ZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

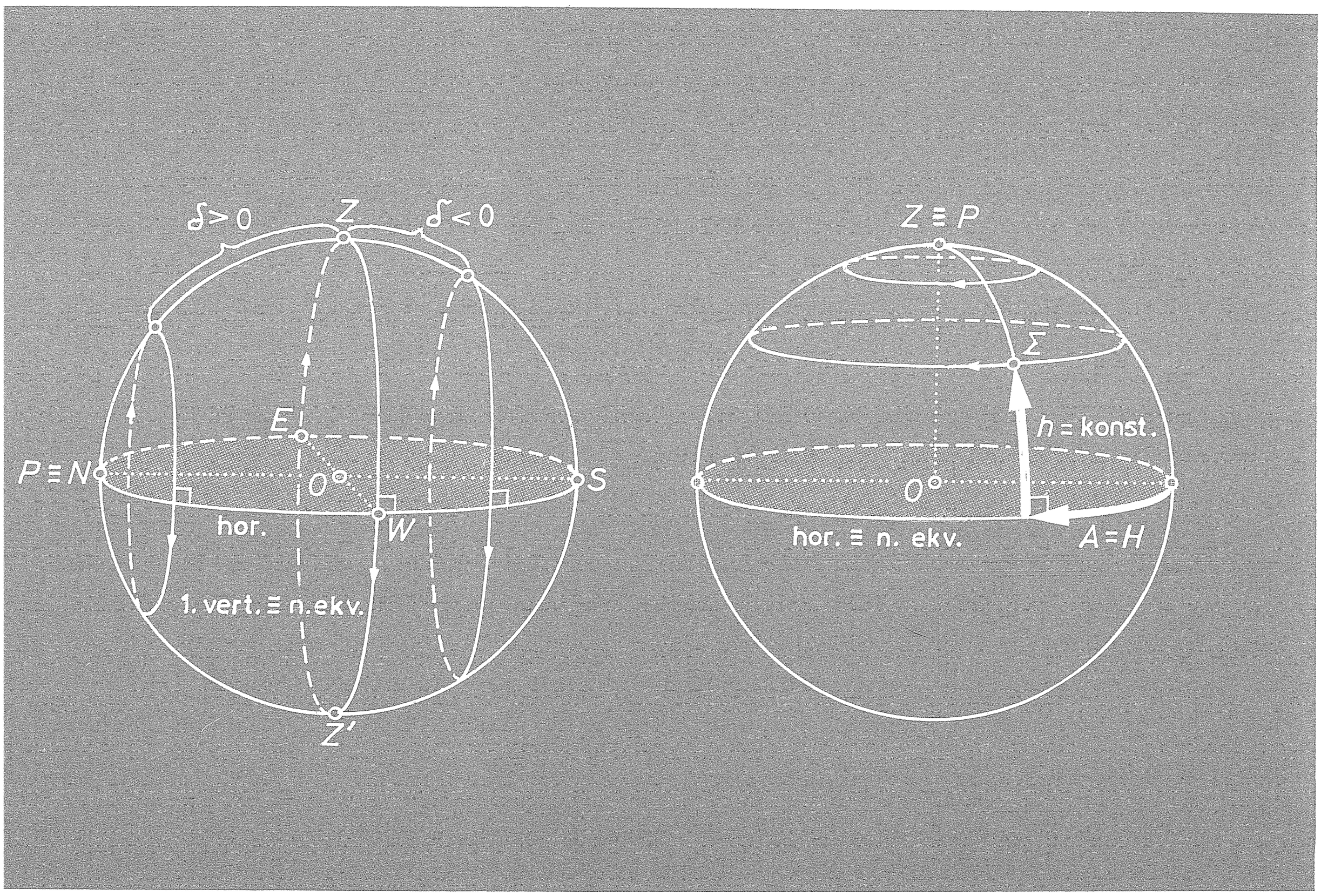
SN 0473-7446

CENTRALNA EKONOMSKA
KNJIŽNICA Ljubljana

2-177/92-5
ODPISANO

1992
Letnik 39
5

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, SEPTEMBER 1992

letnik 39, številka 5, strani 129–160

Glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, 61111 Ljubljana, Jadranska c. 19, p.p. 64, telefonska št. (061) 265-061/53, žiro račun 50101-678-47233, devizna nakazila SKB banka d.d. Ljubljana, val-27621-42961/9, Ajdovščina 4, Ljubljana.

Uredniški odbor: Mirko Dobovišek (glavni urednik), Milan Hladnik (urednik za matematiko in odgovorni urednik), Janez Strnad (urednik za fiziko), Ciril Velkovrh (urednik).

Jezikovno pregledala Marija Janežič, slike narisal Miha Štalec, računalniško oblikoval Martin Zemljič.

Odbor svetovalcev: Robert Blinc, Alojz Kodre, Peter Legiša, Anton Moljk, Mitja Rosina, Tomaž Skulj, Anton Suhadolc, Ivan Vidav.

Člani društva prejemajo Obzornik brezplačno. Celoletna članarina 800.– SIT. Naročnina v knjigarnah in za ustanove 1600.– SIT, za tujino 40 DEM. Posamezna številka za člane 150.– SIT, dvojna številka 300.– SIT, stare številke 80.– SIT.

Tisk: Tiskarna Kurir. Naklada 1450 izvodov.

Revijo sofinancirata Ministrstvo za znanost in tehnologijo ter Ministrstvo za šolstvo in šport.

Po mnenju MZT št. 415-52/92 z dne 5.2.1992 šteje revija med proizvode iz 13. točke tarifne št. 3 zakona o prometnem davku, za katere se plačuje 5% davek od prometa proizvodov.

© 1992 DMFA Slovenije – 1133 Poštnina plačana na pošti 61102 Ljubljana

---

VSEBINA — CONTENTS

Članki — Articles Str.–Page

Verjetnostni algoritmi — Probabilistic Algorithms (Janez Žerovnik) 129–139
Opazovanje in teorija — Observation and theory (Janez Strnad) 141–150
Vrtenje neba — The rotation of the sky (Marijan Prosén) 151–155
Igre narave 5. Mioni katalizirajo fuzijo — Some tricks of nature 5. Muon catalised fusion (Mitja Rosina) 157–159

Vesti — News

Obvestilo 156
Mednarodna konferenca o pouku fizike v Škofji Loki (Marjan Hribar) 159–160
Delo Jurija Vege (Tomaž Pisanski) . . . . . III–IV

Nove knjige — New books (Milan Hladnik, Sandi Klavžar, Zvonko Perat) 140, 155, 156

Utrinka (izbral in prevedel Janez Strnad) 150, 160

Na ovitku: Sliki k članku na strani 151. **Slika 2**. Navidezno gibanje zvezd na zemeljskem ekvatorju (levo). **Slika 3**. Navidezno gibanje zvezd na severnem zemeljskem polu. Višina zvezde σ je konstantna (desno).

VERJETNOSTNI ALGORITMI

JANEZ ŽEROVNIK

Math. Subj. Class. (1991) 68 R 05

Razred NP-težkih problemov zajema mnoge teoretično pa tudi praktično pomembne probleme. Ker je malo upanja, da bi za njihovo reševanje obstajali polinomski algoritmi, je bilo v zadnjih letih mnogo poskusov razvoja verjetnostnih algoritmov. Mnoge probleme v razredu NP lahko gledamo kot probleme kombinatorične optimizacije. V sestavku definiramo različne tipe verjetnostnih algoritmov in vpeljemo pojem splošnega problema kombinatorične optimizacije.

PROBABILISTIC ALGORITHMS

The class of the so-called NP-hard problems includes a number of computational problems of both theoretical and practical importance. Since it is most unlikely that there are polynomial algorithms for these problems, a number of randomized algorithms were developed recently. Many of the problems in the class NP can be seen as combinatorial optimization problems. In this paper different types of randomized algorithms and the notion of the general problem of combinatorial optimization are defined.

1. Uvod

Ideja reševanja determinističnih problemov z verjetnostnimi metodami ni nova. Začetki sistematičnega razvoja tako imenovane metode Monte-Carlo [7] segajo v 40-a leta tega stoletja. Med prvimi, ki so odkrili možnost uporabe metode za reševanje determinističnih problemov, so bili Fermi, Ulam in von Neumann.

V 80-ih letih je bilo opazno naraščajoče zanimanje za razvoj verjetnostnih tehnik za reševanje determinističnih problemov. Razloge za to lahko najdemo tako v teoriji kot v praksi. Po eni strani iskanje odgovora na znano vprašanje P=NP? (ali je razred deterministično polinomsko rešljivih problemov enak razredu nedeterministično polinomsko rešljivih problemov) prinaša nova spoznanja, kot je obstoj razreda RP (glej definicijo v nadaljevanju) ali na primer nedavno definiranega razreda IP (interactive proofs, problemi z interaktivnimi dokazi), za katerega se je izkazalo, da celo velja IP=PSPACE (v PSPACE so problemi, ki imajo prostorsko polinomsko omejene algoritme). Na drugi strani praktične potrebe silijo v razvoj algoritmov, ki za dane probleme ‚dovolj pogosto' dajejo ‚dovolj dobre' rešitve, karkoli že v različnih primerih pomeni ‚dovolj pogosto' in ‚dovolj dobro'. Na primer: pri proizvodnji velike serije čipov že za odstotek ‚boljši' načrt pomeni ogromne prihranke ali pa lahko celo predstavlja mejo med mogočim in nemogočim (vezje se da ali pa se ne da implementirati v obvladani tehnologiji). Vprašanje, ali je izboljšana rešitev zares optimalna, je za teoretika močno zanimivo, proizvajalec čipov pa je seveda že zelo zadovoljen z algoritmom, ki mu je (v končnem času) prinesel dobiček.

Članek je nastal na osnovi avtorjeve disertacije pod mentorstvom Tomaža Pisanskega. Marko Petkovšek in Milan Hladnik sta skrbno pregledala rokopis in opozorila na mnoge napake in pomankljivosti. Vsem se najlepše zahvaljujem.

V naslednjem razdelku vpeljemo pojem verjetnostnega algoritma, v tretjem razdelku pa povemo, kaj razumemo pod imenom *splošni problem kombinatorične optimizacije.* Kot posebni primer predstavimo optimizacijski problem barvanja grafa, se pravi, iskanje minimalnega števila barv, s katerimi je mogoče dobro pobarvati dani graf.

2. Verjetnostni algoritmi

V teoretičnem računalništvu (ali algoritmiki, kot bi tej veji matematike rekel Knuth) je prevladalo mnenje, da intuitivnima pojmoma lahkih in težkih problemov ustrezata razreda P in NPC. V razredu P so problemi, za katere obstajajo polinomski algoritmi. Število korakov, ki jih polinomski algoritem potrebuje za rešitev problema, ki ga lahko opišemo s podatki velikosti n (bitov, besed ali cifer), je omejeno z neko polinomsko funkcijo n-ja. V razredu NP so problemi, za katere obstajajo polinomski algoritmi, ki za dani problem in dano rešitev preverijo, ali je rešitev ustrezna. Očitno torej velja $P \subseteq NP$. V razredu NP je posebej odlikovan podrazred NP-polnih problemov, ki ga označimo z NPC. Za NP-polne probleme velja naslednje: če bi obstajal polinomski algoritem za reševanje enega od njih, potem bi obstajali polinomski algoritmi za vse probleme iz razreda NP. Krajše bi to zapisali $P=NP$. Vprašanje, ali je $P=NP$, je verjetno najbolj znan odprti problem teoretičnega računalništva. Po skoraj dvajsetih letih brez odgovora vedno bolj prevladuje mnenje, da je verjetno razred P prava podmnožica razreda NP. (Za osnovni vir lahko tukaj priporočimo na tem področju že ‚klasično' knjigo [6], v slovenščini pa na primer [12] ali [8].)

Najboljši znani algoritmi za NP-polne probleme so eksponentni, zanje je število potrebnih korakov v najslabšem primeru navzdol omejeno z eksponentno funkcijo velikosti problema. Zaradi hitre rasti eksponentnih funkcij to običajno pomeni, da ne znamo dobiti točnih rešitev že za sorazmerno majhne velikosti problemov. Če se sprijaznimo s predpostavko $P \neq NP$, potem je smiselno raziskovati algoritme, ki bodo v razumno kratkem času dajali rešitve, ki bodo ustrezali določenim zahtevam. Aproksimacijski algoritmi na primer dajejo rešitve, za katere je znano, koliko največ utegnejo odstopati od optimalne rešitve. Pri verjetnostnih algoritmih imamo lahko garancije drugačne vrste. Na primer:

- algoritme, ki vedno dajo optimalno rešitev in imajo v povprečju polinomsko časovno zahtevnost,
- algoritme s polinomsko časovno zahtevnostjo, ki dovolj pogosto dajo dobre rezultate,
- polinomske algoritme z omejeno verjetnostjo napake pri negativnem odgovoru in zanesljivim (verjetnost napake 0) pozitivnim odgovorom itd.

Primeri verjetnostnih algoritmov

Po [17] povzemimo tri probleme, ki lepo ilustrirajo moč verjetnostnih algoritmov.

Problem, ali je dano naravno število n praštevilo, je eden (doslej redkih) problemov, za katerega so znani polinomski verjetnostni algoritmi in

ni znan noben deterministični polinomski algoritem. Rabin ter Solovay in Strassen so našli različne verjetnostne polinomske algoritme z omejeno napako za ta problem. Oba algoritma temeljita na enaki ideji: vzamemo k števil i (slučajno in enakomerno) med 1 in $n-1$ in potem testiramo, če velja predikat $W(i,n)$. Predikat $W(i,n)$ se v omenjenih algoritmih razlikuje, obakrat pa ima naslednje lastnosti:

- če je n praštevilo, potem je $W(i,n) = 0$ za vse i,
- če je n sestavljeno število, potem je vsaj za polovico i-jev $W(i,n) = 1$,
- vrednost $W(i,n)$ lahko izračunamo hitro, v tem primeru v času reda velikosti $\log n$.

Težji del je seveda poiskati pravi predikat $W(i,n)$. Algoritem Solovaya in Strassna je povzet v [15]. Pri Rabinu predikat temelji na naslednjih dveh izrekih:

Izrek 1. *Če za naravno število i, $1 < i < n$, velja vsaj ena od lastnosti (i) ali (ii), potem n ni praštevilo.*

(i) $i^{n-1} \not\equiv 1 \pmod{n}$,

(ii) Obstaja tak $j \in \mathbb{N}$, da je $m = (n-1)/2^j \in \mathbb{N}$ in $1 < (i^m - 1, n) < n$.

Z (a,b) smo označili največji skupni delitelj števil a in b.

Izrek 2. *Če je n sestavljeno število, potem je vsaj za polovico števil i, $1 < i < n$, izpolnjen vsaj eden od pogojev (i) in (ii) v izreku 1.*

Pri izbranem k algoritem potrebuje $O(k \log n)$ korakov. Ker število n lahko zapišemo (npr. v desetiškem zapisu) s približno $\log n$ znakov, je algoritem linearen. Verjetnost napake algoritma je manjša od 2^{-k}.

Rabin poroča, da je s takim algoritmom v manj kot minuti ugotovil, da je $2^{400} - 593$ največje praštevilo, manjše od 2^{400}. Verjetnost napake, torej verjetnost, da je $2^{400} - 593$ sestavljeno število, je manjša od 2^{-100}!

Za drugi primer vzemimo tale problem: Dane so tri matrike reda $n \times n$: A,B in C. Ali velja $A \cdot B = C$?

Obstaja verjetnostni algoritem časovne zahtevnosti $O(n^2)$, vsi znani deterministični algoritmi pa so počasnejši.

Algoritem (Friedvals): Generiraj k slučajnih vektorjev x s komponentami iz $\{-1,1\}$ in vsakič testiraj, če velja $(A \cdot (Bx)) = C \cdot x$. Če vsaj enkrat enakost ni bila izpolnjena, potem vemo, da $A \cdot B \neq C$. Če so bili vsi testi pozitivni, potem privzamemo $A \cdot B = C$.

Da se preveriti, da je verjetnost napake algoritma manjša od 2^{-k}, časovna zahtevnost pa je $O(kn^2)$.

