Norma Mankoč Borštnik. Občni zbor je posebej pohvalil vse, ki so pripravljali naše tekmovalce za olimpiadi, saj so tam mladi matematiki in fiziki dosegli lepe uspehe. V razpravi, ki je sledila, so sodelovali člani društva. Vprašanja in pobude so se nanašala na prenovo učnih načrtov. Posebno vprašanje je bilo namenjeno poučevanju logike v osnovni šoli. Člani društva, ki sodelujejo pri prenovi učnih načrtov, so povedali, da bo logika izbirni predmet, in sicer kot del matematike. Zato bo tudi njeno zasnovo postavila predmetna komisija za matematiko. Razprava se je razširila na problematiko krčenja ur, ki so namenjene pouku naravoslovja, posebej je to očitno pri fiziki. Občni zbor je sprejel sklep: DMFA Slovenije je za tako prenovo učnih vsebin, ki bo razbremenila učence in pustila več časa za ponavljanje in utrjevanje snovi. Ostro pa nasprotuje kakršnemukoli krčenju števila učnih ur, namenjenih pouku naravoslovja in matematike, tako na osnovnih kot na srednjih šolah. Na mnenje, da so tekmovalne naloge iz matematike na različnih ravneh pretežke, je odgovoril Darjo Felda, sekretar komisije za popularizacijo matematike. V prvem krogu doseže večina udeležencev vsaj polovični uspeh. Ker so tekmovanja izbirna, mora težavnost nalog naraščati. V Biltenu in na internetu je bil objavljen predlog Pravil Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije. Na ta predlog je bilo dano nekaj pripomb in predložene so bile nekatere spremembe, ki jih je statutarna komisija skušala upoštevati. Tudi na občnem zboru je bilo še nekaj pripomb, predvsem na predvideni način volitev. Ker do uskladitve mnenj ni prišlo, je občni zbor sprejel Pravila DMFA Slovenije, kot so bila objavljena v biltenu 49. občnega zbora, pri tem pa je Statutarni komisiji dovolil le redakcijske popravke. Poročilo nadzornega odbora je prebral Mitja Rosina in predlagal razrešnico upravnemu odboru, občni zbor je to sprejel. Za predsednika DMFA je bil ponovno izvoljen Andrej Čadež, ki je predlagal, naj bi odslej predsednik predlagal člane novega upravnega odbora, zato je prebral pripravljeno listo kandidatov za novi UO. Zapletlo se je, ker predsednica Nacionalnega komiteja za fiziko ni bila obveščena, da predsednik predlaga novega predsednika Nacionalnega komiteja, ki prej sploh ni deloval v komiteju. Nekaj dni pred občnim zborom je prišlo tudi do nesoglasja med predsednikom in komisijo za tisk, in sicer glede odločanja in pooblastil, ki jih ima pri delovanju komisija oziroma predsednik, zato predsednik ni imel kandidata za novega predsednika komisije za tisk. Po daljši razpravi je občni zbor izvolil: za podpredsednico Nado Razpet, za tajnika Janeza Krušiča, za predsednico Nacionalnega komiteja za fiziko Normo Mankoč (člani komiteja so: Matjaž Lukač, Seta Oblak, Rudi Podgornik, Rajko Krivec, Marko Robnik, Matjaž Babič, Majda Tomašič, Janko Lužnik, Zvonko Trontelj, Maja Manohin, Deni Furlanič, Jože Kotnik, Karel Šmigoc, Stane Kodba, Ciril Dominko, Eda Okretič Salmič, Nada Razpet, Loredana Sabaz Deranja, Matjaž Šlibar, Anamarija Borštnik, Andrej Likar, Mojca Jazbinšek, Noelija Zubin in Marko Kotnik), za predsednika Nacionalnega komiteja za matematiko Petra Legišo (člana komiteja sta Bojan Hvala in Dragan Marušič). Sekretarji posameznih komisij so: komisije za uporabno matematiko Mihael Perman, komisije za pedagoško dejavnost Danica Jereb za matematiko, Eda

Okretič Salmič za fiziko, Tomaž Zwitter za astronomijo; komisije za popularizacijo Aleksander Potočnik za matematiko OŠ, Jelislava Sakelšek za fiziko OŠ, Darjo Felda za matematiko SŠ, Ciril Dominko za fiziko SŠ, Izidor Hafner za razvedrilno matematiko, vodja raziskovalnih dni za fiziko je Branko Borštnik, vodja priprav za matematično olimpiado pa Matjaž Željko, komisijo za informiranje vodi Martina Koman. Člani upravnega odbora so tudi predstavniki podružnic. Upravni odbor mora v roku dveh mesecev poiskati predsednika komisije za tisk. Na občnem zboru so bili izvoljeni še: v statutarno komisijo: Egon Zakrajšek, Sergej Pahor, Eda Okretič Salmič, v komisijo za društvena priznanja: predsednik društva in člani komisije za pedagoško dejavnost.

