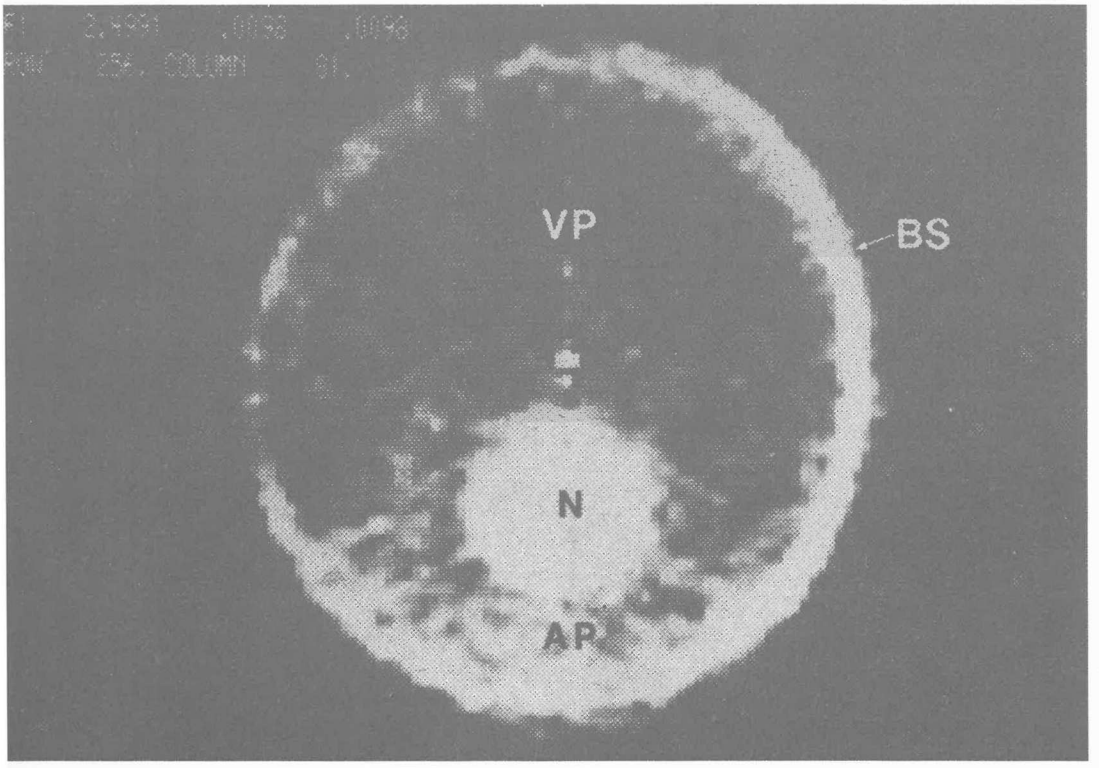
ODPISANO

IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

YU ISSN 0473-7466

1987
Letnik 34
6/7

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



LETNIK 34 — ŠTEVILKA 6/7

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, SEPTEMBER 1987

Uredniški odbor: Janez Strnad — urednik za fiziko in odgovorni urednik, Milan Hladnik — urednik za matematiko, Anton Suhadolc — glavni urednik, Ciril Velkovrh — urednik.

Odbor svetovalcev: Robert Blinc, Alojz Kodre, Peter Legiša, Anton Moljk, Mitja Rosina, Tomaž Skulj, Ivan Vidav.

Jezikovni pregled Marija Janežič, slike Miha Štalec.

Naročnina: za posameznike 3000.— din (za člane društva je že vračunana članarina), za dijake in študente 1500.— din, za ustanove in podjetja 6000.— din, za tujino 20 $, posamezna številka 1000.— din, dvojna številka 2000.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS — Podružnica Ljubljana — Obzornik za matematiko in fiziko, 61111 Ljubljana, Jadranska cesta 19, p. p. 64, telefon št. (061) 265-061/53, žiro račun 50101-678-47233, devizni račun pri Ljubljanski banki št. 50100-620-107-257300-5694/4.

Tisk: Tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani. Naklada 1550 izvodov. Izdajo revije sofinancirata ISS in RSS.

© 1987 DMFA SRS — 873

Poštnina plačana na pošti 61102 Ljubljana

VSEBINA — CONTENTS

Str. — Page

Članki — Articles

Radioaktivni izotopi v medicini — Radioisotopes in medicine (Marjan Erjavec) . . . . . 161—167
Slikanje z jedrsko magnetno resonanco v medicini — NMR imaging in medicine (Janez Stepišnik) . . . . . 169—177
Laserji v medicini — Lasers in medicine (Jože Žakelj) . . . . . 179—182
Biofizika rdeče krvne celice — Biophysics of red blood cell (Saša Svetina) 183—191
Človeško telo in fizika v srednji šoli — Human body and high school physics (Sergej Pahor) . . . . . 193—199
Ultrazvok v medicini — Ultrasound in medicine (Marjan Pajntar) . . . . 201—206
Stefanova naloga — Stefan's problem (Janez Strnad) . . . . . 207—210
O strokovnem pisanju — About professional writing (Ivan Kuščer) . . . 211—219

Nove knjige — New books

(Dušan Repovš, Andrej Likar in Janez Strnad, Matjaž Omladič, Peter Legiša, Peter Gosar in Mitja Rosina) . . . . . 168, 178, 210, 219, 221, 222, III

Domače vesti — Home news

Nagrade Sklada Borisa Kidriča v letu 1987 (Zbral in uredil Ciril Velkovrh) 192
Seminar Medicina in fizika (Janez Strnad) 200
Obvestila naročnikom (Ciril Velkovrh in Janez Strnad) 200
Profesor dr. Anton Vakselj — umrl (Bogdan Krušič) 220
39. občni zbor DMFA SRS — vabilo (France Križanič) . . . . . 223—224

Na ovitku: Slika celice z jedrom z jedrsko magnetno resonanco kaže dosegljivo ločljivost (okoli 10 μm) in obeta mikroskop na jedrsko magnetno resonanco (glej članek J. Stepišnika na str. 169). Jajčece neke afriške krastače so posneli J. B. Aguayo, S. J. Blackband, J. Schoeniger, M. A. Matingly in M. Hintermann s Hopkinsove univerze v Baltimoru (Nature **322** [1986] 190).

RADIOAKTIVNI IZOTOPI V MEDICINI

MARJAN ERJAVEC

PACS 87.70. Es

Prispevek podaja kratek pregled pretekle, današnje in morebitne prihodnje vloge jedrske medicine. Opiše označevanje radiofarmacevtikov z »nefiziološkimi« sevalci, ki so v široki rabi danes, in hitro se razvijajoče območje »fizioloških« pozitronskih sevalcev. Pojasni način delovanja Angerjeve kamere gama in pozitronskega tomografa.

RADIOISOTOPES IN MEDICINE

A brief view of the past, current and possible future role of nuclear medicine is given. Labeling of radiofarmaceuticals with, at present, widely used "non-physiological" nuclides is discussed as well as the rapidly developing field of positron-emitting "physiological" nuclides. Anger gamma camera and positron emission tomography are shortly described.

Uvod

Prav zanimivo je, kako malo širša javnost ve o uporabi radioaktivnih izotopov v medicini. Morda se podzavestno čutimo krive, saj v današnjih časih ekološko zaostrene zavesti javnost vrže iz tira že skoraj vsak Bq v vodi ali zraku; morda so vzroki drugod. V vsakem primeru ostaja precej neznana dejavnost, brez katere si sodobne medicine ne bi mogli več predstavljati. Vsaka srednje velika splošna bolnišnica ima svojo nuklearno-medicinsko enoto; samo v Sloveniji jih je 7, v Evropi pa nekaj tisoč.

Nuklearna medicina je dokaj kompleksna dejavnost, ki terja pod isto streho določeno znanje radiacijske in jedrske fizike, kemije, radiobiologije, elektronike, matematike, računalništva in navsezadnje tudi medicine. Čeprav uporablja radioaktivne snovi, zajema neinvazivne diagnostične metode in kontraindikacij zanje praktično ni, pa tudi zapleti ob preiskavah so velika izjema.

Za rojstno leto bi lahko šteli 1934, ko je Enrico Fermi z radij-berilijskim izvorom pri reakciji $^{9}\mathrm{Be}(\alpha, n)^{12}\mathrm{C}$ dobil nevtrone in ustvaril prve umetne radioaktvine izotope. Med njimi je bil tudi 32-P, s katerim je oče jedrske medicine kemik Georg de Hevesy pričel eksperimentirati najprej na rastlinah in nato na živalih.

Že štiri leta kasneje so se začeli poskusi z radioaktivnim jodom na živalih in na ljudeh in leta 1941 se je iz projekta Manhattan izmuznila večja količina radiojoda, ki so ga prvič uporabili za zdravljenje raka ščitnice. Po vojni je ameriška vlada uporabo radioaktivnih izotopov hitro sprostila, vsaj za medicino in biologijo, in reaktor v Oak Ridgu jih je pričel redno dobavljati univerzitetnim ustanovam.

Fizikalne in biološke omejitve

Nabiranje radiojoda v ščitnici in radiofosforja v malignih tumorjih je zbujalo veliko upanja. Število znanih radionuklidov se je naglo večalo in utrjevalo vero, da bo z njimi mogoče označevati poljubne molekule in dogajanja za medicinske namene. Žal so se ob številnih omejitvah za uporabo teh zanimivih snovi upi kmalu razblinili.

Že fizikalne omejitve so zelo hude. Sevanje α in β ima tako kratek doseg, da zunaj organizma z njim ni mogoče meriti. Uporabljati se da samo v maloštevilnih primerih za zdravljenje, sicer le po nepotrebnem bremeni bolnika.