Kot tretji primer omenimo množenje polinomov. Dani so polinomi $p_1(x)$, $p_2(x)$ in $p_3(x)$, želimo se prepričati, ali je $p_1(x)p_2(x) = p_3(x)$.

Algoritem: Generiraj k neodvisnih slučajnih naravnih števil r iz množice $A_N = [-N+1, N]$. Za vsak r preveri številsko enačbo $p_1(r)p_2(r) = p_3(r)$. Če je n maksimalna stopnja polinomov p_1 in p_2 in stopnja p_3 ne

presega $2n$, potem vemo, da polinom $p_1 \cdot p_2 - p_3$ nima več kot $2n$ ničel. V primeru, ko je vseh k enačb izpolnjenih, je verjetnost, da ne velja $p_1(x)p_2(x) = p_3(x)$, manjša od $(n/N)^k$, torej lahko za dani $\varepsilon > 0$ izberemo tak N, da bomo imeli verjetnostni algoritem z napako, manjšo od ε, in s časovno zahtevnostjo $O(kn)$.

Tipi verjetnostnih algoritmov

Povzeli bomo definicije, potrebne za vpeljavo različnih verjetnostnih algoritmov. *Algoritem* je zaporedje korakov računskega stroja, ki se vedno ustavi v končnem številu korakov. Za računski stroj običajno vzamemo Turingov stroj, zaradi znane ekvivalentnosti v smislu polinomske prevedljivosti (klasičnih) računskih modelov pa smemo izbrati tudi na primer pascalski stroj [12,11]. Dokaze ekvivalentnosti računskih modelov najdemo na primer v [1]. Po Churchevi tezi ti modeli natanko ustrezajo intuitivnemu pojmu izračunljivosti. Karkoli se da izračunati, je mogoče realizirati v kateremkoli od ekvivalentnih modelov. Algoritme smemo torej zapisovati v kateremkoli ‚klasičnem' programskem jeziku. Podrobnejšo obravnavo verjetnostnega modela računanja z definicijo *verjetnostnega Turingovega stroja* najdemo v [15]. O Turingovem stroju in Churchevi tezi pa je pisal tudi že Obzornik [13].

Algoritem, pri katerem so vsi koraki natanko določeni s podatki, imenujemo *deterministični* algoritem. Časovno zahtevnost determinističnega algoritma definiramo takole: $f(n)$ je *časovna zahtevnost* algoritma $\mathcal{A}$, če za vsak primerek problema velikosti n algoritem potrebuje največ $f(n)$ korakov. Če je funkcija $f(n)$ polinom, potem algoritmu rečemo *polinomski.*

Iz tehničnih razlogov so razredi problemov definirani kot razredi jezikov, ki jih razpoznavamo s Turingovim strojem. S tem pokrijemo odločitvene probleme, pri katerih je rezultat lahko samo ena od dveh vrednosti: ‚DA' ali ‚NE'. S tehniko polinomske prevedljivosti definicijo razširimo na druge tipe problemov. Običajno velja, da se da optimizacijskemu problemu naravno prirediti odločitveni problem, tako da sta med seboj polinomsko prevedljiva. V splošnem je mogoče odločitveni problem polinomsko prevesti na optimizacijski problem. Če torej znamo v polinomskem času rešiti optimizacijski problem, se da v polinomskem času rešiti tudi ustrezni odločitveni problem. V drugo smer izreka v splošnem ne znamo dokazati, za mnoge konkretne probleme pa so dokazi znani. Za problem barvanja grafa je obratni izrek povzet na primer v [12].

Za formalno definicijo verjetnostnega algoritma običajno definiramo verjetnostni model računanja z verjetnostnim Turingovim strojem. Zaradi ekvivalentnosti determinističnih modelov pa si lahko privoščimo razširitev definicije pascalskega stroja z vpeljavo funkcije, ki nam vrne slučajno število.

Predpostavimo, da ima naš pascalski stroj (hitro) funkcijo *random*, ki vrne neko število. Vrednosti funkcije naj bodo enakomerno porazdeljena števila iz intervala $[0, 1)$. V konkretnem modelu (kot je npr. tipični pascalski stroj) imamo vedno samo končno mnogo racionalnih števil, ki jih stroj loči. V idealnem primeru, ki ga tu predpostavljamo, nam funkcija *random*

generira vsa ta števila z enako verjetnostjo. Mimogrede omenimo, da realizacija dobrega generatorja slučajnih števil nikakor ni enostavna.

Če algoritem kakšen korak naredi v odvisnosti od vrednosti funkcije *random*, mu pravimo *verjetnostni* algoritem. Koraki verjetnostnega algoritma torej niso natanko določeni vnaprej, s podatki. Tudi rezultat verjetnostnega algoritma v splošnem ni natanko določen, ampak je vrednost neke slučajne spremenljivke. Podobno je čas oziroma število korakov, ki so potrebni za izvajanje algoritma, vrednost slučajne spremenljivke. Označimo s $T_{\mathcal{A},r}(I)$ število korakov, ki jih potrebuje algoritem $\mathcal{A}$ na primerku I problema P pri znanem zaporedju uporabljenih slučajnih števil r. Podobno naj $R_{\mathcal{A},r}(I)$ označuje rezultat algoritma. V posebnem primeru, ko je problem odločitveni, je rezultat lahko ena od dveh vrednosti {DA,NE} (ali $\{1,0\}$ itd.), v drugih primerih pa je rezultat algoritma lahko tudi kak kombinatorični objekt. Z $R_{\mathcal{A}}(I)$ in $T_{\mathcal{A}}(I)$ označimo slučajni spremenljivki z zalogama vrednosti $\{R_{\mathcal{A},r}(I)\}$ in $\{T_{\mathcal{A},r}(I)\}$ in verjetnostno funkcijo $\Pr\{r\}$, ki pomeni verjetnost, da bo algoritem uporabil zaporedje števil r. Povprečni čas algoritma $\mathcal{A}$ na primerku I definiramo z vsoto

$$\bar{T}_{\mathcal{A}}(I) = \sum_r T_{\mathcal{A},r}(I) \Pr\{r\}\,.$$

Verjetnost, da je rezultat algoritma ravno enak y, je

$$\Pr\{R_{\mathcal{A}}(I) = y\} = \sum_{R_{\mathcal{A},r}(I)=y} \Pr\{r\}\,.$$

Če za eno od vrednosti $y \in \{0,1\}$ velja $\Pr\{R_{\mathcal{A}}(I) = y\} > \frac{1}{2}$, potem lahko za odločitveni problem definiramo *funkcijo, ki jo izračunava* algoritem $\mathcal{A}$:

$$\text{če za } y \text{ velja } \Pr\{R_{\mathcal{A}}(I) = y\} > \frac{1}{2}, \text{ potem je } \varphi_{\mathcal{A}}(I) = y;$$

in *verjetnost napake* algoritma $\mathcal{A}$:

$$N_{\mathcal{A}}(I) = \begin{cases} \Pr\{R_{\mathcal{A}}(I) \neq \varphi_{\mathcal{A}}(I)\}, & \text{če je } \varphi_{\mathcal{A}}(I) \text{ definirano} \\ \textit{nedefinirano}, & \text{sicer} \end{cases}$$

Običajno se omejimo na algoritme z omejeno verjetnostjo napake, torej takšne, za katere obstaja število ε z lastnostjo $0 < \varepsilon < \frac{1}{2}$, tako da velja $N_{\mathcal{A}}(I) < \varepsilon$ za vsak primerek I. Rečemo, da je odločitveni problem, za katerega obstaja polinomski algoritem z omejeno verjetnostjo napake, element razreda BPP (angl. bounded probability polynomial).

Omenimo še dva razreda odločitvenih problemov. Če obstaja tak $\varepsilon < \frac{1}{2}$ in tak polinom f, da za vse primerke I problema P velja

$$\begin{aligned} N_{\mathcal{A}}(I) &= 0, && \text{če } \varphi_{\mathcal{A}}(I) = 1 \\ N_{\mathcal{A}}(I) &\leq \varepsilon, && \text{če } \varphi_{\mathcal{A}}(I) = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

in $T_{\mathcal{A},r}(I) \leq f(n)$ za vsak r in za vsak I velikosti $|I| = n$, potem je algoritem $\mathcal{A}$ RP-algoritem, problem P pa je element razreda RP (angl. random polynomial). Primer takega algoritma je na primer Rabinov algoritem za testiranje, ali je dano število praštevilo, ki smo ga omenili v začetku tega razdelka.

Če za neki polinom f za vse primerke I problema P velja $N_{\mathcal{A}}(I) = 0$ in $\bar{T}_{\mathcal{A}}(I) \leq f(n)$ za vsak I, velikosti $|I| = n$, potem je algoritem $\mathcal{A}$ ZPP-algoritem, problem P pa je element razreda ZPP (angl. zero_error probability polynomial).

Algoritmi (in problemi) tipov RP in ZPP, za katere ne poznamo determinističnih polinomskih algoritmov, so razmeroma redki. Pogostejši pa so algoritmi, ki imajo povprečno polinomsko časovno zahtevnost, če povprečje potrebnega časa gledamo po vseh primerkih problema določene velikosti namesto po vsakem primerku posebej. Za mnoge NP-polne probleme se je izkazalo, da je število ‚lahkih' primerkov sorazmerno veliko.

Definirajmo povprečni čas algoritma na primerkih velikosti n

$$\bar{T}_{\mathcal{A}}(n) = \frac{1}{|\{I; |I| = n\}|} \sum_{|I|=n} \bar{T}_{\mathcal{A}}(I)$$

in povprečno napako

$$\bar{N}_{\mathcal{A}}(n) = \frac{1}{|\{I; |I| = n\}|} \sum_{|I|=n} N_{\mathcal{A}}(I).$$

Če velja $\bar{N}_{\mathcal{A}}(n) \to 0 \quad (n \to \infty)$ in $T_{\mathcal{A}}(I) \leq f(n)$ za vsak I, velikosti $|I| = n$ za neki polinom f, potem je algoritem $\mathcal{A}$ tipa *Monte Carlo*.

Algoritmi tipa *Las Vegas* pa so tisti, ki imajo verjetnost napake 0, povprečni čas izvajanja po vseh primerkih problema iste velikosti pa je omejen s polinomsko funkcijo. Formalno: obstaja tak polinom f, da za vsak I velikosti $|I| = n$ velja $N_{\mathcal{A}}(I) = 0$ in $\bar{T}_{\mathcal{A}}(n) \leq f(n)$.

Pri algoritmih, ki se lahko izvajajo različno dolgo, kot na primer algoritem $\mathcal{RLS}$ (prim. definicijo v naslednjem razdelku), je koristno, če poznamo oceno, kako napaka algoritma pada s številom korakov.

Definirajmo še en tip garancije kvalitete algoritma. S $P_{\mathcal{A}}(I, n)$ bomo označili verjetnost, da je algoritem $\mathcal{A}$ našel optimalno (ali pravilno) rešitev primerka I v n korakih. Če za algoritem $\mathcal{A}$ na vsakem primerku I velja

$$\lim_{n \to \infty} P_{\mathcal{A}}(I, n) = 1 \tag{2}$$

bomo rekli, da verjetnostni algoritem *konvergira*. Zelo pomembno je tudi to, kako hitro se $P_{\mathcal{A}}(I, n)$ približuje 1. Pri primerjavi hitrosti konvergence je potrebno paziti, da bomo čas izvajanja (število korakov) merili ‚pošteno', torej v primerljivih časovnih enotah.

Vemo, da velja $P \subseteq ZPP \subseteq RP \subseteq NP \subseteq BPP$, verjetno pa so vse inkluzije prave. Omenimo še zanimivo ugotovitev, da problem iz razreda RP ustreza pojmu praktično rešljivega problema. Velja namreč naslednje: Z ustreznim številom ponovitev lahko verjetnost napačnega odgovora poljubno zmanjšamo ob še vedno polinomski časovni zahtevnosti. Ko postane verjetnost napake algoritma manjša od verjetnosti napake strojne opreme (hardware), je s praktičnega stališča algoritem (dovolj) zanesljiv.

3. Problemi kombinatorične optimizacije

Mnoge diskretne optimizacijske probleme lahko gledamo kot posebne primere *splošnega problema kombinatorične optimizacije*, ki ga bomo definirali v tem razdelku.

Splošni problem kombinatorične optimizacije

Dana naj bo (končna ali števna) množica objektov $\mathbf{S}$. Elementom $\mathbf{S}$ rečemo *dopustne rešitve* ali *stanja*. Množica $\mathbf{S}$ je lahko podana opisno, včasih pa se moramo zadovoljiti s tem, da je dan algoritem, ki konstruira elemente iz $\mathbf{S}$. V obeh primerih bomo privzeli, da obstaja verjetnostni algoritem $\mathcal{R}$, ki generira elemente iz $\mathbf{S}$ in ima naslednjo lastnost: za poljubni objekt $x \in \mathbf{S}$ je verjetnost dogodka, da je $\mathcal{R}$ zgeneriral ravno x, pozitivna, se pravi

$$P\{\mathcal{R} = x\} = p_x > 0. \tag{3}$$

Lahko rečemo, da je $\mathcal{R}$ slučajna spremenljivka z zalogo vrednosti $\mathbf{S}$. Lep posebni primer dobimo, če je množica $\mathbf{S}$ končna in če $\mathcal{R}$ generira vse elemente množice $\mathbf{S}$ z enako verjetnostjo. Na množici $\mathbf{S}$ je definirana *stroškovna funkcija* $c : \mathbf{S} \to \mathbb{C}$. Za množico vrednosti $\mathbb{C}$ lahko vzamemo na primer množico celih števil $\mathbb{Z}$ ali realnih števil $\mathbb{R}$. Naloga je poiskati minimum stroškovne funkcije c na množici objektov $\mathbf{S}$.

Definicija 1. *Splošni problem kombinatorične optimizacije je družina primerkov. Primerek je par* $(\mathbf{S}, c)$, *kjer je* $\mathbf{S}$ *množica (dopustnih rešitev),* c *pa je preslikava* $c : \mathbf{S} \to \mathbb{C}$ *(stroškovna funkcija). Treba je poiskati tak* $x_{min} \in \mathbf{S}$, *da velja*

$$c_{min} = c(x_{min}) = \min_{x \in \mathbf{S}} c(x)\,. \tag{4}$$

Problem iskanja maksimuma definiramo analogno (ekvivalenten je problemu minimuma na isti množici $\mathbf{S}$ s stroškovno funkcijo $\tilde{c} = -c$).

V [11] pravkar definirane pojme imenujejo nekoliko drugače. Primerku problema rečejo naloga, stroškovna funkcija pa je namenska ali ciljna funkcija.

V tem sestavku se bomo omejili na probleme s končno množico $\mathbf{S}$. Čeprav končna, pa je množica $\mathbf{S}$ pogosto zelo obsežna (njena velikost je pogosto eksponentna funkcija velikosti problema). Na primer: pri problemu barvanja točk grafa imamo pri n točkah k^n različnih barvanj s k barvami. V

tej množici barvanj iščemo dobra barvanja, pri katerih sta poljubni sosednji točki pobarvani z različnima barvama. Za drugi primer omenimo problem trdnjav na šahovnici, kjer moramo na šahovnici v obliki n-razsežne kocke z robom 3 s čim manj trdnjavami napasti vsa polja. Podatek je samo število n (dimenzija šahovnice), za množico dopustnih rešitev pa običajno vzamemo vse možne postavitve trdnjav, ki jih je kar 2^{3^n}.

Zaradi obsežnosti pregledovanje vse množice $\mathbf{S}$ običajno ne pride v poštev. Pri NP-polnih problemih je pregled množice $\mathbf{S}$ algoritem eksponentnega reda. Doslej še nikomur ni uspelo odkriti algoritma, ki bi bil bistveno hitrejši (ki bi imel časovno zahtevnost manj kot eksponentnega reda). Ker verjetno velja hipoteza P$\neq$NP, je za to tudi kaj malo upanja.