V nadzornem odboru so: predsednica Darka Hvastija, člana Agata Tiegl, Mitja Rosina; komisijo za častne člane sestavljajo: predsednik Andrej Čadež, tajnica Martina Koman, člana Mitja Rosina, Anton Suhadolc; v častnem razsodišču so: Ivan Vidav, Peter Gosar, Dušan Modic, zastopnika DMFA v odboru za Plemljevo hišo: Peter Vencelj, Alenka Plestenjak; zastopnica DMFA v odboru za spominsko sobo Jurija Vege: Mira Bokalič.

Sobotno popoldne je bilo namenjeno ogledu Olimja. Občudovali smo lepo cerkev, tretjo najstarejšo lekarno v Evropi. Posladkali smo se s čokolado, narejeno v Olimju, žejo smo si gasili s Halerjevim pivom. Prijazni domačin nam je razkazal tudi notranjost pivovarne. Ogledali smo si Hišo pri čarovnici, delo Jožeta Brileja in njegovih sodelavcev. Voda in elektrika oživljata pravljične figure, nekatere imajo pomembno vlogo: skrbijo za čisto naravo. Početrtek je v letu 1997 prejel za urejenost tudi nagrado turistični nagelj.

Še kratek pripis: Andrej Čadež je takoj po občnem zboru odstopil kot predsednik DMFA, zato je nadzorni odbor pooblastil podpredsednico Nado Razpet, da do preklica opravlja vse funkcije kot vršilka dolžnosti predsednika DMFA. Upravni odbor je na seji 4. novembra za predsednika Komisije za tisk izbral Mirana Černeta, ki je funkcijo tudi prevzel.

Nada Razpet

PRIZNANJA UČITELJEM MATEMATIKE IN FIZIKE V LETU 1998

Na občnem zboru v Atomskih toplicah 11. oktobra 1997 je Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije podelilo priznanja svojim zaslužnim članom. Prejeli so jih:

MARIJA MAROVT, profesorica matematike, direktorica Šolskega centra Celje

Kot aktivna profesorica je bila mentorica mladim učiteljem matematike. Dvanajst let je vodila aktiv matematikov in fizikov na Srednji tehniški šoli v Celju. Šest let je bila pedagoški vodja za področje naravoslovja. Kot članica

strokovnega sveta Izobraževalne skupnosti Slovenije je bila odgovorna za naravoslovno-matematično dejavnost.

Organizirala je republiško tekmovanje iz matematike in sodelovala pri organizaciji mnogih šolskih in izbirnih tekmovanj iz matematike.

Zelo je bila dejavna pri razvojno-proučevalnih nalogah iz matematike v republiškem merilu.

- Sodelovala je pri evalvaciji matematike na tehniških šolah.
- Bila je sooblikovalka učnih načrtov za tehniške in poklicne šole.
- Pomagala je pri uvajanju učbenika dr. F. Križaniča.
- Sodelovala je pri prenovi učbenikov dr. P. Legiše za prvi in drugi razred gimnazije in srednjih tehniških šol ter pri raziskavi preduniverzitetne matematike v tehniški srednji šoli.

Kot ravnateljica in sedaj direktorica rada prisluhne potrebam mladih tehnikov na naravoslovnem področju. Z nagradami in sofinanciranjem spodbuja dijake in učitelje pri raziskovalni dejavnosti. Z veseljem pomaga matematičnim, fizikalnim krožkom in popularizaciji logike. Naklonjena je strokovnemu spopolnjevanju učiteljev matematike, fizike in računalništva in pomaga dvigati raven poučevanja teh predmetov. Spodbuja učitelje k sodelovanju pri različnih projektih, tudi mednarodnih. Prizadeva si za obogatitev knjižnice s strokovno literaturo ter za nakup in pripravo učnih pripomočkov. Za strokovno bogato in kvalitetno delo je dobila naziv svetnik.

