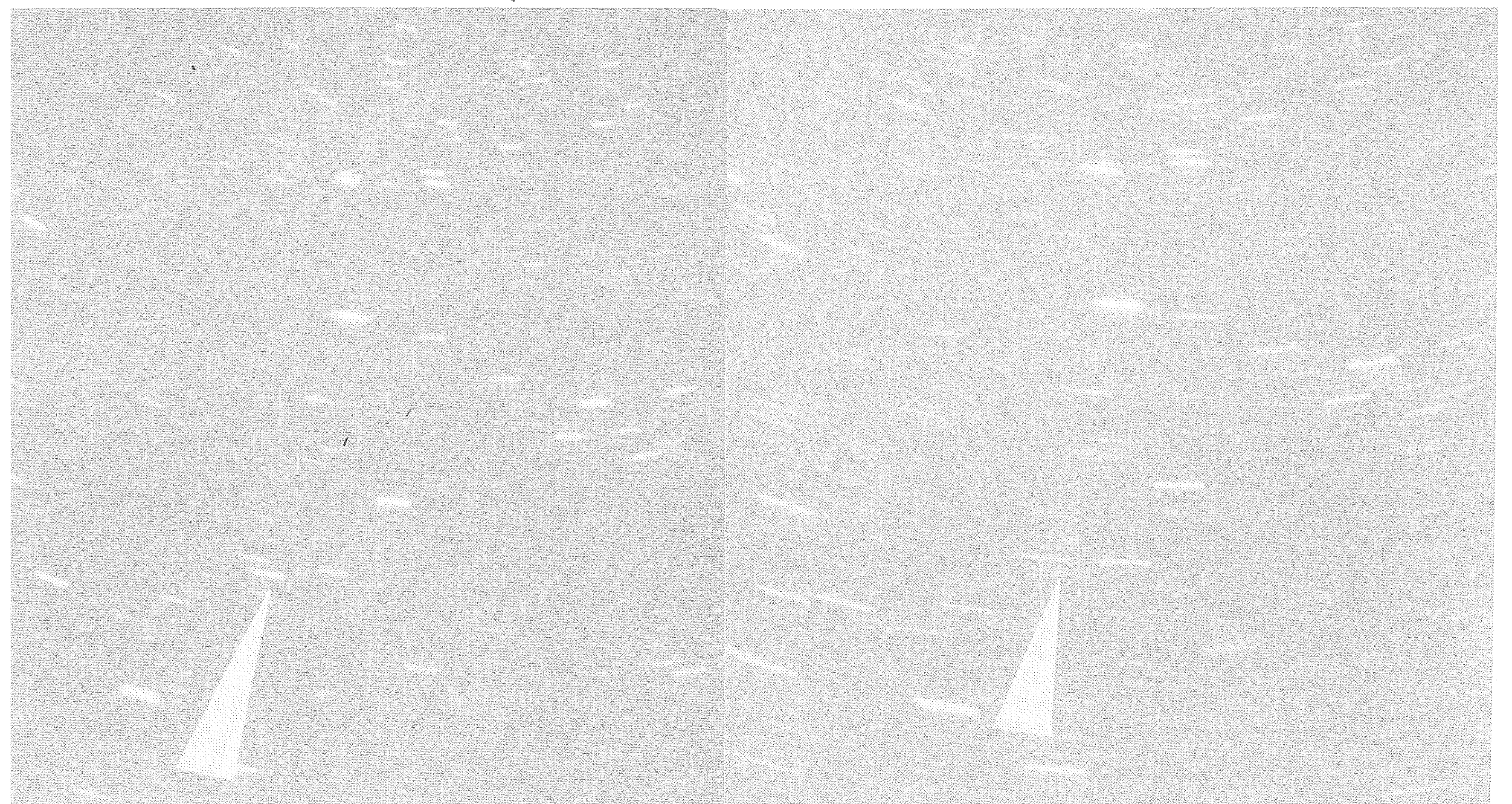


OL 47 187 - 5
JANA
SLOVENIJE

MATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

1989
Letnik 36
5

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



LETNIK 36 – ŠTEVILKA 5
OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
LJUBLJANA, SEPTEMBER 1989

Uredniški odbor: Milan Hladnik – urednik za matematiko, Bojan Mohar – glavni urednik, Janez Strnad – urednik za fiziko in odgovorni urednik, Ciril Velkovrh – urednik.

Odbor svetovalcev: Robert Blinc, Alojz Kodre, Peter Legiša, Anton Moljk, Mitja Rosina, Tomaž Škulj, Anton Suhadolc, Ivan Vidav.

Jezikovni pregled Marija Janežič. Slike Miha Štalec. Računalniško stavil Martin Zemljič.

Naročnina, ki bo vplačana pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije po 1. 7. 1989: za posameznike 70.000.– din (za člane društva je že upoštevana članarina), za dijake in študente 35.000.– din, posamezna številka 10.000.– din, dvojna številka 20.000.– din, stare številke 5.000.– din, za ustanove in v knjigarnah 200.000.– din, za tujino 25\$.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS – Podružnica Ljubljana – Obzornik za matematiko in fiziko, 61111 Ljubljana, Jadranska cesta 19, p.p. 64, telefon št. (061) 265-061/53, žiro račun 50101-678-47233, devizni račun pri Ljubljanski banki št. 50200-620-107-257300-5964/4.

Tisk: Tiskarna Kurir v Ljubljani. Naklada 1650 izvodov. Izdajo revije sofinancirata ISS in RSS.

© 1989 DMFA SRS – 968

Poštnina plačana na pošti 61102 Ljubljana

VSEBINA — CONTENTS

Članki–Articles

Str.–Page

Varianta dokaza kvadratnega recipročnostnega zakona – A proof of the quadratic reciprocity law (Tatjana Peklar, prir. Milan Hladnik) . 129–133

Uvod v računalniške mreže, 2. del – Introduction to computer networks, Part 2 (Janez Žitnik) 135–139

Preskus teorije relativnosti z urami – Test of relativity theory with clocks (Janez Strnad) 141–149

Parametri eklipsne spremenljivke – Parameters of eclipsing variable (Marijan Prosén) 151–153

Odgovori – Answers – 110 (Marko Razpet) 154–155

Nove knjige – New books (Neža Mramor-Kosta, Matija Lokar, Bojan Mohar, Janez Strnad, Franc Forstnerič, Peter Petek) 134, 140, 140, 149, 150, 160

Vesti–News

Nagrade sklada Borisa Kidriča v letu 1988 (Zbral in ur. Ciril Velkovrh) 156–157

Prof. dr. Josip Globevnik – redni član SAZU (Ivan Vidav) 157

Delo Komisije za tisk DMFA SRS v letu 1988 (Ciril Velkovrh) 158–159

Obvestilo naročnikom 159

Profesorici Bogomili Kolenko (Eda Okretič-Salmič) 160

41. občni zbor DMFA SRS – vabilo (Mitja Rosina) III–IV

Na ovitku: Eklipsna spremeljivka Algolovega tipa U Kefeja v maksimalnem siju (28.10.1980) in minimalnem siju (6.1.1981). Posneto v Bohinju s kamero 30/58 mm na 27 DIN Kodak PAN film, čas osvetlitve 10 in 15 minut (foto *Egon Mihelič*).

VARIANTA DOKAZA KVADRATNEGA RECIPROČNOSTNEGA ZAKONA

TATJANA PEKLAR

Math. Subj. Class. (1985): 11A07

Podan je eden od mnogih dokazov kvadratnega recipročnostnega zakona z uporabo Gaussove leme.

A PROOF OF THE QUADRATIC RECIPROCITY LAW

One of the many proofs of the quadratic reciprocity law, based on a lemma of Gauss, is presented.

1. Uvod

Preden se seznanimo z omenjeno varianto dokaza, ponovimo nekaj o kvadratih in nekvadratih po danem modulu.

Naj bosta p in q različni naravni števili. Pravimo, da je število q kvadrat po modulu p , če obstaja tako naravno število x , da velja

$$q \equiv x^2 \pmod{p}$$

in rečemo, da je q nekvadrat po modulu p , kadar takega števila x ni.

Naj bo zdaj p liho praštevilo. Oglejmo si nekaj znanih metod, po katerih za dano število q ugotovimo, ali je kvadrat po modulu p .

Najenostavnejša je metoda poskušanja: za vsak x vstavljamo po vrsti vse možne ostanke $0, 1, 2, \dots, p-1$, ki jih dobimo pri deljenju po modulu p , in računamo kvadrate teh ostankov po modulu p . Če je kateri od teh kvadratov kongruenten številu q , je q seveda kvadrat, sicer pa je nekvadrat.

Hitreje ugotovimo, ali je naravno število q kvadrat po lihem praštevilskem modulu p , z Eulerjevim kriterijem:

$$\begin{aligned} q^{(p-1)/2} &\equiv 1 \pmod{p}, & \text{kadar je } q &\text{ kvadrat} \\ q^{(p-1)/2} &\equiv -1 \pmod{p}, & \text{kadar je } q &\text{ nekvadrat} \end{aligned}$$

Ta kriterij izpeljemo iz znane Fermatove kongruence

$$q^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

ki velja, kadar $q \not\equiv 0 \pmod{p}$. Hitro se da ugotoviti, da je med od nič različnimi ostanki po modulu p polovica kvadratov in polovica nekvadratov. Torej je

$$q^{(p-1)/2} \equiv -1 \pmod{p}$$

natanko takrat, ko je q nekvadrat.

Pri ugotavljanju kvadratnosti navadno uporabljamo Legendrov simbol $\left(\frac{q}{p}\right)$, ki ga definiramo takole

$$\begin{aligned}\left(\frac{q}{p}\right) &= 1, \text{ kadar je } q \text{ kvadrat po modulu } p \\ \left(\frac{q}{p}\right) &= -1, \text{ kadar je } q \text{ nekvadrat po modulu } p\end{aligned}$$

Z Legendrovim simbolom se Eulerjev kriterij zapiše v obliki preproste formule:

$$\left(\frac{q}{p}\right) \equiv q^{(p-1)/2} \pmod{p}$$

Hitreje kakor z Eulerjevim kriterijem ugotovimo kvadratnost števila q po modulu p z Gaussovo lemo. Da jo bomo lahko formulirali, moramo uvesti pojem absolutno najmanjših ostankov po modulu p .

Vsako celo število je po modulu p kongruentno enemu od naslednjih števil – ostankov pri deljenju s številom p : $0, 1, 2, \dots, p-1$. Ostanki od $\frac{p-1}{2}$ dalje, se pravi

$$\begin{aligned}(p-1)/2 + 1 &= p - (p-1)/2, & (p-1)/2 + 2 &= p - (p-3)/2, \dots, \\ (p-1)/2 + (p-1)/2 &= p-1\end{aligned}$$

pa so po modulu p kongruentni negativnim ostankom

$$-(p-1)/2, -(p-3)/2, \dots, -1$$

Torej je vsako celo število, ki ni deljivo z modulom p , kongruentno enemu izmed števil iz naslednje množice:

$$\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm (p-1)/2\}$$

To so absolutno najmanjši ostanki po modulu p (ki je liho praštevilo). Imenujemo jih reducirani ostanki po modulu p .

Oglejmo si naslednje večkratnike števila q :

$$q, 2q, 3q, \dots, ((p-1)/2)q$$

Vsak večkratnik je po modulu p kongruenten enemu od ostankov iz reduciranega sistema. Naj n pomeni število tistih večkratnikov, ki so kongruentni negativnim reduciranim ostankom. Gaussova lema trdi, da je

$$\left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^n$$

Dokaz leme izpustimo. Je kratek, osnovan je na Eulerjevem kriteriju.

2. Kvadratni recipročnostni zakon

Zdaj vzemimo, da je tudi q liho praštevilo. Legendrova simbola $\left(\frac{q}{p}\right)$ in $\left(\frac{p}{q}\right)$ sta povezana v zanimivi in uporabni formuli

$$\left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^{(p-1)(q-1)/4} \left(\frac{p}{q}\right)$$

ki se imenuje Legendre-Gaussov kvadratni recipročnostni zakon.

Kvadratni recipročnostni zakon je znan že vsaj dvesto let. Da velja, sta domnevala že Euler in Legendre, vendar jima zanj ni uspelo najti dokaza. Prvi dokaz je odkril Karl Friederich Gauss tik pred svojim 18. rojstnim dnem. Našel je še sedem drugih dokazov; vsi so zbrani v njegovi knjigi *Disquisitiones Arithmeticae*. Z dokazi so se spoprijeli tudi številni drugi matematiki, na primer Carlitz, Scholz, Kummer, Hilbert, Frame. Že konec prejšnjega stoletja je Bachman zbral 50 dokazov. Leta 1963 je v reviji *American mathematical monthly* izšel članek M. Gerstenhaberja s 152. dokazom [1]. H. Gupta je kasneje podal geometrijski dokaz (glej [3]). Obstaja tudi vrsta zanimivih posplošitev kvadratnega recipročnega zakona. Nekatere od njih najdemo v člankih B. F. Wymana [8] in E. Lehmerjeve [5].

Več dokazov je zasnovanih na Gaussovi lemi, ki smo jo navedli. Tak je npr. tretji Gaussov dokaz in v literaturi zelo razširjen dokaz Gaussovega učenca Eisensteina. Tudi dokaz, ki ga objavljamo, je osnovan na Gaussovi lemi.

3. Dokaz kvadratnega recipročnega zakona

Naj bosta p in q različni lihi praštevili in naj bo npr. $p > q$. Označimo $s = (p - 1)/2$ in $t = (q - 1)/2$ in opazujmo naslednje večkratnike števila q :

$$q, 2q, 3q, \dots, sq$$

Da bomo lahko uporabili Gaussovo lemo, moramo ugotoviti, koliko je med njimi števil, ki so kongruentna negativnim reduciranim ostankom po modulu p .

Najprej lahko preverimo enakost

$$sq + t = tp + s$$

Ker je $0 < s - t < p/2$, dobimo iz nje za največji večkratnik sq oceno

$$tp < sq < tp + s$$

Od tod vidimo naslednje:

- Vsi mnogokratniki mq , $1 \leq m \leq s$ ležijo na odprtem intervalu $(0, tp + s)$.
- Pozitivnim reduciranim ostankom po modulu p so kongruentni natanko tisti večkratniki, ki leže na intervalih $(kp, kp + s]$, $0 \leq k \leq t$.
- Negativnim reduciranim ostankom po modulu p so kongruentni natanko tisti večkratniki, ki leže na intervalih $(kp + s, (k + 1)p)$, $0 \leq k \leq t - 1$.
- Noben večkratnik mq ni enak nobenemu večkratniku kp , ker je $k \leq t$.

Zanima na torej, kateri večkratniki ležijo na intervalu $(kp + s, (k + 1)p)$, kjer je $0 \leq k \leq t - 1$. Odgovor je na dlani: na desnem intervalu ležijo vsi tisti večkratniki mq , za katere je

$$\frac{(kp + s)}{q} < m < \frac{(k + 1)p}{q}$$

Z uporabo običajne oznake $[x]$ za celi del realnega števila x , se pravi, za

največje celo število, ki ne presega števila x , pa lahko tudi natančno povemo, koliko jih je, namreč ravno

$$\left[\frac{(k+1)p}{q} \right] - \left[\frac{kp+s}{q} \right]$$

Če na intervalu večkratnikov ni, sta števili $[(k+1)p/q]$ in $[(kp+s)/q]$ pač enaki in razlika je 0. Torej je vseh večkratnikov, ki so po modulu p kongruentni negativnim reduciranim ostankom, točno

$$n = \sum_{k=0}^{t-1} \left(\left[\frac{(k+1)p}{q} \right] - \left[\frac{kp+s}{q} \right] \right)$$

Po Gaussovo lemi je $\left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^n$, zato ne potrebujemo točne vrednosti števila n , ampak le njegov ostanek po modulu 2. Ker sta število in njegova nasprotna vrednost kongruentna po modulu 2, je število n po modulu 2 kongruentno številu

$$\sum_{k=0}^{t-1} \left[\frac{(k+1)p}{q} \right] + \sum_{k=0}^{t-1} \left[\frac{kp+s}{q} \right]$$

ki ga lahko preoblikujemo tudi v

$$(*) \quad \sum_{j=1}^t \left(\left[\frac{jp}{q} \right] + \left[\frac{(t-j)p+s}{q} \right] \right)$$

če v prvi vsoti pišemo $k = j - 1$, v drugi pa $k = t - j$.

Upoštevajmo sedaj, da se da vsako realno število x na en sam način zapisati kot vsota celega dela in ostanka, torej $x = [x] + \{x\}$, kjer je $0 \leq \{x\} < 1$. Če je tudi $y = [y] + \{y\}$, $0 \leq \{y\} < 1$, velja $x + y = [x] + [y] + \{x\} + \{y\}$. Torej je

$$[x + y] = \begin{cases} [x] + [y] & , \quad \{x\} + \{y\} < 1 \\ [x] + [y] + 1 & , \quad \{x\} + \{y\} \geq 1 \end{cases}$$

Ker je $\{x\} + \{y\} < 1$ natanko takrat, ko je $\{x + y\} = \{x\} + \{y\}$, se pravi, ko je $\{x + y\} \geq \{x\}$, lahko zgornjo enakost zapišemo tudi takole

$$[x + y] = \begin{cases} [x] + [y] & , \quad \{x + y\} \geq \{x\} \\ [x] + [y] + 1 & , \quad \{x + y\} < \{x\} \end{cases}$$

V našem primeru vzemimo $x = jp/q$ in $y = ((t-j)p+s)/q$. Potem je $x + y = (tp+s)/q = s + t/q$, torej $[x + y] = s$ in $\{x + y\} = t/q$. To pomeni, da je izraz $[jp/q] + [((t-j)p+s)/q]$ enak s natanko takrat, ko je $\{jp/q\} \leq t/q$, in enak $s - 1$ natanko takrat, ko je $\{jp/q\} > t/q$.

Toda $\{jp/q\}$ pomeni ravno ostanek pri deljenju mnogokratnika jp s številom q . Če je le-ta večji od števila t/q , je reducirani ostanek večkratnika

jp po modulu q negativen. Naj bo r takih števil med večkratniki

$$p, 2p, 3p, \dots, tp$$

Potem po Gaussovi lemi velja enakost

$$\left(\frac{p}{q}\right) = (-1)^r$$

V vsoti (*) imamo torej r členov, ki so enaki $s-1$, in $t-r$ členov, enakih s . Zato je

$$\sum_{j=1}^t \left(\left[\frac{jp}{q} \right] + \left[\frac{(t-j)p + s}{q} \right] \right) = r(s-1) + (t-r)s = st - r$$

To med drugim pomeni, da je število n vseh večkratnikov mq , ki so kongruentni negativnim reduciranim ostankom po modulu p , kongruentno številu $st - r$ po modulu 2. Potem pa dobimo s ponovno uporabo Gaussove leme

$$\left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^n = (-1)^{st} (-1)^r = (-1)^{st} \left(\frac{p}{q}\right)$$

oziroma

$$\left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^{(p-1)(q-1)/4} \left(\frac{p}{q}\right)$$

Dokaz je končan.