Pri obravnavi splošnega problema kombinatorične optimizacije $(\mathbf{S}, c)$ bomo privzeli, da sta dana verjetnostna algoritma $\mathcal{R}$ $(\mathcal{R} : \emptyset \to \mathbf{S})$ in $\mathcal{N}$ $(\mathcal{N} : \mathbf{S} \to \mathbf{S})$. Množico $\mathbf{N}(x) = \{y | P(\mathcal{N}(x) = y) > 0\}$ imenujemo *soseščina* točke $x \in \mathbf{S}$. Smiselno je privzeti $x \notin \mathbf{N}(x)$. Z algoritmom $\mathcal{N}$ na naraven način vpeljemo razdaljo v množici $\mathbf{S}$, ki inducira neko topologijo. Z izbiro soseščin $\mathbb{N}(x)$ je definiran graf s povezavami $x \sim y$ $(x \sim y \iff y \in \mathbf{N}(x))$ na množici točk $\mathbf{S}$, ki ga opremimo z običajno metriko najkrajših poti, le-ta pa določa metrično topologijo. V opisani metriki so $\{x\} \cup \mathbf{N}(x)$ ravno enotske krogle.

Pogosto je za dani problem mogoče na več načinov smiselno definirati pojem soseščine. V takih primerih nam različne izbire v splošnem dajo različne topologije na množici $\mathbf{S}$, s tem pa tudi različno obnašanje splošnih algoritmov, ki jih bomo definirali v nadaljevanju. Nas bo tu poleg topologije seveda zanimala tudi učinkovitost (hitrost) algoritma $\mathcal{N}$. Običajno lahko pričakujemo, da bomo imeli ali hiter algoritem $\mathcal{N}$ in „grdo" topologijo (z mnogimi lokalnimi ekstremi) ali pa obratno, „lepo" topologijo, vendar počasen algoritem $\mathcal{N}$. Za primerjavo različnih splošnih algoritmov je pomembno tudi razmerje med časovnima zahtevnostma algoritmov $\mathcal{N}$ in $\mathcal{R}$.

Brž ko privzamemo, da imamo dan algoritem $\mathcal{N}$ in z njim topologijo, lahko definiramo *lokalni minimum* na $\mathbf{S}$:

Točka y je lokalni minimum, če velja $c(y) \leq c(x)$ za vsak $x \in \mathbb{N}(y)$.

Analogno lahko definiramo *lokalni maksimum.*

Za reševanje splošnega problema kombinatorične optimizacije je znan enostavni algoritem, ki ga bomo imenovali algoritem *lokalna optimizacija* (angl. randomised local search $\mathcal{RLS}$).

Algoritem $\mathcal{RLS}$: (lokalna optimizacija)
ponavljaj
    generiraj slučajno začetno stanje $x = \mathcal{R}$
    1:ponavljaj
        poišči naslednjega soseda
        če je boljši **potem** premakni se (in skoči na 1)
    dokler ni množica sosedov izčrpana
dokler ni preveč korakov

Enostaven premislek nas pripelje do ugotovitve, da se notranja zanka konča v lokalnih minimumih. V nobenem primeru v notranji zanki algoritem ne more iz lokalnega minimuma. To, da se ‚ustavi' v lokalnih ekstremih, je tudi glavna zamera, ki jo temu algoritmu namenjajo kritiki. Argument je tembolj tehten, kolikor je $\mathcal{N}$ učinkovitejši od algoritma $\mathcal{R}$.

O časovni zahtevnosti tako splošnega algoritma se ne da povedati veliko. Prav mogoče je, da je celo za eno samo iskanje lokalnega optimuma potreben nepolinomski računski čas. Zadostuje, da so okolice dovolj ‚bogate'. O tem nas prepriča trivialni primer: vedno je mogoče definirati soseščino tako, da so vse dopustne rešitve dosegljive ena iz druge. Za $\mathcal{N}$ vzamemo kar $\mathcal{R}$ iz definicije problema kombinatorične optimizacije. V tem primeru potrebujemo za pregled ene same okolice $O(|\mathbf{S}|)$ časa! (Za tolažbo pa bomo optimalno rešitev zanesljivo dobili.)

V primerih, ko so soseščine zelo velike, včasih uporabimo različico algoritma, ki ne pregleduje vse množice $\mathbb{N}(.)$. To naredimo tako, da namesto vrstice ‚poišči naslednjega soseda' v algoritmu uporabimo algoritem $\mathcal{N}$, ki nam vrne naključno izbranega soseda. Potem je potrebno spremeniti tudi pogoj za izstop iz notranje zanke. Novi pogoj se na primer lahko glasi **ponavljaj, dokler ni** ‚dovolj dolgo' so bili generirani sami slabši sosedi. ‚Dovolj dolgo' lahko definiramo različno glede na to, kako hiter algoritem želimo in glede na to, kako zanesljivo in koliko dobre rešitve potrebujemo. Opisana različica je osnova za posplošitev na tako imenovane ‚plezalne' algoritme, med katerimi je morda najbolj znan algoritem *ohlajanje* [10].

Primer problema kombinatorične optimizacije

Problem barvanja grafa je široko poznan predvsem zaradi posebnega primera, problema štirih barv. Kot je znano, sta leta 1976 Appel in Haken dokazala, da je s štirimi barvami mogoče (po točkah) pobarvati vsak ravninski graf, in tako rešila problem, ki je bil kar 100 let nerešen. Ne glede na problem štirih barv sta optimizacijski problem barvanja grafa (poišči minimalno število barv za barvanje danega grafa) in odločitveni problem barvanja grafa (ali je dani graf k-obarvljiv?) za $k \geq 3$ zanimiva v teoriji časovne zahtevnosti algoritmov, saj sta primera NP-polnih problemov. Tu problem predstavimo kot posebni primer splošnega problema kombinatorične optimizacije.

Klasični primer praktične uporabe problema barvanja grafa je problem shranjevanja nevarnih snovi. Imamo seznam kemikalij in za vsako od njih podatke, s katerimi drugimi kemikalijami je ne smemo hraniti v istem prostoru. Ali jih lahko skladiščimo v npr. 5 prostorih? Koliko najmanj prostorov potrebujemo? Drugi primer je sestava urnika in sorodni problemi razporejanja.

Tukaj nas problem zanima predvsem kot primer NP-polnega problema.

Bodi $G = (V, E)$ poljuben graf z množico točk V in množico povezav E. *Barvanje* grafa G (po točkah) je vsaka preslikava b, ki točkam grafa priredi barve, $b : V \to C$. Za množico barv C običajno vzamemo kar množico naravnih števil $\mathbb{N}$ ali kakšno njeno podmnožico $\{1, 2, \ldots, k\}$. Barvanje b je *dobro*, če velja

$$\{u, v\} \in E \Longrightarrow b(u) \neq b(v)\,.$$

Poljubni povezani točki sta torej v dobrem barvanju pobarvani z različnima barvama. Barvanju, v katerem ne uporabimo več kot k barv, rečemo *k-barvanje*. Če za graf G obstaja vsaj eno k-barvanje, pravimo, da je graf G k-obarvljiv.

Pri danem naravnem številu k *odločitveni* problem barvanja grafa zastavimo takole:

Vhod: graf $G = (V, E)$.

Vprašanje: Ali je graf G k-obarvljiv?

Za $k \geq 3$ je odločitveni problem barvanja grafa NP-poln. To je dokazal že Karp v enem od prvih člankov s tega področja [9].

Minimalno število barv, potrebnih za dobro barvanje grafa G, imenujemo *barvnost grafa* ali *kromatično število* in označimo s $\chi(G)$. Za dani graf poiskati $\chi(G)$ je *optimizacijski problem* barvanja grafa.

Pri odločitvenem problemu za dopustne rešitve običajno vzamemo kar vsa barvanja. Tipična majhna sprememba (algoritem $\mathcal{N}$) je sprememba barve ene ali majhnega števila točk. Seveda iščemo dobra barvanja. Pri optimizacijskem problemu lahko, upoštevaje kakšno od ocen za kromatično število, ravnamo podobno. Druga možnost je v tem primeru za dopustne rešitve vzeti samo dobra barvanja. Pri generiranju pa je potem treba paziti, da dobrega barvanja ne pokvarimo, kar nekoliko zaplete algoritem $\mathcal{N}$.

Za konec preglejmo nekaj teoretičnih rezultatov o težavnosti problema.

Najprej omenimo rezultat Gareya in Johnsona, ki daje malo upanja, da je mogoče odkriti dober aproksimacijski algoritem. Njun izrek se glasi [5]:

Izrek 3 (Garey, Johnson 1976). *Bodita $r < 2$ in d poljubni konstanti. Če obstaja polinomski algoritem $\mathcal{A}$, ki poišče barvanje danega grafa G z*

$$A(G) < r\chi(G) + d$$

barvami, potem obstaja algoritem, ki poišče $\chi(G)$-barvanje grafa G v polinomskem času.

Če se zadovoljimo z algoritmi, ki dajejo dobre rezultate v povprečju, potem je upanja nekaj več. Znano je, da enostavni algoritmi, na primer znani algoritem Welsha in Powella [16], v povprečju sploh niso slabi. Poleg tega je znano, da je za eksaktni algoritem, ki preveri k-obarvljivost grafa G, povprečna časovna zahtevnost konstantna. Tu je povprečje vzeto po vseh grafih, med njimi pa je veliko takih, za katere zelo hitro vidimo, da niso k-obarvljivi. Turner je nedavno pokazal, da so težki primerki za problem k-obarvljivosti z rastočim številom točk vedno redkejši [14]. V istem članku predlaga algoritem tipa Monte Carlo. Znan je tudi algoritem tipa Las Vegas za odločitveni problem k-barvanja grafa [3].

Odločitveni problem barvanja grafa je torej NP-poln problem, pri katerem je skoraj vse primerke mogoče ugnati v polinomskem času. Fraza ‚skoraj vse primerke problema' pomeni, da se delež preostalih primerkov (z lastnostjo Π) z velikostjo problema približuje 0 (glej npr. [4]), točneje

$$\Pr\{G_n \textit{ ima lastnost } \Pi\} \to 0 \quad (n \to \infty), \tag{5}$$

kjer je G_n graf na n točkah (iz obravnavanega modela slučajnih grafov). Podobni rezultati so znani tudi za nekatere druge NP-polne probleme.

Omenimo še Edwardsov rezultat, ki dokazuje, da je težke grafe treba iskati med bolj ‚redkimi' grafi. Najprej definirajmo za dano naravno število k in racionalno število α problem $\Pi(k, \alpha)$ takole:

Vhod: graf $G = (V, E)$ z $|V| = n$ in navzdol omejeno minimalno stopnjo točke $\delta(G) \geq \alpha n$

Vprašanje: Ali je G k-obarvljiv?

Edwards je dokazal [2]:

Izrek 4 (Edwards 1986). *Za vsak $k \geq 3$ velja:*
(i) za $0 \leq \alpha \leq (k-3)/(k-2)$ je problem $\Pi(k, \alpha)$ NP-poln,
(ii) za $\alpha > (k-3)/(k-2)$ obstaja polinomski algoritem za problem $\Pi(k, \alpha)$.

LITERATURA

[1] A. V. Aho, J E. Hopcroft, J. D. Ullman, *The Design and Analysis of Computer Algorithms*, Addison-Wesley, Reading, Mass., (1974).

[2] K. Edwards, *The complexity of colouring problems on dense graphs*, Theor. Comp. Sci. **3** (1986) 123–147.

[3] J. A. Ellis, P. M. Lepolesa, *A Las Vegas graph colouring algorithm*, The Computer Journal **32** (1989) 474–476.

[4] R. Erdős, J. Spencer, *Probabilistic Methods in Combinatorics*, Akadémiai Kiadó, Budapest 1974.

[5] M. R. Garey, D. S. Johnson, *The complexity of near-optimal graph coloring*, Journal of the ACM **23** (1976) 43–49.

[6] M. R. Garey, D. S. Johnson, *Computers and Intractability*, W. H. Freeman and Co., San Francisco 1979.

[7] J. M. Hammersley, D. C. Handscomb, *Monte Carlo Methods*, Methuen, London 1967.

[8] J. E. Hopcroft, J. D. Ullman, *Uvod v teorijo avtomatov, jezikov in izračunov*, (prev. B. Vilfan), Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana 1986.

[9] R. M. Karp, *Reducibility among combinatorial problems*, v Complexity of Computer Computations (ur. Miller, Thatcher), Plenum Press, New York 1972, 85–103.

[10] S. Kirckpatrick, C. D. Gellat Jr., M. P. Vecchi, *Optimization by simulated annealing*, Science **220** (1983) 671–680.

[11] S. Klavžar, M. Lokar, M. Petkovšek, T. Pisanski, *Diskretna optimizacija*, DMFA SRS, Ljubljana 1986.

[12] M. Petkovšek, T. Pisanski, *Izbrana poglavja iz računalništva, I. del*, DMFA SRS, Ljubljana 1982.

[13] T. Pisanski, *Izračunljivost in rešljivost*, Obzornik mat. fiz. **25** (1978) 41–54.

[14] J. S. Turner, *Almost all k-colorable graphs are easy to color*, Journal of Algorithms **9** (1988) 63–82.

[15] J. Žerovnik, *Verjetnostni model računanja*, Informatica (1989) številka 1, 58–66.

[16] D. J. A.Welsh, M. B. Powell, *An upper bound for the chromatic number of a graph and its application to timetabling problems*, The Computer Journal **10** (1967), 85–86.

[17] D. J. A. Welsh, *Randomised algorithms*, Discrete Applied Math. **5** (1983) 133–145.

NOVE KNJIGE

STILLWELL J., Mathematics and its history, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York 1989, 371 str.

Stillwellovo knjigo bi moral imeti vedno pri roki vsak matematik. V dvajsetih zaokroženih, dobro premišljenih in privlačno napisanih poglavjih obravnava v jeziku sodobne matematike poglavitna vprašanja, s katerimi so se ubadali največji matematiki od antike do današnjih dni. Avtor prične s Pitagorovim izrekom in grško matematiko, nadaljuje z reševanjem polinomskih enačb, razvojem analitične in projektivne geometrije, nastankom infinitezimalnega računa in vplivom mehanike. Nato obravnava vlogo kompleksnih števil v algebri, teoriji krivulj in funkcijski teoriji ter pomen eliptičnih funkcij. Nadalje se ukvarja z diferencialno in neevklidsko geometrijo, na kratko se dotakne teorije grup, zaključi pa s topologijo, teorijo množic in logiko. Od klasičnih področij matematike, ki so v standardnem repertoarju visokošolskega poučevanja matematike, nekatera manjkajo (verjetnostni račun, Fourierove vrste, matrike in vektorski prostori), kar pa je zaradi omejenega obsega razumljivo. Vsak tak pregled je nujno izbor, sestavljen bolj ali manj po avtorjevem okusu.

Pri vsaki temi avtor pove, od kod izvira, predstavi glavne dosežke (včasih tudi najnovejše) in poglavje zaključi s kratko biografijo enega ali dveh najpomembnejših ustvarjalcev obravnavane teorije. Zaradi obilice raznovrstne snovi ne more biti namenjeno prav veliko prostora posamezni temi, zato so zelo koristni avtorjevi napotki k izbrani literaturi, kjer najdemo dodatne informacije o temi, ki nas zanima.

Čeprav kratek in jedrnat, slog pisanja ni pust. Sem in tja vplete avtor tudi bolj splošna razmišljanja (npr. o neskončnosti v grški matematiki, o vplivu aritmetike na geometrijo in obratno, o razliki med odkrivanjem novih izrekov in njihovem dokazovanju ali o perspektivi v slikarstvu). Po večini pa v knjigi le prevladujejo čisto matematična vprašanja. Ob koncu razdelkov je običajno tudi manjše število nalog, v katerih je prepuščeno bralcu, da sam izpelje to ali ono formulo. Prav za prav je presenetljivo, koliko prave visokošolske matematike je v knjigi, ki ni učbenik in je konec koncev le namenjena širši javnosti. Avtorjev cilj pač ni zgodovina matematike zaradi zgodovine, ampak mu je cilj sama matematika, predstavitev njenih idej in prikaz njihovega razvoja.

Na knjigo lahko gledamo kot na prijetno dopolnilo k učbenikom matematike. Povečuje nam splošno razgledanost po matematiki. V njej namreč odkrijemo (zgodovinsko in vsebinsko) motivacijo za vpeljavo marsikaterega znanega matematičnega pojma. To motivacijo smo vsaj nekateri med študijem pogrešali. Takrat je bilo komaj dovolj časa zgolj za formalno izpeljevanje in dokazovanje novih rezultatov.