JANKO MUŠIČ, učitelj matematike in fizike na OŠ Ob Rinži Kočevje

Po končani Višji pedagoški šoli v Ljubljani že skoraj tri desetletja poučuje na osnovni šoli Kočevje. Ves čas dela je dober sodelavec in vzoren pedagog. Svoje znanje, tako strokovno kot pedagoško, je znal prenašati na druge člane strokovnega aktiva. Bil je mentor mnogim mladim učiteljem. Skrbel pa je tudi za svoje strokovno spopolnjevanje.

Da bi popestril pouk matematike, je pri pouku uvajal nove oblike dela in uporabljal sodobne učne pripomočke in metode. Pouk fizike je predstavil na nov način učencem na podružničnih šolah, saj jih je povabil k skupnim eksperimentalnim vajam na centralno šolo. Na šoli je prvi pričel uvajati dvojice pri eksperimentiranju v fizikalnem krožku. Skrbel je tudi, da so se učenci navdušili za učiteljski poklic.

Z veliko vnemo se je vključil v skupine, ki so spremljale uvajanje novega učnega načrta fizike. Tako je aktiv učiteljev fizike pod njegovim vodstvom sodeloval pri izdelavi programiranih sekvenc in opremi kabinetov z učili za nov način učenja fizike. Za širše aktive učiteljev pa je pripravil tudi hospitacijske nastope.

Redno organizira in vodi tekmovanja mladih matematikov za Vegova priznanja. Vodi dodatni pouk in individualno svetuje nadarjenim učencem. Bil je vodja šolskih in medšolskih aktivov matematikov, dve leti pa je vodil študijsko skupino za matematiko. Pomaga spoznavati nove načine

poučevanja po „Presečišču". Za svoje dolgoletno uspešno pedagoško delo je dobil naziv svetnik.

ANICA TROBEC, učiteljica fizike in matematike na Srednji kovinarski šoli in na Gimnaziji v Kopru

Pri pouku je ustvarjalna in inovativna, stalno si prizadeva za izboljšanje pouka fizike in matematike v osnovni in srednji šoli. Vestno in zavzeto povečuje zanimanje za pouk. Uvaja strokovne novosti in skrbi za spremembe didaktičnih gradiv. Učence spodbuja k samostojnemu delu in jim je vedno pripravljena pomagati. Njeni učenci dosegajo lepe uspehe tudi na tekmovanjih.

Okrog 20 let je zelo aktivna v delu koprske podružnice društva, šest let je bila v upravnem odboru podružnice. Vsa leta je sodelovala pri organizaciji predavanj iz fizike in matematike za učence in učitelje na obalno-kraškem območju. Od leta 1982 dalje je članica ocenjevalne komisije pri tekmovanjih iz fizike za OŠ in je tudi v organizacijskem odboru za izvedbo teh tekmovanj. Štiri leta je bila urednica biltena, ki izide ob tekmovanjih iz fizike za osnovno šolo. Več let je sodelovala tudi pri organizaciji tekmovanj za srednjo šolo in bila nekaj let ocenjevalka na tekmovanjih iz fizike. Za svoje društvene dejavnosti je prejela vrsto priznanj podružnice Koper.

KSENIJA ŽAGAR, učiteljica fizike in matematike v OŠ Zbora odposlancev Kočevje

Poučuje več kot 32 let. Čeprav je njena obremenitev včasih močno presegala običajno učno obveznost, se je ves čas strokovno izobraževala in spopolnjevala.

Znanje je posredovala drugim, tudi učencem pri dodatnem pouku za Vegova tekmovanja. Organizirala je tekmovanje in sodelovala v ocenjevalnih komisijah pri šolskih in občinskih tekmovanjih za mlade matematike.

Bila je mentorica študentom fizike. Izpeljala je več vzornih nastopov iz matematike in fizike za aktive učiteljev, za študente Pedagoške akademije in za starše. Vodila je šolski aktiv matematikov in fizikov. Izvajala je tudi pedagoško usposabljanje za učitelje spoznavanja narave od 1. do 4. razreda.

Sodelovala je pri uvajanju novosti v pouk. Skupaj z drugimi je ugotavljala ustreznost znanja učencev ob uvajanju nove matematike. Vključena je bila v izvajanje in spremljanje uvajanja novega učnega načrta za fiziko. Prikaz fizikalnih vaj za boljše učence je pripravila v okviru aktiva, eksperimente pa tudi za učence podružničnih šol. Pri delu je tudi inovativna. Z avtorskimi prispevki je sodelovala pri izdelavi programiranih sekvenc iz fizike, navodil za naravoslovne dni in pri proučevanju nivojskega pouka v 8. razredu.