Zgornje inačice dokaza med Gaussovimi ne najdemo, možno pa je, da je ena izmed 152 variant, kolikor je znanih (glej [1]).

LITERATURA

- [1] M. Gerstenhaber, *The 152-nd proof of the law of Quadratic reciprocity*, Amer. Math. Monthly **70** (1963), 397–398.
- [2] J. Grasselli, *Osnove teorije števil*, DZS Ljubljana 1975
- [3] H. Gupta, *Selected Topics in Number theory*, Abacus Press 1980, str. 70–87.
- [4] E. Lehmer, *Rational Reciprocity Laws*, Amer. Math. Monthly **85** (1978), 467–472.
- [5] D. H. Lehmer, *A low energy proof of reciprocity Law*, Amer. Math. Monthly **64** (1957), 103–106.
- [6] T. Peklar, *Kvadratni recipročnostni zakon*, diplomska naloga, Ljubljana 1987.
- [7] I. Vidav, *Algebra*, DMFA SRS, Ljubljana 1987, str. 184–188.
- [8] B. F. Wyman, *What is Reciprocity Law?*, Amer. Math. Monthly **79** (1972), 571–586.

TERRAS A., Harmonic analysis on symmetric spaces and applications, I in II, New York, Springer-Verlag 1985 in 1987, 341 in 385 str.

Že od samega začetka je bil eden od osnovnih namenov harmonične analize raziskovanje skrivnosti fizikalnega sveta. Klasična Fourierjeva analiza funkcij na evklidskem prostoru ima širok spekter uporabe v naravoslovnih in tehničnih znanostih in v drugih področjih matematike. Namen dela *Harmonična analiza na simetričnih prostorih in njena uporaba* je bralcu predstaviti razširitev te teorije na druge simetrične prostore in pa predvsem številne primere uporabe te teorije. Pod izrazom simetričen prostor razumemo Riemannovo mnogoterost, kjer vsaki točki p pripada izometrija prostora, ki ohranja točko p in obrne smer geodetkam.

Delo je vsebinska celota, razdeljena na dve knjigi – prva tri poglavja sestavljajo prvo, četrto in peto pa drugo knjigo. Prvo poglavje se začne s kratkim uvodom v teorijo distribucij in obravnava Fourierjevo analizo na evklidskem prostoru. Opisani primeri uporabe so iz fizike, pri reševanju valovne in toplotne enačbe, iz kristalografije, iz algebraične teoriji števil, pri obravnavanju zeta funkcije algebraičnih številskih obsegov, in iz statistike. Drugo poglavje obravnava harmonično analizo na sferi, ki je primer kompaktnega simetričnega prostora. Tretje poglavje je precej bolj obširno, obravnava pa neevklidsko Fourierjevo analizo na Poincaréjevi polravnini H , torej na odprti polravnini z neevklidsko hiperbolično geometrijo (v matematični literaturi se ta geometrija pogosto imenuje tudi po Lobačevskem). Poincaréjeva metrika je invariantna na delovanje grupe $SL(2, R)$, ki jo lahko tako ali drugače identificiramo z nekaterimi drugimi Liejevimi grupami. Tako lahko Fourierjevo analizo na H obravnavamo z različnih vidikov, vsak pa ima svojo uporabno vrednost.

Četrto poglavje predstavlja razširitev harmonične analize na prostor pozitivno definitnih simetričnih realnih matrik s številnimi primeri uporabe, na primer v multivariantni statistiki, v fiziki (pri reševanju valovne in toplotne enačbe v tem prostoru in v kvantni mehaniki) in v teoriji števil. Peto poglavje pa obravnava harmonično analizo na splošnih nekompaktnih simetričnih prostorih.

Knjigi sta polni citatov in zgodovinskih opomb in sta vsekakor zelo zanimivi. Še zdaleč pa nista lahko branje, saj so podrobne izpeljave praviloma izpuščene, večina dokazov pa je vključenih med naloge. Vendar pa sta dobro opremljeni z referencami, tako da lahko bralec, ki bi si želel kaj več podrobnosti in dokazov, poišče pomoč drugje.

Neža Mramor-Kosta

UVOD V RAČUNALNIŠKE MREŽE 2. del

JANEZ ŽITNIK

Math. Subj. Class.(1985) : 68 M 10

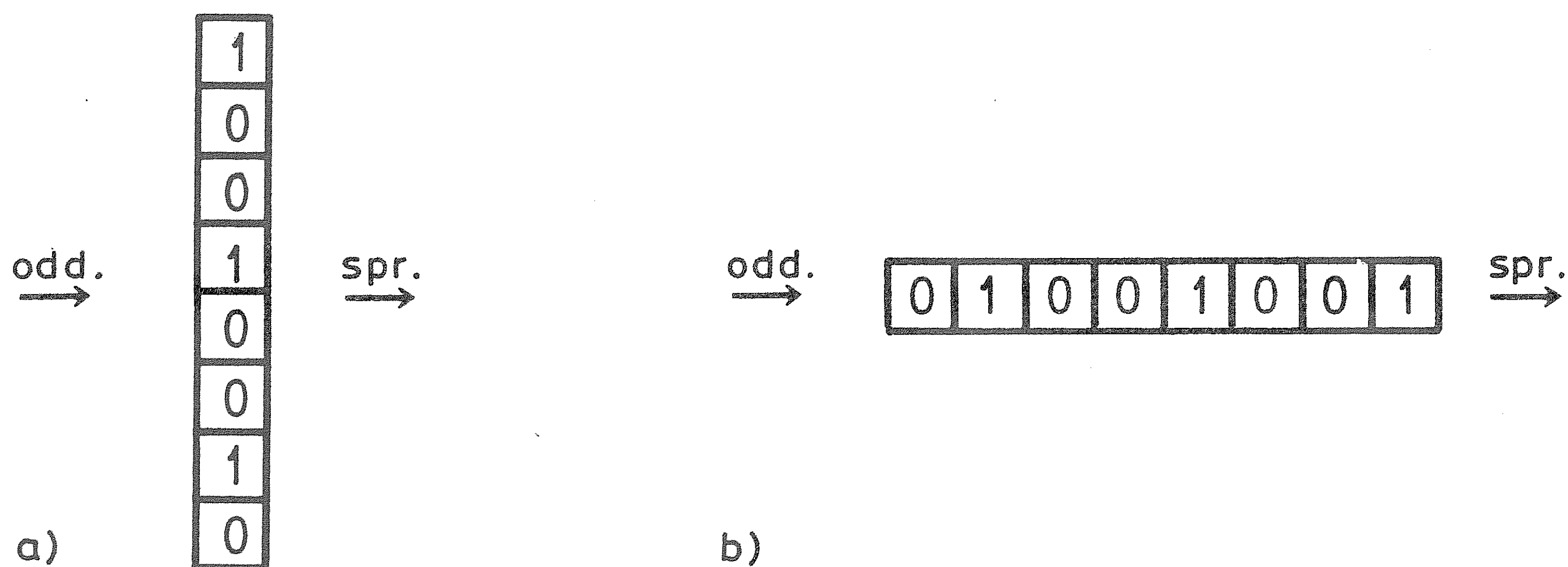
V prvem delu prispevku smo opisali računalniške mreže, topologije mrež in postopke za prenos podatkov. V drugem delu nadaljujemo z opisom postopkov za prenos podatkov. Pojasnimo tudi vlogo protokola za prenos podatkov.

INTRODUCTION TO COMPUTER NETWORKS Part 2

In the first part of the article the computer networks, their topologies and the methods of data transmission were described. The second part continues with the data transmission and the description of the protocol.

2.3. Paralelni in serijski prenos

Pri prenosu informacij predstavimo vsak znak z ustreznim zaporedjem binarnih impulzov. Po načinu ločimo dve vrsti prenosa podatkov. Pri paralelnem prenosu ima vsak bit v znaku na razpolago svoj kanal (slika 9 a). Tako odpošljemo ali sprejmemo vse bite znaka naenkrat.



Sl. 9 Kanala za paralelni in serijski prenos

Serijski prenos uporabljajo predvsem pri prenosu podatkov na večje razdalje. Pri taki vrsti prenosa sledi na edinem kanalu enemu bitu znaka naslednji bit istega znaka. Sprejemnik v enoti časa sprejme samo en bit, tako da je za prenos N bitov istega znaka potrebnih N časovnih enot. Shematično ponazoruje serijski prenos slika 9 b.

2.4. Asinhroni in sinhroni prenos

Glede na ločevanje posameznih znakov, oziroma glede na časovni razmik med dvema znakoma govorimo o asinhronem in sinhronem prenosu podatkov. Pri asinhronem načinu, ki ga največkrat uporabljajo pri enostavnem serijskem prenosu, je vsak znak sporočila sestavljen iz treh delov (Sl. 10). Vsak znak, ki ga predstavlja zaporedje bitov, se začne z začetnim (startnim) bitom, ki označuje začetek znaka. Znak se konča z enim ali več ustavitvenimi (stop) biti, ki označujejo konec znaka.

Med sprejemom ali oddajo dveh zaporednih znakov lahko poteče poljuben časovni interval. Začetni bit je izbrano stanje prenosne linije (običajno logična 0), ki traja natančno toliko časa, kot je časovni interval (ali takt), v katerem si

sledita dva zaporedna bita. Začetek sprejetega znaka določimo po naslednjih dveh pravilih:

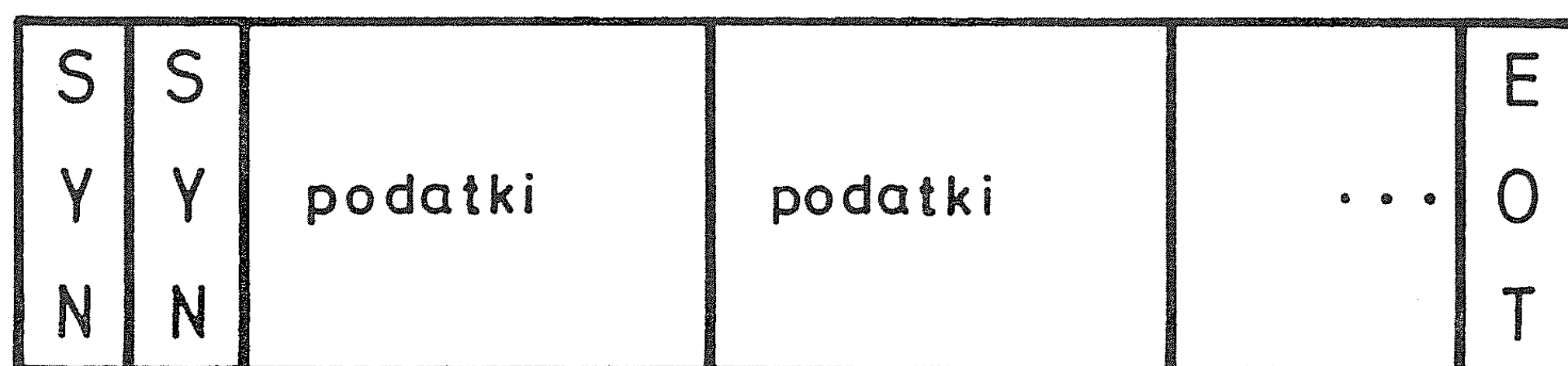
- ko po liniji ni prenosa podatkov, je linija v izbranem stanju. Največkrat označimo to stanje z logično 1. Ko linija dalj časa oddaja znak logično 0, jo imamo za prekinjeno;
- potem ko je bil odposlan zadnji bit znaka, ostane linija v stanju logična 1 vsaj en takt.



Sl. 10 Oblika podatka pri asinhronem prenosu

Sprejemnik torej zazna začetni bit kot bit, ki ni del sprejetega znaka, ko se linija povrne iz stanja 1 v stanje 0. V tem trenutku sprejemnik tudi aktivira uro, ki omogoči detekcijo vseh prispelih podatkovnih bitov. Sprejemnik mora seveda vedeti koliko bitov sestavlja posamezen znak, zato da ugotovi konec znaka in se pripravi na sprejem naslednjega začetnega bita. Ko je bil znak odposlan, ostane linija v stanju logična 1 še en ali dva takta. To pomeni, da sledita znaku še en ali dva ustavitvena bita. V tem času se sprejemnik in oddajnik ponovno sinhronizirata. Dobra lastost asinhrone komunikacije je enostaven prenos podatkov s preprostimi napravami. Poleg tega ima vsak znak tudi svojo sinhronizacijsko informacijo. Slabe lastnosti takega prenosa so predvsem majhna hitrost prenosa, da izključijo napake pri prenosu, ločen generator takta za sprejemnik in oddajnik ter majhna učinkovitost, saj je za prenos vsakega osem bitnega znaka potrebnih vsaj deset bitov.

Pri sinhronem prenosu pošiljajo po liniji podatke tako kot pri asinhronem, to je znak za znakom, le da vsak znak ne vsebuje začetnih in ustavitvenih bitov. Podatke pošiljamo v paketih. Vsak paket na začetku vsebuje ustrezno kodo, ki sprejemniku označi začetek bloka podatkov. Generator takta pri oddajniku določa sinhronizacijo sprejemnika z oddajnikom. Ura v sprejemniku nadzoruje izbiranje znakov iz zaporedja impulzov. Sinhronizacijski takt se lahko spremeni zaradi motenj na prenosni liniji, zato morata obe uri skrbeti za identičnost takta ter sproti popravljati napake. Značilna oblika sporočila pri sinhronem prenosu je na sliki 11.



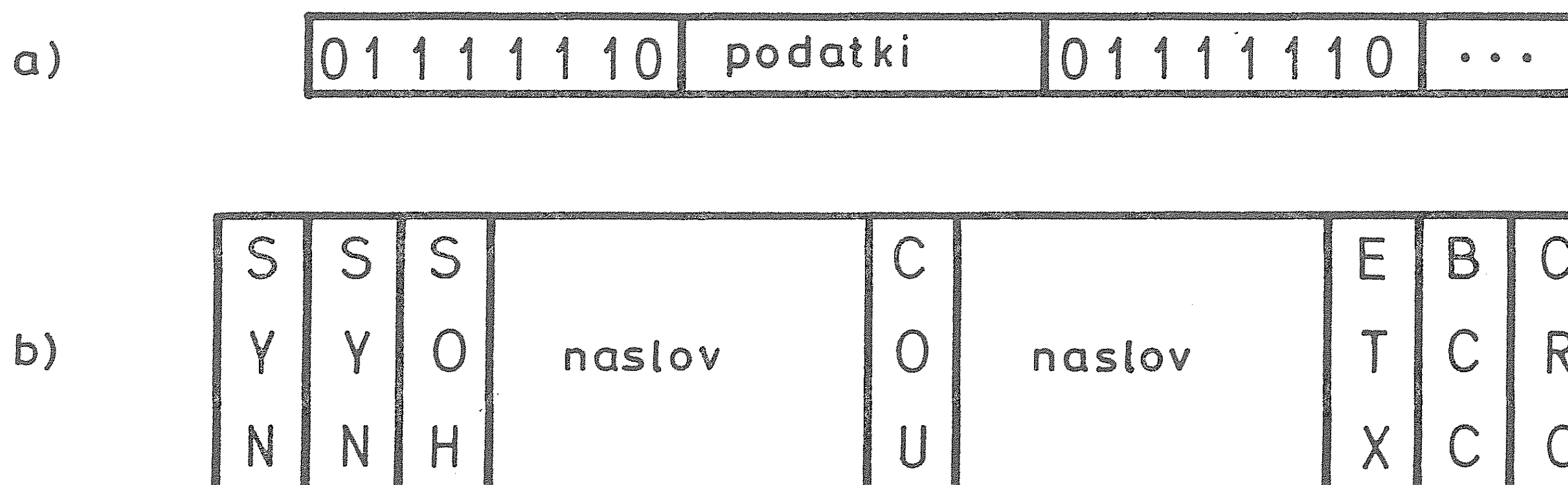
Sl. 11 Oblika podatkov pri sinhronem prenosu

Paket, oziroma sporočilo, se začne s sinhronizacijskim znakom SYN in konča z znakom za konec prenosa EOT. Če je med posameznimi sporočili premor, se

lahko sinhronizacija izgubi. Zato oddajnikov modem sprejemnikovemu stalno pošilja signal, ki pove, da je linija aktivna, in tako vzdržuje sinhronizacijo. Dva izmed načinov sinhronizacije sta:

- sinhronizacija z biti, pri kateri se vsak blok podatkov začne in konča z izbranim vzorcem bitov (npr. 01111110 (šest zaporednih enojk)). Blok podatkov ima obliko kot na sliki 12 a;

- sinhronizacija sporočil. Tu označimo začetek in konec vsakega sporočila. Posredujemo tudi podatke o dolžini sporočila in podatke, s katerimi preverimo, če je bilo sporočilo pravilno prenešeno. Oblika sporočila je na sliki 12 b.



Sl. 12 Sinhronizacija z biti in sinhronizacija sporočil

Dobre lastnosti sinhronnega prenosa so v tem, da imata sprejemnik in oddajnik isti generator takta. Bistveno manj časa porabimo tudi za prenos podatkov, saj vsak posamezni znak ne potrebuje posebnih sinhronizacijskih bitov. Ker je linija stalno sinhronizirana, so napake pri prenosu redkejše in lahko prenos poteka pri velikih hitrostih (do 19200 baudov). Slaba lastnost sinhronnega prenosa pa je v tem, da že ena sama napaka v sporočilu popolnoma spremeni in tudi pokvari vsebino sporočila. Znaki morajo biti odposlani sinhrono in ne asinhrono.

Podatki, ki jih izmenjujejo posamezni izvori v mreži, so kodirani. Kodiran podatek je sestavljen iz več skupin bitov. Vsaka skupina bitov predstavlja en znak. Vsak znak sestavlja vzorec šestih, sedmih ali osmih bitov. Med znane kode štejemo kode ASCII, BCD in EBCDIC kode. Ker so nastajale pri prenosu podatkov do težav zaradi uporabe različnih načinov kodiranja, je mednarodna organizacija za standarde (ISO) standardizirala sedem-bitno kodo; sprejela jo je večina držav. Koda ISO določa množico 128 znakov. Med njimi so tako navadni, kot tudi kontrolni znaki.

