

Letnik 45

↑

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, JANUAR 1998

letnik 45, številka 1, strani 1–32

Glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, 1001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p.p. 2964, telefonska št. (061) 17-66-553, številka žiro računa 50106-678-47233, devizna nakazila SKB banka d.d. Ljubljana, SWIFT: SKBASI2X, številka računa 429619, Ajdovščina 4, Ljubljana.

Uredniški odbor: Miran Černe (glavni urednik), Boris Lavrič (urednik za matematiko in odgovorni urednik), Martin Čopič (urednik za fiziko), Boštjan Jaklič (tehnični urednik).

Jezikovno pregledal Janez Juvan, računalniško oblikoval Martin Zemljič.

Člani društva prejema Obzornik brezplačno. Celoletna članarina 3.000 SIT. Naročnina v knjigarnah in za ustanove 6.000 SIT, za študente 1.500 SIT, za tujino 50 DEM. Posamezna številka za člane 580 SIT, stare številke 380 SIT.

Tisk: Tiskarna KURIR. Naklada 1500 izvodov.

Revijo sofinancirata Ministrstvo za znanost in tehnologijo ter Ministrstvo za šolstvo in šport.

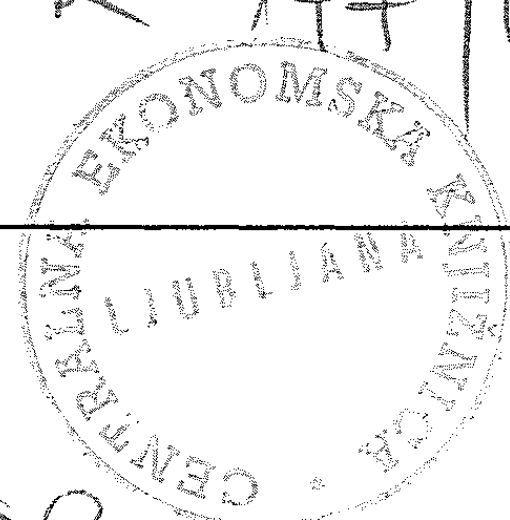
Po mnenju MZT št. 415-52/92 z dne 5.2.1992 šteje revija med proizvode iz 13. točke tarifne št. 3 zakona o prometnem davku, za katere se plačuje 5% davek od prometa proizvodov.

DMFA je včlanjeno v Evropsko matematično društvo (EMS), v Mednarodno matematično unijo (IMU), v Evropsko fizikalno društvo (EPS) in v Mednarodno združenje za čisto in uporabno fiziko (IUPAP). DMFA ima pogodbo o recipročnosti z Ameriškim matematičnim društvom (AMS).

© 1998 DMFA Slovenije – 1336

Poštnina plačana na pošti 1102 Ljubljana

ODPISANO



VSEBINA — CONTENTS

Sw. 177316

Članki — Articles

Str.–Page

Komplementarna zaporedja naravnih števil — Complementary sequences of positive integers (Ivan Vidav)	1–8
Polarni smektiki — Polar smectics (Mojca Čepič)	14–28
Tretji del fizike iz Karlsruheja — Volume III of the Karlsruhe physics course (Janez Strnad)	29–III

Vesti — News

Profesor Ivan Vidav – osemdesetletnik	9–13
Statistika in obdelava podatkov – vabilo (Ivana Mulec in Egon Zakrajšek)	IV

Na ovitku: Willem de Kooning, *Pastorale*, 1963.

KOMPLEMENTARNA ZAPOREDJA NARAVNIH ŠTEVIL

IVAN VIDAČ

Math. Subj. Class. (1991): 11B83, 11B99

Strogo naraščajoči zaporedji naravnih števil $\{a_n\}$ in $\{b_n\}$ sestavljata komplementarni par, če je vsako naravno število člen enega in samo enega od teh zaporedij. Članek obravnava predvsem komplementarne pare, pri katerih obstaja med členi preprosta zveza, ki zaporedji natanko določa in je bodisi oblike $b_n = a_n + kn + l$ bodisi oblike $a_n + b_n = kn + l$, kjer sta k in l dani celi števili.

COMPLEMENTARY SEQUENCES OF POSITIVE INTEGERS

Two strictly increasing sequences of positive integers $\{a_n\}$ and $\{b_n\}$ are called complementary if each positive integer is a member of one and only one of these sequences. In this article we study chiefly pairs of complementary sequences in which there exists a relation between the members determining the sequences, relation being of the form $b_n = a_n + kn + l$ or $a_n + b_n = kn + l$, where k and l are given integers.

1. Vsa zaporedja, ki jih bomo obravnavali, bodo strogo naraščajoča, njihovi členi pa (razen na koncu) naravna števila (to je pozitivna cela števila). Dve taki zaporedji $\{a_n\}$ in $\{b_n\}$, $n = 1, 2, 3, \dots$, bomo imenovali *komplementarni*, če je vsako naravno število člen enega in samo enega od teh zaporedij. Primer takega para sta zaporedji s členi $a_n = 2n$ in $b_n = 2n - 1$. Prvo sestoji iz vseh sodih, drugo iz vseh lihih števil. Tu sta a_n in b_n linearni funkciji indeksa n . Povejmo, da sestavljajo soda in liha števila edini par komplementarnih zaporedij, pri katerih se tako členi a_n kot členi b_n izražajo z racionalnimi funkcijami indeksa n .

Očitno je pri komplementarnih zaporedjih vselej bodisi $a_1 = 1$ bodisi $b_1 = 1$, za vsak indeks n pa veljata oceni $a_n \geq n$ in $b_n \geq n$.

Par komplementarnih zaporedij je določen že z enim zaporedjem: če poznamo vse člene a_n , sestavljajo drugo zaporedje $\{b_n\}$ po velikosti urejena naravna števila, ki niso členi prvega zaporedja. Včasih pa je par določen tudi s kakšno zvezo med členi prvega in drugega zaporedja. Npr. zveza $b_n = a_n + 1$ določa zaporedji lihih in sodih števil (glej [1]). Oglejmo si nekaj nadaljnjih zgledov:

1. Naj velja za vsak indeks n

$$b_n = 2a_n. \quad (1)$$

Poiščimo pripadajoči zaporedji $\{a_n\}$ in $\{b_n\}$! Pri $n = 1$ imamo $b_1 = 2a_1$. Ker je $a_1 \geq 1$, je $b_1 \geq 2$. Zato število 1 ni člen drugega zaporedja, temveč prvega, in sicer je kar $a_1 = 1$. Torej je $b_1 = 2$. Ker je a_2 najmanj 3, pove zdaj zveza $b_2 = 2a_2$, da je $b_2 \geq 6$. Vrzel med 2 in 6 izpolnjujejo potemtakem členi prvega zaporedja: $3 = a_2$, $4 = a_3$ in $5 = a_4$. Potem je $b_2 = 6$, $b_3 = 2a_3 = 8$

in $b_4 = 2a_4 = 10$. Manjkajoči števili 7 in 9 sta člena prvega zaporedja, namreč $7 = a_5$ in $9 = a_6$. Od tod dobimo $b_5 = 2a_5 = 14$, $b_6 = 2a_6 = 18$. Tako nadaljujemo in korak za korakom ugotovimo, da so vsi členi a_n in vsi členi b_n natanko določeni.

Katera naravna števila so členi prvega in katera drugega zaporedja?

Vsako naravno število r lahko zapišemo v obliki produkta $r = 2^j r'$, kjer je faktor r' lih. (Če je že r lih, je $j = 0$ in $r' = r$). Zaznamujmo z A množico tistih naravnih števil r , pri katerih je v tem zapisu eksponent j sod (j je seveda lahko 0, tako da so vsa liha števila v A), z B pa množico onih, pri katerih je j lih. Če uredimo števila iz A in števila iz B po velikosti, dobimo par komplementarnih zaporedij $\{a_n\}$ in $\{b_n\}$. Ker je $2r = 2^{j+1}r'$ in je eksponent $j+1$ lih natanko tedaj, kadar je j sod, je dvakratnik n -tega člena a_n prvega zaporedja enak n -temu členu b_n drugega, tako da velja zveza $b_n = 2a_n$. To zvezo pa smo ravnokar obravnavali in ugotovili, da natanko določa komplementarni zaporedji. Tako smo dobili odgovor na prej zastavljeno vprašanje: naravno število r je člen prvega zaporedja tedaj, kadar je v zapisu $r = 2^j r'$ eksponent j sod, člen drugega pa, kadar je j lih. Vzemimo na primer $r = 100$. Ker je $100 = 2^2 \cdot 25$, je to število člen prvega zaporedja. Če želimo zvedeti, kateri člen je, moramo prešteti, koliko števil je v množici A do 100. Tako ugotovimo, da je $100 = a_{67}$. (Do 100 je namreč 50 lihih števil, kar se tiče deljivosti s potencami števila 2 pa 13 takih, ki so deljiva natanko s 4, 3 taka, ki so deljiva natanko s 16, in eno, ki je deljivo natanko s 64, skupaj je v A 67 števil do 100). Tudi obratno lahko s štetjem najdemo a_n , če poznamo indeks n . Žal pa piscu ni znana nobena preprosta formula, s katero bi pri danem n izračunali člen a_n .

2. Hitro se prepričamo, da ni para komplementarnih zaporedij, pri katerem bi med členi veljala zveza

$$a_n + b_n = 3n.$$

Pri $n = 1$ imamo namreč $a_1 + b_1 = 3$, torej bodisi $a_1 = 1$, $b_1 = 2$, bodisi $a_1 = 2$, $b_1 = 1$. V obeh primerih morata biti a_2 in b_2 najmanj 3. Zveza $a_2 + b_2 = 6$ potem pove, da sta a_2 in b_2 oba enaka 3; to pa ni mogoče pri komplementarnih zaporedjih.

Oglejmo si zvezo

$$a_n + b_n = 4n - 1. \quad (2)$$

Njej zadoščata zaporedji sodih in lihih števil: $a_n = 2n$, $b_n = 2n - 1$. Vsak bralec pa se lahko prepriča, da je poleg teh še nešteto drugih komplementarnih zaporedij, pri katerih členi izpolnjujejo zvezo (2). (Pri vsakem n lahko vzamemo, da je $a_n = 2n$, $b_n = 2n - 1$ ali pa $a_n = 2n - 1$, $b_n = 2n$). Nekoliko spremenjena zveza

$$a_n + b_n = 4n \quad (3)$$

pa zaporedji natanko določa, če še privzamemo, da je npr. $a_1 = 1$. Iz (3) namreč dobimo $a_1 + b_1 = 4$, torej $b_1 = 3$. Potem mora seveda biti $a_2 = 2$.

Zveza $a_2 + b_2 = 8$ zdaj pove, da je $b_2 = 6$ in zato $4 = a_3$ in $5 = a_4$. Potem sledi iz enakosti $a_3 + b_3 = 12$, da je $b_3 = 8$, torej $7 = a_5$ itd. Vsi členi a_n in b_n so določeni. Če izhajamo iz druge možnosti, ko je $b_1 = 1$, dobimo med seboj zamenjani zaporedji.

Ali obstajata formuli, s katerima se izražata a_n in b_n ? Obstajata in celo več jih je. Morda sta najpreprostejši tile dve:

$$a_n = 2n - \left\lfloor \sqrt{2n} + \frac{1}{2} \right\rfloor \quad \text{in} \quad b_n = 2n + \left\lfloor \sqrt{2n} + \frac{1}{2} \right\rfloor.$$

Pripomba: Pri danem realnem številu x zaznamujmo z $\lfloor x \rfloor$ največje celo število, ki ne presega x .

Dokažimo najprej, da sta zaporedji, ki ju določata formuli (4), komplementarni: Indeks n , ki je naravno število, pišemo v obliki

$$n = \frac{1}{2}k(k+1) + l,$$

kjer sta k in l celi števili, $k \geq 0$ in $1 \leq l \leq k+1$. Pri danem n sta k in l s temi pogoji natanko določena. Razmeroma preprost račun pokaže, da je

$$\left\lfloor \sqrt{2n} + \frac{1}{2} \right\rfloor = k + 1.$$

Če to vstavimo v (4), dobimo

$$a_n = k^2 + 2l - 1 \quad \text{in} \quad b_n = (k+1)^2 + 2l.$$

Tu je seveda $n = \frac{1}{2}k(k+1) + l$. Ko gre l pri fiksnem k od 1 do $k+1$, pretečejo členi a_n vsa tista cela števila med zaporednima kvadratom k^2 in $(k+1)^2$, ki se od manjšega kvadrata k^2 razlikujejo za liha števila $2l-1$. Posebej pri $l = k+1$ imamo $a_n = (k+1)^2$. Členi b_n pa pretečeja vsa tista števila med zaporednima kvadratom $(k+1)^2$ in $(k+2)^2$, ki se od manjšega kvadrata $(k+1)^2$ razlikujejo za pozitivna soda števila $2l$ (namreč $l \geq 1$). To pa pomeni, da sta obe zaporedji strogo naraščajoči in sta komplementarni. Ker je $a_n + b_n = 4n$ in $a_1 = 1$, komplementarni par pa je s temi podatki natanko določen, sta (4) formuli, ki ju iščemo. Iz povedanega je razvidno, da so vsi kvadrati členi prvega zaporedja.

2. Videli smo, da nekatere zveze med členi določajo komplementarni zaporedji, nismo pa vselej našli kakšnega preprostega izraza za n -ti člen. Oglejmo si zdaj neki izrek, po katerem dobimo nešteto parov komplementarnih zaporedij in hkrati tudi formulo za n -ti člen. Najprej se spomnimo nekaj preprostih dejstev.

Omenili smo že, da pomeni $\lfloor x \rfloor$ največje celo število, ki ne presega danega realnega števila x . Zato lahko pišemo $x = \lfloor x \rfloor + (x)$, kjer je

$0 \leq (x) < 1$. Tu se $\lfloor x \rfloor$ imenuje celi del in (x) ulomljeni del števila x . Pri tem je $(x) = 0$ natanko tedaj, kadar je x celo število. Iz zapisa

$$-x = -\lfloor x \rfloor - (x) = -\lfloor x \rfloor - 1 + (1 - (x))$$

razberemo tole: Kadar x ni celo število, je $(x) > 0$, torej $1 - (x) < 1$ in zato

$$\lfloor -x \rfloor = -\lfloor x \rfloor - 1, \quad (-x) = 1 - (x).$$

Pri celem številu x pa je vselej $\lfloor -x \rfloor = -\lfloor x \rfloor$.

Še to omenimo: za vsako celo število n in vsak x velja $\lfloor x+n \rfloor = \lfloor x \rfloor + n$. Naj bo $\alpha > 1$. Zaporedje s členi $a_n = \lfloor n\alpha \rfloor$ je očitno strogo naraščajoče.

Izrek 1. *Naj bosta α in β pozitivni iracionalni števili, ki zadoščata enačbi*

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1. \quad (5)$$

Potem sestavljajo členi

$$a_n = \lfloor n\alpha \rfloor \quad \text{in} \quad b_n = \lfloor n\beta \rfloor \quad (6)$$

komplementarni zaporedji naravnih števil.

Pozitivni števili α in β , povezani z enačbo (5), sta obe večji od 1, tako da sta zaporedji s členi (6) strogo naraščajoči. Nadalje sta α in β ali oba racionalna ali oba iracionalna. Za racionalne α in β izrek ne velja. Če namreč vzamemo, da je $\alpha = \beta = 2$, potem obe zaporedji (6) sestojita iz vseh sodih števil.

Izreka 1 ne bomo dokazovali (glej [1] in [2]). Izkazalo se bo, da je poseben primer izreka 2. Navedimo nekaj zgledov:

1. $\alpha = \sqrt{2}$. Iz (5) izračunamo, da je $\beta = 2 + \sqrt{2} = \alpha + 2$. Formuli (6) nama dasta

$$a_n = \lfloor n\sqrt{2} \rfloor \quad \text{in} \quad b_n = \lfloor 2n + n\sqrt{2} \rfloor = 2n + \lfloor n\sqrt{2} \rfloor = a_n + 2n.$$

Med členi je torej zveza $b_n = a_n + 2n$, ki komplementarni zaporedji natanko določa.

2. V prejšnem zgledu smo imeli $\beta = \alpha + 2$. Ali je lahko $\beta = \alpha + 1$? Ker sta α in β povezana s (5), ustreza α kvadratni enačbi $\alpha^2 - \alpha - 1 = 0$, in sicer je njen pozitivni koren. Torej $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Komplementarni zaporedji (6) imata pri tem α in pri $\beta = \alpha + 1$ člene

$$a_n = \lfloor n\alpha \rfloor = \left\lfloor \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cdot n \right\rfloor \quad \text{in} \quad b_n = \lfloor n\beta \rfloor = \lfloor n\alpha + n \rfloor = a_n + n.$$

Dobljena zveza $b_n = a_n + n$ seveda komplementarni zaporedji določa.