Milan Hladnik

OPAZOVANJE IN TEORIJA[1]

JANEZ STRNAD

PACS 01.40Ej

Zakonov fizike ne moremo izpeljati zgolj iz opazovanj. Domišljija in tvegane domneve so pomembni sestavni deli fizike. Vsako zamisel pa je treba preskusiti z opazovanjem ali merjenjem pri poskusih. Ogrodje fizike sestavljajo izjave, ki jih je mogoče z merjenjem ovreči, a ki prestanejo preskuse. Skupaj z dogovori in definicijami jih vgradimo v teorije. S takim razmišljanjem si lahko pomagamo, ko presojamo vlogo raznih oblik v poučevanju fizike.

OBSERVATION AND THEORY

Laws of physics cannot be deduced from experiment. Imagination with bold hypothesizing is the other essential ingredient of physics. However, each assumption has to be put to the acid test of observation and measurement. Falsifiable statements that survive repeated tests form the backbone of physics. Together with definitions and conventions they are built into theories. Such considerations can be of help in recognizing the role of various forms in physics education.

1. Uvod

V zadnjih desetletjih se raziskovalci spoznavanja veliko ukvarjajo z učenci. Te težnje večkrat zajamejo s pojmom *konstruktivizem.* Njegova opredelitev ni enotna in sega od splošnega prepričanja, da mora v poučevanju aktivno sodelovati tudi učenec, do ostrejših trditev, da učenec spoznava svet tako, da si o njem ustvarja slike in celo, da pri tem ravna podobno kot raziskovalec [1]. Kaže, da se je ob tem zmanjšal vpliv zgodovine in filozofije fizike na poučevanje. Na to le redkokdo opozori, saj med fiziki in učitelji fizike filozofija fizike ni priljubljena. Kljub zadržkom poskusimo na hitro pregledati nekatere osnovne misli s te strani, ki bi utegnile koristiti poučevanju. Zaustavimo se ob teorijah, količinah, poskusih in pojmovnih zasnovah. Namesto sklepa navedemo v premislek nekaj mogočih stališč. Našemu razglabljanju bi kdo utegnil pripisati *strukturalistično* izhodišče. Vendar se zdi vzdevanje takih imen precej nepotrebno, saj naj bi si navsezadnje vsi, fiziki, učitelji fizike in raziskovalci spoznavanja, prizadevali za izboljšanje poučevanja. Pribijmo: prispevek se nikakor ne zavzema za korenite spremembe v poučevanju fizike, ampak se samo sprašuje, kako bi lahko razglabljanje učiteljev fizike o fiziki sami iz ozadja vplivalo na izboljšanje sedanjega poučevanja.

2. Teorije v fiziki

Fizika je osnovna znanost o naravi in njeni osnovni gradniki so *teorije.* Pri poučevanju v srednji šoli in na prvi stopnji visoke šole se lahko omejimo na sprejete teorije: Newtonovo mehaniko, termodinamiko in Maxwellovo

[1] Prirejeno po predavanju na mednarodni konferenci Poskus v poučevanju fizike julija 1992 v Škofji Loki.

elektrodinamiko iz klasične fizike in kvantno mehaniko, relativistično mehaniko in statistično mehaniko iz moderne. Sprejeta teorija mora biti notranje skladna, se pravi, da njen del ne sme nasprotovati drugemu delu, ne sme nasprotovati drugim sprejetim teorijam, biti mora preprosta, plodna in zajame naj vse pojave z danega območja. Poleg tega naj bi napovedala tudi pojave, ki jih ob njenem nastanku morebiti še niso poznali.

Poudariti kaže, da spoznajo srednješolci samo dele teorij in ne morejo dobiti pregleda nad njimi. Ali ni učenec podoben planincu? Ta iz daljave občuduje oddaljeni vrh, na začetku vzpona vidi samo pobočji doline, po kateri hodi, s prvega grebena lahko pregleda to dolino, z vse višjih grebenov več in več dolin in šele z vrha se mu odpre razgled po vsej pokrajini. Podobno gre učenec v srednji šoli hitro po nižjih dolinah, študent fizike doseže na koncu enega izmed grebenov, na vrhu pa je maloštevilna družba priznanih fizikov.

V sprejeti fizikalni teoriji je mogoče ločiti tri dele: *območje izkušenj*, *korespondenčna pravila* in *matematični formalizem* [2]. Območje izkušenj zajema opazovanja in merjenja pri poskusih. Matematični formalizem prevzamemo iz matematike in ga je mogoče izpeljati iz majhnega števila aksiomov. Korespondenčna pravila preslikajo podatke z območja izkušenj na nekatere izmed elementov matematičnega formalizma. Teh pravil ni mogoče izpeljati iz izkušenj, zajamemo jih z območij zunaj fizike, na primer z območja navad, prepričanja, smisla za urejenost ali simetrijo [3]. Na osnovi katerega koli niza podatkov je mogoče sestaviti teorijo, ki reproducira niz. Zato logični empiristi območja izkušenj nimajo za sestavni del teorije [4]. Ločen od drugih zgubi del teorije svoj pomen: goli formalizem je le igra s simboli, gola korespondenčna pravila pa kvečjemu neplodno in nepopolno ogrodje izkušenj [4].

Značilno za izjave, ki so tipične za fiziko, denimo korespondenčna pravila, je to, da jih je mogoče *ovreči*, ne pa *potrditi*. Navadno je mogoče izjavo oblikovati kot napoved, ki jo primerjamo z izkustvenimi podatki. Če se z njimi ne ujema, moramo začetno zamisel zavreči. Ta *demarkacijski kriterij* naravoslovja je uvedel bivši fizik in sedanji filozof Karl Popper v tridesetih letih in poudarjal, da mogoče naravoslovne izjave falzificirati, ne pa verificirati. Bolj ali manj molče ga večina naravoslovcev uporablja že več kot sto let. R.P.Feynman ga je opisal takole: „V splošnem pridemo do novega zakona po tej poti. Najprej ugibamo. Potem izračunamo nasledke ugibanja... Nato primerjamo izide računa z naravo, s poskusom ali izkušnjami... Če se ne ujema s poskusom, je ugibanje napačno. V tem preprostem stališču je ključ naravoslovja. ...Vedno lahko ugotovimo, da je kaka teorija napačna, toda nikoli ne moremo ugotoviti, da je prava [5]." E.Horsfield je dostavil: „Ne možnost, da potrdimo, ampak da ovržemo, je spoznavni znak naravoslovja. Z jedkim preskusom lahko preskusimo naravoslovne teorije... in ovržemo s poskusom... Da bi se mogli s čim strinjati, potrebujemo v fiziki enoličen jezik, namreč matematiko. Da bi bila njena sporočila plodna, morajo zadevati ponovljive dogodke v izkušnjah posameznega fizika. Odtod izvira ..potreba po nadzorovanih poskusih... [6]"

Zgledi za ovržene zamisli iz zadnjega časa so na primer japonski poskusi z vrtavkami, odmik od Newtonovega gravitacijskega zakona zaradi pete sile, hladno zlivanje, nevtrino z lastno energijo 17 keV. Izjave, ki prestanejo vse preskuse, vgradimo v zakone in v sprejete teorije. Iz tega že izhaja tudi spoznanje, da dajo sprejete teorije samo začasno sliko o naravi.

Izjav v filozofiji fizike navadno ne moremo ovreči, vsaj ne tako, kot smo vajeni v fiziki. To velja tudi za izjave v poučevanju fizike. Fiziki, ki se ukvarjajo s tem, se zato počutijo nelagodno. Najbrž zaradi tega pogosteje kot v fiziki dobesedno navajajo mnenje drugih.

Ali se lahko vprašanj v poučevanju fizike lotimo znanstveno? Mogoče je odgovoriti z da, če mislimo pri tem na „znanost", kot je medicina [7]. Najprej moramo upoštevati, da se učitelji in še posebno učenci med seboj močno razlikujejo. Poleg tega so podatki pri poučevalskih poskusih pogosto odvisni od izvajalca in uporabljene metode. (Z vsemi poskusi z ljudmi so težave.) Upoštevati je treba še *Hawthornov pojav*: učitelji, ki sodelujejo pri poskusu v šoli, so osebno vpleteni in utegnejo poučevati mnogo prepričljiveje kot bi sicer[2] [8].

V nasprotju s fiziko poučevanje fizike ni univerzalno. J.M.Wilson je zapisal: „Spremembe v fiziki so hitre, se dajo sporočiti in jih na široko sprejmejo. Spremembe v poučevanju fizike pa rabijo veliko časa, se dajo slabo sporočati in v splošnem naletijo na odpor zaradi različnih interesov v skupnosti učiteljev fizike [9]." Upoštevati je treba tudi različna kulturna okolja, različne šolske sisteme, različno starost učencev in različne vrste šol. Težko je določiti večinsko mnenje in to, kdo je prvi predlagal kako novo zamisel. Na poučevalska vprašanja pogosto ni mogoče dati določenega odgovora, sprejemljivi odgovori pa se spreminjajo s krajem in časom. Zato ni nenavadno, če različni pisci kako zamisel večkrat ponovijo v različnih preoblekah. Vse to velja tudi za ta prispevek, ki se izogiba trditev, ampak samo poskuša spodbujati k razmišljanju. Teh razmišljanj pri poučevanju ni mogoče naravnost uporabiti, lahko pa koristijo kot ozadje. Če bi že hoteli učence opozoriti na katero od izjav, je najbolje to storiti na osnovi kakega zgleda v razvoju fizike.

3. Količine, definicije, dogovori

Fizika je v osnovi kvantitativna in vsak fizik pri svojem delu računa s količinami in številskimi podatki. Seveda to ni edino delo v fiziki in kvalitativni vidiki so lahko zelo pomembni, posebno v poučevanju. Izide opazovanj in poskusov učenci razmeroma zlahka sprejmejo. Vendar brez matematičnega formalizma in korespondenčnih pravil ti izidi ponujajo zgolj

[2] Pred desetletji so v tovarni družbe Hawthorne raziskovali učinkovitost. Preskušali so tudi razne svetilke, da bi ugotovili, kaj je za delavce najboljše. Presenečeni so spoznali, da delavci bolje delajo, če osvetljenost povečajo, če spremenijo barvo svetlobe in celo če osvetljenost zmanjšajo. Delavci so delali bolje, ker so vedeli, da sodelujejo pri „poskusu". Tako je ostalo še nekaj časa, navsezadnje pa se je vse vrnilo na staro, ko je novost zastarela.

površen opis ali knjigovodstvo pojavov. V fiziki se zanimamo za medsebojno odvisnost količin, ki jih merimo pri poskusih v nadzorovanih okoliščinah. Radi navedejo zgodbo o dečku, ki je znal našteti vse planete, a je vprašal: „Kje je Zemlja?", ko so mu pokazali Mars in Jupiter na nebu [10],[11]. V fiziki ne gre ne brez slike ne brez podatkov. Korespondenčna pravila, ki oboje povezujejo, pa si moramo zapomniti posebej, saj jih ni mogoče izpeljati naravnost iz opazovanj.

Težavnost naloge poveča še množica novih pojmov, ki jih ob tem vpeljemo. Med njimi so definicije količin in splošni dogovori, denimo o enotah. Vse to ni popolnoma neodvisno od izkušenj. Prepričljiv zgled za to je spreminjanje dogovora o metru. V razvoju fizike in v šoli je mogoče teorijo zgraditi le postopno in tako, da upoštevamo vse tri sestavne dele. To je še en namig, da so ti, ločeni drug od drugega, oropani svojega pomena. Pregled nad njimi je mogoče dobiti šele, ko je teorija sestavljena. To nas spravi v šoli v zadrego, saj učenci ne spoznajo teorije v celoti.

V tej zvezi so zanimive misli J.Solomon: „Velik paradoks fizike je v tem, da počiva zgradba trdno na tleh, čeprav so vpletene nekatere najbolj abstraktne in simbolične poti misli... Filozofi znanosti naj si prizadevajo, da bi razpletli povezavo med opazovanjem in teorijo, toda v dveh izpostavljenih točkah v znanosti - v poučevalskem in v raziskovalnem laboratoriju - tesna povezava znanja in izkušenj in medsebojnega delovanja obojega deluje kot kal novega razumevanja. Njegovo [Piagetovo] delo pač potrjuje fizikovo intuitivno prepričanje, da sta izkušnja in ravnanje z okoljem pred logičnimi abstrakcijami iz njiju [12]."

Poleg tega se je treba odločati od primera do primera. K temu sodi izbira modela, ki včasih ni določen vnaprej, na primer v mehaniki to, ali upoštevamo zračni upor ali ne, ali obravnavamo telo kot točkasto ali kot togo, kako izberemo sistem, katera telesa štejemo k njemu in katera k okolici. Izkušnje kažejo, da izvirajo iz tega težave, saj se je treba za nekaj odločiti in to pozneje pikolovsko upoštevati.

Abstraktnost ni doma samo v fiziki, ampak tudi v matematiki. V biologiji sicer manj uporabljajo enačbe, vendar v njej vpeljejo veliko novih pojmov, tako da je bologija dokaj težavna [13]. Uvodni visokošolski učbeniki za fiziko imajo *besedno težavnost* 0 kot mednarodni časopisi v angleščini, ustrezni biološki učbeniki pa dosežejo težavnost 4,5. Vseeno sta matematika in biologija pri študentih bolj priljubljeni kot fizika. Nemški pregled kaže, da ju izberejo v zadnjih dveh letih srednje šole dvakrat pogosteje kot fiziko in dajo na drugo in tretjo mesto, fizika pa zaseda šesto do osmo mesto [14].

Ne moremo mimo dodatne težave: matematika v srednji šoli pogosto zaostaja za fiziko. Učitelji fizike si zelo želijo, da matematika ne bi zaostajala in da bi pri njej delali tudi zglede iz fizike. Ali matematika ne ponuja univerzalnega jezika, s katerim dosežemo boljšo preglednost fizike, če ga ustrezno uporabljamo? O tem je dognal A.K.Lavaly tole: „Če pri poučevanju fizike uporabimo samo znano matematiko, dosežejo študenti boljši uspeh pri nalogah, ki se jih sicer bojijo, kot pri opisnih nalogah [15]."

Nekatera izmed teh spoznanj, predvsem tista o zgradbi teorij, izvirajo iz delov moderne fizike, posebno kvantne mehanike. Morda se klasična fizika zdi pregledna zaradi tega, ker so nekatere izmed njenih količin nazorne in jih sprejmemo intuitivno. To utegne zakriti njihovo pravo naravo. Razdaljo in čas prevzamemo v fiziko tako rekoč iz vsakdanjega življenja. (To ne velja v svetu atomov in v vesolju, ko potrebujemo tudi v teh primerih teoretični model.) Hitrost je nekoliko teže razumeti in pospešek še teže. Morda je priporočljivo sprejeti vse količine kot teoretične pojme, katerih „abstraktnost" narašča po vrsti: razdalja, čas, hitrost, pospešek, masa, sila, delo, energija (slednja je lahko celo nedoločena do aditivne konstante). Lahko se strinjamo z J.W.Warrenom: „Nenavadno je to, da bi bilo laže učiti, če bi nasploh priznali, da je težko, in bi se pri poučevanju po tem ravnali [16]." Tudi R.Gamble je mislil na silo, ko je zapisal: „Osnovno zamisel o sili kot o vlečenju ali potiskanju so razvili v zvezo med silo in gibanjem, deformacijo, pospeškom, gravitacijo, težo, tlakom, delom, močjo in tako dalje. Sil ne vidimo: z njimi delujejo telesa na telesa in povzročajo opazljive spremembe. Onstran fizikalne izkušnje so sile neotipljive in potrebujemo domišljijo, da povežemo opazovano s splošnim pojmom sile. Sila je zamisel, ni predmet kot, denimo, jajce ali celica [17]."