Za svoje vsestransko uspešno delo je dobila naziv svetovalca in srebrno plaketo mesta Kočevje za delo z mladimi.

Nagrajencem iskreno čestitamo.

Ivana Mulec

OB SEDEMDESETLETNICI PROF. F. KRIŽANIČA

V letošnjem marcu obhaja življenjski jubilej prof. France Križanič, doktor matematike, pisec učbenikov, poliglot, literat, mislec, poznavalec vzhodnjaških literatur in kultur, opazen v javnem življenju na Slovenskem. Ob tej priložnosti želim matematično in fizikalno javnost na kratko seznaniti z njegovim delovanjem predvsem na Univerzi, čeprav vem, da si slavljenec ne želi prebirati besedil o sebi.

Rodil se je 3. marca 1927 v Mariboru. Leta 1951 je diplomiral na Univerzi v Ljubljani, leta 1955 obranil doktorsko disertacijo, ki je obravnavala posplošitve osnovne leme variacijskega računa. Iz te snovi je tudi objavil tri razprave. Kot študent sem spoznal prof. Križaniča okoli leta 1954, navzoč sem bil tudi pri zagovoru doktorata, več let sem bil njegov asistent pri predmetu Diferencialne enačbe, več kot 35 let pa sva bila kolega učitelja matematike. Zato bo pričujoči sestavek nujno osebno obarvan. Ne samo jaz, ampak še mnogi drugi matematiki dolgujejo svojo strokovno usmeritev v veliki meri navdušenju za matematiko, ki ga je prof. Križanič delil z mlajšimi kolegi.

Že v petdesetih letih je ustanovil neformalne seminarje, na katerih je predaval funkcionalno analizo kar iz dveh romunskih skript, saj drugih učbenikov ni bilo. Tega seminarja, pa tudi drugih iz topoloških grup, diferencialnih operatorjev, komutativnih Banachovih algeber, aproksimativnih metod funkcionalne analize, so se poleg matematikov udeleževali tudi nekateri fiziki, kolegi iz IJS, Fakultete za eletrotehniko, Fakultete za strojništvo in morda še drugi. Pobude za nastanek ugledne šole funkcionalne analize na našem oddelku je dal prav prof. Križanič.

Leta 1959 je postal docent in istega leta odšel na izpopolnjevanje v Moskvo k prof. Gel'fandu.

Konec petdesetih let je vpis na matematiko – tedaj je obstajala le pedagoška smer – zelo upadal. Analogni problem so fiziki rešili z ustanovitvijo smeri Tehnična fizika. Prof. Križanič je takrat ustanovil študijsko smer Tehnična matematika. Po vrnitvi iz Moskve je znotraj novoustanovljene študijske smeri predaval mnoge predmete, kot Diferencialne enačbe, Numerična matematika, Matematični praktikum in Aritmetični računalniki. Predaval je še na Biotehnični fakulteti, na Fakulteti za elektrotehniko in na IJS. Teža predavanj je bila za tedanje učitelje matematike velika, saj je univerza doživljala velik porast slušateljev. Bremena so se malo zmanjšala šele z nastopom novih docentov in predavateljev.

Med letoma 1950 in 1970 je izdal mnoga skripta, učbenike in monografije. Linearna algebra in linearna analiza sta izšli v več oblikah in izdajah, zadnja razširjena je izšla leta 1993. Za knjigo I. Vidava Matematika III je prispeval dve poglavji o navadnih in o parcialnih diferencialnih enačbah. Izdal je učbenik Navadne diferencialne enačbe in variacijski račun; Operatorski račun in integralske transformacije, v zbirki Sigma pa še knjižici Vektorji, matrike, tenzorji in Elektronski aritmetični računalniki. Že iz naslovov

je razvidno, da je prof. Križanič seznanjal slovenske matematike in tehnike z mnogimi sodobnimi vejami matematike.