3. Naj bo $\alpha + \beta = k$, kjer je k dano naravno število > 4 . Zdaj je α (in prav tako β) koren enačbe $\alpha^2 - k\alpha + k = 0$, torej

$$\alpha = \frac{k - \sqrt{k^2 - 4k}}{2}.$$

Pri vsakem celem številu $k > 4$ je α iracionalen. Število β dobimo tako, da na desni kvadratnemu korenu spremenimo znak. Pripadajoči zaporedji imata člene $a_n = \lfloor n\alpha \rfloor$ in

$$b_n = \lfloor n(k - \alpha) \rfloor = kn + \lfloor -n\alpha \rfloor = kn - 1 - \lfloor n\alpha \rfloor = kn - 1 - a_n.$$

(Upoštevali smo, da produkt $n\alpha$ pri $n \geq 1$ ni nikoli celo število, in zato $\lfloor -n\alpha \rfloor = -1 - \lfloor n\alpha \rfloor$.) Torej velja zveza

$$a_n + b_n = kn - 1, \quad k > 4, \quad (7)$$

ki par komplementarnih zaporedij natanko določa. Katero zaporedje zaznamujemo z $\{a_n\}$ in katero z $\{b_n\}$, pa je odvisno od tega, ali je $a_1 = 1$ ali $b_1 = 1$, se pravi od znaka kvadratnega korena, s katerim se izraža α .

Piscu ni znano, ali obstaja kakšna preprosta formula za a_n in b_n , če zvezo (7) zamenjamo z $a_n + b_n = kn$, kjer je spet $k > 4$.

Oglejmo si zdaj neko posplošitev izreka 1.

Izrek 2. *Naj bodo $\alpha > 0$, $\beta > 0$ in δ realna števila, ki zadoščajo temle pogojem:*

- (a) *Med α in β velja zveza (5).*
- (b) *$\delta \in (-1/\alpha, 1/\beta)$.*
- (c) *Za nobeno naravno število n ni produkt $(n - \delta)\alpha$ celo število.*

Potem sta zaporedji s členi

$$a_n = \lfloor (n - \delta)\alpha \rfloor \quad \text{in} \quad b_n = \lfloor (n + \delta)\beta \rfloor \quad (8)$$

komplementarni.

Dokaz. Vemo že, da sta zaporedji s členi (8) obe strogo naraščajoči. Ker je po pogoju (b) $\delta < 1/\beta$, imamo

$$(1 - \delta)\alpha > (1 - \frac{1}{\beta})\alpha = 1.$$

Torej $a_1 = \lfloor (1 - \delta)\alpha \rfloor \geq 1$. Podobno ugotovimo, da je $b_1 \geq 1$ (zdaj upoštevamo neenačbo $\delta > -1/\alpha$). Vsi členi a_n in b_n so potemtakem pozitivna cela števila.

Denimo, da bi bilo kakšno naravno število r člen obeh zaporedij, npr. $r = a_n$ in hkrati $r = b_m$. Potem bi veljalo

$$(n - \delta)\alpha = r + \eta_1 \quad \text{in} \quad (m + \delta)\beta = r + \eta_2,$$

kjer je $0 \leq \eta_1 < 1$ in $0 \leq \eta_2 < 1$. Pogoji (c) pove, da η_1 ni enak nič. Če delimo prvo enakost z α , drugo z β , nato obe seštejemo in upoštevamo (a), dobimo

$$m + n = r + \frac{\eta_1}{\alpha} + \frac{\eta_2}{\beta}.$$

Torej je izraz $\eta_1/\alpha + \eta_2/\beta$ celo število $m + n - r$. Ker pa je $0 < \eta_1/\alpha + \eta_2/\beta < 1/\alpha + 1/\beta = 1$, smo prišli do protislovja, kajti med 0 in 1 ni celega števila. Zato je r člen kvečjemu enega zaporedja.

Izberimo poljubno naravno število r in označimo z n najmanjše celo število, ki je večje ali enako $r/\alpha + \delta$, z m pa najmanjše celo število, ki je večje ali enako $r/\beta - \delta$. Potem lahko pišemo

$$\frac{r}{\alpha} + \delta + \varepsilon_1 = n \quad \text{in} \quad \frac{r}{\beta} - \delta + \varepsilon_2 = m, \quad (9)$$

kjer spet velja $0 \leq \varepsilon_1 < 1$ in $0 \leq \varepsilon_2 < 1$. Števili m in n sta pozitivni. Ker je namreč $r \geq 1$, imamo po pogoju (b) $r/\alpha + \delta \geq 1/\alpha + \delta > 0$ in $r/\beta - \delta \geq 1/\beta - \delta > 0$. Nadalje ε_1 ni enak nič. Pri $\varepsilon_1 = 0$ bi bil namreč produkt $(n - \delta)\alpha$ celo število r , kar je v nasprotju s pogojem (c). Seštejmo enakosti (9):

$$r - \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = m + n.$$

Torej vsota $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ celo število $m + n - r$. Ker ni enaka nič in je očitno manjša od 2, mora biti $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1$.

Zapišimo zdaj enačbi (9) takole:

$$(n - \delta)\alpha = r + \alpha\varepsilon_1 \quad \text{in} \quad (m + \delta)\beta = r + \beta\varepsilon_2.$$

Če je $\alpha\varepsilon_1 < 1$, velja $\lfloor (n - \delta)\alpha \rfloor = r$, se pravi, da je r člen prvega zaporedja: $r = a_n$. Če pa je $\beta\varepsilon_2 < 1$, imamo $\lfloor (m + \delta)\beta \rfloor = r$ in je $r = b_m$. Produkt $\alpha\varepsilon_1$ ni enak 1 zaradi pogoja (c). Denimo, da bi bilo $\alpha\varepsilon_1 > 1$ in $\beta\varepsilon_2 \geq 1$. Od tod bi dobili $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 > 1/\alpha + 1/\beta = 1$, kar je v nasprotju z enakostjo $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1$. Torej je vsaj eden od produktov $\alpha\varepsilon_1$ in $\beta\varepsilon_2$ manjši od 1 in r je člen ustreznega zaporedja. Izrek 2 je dokazan.

Pripomba. Ni težko dokazati, da produkt $(n - \delta)\alpha$ ni celo število pri nobenem naravnem n natanko tedaj, kadar velja isto za produkt $(n + \delta)\beta$.

Zgledi.

1. Če je $\delta = 0$, je pogoj (c) izpolnjen tedaj in samo tedaj, kadar je α iracionalno število (le v tem primeru ni produkt $n\alpha$ celo število za noben $n \geq 1$). Zato je izrek 1 poseben primer izreka 2.

2. Naj bo $\alpha = \beta = 2$ in $\delta = 1/4$. Vsi pogoji (a)–(c) so izpolnjeni: Izraz $2(n - \frac{1}{4}) = 2n - \frac{1}{2}$ očitno ni celo število pri nobenem naravnem n . Pripadajoči zaporedji imata člene $a_n = \lfloor 2n - \frac{1}{2} \rfloor = 2n - 1$ in $b_n = \lfloor 2n + \frac{1}{2} \rfloor = 2n$. Prvo sestoji iz lihih, drugo iz sodih števil.

3. Vzemimo $\alpha = \sqrt{2}$ in $\delta = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$. V tem primeru je $\beta = 2 + \sqrt{2}$. Brez težav se prepričamo, da sta pogoja (b) in (c) izpolnjena. Zaporedji (8) se glasita

$$a_n = \left\lfloor n\sqrt{2} + \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \left(n - \frac{1}{2}\right)\sqrt{2} \right\rfloor + 1$$

in

$$b_n = \left\lfloor \left(n + \frac{1 - \sqrt{2}}{2}\right)(2 + \sqrt{2}) \right\rfloor = a_n + 2n - 1.$$

Velja torej zveza $b_n = a_n + 2n - 1$, ki komplementarni par natanko določa. Tu smo dobili formulo za člen a_n .

4. Zaporedje s členi

$$a_n = \left\lfloor n\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right\rfloor$$

je strogo naraščajoče in sestoji iz samih naravnih števil. Kako se glasi komplementarno zaporedje? Ker lahko pišemo $n\sqrt{2} + \frac{1}{2} = \left(n + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)\sqrt{2}$, uporabimo izrek 2 pri $\alpha = \sqrt{2}$ in $\delta = -\frac{\sqrt{2}}{4}$. Potem je $\beta = 2 + \sqrt{2}$. Ni se težko prepričati, da sta pogoja (b) in (c) izpolnjena. Torej se n -ti člen komplementarnega zaporedja glasi

$$b_n = \left\lfloor \left(n - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)(2 + \sqrt{2}) \right\rfloor = \left\lfloor \left(n - \frac{1}{2}\right)\sqrt{2} - \frac{1}{2} \right\rfloor + 2n.$$

Pripomba. Izraz $\lfloor n\sqrt{2} + \frac{1}{2} \rfloor$ je bodisi enak $\lfloor n\sqrt{2} \rfloor$ bodisi enak $\lfloor n\sqrt{2} \rfloor + 1$. Izkaže se, da za „polovico“ naravnih števil n velja prvo in za „polovico“ drugo.

Z izrekom 2 pridemo včasih do formule za n -ti člen, če je med členi komplementarnih zaporedij zveza oblike

$$b_n = a_n + kn + l,$$

ali oblike

$$a_n + b_n = kn + l,$$

kjer sta k in l dani celi števili. Žal ne dobimo formule v vseh primerih, v katerih je s tako zvezo komplementarni par določen.

3. Doslej smo obravnavali le zaporedja, katerih členi so bili naravna števila in tudi indeks je tekel po naravnih številih. Vzemimo zdaj, da je

indeks n poljubno celo število, tako da se zaporedje razteza v obe smeri v neskončnost. Prav tako naj bodo členi a_n poljubna cela števila. Par takih zaporedij $\{a_n\}$ in $\{b_n\}$, $n \in \mathbb{Z}$, bomo imenovali komplementarni zaporedji celih števil, če sta obe zaporedji strogo naraščajoči in je vsako celo število člen enega in samo enega od teh zaporedij. Tu velja izrek, podoben izreku 2, namreč:

Izrek 3. *Naj bodo $\alpha > 0$, $\beta > 0$, γ in δ realna števila, ki zadoščajo pogojem:*

- (a) *Med α in β velja zveza (5).*
- (b') *Izraz $\gamma/\alpha + \delta/\beta$ je celo število.*
- (c') *Izraz $n\alpha + \gamma$ ni celo število pri nobenem celem n .*

Potem sestavljajo členi

$$a_n = \lfloor n\alpha + \gamma \rfloor \quad \text{in} \quad b_n = \lfloor n\beta + \delta \rfloor$$

komplementari zaporedij celih števil, ko preteče indeks n vsa cela števila.

Ta izrek dokažemo podobno kakor izrek 2 in zato dokaza ne bomo navajali. Pogoja (b') in (c') povesta, da tudi izraz $n\beta + \delta$ ni celo število za noben cel n .

Zgled. Vzemimo $\alpha = 3 - \sqrt{3}$, $\beta = 3 + \sqrt{3}$, $\gamma = \frac{1-\sqrt{3}}{2}$ in $\delta = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$. Vsi pogoji so izpolnjeni: α in β zadošča enačbi (5), izraz $\gamma/\alpha + \delta/\beta$ je enak 0, torej celo število, izraz

$$n\alpha + \gamma = 3n + \frac{1}{2} - (n + \frac{1}{2})\sqrt{3}$$

pa ni celo število pri nobenem celem n . Zato sta zaporedji s členi

$$a_n = \lfloor n(3 - \sqrt{3}) + \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \rfloor \quad \text{in} \quad b_n = \lfloor n(3 + \sqrt{3}) + \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \rfloor, \quad n \in \mathbb{Z},$$

komplementarni. Kratek račun pokaže, da velja za vsak n zveza

$$a_n + b_n = 6n. \tag{10}$$

Komplementarni zaporedji celih števil z zvezo (10) nista določeni, ker je nešteto takih parov. Naj bo namreč r poljubno celo število. Postavimo

$$a'_n = a_{n+r} - 3r \quad \text{in} \quad b'_n = b_{n+r} - 3r.$$

Tudi $\{a'_n\}$ in $\{b'_n\}$ sestavljata komplementarni par zaporedij celih števil. Če je med členi a_n in b_n zveza (10), je prav tako $a'_n + b'_n = 6n$.

Pač pa je z zvezo (10) natanko določen par komplementarnih zaporedij naravnih števil. Toda v tem primeru piscu ni znana formula za splošni člen a_n .

LITERATURA

- [1] I. Vidav, *O funkciji $\lfloor x \rfloor$ in komplementarnih zaporedjih naravnih števil*, Obzornik mat. fiz. **27** (1980), 67–73.
- [2] I. M. Vinogradov, *An introduction to the Theory of Numbers*, Pergamon Press, 1955.

PROFESOR IVAN VIDAV – OSEMDESETLETNIK

Sredi januarja letos praznuje akademik prof. dr. Ivan Vidav osemdesetletnico. Ob dnevu univerze 3. decembra leta 1997, ko je univerza praznovala 78-letnico svoje ustanovitve, je našemu jubilantu podelila naslov častnega doktorja. Senat Fakultete za matematiko in fiziko, ki je to podelitev predlagal, je za obrazložitev predloga imenoval posebno komisijo. Ta je imela kljub zelo obsežnemu opusu in bogastvu drugih podatkov z obrazložitvijo lahko delo, saj je bil predlog enoglasno sprejet. Iz obrazložitve predloga za podelitev častnega doktorata povzemamo opis življenja in dela našega jubilanta.



Profesor Vidav je vse svoje življenje in delo posvetil razvoju matematike na ljubljanski univerzi. Ob tem je obogatil matematično znanost s trajnimi prispevki, ki so priznani v svetovni matematični javnosti, vzgojil večino povojnih generacij matematikov, bil mentor številnim doktorandom, napisal mnogo učbenikov ter poljudnoznanstvenih knjig in člankov, opravljal pomembne vodstvene funkcije in bil nesebičen svetovalec svojim sodelavcem tako pri strokovnih kot tudi pri drugih življenjskih problemih.

1. Kratek življenjepis

Ivan Vidav je bil rojen 17. 1. 1918 na Opčinah pri Trstu. Osnovno šolo je obiskoval v Krčevini pri Mariboru, klasično gimnazijo pa v Mariboru. Po maturi leta 1937 se je vpisal na filozofsko fakulteto univerze v Ljubljani, kjer je študiral matematiko. Diplomiral je aprila leta 1941, maja istega leta pa je bil že promoviran za doktorja filozofije na podlagi disertacije *Kleinovi teoremi v teoriji linearnih diferencialnih enačb* pod mentorstvom profesorja Josipa Plemmlja. S tako zgodnjim doktoratom takoj po diplomi je Ivan Vidav opozoril na svoj izjemni talent za matematiko. Profesor Plemelj mu je nato omogočil, da je svojo nadarjenost razvijal v okviru ljubljanske univerze. Postal je matematik svetovnega slovesa.

V študijskem letu 1941/42 je nadaljeval podoktorski študij matematike na univerzi v Rimu. Leta 1943 je postal asistent na filozofski fakulteti v Ljubljani, leta 1946 je bil imenovan za docenta za matematiko na isti fakulteti. Izredni profesor je postal leta 1949, redni pa leta 1953. Leta 1954 je bil na krajšem izpopolnjevanju v Parizu.

V šolskem letu 1957/58 je bil dekan tedanje naravoslovne fakultete. Dolgo vrsto let je bil predstojnik katedre oz. odseka za matematiko. Od leta 1975 do leta 1977 je bil predstojnik VTO Matematika in mehanika na FNT. Nekaj let je bil tudi predstojnik oddelka za matematiko na Inštitutu za matematiko, fiziko in mehaniko.

Za učbenika *Višja matematika I in II* je prejel leta 1952 Prešernovo nagrado. Za delo *Motene polgrupe in uporaba v transportni teoriji nevtronov* je dobil leta 1970 Kidričevo nagrado. Leta 1980 je prejel nagrado AVNOJ-a, leta 1988 Žagarjevo nagrado za pedagoško delo, leta 1992 pa državno nagrado za življenjsko delo na raziskovalnem področju. Že leta 1958 je bil Ivan Vidav izvoljen za dopisnega člana SAZU in leta 1962 za njenega rednega člana.

Profesor Vidav je bil leta 1965 odlikovan z redom dela z rdečo zastavo, leta 1974 z redom republike s srebrnim vencem in leta 1978 z redom zaslug za narod z zlato zvezdo.

Leta 1985 se je profesor Vidav upokojil. Še istega leta je bil izvoljen v naziv zaslužni profesor. Nekaj let po upokojitvi je še predaval na dodiplomskem in podiplomskem študiju matematike.

V Društvu matematikov, fizikov in astronomov Slovenije je sodeloval od ustanovitve dalje. Bil je tudi njegov predsednik, vodja komisije za tekmovanja ter urednik društvenih glasil in njegovih knjižnih zbirk.