4. Poskusi

Niso tako redki, ki mislijo, da je v šoli na začetku vedno treba vpeljati količino z merskim postopkom. To je pretirano. Noben tak postopek ni dokončen, enoličen in neodvisen od teorije. Količino lahko pogosto merimo pri zelo različnih poskusih. S katerim naj količino vpeljemo? Ali naj dajo vsi poskusi enako količino? Samo nekatere količine lahko merimo naravnost in večino količin vpeljemo v zavetju teorij. Časovno odvisnost jakosti električnega polja v elektromagnetnem valovanju lahko na primer opazujemo pri mikrovalovih, njegovo frekvenco naravnost merimo še na meji med infrardečim in vidnim območjem. Pri rentgenski svetlobi in sevanju γ merimo lahko le valovno dolžino z interferenco na kristalih, a vseeno se ne odpovemo pojmu frekvence.

Podobno se zdi, da v poučevanju vzpodbujamo naivno zamisel, da poskusi, ki jih ponavljamo v spremenjenih okoliščinah, neizogibno vodijo k teoriji. V resnici je nasprotno: od poskusov moramo z ustvarjalnim korakom priti do teorije. Prej ali slej je, seveda, treba ta korak preskusiti z opazovanji ali merjenji.

Pomembnega zakona v šoli ne moremo „izpeljati" ali „dokazati" z enim samim demonstracijskim poskusom s preprostimi napravami. Joulov poskus z mešanjem vode v izolirani posodi prek spremembe temperature ne more dati energijskega zakona. Tako pričakovanje bi dalo popolnoma napačen vtis. Pač pa poskus ovrže zamisel, da se toplota ohrani ali, če je bolj natančen, dá specifično toploto vode.

V zvezi s poskusi v šoli je upoštevanja vredno stališče J.Osborna, v katerem povzema tudi nekatere tuje misli in ki ga podajamo skrajšanega: „Skrbi

me ... privzetek, da je poučevanje tem boljše, čim več je poskusov ali ‚vera, da je z izvajanjem poskusov mogoče zares razumeti fizikalno načelo'... Poskusi so pomembni, vendar ne za osnovo za razumevanje fizikalnih načel. Naprave za šolske poskuse so posebne vrste, nenatančne in nezanesljive, tako da otroci ne morejo videti urejenosti podatkov... Zmožnost, da opazimo urejenost podatkov, izhaja iz teoretičnega okvira pri pojasnjevanju podatkov. ... Poučevanje kaže fiziko kot dejavnost na osnovi induktivnega realizma, čeprav smo že zdavnaj uvideli, da je to filozofsko nevzdržno... Velikokrat naj bi poskusi imeli vodilno vlogo pri teoretičnem razumevanju, za kar pa sploh niso primerni. Zaradi tega fizika, kakor jo poučujejo, pogosto otrok ne more prepričati, ker naredi vodila in ravnanja fizikov neprivlačna in nerazumljiva. ‚Prenehati moramo uporabljati poskuse kot podrejeno strategijo za poučevanje znanstvenih pojmov...' Se pravi, da poskusov v šoli ne smemo kar takoj imeti za dobro poučevanje [18]."

Sorodno je tudi Sexlovo mnenje, da imajo „učitelji fiziko pogosto za induktivno znanost, v kateri lahko ‚izpeljemo' zakone iz poskusov. To vodi k lažnemu razmišljanju, da so fizikalne teorije neizogibne razlage eksperimentalnih ugotovitev [19]." „Zgodovinski razvoj filozofije znanosti v tem stoletju je pripeljal do mnogo skromnejše trditve o izkustvenem razumevanju fizikalnih teorij. Samo nekatere vidike nekaterih količin v kaki teoriji moremo primerjati s poskusom. To je jasno povedal Einstein: ‚Teorije določajo, kaj lahko merimo.' Sodobna šolska fizika žal izhaja iz zastarele filozofije znanosti... [To] vodi do značilnih težav, ki niso jasne ne učiteljem ne učencem [20]."

Šolniki se strinjajo s tem, da je mogoče delati poskuse, preden vpeljemo pojme in količine in preden jih učenci razumejo. Manj pa se strinjajo o vlogi kvalitativnih, semikvantitativnih in kvantitativnih poskusov. Pri kvalitativnem poskusu je pomemben en sam izid. Pri semikvantitativnih poskusih nekaj spreminjamo in opazujemo, kako se spreminja nekaj drugega. Ugotovimo medsebojno odvisnost: če je nečesa več, je drugega več (ali manj). Pri tem ni treba strogo vpeljati obeh količin. Pri kvantitativnih poskusih količini merimo in nazadnje dobimo linearno, kvadratno ... odvisnost.

Le prek semikvantitativnih in kvantitativnih poskusov lahko vplivamo na okolje. Vprašanje pa je, ali lahko postavimo semikvantitativne poskuse med kvalitativne in kvantitativne. Nekatere izkušnje kažejo, da pridejo učenci in učitelji do semikvantitativne zveze šele na osnovi kvantitativne. Zares se študentom zdijo „Fermijeve ocene", zelo grobe ocene, pri katerih je treba oceniti tudi podatke, težje od navadnih nalog. Morda je celo smiselno delati kvantitativne poskuse, ne da bi strogo vpeljali količine. Toda treba si je biti na jasnem, koliko se s tem učimo fizike in koliko vplivati na okolje.

C.Swartz pravi: „Otroci znajo meriti in primerjati kvantitativno, preden razumejo poenostavljene in zapletene pojme, ki smo jih razvili. Dobijo občutek za maso pri tehtanju. Toda ne silite jih, da bi izpolnili delovni list o masi. Na začetku srednje šole znajo meriti energijo, ko prehaja iz oblike v obliko. A ne zahtevajte, da izmed ponujenih odgovorov izberejo definicijo energije. Izkušnje pri poskusih dajo študentom moč, da nekaj delajo. Lahko

vplivajo na pojave in si, ko pride čas, ustvarijo zrele pojme na osebnih izkušnjah s spremembami. Mladi ljudje, ki so se samo na pamet naučili besede za pojem, brez izkušnje pri ravnanju, pa so brez moči... Preproste pojme fizike je težko razumeti... Toda na drugi strani je učenje kvalitativne fizike otročja igra [21]."

5. Pojmovne zasnove

Pojmovne zasnove, ki si jih ustvarijo učenci in o katerih v zadnjem času veliko govorijo, sodijo nekam na mejo fizike [22],[23]. Če jih štejemo k pogledu na svet, ostanejo zunaj fizike in nimajo neposredne zveze s šolo. Na drugi strani pa ne nasprotujejo omejenemu učenčevemu znanju. Če jih želimo izrabiti kot kali, na katerih bi si ti zgradili fizikalne pojme, jih moramo spraviti v *osebno fiziko* v smislu G.Holtona [24]. V *javno znanost* lahko vstopijo, če prestanejo jedki preskus izkušenj. V ta namen pa jih je treba že spočetka jasno izraziti.

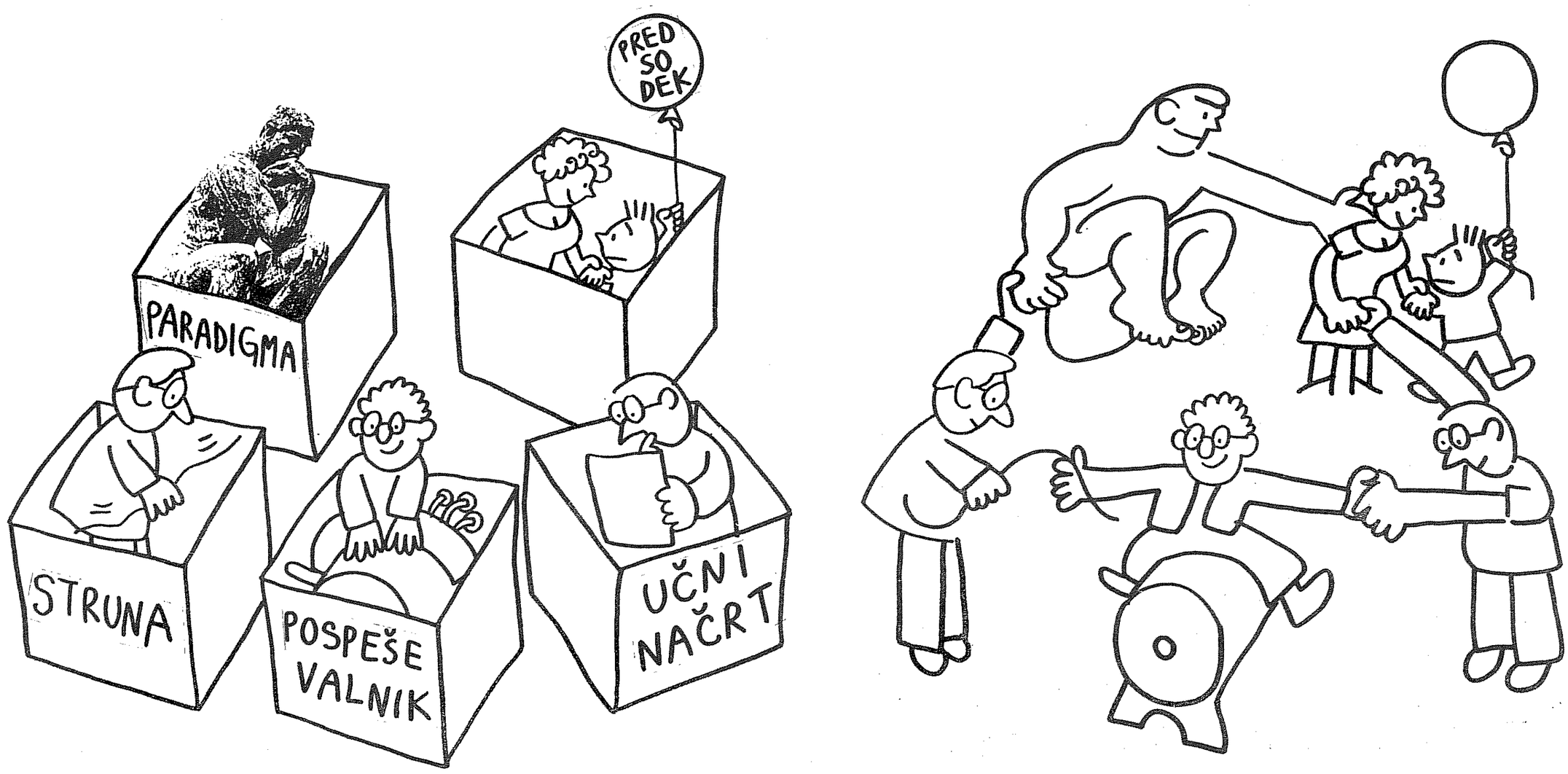
Pogled na svet je za fiziko pomemben, čeprav ne sodi vanjo. J.Rosen misli, da je „pogled na svet bistven za razvrstitev in poenotenje fizikalnih pojmov. Vsakdo ga ima, če ga je izrecno izoblikoval ali ne. Morda mi vaš pogled ne ugaja ali zame ni sprejemljiv in obrnjeno. Tako mora biti. Primeri se, da je kak pogled na svet bolj koristen kot drugi, ker omogoča vpogled v fiziko [25]."

Na tem mestu ne smemo spregledati, da boli in zbuja odpor, če morajo učenci opuščati svoje poglede, ki jih ovrže fizika, kakor jo pojmuje učitelj, a ne oni sami. Raziskovalci v fiziki sami preskusijo svoje izjave, preden jih objavijo in dajo prostovoljno v jedki preskus svojim kolegom in strokovnjakom s prednatiski, prispevki na znanstvenih srečanjih, rokopisi, ki jih pošljejo revijam, predlogi za raziskovalne naloge. Mnogo izjav ovržejo, a fiziki zaradi notranje in zunanje motivacije nadaljujejo z delom. Glavno notranjo motivacijo smemo videti v njihovi želji po raziskovanju in spoznanju narave, saj so se za poklic zavestno odločili. Med zunanje motive pa sodijo napredovanje, nagrade, odobrene raziskovalne naloge in drugo.

Učenci, ki ne želijo postati fiziki, imajo malo notranje motivacije, želijo samo končati šolo. „Niso ‚preleni', da bi opravili zahtevano delo v resnem naravoslovnem predavanju. Tu spregledamo še nekaj drugega: *Morda teh študentov naravoslovje ne zanima, ne glede na to, kaj storimo, da bi pritegnili njihovo pozornost* [26]". Zato ne smemo biti presenečeni, če so samo do določene mere pripravljeni dati na preskušnjo svoje poglede. Mogoče samo začasno ali navidezno sprejmejo fizikalno stališče, dokler ne dobijo ocene iz fizike. Ne odpovedo se začetnemu pogledu, ki je bil po fizikalnih merilih ovržen: pojmovna zasnova se s tem prelevi v zablodo.

Fizikalne izjave je mogoče najbolje preskusiti potem, ko jim damo kvantitativno vsebino. Pojmovnih zasnov navadno ne razvijemo do te mere. Dokler sodijo k pogledu na svet ali k zasebni znanosti učencev, jih učitelji ne morejo ovreči. Lahko samo poučijo učence, kako v fiziki preskušamo izjave

in jih poskušamo ovreči, in jih vzpodbujajo, da razvijejo zasnove do kvantitatvne ali vsaj do semikvantitativne oblike, v kateri so pripravne za preskušnjo. Ob pomoči učiteljev in s sodelovanjem drugih učencev naj bi jih učenci ovrgli ali predelali v fizikalni pojem.



Slika 1. K poučevanju fizike prispevajo med drugimi filozofi fizike, teoretični in eksperimentalni fiziki, sestavljalci učnih načrtov in poučevalski psihologi. Poučevanje je manj uspešno, če vsak od njih dela zase (levo), kot če vsi delajo povezano in ubrano (desno). Risba Boža Kosa.

Preprosti semikvantitativni poskusi, ki jih delajo učenci sami, so pri tem v pomoč. Ob novih in novih korakih naj bi učenci premagali težave in si ustvarili trdno osnovo za fiziko. Kot je kvantitativna ali semikvantitativna izjava pripravna za preskus, velja to tudi za kvantitatvno vprašanje ali nalogo. Zato ne smemo biti presenečeni, da gradijo številni načrti za izboljšanje poučevanja na računskih nalogah [7],[23],[27]. Potrebujemo namreč takojšnjo povratno vez kot na primer zdravnik, ki zdravi bolnika. Zares lahko ostanejo pri reševanju nalog prikrite osnovne zablode, če učenec reši nalogo, čeprav ni domač v njenem kvalitativnem ozadju. To je mogoče preganjati s poudarjanjajem kvalitativnega ozadja in s tem, da ne dajemo nalog, ki jih učenci slabo razumejo ali so formalistične, tako da spodbujajo k učenju na pamet [28]. Tudi pretirano reševanje nalog lahko škodi [29]. Ali velja kaj takega tudi za pretirano izvajanje poskusov? Najbrž poskusi ne morejo škoditi, razen da tratijo čas. Škodljivo pa utegne postati, če učitelj nepravilno pojasnjuje izide poskusov.

V zvezi s pojmovnimi zasnovami je še marsikaj nerazjasnjenega. Zdi se, da v tej ali oni obliki spremljajo vsako poučevanje in celo pri njem nastanejo. Tega učitelji ne morejo povsem preprečiti, ker učenci razumejo njihove izjave po svoje. Tudi učitelji fizike in fiziki živijo s svojimi pojmovnimi zasnovami na višji ravni kot učenci. Ovržejo jih ali prilagodijo, pa sproti nastajajo nove. Morda se začetnik od strokovnjaka razlikuje po tem, da je drugi vajen

preskušati svoje izjave. Če je tako, se pojavijo zanimiva vprašanja: Ali naj si učitelj močno prizadeva, da bo učil brez napak, če pa ga učenci ne razumejo ali celo ne morejo razumeti? Ali se povprečno ozadje zasnov in zablod pri učencih značilno spreminja s starostjo? Ali kaže namenoma uvajati nove pojmovne zasnove, da bi zbudili zanimanje in izboljšali razumevanje? J.Solomon pravi o tem: „Takega podružbljenega znanja zaradi njegove narave ni mogoče odpraviti. Ali postanejo naši učenci uspešni v naravoslovju ali ne, nikoli ne smejo zgubiti možnosti za sporazumevanje. Slabo kupčijo bi naredili, če zaradi znanja ne bi več razumeli pripomb kot ‚volna je topla' ali ‚porabili bomo vso svojo energijo.' Od učencev pričakujemo, da bodo zmožni misliti na dveh različnih *ravneh znanja* in da ju bodo lahko razumeli [30]."