Prof. Križanič je postal redni profesor leta 1975. V sedemdesetih letih se je na našem oddelku zelo razmahnil podiplomski študij, pri katerem je prof. Križanič zavzeto sodeloval. Naj omenim le nekatera njegova predavanja in seminarje: teorija grup, topološke grupe, Liejeve grupe, Liejeve algebre, dinamični sistemi, teorija funkcij več kompleksnih spremenljivk, reprezentacija grup, funkcionalna analiza. Vzporedno s predavanji je napisal tudi skripta in monografije: Liejeve grupe, Liejeve algebre, Funkcije več kompleksnih spremenljivk, Dinamični sistemi, Linearna analiza na grupah.

Profesor Križanič je vedno gledal na fiziko kot na nedeljivi del matematike. Podobnega mišljenja je na oddelku poleg njega le še malo članov. To se odraža tudi v njegovih predavanjih in pripravljenosti predavati na drugih oddelkih in fakultetah.

Že v sedemdesetih letih je prof. Križanič pisal učbenike za srednješolce. Z najmanj osmimi učbeniki se je prof. Križanič uvrstil v skupino posebno zaslužnih slovenskih matematikov, ki so znaten del svoje energije posvetili takemu delu: Franc Hočevar, Franc Močnik, Blaž Matek, da navedem le nekatere, v najnovejšem času še Peter Legiša. Poleg tega se je izkazal tudi na področju popularizacije matematike, kjer se je posebno jasno izkazal njegov veliki literarni talent. Napisal je knjige kot Kratkočasna matematika, Ukročena matematika, Križem po matematiki, ki so jih profesorji srednjih šol veliko uporabljali za popestritev pouka in prelep pregled razvoja nekaterih osnovnih konceptov matematike: Nihalo, prostor in delci.

V okvir prosvetljevanja matematikov sodi tudi okoli 25 člankov v Obzorniku za matematiko in fiziko, v katerih prikazuje nova področja matematike, piše o pouku matematike ali predstavlja kolege ob njihovih življenjskih jubilejih. Za Obzornik je napisal tudi okoli 25 recenzij knjig in prevedel nekaj člankov.

Zadnjih 10 let do upokojitve leta 1996 je prof. Križanič predaval matematiko predvsem študentom fizike. Iz tega časa je njegovo 637 strani dolgo monumentalno delo Temelji realne analize, v katerem je obdelal poleg tradicionalne snovi predmetov Analiza I in II tudi modernejša poglavja, ki jih fiziki nujno potrebujejo za študij moderne fizike. Značilno za mladostni duh prof. Križaniča je, da se je naučil jezika TEX za pisanje matematičnih tekstov in opisnega jezika Postscript za izdelavo risb ter postal eden vodilnih strokovnjakov tega jezika pri nas. Sam je napisal in uredil omenjeno monografijo, kot tudi monografijo Vektorska in tenzorska analiza (672 strani), ki je izšla pred dobrim letom.

Profesor Križanič se ni izogibal vodstvenim dolžnostim: bil je dvakrat predsednik DMFA, dve leti predstojnik Oddelka za matematiko in mehaniko in dve leti dekan Fakultete za naravoslovje in tehnologijo. Za svoja prizadevanja je prejel nagrado Zveze društev matematikov, fizikov in astronomov, red dela z zlatim vencem in dvakrat Levstikovo nagrado.

Ob tej priložnosti bi se v svojem imenu in imenu kolegov profesorju Križaniču rad zahvalil za vse, kar je napravil za matematiko. Želim mu še ostrega peresa in lahkih prstov, ko bodo drseli po tipkovnici v mojstrski uporabi TEXa!