2. Znanstvenoraziskovalno delo

Znanstveni in raziskovalni opus profesorja Vidava obsega več kot devdeset naslovov, med katerimi je približno tretjina znanstvenih del objavljenih v revijah, ki jih danes najdemo na seznamu SCI. Na tem seznamu najdemo tudi prek dvesto citatov njegovih del. Če upoštevamo, da je ta seznam začel izhajati šele nekje sredi najplodnejšega raziskovalnega obdobja profesorja Vidava in da je v matematiki citiranje na splošno manj pogosto kot v nekaterih drugih vedah, so te številke še bolj zgovorne.

V svojem zgodnjem raziskovalnem obdobju ob koncu štiridesetih in v začetku petdesetih let se je profesor Vidav pod vplivom svojega učitelja profesorja Josipa Plemlja ukvarjal predvsem s problemi iz klasične analize. Zaradi zaprtosti takratnega sistema je v tem času objavljajal predvsem v jugoslovanskih znanstvenih revijah. Tako so nekatera njegova pomembna dela izšla kot *Razprave Slovenske akademije znanosti in umetnosti* v Ljubljani

ali pa v revijah, kot je *Bulletin de la Société des mathématiciens et physiciens de la R. P. de Serbie* v Beogradu. V tem obdobju je študiral linearne diferencialne enačbe, med njegovimi najbolj vidnimi rezultati pa so rešitve nekaterih Kleinovih problemov z več singularnimi točkami.

Poleg del iz klasične analize je Vidav že v svojem zgodnjem obdobju dosegel nekatere zanimive rezultate na različnih področjih matematike, med drugim tudi že v geometriji, ki se ji je povsem posvetil šele v zadnjih letih. Sredi petdesetih let je profesor Vidav svojo glavno pozornost usmeril v probleme funkcionalne analize, matematične teorije, ki je bila v tistem času v velikem razcvetu. Takrat je začel tudi čedalje več objavljati v tujini. Med uglednimi revijami, v katerih so tedaj izhajala njegova dela, so tudi *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences* (Pariz) in *Mathematische Zeitschrift* (Berlin). Za to njegovo obdobje je pri pisanju razprav značilna čedalje pogostejša uporaba nemškega in pozneje angleškega jezika namesto francoskega. Z vsebinskega stališča je to njegovo obdobje vse tja do sredine šestdesetih let zaznamovalo več izjemno pomembnih del, s katerimi je zaslovel po vsem svetu. Med temi naj še posebej poudarimo razpravo *Eine metrische Kennzeichnung der selbstadjungierten Operatoren*, ki je izšla v *Mathematische Zeitschrift* leta 1956. To samo osem strani obsegajoče delo je postalo eden od osnovnih gradnikov današnjega znanja v funkcionalni analizi, znamenita „Vidavova karakterizacija hermitskih elementov“ pa je postala sestavni del vsake pomembnejše monografije in celo vsakega učbenika s tega področja. Zato ni čudno, da najdemo kar 51 citatov tega dela na seznamu SCI, ki je začel izhajati šele pet let po njegovi objavi.

To delo pomeni začetek obsežnega opusa profesorja Vidava s področja teorije Hilbertovih prostorov in C^* algeber. Sem sodijo dela, ki se ukvarjajo z aksiomatiko Hilbertovih prostorov, s konstrukcijo pozitivnih funkcionalov ter s karakterizacijami C^* algeber. Izmed slednjih naj poudarimo članka *On some $*$ -regular rings* ter *Sur un système d'axiomes caractérisant les algèbres C^** , ki sta izšla v takratnih jugoslovanskih revijah in bila dokaj odmevna. V teh in drugih delih je profesor Vidav izdelal karakterizacijo teh algeber izmed vseh Banachovih algeber. Do podobnih spoznanj je približno v istem času prišel neodvisno tudi angleški matematik Palmer. Njun rezultat je dandanes splošno znan pod imenom Vidav-Palmerjev izrek. Mnogi specialisti s tega področja so prepričani, da je prav to najgloblji rezultat profesorja Vidava.

V tretjem obdobju svojega znanstvenega delovanja nekje od srede šestdesetih let naprej se je Ivan Vidav ukvarjal z aplikacijami funkcionalne analize v različne smeri. Ena najbolj odmevnih je bila uporaba teorije krepko zveznih parametričnih polgrup pri reševanju nekaterih fizikalnih enačb, kot je na primer Boltzmanova enačba. Tu naj omenimo njegov uradno največkrat citirani članek *Existence and uniqueness of nonnegative eigenfunctions of the Boltzman operator*, ki ima 79 citatov, potem *Spectra*

of perturbed semigroups with applications to transport theory, ki jih ima 29, ter *On the spectrum of the relaxation lengths of neutron distributions in a moderator* (skupaj z I. Kuščerjem), ki jih ima 20. Ti trije članki so izšli v ameriški reviji *Journal of mathematical analysis and applications*.

Četrto obdobje njegovega delovanja v sedemdesetih letih je zaznamovano z veliko širino, ki jo dosega tudi s pomočjo svojih učencev, pa čeprav je njegovo delo še zmerom tesno povezano s funkcionalno analizo. Najprej naj tu omenimo teorijo analitičnih funkcij z vrednostmi v normiranih prostorih. Profesor Vidav je k njej veliko prispeval, predvsem v sodelovanju z Josipom Globevnikom. Poleg tega se je v tem času posvečal tudi problemom operatorske teorije ter nekaterim mejnim problemom med funkcionalno analizo in algebro. Ta tri področja njegovega znanstvenega zanimanja se v slovenski matematiki razvijajo še naprej v delih mnogih njegovih učencev in njihovih učencev (med drugim v delih Josa Vukmana, Matjaža Omladiča, Bojana Magajne, Petra Šemrla in Mateja Brešarja).

V osemdesetih letih se profesor Vidav ni več posvečal vrhunskim znanstvenim prizadevanjem, ampak strokovnemu delu na področju teorije števil in geometrije.

Celotni opus, tako po obsegu kot po kvaliteti, uvršča profesorja Vidava v sam vrh matematikov, ki delujejo na področju funkcionalne analize. Ne samo to, Ivan Vidav je nedvomno eden od tvorcev tega področja.

3. Pedagoško in strokovno delo

Pedagoško delo profesorja Vidava je bilo izredno raznoliko in nadvse kvalitetno. S svojimi predavanji matematikom in tehnikom, ki so se vedno odlikovala tako po matematični strogosti kot tudi po nazornosti in razumljivosti, je bil vzor mnogim generacijam sedanjih učiteljev matematike na univerzi in v srednjih šolah.

Na začetku univerzitetne kariere je s svojim proseminarjem opravljal nadvse odgovorno nalogo selekcije kandidatov za bodoče matematike. V višjih letnikih matematike je več let imel triletni cikel predavanj: uvod v infinitezimalni račun, analitična in projektivna geometrija ter diferencialna geometrija. Nekaj let je predaval predmeta višja matematika I in II za vse matematike, naravoslovce in tehnike. Pozneje je predaval samo za matematike predmete analiza I in II, diferencialne enačbe, funkcionalna analiza, teorija analitičnih funkcij, algebra, projektivna geometrija in diferencialna geometrija. Opus Vidavovih predavanj kaže na njegovo izredno matematično širino. Omeniti moramo, da je profesor Vidav tudi začetnik podiplomskega študija matematike na univerzi v Ljubljani. Sprva so bila to njegova neformalna predavanja v okviru podiplomskih seminarjev, pozneje pa predavanja iz funkcionalne analize in algebre v okviru rednega podiplomskega študija.

Profesor Vidav ni bil samo izvrsten predavatelj, ampak je svoj pedagoški talent dokazoval tudi s svojimi številnimi učbeniki. Učbenika *Višja matematika I* in *II*, ki sta bila sicer napisana po predavanjih Josipa Plemlja, sta bila mnoga leta edino gradivo za študij višje matematike vsem študentom ljubljanske univerze. Vanju je Ivan Vidav vnesel svoj odnos do matematike: idealno kombinacijo matematične strogosti in nazornosti. Pozneje je skupaj s sodelavci izdal trilogijo *Višja matematika I, II* in *III*. Napisal je tudi več učbenikov po drugih svojih predavanjih, od katerih so najpomembnejši *Algebra*, *Afina in projektivna geometrija*, *Banachove algebre*, *Uvod v teorijo C^* -algeber* in *Diferencialna geometrija v prostoru*. Tudi za svoja številna predavanja na podiplomskem študiju je napisal ustrezne tekste.

Pomemben del raziskovalnega in pedagoškega dela vsakega učitelja je njegovo mentorsko delo pri vzgoji mladih strokovnjakov. Profesor Vidav je bil izvrsten mentor. Bil je mentor pri 86 diplomskih delih, pri 14 magistrskih delih in pri 16 doktorskih disertacijah. Njegova izključna zasluga je, da se je matematika v Sloveniji dvignila iz vede, s katero se lahko ukvarjajo le izjemno nadarjeni posamezniki, v vedo, s katero se lahko uspešno ukvarja vsak nadarjen in delaven študent. Njegovi učenci so razširili področja raziskovanja tudi na druge sodobne panoge matematike. Mnogi med njimi so danes priznani znanstveniki tudi po najstrožjih mednarodnih merilih. Skratka, za uspešen razvoj matematike pri nas je najzaslužnejši ravno Ivan Vidav. Poudariti moramo, da je profesor Vidav dosledno upošteval stroga merila za nastavljanje univerzitetnih učiteljev in sodelavcev ter njihova napredovanja, ki jih je postavil že profesor Plemlj. Zato se je morda v začetku razvoja čutilo pomanjkanje dobrih matematikov. Vendar se je ta politika že kmalu pokazala za pravilno, saj je zdaj zelo kvalitetnih matematikov dovolj.

Profesor Vidav se ni ukvarjal z matematiko samo po službeni dolžnosti in v okviru znanstvenega in pedagoškega dela. Z matematiko se je ukvarjal tudi ljubiteljsko. O tem pričajo njegova številna poljudnoznanstvena dela. Za zbirko Sigma, ki jo je začelo izdajati Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije leta 1959, je napisal 3 knjige, v Obzorniku za matematiko in fiziko je objavil 28 strokovnih člankov, za glasilo Presek pa je napisal 15 izredno zanimivih in tudi srednješolcem razumljivih člankov. V zadnjem času se ukvarja predvsem s to popularizacijsko dejavnostjo.

Uredništvo Obzornika za matematiko in fiziko čestita profesorju Vidavu v svojem imenu in v imenu vseh svojih bralcev za visoko priznanje ljubljanske univerze in mu obenem želi ob rojstnem dnevu še veliko zdravja in zadovoljstva.

POLARNI SMEKTIKI*

MOJCA ČEPIČ

PACS a8110Ff

Polarni smektiki so smektični tekoči kristali, ki jih sestavljajo kiralne molekule z velikim dipolnim momentom. Pojavljajo se v različnih fazah s feroelektričnimi, antiferoelektričnimi ali ferielektričnimi lastnostmi. V prispevku je predstavljen fenomenološki model feroelektričnih in antiferoelektričnih tekočih kristalov. Opisane so mikroskopske interakcije prisotne v teh tekočih kristalih, ki vodijo do različnih faz oziroma njihovih struktur. V okviru fenomenološkega modela so razložena različna opažena fazna zaporedja.

POLAR SMECTICS

Polar smectics are smectic liquid crystals formed from chiral molecules with large dipole moments. They appear in various phases with ferroelectric, antiferroelectric or ferrielectric properties. A phenomenological model of ferroelectric and antiferroelectric liquid crystals is presented. Large variety of phases i.e. their structures is a consequence of microscopic interactions, which exist in polar smectics. In the framework of the phenomenological model various experimentally observed phase sequences are discussed.

1. Uvod

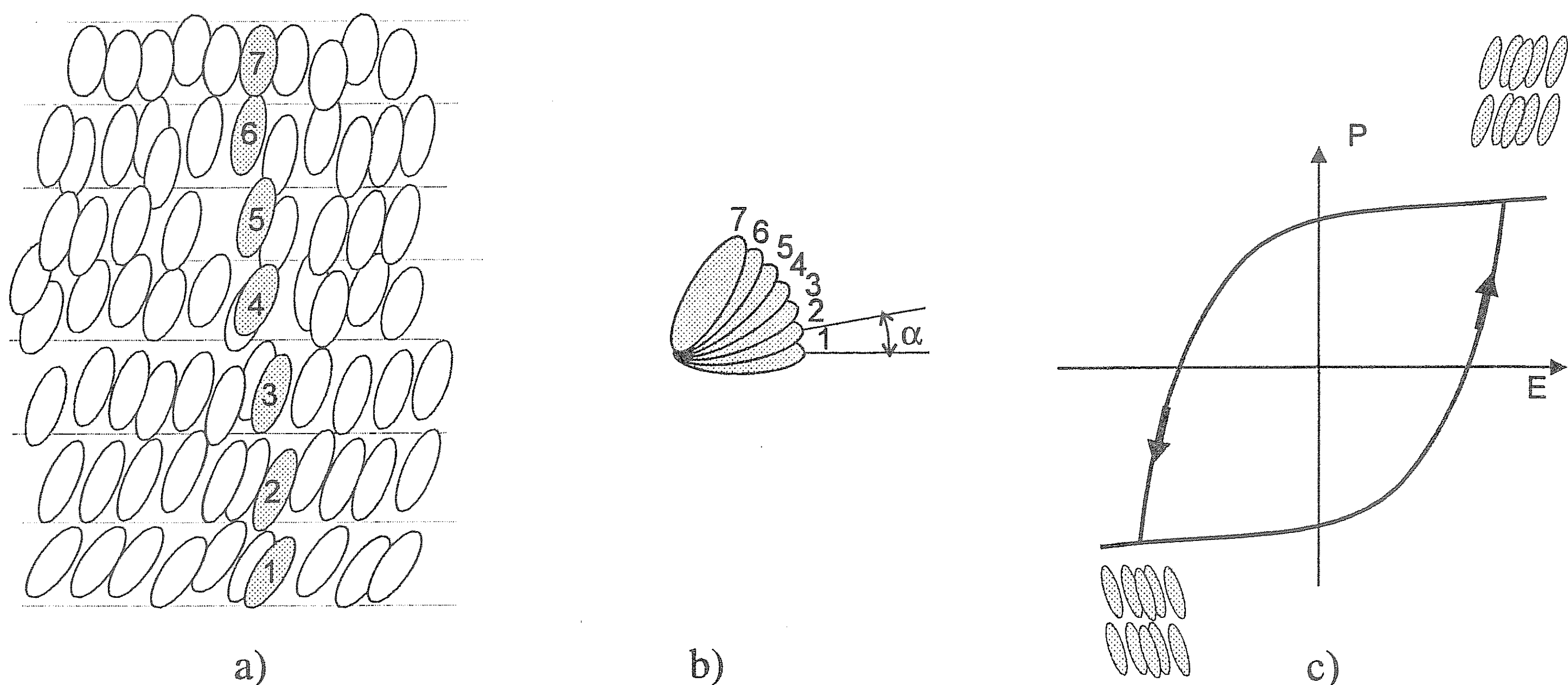
Feroelektrične tekoče kristale je Meyer [1] napovedal že daljnega leta 1974. Ugotovil je, da bi neobičajna kombinacija lastnosti, ki bi jih imela smektična C faza,¹ sestavljena iz kiralnih² molekul, lahko imela feroelektrične lastnosti. Hipotetična snov naj bi bila takšna: podolgovate molekule bi bile urejene v plasti in nagnjene glede na pravokotnico na plast. Velikost nagiba molekul naj bi bila po celotnem vzorcu enaka, prav tako naj bi bila enaka smer nagiba v posamezni plasti. Zaradi simetrijskih lastnosti kiralnih molekul, to je molekul, ki niso enake svoji zrcalni sliki, naj bi se v posamezni plasti pojavila polarizacija, pravokotna na smer nagiba in vzporedna s smektično ravnino. Polarizacija naj bi se pojavila šele tedaj, ko bi molekule že bile nagnjene.

Nedolgo po njegovi napovedi so kiralni smektik C tudi zares sintetizirali [2], njegove lastnosti pa so se ujemale z napovedanimi. Dejanska struktura feroelektrične faze se je nekoliko razlikovala od napovedi. Zaradi kiralnih interakcij med sosednjimi plastmi, se je smer povprečnega nagiba molekul

* Sofinancirano z denarno pomočjo EU v okviru projekta Tempus – Phare Structural Joint European Project EDEN S-JEP-09578-95.

¹ V smektičnih C tekočih kristalih so podolgovate molekule urejene v ravnine. Znotraj ravnine lege molekul niso korelirane oziroma vsaka ravnina zase tvori dvodimenzionalno tekočino. Dolge osi molekul so v neki smeri nagnjene glede na pravokotnico na te ravnine.

² Kiralne molekule se razlikujejo od svoje zrcalne slike. Ena vrsta molekul se običajno imenuje levosučna (ker bolj absorbira desnosučno polarizirano svetlobo in prepušča levosučno). Molekule, ki imajo strukturo zrcalne slike levosučnih molekul, so desnosučne. Obe vrsti molekul predstavljata različni enantiomeri iste snovi.