6. Namesto sklepov

Povzemimo nekaj izjav, s katerimi se vsi najbrž ne bodo strinjali, a lahko rabijo kot izhodišče za razmišljanje in razpravo.

- Izjavo v fiziki lahko ovržemo, ne moremo je potrditi.
- Fizikalnih zakonov ne moremo izpeljati iz opazovanja in merjenj.
- Fizika ni matematika in v njej ne moremo nič dokazati.
- Fizikalnih količin ni obvezno vpeljati s postopkom za merjenje.
- Poskus ni nasprotje teorije.
- Poskusi, pri katerih učenci vplivajo na okolje, so koristni, a sodijo v priprave na fiziko.
- Poskusi, pri katerih skrbno uvedemo količine in pojasnimo izide, zahtevajo precej znanja.
- Ekstremizem se v poučevanju fizike ne obnese.
- Skromnost v izjavah lahko obvaruje učitelja pred spodrsljaji.
- Znanje fizike ne ovira dobrega poučevanja in poučevalskega raziskovanja.
- Različne vrste pojmovnih zasnov spadajo k duševnemu orodju vsakogar.
- Poučevanje fizike zajema iz različnih delov fizike in dejavnosti ob njej, in to kaže upoštevati (sl. 1).

Morda je kakšna izjava v prispevku ostra, a le zato, da bi opozorili na poglede, ki so razmeroma malo znani. Zaradi njih pa ne bi kazalo korenito spreminjati današnjega poučevanja v srednji šoli. Nasprotno, učitelj, ki se jih zaveda, lahko to poučevanje izboljša, ne da bi spremenil njegovo zasnovo.

LITERATURA

[1] M. Watts, M. Pope, *Thinking about thinking, learning about learning: constructivism in physics education*, Phys. Educ. **24** (1989) 326.
[2] G. Ludwig, *Foundations of Quantum Mechanics I*, Springer, Berlin 1983.
[3] J. M. Jauch, *Are Quanta Real?*, Indiana University Press, Bloomington 1973.
[4] M. Jammer, *The Philosophy of Quantum Mechanics*, Wiley, New York 1974.
[5] R. P. Feynman, *The Character of Physical Law.* Cox and Wyman, London 1965.
[6] E. Horsfield, *Aspects of scientific method in the natural sciences — physics*, Am. J. Phys. **52** (1984) 809.

[7] F. Reif, *Scientific approaches to science education*, Phys. Today **39** (1986) 48. (11)
[8] R. H. Romer, *Spin-$\frac{1}{2}$ quantum mechanics? — Not in my introductory course!*, Am. J. Phys. **57** (1989) 491 in osebno sporočilo.
[9] J. M. Wilson, *Proc. Conf. on Computers in Physics Instruction*, Addison-Wesley 1988.
[19] C. E. Swartz, *Strong and weak interactions*, Am. J. Phys. **55** (1987) 781.
[11] D. K. Nachtigall, *What is wrong with physics teachers education?*, Eur. J. Phys. **11** (1990) 1.
[12] J. Solomon, *When should we start teaching physics?*, Phys. Educ. **21** (1986) 152.
[13] D. P. Hayes, *The growing inaccessibility of science*, Nature **356** (1992) 739.
[14] K. Luchner, *Zum Stellenwert der Schulphysik*, Phys. Blätt. **48** (1992) 174.
[15] A. K. Lavaly, *Do students find physics easier to learn it without mathematical problems?*, Phys. Educ. **25** (1990) 202.
[16] J. W. Warren, *Understanding force*, Murray, London 1970.
[17] R. Gamble, *Force*, Phys. Educ. **24** (1989) 79.
[18] J. Osborne, *Sacred cows in physics — towards a redefinition of physics education*, Phys. Educ. **25** (1990) 189.
[19] R. U. Sexl, *Research on Physics Education: Proceedings of the first International Workshop, La Londe les Maures*, Editions CNRS, Paris 1983.
[20] R. U. Sexl, *Some observations concerning the teaching of the energy concept*, Int. J. Sci. Ed. **3** (1981) 285.
[21] C. Swartz, *A quantitative misconception*, Phys. Teach. **29** (1991) 486.
[22] L. C. McDermot, *Research in conceptual understanding in mechanics*, Phys. Today **37** (1984) 24 (7).
[23] J. P. Mestre, *Learning and instruction in pre-college physical science*, Phys. Today **44** (1991) 56.
[24] G. Holton and S. G. Brush, *Introduction to Concepts and Theories in Physical Science*, Addison-Wesley, Reading, Mass. 1973.
[25] J. Rosen, *No rumors of transcendence in physics*, Am. J. Phys. **54** (1986) 700.
[26] J. D. Ciparick, *Culture, values and the wish to learn science*, Phys. Today **45** (1992) 108 (6).
[27] A. Van Heuvelen, *Learning to think like a physicist: A review of research-based instructional strategies*, Am. J. Phys. **59** (1991) 891.
[28] P. Murugesan, *Memorize and perish: An underestimated obstacle in introductory physics*, Phys. Teach. **25** (1987) 140.
[29] H. Dittmann, H. Näpfel, W. B. Schneider, *Die zerrechnete Physik*, Physik und Didaktik **18** (1990) 287.
[30] J. Solomon, *Learning about energy: how pupils think in two domains*, Eur. J. Sci. Educ. **4** (1983) 49.

UTRINEK

Edino opravičilo za naše pojme je to, da koristijo pri prikazovanju naših izkušenj in nič več. Prepričan sem, da so filozofi škodili razvoju znanstvenega mišljenja, ko so povzdignili nekaj osnovnih pojmov iz območja izkušenj, kjer so bili pod nadzorstvom, v nedosegljive višine apriornega – vesolje naših misli je prav tako malo neodvisno od narave naših izkušenj, kot je obleka neodvisna od oblik človeškega telesa.

A. Einstein, *A. Einstein: Philosopher-Scientist*,
P. E. Schilpp (ur.), Tudor, New York

VRTENJE NEBA

MARIJAN PROSÉN

PACS 95.10 JK

Razloženih je nekaj zanimivih posledic navideznega vrtenja neba, med njimi časovno spreminjanje azimuta in višine vesoljskih teles.

THE ROTATION OF THE SKY

Some interesting consequences of the apparent rotation of the sky, among them the time change for azimuth and hight of the heavenly bodies, are explained.

Zaradi navideznega vrtenja neba se spreminjata horizontski koordinati, to je azimut in višina vesoljskih teles [1], [2]. Časovno spreminjanje azimuta in višine lahko izmerimo ali pa ugotovimo iz treh osnovnih enačb sferne astronomije:

$$\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos H\,, \tag{1}$$

$$\cos h \sin A = \sin H \cos\delta\,, \tag{2}$$

$$\cos h \cos A = -\sin\delta \cos\varphi + \cos\delta \sin\varphi \cos H\,. \tag{3}$$

A je azimut, H časovni kot v vlogi časa, h višina, δ deklinacija vesoljskega telesa in φ zemljepisna širina opazovališča. (Uporabljene enačbe so izpeljane le za sferne trikotnike, ki imajo stranice in kote manjše od 180°. Ker je stanje na vzhodni in zahodni polovici nebesne krogle v obravnavanem primeru navideznega vrtenja neba zrcalno glede na meridian opazovališča, uporabljamo obrazce za zahodno polovico (H in A manjša od 180°), potem pa sklepamo na vzhodno polovico (H in A med 0° in −180°). Zenitna in polarna razdalja pa sta tako vedno med 0° in 180°.)

Za zvezde je deklinacija konstantna, za Sonce, Luno, planete, komete itn. pa ne. Če stalno opazujemo iz istega kraja, je tudi zemljepisna širina konstantna. Tu se bomo omejili na zvezdno nebo in opazovanje iz istega kraja.

Poglejmo, kako se višina in azimut spreminjata s časom. Z odvajanjem (1) po H in upoštevanjem (2) dobimo:

$$dh/dH = -\cos\varphi \sin A. \tag{4}$$

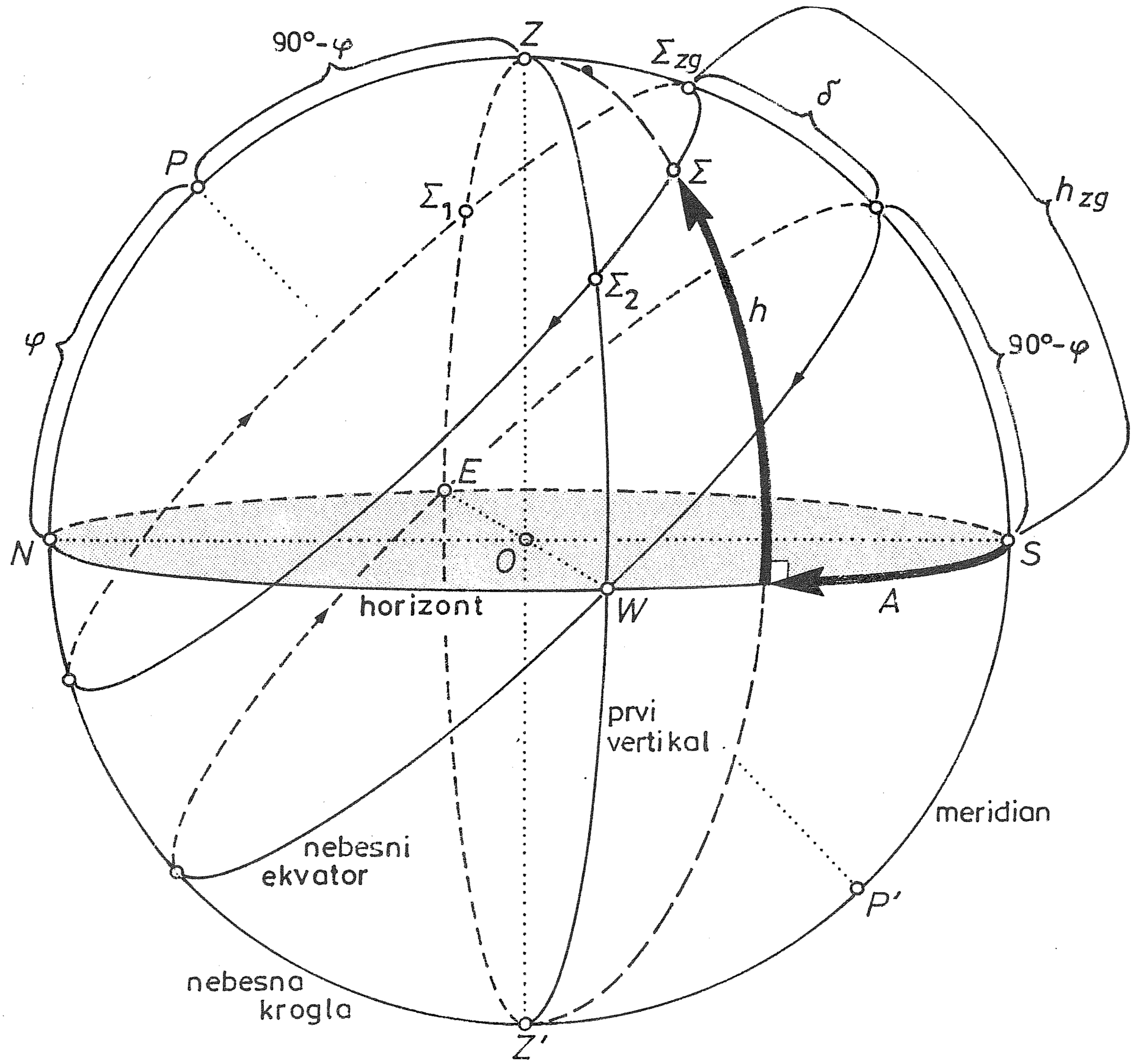
Z odvajanjem (3) po H in upoštevanjem (2) in (4) pa dobimo:

$$dA/dH = \sin\varphi + \cos\varphi \operatorname{tg} h \cos A. \tag{5}$$

Analizirajmo dobljeni enačbi (4) in (5).

1. Razmere na vzhodnem in zahodnem delu neba

Za $\sin A < 0$ $(-180° < A < 0°)$ iz (4) sledi $dh/dH > 0$. Višina zvezde (in tudi drugega vesoljskega telesa) raste na vzhodnem delu neba. Za $\sin A > 0$ $(0° < A < 180°)$ pa je $dh/dH < 0$. Višina pada na zahodnem delu neba (sl. 1).



Slika 1. Navidezno gibanje zvezde Σ. O opazovališče z zemljepisno širino $\varphi > 0$, P severni nebesni pol, P' južni nebesni pol, PP' nebesna os, Z zenit, Σ_1 prehod zvezde Σ čez prvi vertikal na vzhodni strani neba, Σ_2 prehod zvezde čez prvi vertikal na zahodni strani neba, Σ_{zg} zgornja kulminacija zvezde (prehod čez meridian) južno od Z, ko je njena višina največja $(90° - \varphi + \delta)$.

2. Ekstremne vrednosti

Časovna sprememba višine dh/dH ima ekstremno vrednost za $\sin A = \pm 1$ $(A = \pm 90°)$, to je ob prehodu zvezde čez prvi vertikal — glavni krog na nebesni sferi, ki gre skozi E, Z in W (sl. 1). Pri prehodu zvezde čez prvi vertikal na vzhodni strani neba (Σ_1) se h najhitreje veča, pri prehodu na zahodni strani neba (Σ_2) pa najhitreje manjša. Sicer pa je najhitrejša časovna sprememba višine enaka $\pm \cos\varphi$, torej konstantna za vse zvezde,

ki pri danem φ prečkajo prvi vertikal. Prvi vertikal prečkajo le zvezde, ki kulminirajo med nebesnim ekvatorjem in zenitom ($0° \leq \delta \leq \varphi$) (sl. 1).

Časovna sprememba azimuta dA/dH ima ekstremno vrednost za $\cos A = \pm 1$ ($A = 0°, 180°$), torej ob prehodu zvezde čez meridian.

Ekstremne vrednosti dA/dH

a) za zvezde, ki imajo zgornjo kulminacijo južno od zenita:
   α) maksimalne ob zgornji kulminaciji ($A = 0°$, $h =$ maks.),
   β) minimalne ob spodnji kulminaciji ($A = 180°$, $h =$ min.);

b) za zvezde, ki imajo zgornjo kulminacijo severno od zenita:
   α) maksimalne ob spodnji kulminaciji ($A = 180°$, $h =$ min.),
   β) minimalne ob zgornji kulminaciji ($A = 180°$, $h =$ maks.);

c) za zenitno zvezdo, $h = 90°$, A ni določen; obrazec nima pomena, ker ima A preskok od $-90°$ na $+90°$.

Povzemimo: višina zvezde se najhitreje spreminja pri prehodu čez prvi vertikal, azimut pa pri prehodu čez meridian.

3. Razmere v meridianu ($A = 0°, 180°$)

Ker je $\sin A = 0$, iz (4) sledi $dh/dH = 0$ in $h =$ konst. Pri prehodu zvezde čez meridian se višina zvezde ne spreminja.

Za zgornjo kulminacijo zvezde

a) južno od zenita je $h = 90° - \varphi + \delta$, $A = 0°$;
b) v zenitu je $h = 90°$, A ni določen;
c) severno od zenita je $h = 90° + \varphi - \delta$, $A = 180°$.

Ob spodnji kulminaciji je za vse zvezde $h = \varphi + \delta - 90°$, $A = 180°$.

Ker je $\cos A = \pm 1$, iz (5) sledi $dA/dH = \sin\varphi \pm \cos\varphi \operatorname{tg} h = \pm \cos\delta / \cos h$. Za zgornjo kulminacijo južno od zenita in za spodnjo kulminacijo potem velja $dA/dH = +\cos\delta/\cos h$. Za zgornjo kulminacijo severno od zenita pa velja $dA/dH = -\cos\delta/\cos h$. Za zenitno zvezdo obrazec nima pomena.

Za ekvatorsko zvezdo ($\delta = 0°$) v zgornji in spodnji kulminaciji je $dA/dH = 1/\sin\varphi$. Za naše kraje ($\varphi \approx 45°$) je $dA/dH \approx \sqrt{2}$. Pri opazovanju z naših zemljepisnih širin se azimut ekvatorske zvezde ob kulminacijah približno $\sqrt{2}$-krat hitreje spreminja kot časovni kot.