Tudi zelo mehko sevanje γ tkivo preveč oslabi, trše in prodornejše sevanje γ pa merilniki vse slabše zaznavajo. Tako so danes z maloštevilnimi izjemami uporabni le sevalci γ z energijo približno od 50 do 500 keV.

Druga omejitev je razpolovni čas radionuklida. Razmerje med radiacijsko obremenitvijo bolnika in kvaliteto dobljene informacije je najboljše, če meri ta čas 0,69 časa od uporabe do konca preiskave. Temu optimumu se približamo le malokdaj. Pri nuklidih z razpolovnim časom, daljšim od nekaj dni, smo zaradi varnosti bolnika prisiljeni omejiti dozo in podaljšati čas preiskave ali se zadovoljiti s slabšo informacijo. Nuklidov z razpolovnim časom manj kot en dan navadno ni mogoče pravočasno spraviti do uporabnika in tako se je treba zadovoljiti z razpolovnimi časi med enim dnem in enim mesecem. Šele v zadnjih letih se ob velikih izdatkih uveljavljajo bolj kratkoživi radioizotopi.

Navedene omejitve so izredno zožile izbor radionuklidov za vsakdanjo jedrsko medicino. Med enajstimi biološko najpomembnejšimi elementi C, H, O, N, Na, K, Ca, Cl, P, S, Mg ni niti enega, ki zadosti navedenim kriterijem. Sevalca β 14-C in 3-H sta sicer zrevolucionalizirala klasično in molekularno biologijo, v klinični medicini pa sta prav tako neuporabna kot 32-P in 35-S. Tudi med preostalimi fiziološkimi elementi je prav malo klinično uporabnih radionuklidov, čeprav so z izotopi železa in z 18-F opravili mnogo koristnega raziskovalnega dela.

Radiofarmaka

Edina izjema med fiziološkimi elementi so radioizotopi joda, od katerih so v rabi trije (131, 125 in 123), vsak v drugačne namene. Prav po zaslugi radiojoda je ščitnica menda med najbolje raziskanimi organi človeškega telesa. Z radiojodinacijo kemične dvojne vezi C=C so razen tega označili veliko število organskih molekul. Sevanje β 131-I sicer omejuje uporabljeno dozo, prav to sevanje pa na drugi strani omogoča uspešno metabolično terapijo nekaterih bolezni. Dolgoživi 125-I je kot ukrojen za radioimunske preskuse in vitro.

Za diagnostiko je ta čas zagotovo najpomembnejši 99 m-Tc. Ta metastabilni izotop elementa, ki ga v naravi ni, je čisti sevalec γ z idealno energijo 140 keV in ima razpolovni čas 6 ur. Ker je tako kratkoživ, ga na samem mestu uporabe s slanico izpiramo iz posebnih generatorjev, v katerih preko razpada β nastaja iz 99-Mo. Generatorji so uporabni do 10 dni, proizvajalci pa jih razpošiljajo tedensko. Izprani tehnicij ima obliko VII-valentnega pertehnetata, ki se v organizmu obnaša podobno kot radiojod. Tehnicij, reduciran navadno s kositrovim ionom v III-valentno obliko, tvori komplekse z najrazličnejšimi ligandi. Radiokemija je razvila okrog tehnicija celo družino radiofarmakov, ki jih označujemo z naprej pripravljenim kemičnim priborom (kitom) v enem samem koraku in sproti za široko klinično rabo.

Ob pomanjkanju primernih fizioloških radioelementov uporabljamo v jedrski medicini pač druge nuklide in označene snovi, ki so koristne iz kakršnegakoli razloga. Teh je cela vrsta in delimo jih na več skupin:

— radioelementi, ki so kemično ali presnovno podobni fiziološkim (pertehnetat, 85-Sr, 201-Tl);

— označene molekule, ki so podobne fiziološkim, ne pa enake. Nekatere od njih obstanejo na določeni stopnji kemične presnove in s tem proces ozna-

čijo (18-F deoksi-fluoroglukoza kaže na porabo glukoze, 131-I meta-iodo-benzilguanidin kaže na nastanek adrenalina);

— velike organske molekule (beljakovine, hormoni), ki jim izotopna oznaka le malo menja presnovne lastnosti;

— celice, označene z izotopi (eritrociti, levkociti, trombociti);

— telesu tuje radioaktivne snovi (hipuran, EDTA itd.), pri katerih lahko merimo izločanje preko ledvic ali jeter;

— telesu tuje radioaktivne snovi z zanimivo farmakokinetiko (radiogalij, radioindij);

— telesu tuje radioaktivne snovi z zanimivimi fizikalnimi lastnostmi (žlahtni plini, koloidni delci).

Merilniki

Zgodnja jedrska medicina se je otepala s hudimi težavami tudi pri zaznavanju sevanja. GM cevi in plinski merilniki nasploh, ki so zelo občutljivi za naelektrene delce, so za sevanje γ popolnoma neprimerni. Radionuklidi so se zato uveljavili v medicini šele po letu 1950 z uvedbo scintilacijskih merilnikov. Med njimi so daleč najpomembnejši monokristali NaI(Tl), ki močno absorbirajo. Tak kristal je skupaj s fotopomnoževalko in s spektrometrom γ danes srce sleherne klinične merilne naprave. Tudi te delimo v več razredov:

— merilniki z razmeroma širokim prostorskim kotom, ki zajemajo posamezen organ v celoti in ki so namenjeni funkcijskim preiskavam celotnega organa;

— scintigrafi z ozko kolimiranim merilnikom, ki preiskuje bolnika od točke do točke ter postopoma izriše porazdelitev radioaktivnosti v njem;

— angerjeve kamere.

Angerjeva kamera je danes osrednje orodje jedrske medicine. Njen scintilacijski kristal ima obliko 30—40 cm široke okrogle plošče. Sevanje iz bolnika usmerja na merilnik svinčen kolimator z več tisoč vzporednimi vrtinami. Svetlobo scintilacij lovi do 91 fotopomnoževalk na zgornji strani kristala. Posamezno scintilacijo »vidi« vsaka od fotopomnoževalk z drugačne oddaljenosti in posebno vezje odda vsakič po en par pozicijskih sunkov x in y, ki z velikostjo in znakom krmilijo žarek na zaslonu katodne cevi. Skupna svetloba, zbrana ob dogodku, ustreza celotni absorbirani energiji posameznega fotona in jo sprejme spektometer kot sunek z. Če njegova velikost ustreza fotoabsorpcijskemu vrhu merjenega nuklida, se sproži žarek v katodni cevi, katerega odklon določata, kot rečeno, sunka x in y. Na ta način eliminiramo množico neželenih sevanj in na polaroidnem filmu pred zaslonom nastane slika preiskovanega organa. Za dobro sliko — scintigram — potrebujemo kakih 300 000 scintilacij.

Kamera γ ima veliko detekcijsko površino in je zato zelo občutljiv instrument. Prostorska ločljivost sodobnih kamer dosega že nekaj milimetrov, žal pa hitro pada z debelino kristala, ki ne sme preseči 10 do 15 mm. Pri tej debelini pa kristal učinkovito absorbira le fotone z nižjo energijo, kar še dodatno omejuje izbor radionuklidov. Zato ostaja tandem radiotehnicija in kamere γ sicer trdna, vendar precej »kratka« hrbtenica vsakdanje jedrske medicine.

Računalnik

Občutljiva kamera γ je v kombinaciji z visokimi dozami tehnecijevih radiofarmacevtskih derivatov bogat vir informacij. Statični posnetek traja kako minuto in je zato pretok bolnikov lahko velik, podobno kot pri rentgenski diagnostiki. Pri dinamičnih študijah, pri katerih opazujemo gibanja in procese z nizi posnetkov, je dotok podatkov celo preobilen, fotografska dokumentacija pa nepregledna in težko dojemljiva. Treba jo je na primeren način zgostiti. V jedrski medicini so se zato že zgodaj uveljavili procesni računalniki in v njenem okviru se je računalništvo razvilo že v skoraj samostojno disciplino. Računalnik ima več nalog:

— digitalizira in zbira podatke kamere, največkrat v obliki posameznih slik ali niza slik histogramskega tipa, ki jih gradi med snemanjem in sproti zapisuje na magnetni disk;

— po potrebi popravi nekatere napake zaradi statistične narave sevanja, neenakomerne občutljivosti in mrtvega časa instrumenta ter konvolucije celotnega sistema s postopki, ki jim je botrovala obdelava slik iz vesolja;

— shranjene slike prikazuje na zaslonu v čim bolj čitljivi obliki, ki navadno ni linearna in poskuša popraviti fiziološko drugačnost človeške vidne zaznave. Pri tem lahko odšteva ozadje in šum, prilagaja kontrastnost slike ali pa jo opremi z barvo oziroma z grafičnimi prijemi;

— opravlja preproste računske operacije, na primer odšteje dva posnetka, narejena ob različnih časih ali z različnimi nuklidi, briše moteče strukture ali prenaša elemente ene slike na drugo, kar vse naj bi zgostilo informacijo in olajšalo razlago slik.

— iz časovnega niza slik osami želena področja ali organe in prikazuje časovni potek radioaktivnosti v njih s krivuljo. Po primernih kinetičnih modelih lahko krivulje tudi obdela numerično ter izračunava nekatere fiziološke parametre;

— v nekaterih primerih izračunava take parametre v vsaki točki posebej in iz dobljenih vrednosti sestavi novo, funkcionalno sliko, ki ponazarja na primer z barvo opazovano funkcijo v vsaki točki posebej in predstavlja tako najvišjo stopnjo zgoščevanja podatkov.