Slika 1. Feroelektrična Sm C* faza: a) pogled s strani, b) pogled od zgoraj na nekaj izbranih molekul iz posameznih plasti. Vzorec je kiralen, molekule v sosednjih plasteh so nagnjene v nekoliko različnih smereh. Hod vijačnice na sliki tvori 60 plasti, kar pomeni približno 300 nm za 5 nm debele plasti. c) Polarizacija vzorca v odvisnosti od zunanjega električnega polja z obema stabilnima strukturama.

iz plasti v plast nekoliko zavrtela in je opisala polni kot po nekaj 100 do 1000 plasteh (slika 1a, b). Ker se je hkrati s povprečno smerjo molekul spreminjala smer polarizacije v posamezni smektični plasti, se je polarizacija v celotnem vzorcu izničila. Že relativno šibko zunanje električno polje v smeri smektične ravnine je preusmerilo polarizacijo posameznih smektičnih plasti, jo obrnilo v smer električnega polja in polariziralo vzorec. Ker je polarizacija pravokotna na nagib molekul, so se te po celotnem vzorcu nagnile pravokotno na smer zunanjega električnega polja. S spremembo smeri električnega polja lahko torej spremenimo smer polarizacije vzorca in z njo povezano smer naklona molekul. Ker je ponovna vzpostavitev vijačne strukture počasen proces, lahko z izmeničnim zunanjim električnim poljem, ki se spreminja hitreje, kot se vzpostavlja vijačna struktura, spreminjamo strukturo takega kristala med dvema stanjema. V vsakem stanju je polarizacija vzporedna električnemu polju, molekule pa so pri pozitivnem električnem polju nagnjene v eno smer, pri negativnem pa v nasprotno. Pojavi se histereza, ki je zelo podobna histerezam v feroelektričnih kristalih, kar je feroelektričnim tekočim kristalom dalo tudi ime (slika 1c).

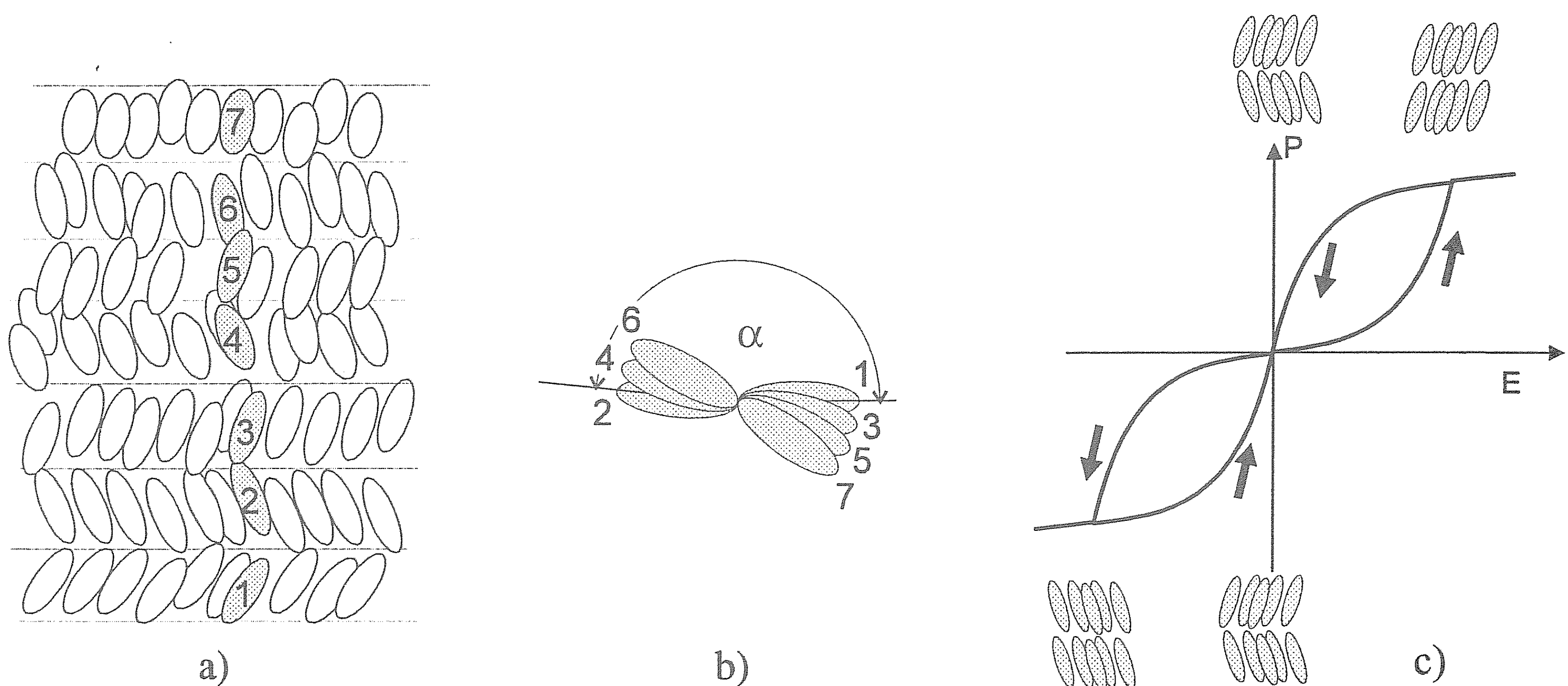
Gornje lastnosti vodijo k mnogim možnostim uporabe feroelektričnih tekočih kristalov. Že z relativno šibkim zunanjim električnim poljem lahko spreminjamo strukturo feroelektrične faze in s tem predvsem njene optične lastnosti. Tudi časi, potrebni za spreminjanje strukture, so zelo kratki. Zato so feroelektrični tekoči kristali zelo verjetno snov prihodnosti za tekoče kristalne prikazalnike, optične preklopnike in podobno.

V težnji po tekočih kristalih z večjo in večjo polarizacijo, ki bi jih lahko krmilili s šibkejšimi in šibkejšimi zunanjimi električnimi polji, so v kemijskem laboratoriju naleteli na snov, kot je 4-(1-metilheptiloksikarbonil)fenil 4'-oktiloksibifenil-4-karboksilat ali krajše MHPOBC [3]. Snov se, v nasprotju s pričakovanji, v šibkem zunanjem električnem polju sploh ni polarizirala. Polarizirala se je šele pri velikih zunanjih električnih poljih. Poskusov razlag za tako obnašanje je bilo več, od smektičnih plasti, ki naj ne bi bile ravne, do vijačno moduliranih struktur, ki naj bi bile zelo stabilne. Vendar nobena ni mogla dovolj dobro pojasniti različnih eksperimentalnih opažanj. Leto dni po odkritju je Chandani [3] predlagal strukturo, kjer so molekule v sosednjih plasteh nagnjene v nasprotnih smereh (slika 2a, b). Polarizacija v posamezni plasti je še vedno pravokotna na smer nagiba, vendar ima v dveh sosednjih plasteh nasprotno smer. Polarizacija se v dveh sosednjih plasteh zato izniči in se snov ne odziva na šibko električno polje. Tekoči kristal se polarizira šele v dovolj močnem zunanjem električnem polju, ki spremeni mikroskopsko strukturo faze in poravna polarizacijo posameznih plasti v smeri zunanjega električnega polja. V izmeničnem zunanjem električnem polju ima tak tekoči kristal lahko tri stanja. Pri velikih (pozitivnih) električnih poljih so vse molekule nagnjene v isto smer. Pri majhnih poljih so molekule v sosednjih plasteh nagnjene v nasprotni smeri. Pri velikih zunanjih poljih z nasprotno smerjo (negativnih) so molekule poravnane v nasprotni smeri kot pri pozitivnim poljih (slika 2c). Optične lastnosti vsake od struktur so drugačne, zato lahko v eno celico iz antiferoelektričnega tekočega kristala zapišemo tri različne informacije.

Ker je tako obnašanje značilno za antiferoelektrične kristale, so tudi tekoče kristale s podobnimi lastnostmi imenovali antiferoelektrični tekoči kristali. Čeprav ima antiferoelektrične lastnosti samo ena od faz, v katerih se ti kristali pojavljajo, je ime skupno vsem tekočim kristalov, ki imajo tako fazo.

Eksperimentalne raziskave in kemijska sinteza antiferoelektričnih tekočih kristalov se je takoj po njihovem odkritju močno razmahnila. Kalorimetrične meritve optično čistega tekočega kristala MHPOBC so pokazale, da obstajajo poleg antiferoelektrične $Sm C_A^*$ še tri faze (slika 3). Dve od njih sta z racemizacijo³ izginili (slika 3). Natančen študij različnih optičnih in dielektričnih lastnosti, je pokazal, da je struktura ene od faz podobna ali morda celo enaka, kot je že dolgo znana feroelektrična $Sm C^*$ faza. Ta faza je ostala tudi v racemnih mešanicah. Faza, ki je stabilna med feroelektrično $Sm C^*$ in antiferoelektrično $Sm C_A^*$ fazo, ima feroelektrične lastnosti, kar pomeni, da ima v zunanjem električnem polju štiri stabilna stanja oziroma trojno histerezo (slika 4). To fazo so imenovali feroelektrična $Sm C_\gamma^*$ faza. Njena struktura še do danes ni nedvoumno potrjena. Faza, ki je v optično

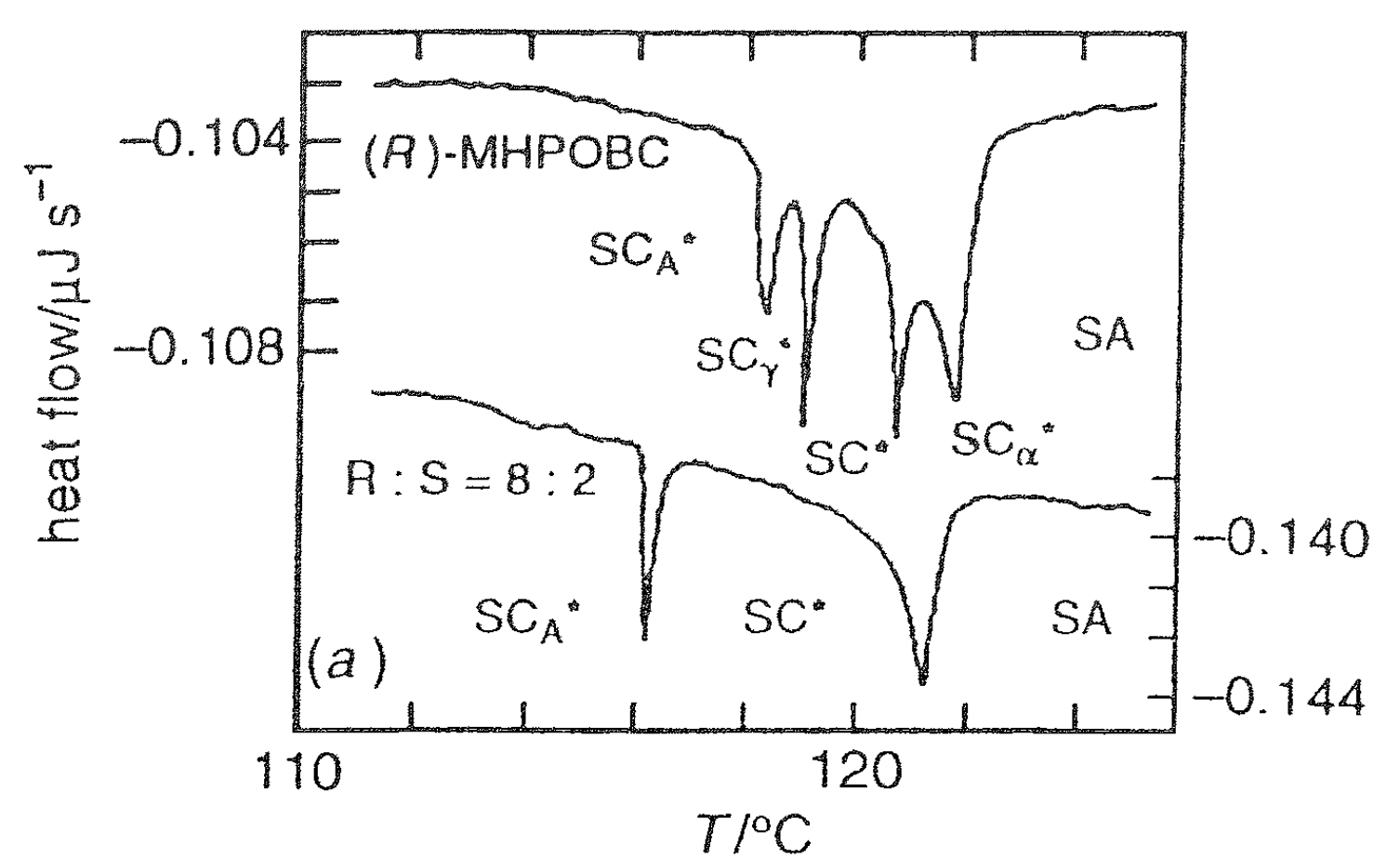
³ Racemizacija je postopek, kjer levosučnim molekulam dodajajo desnosučne in obratno. V racemnih mešanicah je odstotek levo- in desnosučnih molekul enak.



Slika 2. Antiferoelektrična $\text{Sm } C_A^*$ faza: a) pogled s strani, b) pogled od zgoraj na nekaj izbranih molekul iz posameznih plasti. Vzorec je kiralen, hod vijačnice na sliki tvori 30 dvojnih plasti. c) Polarizacija vzorca je velika pri velikih zunanjih električnih poljih, ko so vse molekule orientirane v isti smeri. Pri majhnih poljih je stabilna antiferoelektrična struktura, kjer ima polarizacija v sosednjih plasteh nasprotno smer in se izniči. Zato se v snovi pojavi za antiferoelektrike značilna dvojna histereza.

čistih vzorcih stabilna v temperaturnem območju med paraelektrično $\text{Sm } A$ in feroelektrično $\text{Sm } C^*$ fazo, se pri optičnih eksperimentih obnaša podobno kot paraelektrična $\text{Sm } A$, meritve debeline smektičnih plasti s sipanjem rentgenske svetlobe pa so pokazale, da so molekule v tej fazi nagnjene. Tudi za strukturo te faze nedvoumne potrditve še ni.

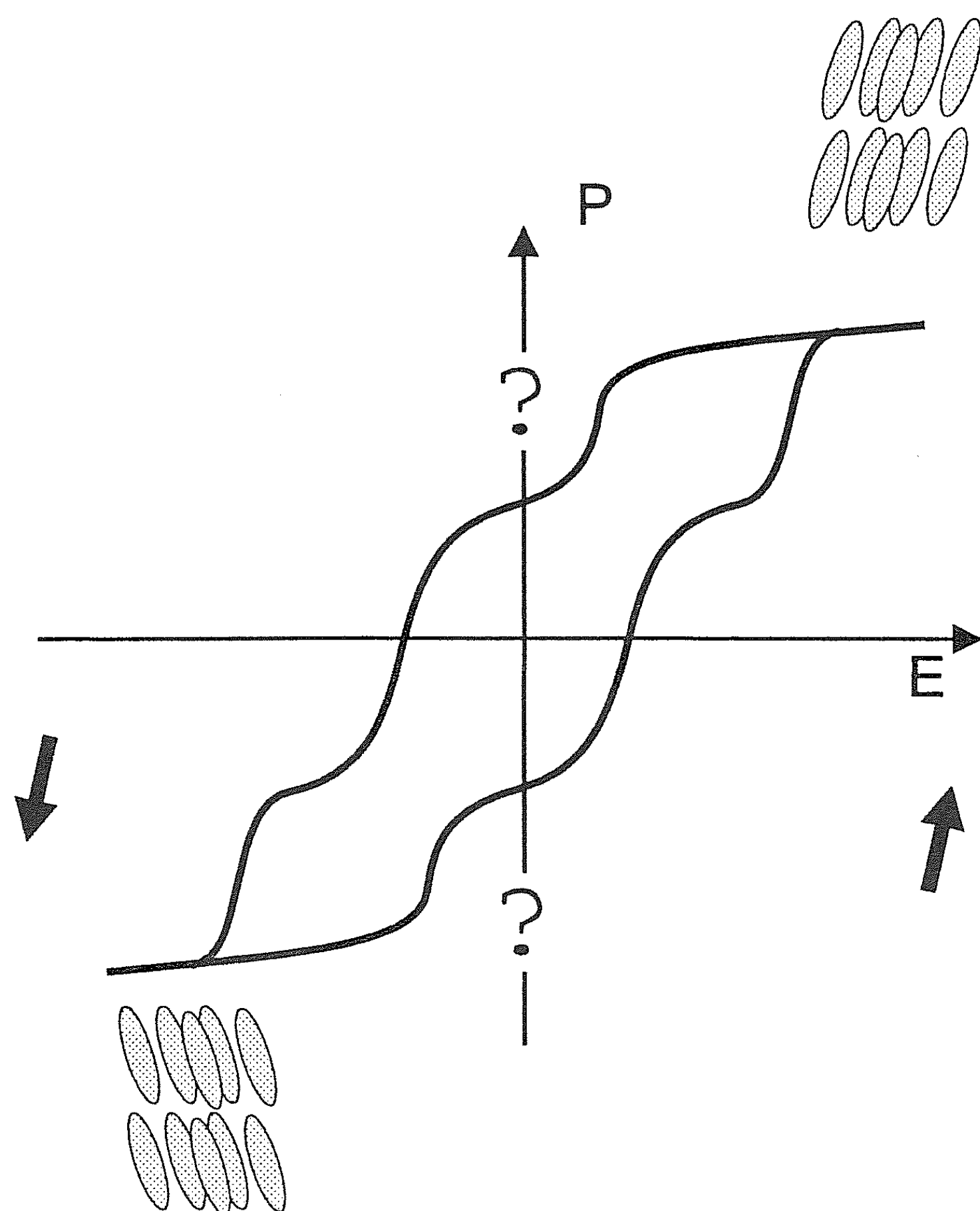
Slika 3. Kalorimetrične meritve uporabljajo kemiki za določanje različnih faznih prehodov v snoveh. V vzorec dovajajo neki toplotni tok in merijo toplotni tok, ki iz vzorca izhaja. Ko se vzorec greje, je absorbirana toplota sorazmerna specifični toploti snovi. Kadar se v vzorcu pojavi nezvezen fazni prehod (kot pri taljenju ledu), snov absorbira večjo količino toplote in prepuščeni toplotni tok je manjši. V optično čistem MHPOBC vidimo štiri take fazne prehode, kar pomeni, da je v snovi pri različnih temperaturah pet različnih faz. V delno racemiziranem vzorcu MHPOBC sta taka prehoda samo še dva in so v snovi samo še tri različne tekoče kristalne faze.