Kontrolni znaki so tisti znaki, ki jih uporabljajo za upravljanje z napravami, za razširitev kode ISO z dodatnimi (nacionalnimi) znaki in za ločevanje podatkov ter specificiranje formatov pri prenosu informacij. Znaki, ki jih uporabljajo pri prenosu podatkov so razdeljeni v štiri skupine. To so znaki za upravljanje prenosa podatkov, znaki za ločevanje podatkov, znaki za opis formata, v katerem se prenašajo podatki in znaki za upravljanje z napravami.

3. Protokoli za prenos podatkov

Pri prenosu podatkov moramo zagotoviti sinhronizacijo sprejemnika in oddajnika in organizirati prenos podatkov tako, da bodo ti obdržali svojo obliko in pomen. To dosežemo tako da vpeljemo protokol za prenos podatkov. Protokol je zbirka pravil, ki definirajo

- način vzpostavitve, vzdrževanja in prekinitve zveze
- smer pošiljanja podatkov in način dela
- obliko ali format podatkov, ki jih prenašajo
- pravila upravljanja s prenosom

Najbolj znani so BSC, DDCMP in SDLC protokoli. Protokol je pomemben predvsem pri sinhronem prenosu, pri asinhronem prenosu je njegova vloga minimalna. Funkcije protokola so :

- nadzor nad prenosom podatkov
- zaznavanje in odpravljanje napak
- kodiranje informacij
- smiselno izkoriščanje prenosnih linij
- sinhronizacija prenosa
- zagotavljanje transparentnosti podatkov in komunikacijskih naprav

Nadzor nad prenosom podatkov dosežemo s tremi elementi. To so format podatkov, kontrolna informacija in vzpostavitev zveze. Format podatkov predpisuje kakšna polja, kakšne velikosti in kakšne vsebine sestavljajo blok podatkov. Največkrat je blok podatkov sestavljen iz treh delov: vodilnega ali kontrolnega dela, telesa, v katerem se prenašajo koristni podatki, in zaključnega dela, ki vsebuje informacije za preverjanje pravilnosti prenosa. Ti deli so navadno ločeni drug od drugega s kontrolnimi znaki SOH (začetek vodilnega dela), STX (začetek teksta oziroma podatkov) in ETX (konec podatkov), ki mu sledi zaključni del. Vodilni del vsebuje podatke o naslovniku, oznako bloka, kontrolne znake, ki klasificirajo vsebino podatkovnega dela, ter znake, ki povedo sprejemniku ali je zahtevana potrditev pravilnega oziroma nepravilnega sprejema podatkovnega bloka. V zaključnem delu so znaki, ki vsebujejo informacije potrebne za preverjanje prenosa. Te podatke imenujejo tudi znaki za preverjanje bloka (BCC - Block Check Characters) in se generirajo na podlagi vsebine podatkovnega dela.

Večkrat je potrebno, da poleg tekstovnih podatkov prenašamo tudi binarne podatke, števila ali prevedeno programsko kodo. V tem primeru morajo biti podatki obravnavani drugače. Na primeren način je treba zagotoviti, da se da realizirati tudi prenos takih vzorcev, ki imajo lahko enako kodo kot kontrolni znaki. Edina razlika je v tem, da so taki vzorci v podatkovnem delu bloka. Nekateri protokoli takega prenosa ne podpirajo. Protokoli za transparenten prenos podatkov dopuščajo prenos poljubnih bitnih vzorcev. Omenimo še, da sta precej razširjena še ADCCP in HDLC protokola. Osnovne značilnosti vseh omenjenih protokolov so zbrane v tabeli

	DDCMP	BSC	SDLC	HDLC	ADCCP
Full Duplex	+	-	+	+	+
Half Duplex	+	+	+	+	+
Serijski p.	+	+	+	+	+
Paralelni p.	+	+	+	+	+
Asinhroni	+	-	-	-	-
Sinhroni	+	+	+	+	+

Značilnosti protokolov

4. ISO-OSI model računalniške mreže

Mednarodna organizacija za standarde opisuje komunikacije s hierarhijo sedmih, med seboj odvisnih nivojev (Sl. 13).

fizični nivo
linijski nivo
mrežni nivo
transportni nivo
nivo seje
nivo predstavitve
nivo aplikacije

Sl. 13 ISO-OSI arhitektura mreže

Fizični nivo, ki je po hierarhiji najnižji, definira parametre fizične povezave med računalnikom in mrežo. To so vrste kablov in priključkov, električne napetosti in načini modulacije signalov.

Linijski nivo določa način pošiljanja sporočil, protokole za prenos podatkov in načine pristopa v mrežo.

Mrežni nivo ureja pretok podatkov med posameznimi mrežami.

Transportni nivo obravnava načine vzpostavljanja, upravljanja in prekinitve zveze med posameznimi vozlišči v mreži in naslavljanje fizičnih lokacij oziroma naprav.

Nivo seje določa logični način povezave in komunikacije med dvema uporabnikoma. Pri nekaterih mrežah je združen s transportnim nivojem, pri drugih pa ga včasih sploh ni. Formalni opis tega nivoja še ni dodelan.

Predstavitveni nivo določa, kako se v mreži med seboj povezujejo posamezne aplikacije in ureja pretvarjanje podatkov v obliko, primerno za prenos po mreži.

Nivo aplikacije izvaja funkcije, ki jih uporablja končni uporabnik. To so prenos datotek po mreži, emulacija terminalov in še kaj.

Namen standardizacije je v poenostavitvi povezave med produkti posameznih proizvajalcev.

ZRIMŠEK D., A,B,(C?) micro-PROLOG, Zbirka Računalniška obzorja, DZS, Ljubljana 1988

Konec lanskega leta se je pojavila nova slovenska knjiga iz računalništva. Dogodek, ki je že sam po sebi vreden omembe. Izid knjige je spremljala za naše razmere tudi precejšnja medijska reklama, saj smo kar nekaj časa po radiu lahko poslušali o knjigi, ki bo še takega laika popeljala v svet jezikov pete generacije.

Kot piše avtor, naj bi bila knjižica 'poskus uvoda' v micro-PROLOG. Žal, knjiga kaj več kot poskus, in to ponesrečen, tudi ni. Avtor si očitno ni bil na jasnem, kakšno vrsto knjige bi sploh rad napisal. Tako je nekaj časa knjiga pisana kot učbenik, kar bi glede na poskus uvoda človek tudi pričakoval. Nato nenadoma preide v naštevaje ukazov, kar spominja na priročnik za kak jezik, spet poskuša nekaj razlagati... Kar težko si predstavljam začetnika, ki bi se iz te knjige rad naučil nekaj o micro-PROLOGU. Tako npr. avtor že na 17. strani veselo uporablja pojem liste (seznama, kot smo verjetno bolj vajeni), razloži pa ga šele na strani 33. Takih primerov je še veliko. Predvsem me moti uporaba različnih ukazov, ki niso razloženi, oziroma so razloženi nekje naprej v knjigi. Tako sta v primeru na strani 18 uporabljena *if* in *and*, nista pa sploh nikoli razložena. Knjiga za začetnike?! Tudi sama razlaga je, najblajše rečeno, dokaj zmedena. Npr. ... je napisan rekurzivno (neke vrste zanka): sam sebe ponovno definira, ker je zadnji del stavka enak prvemu v prvem stavku. Vse skupaj še najbolj spominja na slabe zapiske, narejene po še slabšem predavanju.

Poglavje zase je tudi izrazoslovje. Čeprav je izšlo že kar nekaj slovenske literature iz računalništva, so v tej, sicer lektorirani knjigi, uporabljeni izrazi kot *compiler*, *tastatura*, *variabla*... Zanima me tudi, kakšno zvezo ima oprema knjige z njeno vsebino. Tako nas na naslovnici pozdravi slika svetovne informacijske mreže, vsebina ostalih slik pa tudi nima druge povezave s temo kot to, da so s področja računalništva. Ne razumem tudi tega, kaj neki naj bi pomenili lokomotiva, letalo, avto, ki jih sem ter tja najdeš ob robu teksta.

Saj je lepo, da izhajajo slovenske računalniške knjige. Toda mar mora iziti res vsak tekst, ki je napisan?

Matija Lokar

WALLISCH W., HERMANN M., Numerische Behandlung von Fortsetzungs- und Bifurkationsproblemen bei Randwertaufgaben, Teubner-Texte zur Mathematik, Bd. 102, Teubner, Leipzig 1987.

Obdelano je numerično reševanje nelinearnega robnega problema $y' = f(t, y, \lambda)$, $a \leq t \leq b$, $r(y(a), y(b), \lambda) = 0$. Večina dela je usmerjena na metode, ki temeljijo na funkcionalni analizi.

Bojan Mohar

PRESKUS TEORIJE RELATIVNOSTI Z URAMI

JANEZ STRNAD

PACS a0330+c

Dogodka, ki sta sočasna v kakem opazovalnem sistemu, nista vedno sočasna v drugem. Nasledek posebne teorije relativnosti, da je čas relativen, nasprotuje vsakdanjim izkušnjam. Zato so si posebej prizadevali, da bi ga podprli z merjenji. Enačbo za gibajočo se dvignjeno uro, ki je ni težko izpeljati, so preskusili tudi pri poskusih z urami, ne samo z neobstoječimi delci iz sveta atomov. Ti zanimivi poskusi pričajo, kaj zmorejo današnje merilne naprave. Prepričljivo tudi kažejo, da ni paradoksa dvojčkov.

TEST OF RELATIVITY THEORY WITH CLOCKS

Two events which are synchronous in a reference frame are not always synchronous in another one. The consequence of special relativity that time is relative, contradicts everyday experience. Therefore special efforts were made to support it by measurements. The equation for a moving clock at a greater height, which is not difficult to derive, was tested also in experiments with clocks, not only with unstable subatomic particles. These interesting experiments witness what can be accomplished with present apparatus. Also they persuasively show that there is no twin paradox.

Uvod

Današnji fizik lahko razmišljanje o opisovanju pojavov v različnih koordinatnih sistemih opre neposredno na *zakon relativnosti*. Vsi nepospešeni koordinatni sistemi daleč od teles z veliko maso so enakopravni; v vsakem od takih *inercialnih sistemov* imajo zakoni narave enako obliko. V vsakem inercialnem sistemu imajo zakoni za električno in magnetno polje, to so Maxwellove enačbe, enako obliko. Iz njih izhaja – v vsakem inercialnem sistemu – hitrost svetlobe v praznem prostoru

$$c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$$

V enačbi nastopata konstanta električnega polja, influenčna konstanta ϵ_0 , in konstanta magnetnega polja, induksijska konstanta μ_0 . Slednjo določa dogovor o amperu: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$. Premislek poenostavi nova definicija metra, ki vsebuje svetlobno hitrost v praznem prostoru. To, da svetlobno hitrost v praznem prostoru določa dogovor, se zdi ob uvajanju posebne teorije relativnosti neugodno, dokler ne privzamemo dogovora v vsakem inercialnem sistemu.

Hitrost svetlobe v praznem prostoru ni odvisna ne od hitrosti izvira in ne od inercialnega sistema, v katerem jo merimo. Hitrost valovanja, ki potuje le po snovi, na primer hitrost zvoka, sicer tudi ni odvisna od hitrosti izvira, odvisna pa je od inercialnega sistema. Hitrost zvoka je enaka $c_z = (\kappa RT/M)^{1/2}$ glede na zrak, po katerem potuje. Ne glede na to, kako se giblje izvir, potuje zvok vselej s to hitrostjo glede na zrak. V drugih inercialnih sistemih je treba hitrost zvoka sestaviti iz hitrosti zvoka glede na zrak in hitrosti zraka. Hitrost svetlobe v praznem prostoru je enaka v

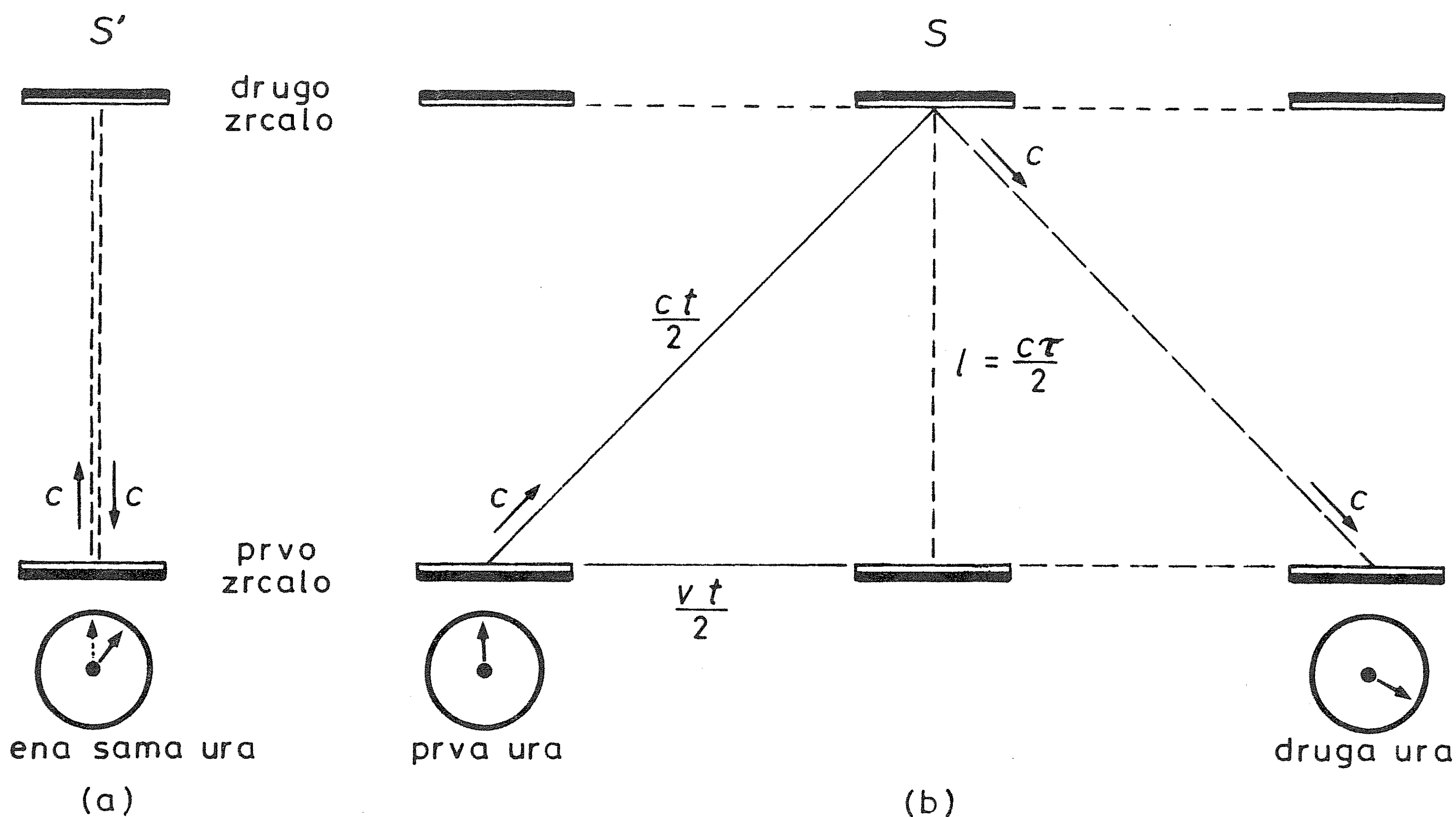
vseh inercialnih sistemih, saj bi morali hitrost svetlobe v praznem prostoru v nekem inercialnem sistemu sestaviti iz hitrosti svetlobe v praznem prostoru v drugem sistemu in "hitrosti praznega prostora", ki je ni mogoče določiti.

Lastni in koordinatni čas

Opazujmo v inercialnem sistemu S' svetlobno uro, ki v njem miruje. V svetlobni uri potuje svetloba sem in tja med vzporednima zrcaloma v praznem prostoru v razmiku l . En "nihaj" take ure traja *lastni čas* $\tau = 2l/c$, saj svetloba prepotuje dvakrat razmik l s hitrostjo c . Opazujmo to uro še v inercialnem sistemu S , ki se giblje s hitrostjo v glede na uro pravokotno na smer potovanja svetlobe. V tem sistemu traja "nihaj" čas t , ki nastopa v enačbi (Sl. 1) $l^2 + (vt/2)^2 = (ct/2)^2$; pri tem je $l = c\tau/2$. Svetloba potuje tudi v inercialnem sistemu S s hitrostjo c , vrhu tega se v njem gibljeta zrcali s hitrostjo v . Daljšo pot prepotuje svetloba z enako hitrostjo v daljšem času

$$t = \tau(1 - v^2/c^2)^{-1/2} = \tau(1 + \frac{1}{2}v^2/c^2 + \dots) \quad (1)$$

Nazadnje smo zapisali približek za majhno razmerje hitrosti v/c .



Sl. 1 Odboj bliska v svetlobni uri na prvem zrcalu in povratek do tega zrcala v sistemu S' , v katerem zrcali mirujeta; lastni čas τ med odbojema izmerimo z eno samo uro (a). Odboj tega bliska v sistemu S , v katerem se zrcali gibljeta s hitrostjo v ; koordinatni čas med odbojema izmerimo z dvema urama (b). Koordinatni čas t in lastni čas τ sta v razmerju hipotenuze in navpične katete trikotnika.

V inercialnem sistemu S se prvo zrcalo svetlobne ure v času t premakne za vt , medtem ko se svetloba na njem odbije prvič in drugič. Zato moramo v tem sistemu izmeriti čas z dvema umerjenima urama. Prva ura izmeri čas prvega odboja, ko je ob njej prvo zrcalo, in druga ura čas drugega odboja,

ko je ob njej prvo zrcalo. V nasprotju z lastnim časom τ , ki ga izmerimo z eno uro, izmerimo tedaj *koordinatni čas* t z dvema urama. V splošnem določata lastni čas dogodka, ki se dogodita na istem kraju, koordinatni čas pa dogodka, ki se dogodita na dveh različnih krajih. Koordinatni čas je daljši od lastnega.