Klinična uporaba

Doslej so predlagali že nekaj sto jedrsko-medicinskih postopkov v nekaj tisoč različicah. Za velik del teh so razvijalci zavestno načrtali in razvili primeren radiofarmak (označene celice, beljakovine, hormone, presnovne analoge in podobno). Mnogo pa je bilo tudi naključnih odkritij (67-Ga, 113m-In, 99m-Tc) in kasnejšega iskanja možne uporabe. Od množice predlogov se jih večina ni obdržala, ostalo pa je kljub temu še veliko postopkov, ki dajejo enake ali boljše in laže dostopne rezultate kot pa druge diagnostične metode. Najlaže jih razdelimo po organskih sistemih:

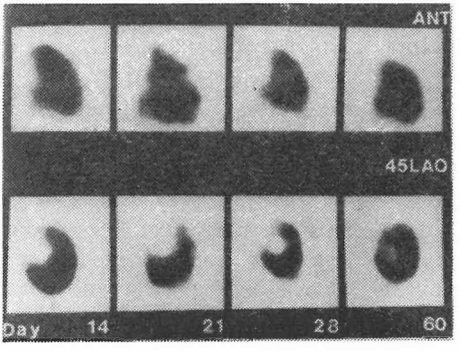
— v centralnem živčevju merimo obtok krvi in cerebrospinalne tekočine, vizualiziramo lahko tumorje, mrtvino i druge grobe patološke procese. V zadnjem času je mogoč tudi prikaz porabe energije in razpored kemičnih posrednikov med nevroni;

— v pljučih z lahkoto prikazujemo motnje krvnega obtoka pa tudi njihovo prezračenost;

— v jetrih merimo obtok krvi in žolča ter jih prikazujemo morfološko;
— ledvice izločajo najrazličnejše snovi in merjenje tega procesa sodi med najobsežnejša področja jedrske medicine;
— v diagnostiki srca so radioizotopske metode v veliki meri nadomestile invazivno rentgensko diagnostiko. Mogoče je prikazovati srčno mišico in njeno preskrbo s kisikom pri koronarni bolezni. Radioaktivnost krvi meri njeno količino v srčnih prekatih, spremembe te tekočine v sistoli in diastoli pa merijo moč utripa srčne črpalke;
— scintigrafija z izredno občutljivostjo kaže najrazličnejše patološke procese v kosteh. Kostne zasevke raka lahko odkrije mnogo mesecev pred rentgenom. Prav zaradi te občutljivosti pa je scintigrafija malo specifična in jo rentgenska preiskava s slikami visoke ločljivosti dopolnjuje.

Razen teh skupin so še številne druge, a jih ni mogoče vseh našteti in še manj pojasniti. Vsaj omeniti pa je treba radioimunske preiskave, s katerimi v vzorcih krvi ali tkiv merimo metabolite, hormone, vitamine, zdravila, strupe in podobno. Radioimunski testi, ki združujejo specifičnost imunskih tehnik s preprostostjo in natančnostjo merjenja radioaktivnosti, so se tako razmahnili, da se postopno že ločujejo od klasične jedrske medicine.

Sl. 1. Medenični del okostja bolnice z rakom na dojki. Posnetek je narejen s kondenziranim fosfatom, označenim z 99m-Tc. Temne pege kažejo na zasevke raka v kosteh



Sl. 2. Tl-201 se kot analog kalija kopiči v srčni mišici. S tem nuklidom in s tomografijo SPECT je mogoče zasledovati usodo presajenega srca (14, 21, 28 in 60 dni po presaditvi)

SPECT

Tako kot klasična rentgenska slika je tudi scintigram ploskovna projekcija prostorskih tvorb. To otežkoča njeno razlago. Za ta problem si je rentgenologija poiskala rešitev v CT (computed tomography), manj kot deset let kasneje pa je tudi jedrska medicina razvila podoben instrument SPECT (single

photon emission computed tomography). Pri tem kamera γ snema statični objekt iz vrste zornih kotov, računalnik pa iz posnetkov rekonstruira razpored radioaktivnosti v prostoru. Iz podatkov o razporeditvi sestavi slike posameznih prerezov.

SPECT terja mnogo več podatkov kot konvencionalna scintigrafija. Ker doze radionuklida ni mogoče več višati, se je podaljšal čas preiskave na nekaj deset minut in več. To pomeni manjši pretok bolnikov in višjo ceno preiskave. SPECT je zato prihranjen za posebne primere, na primer za prikaz prekrvavitve srčne mišice, pri kateri ima vendar še prednost pred invazivnimi rentgenskimi metodami.

PET

Kot kaže, je s SPECT dosegla angerjeva kamera skrajno mejo svojega tehničnega razvoja. Postalo je jasno, da z njo nikoli ne bo mogoče doseči kakovosti rentgenske CT ali tomografije NMR. Težišče medicinske slikovne diagnostike se je zato premaknilo drugam, jedrski medicini se je obetal zastoj glede zaznavanja in tudi v radiofarmakologiji.

Prav tedaj pa je na univerzi St. Louis dozorel nov instrument PET (pozitron emission tomography). Načelo rekonstrukcije tomografske slike rentgenologije in SPECT je uporabil na čisto nov način za zaznavanje fotonskih parov, ki po anihilaciji pozitronov (sevanja β^+) odletita pod kotom 180°. Ker so ti fotoni dokaj trdi (510 keV), so za njihovo merjenje potrebni precej debelejši kristali. PET je v bistvu obroč okrog telesa, na katerem je razmeščena množica takih kristalov s pripadajočimi fotopomnoževalkami. Te so med seboj povezane koincidenčno, tako da vezje prepusti sunek le, če par kristalov istočasno zazna fotonski par, ki izvira iz mesta anihilacije. Pri vsakem registriranem dogodku tako določijo zveznico, na kateri je prišlo do radioaktivnega razpada in računalnik lahko rekonstruira porazdelitev radiofarmaka.

PET je izredno drag instrument, odprl pa je novo področje dela s pozitronskimi sevalci, ki so bili zaradi visoke energije anihilacijskih fotonov angerjevi kameri popolnoma nedostopni.

Te izotope, med katerimi so najpomembnejši 11-C, 13-N, 15-O in 18-F, dobijo s ciklotronom. Vsi so kratkoživi, z razpolovnimi časi med 2 in 100 minut, ter zato ne prenesejo niti transporta niti dolgotrajnejše kemijske obdelave. Te navidez nepremostljive težave so rešili nekako s silo. Pričeli so postavljati ciklotrone na velikih univerzitetnih klinikah in razvili so hitre kemijske metode proizvodnje preprostejših pa tudi kompleksnejših, predvsem flouriranih spojin.

Zaradi visoke cene in neizogibne tesne povezave ciklotrona, hitre radiokemije, PET in medicine, kar terja zelo usposobljeno multidisciplinarno moštvo, je to dostopno le redkim ustanovam. Kljub temu pa je v zadnjih letih število takih centrov doseglo že 60. Možnosti so izredne, saj v nasprotju s CT in NMR, ki dajeta predvsem anatomske podatke, nova radiofarmaka prikazujejo biokemijska dogajanja.

V središču pozornosti so za zdaj možgani. To je razumljivo, saj je bilo doslej mogoče za živa študirati le njihovo električno aktivnost, vse preostalo znanje o njih pa smo si pridobili le posredno, preko bolezni. Zato o njihovem delovanju vemo pravzaprav zelo malo.

Poleg srca so možgani največji porabnik energije v telesu in dobivajo jo iz glukoze v krvi. Njen analog 18-F deoksifluoroglukoza vstopa v njen presnovni krog, vendar le delno in se na mestu porabe zato nabira, kar je s PET mogoče izmeriti. Izkazalo se je, da je poraba energije strogo omejena na tiste dele možganov, ki so trenutno zaposleni z gledanjem, poslušanjem, razmišljanjem ali motoriko. Ugotovili so na primer tudi, da je pri epilepsiji drastično zmanjšana poraba glukoze v otočku možganske skorje, pri shizofreniji pa v jedru z imenom nucleus caudatus.

Živčni sistem ni neprekinjeno vezje, ampak potuje depolarizacijski impulz le po nitih posamezne živčne celice. Iz enega nevrona na drugega prehaja informacija kemično na stikališčih končičev, sinapsah. Nevron, ki informacijo oddaja, izloči na svojem končiču enega od številnih nevrotransmiterjev, sprejemni končič sosednjega nevrona pa nosi na površini specifične receptorje. Koncentracija transmiterjev in število ter vrsta receptorjev so za prenos odločilni. Od modulacije prispelih dražljajev je odvisno, kako in kdaj bo živčni sistem reagiral na vhodne zaznave. Študij nevrotransmiterjev in nevroreceptorjev je zato danes v ospredju proučevanje zdravih in bolnih možganov.

Po injekciji radiofarmaka 11-C carfentanila, ki se veže na opijatne nevroreceptorje, je na primer s PET mogoče prikazati možganske centre, odgovorne za bolečino, pa tudi za agresivnost in druge čustvene reakcije. Število prostih nevroreceptorjev je mogoče tudi številsko opredeliti in neposredno meriti učinek zdravil nanje. Tako so psihiatri dognali, da se število teh ali onih nevroreceptorjev od bolnika do bolnika izredno spreminja. To pojasnjuje, zakaj nekateri na dano zdravilo reagirajo, drugi pa ne. Slednji potrebujejo le višjo dozo. Po tej poti je mogoče ločiti med zdravili agonisti, ki kemično posnemajo nevrotransmiterje, in med antagonisti, ki le blokirajo nevroreceptorje.

Podobno z 11-C N-metilspiperonom proučujejo tudi receptorje za dopamin. Pri tem predvsem merijo njihovo število in zasedenost z nevrotropnimi zdravili. Tako so ugotovili, da je Parkinsonovo bolezen mogoče zdraviti z dajanjem preproste aminokisline l-dope. Po tej poti je mogoče zasledovati tudi rast in zmanjševanje možganskih tumorjev med zdravljenjem.