Poglejmo še, kaj sledi iz (5) za $dA/dH = 0$, če obravnavamo zvezdo v meridianu. Iz $\sin\varphi \pm \cos\varphi \operatorname{tg} h = 0$ dobimo $\operatorname{tg}\varphi = \pm \operatorname{tg} h$, torej $h = \pm\varphi$. Višina zvezde je enaka $\pm\varphi$. To pa sta prav severni in južni nebesni pol. Azimut teh točk na nebesni sferi se res ne spreminja.

4. Razmere v prvem vertikalu ($A = \pm 90°$)

Pri prehodu zvezde čez prvi vertikal enačbi (4) in (5) dobita obliko $dh/dH = \pm\cos\varphi$ in $dA/dH = \sin\varphi$. Pri opazovanju v določenem kraju sta časovni spremembi višine in azimuta nebesnih teles konstantni. Pri opazovanju z naših zemljepisnih širin je $dh/dH \approx \pm\sqrt{2}/2$ in $dA/dH \approx$

$\approx \sqrt{2}/2$. Višina in azimut zvezd se v naših krajih pri prehodu čez prvi vertikal približno enako hitro spreminjata.

5. Razmere na zemeljskem ekvatorju ($\varphi = 0°$)

Tu za navidezno vrtenje zvezdnega neba velja $dh/dH = -\sin A$ in $dA/dH = \operatorname{tg} h \cos A$. Na vzhodnem delu neba višina zvezde raste, na zahodnem pa pada.

Višina zvezde je največja v meridianu ob zgornji kulminaciji: južno od zenita $h = 90° + \delta$ (te zvezde imajo $\delta < 0$), severno od zenita $h = 90° - \delta$.

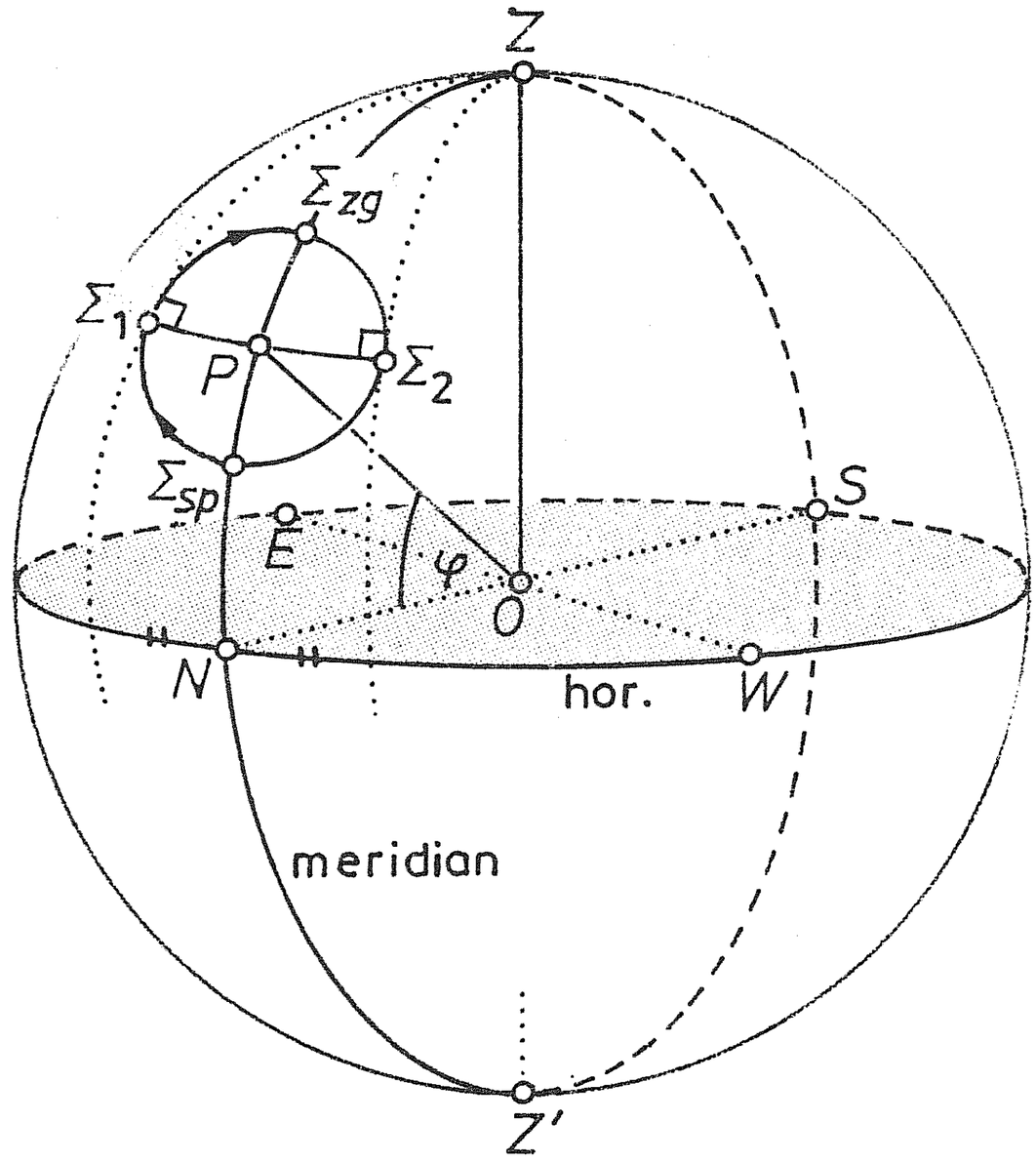
Če na zemeljskem ekvatorju opazujemo ekvatorsko zvezdo, velja $dh/dH = \pm 1$ in $dA/dH = 0$. Ekvatorska zvezda se (v tem primeru) giblje po prvem vertikalu, ki sovpada z nebesnim ekvatorjem. Azimut se spremeni pri prehodu čez zenit (od $-90°$ na $+90°$), sicer pa je konstanten. Sprememba višine pa je enaka spremembi časovnega kota (sl. 2 na ovitku). Druge zvezde se gibljejo pravokotno na obzorje po nebesnih vzporednikih, torej vzporedno z nebesnim ekvatorjem. Pri prehodu čez meridian je višina konstantna in $dA/dH = \pm \operatorname{tg} h = \pm \operatorname{ctg} \delta$. Za polarno zvezdo (pol; $\delta = 90°$) je časovna sprememba azimuta 0 in azimut konstanten (180°).

6. Razmere na zemeljskih polih ($\varphi = \pm 90°$)

Tu velja $dh/dH = 0$ in $h =$ konst. Višina zvezd se ne veča in ne manjša. Nobena zvezda ne vzhaja in ne zahaja. Zenit in pol sovpadata (sl. 3 na ovitku). Iz $dA/dH = 1$ sledi $dA = dH$. Sprememba azimuta je enaka spremembi časovnega kota.

7. Digresije

Zvezde, ki imajo zgornjo kulminacijo severno od zenita, smo že obravnavali pri prehodu čez meridian. Čez prvi vertikal ne gredo. Imajo pa digresije, ko dosežejo svoj (po absolutni vrednosti) največji azimut. Preprosto povedano, te zvezde pridejo pri navideznem dnevnem vrtenju neba enkrat najbolj vzhodno, drugič pa najbolj zahodno od meridiana. Ko je zvezda najbolj vzhodno, rečemo, da je v vzhodni digresiji, ko pa je najbolj zahodno, je v zahodni digresiji (sl. 4). Višina takih zvezd se najhitreje spreminja ob digresijah (ob vzhodni se veča, ob zahodni manjša), azimut pa ob kulminacijah (v zgornji se zmanjša, v spodnji zveča).



Slika 4. Navidezno gibanje zvezde, ki ima digresiji. Σ_1 vzhodna digresija, Σ_2 zahodna digresija, Σ_{zg} zgornja kulminacija, Σ_{sp} spodnja kulminacija. Zvezde z digresijo imajo v zgornji in spodnji kulminaciji $A = 180°$.

Poglejmo še, kako je s časovnim spreminjanjem azimuta ob digresijah. Enačbo (5) transformiramo v obliko $dA/dH = \cos\delta \cos q / \cos h$, kjer je q paralaktični kot v sfernem trikotniku $Z\Sigma P$ pri Σ (sl. 4). Ob digresijah je $q = 90°$ ($\cos q = 0$). Sledi $dA/dH = 0$ in $A =$ konst. Ob digresijah se azimut zvezde ne spreminja.

LITERATURA

[1] M. Prosén, *Višina vesoljskih teles*, Obzornik mat.fiz. **34** (1987) 56; *Kulminacija vesoljskih teles*, prav tam, **35** (1988) 79.

[2] K. A. Cvetkov, I. F. Polak, *Sferna i opšta astronomija*, Naučna knjiga, Beograd 1952.

NOVE KNJIGE

BUTINA B., Operacijski sistem MS DOS 5.0, Trias d.o.o., Ljubljana 1992, 486 str.

Gre za priročnik v slovenščini, kakršnih najdemo celo kopico v tujih jezikih (seveda predvsem angleščini). Njihova skupna značilnost je, da opisujejo (skoraj) celoten operacijski sistem, zato jim seveda približno 500 strani ne more uiti. Tak priročnik je zato skoraj nemogoče približati začetnikom, pa četudi si avtorji to želijo. Če prej ne, se v našem primeru začetniku ustavi na strani 7, ko sta razložena razširjeni in podaljšani pomnilnik. Življenje je pač táko, da večina prav nič ne ve (in je tudi ne zanima) o takih računalniških finesah. Stvar dela ali pa ne. Pomaga sicer nasvet, da, česar ne razumeš, preskoči, bolj verjetno pa je, da nam zmanjka poguma. Pogumni nato pridejo do ukazov, v katerih se uporabljajo seznami. Ampak kaj, ko so seznami vpeljani šele čez nekaj strani.

Še nekaj pripomb za naslednjo izdajo. Knjigi manjka zares skrben strokovni in jezikovni pregled. V posebnem je nujno prevetriti terminologijo. Z računalniško terminologijo je sicer res križ, predvsem ker še ni standardizirana, vseeno pa za nekatere izraze lahko rečemo, da so rahlo eksotični.

Po mojem mnenju je poglavje o EDLIN odveč, posebej ker je pred tem že razložen EDIT. Vsekakor pa je nesmiselno porabiti več strani za EDLIN kot za EDIT. Ampak to že nevarno posega v koncept 500 strani. Temu konceptu seveda nujno pripada stvarno kazalo, a ga v tem priročniku pogrešamo.

Da ne bo pomote, **priročnik je povsem solidno delo**, ki zasluži, da stoji zraven vašega računalnika. Če torej niste začetnik, vam ga lahko priporočamo za vsakdanjo rabo. In ne nazadnje, besedilo je tudi lepo postavljeno. (V nasprotju z nekaterimi podobnimi priročniki, ki bi s profitom prvih $n-1$ izdaj lahko vsaj v n-ti izdaji poskrbeli za spodobno obliko besedila; no, pa to je že druga zgodba.)

Sandi Klavžar

ŠETINC M., Znanje matematike v Sloveniji, Primerjalna raziskava preduniverzitetne matematike, SIMS Second International Mathematics Study (Druga mednarodna matematična raziskava), Zavod Republike Slovenije za šolstvo in šport, Ljubljana 1992, 128 str.

Knjižica obsega poročilo o slovenskih rezultatih Druge mednarodne raziskave znanja matematike. Nudi nam vpogled v stanje glede znanja matematike po svetu in primerjavo nekaterih komponent, ki zagotavljajo kvaliteto pouka. Publikacija tvori celoto s knjižico *Zbirka testnih nalog Druge mednarodne raziskave znanja matematike z rešitvami*, ki jo je letos izdalo Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije (glej 4. številko Obzornika (1992) str. 127).

V poročilu so navedeni za vsako nalogo posebej uspeh učencev naravoslovno matematičnih šol v letu 1989 in uspeh učencev štiriletnih tehniških šol v letu 1990. Razlika v uspehu med tehniškimi šolami in naravoslovno matematičnimi oddelki nas opozarja, da bomo v gimnazijah težko obdržali nivo matematike iz nekdanjih naravoslovnih oddelkov. Rezultat, ki so ga dosegli tehniki, je za našo gimnazijo nesprejemljiv. Želimo si, da bi si naši gimnazijci v letu 1995, ko bomo začeli s tretjo mednarodno raziskavo matematičnih in naravoslovnih znanj, svoje sedanje uvrstitve ne pokvarili preveč.

Obe knjižici je strokovno zgledno uredila Barbara Japelj, raziskovalka na pedagoškem inštitutu v Ljubljani.

Zvonko Perat

OBVESTILO

Od novembra 1992 je pri Marandu v veljavi poseben cenik Borlandovih izdelkov, ki velja za vse v šolstvu. Tako lahko sedaj po posebno ugodnih pogojih kupijo programe vse neprofitne šolske ustanove, vsi zaposleni v šolstvu kot tudi vsi učenci, dijaki in študenti. Slednji morajo ob nakupu predložiti veljavno potrdilo o šolanju. Da je ponudba res izjemna, nam povejo cene paketov (v ceno ni vračunan 5 % prometni davek):

Turbo Pascal 7.0	9.990 SIT
Turbo Pascal za Windows	11.990 SIT
Borland Pascal 7.0	24.990 SIT
Turbo C++ za Windows	11.990 SIT
Borland C++	19.990 SIT
Borland C++ & AF	29.990 SIT
Paradox 4.0 Academic	14.990 SIT
Quattro Pro 4.0 Scholar	14.990 SIT
Quattro Pro za Windows	14.990 SIT

Programe lahko kupite tudi v trgovini komisije za tisk DMFA Slovenije na Jadranski 19, Ljubljana.

IGRE NARAVE

5. MIONI KATALIZIRAJO FUZIJO

MITJA ROSINA

PACS 25.85.Ge

Mion katalizira nad 150 zlitij devterona in tritona v helij, ker se energijska bilanca mionskih in elektronskih prispevkov izide na nekaj meV natančno pri 0,3 keV, tako da je sinteza mionske molekule resonančna.

SOME TRICKS OF NATURE

5. MUON CATALYSED FUSION

Muons can catalyse over 150 fusions of deuteron and triton into helium, because the energy balance for the resonant formation of a combined muonic-electronic molecule can be adjusted to meV precision at 0,3 keV.

Igra narave

Narava je darežljiva: nudi nam jedrske reakcije, pri katerih se lažja jedra zlivajo v težja in se sprošča energija. Tako nas greje Sonce. Želeli bi se greti tudi sami; najbolj obetavna je reakcija $\mathrm{d} + \mathrm{t} \rightarrow \alpha + \mathrm{n}$, pri kateri se sprosti 17,6 MeV.

Narava tudi nagaja: devteron in triton je oba pozitivno nabila, tako da ju je težko približati. Le če mešanico devterija in tritija segrejemo na več milijonov kelvinov, se jedri dovolj približata za zlitje. Tako kuri Sonce, tako žal poči vodikova bomba in tako bomo morda kurili v TOKAMAKU.

Narava ponuja pomoč: negativni lepton μ (mion) lahko zasenči pozitivni naboj tritona, da se mu devteron laže približa, in s tem katalizira fuzijo. Elektron za to ni uporaben, ker je po principu nedoločenosti preveč razmazan (več nm) in njegovo senčenje na področju jedra (nekaj fm) ne zaleže. Mion je 200-krat težji, v molekuli $(\mathrm{t}\,\mu\,\mathrm{d})$ ima 200-krat večjo gibalno količino kot v molekuli $\{\mathrm{t\,e\,d}\}$ in je zato molekula $(\mathrm{t}\,\mu\,\mathrm{d})$ 200-krat manjša – dovolj, da se t in d zlijeta.

Narava spet nagaja: mion živi le 2 μs. Dolgo so dvomili, da lahko v tem kratkem času katalizira dovolj zlitij, da bi vrnil investicijo kakih 5 GeV, kolikor mion stane. (Zaradi slabega izkoristka pospeševalnikov in trkov stane mion precej več kot svojo mirovno energijo 100 MeV.)