Gibajoča se dvignjena ura

Čas, točneje časovni razmik med dvema dogodkoma, je relativen, odvisen je od inercialnega sistema. Bistvena novost posebne teorije relativnosti je prav ta spremenjeni pogled na čas. Ker merimo koordinatni čas z dvema urama, potrebujemo v posebni teoriji relativnosti v koordinatnem sistemu mrežo enakih umerjenih ur. Koordinatni sistem in mrežo ur imenujemo *opazovalni sistem*.

Enačba (1) povezuje lastni čas, ki ga izmerimo z eno uro, s koordinatnim časom, ki ga izmerimo z dvema urama v inercialnem opazovalnem sistemu. Pri tem ni treba, da bi se ura, ki meri lastni čas – vsaka ura meri svoj lastni čas – gibala nepospešeno. V inercialnem opazovalnem sistemu S imejmo uro 1, ki se giblje s hitrostjo v_1 , in uro 2, ki se giblje s hitrostjo v_2 . Njuna lastna časa τ_1 in τ_2 lahko primerjamo med seboj le preko ustreznih koordinatnih časov, za katera poskrbimo, da sta enaka. Iz enačb $t = (1 + \frac{1}{2}v_1^2/c^2)\tau_1$ in $t = (1 + \frac{1}{2}v_2^2/c^2)\tau_2$ izluščimo zvezo

$$\tau_2 - \tau_1 = -\frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2)\tau/c^2 \quad (2)$$

Lastna časa τ_1 in τ_2 se v našem primeru le malo razlikujeta, zato smo ju smeli na desni strani izenačiti; $\tau_1 = \tau_2 = \tau$. Hitrejša ura zaostaja, saj je $\tau_2 < \tau_1$, če je $v_2 > v_1$.

Enačbe (1) ne moremo naravnost preskusiti z velikimi urami. Letala, rakete in umetni sateliti, ki prenašajo take ure, se gibljejo na večji višini. V bližini je telo z večjo maso, Zemlja, zato moramo upoštevati še odvisnost lastnega časa od višine.

Pri razmišljanju, ki sega iz posebne teorije relativnosti, si pomagamo z zvijačo. Svetlobo, ki potuje v gravitacijskem polju od točke v razdalji r_1 od središča Zemlje do točke v razdalji r_2 , si mislimo sestavljeno iz fotonov z efektivno maso $h\nu/c^2$. Energijo fotona $h\nu$ določata namreč frekvenca ν in Planckova konstanta h , masi m pa ustreza energija mc^2 . Gravitacijska potencialna energija telesa z maso m v razdalji r od središča Zemlje z maso M meri $-GmM/r$. Pri tem je G gravitacijska konstanta. Iz izreka o ohranitvi energije, v katerem upoštevamo energijo fotona in njegovo gravitacijsko potencialno energijo

$$h\nu_1 - (h\nu_1/c^2)GM/r_1 = h\nu_2 - (h\nu_2/c^2)GM/r_2$$

sledi enačba $(1 - GM/c^2r_1)\nu_1 = (1 - GM/c^2r_2)\nu_2$. Lastni čas, ki ga meri ura, je obratno sorazmeren s frekvenco, tako da velja $(1 - GM/c^2r_1)\tau_1 =$

$(1 - GM/c^2 r_2)\tau_2$. Ta enačba pripelje do zveze

$$\tau_2 - \tau_1 = \tau(GM/c^2 r_1 - GM/c^2 r_2) \quad (3)$$

V njej smo na desni zopet izenačili lastna časa $\tau_1 = \tau_2 = \tau$.

Na površju Zemlje je težni pospešek $g = GM/r_1^2$, če je r_1 zemeljski radij.* Tako se pri majhni višinski razliki $z_2 - z_1 = r_2 - r_1$ desna stran poenostavi

$$\tau_2 - \tau_1 = \tau g(z_2 - z_1)/c^2 \quad (3a)$$

Ura, ki je bolj oddaljena od središča Zemlje, gre hitreje, saj je $\tau_2 > \tau_1$, če je $z_2 > z_1$ ali $r_2 > r_1$.

Vpliv hitrosti (2) in vpliv višine (3) na tek ur lahko v našem približku, ki upošteva le člene prvega reda, preprosto sestavimo

$$\tau_2 - \tau_1 = \tau \left[GM/c^2 r_1 - GM/c^2 r_2 - \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2)/c^2 \right] \quad (4)$$

Enačba (4) velja, če se hitrosti ur v inercialnem opazovalnem sistemu in njuni razdalji od središča Zemlje ne spreminjajo med poskusom. Za uro 1, ki miruje na površju Zemlje, to velja, za uro 2 pa ne vedno. Denimo, da se ura 2 v delu časovnega razmika τ_i giblje s hitrostjo v_{2i} v določeni razdalji r_{2i} . Enačbo (4) uporabimo za vsak del časovnega razmika in naposled vse prispevke seštejemo.

$$\tau_2 - \tau_1 = \sum_i \tau_i \left(-GM/c^2 r_{2i} - \frac{1}{2}v_{2i}^2/c^2 \right) + \tau \left(GM/c^2 r_1 + \frac{1}{2}v_1^2/c^2 \right) \quad (4a)$$

Pri tem velja $\sum_i \tau_i = \tau$. Če podamo hitrost ure 2 in razdaljo od središča Zemlje z zveznima funkcijama $v_2(\tau)$ in $r_2(\tau)$, preide vsota v integral

$$r_2 - r_1 = \int_0^\tau d\tau \left(-GM/c^2 r_2^2(\tau) - \frac{1}{2}v_2^2(\tau)/c^2 \right) + \tau \left(GM/c^2 r_1 + \frac{1}{2}v_1^2/c^2 \right) \quad (4b)$$

Poskusi

S skrbnim merjenjem je uspelo enačbo (4) potrditi pri poskusih z velikimi urami, ne samo z neobstojnimi delci iz atomskega sveta. Poročajmo na kratko o štirih takih poskusih.**

* A. Einstein je leta 1905 trdil, da ura na ekvatorju zaostaja za uro na polu. V resnici gresta obe uri na morski gladini enako. Naj bo ura 1 na ekvatorju in ura 2 na polu, tako da je $v_1 = 2\pi r_1/t_0$ in $v_2 = 0$. V enačbi (4) prispevek zaradi hitrosti $\frac{1}{2}(2\pi/t_0)^2 r_1^2/c^2$ izravna prispevek zaradi težnega pospeška. Ta pospešek je na ekvatorju za centrifugalni pospešek $(2\pi/t_0)^2/r_1$ manjši kot na polu. Ustrezna razlika gravitacijskih potencialov, deljena s c^2 , je $\int_0^{r_1} (2\pi/t_0)^2 r dr/c^2 = \frac{1}{2}(2\pi/t_0)^2 r_1^2/c^2$.

** Na tem mestu ne omenimo poskusov, ki potrjujejo enačbo $\nu_1 - \nu_2 = \nu(GM/c^2 r_2 - GM/c^2 r_1)$ ali $\nu_2 - \nu_1 = -\nu g(z_2 - z_1)/c^2$ s sevanjem ali enačbo (3a) z uro. R. V. Pound in J. L. Snider, *Effect of gravity on gamma radiation*. Phys. Rev. 140 (1967) B788, sta bolje kot na 1% natančno potrdila enačbo

Poskusa z letali. O poskusu Hafeleja in Keatinga je Obzornik že poročal [1], zato ga opišimo poenostavljeno. Ura 1 miruje na ekvatorju, ura 2 pa obkroži Zemljo v 48 urah po ekvatorju v višini 10 kilometrov najprej proti vzhodu in nato proti zahodu. V inercialnem opazovalnem sistemu se giblje ura na ekvatorju s hitrostjo $v_1 = 2\pi r_1/t_0$, če je $r_1 = 6380$ km radij Zemlje in $t_0 = 24$ ur čas njenega vrtljaja. Ura 2 se giblje glede na Zemljo s hitrostjo $2\pi r_1/2t_0 = \frac{1}{2}v_1$, tako da je v inercialnem sistemu njena hitrost $v_2 = v_1 + \frac{1}{2}v_1 = \frac{3}{2}v_1$ pri gibanju proti vzhodu in $v_2 = v_1 - \frac{1}{2}v_1 = \frac{1}{2}v_1$ pri gibanju proti zahodu. S približkom (3a) dobimo iz enačbe (4) pri gibanju proti vzhodu

$$\begin{aligned}\tau_2 - \tau_1 &= 2t_0 \left[g(z_2 - z_1)/c^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}v_1 \right)^2 / c^2 \right] = \\ &= 2t_0 g(z_2 - z_1)/c^2 - 2t_0 \cdot \frac{5}{8} (2\pi r_1/t_0)^2 / c^2 = \\ &= 189 \text{ ns} - 259 \text{ ns} = -70 \text{ ns}\end{aligned}$$

in pri gibanju proti zahodu

$$\begin{aligned}\tau_2 - \tau_1 &= 2t_0 \left[g(z_2 - z_1)/c^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}v_1^2 - v_1^2 \right) / c^2 \right] = \\ &= 189 \text{ ns} + 155 \text{ ns} = 344 \text{ ns}\end{aligned}$$

Račun smo naredili na dolgo, da smo spoznali velikostno stopnjo prispevkov zaradi višine in prispevkov zaradi hitrosti.

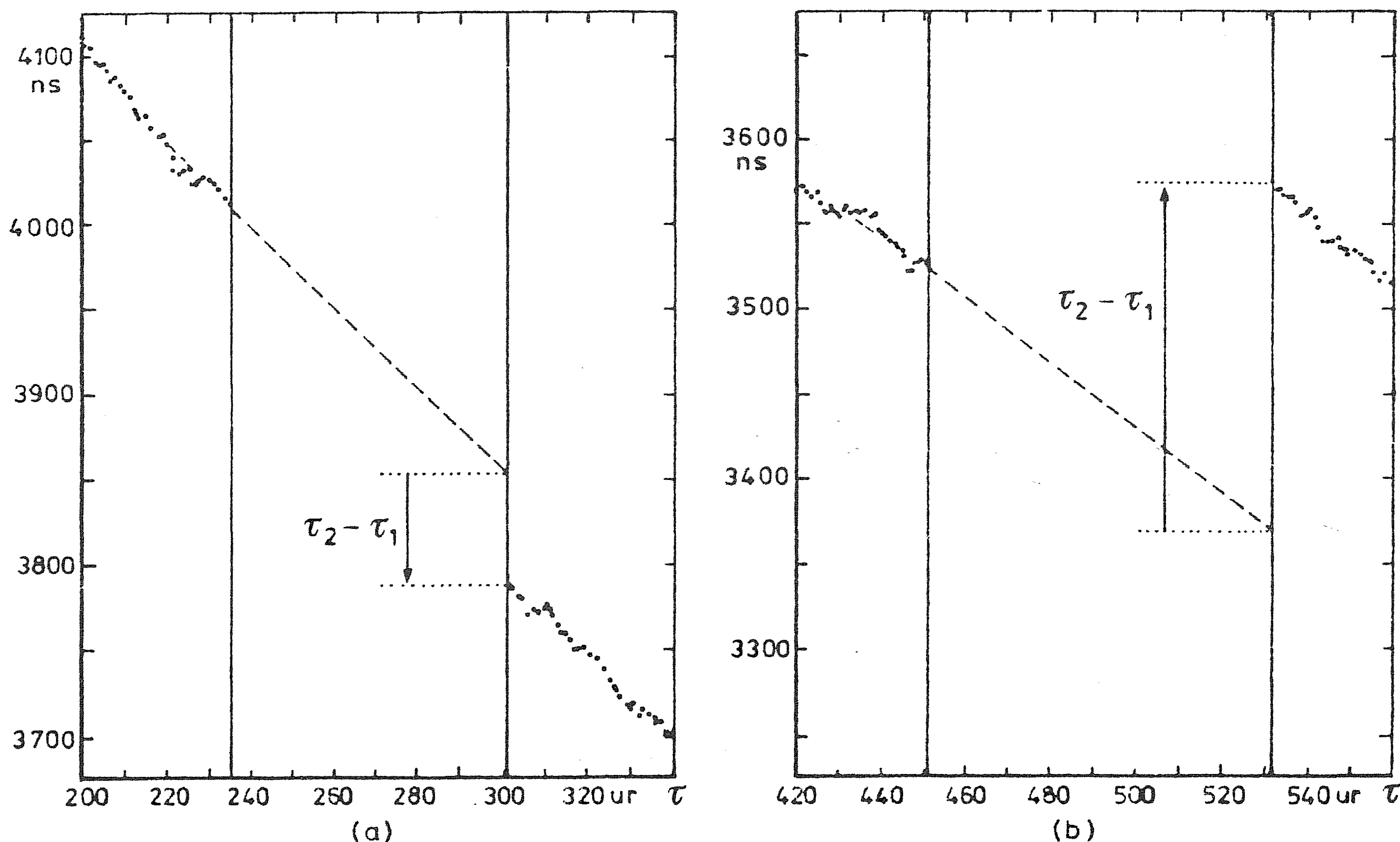
Hafele in Keating sta leta 1971 potovala s štirimi urami na curek atomov cezija z letali na običajnih progah čim bliže ekvatorju proti vzhodu in proti zahodu. Pred potovanjema in po njiju sta primerjala ure z uro Mornariškega observatorija, ki določa čas v ZDA. Med potovanjem sta morala večkrat čakati na zvezo. Po podatkih sta dobila na osnovi enačbe (4a) napoved $\tau_1 - \tau_2 = (-40 \pm 23)$ ns za potovanje proti vzhodu in $\tau_2 - \tau_1 = (275 \pm 21)$ ns za potovanje proti zahodu [2]. Izmerjeni razliki (-59 ± 10) ns in (273 ± 7) ns (Sl. 2) sta zadovoljivo podprli enačbo (4), čeprav so bila odstopanja precejšnja.

C. Alley je s sodelavci leta 1975 izvedel podoben poskus, le da je nenehno primerjal ure na letalu z urami na tleh [3]. Lego letala so zasledovali z radarjema in z laserjem sporočali podatke ur na tleh. V letalu in na tleh so bile po tri ure na curek atomov cezija in po tri ure na curek atomov rubidija,

$\nu_2 - \nu_1 = \nu g(z_2 - z_1)/c^2$ pri Mössbauerjevem pojavu z železom ^{57}Fe pri višinski razliki 22 m. T. Katila in K. J. Riski, *Measurement of the interaction between electromagnetic radiation and gravitational field using ^{67}Zn Mössbauer spectroscopy*, Phys. Lett. **83** (1981) 51, sta merila na enak način in z enako natančnostjo s cinkom ^{67}Zn pri višinski razliki samo 1 m. J. L. Snider, *New measurement of the solar gravitational red shift*, Phys. Rev. Lett. **28** (1972) 853, je potrdil enačbo $\nu_2 - \nu_1 = \nu(GM/c^2 r_2 - GM/c^2 r_1)$ s kalijevo črto 769.9 nm v sončni svetlobi na 6% natančno.

L. Briatore in S. Leschiuta, *Evidence for earth gravitational shift by a direct atomic time-scale comparison*, Nuovo Cimento **37B** (1977) 219, sta primerjala cezijeve atomske uri v Torinu in na 3250 metrov višji Plateau Rosa. V 1500 urah opazovanja sta dobila $(\tau_2 - \tau_1)/\tau = (34 \pm 7)$ ns/dan, medtem ko je dala enačba (3a) $g(z_2 - z_1)/c^2 = 31$ ns/dan.

poleg tega so si na tleh pomagali še z dvema vodikovima maserjema. Letalo je opisovalo okoli 50 km dolgo in dobrih 22 km široko pentljo nad postojanko ameriške vojne mornarice v zalivu Chesapeake. Najprej je letelo 5 ur na višini nekaj manj kot 8 km, nato 5 ur na poldrugi kilometer večji višini, naposled 5 ur še na poldrugi kilometer večji višini. Napovedana razlika po enačbi (4b) $\tau_2 - \tau_1 = (47.1 \pm .03) \text{ ns}$ se je v okviru napake pri merjenju ujemala z izmerjeno (Sl. 4). Pri tem je šlo 52.8 ns na račun višine in -5.7 ns na račun hitrosti.



Sl. 2 razlika lastnih časov ene izmed štirih ur (ure 2) pred poletom in po njem pri potovanju proti vzhodu (a) in pri potovanju proti zahodu (b) v odvisnosti od časa pri poskusu Hafeleja in Keatinga [2]. Med poletom proti vzhodu je ura na letalu zaostala za uro na tleh za $\tau_2 - \tau_1 = -66 \text{ ns}$, med poletom proti zahodu pa je ura na letalu prehitela uro na tleh za $\tau_2 - \tau_1 = 205 \text{ ns}$.

Poskusa z raketo in umetnim satelitom. R. F. C. Vessot in sodelavci so leta 1980 zasledovali vodikov maser v četrti stopnji rakete, ki so jo izstrelili skoraj navpično do višine 10 tisoč kilometrov [4]. Z uro v raketi so bili zemeljski laboratoriji povezani s tremi mikrovalovnimi signali. Enega je oddajal oddajnik na raketi, drugega pa oddajnik na tleh in ga je posebna naprava na raketi sprejela in ojačenega zopet oddala. Let četrte stopnje rakete so zasledovali z glavne postaje na Floridi in še s štirih drugih postaj.

S prijemom, ki ga ne kaže podrobneje pojasnjevati, so se znebili spremembe frekvence zaradi Dopplerjevega pojava prvega reda. Tako je sprememba frekvence neposredno podajala prispevek zaradi višine in prispevek zaradi kvadrata hitrosti. Napoved splošne teorije relativnosti – z dodatnim členom, ki ga enačba (4) ne vsebuje – se je z izidom merjenja ujemala bolj kot na stotino odstotka natančno. V tem primeru niso posebej določili računske napovedi in jo primerjali z izmerjenim izidom, ampak so se zgolj prepričali, da je razlika obojega ostala v okviru napak pri merjenju.