Z uporabo fizioloških radionuklidov, ciklotronom in PET se je jedrska medicina spet znašla v svoji najmočnejši vlogi, to je v neinvazivnem prikazovanju dogajanj v živem človeškem telesu. Pri tem je dosegla molekulsko raven, neposredno in brez spretnjakarstva, ki ga terja raba nefizioloških radionuklidov. Razvoj v tej smeri je izredno obetaven in popolnoma odprt. Žal se je popolnoma odmaknil od nas in ob naši znanstveno-tehnološki ravni postaja tudi za nas vse bolj nedosegljiv. Če prihodnje generacije ne bodo mogle nadomestiti zamujenega — in o tem upravičeno dvomim — bomo tako kot zdaj o dosežkih sodobne jedrske medicine lahko le še brali v tujem strokovnem časopisju.

LITERATURA

[1] J. Harbert, A. F. G. Da Rocha, *Textbook of Nuclear Medicine*, Vol. I. in II., Lea and Febiger publ., Philadelphia 1984.

[2] *Medical Radionuclide Imaging, Proceedings*, IAEA, Dunaj 1984.

NOVE KNJIGE

Fomenko A. T., Fuchs D. B., Gutenmacher V. L., Homotopic Topology, Budapest, Akadémiai Kiadó 1986, 310 str.

Pričujoča knjiga je prevod skript, ki so izšla na Moskovski državni univerzi pred 18 leti v precej skromni nakladi in so zato takoj pošla. Napisana so bila na osnovi zapiskov s predavanj, ki jih je v letih 1966—1968 imel D. B. Fuchs na Fakulteti za mehaniko in matematiko. V tem času so bila predavanja iz algebrske topologije zelo dobro obiskana — prihajali so tudi specialisti z drugih področij, npr. iz analize in teorije diferencialnih enačb. Vznemirjala so jih številna pomembna odkritja na tem področju v prvi polovici šestdesetih let kot npr. Atiyah-Singerjev izrek o indeksu eliptičnega operatorja [1].

Skripta so precej nenavadna v dveh ozirih: pisana so izredno zahtevno, poleg tega pa jih krasijo skrivnostne ilustracije — delo A. T. Fomenka, ki je bil tedaj še študent, danes pa je cenjen kot matematik in tudi kot likovni umetnik ilustrator.

Osnovni cilj Fuchsovih predavanj je bil po čim krajši poti priti do Adamsovega spektralnega zaporedja. Temu je podrejen ves učbenik, ki sicer resda začenja pri osnovah, t.j. teoriji homotopije in teoriji (singularne) homologije, vendar nato z vrtoglavo naglico hiti skozi poglavji o spektralnih zaporedjih in o kohomoloških operacijah do zastavljenega cilja. Učbenik nosi pečat dobe, v kateri je nastajal — prepoln je izračunov homotopskih grup sfer, kar je bilo v tem času predmet intenzivnih naporov številnih algebrskih topologov širom po svetu, zato seveda tudi v Leningradu in Moskvi. Skripta so prevajali že prej. Podpisani je 1. 1975 pr povratku iz Moskve s seboj (konspirativno prinesel originale ilustracij, k jh Fomenko drugače ni mogel posredovati v ZR Nemčijo — tam je znani algebrski topolog R. M. Switzer pripravljal prevod za Springerjevo založbo. Žal knjige vseeno niso natisnili. To je 11 let kasneje uspelo madžarskim kolegom.

Danes je učbenik že rahlo zastarel. Kot smo že omenili, je njegov glavni cilj izpeljava Adamsovega spektralnega zaporedja. Zato ni primeren za začetnika, ki se želi naučti osnov algebrske topologije — zanj obstajajo številne primernejše (in novejše) knjge, npr. [2]. Kogar pa zanimajo prav spektralna zaporedja, mu lahko priporočimo najnovejšo monografijo [3].

Dušan Repovš

LITERATURA

[1] M. F. Atiyah, I. M. Singer, *The index of elliptic operators on compact manifolds,* Bull. Amer. Math. Soc. **69** (1963) 422—433.

[2] F. H. Croom, *Basic Cocepts of Algebraic Topology,* Springer Verlag, Berlin 1978.

[3] J. McClearly, *User'Guide to Spectral Sequences,* Publish or Perish, Inc., Wilmington, Delaware 1985.

SLIKANJE Z JEDRSKO MAGNETNO RESONANCO V MEDICINI

JANEZ STEPIŠNIK

PACS 76.90 + b

Članek uvaja osnovne pojme o slikanju z magnetno resonanco. Namenjen je učiteljem in zdravnikom z znanjem osnov fizike, ki se prvič srečujejo z jedrsko magnetno resonanco.

NMR IMAGING IN MEDICINE

In the article the basic concepts of NMR imaging are presented. It is intended as a starting point for teachers as well as for medical people having the knowledge of basic physic who are addressing the topic of NMR for the first time.

Uvod

V zadnjem desetletju je prinesel tehnični napredek precej novosti tudi v medicino. Odkrivanje bolezni in poškodb v notranjosti človeškega telesa je postalo hitrejše, natančnejše in varnejše. Pri slikanju z rentgensko svetlobo danes lahko dobimo sliko ob manjši dozi. Telo lahko presevamo iz različnih smeri in potem z računalnikom sestavimo sliko prereza skozi telo. Slike notranjih organov dobimo tudi tako, da vnesemo v telo radiaktivne izotope in z merilniki zaznavamo sevanje izotopa, ki se je nakopičil v organih. Tudi ultrazvok, ki se odbija na nehomogenostih v telesu, lahko pokaže sliko prereza. To slikanje ima slabšo ločljivost, a je posebej primerno, če ne smemo uporabljati nevarnega rentgenskega sevanja.

V zadnjem času se je pojavila še tehnika slikanja človeškega telesa z jedrsko magnetno resonanco. Od vseh omenjenih tehnik se razlikuje po tem, da telesa ne obsevamo z valovanjem od zunaj, ampak izvira valovanje od atomskih jeder v telesu, ki v magnetnem polju opletajo kot vrtavke. Tudi magnetna resonanca (MR) pokaže sliko prereza skozi notranje organe telesa. Toda poleg spremenjene oblike posameznih organov lahko vidimo na sliki, posneti z MR, tudi podrobnosti o kemičnih spremembah v organizmu, zaradi obolenja. Zdravnik lahko sklepa na vrsto obolenja ne samo posredno po spremenjeni obliki organa, ampak neposredno, saj nekako vidi sliko obolenja samega. Prav to daje tehniki v medicinski diagnostiki posebno veljavo.

Človeško telo je neprosojno za infrardečo, vidno in tudi ultravijolično svetlobo. Prosojno pa je za elektromagnetno valovanje z zelo majhno valovno dolžino (rentgenska svetloba) in za valovanje z zelo dolgo valovno dolžino (radijski valovi). V magnetnem polju z gostoto 1 T je precesijska frekvenca jeder na območju radijskih valov. Kot pri slikanju z rentgenom uporabljamo prosojno okno skoz telo pri kratkih valovnih dolžinah, uporabljamo pri slikanju z MR prosojno okno pri dolgih valovnih dolžinah.

Jedrska magnetna resonanca

Slikanje z magnetno resonanco izkorišča pojav, ki sta ga odkrila F. Bloch in E. M. Purcell pred nekaj več kot štiridesetimi leti. Za odkritje sta dobila Nobelovo nagrado za fiziko leta 1952. Pojav je povezan z magnetnimi lastnostmi gradnikov atomskega jedra: nevtronov in protonov. Podobno kot elektroni imajo tudi nukleoni spin in s tem tudi magnetni moment. Spin **S** in magnetni

moment μ sta povezana s skalarno konstanto γ, ki ji pravimo tudi giromagnetno razmerje.

$$\mu = \gamma \mathbf{S} \tag{1}$$

Če bi hoteli približno razumeti, kateri parametri vplivajo na razmerje γ, lahko obravnavamo proton preprosto kot vrtečo se kroglico z maso m, radijem r in nabojem e, enakomerno razporejenim po prostornini. V klasičnem modelu je razmerje med magnetnim momentom in vrtilno količino enako

$$\gamma = \mu/S = e/2m \tag{2}$$

Iz zveze (2) uvidimo, da je zaradi večje mase magnetni moment protona kar za dve velikostni stopnji manjši od magnetnega momenta elektrona. S takim modelom ne moremo razumeti magnetnih lastnosti nevtrona brez naboja. Morda bi to pojasnili tako, da bi obravnavali nevtron kot proton, okoli katerega kroži negativni pion. Vendar pa tudi s takimi modeli ne bi zadovoljivo opisali magnetnih lastnosti nukleonov, še manj pa magnetnih lastnosti jeder. Potrebna je kvantna mehanika. V njej je velikost spina, to je polne vrtilne količine, $\hbar\,[s(s+1)]^{1/2}$, če je s spinsko kvantno število in $\hbar$ z 2π deljena Planckova konstanta. Spinsko kvantno število jedra je lahko celo, polovično ali nič. Če je nič, ni magnetnega momenta in z magnetno resonanco takega jedra ne vidimo. Taka jedra so lahko zelo pogostna v naravi, na primer ogljik ^{12}C in kisik ^{16}C. Največji magnetni moment ima vodikovo jedro, proton. Magnetni moment drugih jeder je manjši tudi za več velikostnih stopenj.