Narava vzpodbuja: pogruntali so [1],[2],[3], da bi resonanca pri sintezi mionske molekule lahko bistveno pospešila katalizo. Poskusi v mnogih laboratorijih po svetu so presegli vsa pričakovanja: dobili so 150 kataliz na mion. O tem je poročal tudi Obzornik [4].

Ekonomska računica pa je stroga: rabimo vsaj dvakrat toliko kataliz na mion ali pa moramo poceniti mione. Marsikje tečejo raziskave, ali narava prvo ali drugo dopušča.

Potek katalize

Tudi pri kemičnih reakcijah je navadno težko spraviti skupaj atome ali prerazporediti atome iz prvotnih molekul v nove molekule. Atomi morajo čez potencialni hrib v novo dolino. S tunelskim pojavom gre to zelo počasi. Reakcijo pospešimo, če damo atomom dovolj termične kinetične energije ali če uporabimo katalizator, ki „popelje atome okrog potencialnega hriba" (s tem da s svojimi silami kompenzira odbojne sile med atomi).

Mion kot katalizator za opisano jedrsko reakcijo deluje v več korakih. Napisal bom tipično zaporedje korakov (možno je tudi malo drugačno) in pripisal povprečni čas za vsak korak v tipični tekoči mešanici devterija in tritija. Običajne atome in molekule, v katerih nastopajo elektroni, bom označil z {}, mionske atome in molekule, v katerih nastopajo namesto elektronov mioni in so zato 200-krat manjše, pa bom označil z ().

$$
\begin{array}{ll}
\mu + \{\mathrm{de}\} \to (\mathrm{d}\mu) + \mathrm{e}, & 10\ \mathrm{ps} \\
(\mathrm{d}\mu) + \{\mathrm{te}\} \to (\mathrm{t}\mu) + \mathrm{d} + \mathrm{e}, & 1\ \mathrm{ns} \\
(\mathrm{t}\mu) + \{\mathrm{deed}\} \to \{(\mathrm{t}\mu\mathrm{d})\mathrm{eed}\}, & 1\ \mathrm{ns} \\
(\mathrm{t}\mu\mathrm{d}) \to \alpha + \mathrm{n} + \mu. & 1\ \mathrm{ps}
\end{array}
$$

Razlaga resonančne sinteze mionske molekule

Ozko grlo bi bila tretja reakcija, sinteza (tμd), če ne bi potekala resonančno. Pri resonančni reakciji nastane ena sama „vmesna molekula", ki po kratkem času razpade. Vmesna molekula mora čim natančneje zadovoljiti energijsko bilanco. Po principu nedoločenosti sme zgrešiti energijsko bilanco za ΔE le z kratek čas $\Delta t \sim \hbar/\Delta E$ in verjetnost za sintezo zato pada z ΔE^{-2}.

Energijska transakcija je naravnost virtuozna. Pri sintezi mionske molekule (tμd) iz (tμ) in d se je treba znebiti 319 eV vezavne energije. Večji del vložimo v vibracijsko energijo te molekule (s tem da sintetiziramo prvo vzbujeno stanje z vibracijskim kvantnim številom $v_\mu = 1$, kar prevzame 284 eV). Pri sintezi mionsko molekulo navremo še na prvo vzbujeno rotacijsko stanje ($j_\mu = 1$), ki prevzame 34 eV rotacijske energije. Ostane še drobiž 0,60 eV, ki je dovolj majhen, da se molekula {deed} ne razleti (dissociacijska energija je 4,5 eV). S tem drobižem vzbudimo ravno drugo vzbujeno vibracijsko stanje ter prvo vzbujeno rotacijsko stanje ($v_e = 2, j_e = 1$) elektronske molekule {(tμd)eed}. Za bilanco je torej bistvena tvorba „dvonadstropne molekule", v kateri sestavlja mionski molekulski ion (tμd) kot nekako vodikovo jedro skupaj z dvema elektronoma in devteronom navadno elektronsko molekulo. Za preostalo uglasitev energije (nekaj meV) poskrbi termična kinetična energija.

Za konec naj dodam, da narava ravno pri sistemu t + d zelo pospeši zlitje (da poteče v 1 ps) s tem, da nudi ravno pri energiji nevezanega stanja t + d vzbujeno stanje sestavljenega jedra ^{5}He in je tudi zlitje resonančno. Po drugi strani pa se žal ujame 0,4% mionov v vezano stanje z nastalim delcem α in niso več sposobni za katalizo; to omejuje število možnih kataliz pod 250,

če ne bomo pogruntali kake zvijače. Zabavno je, da so resonančno mionsko katalizo prvi napovedali ruski teoretiki [1], eksperimentalci pa so bili dolgo skeptični.

LITERATURA

[1] S. S. Gershtein, L. I. Ponomarev, *Muon catalysis of nuclear fusion in a mixture of deuterium and tritium*, Phys. Lett. **72B** (1977) 80.

[2] L. Bracci, G. Fiorentini, *Mesic molecules and muon catalysed fusion*, Physics Reports **86** (1982) 169.

[3] J. Rafelski, H. E. Rafelski, *Muons in fusion*, Particle World **2** (1991) št.1, 21.

[4] M. Olenik, *Mioni kot katalizatorji za fuzijo*, Obzornik mat. fiz. **35** (1988) 35.

VESTI

MEDNARODNA KONFERENCA O POUKU FIZIKE V ŠKOFJI LOKI

V okviru Evrofizikalnih študijskih konferenc (Europhysics Study Conferences), ki jih prireja Evropsko fizikalno združenje (European Physical Society – EPS) v sodelovanju z organizacijami v različnih evropskih državah, je bila od 13. do 16. julija letos mednarodna konferenca z delovnim naslovom Vloga eksperimenta v pouku fizike. Konferenca je bila predvidena že za avgust 1991, vendar jo je EPS na željo organizatorjev, Zavoda za šolstvo in Oddelka za fiziko FNT, zaradi nestabilnih razmer prestavilo na letos. Konferenca je potekala na srednješolskem centru v Škofji Loki pod pokroviteljstvom Ministrstva za znanost in tehnologijo.

Domačemu organizacijskemu komiteju je uspelo ob pomoči mednarodnega svetovalnega komiteja zainteresirati za konferenco 25 – od tega 18 aktivnih – udeležencev iz Avstrije, Italije, Nemčije, Velike Britanije, Irske, Romunije, Belgije, Poljske, Izraela, ZDA in Hrvaške. Iz Slovenije je bilo prijavljenih 47 udeležencev, od tega 14 aktivnih. Med poslušalci je bilo vedno tudi večje ali manjše število neprijavljenih učiteljev fizike z različnih šol. Med predstavljenimi 35 prispevki je bilo 16 prispevkov domačih avtorjev.

Prispevki so kljub razmeroma ozkemu naslovu konference obravnavali zelo široko področje. Okvirna razdelitev po področjih bi lahko bila takale:

- splošna vprašanja pouka fizike in vključevanja eksperimenta v pouk,
- raziskave, ki obravnavajo celostni pouk posameznih poglavij fizike,
- posodabljanje šolskega eksperimentiranja, zlasti vključevanje elektronike in računalnikov,
- vključevanje sodobne videotehnike,
- predstavitve posameznih eksperimentov.

Tudi strokovni okvir razprav je bil zelo širok – od predšolske vzgoje do univerzitetnega izobraževanja in s tem povezanega raziskovalnega dela.

Razprave s prvega področja so izhajale iz splošnega spoznanja, da tradicionalni pouk fizike ni dovolj učinkovit. Vedno bolj se uveljavlja doktrina,

da naj pri pouku gradimo fiziko na poznavanju učenčevih predhodnih spoznanj ali predstav in predvsem ob učenčevem aktivnem sodelovanju tako pri eksperimentalnem delu kot pri dograjevanju fizikalnih pojmov. O vzpodbudnih rezultatih takega dela je bil govor pri predstavitvah celostnega pouka izbranih poglavij fizike. Večina takih poskusov je s področja mehanike.

Konferenca je najbrž tudi skeptike prepričala, da se uporabi računalnikov pri pouku fizike in pri fizikalnem eksperimentiranju ne da izogniti. Prispevki so sicer obravnavali predvsem uporabo računalnikov pri fizikalnih eksperimentih, pokazali pa so tudi možnosti, ki jih imajo računalniki pri prikazovanju rezultatov, pri sprotnem preverjanju razumevanja in drugih področjih. Udeleženci so opozarjali na resne težave zaradi neusklajene opreme in računalniškega znanja. Učitelja to po nepotrebnem obremenjuje, zato je računalnik manj priljubljen, kot bi sicer zaradi splošne uporabnosti lahko bil. Dana je bila pobuda za standardizacijo na tem področju.

V okviru zadnjih dveh let je bila predstavljena zbirka videodiskov s posnetki fizikalnih eksperimentov, ki bi bila koristna poživitev fizikalnega pouka. Predstavili so tudi vrsto zanimivih eksperimentov, ki so bili smiselno porazdeljeni po dokaj natrpanem urniku konference.

Pomemben del konference sta bili delavnici, na katerih so bili predstavljeni računalniško vodeni eksperimenti in množični eksperimenti učencev. Večino obojega so pripravili sodelavci projekta za prenovo pouka fizike pri Zavodu za šolstvo in Oddelku za fiziko FNT.

Če povzamem mnenje prof. J. Depireuxa, ki je zaključil konferenco s kratko oceno, je konferenca uspela in presegla pričakovanja. Za tuje udeležence je bilo presenetljivo, da domačini niso bili le hvaležni poslušalci, ampak so prispevali povsem enakovreden, na nekaterih področjih pa prevladujoč delež. Priznanje organizatorjem in deležu domačih udeležencev pomeni tudi pobuda prof. Depireuxa, da bi morda razmislili o organizaciji kake od prihodnjih konferenc združenja GIREP (Groupe International de Recherche sur l'Enseignement de la Physique) v Sloveniji. Ob stikih z udeleženci so se rodile pobude za nadaljnje sodelovanje.

K uspehu konference je veliko pripomogla mag. Seta Oblak, ki je spretno vodila priprave, vzdrževala stike s člani mednarodnega svetovalnega odbora in s tujimi udeleženci in znala poiskati prave ljudi za različne organizacijske naloge. Priznanje gre tudi prof. Branku Robleku in njegovi tehnični ekipi, ki je poskrbela za normalno obratovanje prostorov konference.

Marjan Hribar

UTRINEK

[Newton je pisal Halleyu, ... da ne bo priznal Hookovih zaslug]. To je, žal, nečimrnost. Najdete jo pri marsikaterem raziskovalcu. Veste, zmeraj me je peklilo, da Galilei ni priznal Keplerjevega dela.

A. Einstein, *Einstein — a Centenary Volume,*
A. P. French (ur.), Heinemann, London 1979, str. 41

DELO JURIJA VEGE[1]

Tule blizu se je rodil mož, čigar ena sama knjiga je doživela prek sto izdaj. Njegova dela so prevajali iz latinščine in nemščine v angleščino, češčino, danščino, francoščino, holandščino, italijanščino, norveščino, ruščino in španščino. Že ruski prevodi sami obsegajo prek petdeset izdaj, skupni knjižni opus pa presega tristo izdaj.

Čeprav Slovenci premoremo precej piscev, pa jih ni mnogo, ki se lahko kosajo z Jurijem. Tako kot je Jurij Vega obljubljal cekin za vsako napako v svojih logaritmovnikih, tudi jaz zdajle obljubim zlatnik vsakomur, ki mi pokaže slovenskega avtorja, ki je pri priznanih evropskih založbah izdal več knjig kot Jurij Vega[2].

Vega je človek rekordov. Njegovi logaritmovniki nikoli niso bili preseženi. Ponehali so jih izdajati ne zato, ker bi obstajali boljši ali bi potrebovali bistveno natančnejše, ampak zato, ker nam današnja tehnologija omogoča, da namesto sedemmestnih logaritmovnikov s seboj prenašamo raje kalkulatorje ali računalnike.

Manj znano je, da je Vega prvi slovenski pisec kakega matematičnega, res znanstvenega članka v sodobnem pomenu te besede. 20. avgusta 1789 je bila pred peterburško akademijo predložena Vegova razprava, v kateri je

[1] Govor 26. 9. 1992 v Zagorici

[2] Prvi zlatnik iz te obljube si je prislužil Sandi Sitar, izvrstni poznavalec zgodovine znanstvene misli pri nas, ki je opozoril na dejstvo, da so dela in prevodi slovenskega matematika Franca Močnika izšla v več kot 450 izdajah.

prvi na svetu izračunal 140 decimalk števila π. Ta rekord je obdržal prek pol stoletja. Njegov članek pa je izšel v publikacijah akademije šele leta 1795. Vega je izboljšal prejšnji „rekord" de Lagnya (ki je poznal 112 točnih decimalk števila π) ne zato, ker bi računal dalj časa, ampak zato, ker je imel boljšo metodo. Njegova metoda se omenja še dandanes v knjigah, ki govorijo o številu π. Poleg te je v zadnjih letih pred smrtjo objavil še pet drugih razprav, ki segajo od astronomije do metrskega sistema.

Vega pa slovi tudi po svojih učbenikih višje matematike. Bil je prvi v štafeti slovenskih piscev izvrstnih matematičnih učbenikov. Na vso srečo se ta štafeta še ni pretrgala. Predavanja na topničarski šoli na Dunaju je izdal v štirih knjigah. Četrto knjigo je posvetil kranjskim deželnim stanovom. Tudi drugače se je proti koncu življenja vse bolj obračal k domovini, kar ga brez dvoma potrjuje kot Slovenca. Kranjski stanovi so ga 26. novembra 1801 sprejeli za svojega člana.

Seveda ni čudno, da je človek s takimi razultati napredoval od sirote (oče mu je umrl, ko je imel Jurček 6 let) prek viteza do barona. Matematika mu je prinesla članstvo v številnih evropskih znanstvenih akademijah in društvih.

Vendar Vega ni bil samo matematik. Ni bil eden tistih pustežev, zamazanih s kredo, ki zamišljeno tavajo naokrog in dajejo včasih videz, kakor da ne znajo šteti do pet. Skratka: ni bil tipičen teoretični matematik, kakršne nam radi rišejo tisti, ki so v šoli zasovražili matematiko.

Bil je praktik. Bil je računar. Bil je tudi vojščak: v vojnah. Bil je balistik. Bil je sposoben konstruirati možnar, ki je nesel dvakrat dlje, kot so nosili tedanji možnarji. Bil je rekorder. Zato je navsezadnje postal baron in tik pred smrtjo topniški podpolkovnik.

Gospe in gospodje! Dovolite mi, da končam s čisto osebnim pogledom na Jurija Vego. Čeprav sem med šolanjem sem ter tja slišal za Vego, sem prvič zares zaslutil veličino tega Linhartovega sošolca pred kakšnimi petnajstimi leti, ko so me čisto slučajno prvič „zvlekli" na Miklavža in v Zagorico. Odtlej se vsako leto kakšno spomladansko soboto s prijatelji in študenti odpravimo peš od Sv. Helene med cvetočimi jablanami do semle in če je vreme lepo, še na Sv. Miklavža. Na tem sprehodu nam Vega marsikaj pove o nas samih. Tamle nekje na vrhu Ciclja, ko se odpre pogled na Moravče, se človek nehote vpraša: kakšne šole smo že nekoč imeli v teh krajih? Znale so odkriti talente v vsakem kotičku pri nas. Ali bi današnje šole tudi zmogle kaj takega?

Vedno bolj sem prepričan, da je Jurij Vega eden temeljnih ključev za razumevanje slovenske duše. Zato se mi zdi nujno, da se med vseslovenske osnovnošolske ekskurzije poleg Vrbe, Vrhnike itd. vpelje tudi izlet v Zagorico.

Ne morem razumeti, zakaj slovenski umetniki, ko iščejo navdih za delo, ne sežejo bolj pogumno po skrivnostni osebnosti Jurija Vege. Med redke izjeme sodi Sternenov portret Jurija Vege, pa še ta visi v Pittsburghu, ZDA.

Res je, da bo Vegova podoba na novem slovenskem bankovcu, vendar si mož, ki nam že več kot dvesto let samozavestno kaže pot v Evropo, zasluži mogočen spomenik v samem jedru Ljubljane.

Tomaž Pisanski