Zelo prepričljivo so potrdili enačbo (4) z uro na umetnem satelitu, ki je krožil okoli Zemlje v višini 324 km. Pri poletu nemškega vesoljca v Spacelabu leta 1985 so uporabili uro na curek atomov cezija in jo primerjali z glavno nemško uro na tleh. Ura 2 je v tem primeru krožila v razdalji $r_2 = r_1 + 324$ km ali približno $r_2 = 21 r_1 / 20$ od središča Zemlje. Težni pospešek na tej višini mora biti enak centripetalnemu pospešku $GM/r_2^2 = v_2^2$ ali $v_2^2 = GM/r_2^2 = gr_1^2/r_2$. Iz enačbe (4) dobimo s tem

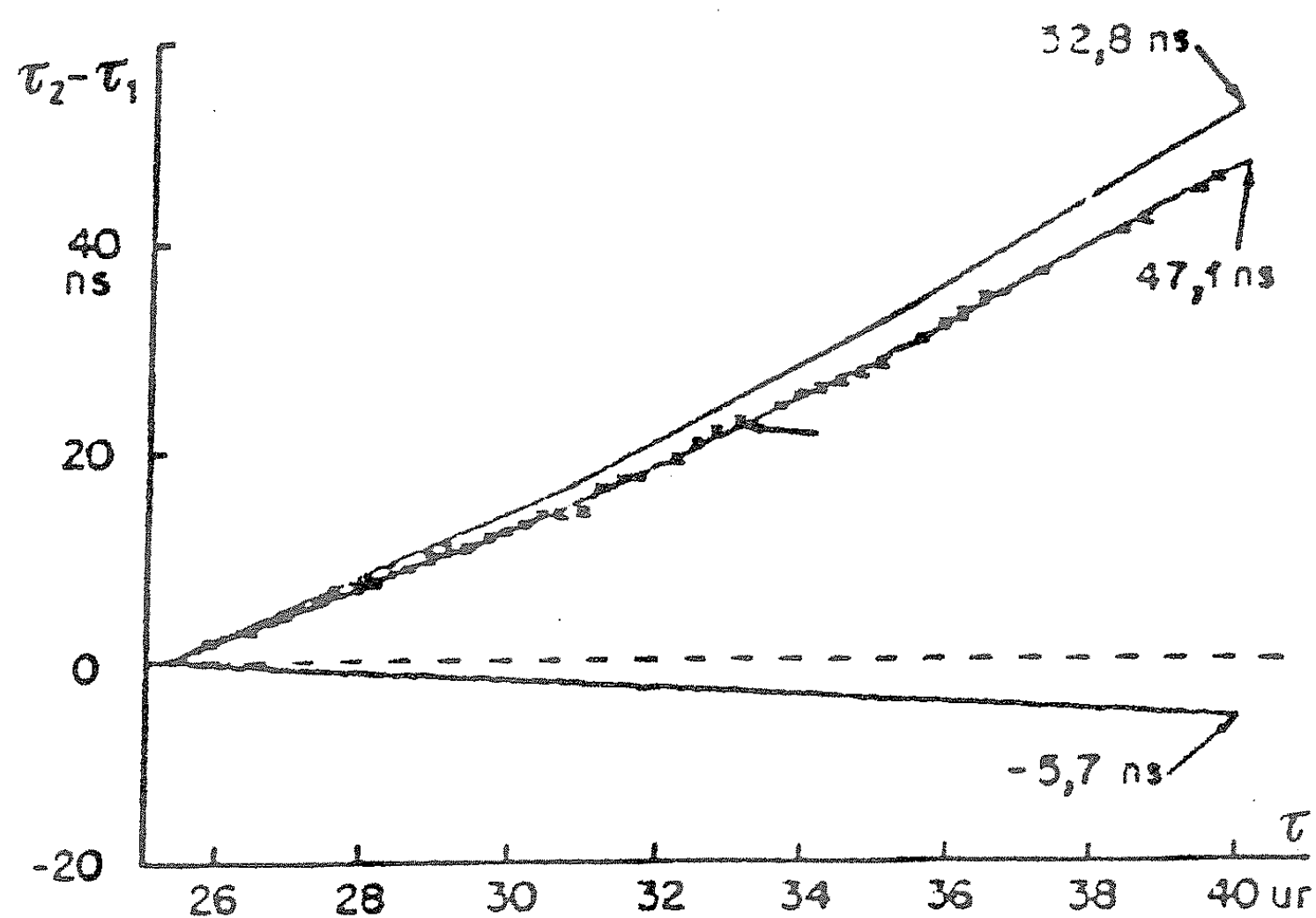
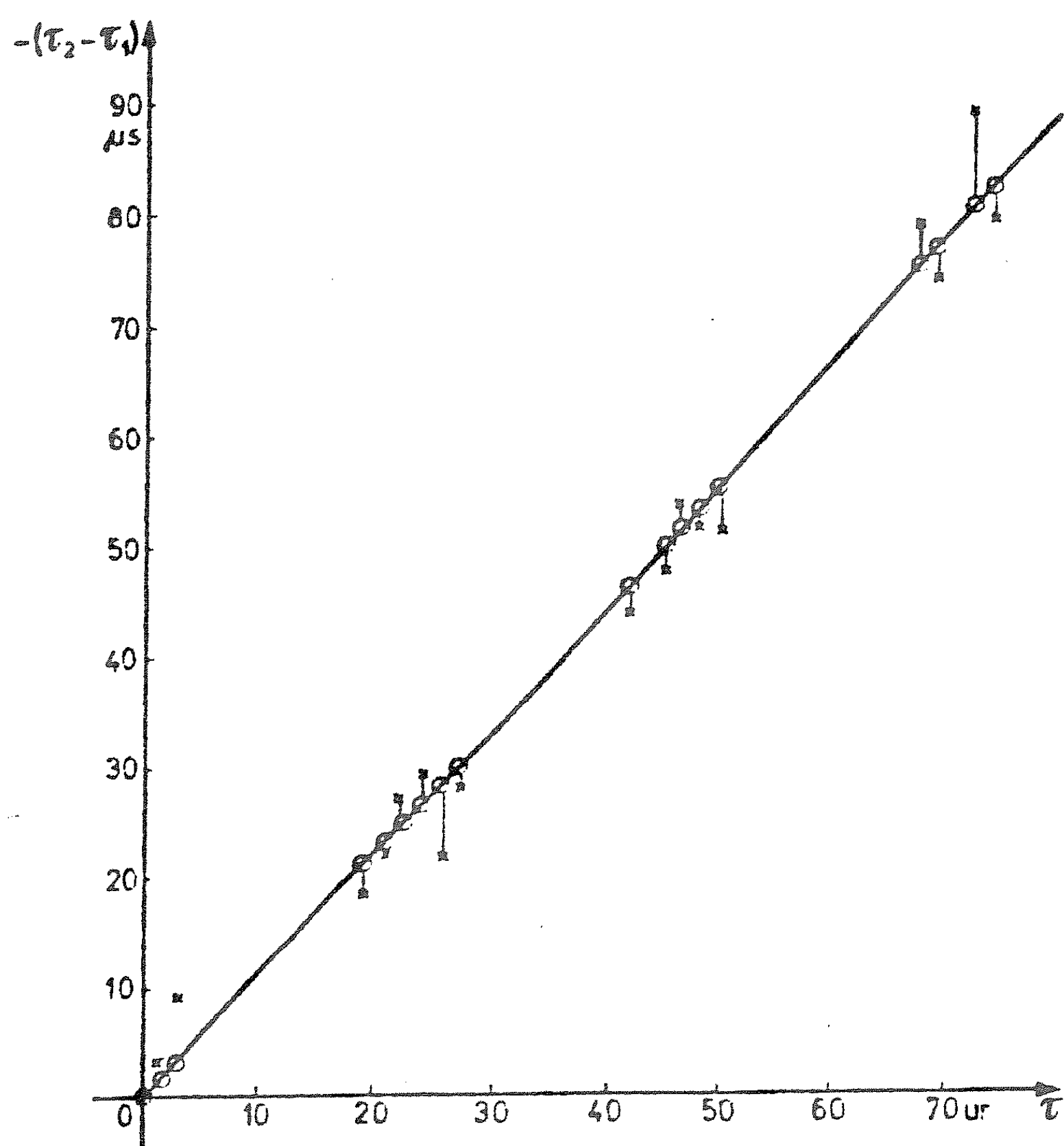
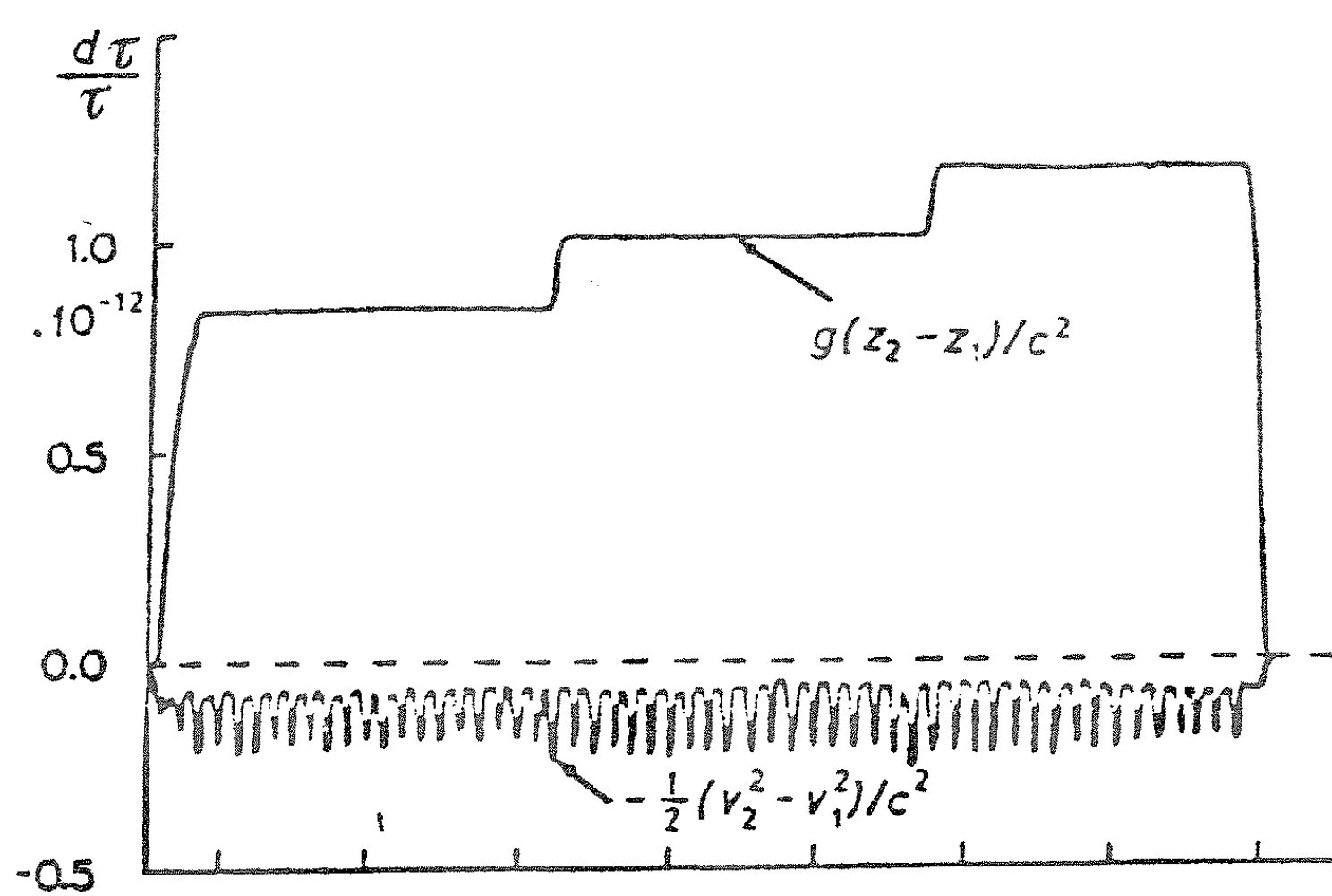
$$\tau_2 - \tau_1 = \tau[(gr_1/c^2)(1 - 3r_1/2r_2) + \frac{1}{2}v_1^2/c^2] = \tau(-3gr_1/7c^2 + \frac{1}{2}v_1^2/c^2)$$

in za $\tau = 2t_0 = 48$ ur in $v_1 = 2\pi r_1/t_0$ naposled

$$\tau_2 - \tau_1 = -51.6\mu s + 0.2\mu s = -51.4\mu s$$

Merjenja so se natančneje kot na desetino odstotka ujemala z napovedjo (Sl. 4).

Sl. 3 (desno) Razlika lastnih časov ure na letalu in ure na tleh pri poskusu Alleya in sodelavcev [3]. Zgornja risba kaže odvisnost $g(z_2 - z_1)/c^2$ in $\frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2)/c^2$ od časa τ . Spodnjo risbo smo dobili tako, da smo integrirali zgornjo. Zaradi višine sta se lastna časa razlikovala za 52.8 ns, zaradi hitrosti pa za -5.7 ns; skupna napovedana razlika $\tau_2 - \tau_1 = 47.1$ ns se je v okviru natančnosti pri merjenju ujemala z izmerjeno.



Sl. 4 (levo) Negativna razlika lastnih časov ure na umetnem satelitu in ure na tleh v odvisnosti od časa [5]. Odmiki od napovedane vrednosti, nakazani s križci, so narisani petdesetkrat povečano.

“Paradoks dvojčkov”

Ne bi bilo prav, če ne bi omenili, da se za enačbo (4) skriva razvpiti *problem ur* ali *paradoks dvojčkov*. Vsakdanjim izkušnjam z minevanjem, kot

kaže, izzivalno nasprotuje spoznanje, da je brat dvojček, ki se odpravi na potovanje, lahko ob vrnitvi manj postaran kot drugi brat na Zemlji. Prav o tem smo se prepričali pri naših računih in poskusih: dvojček, ki bi letel 48 ur na satelitu, bi se postaral za 51 mikrosekund manj od brata na Zemlji. Razlika je sicer neznatna, a zbudi pozornost, saj bi si lahko zamislili še drugačna potovanja – ne da bi jih mogli izvesti.

Izidu zaupamo, ker ga podpirajo merjenja, pa tudi računali smo tako, da se ne zdi presenetljiv. Vztrajali smo na tem, da opišemo gibanje ur v inercialnem opazovalnem sistemu. V njem se ura 2 giblje pospešeno. Toda v enačbi (4b) pospešek neposredno sploh ne nastopa, nastopa le posredno v spremenljivi hitrosti $v_2(\tau)$. Zato "skrajni relativisti" sklepajo, da je mogoče v pospešenem opazovalnem sistemu, v katerem miruje ura 2, opisati gibanje izhodišča inercialnega opazovalnega sistema z nasprotno enako hitrostjo, torej $-v_2(\tau)$.

Tako pridejo naposled na misel, da dobimo v tem primeru zamenjana indeksa 1 in 2 v enačbi (4) in razliko $\tau_2 - \tau_1$ z nasprotnim znakom. V tem vidijo "paradoks" in trdijo, da kažeta obe uri enako, ali sploh zavržejo posebno teorijo relativnosti*.

Napako naredijo, ko uporabijo v pospešenem, neinercialnem sistemu ure 2 ali ure 1 enačbe, ki jih smemo uporabiti le v inercialnem sistemu. Da je njihovo stališče zgrešeno in da inercialni in pospešeni sistem nista enakopravna, je mogoče prepričljivo uvideti pri namišljenem poskusu, pri katerem opazovalca v obeh inercialnih sistemih izmenjujeta elektromagnetne signale [6].

Vprašanje je še danes živo [7]. V želji, da bi pojave opisali tudi v pospešenem opazovalnem sistemu, v katerem miruje ura 2, zadenemo na različni mnenji o tem, kaj sodi v posebno teorijo relativnosti in kaj ne [8]. Po starejšem mnenju zajema posebna teorija relativnosti samo opis pojavov v nepospešenih, inercialnih opazovalnih sistemih in prehod od enega takega opisa k drugemu. Po novejšem mnenju pa posebna teorija relativnosti vključuje vse pojave, ki jih je mogoče opisati v ravnem četvernem prostoru, torej tudi pospešene sisteme. Računanje je v tem primeru sicer nekoliko

* Med fiziki, ki so si pridobili ugled, je bil tak skrajni relativist Anglež Herbert Dingle. V številnih člankih, na primer *The case against special relativity*, Nature **216** (1967) 119, in v knjigi *Science at the Crossroads*, Martin, Brian and O'Keefe, London 1972, je nastopal proti enačbi (1) in običajni razlagi "paradoksa" dvojčkov ter zavračal posebno teorijo relativnosti.

"Vsi imamo radi profesorja Herberta Dingla in paradoks ur v posebni teoriji relativnosti, ki ga sam samcat goji od zgodnjih tridesetih let. Kot Morrisov ples in žrebanje s piškoti na pustni torek so občasni izbruhi sporov, ki jih povzroča profesor Dingle, očarljivo angleški. Ali ni čudovito, da lahko obstajajo znanstveniki, ki so pripravljeni razglašati, da se je Einstein navsezadnje vendarle zmotil, ves svet pa ne samo verjame posebni teoriji relativnosti, ampak jo tudi uporablja... Ali je kaj upanja, da bo zdaj zadovoljen, ko sta v zadnjih mesecih Hafele in Keating pokazala, da tečejo gibajoče se ure drugače kot mirujoče? Žalostno bo videti, kako bo paradoks ur izginil, toda to delo je zadnji žebelj v njegovo krsto." *Dingle's Answer*, Nature **239** (1972) 242.

zahtevnejše, za preproste primere pa mu bralec sledi brez težav [6]. Različni pogledi, kolikor jih je preostalo, še enkrat potrjujejo spoznanje, da je treba iskati njihove korenine v zadevah, ki so odvisne od okusa in pravzaprav ne sodijo v fiziko.

LITERATURA

- [1] J. Strnad, *Prva neposredna potrditev Einsteinove rešitve "paradoksa" ur*, Obzornik mat. fiz. **19** (1972) 25.
- [2] J. C. Hafele, R. E. Keating, *Around-the-world atomic clocks: Predicted relativistic time gains; Around-the-world atomic clocks: Observed relativistic time gains*, Science **177** (1972) 166, 168.
- [3] C. Alley, *Relativity and atomic clocks*, Symposium on Teaching Modern Physics, CERN, Geneva 1984.
- [4] R. F. C. Vessot, M. W. Levine, E. M. Mattison, E. L. Blomberg, T. E. Hoffman, G. U. Nystrom, B. F. Farrel, R. Decher, P. B. Eby, C. R. Baugher, J. W. Watts, D. L. Teubner, F. D. Wills, *Test of relativistic gravitation with space-born hydrogen maser*, Phys. Rev. Lett. **45** (1980) 2081.
- [5] Starker, Nau, Hammersfahr, DFVLR Forschungsbericht 87-03, K. Jost, *Bestätigung des "Uhrenparadoxons" mit mikroskopischen Uhren*, Frühjahrungstagung der DPG, Giessen 1988, str. 366.
- [6] J. Strnad, *Posebna teorija relativnosti*, DZS, Ljubljana 1979, str. 84, 91–96.
- [7] P. Cornille, *The twin paradox and the Hafele and Keating experiment*, Phys. Lett. A **131** (1988) 156.
- [8] R. H. Good, *The definition of special relativity*, Eur. J. Phys, **9** (1988) 299.