Anton Suhadolc

SEDMO SLOVENSKO SREČANJE O UPORABI FIZIKE

V Nacionalnem komiteju za fiziko pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov Slovenije smo 6. novembra lani pripravili srečanje slovenskih fizikov, ki se ukvarjajo z aplikativno fiziko. Enodnevno srečanje v prijetnem okolju hotela Vesna v zdravilišču Topolšica je v celoti uspelo in izpolnilo naša pričakovanja. Pri organizaciji nas je v Nacionalnem komiteju za fiziko vodila želja, da obudimo tradicijo strokovnih srečanj slovenskih fizikov, ki so se pričela sredi sedemdesetih let. Mnogi se še spominjate, da je bila prva „Konferenca o uporabni fiziki" v Škofji Loki leta 1975. Druga in tretja konferenca v letih 1977 in 1980 na Bledu sta že prerasli slovenski okvir. Odtlej so konference pod nazivom „JUSPF – Jugoslovenski simpozijum o primeni fizike" potekale izmenoma po posameznih jugoslovanskih republikah. Po Zagrebu 1983., Beogradu 1985. in Sarajevu 1987. leta je prireditev leta 1989, ko je bila na vrsti republika Makedonija, zamrla. Na vseh teh konferencah so slovenski fiziki dejavno sodelovali z referati, pri organizacijskem delu in pri utrjevanju povezav med fiziki v takratnem jugoslovanskem prostoru. Tako smo po desetletnem premoru srečanje brez zadrege poimenovali kar 7. slovensko srečanje o uporabi fizike. Prireditve v Topolšici se je udeležilo prek petdeset slovenskih fizikov s področja aplikativne fizike, predstojnik dr. Slobodan Žumer in študentje IV. letnika Fakultete za fiziko Univerze v Ljubljani in državni sekretar na Ministrstvu za znanost in tehnologijo dr. Franci Demšar. V petih sekcijah, ki so obsegale fiziko kondenzirane snovi, optiko in elektroniko, jedrsko in reaktorsko fiziko, akustiko in ultrazvok ter interdisciplinarna področja, se je zvrstilo štiriindvajset referatov in sedem predstavitev posterjev. Tretjino referatov so pripravili fiziki iz industrije, tretjino z Instituta Jožef Stefan in tretjino fiziki z ostalih inštitutov in visokih šol. Ker smo že v razpisu srečanja poudarili, da želimo prav posebej pritegniti fizike iz slovenske industrije, smo tako pridobili približen posnetek stanja te gospodarske panoge, vsaj kar zadeva zaposlenost fizikov in pomen fizikalnega znanja. Dognanja smo dopolnili z rezultati ankete, ki smo jo bili v slovenski industriji izvedli pred kakim letom. Splošna ugotovitev je, da število fizikov v slovenski industriji stagnira, morda celo upada, kar je seveda posledica gospodarskega stanja v državi. Če izvzamemo ljubljansko podjetje Fotona, je največ fizikov zaposlenih v gorenjskih podjetjih v Kranju in Škofji Loki, močno pa je zapostavljena Štajerska s propadlim Tamom in Metalno. Nekaj fizikov je na Primorskem in v zahodni Sloveniji, npr. v podjetju Salonit iz Anhovega, v Avtoelektriki v Novi Gorici in drugje. Po približni oceni dela v slovenski industriji na raziskovalno-razvojnih nalogah, žal, komaj kaj več kot sto inženirjev fizike. Srečanje je sklenila okrogla miza z naslovom „Položaj fizikov v slovenski industriji in možnosti sodelovanja z

univerzama in inštituti". Pogovor je spretno povezovala predsednica Nacionalnega komiteja za fiziko dr. Norma Mankoč-Borštnik, sodelovala pa sta dr. Tomaž Kalin z Instituta Jožef Stefan in avtor tega prispevka. Naj navedem nekaj utrinkov iz razprave. Strinjali smo se s tezo, da stanje v slovenski industriji ni rožnato, ukinjeno je bilo veliko razvojnih oddelkov, s tem pa delovna mesta fizikov. Res pa je tudi nasprotno, da slovenski znanosti ne moremo oporekati odličnosti, saj je v mednarodnem okviru ničkolikokrat dokazana. Skratka, ponovno smo že pri malo oguljeni zahtevi, da je treba okrepiti pretok znanja z inštitutov in univerz v industrijo. Ne poznamo znanj, ki jih kdo premore, ne potreb, ki pestijo drugega, skorajda kot „naj ne ve levica, kaj dela desnica". V tem smislu se je pritožil tudi kolega fizik iz ene od gorenjskih tovarn, češ, Ministrstvo za znanost praviloma sofinancira tiste prijavitelje, ki se lahko izkažejo z referencami, se pravi članki. Kako naj se izkaže prijavitelj fizik iz industrije? Mnenje drugega pa je bilo, da naj o tako imenovani relevantnosti osnovnih raziskav vendarle v večji meri soodloča tudi gospodarstvo.