Kemijska sinteza je dala še mnogo tekočih kristalov, ki so imeli eno od stabilnih faz antiferoelektrično $\text{Sm } C_A^*$ fazo. Danes je znanih že prek 500 takih spojin [4]. V nekaterih antiferoelektričnih tekočih kristalih se pojavlja

le antiferoelektrična $\text{Sm } C_A^*$ faza, v nekaterih se pojavljajo tudi nekatere od zgoraj naštetih faz. V nekaterih se pojavlja še faza z antiferoelektričnimi lastnostmi, ki pa ni enaka antiferoelektrični $\text{Sm } C_A^*$ fazi in so jo poimenovali AF faza.

Slika 4. V ferielektrični $\text{Sm } C_\gamma^*$ fazi so opazili trojno histerezo. Pri velikih poljih je vzorec poravnan, pri šibkejših poljih pa se pojavljata še dve različni stabilni stanji, katerih struktura je še neznana.

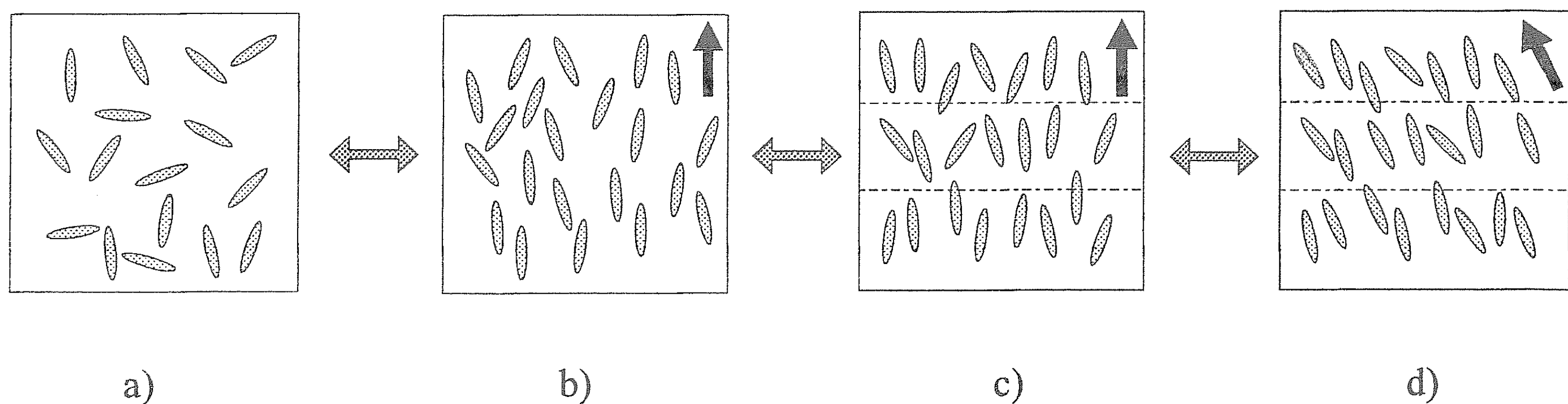


V prispevku bom na kratko povzela osnovne oblike urejenosti tekočih kristalov. Nato se bom omejila na polarne smektične tekoče kristale. Predstavila bom fenomenološki model polarnih smektikov, ki izhaja iz interakcij med molekulami, parametri modela pa povzemajo različne interakcije med molekulami. Nazadnje bom primerjala teoretične napovedi fenomenološkega modela za antiferoelektrične tekoče kristale in eksperimentalna opažanja.

2. Fenomenološki opis polarnih smektikov

Tekoče kristale, ki jih obravnavamo tukaj, sestavljajo podolgovate molekule z relativno velikim dipolnim momentom. Molekule so različne od svoje zrcalne podobe in jim pravimo, da so kiralne. Kadar želimo opisati tekoče kristale, običajno vpeljemo ureditvene parametre, enega ali več, katerih vrednosti povedo nekaj o urejenosti molekul.

Nematski ureditveni parameter meri orientacijsko urejenost molekul oziroma stopnjo vzporednosti dolgih osi molekul. Kadar so smeri dolgih osi molekul popolnoma neurejene, je ureditveni parameter enak 0 in pravimo, da je snov v izotropni fazi (slika 5a). Kadar so dolge osi vseh molekul poravnane v isti smeri, je ureditveni parameter enak 1, drugače lahko zavzame različne vrednosti med 0 in 1. Med legami molekul v **nematski** fazi ni korelacij daljšega dosega (slika 5b). Vzrok za tako urejanje molekul



Slika 5. a) V **izotropni fazi** so podolgovate molekule neurejene tako po legi kot po smeri dolge molekularne osi. b) V **nematski fazi** so dolge osi molekul v povprečju usmerjene v neko smer v prostoru. c) V **smektični A fazi** so težišča molekul urejena v smektične ravnine. Obstaja pozicijski red v eni smeri. Dolge osi molekul so usmerjene pravokotno na smektične ravnine. d) V **smektični C fazi** so dolge osi molekul nagnjene v isto smer glede na pravokotnico na smektične ravnine.

so privlačne van der Waalove interakcije, ki poskušajo urediti molekule tako, da so razdalje med posameznimi deli različnih molekul čim manjše.

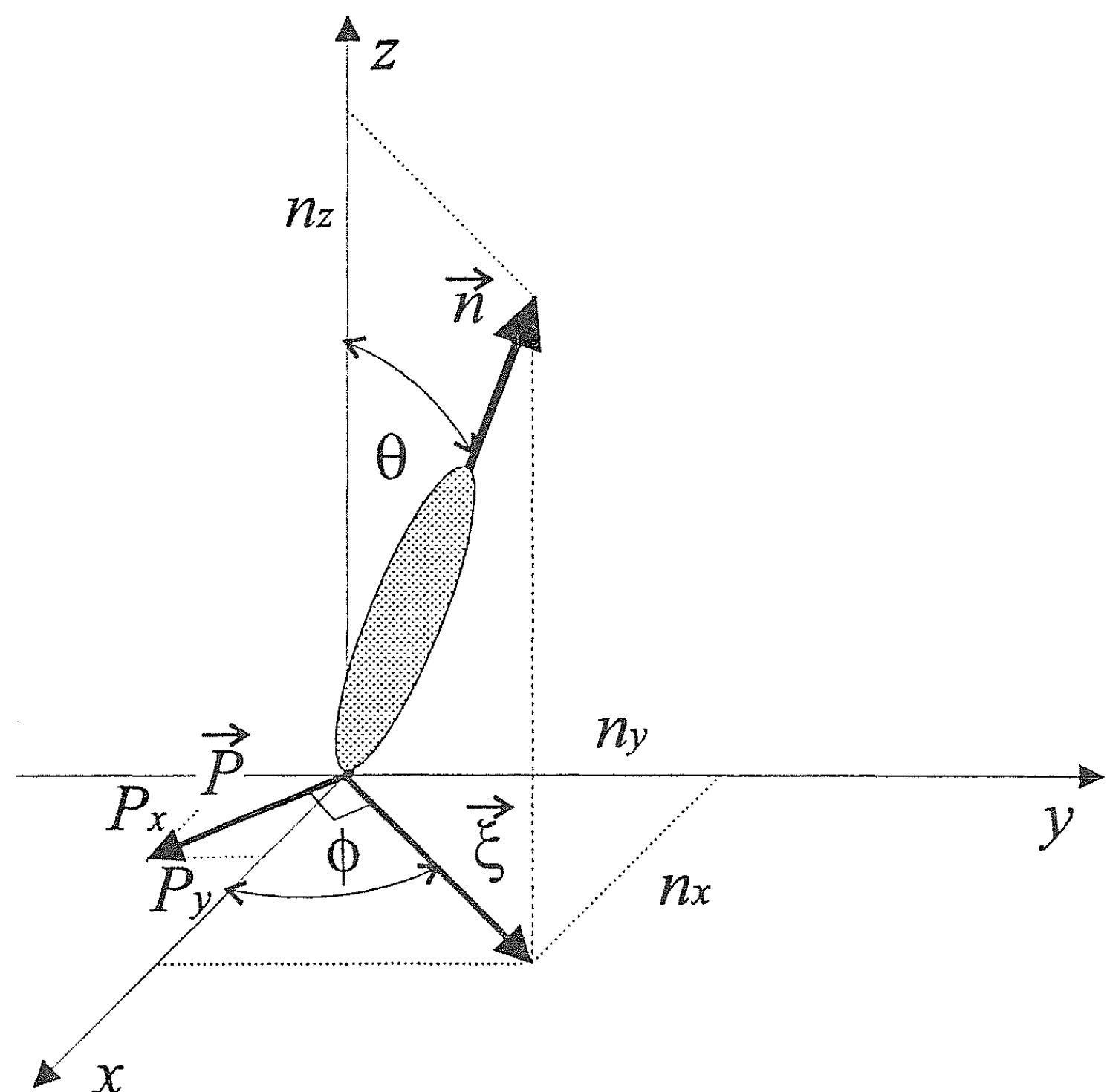
Snov, v kateri že obstaja določen orientacijski red, se mnogokrat še dodatno uredi. Privlačne van der Waalove interakcije uredijo težišča molekul v **smektične ravnine**. **Smektični** ureditveni parameter meri stopnjo urejenosti težišč molekul. V nematski fazi, kjer plasti ni, je smektični ureditveni parameter enak 0. Kadar so težišča vseh molekul v natančno določenih ravninah, je vrednost ureditvenega parametra enaka 1. Tako zelo urejena snov obstaja le v domišljiji, običajne vrednosti smektičnega ureditvenega parametra so precej manjše od 1, vendar je snov vedno v eni od **smektičnih faz**, kadar je smektični ureditveni parameter od 0 različen (slika 5c).

Znotraj posameznih plasti se molekule lahko še dodatno urejajo, vendar bomo od silne raznolikosti smektičnih faz obravnavali na tem mestu samo t.i. nagnjene smektične C faze. To so faze, kjer so molekule nagnjene glede na pravokotnico na smektične ravnine (slika 5d). Vzrok zanje so ponovno van der Waalove privlačne interakcije. Ko se namreč molekule nagnejo, se razdalja med deli različnih molekul zmanjša. Pri opisovanju nagnjenih faz navadno naredimo naslednji približek. Predpostavimo neki nematski in neki smektični red, ki naj se s temperaturo ne spreminjata in je zato njun prispevek k prosti energiji neodvisen od temperature. Za opis nagnjene faze vpeljemo nov ureditveni parameter, in sicer parameter nagiba, ki predstavlja projekcijo povprečne smeri molekul na smektično ravnino. V modelu nato predpostavimo, da je prosta energija sistema odvisna samo še od novega ureditvenega parametra. Velikost ureditvenega parametra nam pove velikost nagiba molekul, ki je lahko med 0 in $\pi/2$. Smer ureditvenega parametra pove kot, ki ga oklepa projekcija povprečne smeri molekul na smektično ravnino z neko izbrano smerjo v ravnini in ima lahko vrednosti med $-\pi$ in π (slika 6). Zapišemo ga

$$\vec{\xi} = \{n_x n_z, n_y n_z\} = \vartheta \{\cos \varphi, \sin \varphi\}, \quad (1)$$

kjer je $\vec{\xi}$ povprečna smer projekcije $\vec{n}$ na smektično ravnino (slika 6). Izraz na desni dobro opisuje ureditveni parameter le za manjše nagibe, kjer velja $\sin \vartheta \approx \vartheta$. Kadar molekule niso nagnjene, je ureditveni parameter enak 0, kar je značilnost smektične A (Sm A) faze. V nagnjenih fazah (v našem primeru smektičnih C fazah - Sm C) je ureditveni parameter od 0 različen. Parameter nagiba ne more zavzeti neke največje vrednosti, ki bi pomenila največji možni red. V polarnih smektikih običajno vpeljemo še dodatni ureditveni parameter polarizacijo $\vec{P}$. Polarizacija je prav tako vektor, ki leži v smektični ravnini in je največkrat pravokotna na nagib molekul.

Slika 6. Ureditveni parameter ξ je projekcija vektorja povprečnega nagiba $\vec{n}$ na smektično ravnino. Polarizacija $\vec{P}$ v posamezni plasti je pravokotna na smer ureditvenega parametra in kaže pri eni snovi pri enaki smeri nagiba zmeraj v isto smer. Pri različnih snoveh ima lahko polarizacija pri enaki smeri nagiba nasprotno (negativno) smer.



Kako teoretično modelirati tekoče kristale s tako posebnimi lastnostmi, kot jih imajo polarni smektiki? Dober model mora razložiti strukturo različnih faz, če se le-te v snovi pojavljajo. Lastnosti teh faz morajo biti v skladu z eksperimentalno opaženimi dejstvi. Model mora razložiti zaporedja različnih faz, če se spreminja temperatura. Razložiti mora tudi obnašanje faz v različnih zunanjih okoliščinah, kot so zunanja polja ali omejene geometrije. In ne nazadnje: dober model ima napovedno moč. Napove lahko rezultate eksperimentov, izvedenih v določenih okoliščinah. Kadar se napovedani teoretični rezultati ujemajo z eksperimentalnimi, je verjetno modelu vredno posvetiti kaj več pozornosti.

Če se rezultati eksperimentov ujemajo le približno, lahko morda model popravimo z dodatnimi smiselnimi členi. Če na podlagi modela nikakor ne moremo opisati nekaterih eksperimentov, je model najverjetneje za v koš.

Kot je bilo že omenjeno v uvodu, so pred več kot dvajsetimi leti odkrili prve tekoče kristale iz skupine polarnih smektikov – feroelektrične tekoče kristale. V letih intenzivnih eksperimentalnih in teoretičnih raziskav, ki so sledila, so feroelektrične tekoče kristale natančneje spoznali. Njihove lastnosti so tudi dobro teoretično razložene.

Naslednji iz skupine polarnih smektikov so antiferoelektrični tekoči kristali, ki so bili odkriti skoraj 15 let kasneje. To so tekoči kristali, pri katerih ima vsaj ena od stabilnih faz antiferoelektrične lastnosti.

Naloga najpreprostejšega teoretičnega opisa polarnih smektikov je naslednja: ena od stabilnih rešitev mora imeti strukturo, ki je bila predlagana kot struktura antiferoelektrične faze (molekule v sosednjih plasteh so nagnjene v nasprotni smeri) in je bila tudi eksperimentalno potrjena. Model mora v različnih temperaturnih področjih predvideti vsaj še tri največkrat opažene faze, ki pa morajo imeti lastnosti, kot jih opazijo pri eksperimentih. Ena od njih mora biti feroelektrična (Sm C^*), ena feroelektrična (Sm C_γ^*) in ena, kjer so molekule nagnjene, optičnih lastnosti pa nima izrazitih (Sm C_α^*). Kot posebni primeri pa mora razložiti tudi obnašanje v takih tekočih kristalih, ki imajo bodisi le feroelektrično ali antiferoelektrično fazo.