NOVE KNJIGE

LUKEŠ, F. in Dub, P., *Optical properties of GeS, GeSe, SnS, and SnSe*, Univerzita J. E. Purkyne, Brno 1988, 114 str.

Pisca sta dokaj temeljito raziskala optične lastnosti monokristalov germanijevega in kositrovega sulfida in selenida. Knjižica vsebuje sistematični pregled njunih raziskovanj. Nekateri podatki so v njej objavljeni prvič. Uvodu sledijo poglavja: Splošni pregled, Materiali in metode, Grupnoteoretična analiza, Razvrstitev energijskih pasov in fononi, Elipsometrična raziskovanja GeS, Prehodi med energijskimi pasovi, Optične lastnosti SnSe pod absorpcijskim robom in Zaključki. Knjižica se omejuje na ozko območje fizike trdnin in bo zanimiva za tiste, ki raziskujejo na tem področju.

Janez Strnad

TUTSCHKE W., Solutions of Initial Value Problems in Classes of Generalized Analytic Functions, Teubner Texte zur Mathematik, Bd. 110, Leipzig 1989.

Namen knjige je predstaviti rešitev začetnega problema pri parcialnih diferencialnih enačbah v razredu posplošenih analitičnih funkcij. Naj bo G območje v ravnini in $a(z)$, $b(z)$ zvezni funkciji na G . Posplošena analitična funkcija na G je vsaka rešitev $w = w(z)$ diferencialne enačbe

$$\partial w / \partial \bar{z} = a(z)w + b(z)\bar{w}, \quad \partial / \partial \bar{z} = \frac{1}{2}(\partial / \partial x + i\partial / \partial y)$$

Pri $a = b = 0$ dobimo klasične analitične funkcije, rešitve običajnega Cauchy-Riemannovega sistema $\partial w / \partial \bar{z} = 0$. Podobno uvedemo posplošene analitične funkcije na višje dimenzionalnih evklidskih prostorih $\mathbb{R}^n$ kot rešitve določenih eliptičnih sistemov diferencialnih enačb. S stališča teorije parcialnih diferencialnih enačb je namen knjige posplošiti klasični eksistenčni izrek Cauchy-Kovalevsky in Holmgrenov izrek na razred posplošenih analitičnih funkcij.

Hans Lewy je prvi pokazal, da enačba oblike

$$\partial w / \partial t = f(t, w, \partial w / \partial x, \partial w / \partial y)$$

z gladko desno stranjo f v splošnem nima nobene rešitve, niti distribucijske. Enačb te vrste ne moremo reševati s klasičnimi metodami v Banachovih prostorih zaradi izgube gladkosti na desni strani. Običajen pristop je metoda zaporednih približkov v primerno izbrani družini Banachovih prostorov. Najbolj znana med tovrstnimi metodami je Nash-Moserjeva, kjer na vsakem koraku približno rešitev enačbe primerno zgladimo in jo spet vstavimo v desno stran. Uporaba te metode je običajno dokaj zahtevna in je zelo odvisna od konkretne enačbe.

V tej knjigi je avtor podal sistematičen uvod v podobno iterativno metodo, ki uporablja določene enoparametrične družine Banachovih prostorov B_s , $s \in (0, s_1)$. Zahtevamo, da za vsak $0 < s' < s < s_1$ obstaja injektivna linearna preslikava $I_{s,s'}: B_s \rightarrow B_{s'}$ z normo $\|I_{s,s'}\| \leq 1$. Pri enačbah zgornje oblike so to metodo uporabili Yamanaka, Ovsyannikov, Nirenberg, Treves, Nishida in drugi. Tako dobimo abstraktno verzijo izreka Cauchy-Kovalevski. Eden od glavnih ciljev knjige je uporaba te metode v primeru, ko so B_s prostori posplošenih analitičnih funkcij. Obravnavana metoda se da uporabiti tudi pri nekaterih integro-diferencialnih enačbah.

Knjiga je napisana dokaj pregledno in ne predpostavlja posebnega predznanja iz teorije diferencialnih enačb.

Franc Forstnerič

PARAMETRI EKLIPSNE SPREMENLJIVKE

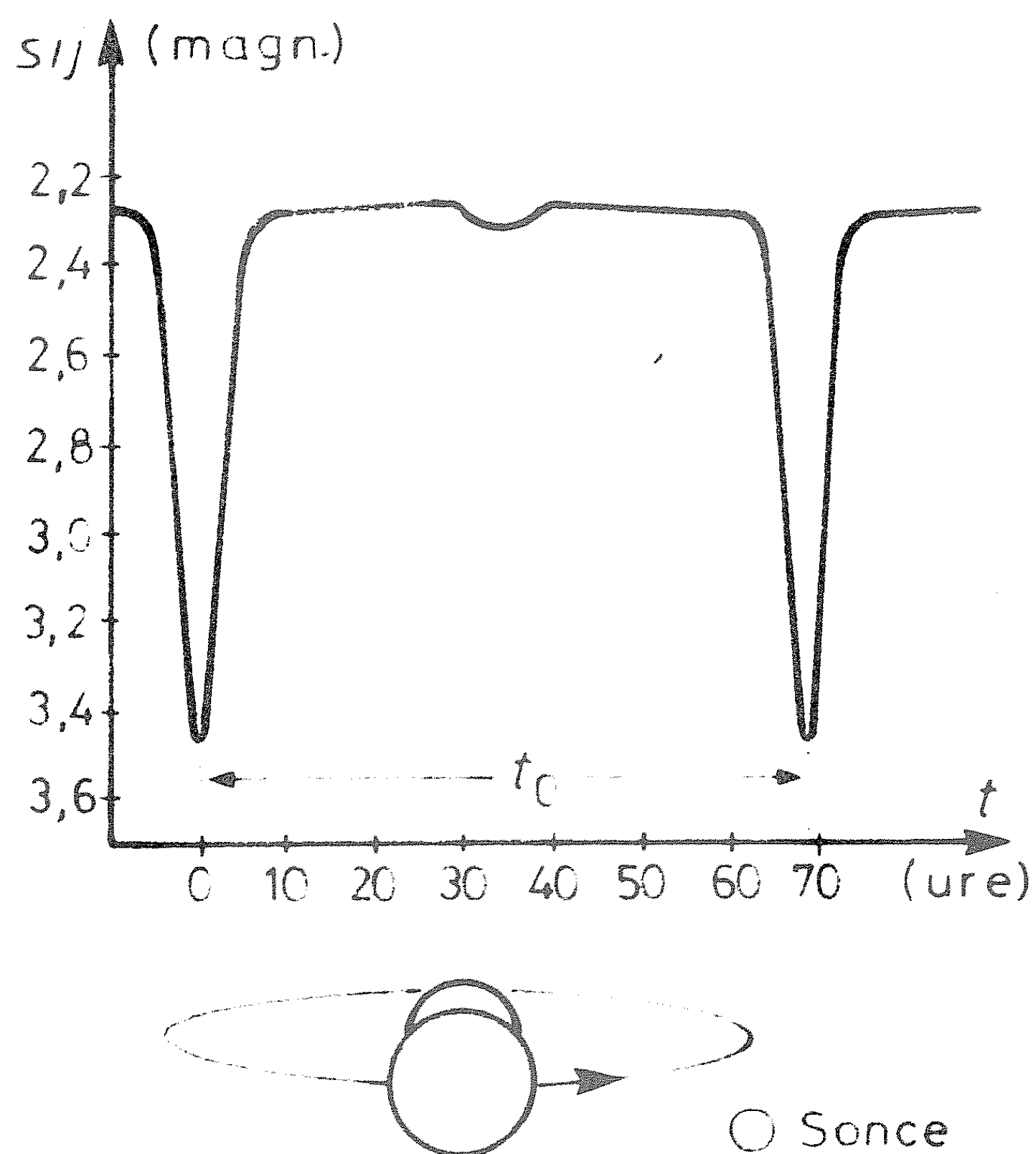
MARIJAN PROSEN

PACS a9530-r

Na način, pripraven za srednjo šolo, ocenimo radij, maso in temperaturo zvezd, ki sestavljata eklipsno spremenljivko Algolovega tipa U Kefeja.

PARAMETERS OF ECLIPSING VARIABLE

Radius, mass and temperature of the stars for eclipsing variable of Algol's type U Cephei are estimated.



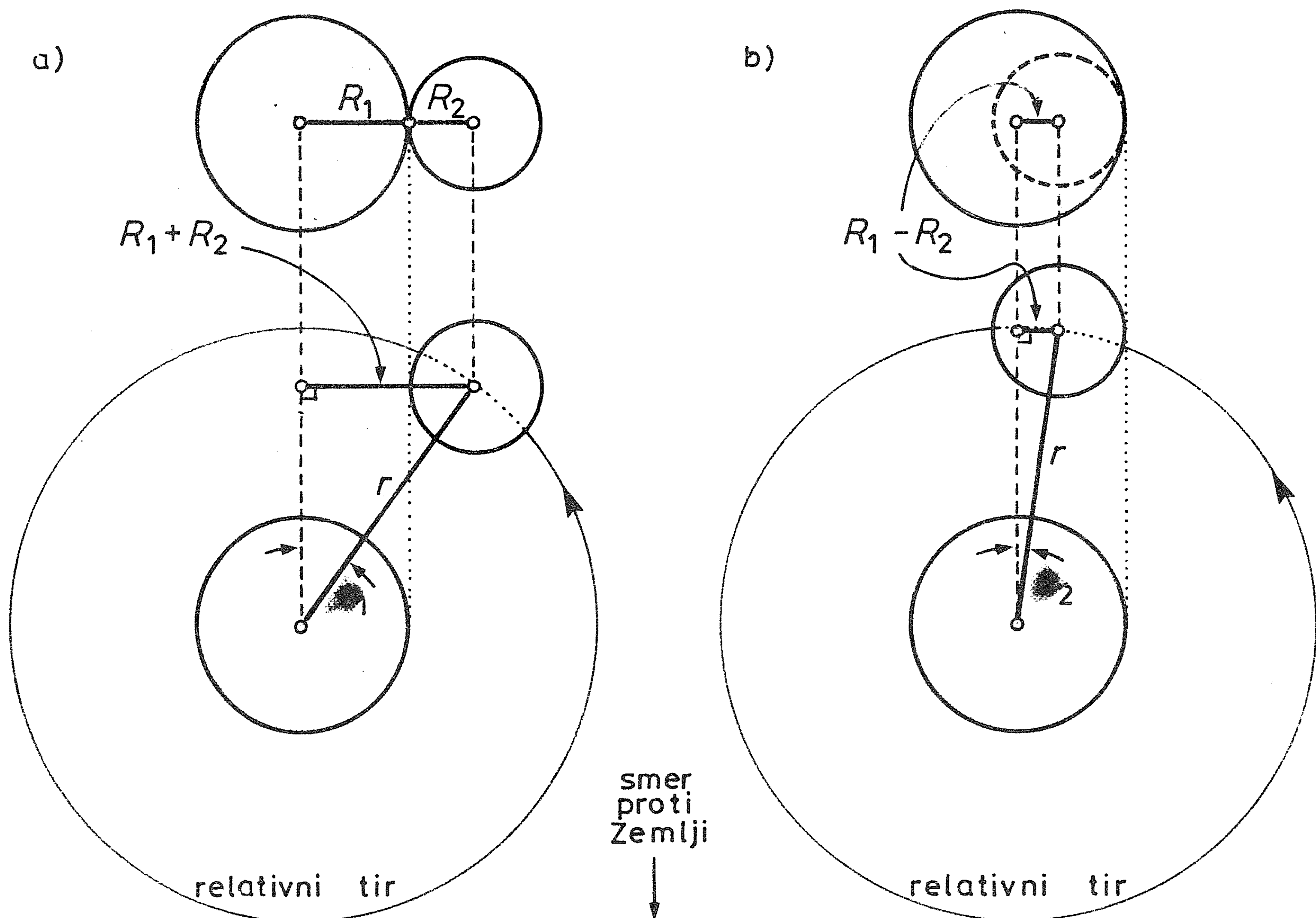
Sl. 1. Spreminjanje sija zvezde Algol (β Perzeja) in zgradba tesne dvojne zvezde; t_0 obhodni čas zvezd, perioda spreminjanja sija spremenljivke.

Med več deset tisoč spremenljivkami - zvezdami, ki spreminjajo sij, je nekaj sto *eklipsnih spremenljivk Algolovega tipa*. Gre za tesne dvojne zvezde, ki jih z daljnogledom ne moremo razcepiti. Zvezdi, ki sestavljata dvojno zvezdo, krožita druga okrog druge v ravnini, ki gre skozi Zemljo. Za opazovalca na Zemlji se zvezdi izmenično prekrivata in se njun sij periodično spreminja. Eklipsna spremenljivka Algolovega tipa ima značilno krivuljo sija (Sl. 1).

Vzemimo najpreprostejši primer. Zvezdi naj bosta krogli z radijema R_1 in R_2 ($R_1 > R_2$) in masama M_1 in M_2 , druga okrog druge naj enakomerno krožita po krogih z radijema r_1 in r_2 v ravnini, ki gre skozi opazovalčevo oko na Zemlji. Pri prekrivanju zvezd naj pride do središčnega mrka (Sl. 2).

Naj bosta j_1 in j_2 gostoti svetlobnega toka, ki ju na Zemlji prestrežemo s prve in druge zvezde. V splošnem sprejemamo $j = j_1 + j_2$. Zaznamujmo z $J_1 = j_1/j$ in $J_2 = j_2/j$ tako, da je $J_1 + J_2 = 1$. J_1 in J_2 določimo takole: ko ni mrka, sprejemamo j , ki mu ustreza maksimalni sij m . V času popolne faze mrka (ob primarnem minimumu, ko večja zvezda popolnoma zakrije manjšo, a svetlejšo) pa sprejemamo le j_1 , ki mu ustreza minimalni sij m_1 (Sl. 2). Iz enačbe $\log J_1 = \log(j_1/j) = 0.4(m - m_1)$ pri izmerjenih m in m_1 izračunamo J_1 in nato še $J_2 = 1 - J_1$.

Uvedimo še spremenljivki $R_1/r = \rho_1$ in $R_2/r = \rho_2$, če je $r = r_1 + r_2$ radij relativnega tira (manjše zvezde okrog večje) [1]. Iz zvez $R_1 + R_2 = r \sin \alpha_1$ in $R_1 - R_2 = r \sin \alpha_2$ (Sl. 2) izhaja



Sl. 2 Lega zvezd ob začetku mrka (a) in ob začetku popolne faze mrka (b). Ko se začne mrk, svetlejša manjša zvezda začne zahajati za manj svetlo večjo zvezdo.

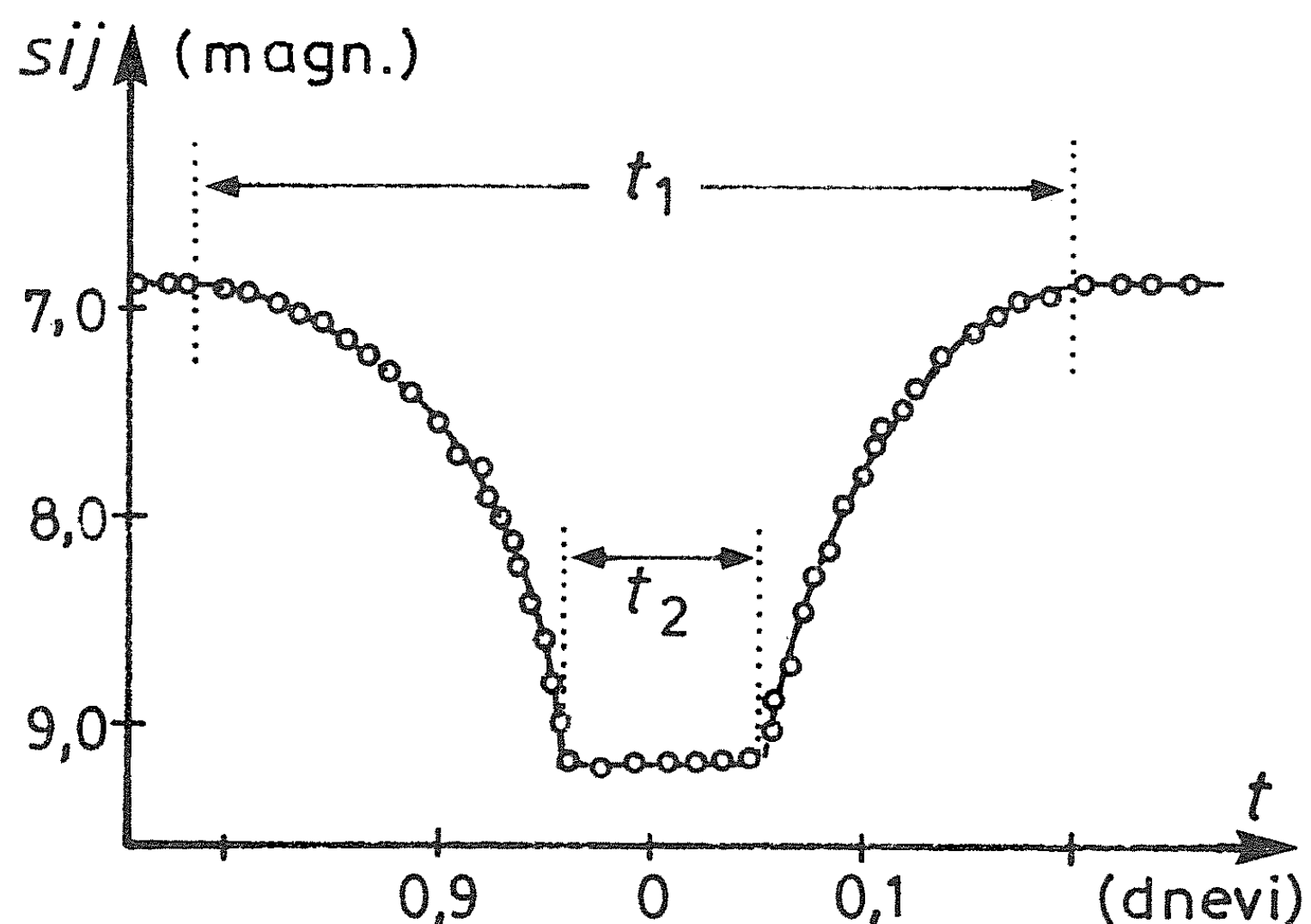
$$\begin{aligned}\rho_1 + \rho_2 &= \sin \alpha_1 \\ \rho_1 - \rho_2 &= \sin \alpha_2\end{aligned}\quad (1)$$

Za enakomerno kroženje zvezd velja $2\alpha_1/360^\circ = t_1/t_0$ in $2\alpha_2/360^\circ = t_2/t_0$, če je t_0 perioda spreminjanja sija spremenljivke, t_1 čas trajanja mrka, t_2 pa čas trajanja popolne faze mrka, ki jih izmerimo iz krivulje sija (Sl. 1 in Sl. 3). Izračunamo α_1 in α_2 , iz (1) nato ρ_1 in ρ_2 ter pri znanem r končno še R_1 in R_2 .