Prednost fizika je po mnenju kolegov iz industrije v širini njegove izobrazbe. Dela lahko na različnih področjih in deluje zaradi globljega razumevanja pojavov povezovalno, na primer med strojno in elektro stroko. Zdi se sicer, da je za razvojno stopnjo naše industrije njegova izobrazba, kot se je nekdo slikovito izrazil, predimenzionirana. Gotovo pa je še vedno prilagojena bolj delu na osnovnih raziskavah, manj pa za aplikativne raziskave in razvoj. Manjkajo znanja s področja fizike materialov, poglobljena znanja o meritvah in znanja o projektiranju, se pravi o pripravi ponudbe in izvedbi tehniških projektov. Dodiplomski študij bo v tem smislu treba še dopolniti z nekaterimi interdisciplinarnimi področji. Posebno omembo zahteva podiplomski študij. Zaradi obsega in razporeditve predavanj ga diplomanti, zaposleni v gospodarstvu, izredno težko obiskujejo, bodisi zaradi svojih dnevnih obveznosti v podjetjih, bodisi zaradi krajevne oddaljenosti. Cela vrsta primerov je, ko fiziki svoj podiplomski študij zaključujejo na drugih fakultetah, zlasti na elektrotehniki in strojništvu. Tu bo treba pripraviti bolj individualne programe podiplomskega študija, tako da bomo fiziki v industriji spet začutili svojo fakulteto kot „matico", h kateri se bomo vedno radi vračali. Idej razpravljalcev je bilo še nekaj, od predloga za uvedbo krajših izpopolnjevalnih seminarjev za fizike v industriji, do predlogov za borzo znanj in zaposlitvenih možnosti na svetovnem spletu. V neformalnih pogovorih so študentje fizike navezali stike s svojimi kolegi iz inštitutov in industrije in se pozanimali o zaposlitvi. Po mnenju udeležencev je bilo 7. slovensko srečanje o uporabi fizike potrebno in koristno.

Za delo pri organizaciji srečanja prisrčna hvala predsednici Nacionalnega komiteja za fiziko dr. Normi Mankoč-Borštnik in članom pripravljalnega odbora dr. Zvonku Trontlju in dr. Janku Lužniku z Inštituta za matematiko, fiziko in mehaniko ter Majdi Tomažičevi s Hidrometeorološkega zavoda RS. Organizacijski odbor v Nacionalnem komiteju za fiziko pa že čakajo naloge, povezane s pripravo 8. srečanja o uporabi fizike, ki bo prihodnje leto.

Matjaž Babič

VABILO

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije vabi svoje članice in člane k sodelovanju na strokovnem srečanju in 50. občnem zboru, ki bo 22., 23. in 24. oktobra 1998 v Lipici, hotel Maestoso.

Člani društva lahko predstavijo nove metode dela in novosti pri pouku matematike, fizike in astronomije (pripomočke, nove vsebine, zanimive eksperimente in posebne prilagoditve). Predstavitev je možna v treh oblikah:

- z 10 do 15 minutnim prispevkom,
- v poster sekciji,
- s predstavitvijo učila, pripomočka, gradiva.

Na voljo bo grafoskop, projekcijsko platno, video projektor za prenos slike z računalnika in panoji za posterje. Računalnik s potrebno programsko opremo in druge pripomočke morajo predavatelji prinesti s seboj.

Pisne prijave s povzetkom vsebine (velja tudi za poster) napišite na poseben list, in sicer:

- tekst naj bo zapisan tako, da bo celotna širina teksta 14 cm, višina teksta 10 cm,
- velikost črk 12pt,
- naslov napisan s krepkimi velikimi črkami, za njim dvojni presledek,
- ime in priimek avtorja (ali več avtorjev), naslov ustanove (ali domač naslov), kjer je avtor zaposlen, dvojni presledek,
- kratek povzetek prispevka.

Glede primernosti prispevkov iz fizike se lahko pogovorite s Tomažem Kranjcem ali Bojanom Gollijem (Pedagoška fakulteta v Ljubljani), iz matematike pa za osnovno šolo z Jožetom Malešičem (Pedagoška fakulteta v Ljubljani), za srednjo šolo pa z Milanom Hladnikom ali Petrom Legišo (Fakulteta za matematiko in fiziko v Ljubljani).

Prijave sprejemamo do **30. maja 1998** na naslov: Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, Janez Krušič, Jadranska cesta 19, 1000 Ljubljana

Izbor prispevkov bo opravila posebna komisija, ki jo bo imenoval upravni odbor DMFA Slovenije, in jih razvrstila po sekcijah. Povzetki bodo objavljeni v zborniku prispevkov v nekoliko pomanjšani obliki.

Obveščamo vas, da bomo obvestila o dejavnostih društva objavljali na internetu na naslovu: `http://www.dmfa.si`

v.d. predsednika
Nada Razpet