Kmalu po odkritju antiferoelektričnih tekočih kristalov se je pojavilo nekaj različnih fenomenoloških modelov [5,6,7,8], vendar je vsak od njih imel kakšno hibo, ali niso mogli razložiti katere od faz [5], ali strukture faz niso bile v skladu simetrijskimi zahtevami, ki izhajajo iz smektične A faze [6,7], ali pa katera od faz ni imela ustreznih lastnosti [8].

V prispevku bomo natančneje razložili fenomenološki model, ki zgoraj naštetih hib nima. V njegovem okviru lahko ponazorimo večino eksperimentalno opaženih faz, lastnosti faz pa se skladajo z eksperimenti [9]. Prav tako lahko z ustrezno izbiro parametrov modela ponazorimo večino opaženih faznih sekvenc. Posamezni členi v razvoju proste energije pa imajo tudi svoj mikroskopski vzrok v interakcijah med molekulami v posamezni plasti in med molekulami iz sosednjih plasti⁴.

V modelu ima vsaka plast svoj ureditveni parameter in polarizacijo, ki je vedno pravokotna na nagib v plasti in leži v ravnini plasti. Vsaki smektični plasti pripišemo ureditveni parameter $\vec{\xi}_j = \{n_{jx}n_{jz}, n_{jy}n_{jz}\}$, kjer je $\vec{n}$ povprečna smer dolge osi molekul v j -ti plasti. Prosto energijo razvijemo po ureditvenih parametrih do četrtega reda in upoštevamo interakcije med molekulami znotraj posamezne plasti in med plastmi do naslednjih sosedov.

$$\begin{aligned} \mathcal{G} = \sum_j \left[\frac{1}{2} a_0 \xi_j^2 + \frac{1}{4} b_0 \xi_j^4 + \frac{1}{2} a_1 (\vec{\xi}_j \cdot \vec{\xi}_{j+1}) + \frac{1}{2} a'_1 \xi_j^2 (\vec{\xi}_j \cdot \vec{\xi}_{j+1}) + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} b_1 (\vec{\xi}_j \cdot \vec{\xi}_{j+1})^2 + \frac{1}{8} a_2 (\vec{\xi}_j \cdot \vec{\xi}_{j+2}) + \frac{1}{8} a'_2 \xi_j^2 (\vec{\xi}_j \cdot \vec{\xi}_{j+2}) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} f (\xi_{j+1} \times \xi_j)_z \right] \end{aligned} \quad (2)$$

⁴ V nadaljevanju bom uporabljala naslednjo terminologijo: **sosednje plasti** pomenijo za j -to plast plasti ($j+1$) in ($j-1$), **naslednji sosed** pomenijo za j -to plast plasti ($j+2$) in ($j-2$).

V gornjem izrazu je od temperature odvisen le parameter $a_0 = a(T - T_0)$, kjer je T_0 temperatura, pri kateri bi se molekule v posamezni plasti začele nagibati, če ne bi interagirale s sosednjimi plastmi. Interakcije s sosednjimi plastmi to temperaturo le še dodatno zvišajo. Ker smo predpostavili, da je prehod v nagnjeno fazo znotraj plasti zvezen, je b_0 pozitiven. Drugi parametri modela podajajo interakcije med plastmi. Interakcije med plastmi so lahko sterične, van der Waalove in elektrostatske (dipolarne in kvadrupolne). Sterične interakcije želijo, da so molekule v vseh plasteh enako usmerjene (feroelektrični red). Van der Waalove in elektrostatske dipolarne interakcije nasprotno od steričnih silijo molekule v sosednjih plasteh, da so usmerjene v nasprotni smeri (antiferoelektrični red). Kadar pri interakcijah med plastmi prevladujejo sterične interakcije, je parameter a_1 negativen, kadar pa prevladujejo van der Waalove in dipolarne, pa je a_1 pozitiven. S padajočo temperaturo se smektične plasti še dodatno urejajo, zato se interakcije med plastmi lahko s padajočo temperaturo spreminjajo. To odvisnost podaja parameter a'_1 . Enake interakcije delujejo med naslednjimi sosedi, vendar znatnega vpliva steričnih interakcij ne moremo pričakovati. Dipolarne interakcije med naslednjimi sosedi prav tako kot pri interakcijah s sosednjimi plastmi vzpodbujajo nasprotno orientacijo molekul pri naslednjih sosedi. Kadar prevladujejo, je parameter a_2 pozitiven [10]. Pri močno anizotropnih molekulah pa lahko pričakujemo, da bodo van der Waalove interakcije vzpodbujale istosmerno orientacijo molekul pri naslednjih sosedi, in kadar prevladujejo slednje, bo a_2 negativen. Enako kot pri interakcijah med sosednjimi plastmi, se interakcije s padajočo temperaturo oziroma naraščajočim naklonom molekul lahko spreminjajo in v različnih temperaturnih območjih prevladuje en ali drug tip interakcij. Med sosednjimi plastmi so v določenih temperaturnih območjih lahko pomembne tudi kvadrupolne interakcije. Kot dipolne obstajajo tudi kvadrupolne interakcije le takrat, kadar med molekulami v sosednjih plasteh obstajajo določene korelacije v legi molekul. Zaradi kvadrupolnih interakcij se molekule želijo nagniti v smeri, ki je pravokotna na smer molekul v sosednji plasti oziroma parameter b_1 mora biti pozitiven. Kiralne interakcije so posledica zrcalne asimetrije molekul in so običajno najšibkejšje med zgoraj naštetimi interakcijami. Podaja jih parameter f , ki ima različen predznak za levosučne in desnosučne vzorce. Prispevke k prosti energiji (indeks j) moramo sešteti po vseh N plasteh vzorca.

Iz zgoraj zapisane proste energije lahko ugotovimo strukturo, ki jo podaja N -terica velikosti naklonov (ϑ_j) in N -terica smeri naklonov (φ_j), ki podajajo ureditveni parameter v j -ti plasti. Ker analiza dinamičnih lastnosti Sm A faze [11] in sipanja rentgenskih žarkov [6] kažejo, da je kot naklona molekul v vseh plasteh enak, bomo iskali samo take strukture, za katere to velja oziroma $\vartheta_j = \vartheta$. Vsaka od struktur mora biti tudi rotacijsko

invariantna, zato lahko vpeljemo še eno poenostavitev:

$$\alpha_j = \varphi_{j+1} - \varphi_j, \quad (3)$$

kjer kot α_j pomeni razliko med smermi naklona molekul v j -ti in $j + 1$ -vi plasti. Rešiti moramo torej samo še sistem enačb za $N - 1$ faznih razlik α_j in velikost naklona ϑ . Sistema enačb se bomo lotili postopoma; iskali bomo rešitve, ki jih bomo imenovali rešitve s periodo M . To pomeni, da bomo iskali samo take rešitve, kjer je $\alpha_{M+1} = \alpha_1$, $\alpha_{M+2} = \alpha_2$ in tako naprej. Ko preteče M vse vrednosti od 1 do števila plasti N , bomo, vsaj teoretično, našli vse stabilne strukture.

Izkaže se, da so med seboj različne rešitve samo štiri.

Najenostavnejše rešitve imajo periodo $M = 1$. To pomeni, da je velikost nagiba v vseh plasteh enaka ϑ , smeri molekul v dveh sosednjih plasteh pa zmeraj oklepata enak kot $\alpha_j = \alpha$. Predpostavko vstavimo v izraz za prosto energijo ((2)) in jo minimiziramo glede na ϑ in α (rešimo sistem Euler-Lagrangeovih enačb). Najdeno strukturo, za katero je pri izbranih vrednostih parametrov prosta energija najmanjša, lahko zapišemo tako, da podamo ureditveni parameter v vsaki smektični plasti, ki je enak:

$$\vec{\xi}_j = \vartheta (\cos(j\alpha), \sin(j\alpha)). \quad (4)$$

Velikost nagiba je po vsem vzorcu stalna in enaka ϑ , smer nagiba pa se iz plasti v plast zasuča za kot α . Gornji zapis predstavlja tri različne faze:

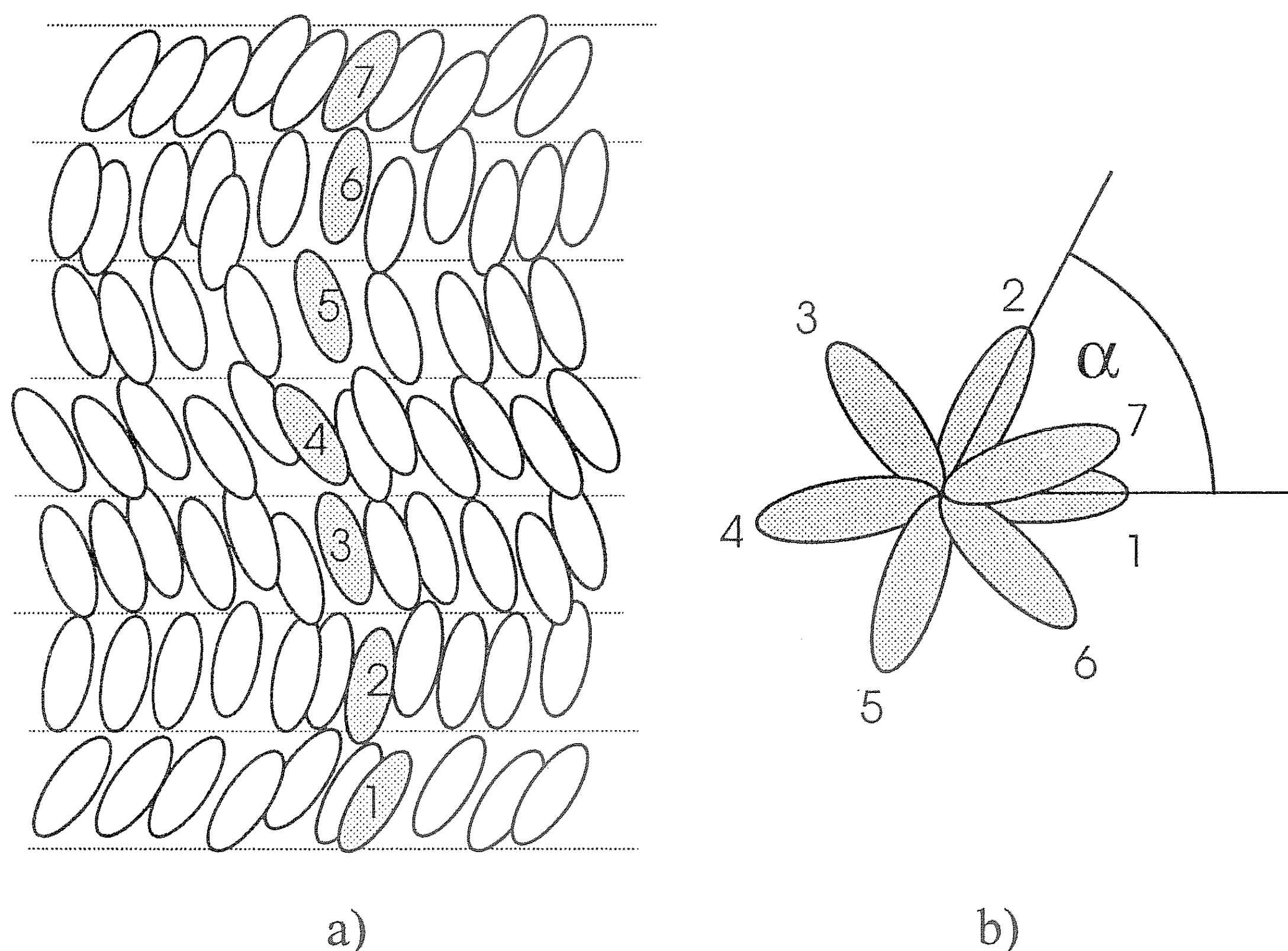
feroelektrično Sm C* fazo, kjer so molekule v nekiralnih sistemih ali racemnih mešanicah vse nagnjene v isti smeri ($\alpha = 0$). V optično aktivnih snoveh (snoveh, kjer levo- ali desnosučne molekule prevladujejo), pa se smer nagiba molekul iz plasti v plast nekoliko zasuča ($\alpha \approx 0$) in opiše polni kot prek nekaj sto plasti. Struktura je stabilna v temperaturnih območjih, kjer prevladujejo sterične interakcije med sosednjimi plastmi ali $a_1 + a'_1 \vartheta^2 < 0$ (slika 1).

antiferoelektrično Sm C_A* fazo, kjer so molekule v racemnih mešanicah v sosednjih plasteh nagnjene natanko v nasprotni smeri ($\alpha = \pi$). V optično aktivnih snoveh zaradi királnih interakcij smer molekul ni natančno nasprotna ($\alpha \approx \pi$) (slika 2). Zaradi majhnega odmika od te smeri v sistemu nastane dvojna vijačnica, ki se razteza prek nekaj sto plasti. Polarizacija dveh sosednjih plasti se med seboj uniči in snov se v zunanjem električnem polju obnaša kot antiferoelektrik. Struktura je stabilna v tistih temperaturnih območjih, kjer prevladajo elektrostatske dipolarne in van der Waalsove interakcije med sosednjimi plastmi ali $(a_1 + a'_1 \vartheta^2) < 0$. Druge interakcije so manj pomembne.

Sm C_α^* fazo, v kateri je razlika faznih kotov ves čas enaka in je po velikosti med 0 in $+\pi$ ali med 0 in $-\pi$. V optično aktivnih sistemih je smer zasuka povsod enaka in je odvisna od sučnosti molekul. Hod vijačnice, ki tako nastane, je zelo kratek (le do nekaj 10 plasti) in nastane zaradi konkurence med interakcijami s sosednjimi plastmi in naslednjimi sosedi. V racemnih mešanicah pa naj bi se tvorile domene levo- in desnosučnih vijačnih modulacij. Taka struktura je stabilna v temperaturnem območju, kjer so interakcije med naslednjimi sosedi močnejše od interakcij med sosedi in je za molekule ugodno, če so orientirane v nasprotnih smereh. Strukture, kjer bi bila gornja želja izpolnjena, ni mogoče doseči ne s feroelektrično in ne z antiferoelektrično ureditvijo. Možen pa je kompromis, ki ga dosežemo z velikim kotom med smerema v sosednjih plasteh. Naivno bi pričakovali, da so interakcije med sosednjimi plastmi vedno močnejše od interakcij z bolj oddaljenimi plastmi, vendar ne smemo pozabiti, da so sterične interakcije nasprotne van der Waalsovimi ter dipolarnim interakcijam in se lahko medsebojno močno oslabijo. V takem temperaturnem območju se lahko pojavi struktura s kratko vijačnico kot posledica tekme med interakcijami s sosednjimi plastmi in interakcijami s sosednjimi sosedi, kjer pa je ugodna nasprotna smer molekul ali $(a_2 + a'_2\vartheta^2) > |(a_1 + a'_1\vartheta^2)|$. Struktura je lahko stabilna tudi neposredno pod Sm A fazo, v zunanjem električnem polju se težko polarizira, optično pa se v področju vidnih frekvenc zaradi zelo kratkih period modulacije obnaša podobno kot Sm A faza. Molekule v fazi so nagnjene glede na pravokotnico na smektične ravnine. Take lastnosti so eksperimentalne meritve ugotovile pri Sm C_α^* fazi in zato smo to strukturo predlagali kot strukturo Sm C_α^* faze (slika 7).