V homogenem magnetnem polju $\mathbf{B}$ deluje na magnetni moment navor [1]

$$\mathbf{M} = \mu \times \mathbf{B} \tag{3}$$

V stabilni ravnovesni legi kaže magnetni moment prosto vrtljivega dipola v smer magnetnega polja. Če ga zasukamo okoli osi, pravokotno na smer magnetnega polja, opravi zunanji navor delo. Energija magnetnega dipola je [1]:

$$W_M = -\mu \,.\, \mathbf{B} = -\mu\, \mathbf{B} \cos 0 \tag{4}$$

$\mu \cos 0$ je komponenta magnetnega momenta dipola v smeri magnetnega polja. Atomsko jedro ima spin, zato zunanji navor ne zasuče dipola proti ravnovesni legi, ampak povzroči precesijo, tako kot pri vrtavki. Za vrtavko velja

$$d\mathbf{s}/dt = \mu \times \mathbf{B} \qquad d\mu/dt = \gamma\, \mu \times \mathbf{B} \tag{5}$$

Magnetni moment precedira okoli smeri zunanjega magnetnega polja tako, da se ohrani komponenta magnetnega momenta v smeri magnetnega polja. Kotna hitrost precesije je [2]:

$$\Omega = M/S = \gamma B \tag{6}$$

Klasični opis marsikaj pove o gibanju magnetnega dipola atomskega jedra, vendar ne vsega. Popolnoma ga opiše kvantna mehanika. V njej je stanje sistema določeno z valovno funkcijo Ψ, ki zadošča Schrödingerjevi enačbi

$$i\hbar \partial\, \Psi/\partial t = \hat{\mathrm{H}}\, \Psi = -\gamma\, B_z\, \hat{S}_z\, \Psi \tag{8}$$

Hamiltonov operator $\hat{\mathrm{H}}$ izrazimo z energijo magnetnega dipola (4), v kateri spin nadomestimo z operatorjem $\hat{\mathbf{S}}$. Pri tem še privzamemo, da kaže mag-

netno polje v smeri osi z Z nastavkom $\Psi = \exp(-\mathrm{i}\, Et/\hbar)\, \Phi$ dobimo stacionarno Schrödingerjevo enačbo

$$\hat{\mathrm{H}}\, \Phi = -\gamma\, \mathrm{BS}_z\, \Phi = E\Phi \tag{9}$$

Lastne vrednosti $\hbar m$ operatorja komponente vrtilne količine v smeri osi z in lastne funkcije Φ_m določa magnetno kvantno število:

$$\hat{\mathrm{H}}\, \Phi_m = E_m\, \Phi_m = -\hbar\, B_z\, m\, \Phi_m \tag{10}$$

Število m zavzame vrednosti od — s, — s + 1, . . . , s — 1 do s. Jedro s spinom $s = 1/2$ ima dve možni stanji z energijama $E_{1/2} = -\hbar B_z/2$ in $E_{-1/2} = \hbar B_z/2$ (Sl. 2). Valovna funkcija, ki opisuje poljubno stanje sistema, je kombinacija lastnih valovnih funkcij $\Phi_{1/2}$ in $\Phi_{-1/2}$. Z upoštevanjem časovnega dela valovne funkcije opišemo stanje sistema v splošnem takole:

$$\Psi(t) = a \exp(\mathrm{i}\Omega t/2)\, \Phi_{1/2} + b \exp(-\mathrm{i}\Omega t/2)\, \Phi_{-1/2} \tag{11}$$

Ω je precesijska frekvenca (5). Z valovno funkcijo (11) izračunamo pričakovano vrednost vektorja magnetnega momenta

$$\langle \mu \rangle = \langle \Psi \mid \gamma \hat{\mathbf{S}} \mid \Psi \rangle \tag{12}$$

Ali ima klasična predstava o precesiji magnetnega momenta okoli smeri zunanjega magnetnega polja kakšno veljavo tudi v okviru kvantne mehanike? Za odvod pričakovane vrednosti magnetnega momenta (12) dobimo z enačbo (8)

$$\begin{aligned} \partial \langle \mu \rangle / \partial t &= \gamma \langle \partial \Psi / \partial t \mid \hat{\mathbf{S}} \mid \Psi \rangle + \gamma \langle \Psi \mid \hat{\mathbf{S}} \mid \partial \Psi / \partial t \rangle = \\ &= \mathrm{i}(\gamma/\hbar) \langle \Psi \mid [\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathrm{H}}] \mid \Psi \rangle = \mathrm{i}(\gamma/\hbar) \langle \Psi \mid [\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{S}}\, \mathbf{B}] \mid \Psi \rangle \end{aligned} \tag{13}$$

$[\hat{\mathrm{A}}, \hat{\mathrm{B}}]$ je komutator med operatorjema $\hat{\mathrm{A}}$ in $\hat{\mathrm{B}}$. Če upoštevamo komutacijske zveze med operatorji komponent vrtilne količine [3], ugotovimo, da se odvod povprečne vrednosti vektorja magnetnega momenta spreminja kot

$$\partial \langle \mu \rangle / \partial t = \langle \mu \rangle \times \mathbf{B} \tag{14}$$

To se ujema s klasičnim izrazom za gibanje namagnetene vrtavke v magnetnem polju.

Ko snov vstavimo v magnetno polje, traja nekaj milisekund ali celo sekund, da se vzpostavi termično ravnovesje v zasedenosti magnetnih energijskih stanj. Čas je odvisen od tega, kako sodelujejo spini s svojo okolico. V trdni snovi je sodelovanje močnejše kot v kapljevinah, zato je čas krajši. Temu času pravimo spin-mrežni relaksacijski čas T_1. Ravnovesna porazdelitev množice jedrskih spinov po magnetnih energijskih stanjih poda Baltzmannova statistika. Verjetnost, da je zasedeno stanje m, je

$$p_m = A \exp(-E_m/kT) = A \exp(\gamma\hbar\, B_m/kT) \tag{15}$$

Če upoštevamo, da je pri sobni temperaturi in polju okoli 1 T magnetna energija jedrskih spinov veliko manjša od produkta kT, je magnetni moment množice N spinov v smeri magnetnega polja

$$M_z = N \langle \mu_z \rangle = N \gamma\hbar\, B_z \sum_m p_m = N(\hbar\gamma)^2\, B_z\, s(s+1)/3kT \tag{16}$$

Rezultat pove, da je v polju 1 T in pri sobni temperaturi razlika v zasedenosti zgornjega in spodnjega stanja zelo majhna. V telesu z 10^5 vodikovimi jedri samo trije spini več kažejo v smeri zunanjega magnetnega polja. Toda v 1 cm^3 vode je okoli 10^{23} vodikovih jeder, par pomeni, da 10^{18} spinov prispeva k magnetizaciji vzorca. Ti povzročajo magnetni moment v smeri magnetnega polja.

Magnetni moment jedrskih spinov lahko merimo tako, da navijemo okoli vzorca tuljavo in merimo inducirano napetost, ki jo povzroči precesija vseh jedrskih spinov v vzorcu (Sl. 1). To pomeni, da moramo na kak način vse spine hkrati izmakniti v smer, prečno na zunanje magnetno polje. To lahko napravimo najpreprosteje tako, da hitro obrnemo vzorec ali pa hitro spremenimo smer magnetnega polja. Največkrat uporabijo način, da delujejo na spine z dodatnim magnetnim poljem, ki je pravokotno na prvotno polje in niha s precesijsko frekvenco. Ker leži ta frekvenca ν na območju frekvenc radijskih valov, mu pravimo radiofrekvenčno magnetno polje. Za koliko izmakne to polje magnetni moment iz smeri polja, je odvisno od njegovega trajanja. Jedrski magnetki, ki so postavljeni v smer prečno na zunanje magnetno polje, precedirajo. Na tuljavi z n ovoji z osjo pravokotno na smer magnetnega polja inducirajo napetost

$$U_i = -nd\,\Phi/dt \approx -n\,dM_z/dt \tag{17}$$

Pri tem je vsota prispevkov jedrskih spinov, ki precedirajo s kotno hitrostjo Ω, v smeri osi tuljave

$$M_z = \sum_i \langle \mu_{it} \rangle \sin \Omega t \tag{18}$$

V časovnem poteku signala inducirane napetosti (Sl. 1) amplituda signala la eksponentno pojema zaradi magnetnega sodelovanja s sosednjimi jedrskimi spini, z elektronskim oblakom in nečistočami v snovi. Tudi jedra atomov na neekvivalentnih mestih v molekuli čutijo različen vpliv sosedov. Zaradi tega sodelovanja je magnetno polje na mestu spina seštevek zunanjega in notranjega magnetnega polja. Amplituda induciranega signala pojema, ker se notranje polje in s tem tudi hitrost precesije razlikuje od spina do spina. Spini, ki so sicer pričeli precedirati sočasno, imajo različno hitrost precesije Ω_i in se jim sčasoma spremeni medsebojna faza. Karakterističnemu času pojemanja pravimo spin-spinski relaksacijski čas T_2. V splošnem je signal inducirane napetosti

$$U_i \approx -n\,\Omega_0 \sum_k \langle \mu_{tk} \rangle \cos\,(\Omega_0 + \Omega_k)\,t \tag{18}$$

Če je zunanje magnetno polje dovolj homogeno, določa Ω_i magnetno polje, ki ga povzroča okolica jedra. S frekvenčno analizo časovnega poteka inducirane napetosti lahko ločimo spine na neekvivalentnih mestih v molekuli in iz amplitud različnih frekvenc določimo sestavo molekule. Tako napravimo kemično analizo (Sl. 2).

Dodatno pojemanje signala dobimo tudi, če je zunanje polje nehomogeno. To pomeni, da so spini na različnih mestih vzorca v različnem zunanjem magnetnem polju. Ta pojav izkoriščamo za slikanje z magnetno resonanco.