Sl. 3 Del krivulje sija U Kefeja – ob mrku; t_1 trajanje mrka, t_2 trajanje popolne faze mrka.

Iz krivulje sija izpeljemo le relativne vrednosti o velikosti dvojne zvezde in njenih radijev. Iz spektralnih opazovanj pa določimo hitrost zvezd na tiru [1], to je $v_1 = 2\pi r_1/t_0$ in $v_2 = 2\pi r_2/t_0$ in nato radij relativnega tira $r = (v_1 + v_2)t_0/2\pi$.

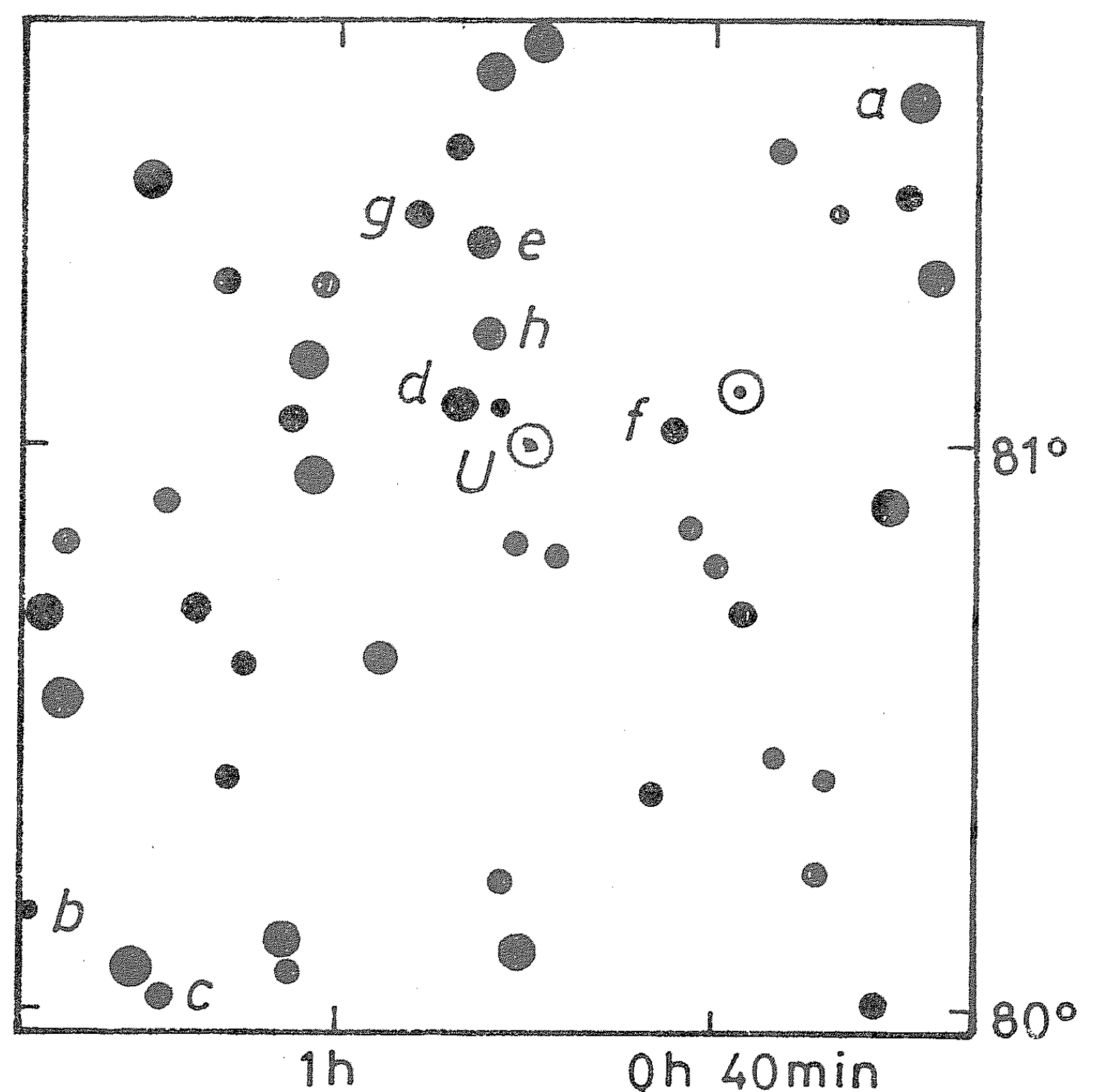
Maso zvezd izračunamo po tretjem izpopolnjenem Keplerjevem zakonu



$(M_1 + M_2)t_0^2/r^3 = C$, če je $C = 5.92 \cdot 10^{11} \text{ kg m}^{-3} \text{ s}^2$, in zveze $M_2/M_1 = r_1/r_2$ [2], [3].

V letih 1980 in 1981 sem večkrat po Pickeringovi metodi ocenjeval minimum sija (z natančnostjo 0.2 magnitude) eklipsne spremenljivke Algolovega tipa U Kefeja. Dvakrat mi je uspelo zabeležiti (z natančnostjo dveh ur) zaporedna minima sija. Zabeležimo ga lahko tudi fotografsko (glej sliko na ovitku). Zvezdno okolico U Kefeja prikazuje risba (Sl. 4). Natančnejša merjenja U Kefeja dajo: $m = 6.8$ magn., $m_1 = 9.2$ magn.; $t_0 = 2.5$ dneva, $t_1 = 0.4$ dneva, $t_2 = 0.1$ dneva; $v_1 = 200 \text{ km/s}$, $v_2 = 120 \text{ km/s}$ [1]. S temi podatki izračunamo: $J_1 = 0.11$ in $J_2 = 0.89$. Dalje sledi $\alpha_1 = 28.8^\circ$ in $\alpha_2 = 7.2^\circ$ in nato iz (1) $\rho_1 = 0.30$ in $\rho_2 = 0.18$. Radija tirov sta $r_1 = 6.9 \cdot 10^6 \text{ km}$ in $r_2 = 4.1 \cdot 10^6 \text{ km}$ in $r = 11 \cdot 10^6 \text{ km}$. Radija zvezd pa sta $R_1 = r\rho_1 = 3.3 \cdot 10^6 \text{ km}$ in $R_2 = r\rho_2 = 2.0 \cdot 10^6 \text{ km}$ (radij Sonca je $0.7 \cdot 10^6 \text{ km}$). Torej gre zares za tesno dvojno zvezdo. Za vsoto mas dobimo $M_1 + M_2 = 1.7 \cdot 10^{31} \text{ kg}$, za kvocient pa $M_2/M_1 = 1.7$. Iz sistema enačb sledi $M_1 = 6.3 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ in $M_2 = 10.7 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ (masa Sonca je $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$). Na večjo zvezdo torej odpade le $J_1 = 0.11$ sevanja obeh zvezd. Manjša zvezda ima dosti večji izsev kot večja. Razlika nastane zaradi različnih površinskih temperatur zvezd. Ocenimo ju. Naj zvezdi sevata kot črno telo po Stefanovem zakonu. Iz kvocienta izsevov $4\pi R_1^2 \sigma T_1^4 / 4\pi R_2^2 \sigma T_2^4 = J_1/J_2$ dobimo $T_1/T_2 = 0.38$. V maksimalnem siju kaže U Kefeja značilnosti vroče zvezde glavne veje (spektralnega tipa B8 V). Zato njeno površinsko temperaturo ocenimo s $T_2 = 12000 \text{ K}$. Ob popolni fazi mrka, ko sprejemamo le svetlobo večje, manj svetle zvezde, pa kaže lastnosti podorjakinje (spektralnega tipa G8 III). Njeno površinsko temperaturo ocenimo s $T_1 = 4600 \text{ K}$.

Sl. 4 Zvezdna okolica U Kefeja s primerjalnimi zvezdami. Zvezdno okolico spremenljivke, ki ji ocenjujemo sij, je treba znati na pamet. Primerjalne zvezde: $a = 6.4$ magn., $b = 6.7$ magn., $c = 7.2$ magn., $d = 7.8$ magn., $e = 8.4$ magn., $f = 9.1$ magn., $g = 9.5$ magn., $h = 10.2$ magn.



LITERATURA

- [1] Določitev radija zvezde pri eklipsni spremenljivki, Obz. mat. fiz. 30 (1983) 179.
- [2] F. Avsec – M. Prosén, Astronomija, DZS, Ljubljana 1975, 140.
- [3] Določanje zvezdnih mas, Obz. mat. fiz. 33 (1986) 118.

VPRAŠANJE 110

Vprašanje, ki je bilo postavljeno v [5], se glasi:

Koliko različnih ekvivalenčnih relacij lahko uvedemo v množico A , če je a) A končna množica, b) A neskončna množica?

Na vprašanje je v primeru a) najlažje odgovoriti, če se skličemo na članek [4], ki obravnava Stirlingova števila druge vrste $S_n^{(m)}$ in Bellova števila T_n . Prva so za cele nenegativne indekse m in n definirana z relacijami

$$S_n^{(m)} = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m > n \end{cases}$$

za $n \geq 0$ ter

$$S_n^{(0)} = 0, \quad S_{n+1}^{(m)} = mS_n^{(m)} + S_n^{(m-1)}$$

za $n \geq m \geq 1$. Bellova števila T_n pa so za $n \geq 0$ dana s formulo

$$T_n = \sum_{m=0}^n S_n^{(m)}$$

V članku [4] je dokazano, da lahko vsako množico A , ki vsebuje n elementov, razdelimo (to je, zapišemo kot unijo paroma disjunktne nepraznih podmnožic množice A) na m podmnožic na natanko $S_n^{(m)}$ različnih načinov. Število vseh različnih razdelitev množice A z n elementi na neprazne podmnožice pa je potem ravno Bellovo število T_n .

Ker je znano, da vsaka ekvivalenčna (to je, reflektivna, simetrična in tranzitivna dvočlenska) relacija v množici A razdeli to množico na ekvivalenčne razrede in, obratno, vsaka razdelitev množice A na neprazne podmnožice določa neko ekvivalenčno relacijo v A (Glej npr. [2]), je odgovor na zastavljeno vprašanje v primeru a) na dlani:

V množico A , ki ima n elementov, lahko vpeljemo T_n različnih ekvivalenčnih relacij.

Lahko pa seveda še dodamo:

Število takih ekvivalenčnih relacij v množici A z n elementi, ki dajo m ekvivalenčnih razredov, je ravno $S_n^{(m)}$.

Tudi v primeru b) na vprašanje, kot je zastavljeno, ni težko odgovoriti: V neskončno množico lahko uvedemo neskončno mnogo različnih ekvivalenčnih relacij, saj je npr. že vseh razdelitev oblike $A = \{a\} \cup (A - \{a\})$, $a \in A$, neskončno mnogo.

Z nekaj znanja kardinalne aritmetike pa je mogoče dati natančnejši odgovor. Vsaki množici A je prirejeno kardinalno število $K(A)$ na tak način, da ekvipolentnim množicam (to je, množicam z enako močjo) pri-

pada isto kardinalno število, množicam z večjo močjo večje in množicam z manjšo močjo manjše kardinalno število. Vsota kardinalnih števil $K(A)$ in $K(B)$ je kardinalno število, ki pripada disjunktni uniji množic A in B , torej $K(A) + K(B) = K(A \cup B)$, če je $A \cap B = \emptyset$. Podobno je za produkt $K(A) \cdot K(B) = K(A \times B)$ in za potenco $K(A)^{K(B)} = K(A^B)$ (Glej npr. [3]).

Iz kardinalne aritmetike pravzaprav potrebujemo samo naslednja osnovna dejstva (njihov dokaz najdemo npr. v [1], [2] in [3]):

1. Če je κ kardinalno število množice A , je kardinalno število potenčne množice $\mathcal{P}A$ enako 2^κ .
2. Če za kardinalni števili κ_1 in κ_2 velja $\kappa_1 \leq \kappa_2$ in $\kappa_2 \leq \kappa_1$, velja $\kappa_1 = \kappa_2$.
3. Za neskončno kardinalno število κ (to je, kardinalno število, prirejeno neskončni množici) velja $\kappa + \kappa = \kappa$ in $\kappa \cdot \kappa = \kappa$.

Odgovorimo sedaj na zastavljeno vprašanje. Naj bo κ neskončno kardinalno število, ki pripada množici A . Preprost premislek pove, da je vseh razdelitev množice A oblike $A = B \cup (A - B)$, $B \subset A$, točno toliko, kot je podmnožic v množici A . Se pravi toliko, kot je moč potenčne množice $\mathcal{P}A$, torej 2^κ . Vseh ekvivalenčnih relacij je potemtako vsaj toliko. Po drugi strani pa je vsaka binarna (torej tudi vsaka ekvivalenčna) relacija v A neka podmnožica v $A \times A$. To pomeni, da je ekvivalenčnih relacij kvečjemu toliko kot elementov potenčne množice $\mathcal{P}(A \times A)$, to je $2^{\kappa \cdot \kappa} = 2^\kappa$. Skupaj s prejšnjim rezultatom nam to da naslednji odgovor na zastavljeno vprašanje:

V neskončno množico A s kardinalnim številom κ lahko uvedemo natančno 2^κ različnih ekvivalenčnih relacij.

Marko Razpet

LITERATURA

- [1] P. R. Halmos, *Naive set theory*, D. van Nostrand, Princeton 1960.
- [2] N. Prijatelj, *Matematične strukture I*, 4. izdaja DMFA SRS, Ljubljana 1988.
- [3] N. Prijatelj, *Uvod v matematično analizo, 1.del*, DZS, Ljubljana 1980.
- [4] M. Razpet, *Stirlingova števila druge vrste*, Obzornik mat. fiz. **35** (1988) 161 – 171.
- [5] D. Repovš, *Vprašanje 110*, Obzornik mat. fiz. **24** (1977) 145.

NAVODILO AVTORJEM ZA PRIPRAVO ROKOPISA

Rokopis mora biti natipkan v dveh izvodih (drugi izvod je lahko kserokskopija) na belem papirju formata A-4, z dvojnimi razmikom in vsaj 2 cm širokim robom na vseh štirih straneh. V tekstu morajo biti vse besede, ki naj bodo postavljene kurzivno, in vsi matematični simboli podčrtani z valovito črto, besede in simboli, ki morajo biti stavljeno polkrepko, pa podčrtani z ravno črto. Podrobnejša navodila so objavljena v Obzorniku mat. fiz. **21** (1974) 62–64. Pri korekturah na krtačnih odtisih uporabljajte dogovorjene znake (glejte Slovenski pravopis DZS, Ljubljana 1962.)

Avtorje, ki pripravljajo rokopise s pomočjo računalniških urejevalnikov, prosimo, da uporabljajo urejevalnik $\text{\TeX}$ ali $\text{\LaTeX}$ in nam poleg odtisa pošljejo tudi disketo s posnetim besedilom članka.

NAGRADE SKLADA BORISA KIDRIČA V LETU 1989

Sklad Borisa Kidriča pri raziskovalni skupnosti Slovenije je v letošnjem letu podelil 7 Kidričevih nagrad, 12 nagrad Sklada Borisa Kidriča in 20 nagrad za izume in izboljšave. Med nagrajenci je tudi 6 članov Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije. Zanje objavljamo kratke povzetke utemeljitev.

Zbral in uredil *Ciril Velkourh*

Kidričeve nagrade

1. Prof. dr. **Miodrag V. Mihailović** za življenjsko delo na področju teorijske jedrske fizike.

Nagrajenec je odločilno prispeval k razvoju novih raziskovalnih smeri v eksperimentalni in teorijski jedrski fiziki v Sloveniji. Že od vsega začetka je sodeloval pri študiju fotonuklearnih reakcij na območju veleresonance in ima veliko zaslug, da so postale meritve teh reakcij zanimive v svetovnem merilu. Zasnoval je nov teleskopski spektrometer za merjenje žarkov γ , ki nastajajo pri vzbujanju veleresonance z nevtroni, in sodeloval pri njegovi izdelavi. Eksperimentalno delo je vzpodbudilo teorijske raziskave in nastanek skupine za teorijsko jedrsko fiziko, ki jo je vodil nagrajenec. Zanimanje za veleresonance se je prav po njegovi zaslugi razširilo sprva na problem več teles v jedrski fiziki in na sorodne probleme v fiziki osnovnih delcev in v teoriji polja. Skupaj s sodelavci je zasnoval opis spektra jedrskih stanj na variacijskem principu in v teorijo jedra vpeljal metodo rodovne koordinate ter veliko prispeval tudi k njuni razširitvi na jedrske reakcije.

2. Prof. dr. **Igor Grabec** za vrhunske dosežke na področju raziskav akustične emisije.

Nagrajenec je razvil kvantitativne metode za analizo akustične emisije v materialih in pri delovnih procesih. Pri tem je razvil širokopasovne merilnike in izpopolnil možnosti za optimalno filtriranje signalov. S sodelavci je prvi na svetu izmeril mikroskopske sile pri faznih spremembah v kovinah in razvil metode za kvantitativno obdelovanje širjenja razpok v polimernih materialih. Teoretično je opisal rezanje na podlagi nelinearnega dinamičnega modela in dokazal, da lahko opiše kaotične lastnosti akustične emisije z metodami teorije determinističnega kaosa. Pojasnil je nastanek naključnih nihanj in prehod v kaos. Še vidnejši uspeh je dosegel z združitvijo metod nelinearnega modeliranja dinamičnih pojavov, kvantitativnih metod analize akustične emisije in optimalnega filtriranja signalov. Združitev teh pojavov je pripeljala do zasnove inteligentnega adaptivnega sistema po vzorcu nevronske mreže.

Nagrade Sklada Borisa Kidriča

1. Prof. dr. **Metka Luzar Vlachy** za uporabo nove metode jedrske magnetne resonance brez magnetnega polja pri študiju ureditve in dinamike tekočih kristalov.