Ker med gornjimi rešitvami ni bilo strukture, ki bi imela feroelektrične lastnosti, nas bodo zanimale tudi rešitve s periodo $M = 2$. Tedaj iščemo take rešitve, kjer je naklon molekul po celotnem vzorcu enak, razlika faznih kotov pa lahko zavzame dve različni vrednosti α in β , ki se med seboj izmenjavata. Tokrat prosto energijo minimiziramo glede na tri spremenljivke: ϑ , α in β . Strukturo faze, ki ima rešitev, lahko predstavimo z rešitvijo sistema algebraskih enačb, ki jih dobimo v postopku Euler-Lagrangeove minimizacije. Izkaže se, da sta v nekiralnih vzorcih kota α in β enaka po velikosti in nasprotna po smislu oziroma $\alpha = -\beta$. Tako se zmanjša kvadrupolni prispevek k prosti energiji, hkrati pa je izpolnjen pogoj vzporednosti nagiba molekul pri naslednjih sosedah. V kiralnih vzorcih se kota nekoliko razlikujeta, zaradi majhne razlike med njima pa je struktura vijačno modulirana. Rešitev ima naslednjo obliko:

$$\begin{aligned}\vec{\xi}_{2j} &= \vartheta (\cos(j(\alpha + \beta)), \sin(j(\alpha + \beta))) \\ \vec{\xi}_{2j+1} &= \vartheta (\cos(j(\alpha + \beta) + \alpha), \sin(j(\alpha + \beta) + \alpha)).\end{aligned}\tag{5}$$

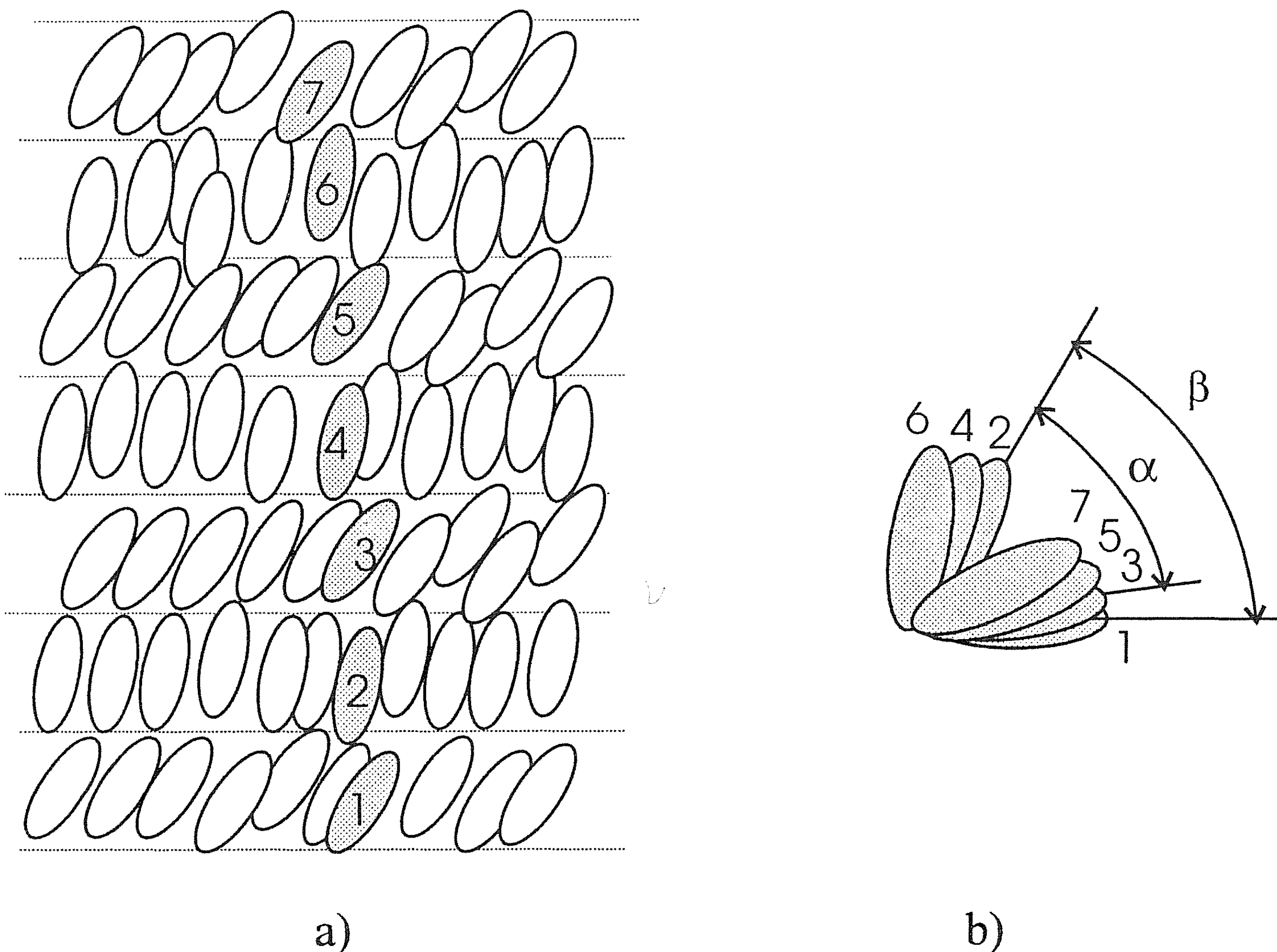


Slika 7. Struktura $\text{Sm } C_\alpha^*$ faze: a) pogled s strani, b) pogled od zgoraj na nekaj izbranih molekul iz posameznih plasti. Hod vijačnice na sliki tvori približno 6 plasti.

Faza s tako strukturo se pojavlja v temperaturnem območju, kjer je $(a_2 + a'_2 \vartheta^2) < 0$ in van der Waalove ter dipolarne interakcije med sosedami izničijo sterične interakcije med sosednjimi plastmi. Če so v tem območju pomembne kvadrupolne interakcije med sosednjimi plastmi, je stabilna struktura, kjer so molekule v sosednjih plasteh nagnjene v različni smeri (slika 8). Polarizacija v dveh sosednjih plasteh se le delno izniči in faza ima ferielektrične lastnosti. Zato predstavlja ta struktura najverjetneje strukturo **ferielektrične $\text{Sm } C_\gamma^*$ faze**.

V temperaturnem območju stabilnosti te faze se s temperaturo oziroma naklonom spreminjajo tudi interakcije med plastmi. Zato se spreminja znotraj območja te faze kot, ki oklepa smer molekul v sosednjih plasteh. Kiralne interakcije povzročijo, da se oba kota po velikosti nekoliko razlikujeta, zaradi te majhne razlike je struktura vijačno modulirana. Hod vijačnice se s temperaturo znotraj ferielektrične $\text{Sm } C_\gamma^*$ faze močno spreminja in celo zamenja smisel vrtenja.

Podrobnejša analiza modela je pokazala, da so strukture s periodo $M=1$ ($\text{Sm } C^*$, $\text{Sm } C_A^*$, $\text{Sm } C_\alpha^*$) in strukture s periodo $M=2$ ($\text{Sm } C_\gamma^*$) edine stabilne strukture v snoveh, v katerih je najti opisane interakcije. Posebna antiferoelektrična faza AF je morda poseben primer $\text{Sm } C_\alpha^*$ faze, kjer je $\alpha \approx 90^\circ$. Tako strukturo lahko stabilizirajo močne kvadrupolne interakcije, ker pa je perioda vijačnice enaka štirim plastem, ima struktura antiferoelektrične lastnosti.



Slika 8. Ferielektrična smektična Sm C_γ^{*} faza: a) pogled s strani, b) pogled od zgoraj na nekaj izbranih molekul iz posameznih plasti. Eden od kotov je manjši (α), ker so molekule zasukane v smeri, kjer so kiralne interakcije neugodne. Kot v nasprotnem smislu (β) je večji. Hod vijačnice na sliki tvori 60 dvojnih plasti.

3. Primerjava z eksperimenti

V nadaljevanju bomo preverili eno ključnih zahtev za veljavnost katkega modela. Strukture, ki jih model napoveduje, imajo eksperimentalno opažene lastnosti. Ali lahko z ustrezno izbiro parametrov modela ponazorimo tudi opažena fazna zaporedja, ki se pojavijo s spreminjanjem temperature vzorca?

Vse štiri zgoraj omenjane faze se v različnih tekočih kristalih, pri katerih je ena od stabilnih faz antiferoelektrična, pojavljajo v različnih temperaturno odvisnih zaporedjih. Najprej povzemimo nekaj splošnih lastnosti, ki so v vseh antiferoelektričnih tekočih kristalih enake:

- antiferoelektrična Sm C_A^{*} faza se pojavlja zmeraj kot faza, ki je stabilna pri najnižji temperaturi;
- ferielektrična Sm C_γ^{*} faza je stabilna vedno neposredno nad antiferoelektrično Sm C_A^{*} fazo ali pa ne obstaja;
- Sm C_α^{*} je stabilna vedno pod Sm A fazo ali pa ne obstaja.

Različna zaporedja nekaterih od štirih faz ali celo vseh so opazili v mnogih snoveh. Iz lastnosti faz lahko sklepamo, katere interakcije prevladujejo v posameznih temperaturnih območjih. Ker prevladujoče interakcije povzemajo posamezni parametri modela, lahko s prilagajanjem eksperimentalnim rezultatom preverimo, ali imajo parametri modela ustrezne lastnosti. Naj pojasnim na nekaterih primerih:

Ena sama feroelektrična Sm C* faza je značilnost ene najnatančnejše raziskovanih snovi DOBAMC-a. Sklepamo lahko, da v celotnem temperaturnem območju prevladujejo sterične interakcije med sosednjimi plastmi in naj bi bil a_1 ves čas negativen.

Enako velja za enega prvih antiferoelektrikov TFMHPOBC, kjer je edina stabilna faza antiferoelektrična, v celotnem temperaturnem območju prevladujejo dipolarne in van der Waalove interakcije med sosednjimi plastmi. Povzamemo jih lahko s pozitivno vrednostjo a_1 .

Za natančnejše določanje drugih parametrov v snoveh z majhnim številom faz so potrebne poleg meritev velikosti naklona molekul v odvisnosti od temperature tudi mnoge dodatne meritve optičnih in dielektričnih lastnosti na istem vzorcu. Žal za zdaj na take meritve še čakamo.

Mnogo pomembnejši testni primer modela je optično čisti MHPOBC, v katerem se pojavijo vse prej obravnavane faze v naslednjem zaporedju: $\text{Sm A} \leftrightarrow \text{Sm C}_\alpha^* \leftrightarrow \text{Sm C}^* \leftrightarrow \text{Sm C}_\gamma^* \leftrightarrow \text{Sm C}_A^*$. V laboratoriju odseka za fiziko trdne snovi na Institutu Jožef Stefan so z optičnimi metodami, ki ne pokvarijo strukture vzorca, natančno izmerili odvisnost velikosti naklona molekul od temperature in hkrati v istem vzorcu določili tudi temperature prehodov med različnimi fazami. Obilje tako dobljenih podatkov omogoča mnogo natančnejšo določanje parametrov modela. Iz zaporedja faz lahko na podlagi lastnosti teh faz sklepamo, da pod prehodom v nagnjeno fazo med interakcijami med sosednjimi plastmi prevladujejo sterične ($a_1 < 0$), med naslednjimi sosedi pa van der Waalove in dipolarne ($a_2 > 0$) in so med seboj primerljive. Zato je stabilna Sm C $_\alpha^*$ faza. S padajočo temperaturo oziroma naraščajočim nagibom molekul interakcije med sosednjimi plastmi slabijo hitreje kot med sosedi, zato prevladajo sterične interakcije in postane stabilna Sm C* faza. Prehod v Sm C $_A^*$ fazo poteka prek Sm C $_\gamma^*$ faze, ki je stabilna v območju, kjer so zaradi izničenja med steričnimi in dipolarnimi oziroma van der Waalsovimi interakcijami med sosednjimi plastmi prevladujoče kvadrupolarne interakcije. S prilagajanjem parametrov modela izmerjenim naklonom molekul pri različnih temperaturah smo ugotovili, da imajo parametri modela ustrezne predznake, teoretično izračunana odvisnost naklona molekul od temperature pa se je zelo dobro ujemala z eksperimentalno izmerjeno [12].

4. Zaključki

V prispevku sem predstavila glavne lastnosti polarnih smektikov oziroma feroelektričnih in antiferoelektričnih tekočih kristalov. V nadaljevanje sem predstavila fenomenološki model polarnih smektikov, ki upošteva interakcije med smektičnimi plastmi. Analizirala sem različne vrste interakcij, ki lahko med plastmi obstajajo. Minimizacija proste energije vodi do struktur, ki so lahko stabilne za nekatere vrednosti parametrov modela in

imajo lastnosti različnih eksperimentalno opaženih faz. Z ustrezno izbiro parametrov modela lahko ponazorimo različna v antiferoelektričnih tekočih kristalih opažena zaporedja faz.

Kot lahko spoznamo iz razglabljanj v prispevku, najverjetneje tiči razlog bogate raznolikosti faz oziroma struktur, ki se pojavljajo v polarnih smektikih, v interakcijah med plastmi. V različnih temperaturnih območjih prevladujejo različne interakcije med plastmi, zato se pojavljajo različna fazna zaporedja. Fenomenološki model lahko ponazori veliko bogastvo faz in faznih zaporedij, lastnosti različnih faz pa so v skladu z eksperimentalnimi opažanji. Najosnovnejši test je model prestal. V prihodnje bo v okviru modela potrebna analiza najrazličnejših eksperimentalnih meritev, izvedenih na različnih snoveh, kot so odvisnost velikosti nagiba od temperature ter optične in dielektrične lastnosti različnih antiferoelektričnih tekočih kristalov.

Analiza mikroskopskih izvorov interakcij med molekulami je lahko izredno pomembna za sintezo novih materialov. S skrbnim izborom postopkov lahko kemiki poudarijo posamezne lastnosti molekul (npr. kvadrupolni moment) in sintetizirajo snov, ki bi imela določene tehnološke zanimive lastnosti. Dober fenomenološki model, ki sloni na mikroskopskih interakcijah, lahko napove obnašanja snovi v določenih okoliščinah in lahko vodi do učinkovite tehnološke uporabe materialov.

Zahvala

Slika 3 je povzeta po preglednem članku [4] z dovoljenjem profesorja Atsua Fukude, za kar se mu iskreno zahvaljujem.

LITERATURA

- [1] R. B. Meyer, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **40** (1977), 33.
- [2] R. B. Meyer, L. Liebert, L. Strzelecky in P. Keller, *J. Phys. (Pariz)* **36** (1975), L69.
- [3] A. D. L. Chandani, E. Gorecka, Y. Ouchi, H. Takezoe, A. Fukuda, *Jap. J. Appl. Phys.* **28** (1989), 1256.
- [4] A. Fukuda, Y. Takanishi, K. Ishikawa, H. Takezoe, *J. Mater. Chem.* **4** (1994), 997.
- [5] H. Orihara, Y. Ishibashi, *Jpn. J. Appl. Phys.* **30** (1990), L1819.
- [6] T. Isozaki, K. Hiraoka, Y. Takanishi, H. Takezoe, A. Fukuda, Y. Suzuki, I. Kawamura, *Liq. Cryst.* **12** (1992), 59.
- [7] M. Yamashita, *J. Phys. Soc. Jap.* **65** (1996), 2904.
- [8] A. Roy, N. V. Madhasudana, *Europhysics Lett.* **36** (1996), 221.
- [9] B. Žekš, M. Čepič, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, sprejeto v objavo.
- [10] M. Čepič, B. Žekš, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.*, **301** (1997), 221.
- [11] M. Čepič, B. Žekš, *Liq. Cryst.* **20** (1996), 29.
- [12] M. Škarabot, M. Čepič, B. Žekš, I. Muševič, G. Heppke, poslano v objavo.

TRETJI DEL FIZIKE IZ KARLSRUHEJA

JANEZ STRNAD

PACS 01.40.Ej

Slovenski prevod učbenika razkrije številne slabosti.

VOLUME III OF THE KARLSRUHE PHYSICS COURSE

The Slovenian translation of the textbook reveals numerous shortcomings.

Nasprotovanje predlogu, da bi izdali v knjižni obliki slovenski prevod učbenika za fiziko iz Karlsruheja, ni zaleгло [1] in tudi ugovori po izidu prevoda prvega dela so ostali brez odziva [2]. Kljub temu ob izidu tretjega dela [3] ne kaže molčati. F. Herrmann si prizadeva fiziko rešiti „fosilov“, a jih sam na veliko uvaja. S tem srednješolce obremenjuje s starimi modeli, ki jih je razvoj prešel, z novimi imeni za stare količine in nenavadnimi enotami. Pri nadaljnjem razmišljanju in študiju bodo morali vse to izbrisati iz spomina.

Herrmannovi *fotoni* so obujeni Newtonovi svetlobni delci in bodo izzvali največ ugovorov. Z njimi je zavrgel spoznanje, da je nekvantna teorija svetlobe Maxwellova elektrodinamika, ki v približku majhne valovne dolžine preide v geometrijsko optiko, a da je v nerelativistični kvantni mehaniki v ustreznem približku mogoče elektrone približno opisati kot delce v Newtonovi mehaniki. Kako naj si srednješolec ob fotonih kot svinčnikih ali palačinkah ustvari notranje skladno sliko o interferenci svetlobe, če je prej poskus z nagnjenima delnima curkoma pokazal, da je svetloba valovanje? Ne samo, da to zmede srednješolce, bistre lahko popolnoma odvrne od fizike.

Elektronij je oživljeni negativni električni fluid. (Ime ni posrečeno, ker se rima na pozitronij, vezan sistem elektrona in pozitrona. V podobni zvezi je nekdo predlagal ime elektrolej.) Ker ga uvede na hitro, zaide v podobne težave kot nekdaš B. Franklin. Kje je protonij? Zakaj bi bilo treba o njem manj govoriti? Ali bodo srednješolci brez protonija razumeli, zakaj se „razredčine“, nekakšni „mehurčki“ v elektroniju, gibljejo v nasprotni smeri kot zgoščine? Nekaj manjših spodrseljajev omenimo mimogrede. Elektronij v atomu ni vselej krogelno simetričen, že na sliki (str. 65) je nesimetričen. Gostota elektronija v atomu ne pojema enakomerno od sredine navzven.