Slikanje

Če je vzorec v nehomogenem polju, v katerem se gostota polja spreminja kot

$$B_z = B_{z0} + G\,x \tag{19}$$

lahko zapišemo (18) v obliki

$$U_i(t) \approx n\,\Omega_0 \sum_k \langle \mu_{tk} \rangle \cos\,(\Omega_0 + \gamma\,G x_k)\,t \tag{20}$$

G je sprememba polja na enoto razdalje v smeri osi x in z x_k zaznamujemo koordinato spina k. Enačbo (20) v kontinuumski limiti zapišemo kot

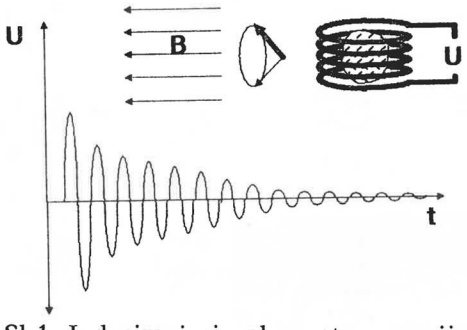
$$U_i(t) \approx n\,\Omega_0\,\langle \mu_t \rangle \int \varrho\,(x, y, z,)\cos\,(\Omega_0 + \gamma\,Gx)\,t\,dx\,dy\,dz \tag{21}$$

Če je $\varrho\,(x, y, z)$ gostota spinov. Frekvenca precesije se spreminja le po osi x in lahko integriramo (21) po y in z. Če definiramo število spinov na enoto dolžine smeri x kot

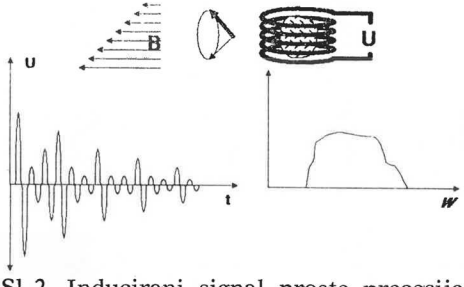
$$\sigma\,(x) = \int \varrho\,(x, y, z,)\,dy\,dz \tag{22}$$

dobimo

$$U_i(t) = -n\,\Omega_0\,\langle \mu_t \rangle \int \sigma\,(x)\cos\,(\Omega_0 + \gamma\,Gx)\,t\,dx \tag{23}$$



Sl. 1. Inducirani signal proste precesije spinov v homogenem magnetnem polju



Sl. 2. Inducirani signal proste precesije spinov v nehomogenem magnetnem polju in enorazsežna projekcija porazdelitve spinov v smer nehomogenosti magnetnega polja

Časovni potek inducirane napetosti $U_i(t)$ sestavljajo prispevki spinov z različno precesijsko hitrostjo, ki se spreminja linearno po osi x. Utež posameznih prispevkov je določena s porazdelitvijo spinov po osi. S frekvenčno analizo signala lahko torej dobimo enorazsežno porazdelitev spinov (Sl. 2). Pri tej analizi razvijemo časovno odvisno napetost v Fourierovo vrsto

$$U_i(t) = \sum_{n=0}^{\infty} [a_n \cos\,(2\pi\,nt/T) + b_n \sin\,(2\pi\,nt/T)] \tag{24}$$

T je čas trajanja signala. Ko naraste ta čas čez vsako mejo, preide Fourierova vrsta v Fourierov integral:

$$U_i(t) = \int_0^{+\infty} [a(\omega)\,\cos\,\omega t + b(\omega)\sin\,\omega t]\,d\omega \tag{25}$$

Pri tem velja

$$a(\omega) = (1/2\pi) \int_0^{\infty} U_i(t)\cos\,\omega t\,dt \qquad b(\omega) = (1/2\pi) \int_0^{\infty} U_i(t)\sin\,\omega t\,dt$$

V enačbo (23) vstavimo $\Omega_0 + \gamma Gx = \omega$ in dobimo

$$U_i(t) = (1/\gamma G) \int \sigma [(\omega - \Omega_0)/\gamma G] \cos \omega t \, d\omega \tag{26}$$

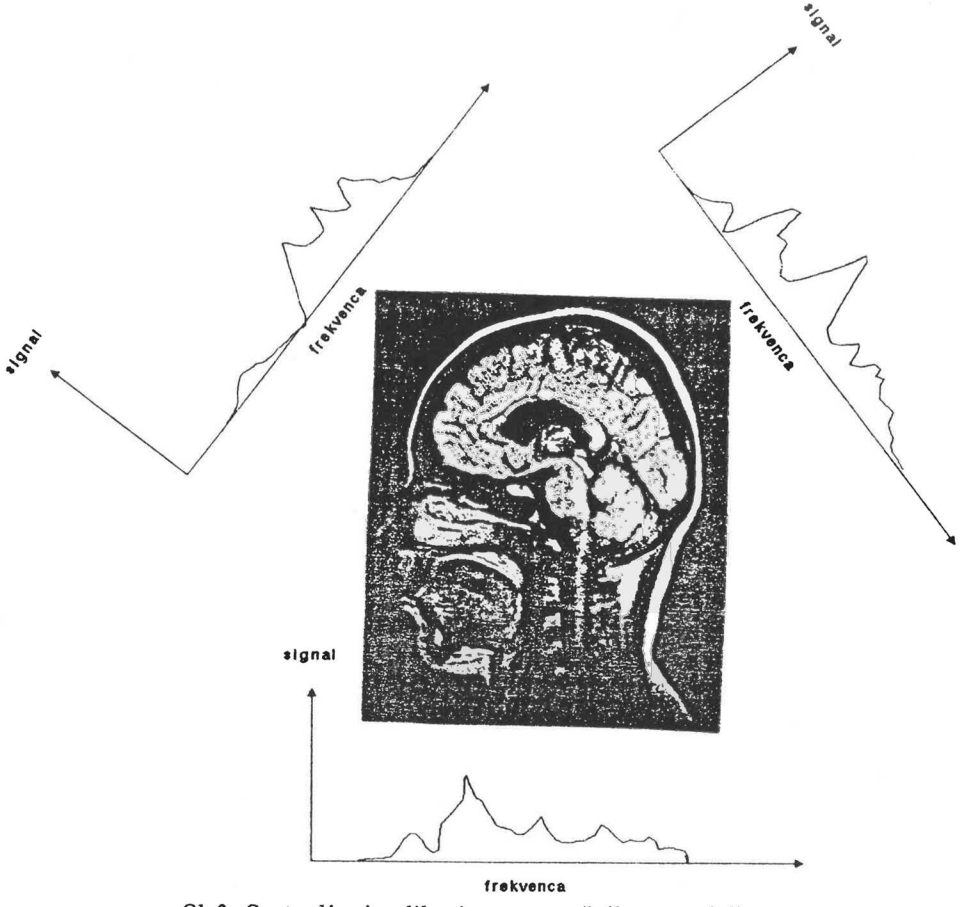
V našem primeru določajo porazdelitev spinov po osi x koeficienti $a(\omega)$ v enačbi (25)

$$\sigma [(\omega - \Omega_0)/\gamma G] = a(\omega)$$

Koeficienti $b(\omega)$ so vsi enaki nič. To dobimo, če začetek precediranja spinov natančno ujamemo z začetkom snemanja in če v sprejemniku ni drugih faznih zakasnitev. V splošnem pa je gostota spinov povezana s koeficientoma takole:

$$\sigma[(\omega - \Omega)/\gamma G] = [a(\omega)^2 + b(\omega)^2]^{1/2} \tag{27}$$

Sliko MR enorazsežne ali trirazsežne porazdelitve gostote dobimo tako, da spreminjamo smer osi, po kateri se spreminja magnetno polje. Tako nastane več enorazsežnih projekcij v smeri različnih osi. Iz njih sestavimo poljubno sliko prereza skozi vzorec (Sl. 3).



Sl. 3. Sestavljanje slike iz enorazsežnih porazdelitev

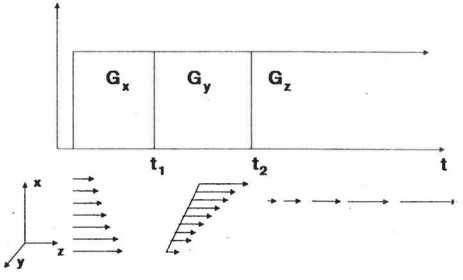
Namesto da bi sestavljali enorazsežne projekcije, lahko uporabimo polja, ki so nehomogena v smeri treh med seboj pravokotnih osi. Tako traja polje, nehomogeno po osi x, čas t_1, polje, nehomogeno po osi y, čas t_2 in nato vključimo polje, ki se spreminja po osi z (Sl. 4). Inducirano napetost merimo le med trajanjem zadnjega polja t, vendar pa je odvisna tudi od predhodnih polj in njihovega trajanja:

$$U_i(t, t_1, t_2) = \int \varrho(x, y, z) \cos [\Omega_0 t + \gamma(G_x x t_1 + G_y y t_2 + G_z z t)] \, dx \, dy \, dz \quad (28)$$

Če sedaj posnamemo inducirano napetost, a pri vsakem snemanju nekoliko spremenimo t_1 in t_2, dobimo inducirano napetost kot funkcijo treh spremenljivk. Nadaljnji postopek je podoben kot v enorazsežnem primeru, le da je sedaj Fourierov integral funkcija treh frekvenc ω_1, ω_2 in ω_3. Namesto enorazsežne dobimo trirazsežno porazdelitev spinov, izraženo s koeficienti a in b:

$$\varrho[(\omega_1 - \Omega)/\gamma G_x, \omega_2/\gamma G_y, \omega_3/\gamma G_z] = [a(\omega_1, \omega_2, \omega_3)^2 + b(\omega_1, \omega_2, \omega_3)^2]^{1/2} \quad (29)$$

Čeprav se zdi trirazsežna porazdelitev spinov najpopolnejša, si jo je težko predstaviti, pa še snemanje inducirane napetosti kot funkcije treh parametrov je zelo zamudno. Take podatke zajamemo z matriko $128 \times 128 \times 128$, za kar potrebujemo več kot 2 Mbytov računalniškega spomina. Sliko zato običajno predstavljamo v dveh razsežnostih.