Delo nagrajenke je nov in izviren prispevek k teoriji jedrske magnetne resonance brez magnetnega polja za raziskovanje polikristaliničnih ali večdomenskih sistemov. Predvsem je raziskovala različne faze tekočih kristalov, in sicer glede na merjenje ureditve molekul v nekaterih tekočih kristalih, če ni magnetnega polja, in glede molekulskih sil v nekaterih smektičnih kristalih. Poglobljeni študij magnetizacije vgrajenih molekul v tekočem kristalu, ki ni v magnetnem polju, je omogočil povečanje ločljivosti spektrov in meritev podrobne anizotropije interakcijskih tenzorjev.

2. Dr. Roman Trobec, dr. France Novak, dr. Janez Korenini, prof. dr. Ludvik Gyergyek za raziskave na področju diagnostike večprocesorskih sistemov.

Nagrajenci so temeljito raziskali področje diagnostike večprocesorskih računalniških sistemov. Za odkrivanje in odpravljanje napak v tesno povezani paralelnih računalniških sistemih so uporabili izvirno modelno metodologijo za razčlenitev enot sistema in pretokov diagnostičnih informacij med njimi. Analizirali so ustrezne kriterije in pogoje ter rezultate raziskav preizkusili na simulacijskih modelih.

3. Prof. dr. Niko Toš, prof. dr. Peter Klinar, prof. dr. Boštjan Markič, prof. dr. Zdenko Roter in prof. Cveto Trampuž za delo Slovensko javno mnenje 1987 in druge znanstvene publikacije v letu 1987 in 1988.

V dvajsteletnem obdobju so v okviru raziskovalnega projekta Slovensko javno mnenje izvedli 18 obsežnih vseslovenskih družboslovnih raziskav, zasnovanih kot prizadevanje za dolgoročno sistematično empirično utemeljevanje družboslovnih disciplin.

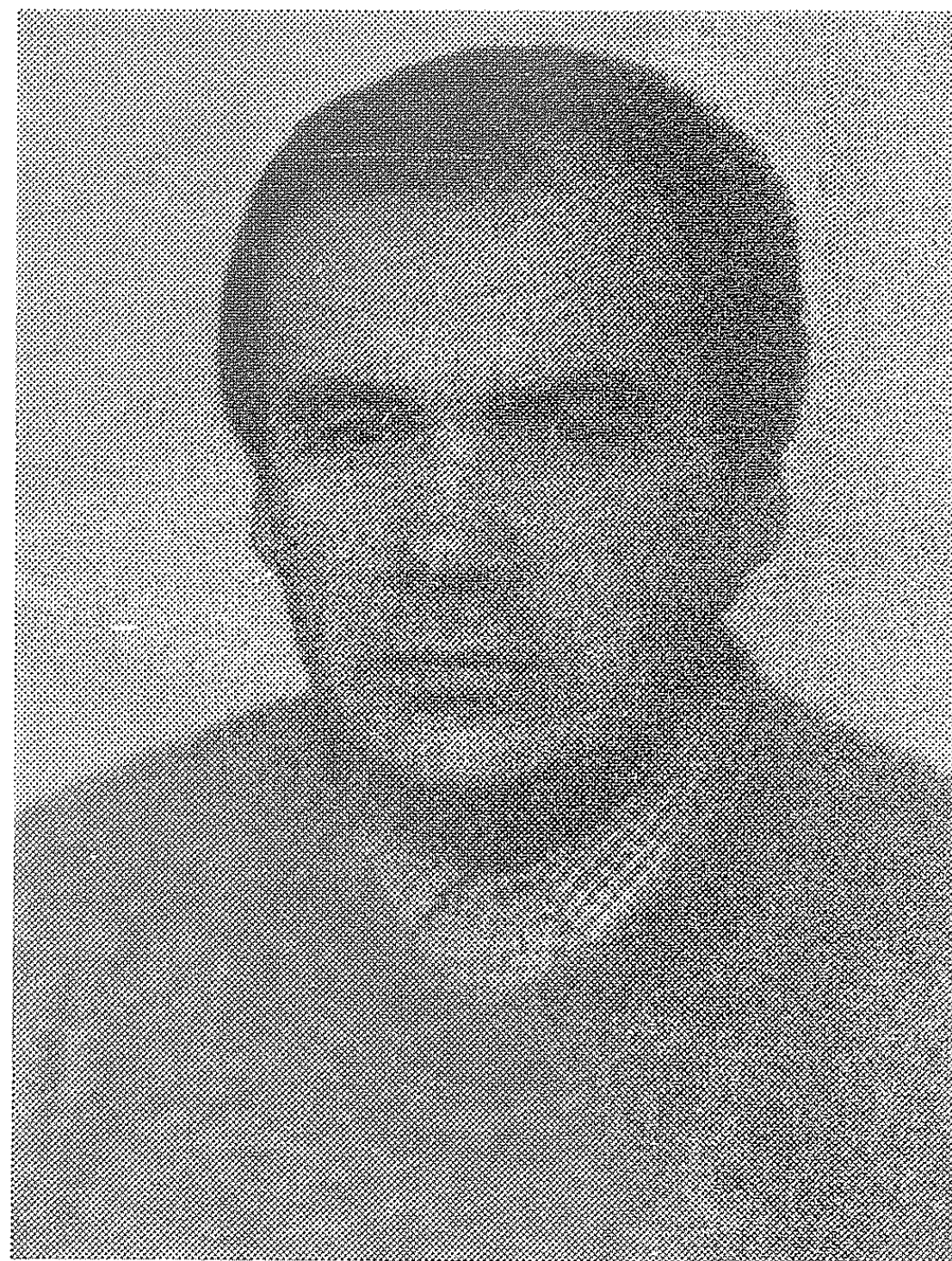
Nagrade za izume in izboljšave

1. Bernard Herman, prof. dr. Tomaž Slivnik, Rajko Mahkovic, Branko Treska, Ivo Eržen, mag. Zlatan Magajna, Matjaž Mlinšek, Bojan Breznik, mag. Jože Bizjak in Goran Čeledin za numerično krmiljenje stružnice CNC-2T.

PROF. DR. JOSIP GLOBEVNIK – REDNI ČLAN SAZU

Slovenska akademija znanosti in umetnosti je na svoji skupščini, ki je bila 18. maja 1989 v Ljubljani, izvolila za rednega člana III. razreda dr. Josipa Globevnika, profesorja za matematično analizo na oddelku za matematiko Fakultete za naravoslovje in tehnologijo v Ljubljani.

Prof. Globevnik je znan po svojih delih s področja analitičnih vektorskih funkcij, holomorfnih funkcij več spremenljivk in holomorfnih preslikav. Doslej je objavil okoli 60 znanstvenih člankov, ki so izšli večinoma v uglednih mednarodnih matematičnih časopisih. O rezultatih svojega dela je poročal na številnih mednarodnih matematičnih srečanjih in o njih predaval na univerzah v Evropi in Ameriki.



Ivan Vidav

Ob tej priliki naj navedemo tudi druge redne in izredne člane Slovenske akademije znanosti in umetnosti iz vrst članov našega društva:

Redni člani: prof. dr. Anton Peterlin, prof. dr. Ivan Vidav, prof. dr. Robert Blinc in prof. dr. Peter Gosar.

Izredni član: prof. dr. Boštjan Žekš

DELO KOMISIJE ZA TISK DMFA SRS V LETU 1988

V lanskem letu smo izdali nekoliko manj publikacij kot prejšnje leto. Izšlo je šest številk Obzornika za matematiko in fiziko ter šest številk Preseka in še 3 brošure, 4 nove knjige, 10 ponatisov ter 10 biltenov raznih prireditev, skupaj 38 publikacij. Pregledni seznam vseh je izšel na 4. strani ovitka v prvi številki letošnjega Obzornika. Periodične publikacije smo izdajali ob pomoči Raziskovalne skupnosti Slovenije, Izobraževalne skupnosti Slovenije ter nekaterih drugih ustanov: Inštituta za matematiko, fiziko in mehaniko, Oddelka za matematiko in oddelka za fiziko na Fakulteti za naravoslovje in tehnologijo, Instituta Jožef Stefan ter Iskre-Elektrooptike.

	subvencija	Obzornik	Presek	Sigma	Mat.-Fiz.
RSS	153.361.557	29.232.076	92.996.200	17.489.281	13.644.000
ISS	38.274.068	10.157.068	20.939.000	7.178.000	
drugi	9.420.000	2.720.000		2.500.000	4.200.000
Skupaj	201.055.625	42.109.144	113.935.200	27.167.281	17.844.000

Redne subvencije se v primerjavi z letom prej niso povečale v skladu s povečano inflacijo. Med dohodki tudi ni dodatnih finančnih sredstev, ki so bila predvidena ob ustanovitvi Komisije za tisk.

Pri drugih neperiodičnih publikacijah smo uporabili za ponatise dohodke od prodaje knjig, pri novih izdajah pa tudi sredstva izdajateljev:

- Oddelek za fiziko (Naše nebo in Zemlja, Naloge iz fizike I)
- Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko (Seminar za računalniško matematiko, Postdiplomski seminar iz matematike, Preprint series of the department of mathematics, Letno poročilo)
- Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS (Bilteni s tekmovanj in seminarjev)
- Oddelek za matematiko pa je prispeval večino prostorov, ki jih zaseda Komisija za tisk.

Prodali smo 44.679 knjig, brošur, značk itd., kar je za 20% manj kot leto prej. S tem se je povečala zaloga za 10%, njena vrednost pa je bila ob koncu leta 300.027.340 din. V veliko breme so nam nekatere starejše publikacije, ki jih imamo še na zalogi.

Dolžnikov je bilo ob koncu leta izredno malo; pri prodaji knjig le za 8.005.160 din, naročnine pri Preseku so prihajale redno, edino pri Obzorniku za matematiko in fiziko je bilo pred koncem leta še več sto dolžnikov.

Periodične publikacije so poslovale takole:

Obzornik za matematiko in fiziko

Dohodki		Izdatki	
saldo 1.1.88	3.741.000		
naročnina	13.030.041	tisk	45.615.850
RSS	29.232.076	a.h.	8.116.215
ISS	10.157.068	režija	10.692.420
IMFM	1.000.000	članarina	291.000
odd. za fiziko	720.000		
IJS	1.000.000		
Skupaj	55.139.185	Skupaj	64.715.485
saldo 31.12.88	-5.835.300		

Presek

Dohodki		Izdatki	
naročnina	76.573.154	papir	35.283.395
RSS	92.996.200	tisk	61.078.042
ISS	20.939.000	poštnina	5.677.672
		a.h.	22.566.720
		režija	24.921.066
		rabat	7.653.154
		OD	12.460.583
Skupaj	190.508.354	Skupaj	169.640.632
Saldo 31.12.88 + 20.867.722			

Pri obeh revijah je bil delež naročnine prenizek; bali smo se jo povečati, da ne bi število naročnikov preveč padlo.

V Knjižnici Sigma smo stroške v višini 76.933.572 din pokrili s subvencijami RSS, ISS, ZOTKS in lastnimi sredstvi.

V tem letu so se stroški za režijo močno dvignili. Zato smo morali procentno stopnjo podvojiti. Promet je bil naslednji:

Dohodki		Izdatki	
saldo 1.1.88	+ 13.561.093		
ISS	6.000.000	OD	75.173.917
prodaja	11.855.820	mat. str.	15.699.157
honorarji	11.775.920	honorarji	15.301.194
režija	71.222.940	provizija	1.072.304
razno	582.626	razno	1.587.157
skupaj	101.437.306	skupaj	108.833.729
Skupaj	114.998.399	Saldo 31.12.88	+ 6.164.670

Ciril Velkourh

OBVESTILO NAROČNIKOM

Ob izidu pete številke Obzornika za matematiko in fiziko smo poslali vsem naročnikom, ki še niso plačali celoletne naročnine oziroma članarine za društvo, še zadnji letošnji opomin. Vljudo jih prosimo, da čimprej poravnajo svoje obveznosti in tako ostanejo naši člani tudi v prihodnje. Vsem dosedanjim naročnikom bomo poslali prvo številko v prihodnjem letu le, če bodo imeli do izida 6. številke poravnano naročnino za leto 1989.

Milan Hladnik, Ciril Velkourh

PROFESORICI BOGOMILI KOLENKO

Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije – Podružnica Koper se poslavlja od svoje ustanoviteljice, dolgoletne predsednice in častne članice. S človekom, ki odide od nas, ugasne tudi njegovo enkratno in samo njegovo videnje sveta.

Z enako prizadevnostjo, kot je profesorica Kolenkova delovala kot učiteljica, je delovala kot članica koprskе podružnice. Prav ona je poskrbela za njeno ustanovitev in za njeno nadaljnje delovanje. Bila je aktivna na različnih področjih. Skrbela je za uspešne poteke vseh matematično-fizikalnih tekmovanj; sodelovala je na aktivih, kjer se je izkazala z vrsto zanimivih predavanj za učence in za učitelje; pisala je članke v društvene publikacije; skrbela je za povezavo z matičnim društvom v Ljubljani; navezovala je stike s srbskim društvom v Beogradu; še posebej je skrbela za stike z zamejskimi učitelji matematike in fizike.

Na obali skoraj ni delovne organizacije, kjer profesorica Kolenkova ne bi potrkala na vrata. Vsa leta svojega delovanja je znala pridobiti potrebna sredstva za izvajanje programa naše podružnice. Za svoje uspešno delo z mladimi je leta 1968 med prvimi prejela društveno priznanje slovenskega društva, leta 1984 pa je bila imenovana za častno članico koprskе podružnice.

Beseda je prešibka, da bi se z njo lahko primerno zahvalili prof. Kolenkovi za vse, kar nam je dala in storila za nas.

Eda Okretič-Salmič

Govor na komemoraciji

FRIEDMAN A., Mathematics in industrial problems, Springer-Verlag, New York 1988, 174 str. (Institute for Mathematics and its applications ; 16) .

V knjigi so predstavljeni nekateri problemi iz industrije, ki imajo zanimivo matematično ozadje, so pa vsi po vrsti le delno rešeni in izziv matematikom. Naštejmo nekaj teh problemov! Magnetno polje pasastega magneta. Hitrost prenosa informacij po telefonu. Matematični problemi površinskega mazanja. Rast kristalov v fotografski emulziji. Zavozlavanje in dotikanje verig polimerov. Tomografija v naftni industriji. Jedkanje površine polprevodnika s snopom ionov. Sončni kolektor v vesoljski postaji. Planiranje poti transportnega robota. Nastajanje vrtincev v nestisljivi tekočini. Pri vseh teh problemih je prvi korak postavitve matematičnega modela. Model je sicer nujno poenostavitev, ker upoštevanje vseh parametrov često ni niti možno, ali pa bi dobili pretežak matematični problem. Avtorji so modele že postavili in nakazali smeri reševanja.

Peter Petek

41. OBČNI ZBOR – DNEVNI RED

1. Otvoritev
2. Društvena priznanja
3. Poročila o delu društva
4. Razprava o poročilih
5. Sodelovanje na kongresu Zveze DMFAJ
6. Poročilo nadzornega odbora
7. Volitve novega odbora
8. Pregled sklepov in razno

Tudi letos vabimo matematike, fizike in astronome, da prikažejo svoje inovacije v šoli in pri delu v industriji in inštitutih. Priložnost bo za posterje in prikaz aparatur.

Prijave o sodelovanju na razstavi pošljite do 6. oktobra 1989 na DMFA SRS, Jadranska 19, 61111 Ljubljana p.p. 64. Informacije za razstavo o delu v industriji in inštitutih lahko dobite pri Marku Valiču, Iskra, Center za elektrooptiko, tel. št. (061) 573-215, za šolo pa pri Nadi Razpet, Zavod SRS za šolstvo, Poljanska c. št. 28, tel. (061) 319-066.

(odreži)

PRIJAVA

Prijavljam se na 41. občni zbor DMFA SRS, ki bo v hotelu Iskra Delta, Nova Gorica, Kidričeva 7, tel. 065 23-812.

(Prijavo pošljite do 6. 10. 1989)

Ime in priimek (tiskano):

Točen naslov:

Rezervirajte mi prenočišče za oseb.

Pridem dne, prvi obrok: zajtrk, kosilo, večerja

Odidem dne, zadnji obrok: zajtrk, kosilo, večerja (obkrožite)

Sobe so dvoposteljne. Sobo želim deliti z

Če nujno želite enoposteljno sobo, obkrožite ta stavek.

Podpis:

Upravni odbor Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije
vabi vse matematike, fizike in astronome na

41. OBČNI ZBOR DRUŠTVA

13. in 14. oktobra 1989 v Novi Gorici v hotelu Iskra Delta

Spored:

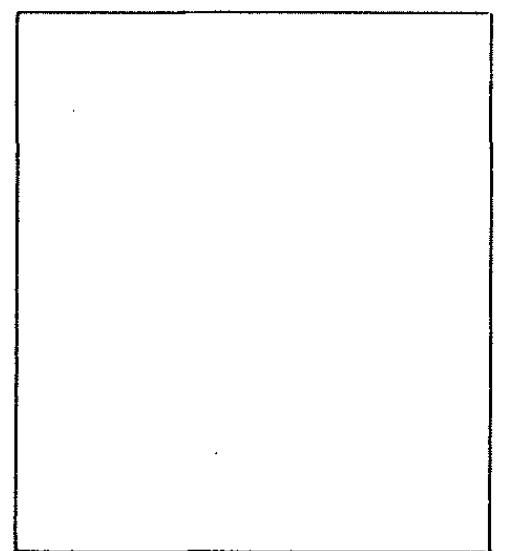
Petek, 13. 10. 1989

- 9.45 otvoritev razstave Inovativna dejavnost matematikov, fizikov in astronomov v prostorih hotela Iskra Delta
- 10.15 Nada Razpet, Tomaž Škulj: Razgovor o inovativni dejavnosti v šoli
- 11.00 Matjaž Lukač: Predavanje iz optike
- 13.00 kosilo
- 14.30 Janez Strnad: Paradoks dvojčkov v teoriji relativnosti
- 17.00 ponovna predstavitev razstave
- 19.30 večerja in družabni večer

Sobota, 14. 10. 1989

- 9.00 občni zbor
- 12.30 kosilo
- 14.00 izlet po dogovoru (predvidoma v Goriška Brda)

Predsednik DMFA SRS
Mitja Rosina



HOTEL ISKRA DELTA
KIDRIČEVA 7
65001 NOVA GORICA