Na drugi strani je Schrödinger najprej mislil, da je kvadrat absolutne vrednosti valovne funkcije v vodikovem atomu sorazmeren z gostoto naboja. Zamisel se ni obnesla, ker ga je H. A. Lorentz opozoril, da je ustrezna količina v atomu z dvema elektronoma odvisna od šestih koordinat, ne od treh. Mimogrede je rečeno, da ne moremo dobiti dela elektrona. Vendar pa nista – niti toliko kot pri svetlobi – omenjena poskus, kako bi ugotovili

gostoto elektronijskega, in statistična narava opazovanja. To še okrepi vtis, da je mogoče elektrone v gibanju opisati podobno kot velika telesa in da so stanja atomov posebna lastnost atomov, ki je z elektronijsko povezana le prek njegove oblike. V tej zvezi bodo koga v polprevodniku presenetile zgoščine elektronijske kot prevodniški elektroni in razredčine kot vrzeli brez podrobnejše razlage. Zdi se, da se je zaradi njih pisec celo odpovedal zgoščinam in razredčinam v zraku pri zvoku.

Bolj kot naštetje in druge zablude in nedoslednosti moti to, da se zaradi začetne zamisli učbenikov zdi gradivo nepovezano. Tako se na primer del *Masa in energija* zaradi težav s prenašalcem izogne jedrskemu reaktorju in reakcijam. V zadnjem delu je to opisano, kot da bi ne bilo povezano s prejšnjim. Ali je antimaterija zares neobstoja? Kako pojasnimo delovanje trkalnikov ter pozitronov in antiprotov v pasteh?

Ni se mogoče otresti vtisa, da so nekatere izjave mišljene kot recepti za učenje na pamet. Zares srednješolci fiziko spoznavajo in si še ne morejo ustvariti celovite slike. Vendar to, da jim jo ponujajo kot zbirko med seboj domala nepovezanih izjav, ki niso temeljito podprte s poskusi in merjenji ter povezane z zakoni, poruši njeno zgradbo. Ali želijo narediti iz fizike mit?

Herrmann sicer ne priznava z nenavadnimi pojmi. Uvede jih, kjer se mu zdi potrebno, in jih pogosto ne utemelji dovolj, in to bo srednješolce močno oviralo pri branju drugih fizikalnih knjig. Zelo skop pa je pri vsebini. Zato se utegne komu zdeti knjiga glede vsebine in obsega sprejemljiva, posebno če ni pripravljen spoznanj povezovati in se rad uči na pamet. Navsezadnje pa bi imel od tega zgubo. Zakoni narave dajejo možnost za razmišljanje o vzročnih zvezah, ki koristijo razvoju vseh srednješolcev, ne samo bodočih študentov naravoslovja in matematike.

Kaže, da se F. Herrmann v tretjem delu rešuje iz zagate, v katero ga je spravila zasnova učbenika. V prvem delu se je omejil predvsem na stacionarne pojave in je nekatere pomembne odstavke, na primer opis gibanja telesa, kar izpustil. Zdaj morajo srednješolci mimogrede obvladati pojem delca, ko obravnavajo gibanje elektrona v katodni cevi, v pospeševalniku, v atomu ali trdni snovi. Tudi pojem prenašalca mu povzroča težave. Kako naj si srednješolec ustvari skladno sliko o elektromagnetnem valovanju; kaj v njem kaj prenaša? Pojma polja pa se piscu ne zdi vredno uvesti.⁵ Maščuje se mu, da se ni oziral na sistematičnost in postopnost, na katerih sicer zida fizika. Jasno je mogoče videti, da ima tem manj težav in zagreši tem manj nedoslednosti, čim bolj se drži ustaljene poti, na primer v zadnjem delu.

Prevajalec se je zavedel vsaj nekaterih slabosti besedila in v oklepajih dodal opombe, ki na splošno originalu nasprotujejo. Pri velikosti fotonov je to storil tudi recenzent. Na nekaj mestih je prevajalec omenil, da prevod

⁵ Herrmann menda v najnovejšem predlogu priredi polju – po Faradayevem zgledu – snovne lastnosti.

odstopa od originala, ki ga nisem imel v rokah. Opombe sicer opozorijo bralca, a ga še dodatno zmedejo. V njih se je prevajalec večkrat skliceval na moje knjige, ki se ne odmikajo od ustaljene poti, in me s tem spravil v neprijeten položaj. Nefiziki utegnejo sklepati, kot je storil zastopnik založbe, da knjiga, ki se tolikokrat sklicuje na ustaljeno mnenje, ne more biti slaba.

Razmere za izdajanje domačih fizikalnih učbenikov niso urejene. Kdo se ne bi jezil, če izide prevod rušilnega kratkega kurza fizike, ki popolnoma popači njeno podobo?

Nemški fiziki soglasno odklanjajo zamisli F. Herrmanna. Eden izmed njih je celo izjavil, da bi morali take zadeve uradno prepovedati. Enak odnos imajo tudi učitelji fizike, ki izhajajo iz svoje stroke; bolj v druge stroke usmerjeni učitelji pa jo delno zagovarjajo. Slišati je pripombe, da pisec najprej ni našel založnika za svoje knjige v Nemčiji in da je potem iskal možnosti v manj razvitih državah.

O *Reakcijah* meni na primer C. Pohar: „Učbenik bo naredil škodo vsem, ki ga bodo uporabljali: predavateljem in učencem. Pri eventualnem nadaljevanju študija bo namreč treba naučeno pozabiti. Zato učbenik ni primeren za uporabo v rednem izobraževanju in tudi ne kot učno gradivo v kakih večernih izobraževalnih tečajih za nobeno stroko. [...] Ni vse dobro, kar naredijo v tujini in kar koordinira Pedagoška fakulteta ter sofinancira Evropska unija. Pričujoči izdelek je tudi dokaz za to, da je napisati dober učbenik vse prej kot lahko opravilo.”

Nazadnje podprimo očitke s citati. Tiskani so poševno, v oklepaju je dodana stran, črtica / zaznamuje odstavke.

V prvem delu *Reakcije* (25 strani) najde fizikalni kemik več nenavadnih pojmov in poenostavljenih ali nerazumljivih trditev. [...] *obstaja najmanjša množina snovi, ki jo lahko izrazimo v molih. To najmanjšo množino snovi imenujemo elementarna množina* (10). *Lahko pa primerjamo obsega izmenjave v časovni enoti, to je izdatnost izmenjave* (12). *Kemijska napetost je gonilna razlika za reakcijo* (13). *Posebnost kemijskega potenciala pa je, da obstaja toliko ničel, kolikor je kemičnih elementov* (15). *Čim večji je reakcijski upor kake reakcije, tem manjša je izdatnost izmenjave snovi.* [...] *Reakcijski upor se zmanjša, če se temperatura zviša* (17). *Zato da bi reakcija stekla od nizkega k visokemu kemijskemu potencialu, potrebujemo prav tako nekakšno črpalko: reakcijsko črpalko* (19).

Drugi del *Masa in energija* (3 strani) vsebuje samo *Relativistično fiziko*. Zvemo, da *sta masa in energija le različni imeni za isto fizikalno količino*, [...] *da je med maso m in energijo W naslednja zveza $W = km$* (29). *Prav podobno se godi z velikanskimi množinami energije, ki jo ima vsaka snov zaradi svoje mase. Tudi za uporabo te energije, za prelaganje na drug prenašalec, je potreben primeren družabnik v reakciji./ Družabnik za*

reakcijo, ki ga potrebujemo v ta namen, je tako imenovana antimaterija. [...] antimaterije praktično ni mogoče shraniti za dlje kot za delček sekunde (31).

Tretji del so *Zvočni valovi, elektromagnetni valovi, fotoni* (23 strani). Vsakdo jih pozna na vodi [...]: nekakšne spremembe oblike vodnega površja, ki se gibljejo same od sebe./ Drug valovni pojav je zvok: zelo majhni premiki zraka, ki se gibljejo skozi zrak (35). Za val je potreben prenašalec. Na nekem mestu, kjer je izvir, se osnovno stanje prenašalca na hitro spremeni. Ta odmik od osnovnega stanja se sam od sebe giblje proč od izvira (36). Po odstavkih *Nihanje in Sinusno valovanje* in še dveh odstavkih smo že pri *Elektromagnetnih valovih*. Če vklapljammo ali izklapljammo električni tok v žici, se od žice luščijo elektromagnetni valovi (42). Sklepamo lahko, da je tako imenovani prazni prostor vendarle nekaj, kar prenaša elektromagnetno valovanje. [...] Elektromagnetno valovanje lahko potujejo skozi vakuum./ Tega imena pa ne smemo razumeti napak. „Praznina” je nekaj drugega kot „nič” (43). Vmesna naslova se glasita *Elektromagnetna valovanja kot prenašalci podatkov* in *Elektromagnetni valovi kot prenašalci energije* (44). V odstavku *Stoječi valovi – interferenca* je obdelana interferenca dveh enakih valovanj, ki potujeta po vrvi v nasprotni smeri in dasta stoječe valovanje. Nato sta na kratko opisani enaki ravni valovanji v ravnini. *Eno prihaja od zgoraj, drugo od spodaj. Mesta oslabitve so na vodoravnih pasovih.*/ Zdaj smeri obeh valovanj nekoliko zasučemo [...] Mesta oslabitve so slej ko prej vodoravni pasovi. Razmik med njimi pa se je povečal (48). Nato je opisan poskus, pri katerem na zrcali, ki sta drugo proti drugemu malo nagnjeni, pošljemo laserski curek. Ker je kot med obema delnima žarkoma zelo majhen, so razmiki med ravninama oslabitve zelo veliki (49). Eksperiment so imeli za nedvoumen dokaz, da je svetloba valovanje. S sklepom *Svetloba interferira* je interferenca svetlobe odpravljena in končan odstavek *Valovi*.

Na vrsto pridejo *Fotoni*. Pri fotokemijskih reakcijah svetlobo lahko obravnavamo kot snov (52). Poskusi z oslavljenim svetlobnim curkom in fotopomnoževalko pokažejo: Svetloba s snovmi reagira po obrokih. Svetlobne obroke imenujemo fotone (53). *Fotoni nimajo enovite podobe. Njihova „oblika in velikost” je odvisna od svetila, spreminja pa se tudi še na poti, potem ko zapustijo svetilo.* Tako so fotoni iz šolskega laserja dolgi okrog 10 cm in imajo enak premer kot laserski curek, to je okrog 5 mm. Po obliki in velikosti so podobni svinčniku. [...] Fotoni v sončni svetlobi so dosti krajši. [...] so torej po obliki podobni palačinkam (54). Fotoni imajo tudi energijo in gibalno količino. V odstavku *Fotoni in interferenca* je pojasnjen interferenčni poskus s svetlobo s statistiko fotonov. [...] imajo fotoni sončne svetlobe, še bolj pa fotoni iz laserja dosti večji premer kot zrnca srebrovega bromida v filmu. [...] Zdi se, kakor da bi se moral vsak foton „odločiti”, v katerem od zrnec, ki jih doseže, bo prišlo do reakcije. Za katero zrnce se bo določeni foton „odločil”, pa ni mogoče napovedati vnaprej./ Podobno je

pri metanju kocke: [...] Posamezni foton na filmu ne more povzročiti interferenčnega vzorca. Fotoni pa porazdele svoja znamenja tako, da iz zaznamovanih zrnč nastane interferenčni vzorec (58). Mimogrede je omenjeno še metanje utežene kocke.

V četrtem delu *Ovoju atoma* (26 strani) s tunelskim [tipalnim] elektronskim mikroskopom vidimo izbokline na sliki silicijevega kristala. Atomi so kroglasti. Sestavljeni so iz zelo majhnega težkega jedra in lahkega, sorazmerno velikega ovoja (62). Elektronski ovoj je sestavljen iz elektronija. Elektronij je porazdeljen okrog jedra krogelno simetrično. Njegova gostota od znotraj navzven pojema (62). Elektron je elementarni obrok elektronija, podobno kot so delci (atomi in molekule) elementarni obroki snovi (63). Atome lahko preoblikujemo [...]: obstreljujemo jih z drugimi delci, na primer s fotoni ali elektroni./ Atomi se lahko pri tem obnašajo prav nenavadno. V nekatere oblike se lahko „zaskočijo”. [...] Za atom, ki se je „zaskočil” v eni od možnih oblik, pravimo, da je v enem od vzbujenih stanj (66).

V poglavju *Trdne snovi* zvemo: V trdnih snoveh je elektronij kot zvezno porazdeljena snov, ki zapolnjuje ves prostor med jedri. ... elektronij v nedeformiranem stanju [...] smo predstavili s konstantno gostoto. [...] si lahko predstavljamo deformacijo porazdelitve: na enem mestu se je gostota zmanjšala (svetlo področje), na drugem pa se je povečala (temno področje). Nastaneta torej razredčina in zgoščina (77). Kako trdne snovi prevajajo elektriko [...] Celotnega elektronija se ne da premakniti. Zlahka pa skozi trdno snov potiskamo majhne deformacije. [...] zgoščine potujejo proti pozitivnemu polu, razredčine pa proti negativnemu polu (83).

Peti del *Atomsko jedro* (21 strani) opiše zgradbo atomskih jeder, jedrske reakcije z ohranitvenimi zakoni ter delce in antidelce. Pozorni postanemo na nekatere nenavadne trditve, na primer: *Neutroni katalizirajo cepitev* (110).

Za mnenje se zahvaljujem profesorju Cirilu Poharju s Katedre za fizikalno kemijo Fakultete za kemijo in kemijsko tehnologijo in profesorju Wilfriedu Kuhnu z Inštituta za didaktiko fizike univerze v Giessnu.

LITERATURA

- [1] J. Strnad, *Fizika iz Karlsruheja. O novostih v poučevanju fizike*, Obzornik mat. fiz. 41 (1994) 122.
- [2] J. Strnad, *Spremembe v poučevanju fizike*, Fizika v šoli 2 (1996) 8.
- [3] F. Herrmann in drugi, *Fizika. Reakcije. Valovanja. Energija*, DZS, Ljubljana 1997. Prevod tega dela je nastal v okviru skupnega evropskega projekta Eden D JEP-09578, ki ga koordinira Pedagoška fakulteta v Ljubljani, sofinancira pa Evropska unija v okviru programa Tempus Phare. Prevedel in priredil J. Ferbar, slovensko izdajo strokovno ocenil M. Hribar, 138 strani.

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije v sodelovanju z Ministrstvom RS za šolstvo in šport vabi na seminar z naslovom

STATISTIKA IN OBDELAVA PODATKOV

Seminar bo 5., 6., 7. februarja in 21. marca 1998 v Ljubljani, v predavalnicah Fakultete za matematiko in fiziko, Jadranska 21 (2 skupini), in 26., 27., 28. februarja in 4. aprila 1998 v Mariboru, v enoti IC – Dijaški dom Tezno, Zolajeva 13 (1 skupina).

PROGRAM

Četrtek, 5. 2. oziroma 26. 2. 1998

8.30–10.00 M. Hladnik: Osnovni principi statistike
10.30–12.00 M. Omladič: Uporaba linearne algebre v statistiki
14.00–15.30 A. Blejec: Intervalsko ocenjevanje parametrov
16.00–17.30 J. A. Čibej, M. Perman: Klasični statistični modeli v nezgodnem zavarovanju

Petek, 6. 2. oziroma 27. 2. 1998

8.30–10.00 A. Blejec: EDA (Exploratory Data Analysis)
10.30–12.00 A. Ferligoj: Razvrščanje v skupine
K. Košmelj: Osnove analize časovnih vrst
14.00–15.30 T. Hodnik: Oblikovanje nekaterih pojmov statistike na razredni stopnji pouka
16.00–17.30 Z. Magajna: Razmišljanja o pouku statistike v osnovni šoli

Sobota, 7. 2. oziroma 28. 2. 1998

8.30–10.00 G. Pavlič: Pouk statistike v srednji šoli pri nas in v svetu
10.30–11.15 M. Strnad, J. A. Čibej, M. Perman: Predstavitev priročnika za učitelje *Kombinatorika. Verjetnostni račun. Statistika*
11.30–13.45 Vsi mentorji: Določitev vsebin seminarskih nalog in priprava tez (delo v skupinah)

Sobota, 21. 3. oziroma 4. 4. 1998

8.30–10.00 Udeleženci in mentorji: Predstavitve in evalvacija seminarske naloge
10.30–13.30 vsebine

DMFA vljudno vabi na seminar učitelje matematike iz osnovnih in srednjih šol. Kandidati naj se prijavijo posamezno do 20. 1. 1998 s prijavnico za stalno strokovno spopolnjevanje (DZS d.d.–obr. 1,201) in vplačajo kotizacijo 1.800 SIT na žiro račun št. 50101-678-49168 DMFA, Ljubljana, Jadranska 19, z oznako „Seminar Statistika”. Udeleženec si lahko pridobi 1,5 točke, če pripravi seminarsko nalogo ali drug izdelek, ki je ocenjen pozitivno.

Koordinator seminarja
Ivana Mulec

Odgovorna oseba
Egon Zakrajšek