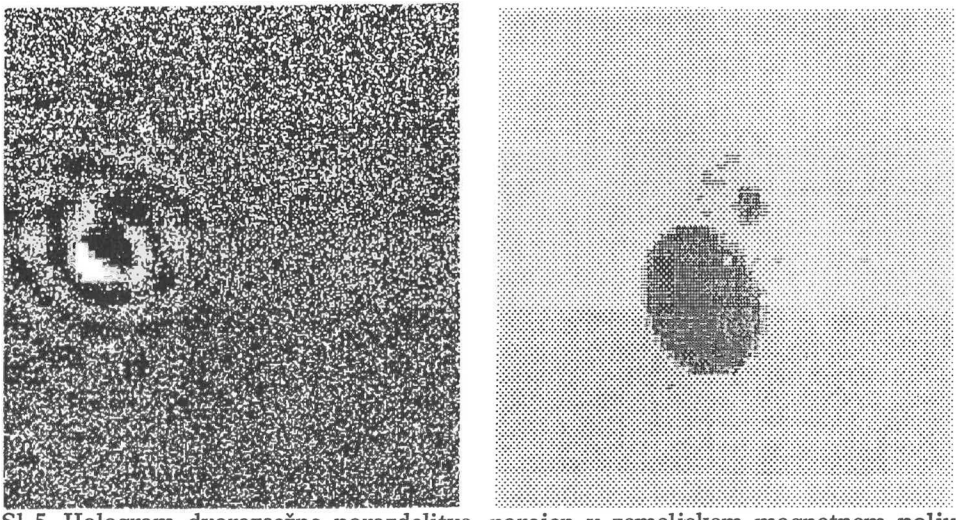
Sl. 4. Časovni potek delovanja nehomogenega polja pri trirazsežnem snemanju porazdelitve s Fourierovo metodo

Slikanju z magnetno resonanco gre veliko hitreje in z manj računalniškega spomina, če se omejimo le na porazdelitev znotraj tanke rezine vzorca. Na začetku vsakega snemanja zasučemo le spine v tanki rezini. To dosežemo s tem, da med delovanjem radiofrekvenčnega polja, ki spine vrti, delujemo še z dodatnim poljem, linearno nehomogenim po osi, pravokotni na ploskev rezine. Če je na primer to os z, je frekvenca precesije spinov različna na različnih mestih osi z. Radiofrekvenčno polje suče samo spine, ki precedirajo približno z enako frekvenco, kot je njegova. Tako lahko s spreminjanjem frekvence radiofrekvenčnega polja izberemo poljubno rezino vzorca, v kateri zasučemo magnetizacijo, in samo spini v rezini inducirajo napetost v tuljavi. Za sliko gostote spinov v izbrani rezini potrebujemo samo še dvoje polj, ki sta linearno nehomogeni po oseh x in y. Po dvorazsežnem Fourierovem obratu inducirane napetosti $U(t, t_1)$ (Sl. 5a) izrazimo gostoto spinov v rezini na mestu z_0 (Sl. 5b)

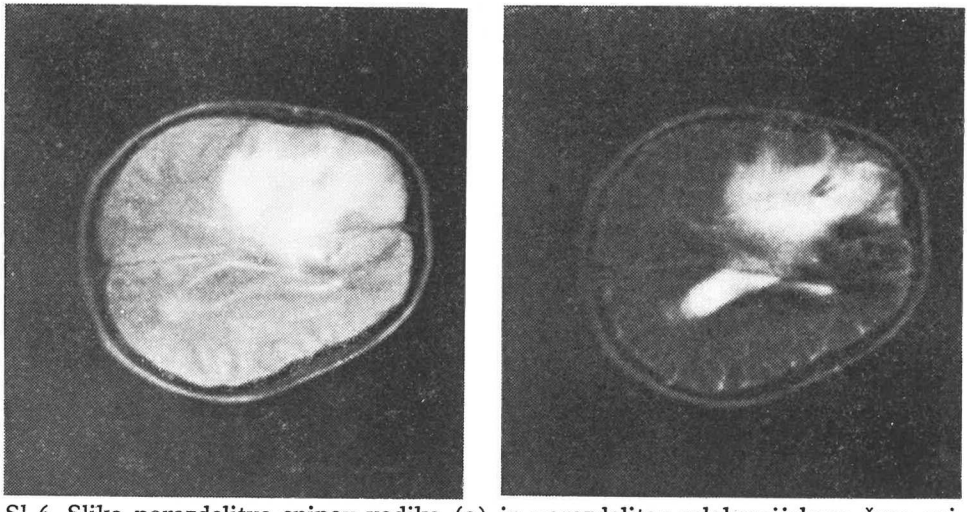
$$\varrho[(\omega_1 - \Omega)/\gamma G_x, \omega_2/\gamma G_y, z_0] = [a^2(\omega_1, \omega_2) + b^2(\omega_1, \omega_2)]^{1/2} \quad (30)$$

Sedaj razumemo, zakaj zamisli o slikanju z magnetno resonanco, ki je stara že 34 let [4], niso v medicini že prej uporabili. Hitro Fourierjevo analizo signala skupaj s shranjevanjem in izračunavanjem številnih podatkov

zmorejo le sodobni računalniki. Če mislimo na spin vodikovih jeder, slikamo porazdelitev vodika. Ker je v človeškem telesu največ vodika vezanega v vodo, slikamo pravzaprav porazdelitve vode (Sl. 6a). Kot rečeno, vodikovo ali katero drugo magnetno jedro čuti tudi vpliv sosednjih magnetnih delcev. Zaradi dodatnega magnetnega polja se spremeni frekvenca njegove precesije. Sprememba je izredno majhna, toda če je glavno magnetno polje dovolj stabilno in homogeno na 10^{-6}, lahko opazimo razlike med frekvenco precesije vodika, vezanega v vodo, v razne hidrate, maščobe itd. Kemiki izkoriščajo te razlike v precesijski frekvenci za kemične analize in zato jim pravimo kemični premik. Prav tako pa lahko napravimo sliko rezine, pri kateri posnamemo



Sl. 5. Hologram dvorazsežne porazdelitve, narejen v zemeljskem magnetnem polju (a) in Fourierov obrat holograma (b)



Sl. 6. Slika porazdelitve spinov vodika (a) in porazdelitev relaksacijskega časa spinov vodika (b)

samo porazdelitev vodika, vezanega v določeno spojino. Postopek je podoben kot pri trirazsežnemu snemanju v tem, da poleg dvorazsežne porazdelitve v rezini dobimo še tretjo razsežnost, ki predstavlja spekter kemičnega premika. Spine zasučemo samo v tanki rezini, potem učinkujemo s poljem, nehomogeno v smeri osi x čas t_1 in nato s poljem, nehomogenim v smeri osi y čas t_2. Inducirani signal opazujemo samo v času t, potem ko smo obe polji izključili. Čeprav ni več nehomogenih polj, je faza odvisna od njunega trajanja. S spreminjanjem razmikov t_1 in t_2 lahko posnamemo inducirano napetost kot funkcijo treh parametrov in Fourierov obrat da porazdelitev spinov v rezini (29) kot funkcijo precesijske frekvence različne za kemijsko različno vezane atome vodika: $\varrho(\Omega_k + \Omega, \omega_1/\gamma G_x, \omega_2/\gamma G_y)$. Tako imamo na voljo slike porazdelitve različnih spojin vodika. Z njimi zdravnik ne sklepa o obolenju samo posredno, na primer iz povečane gostote vode na obolelem mestu, temveč lahko tudi vidi kemično sliko obolenja. Določi, na primer, vrto tumorja in podobno. Take podatke dobimo, če namesto slike porazdelitve spinov v rezini napravimo slike porazdelitve relaksacijskih časov T_1 in T_2 (Sl. 6b). Če se spini gibljejo zaradi pretoka ali difuzije atomov in molekul, lahko napravimo tudi slike porazdelitve hitrosti pretoka ali porazdelitve difuzijske konstante v plasti. Vse to je mogoče slikati z magnetno resonanco. Možnosti smo samo našteli in podrobno razlago prihranili za kak drug prispevek.

V razvojni fazi so še druge možnosti. Prvi poskusi že kažejo, da je mogoče tudi zelo hitro slikanje v razmiku nekaj 10 ms med posnetki. Pri tem napravimo film gibanja notranjih organov, spreminjanja hitrostnega profila pretoka in še kaj. Ker omejuje ločljivost slik samo razmerje signal-šum, lahko delamo tudi mikroskopske posnetke. Z magnetno resonanco so dobili že sliko biološke celice.

Napravo sestavljajo magnet, tuljave, ki povzročajo skoraj linearno nehomogenost v različnih smereh, tuljava za radiofrekvenčno magnetno polje in zaznavanje indukcije, elektronski deli in računalnik. Tehnično posebno zahteven je magnet, ki je običajno superprevoden in ki ima tolikšno odprtino, da gre vanjo človeško telo. Homogenost stalnega magnetnega polja mora doseči vsaj 10^{-6}. Vso napravo mora obdati še poseben kovinski oklop za radiofrekvenčno in tudi magnetno zaščito. Kljub številnim možnostim za ugotavljanje bolezni, ki jih slikanje z magnetno resonanco ponuja, se uporaba ne širi tako, kot bi pričakovali. Kriva je cena naprave, stroški za njeno vzdrževanje in zapletenost delovanja. Uspešno deluje lahko le v dobro opremljenem kliničnem centru. Zato smo se v Ljubljani lotili raziskav možnosti za poenostavitev naprave. Namesto magneta poskušamo izkoristiti kar zemeljsko magnetno polje, ki je izredno homogeno. Tako bi njegova homogenost zadoščala celo za slikanje slona. Šibko magnetno polje pa je povezano tudi s šibkejšo inducirano napetostjo in s slabšim razmerjem signal-šum. Kljub temu nam je uspelo dobiti že prve slike poskusnih vzorcev z zadostno ločljivostjo (Sl. 5).

LITERATURA

[1] J. Strnad, *Fizika*, 2. del, DZS, Ljubljana 1981, str. 365.

[2] J. Strnad, *Fizika*, 2. del, DZS, Ljubljana 1981, str. 87.

[3] J. Strnad, *Fizika*, 3. del, DZS, Ljubljana 1984, str. 199.

[4] R. Gabilard, *A steady state transient technique in nuclear resonance*, Phys. Rev. 85 (1952) 694.

NOVE KNJIGE

Computereinsatz, Handbuch der experimentellen Physik, W. Bube et al., Sekundarbereich II, Band 11, Aulis Verlag Deubner & Co KG, Köln 1986, 13 + 294 str.

Knjižna zbirka *Priročnik eksperimentalne fizike za višje razrede srednjih šol*, ki jo ureja W. Kuhn, bo obsegala 12 delov. Namenjena je predvsem srednješolskim učiteljem pri njihovem delu v šoli in za izobraževanje učiteljev. Osnovana je na poskusih in njihovih podrobnih opisih. Po svojem namenu je zbirka nekaj posebnega, zato naštejmo naslove njenih delov: 1. Eksperimentalne priprave, 2. Mehanika, 3. Termodinamika, 4. Optika, 5. Elektrika — naboj in polja, 6. Elektrika — tokovi, 7. Elektrika — elektronika, 8. in 9. Atomska in jedrska fizika, 10. Fizika trdnin, 11. Uporaba računalnikov v fiziki in 12. Tehniška fizika.

Pred nami je 11. del zbirke, ki govori o uporabi računalnikov. Vsebuje poglavja Mikroračunalnik kot univerzalna eksperimentalna priprava, Simulacija z metodami numerične matematike, Slikovna simulacija fizikalnih pojavov, Pomagala iz numerične matematike za obravnavanje fizikalnih problemov, Grafične ponazoritve, Zgradba in način delovanja mikroračunalnika, Tehnika programiranja, Programi in svežnji programov za fizikalno uporabo.

Po tem vidimo, da je knjiga razdeljena na dva dela, od katerih zajema prvi zbirko poskusov in simulacij, primernih za srednjo šolo. Drugi del je računalniški in opisuje zgradbo mikroračunalnika, način delovanja njegovih delov ter nakazuje obrt programiranja. Dodani sta poglavji o ponazarjanju rezultatov s standardnimi grafičnimi priključki in poglavje o osnovah numerične analize.

O večini poskusov in simulacij iz prvega dela smo lahko pri nas brali, največ v Obzorniku. Eksperimentiranju z računalnikom in simuliranju poskusov je namenjeno skoraj enako število strani. Avtorji učijo povezovati okolico z računalnikom in simulirati pojave na primerih, ki se po težavnosti stopnjujejo od zelo preprostih do najzahtevnejših. Vsi pa so brez izjeme skrajno skrbno izdelani in opremljeni z izhodiščnimi dinamičnimi enačbami, metodo reševanja, programom v basicu in končnimi rezultati v tabelarični in grafični obliki. Izbor primerov je z redkimi izjemami standarden. Večino obravnavanih simulacij imamo na voljo na domačih kasetah, kjer so programske rešitve večinoma boljše kot v knjigi.

Računalniški del jedrnato podaja znanje, ki ga potrebujemo pri samostojnem vključevanju računalnika v pouk fizike in tehničnih predmetov. To seveda ni učbenik, saj je snov na nekaterih mestih le informativna, na primer: predstavitev desetih višjenivojskih jezikov zavzema samo 22 strani.

Knjiga kaže vse začetniške težave pedagoga, ki se navduši nad uporabo računalnika pri pouku. Nekaj imenitnih primerov se mu ob izdatnem porabljenem času lepo posreči, nato pa navdušenje splahni. Računalnik bo v šoli priljubljen šele takrat, ko bo učitelju delo olajšal. Knjiga je za nas razmeroma draga, stane 86 DM. Podobna bo cena drugih delov, ob prednaročilu pa dobi kupec popust 25 %. Če se bodo tudi drugi deli vsaj toliko trudili, da bodo zadovoljili predvsem potrebe srednješolskih učiteljev, bo zbirko vredno vzeti v roko.

Andrej Likar in *Janez Strnad*

LASERJI V MEDICINI

JOŽE ŽAKELJ

PACS 87. 60.Gs

Članek podaja kratek pregled obsežnega področja uporabe laserjev v medicini. Glede na energijo, ki jo tkivo prejme iz laserskega curka v časovni enoti, pride do stimulacije, koagulacije, zoglenitve, izparevanja ali spremembe v plazmo. Zaradi pojavov, ki to spremljajo, in posebnosti laserske svetlobe laserje uporabljajo v medicini, predvsem v okulistiki, kirurgiji, diagnostiki in biostimulaciji.

LASERS IN MEDICINE

A brief survey of the extensive field of the application of lasers in medicine is given. Depending on the amount of energy received from the laser beam in a unit of time the tissue is either stimulated, coagulated, carbonized, evaporated or converted to plasma. Owing to accompanying phenomena and characteristic features of laser light lasers are used in medicine, particularly in ophtalmology, surgery, diagnostics, and biostimulation.

Uvod

Vpliv laserske svetlobe na živa tkiva so začeli raziskovati kmalu po izumu laserja. Madžarski zdravnik E. Mester je najprej domneval, da laserski curek povzroča raka. V prvi polovici šestdesetih let pa je odkril, da ima zdravilni učinek pri težko ozdravljivih ranah. Pozneje se je posvetil raziskovanju učinkov laserske svetlobe na živa tkiva in spoznal, da je mogoče laser uporabiti v medicini na več načinov.

Sčasoma so odkrili mnogo novih laserskih materialov in razširili pahljačo raziskovanja. Vendar mnogih zapletenih laserjev ne uporabljajo — zaradi njihove cene. V medicini so se doslej najbolj uveljavili isti laserji kot v industriji. To so laser He-Ne z močjo do 50 mW, laser Nd-YAG (neodim-itrijev aluminijev granat) s konstantno močjo do 150 W in v sunkih do nekaj MW ter laser CO_2 s konstantno močjo nekaj deset W.

V dermatologiji uporabljajo barvne laserje, pri katerih je mogoče nastaviti za tkivo primerno valovno dolžino. Laserje na zlato ali bakreno paro uporabljajo največ pri zdravljenju nekaterih vrst raka [1]. V dermatologiji in okulistiki je zelo pomemben argonski laser.

V nadaljnjem se omejimo na področja, ki jih spremljamo in poskušamo razviti v Iskri Centru za elektrooptiko (CEO).

Laserji z majhno močjo

Pri laserjih z majhno močjo svetloba fotokemično vzdraži želeno mesto, če preseže prejeta energija določen prag. E. Mester je ugotovil, da je potrebna gostota energije 1 do 5 J/cm² pri gostoti energijskega toka okoli 50 mW/cm², če naj se rane hitreje celijo [2]. Že dve desetletji ugotavljajo, kaj vse spremeni absorpcija svetlobe v celičnem tkivu, krvi in plazmi ter kako to učinkuje na zdravljenje. Raziskovanja so dolgotrajna, ker poskusov na živih tkivih ne moremo natančno ponavljati. Zato je mogoče rezultate le statistično obdelati. Tako so ugotovili, da laser He-Ne najučinkoviteje zdravi nekatere vrste herpesa.

Pomembna je torej predvsem dovolj velika gostota energijskega toka. Pri stimulaciji dosežemo prag že pri moči z velikostno stopnjo mW. Večja moč

pa zdravljenja ne pospeši. Pravimo, da uporabljamo za stimulacijo *mehke laserje*. Pri tem so se zaradi različne prodornosti pri različnih tkivih uveljavili še polprevodniški laserji Ga-As in barvni laserji. Mehke laserje uporabljamo tudi pri *optopunkturi*, ki ustreza akupunkturi. Iskra CEO izdeluje tako napravo LS A-01. Po naročilu izdela tudi močnejšo napravo za kozmetične namene. Z Inštitutom J. Stefan sodeluje pri raziskovanju vpliva mehkih laserjev na živa tkiva in bakterije.

Z laserjem He-Ne je mogoče zaradi krajevne koherentnosti svetlobe ugotavljati napaki očesa — kratkovidnost in daljnovidnost. To smo v preprosti obliki pokazali na okulističnem oddelku Univerzitetnega kliničnega centra v Ljubljani. Opazujemo sliko, ki jo da curek na zaslonu (speckle pattern). To je edini primer, da v medicini izkoristimo koherentnost laserske svetlobe.

Večja moč

Pri zdravljenju uporabljamo laser zlasti zaradi velike gostote energijskega toka, ki tkivo koagulira ali izpari. Pri gostoti energijskega toka 10^{12} W/cm^2 in več se tkivo spremeni v plazmo. Kratek sunek sproži akustični val, ki reže ali natančno trga tkivo. Laser v medicini pa ima še druge prednosti. Svetlobni curek ne moti drugih električnih naprav, kot jih na primer moti električni nož na visokofrekvenčno iskro. Tudi opeklina je pri laserskem rezu majhna; pri njem toplotni učinek zmanjša krvavitev, ker koagulira in zapira manjše in srednje velike žile.

Z optičnimi vlakni v kanalu endoskopa lahko pripeljemo laserski curek v notranjost telesa in tako brez operacije odpravimo nekatere motnje ali ustavimo manjše krvavitve, na primer v želodcu. Z laserskim curkom lahko sežgemo ali izparimo rakave tvorbe. Laser Nd-YAG s konstantno močjo je dobrodošel pripomoček torakalnemu, gastroenterološkemu, urološkemu in kardiovaskularnemu kirurgu in drugim. Pri tem pa vedno velja zlato Goldmanovo pravilo: »Če laserja ne potrebuješ, ga ne uporabljaj.« To pomeni, da skalpel še vedno odreže najbolj gladko in brez opekline, čeprav ne zaustavi krvavitve. Laser, na primer, omogoča, da operativno odstranijo splete arterij in nekatere vrste hemangiomov, česar z drugimi pripomočki ni mogoče storiti.

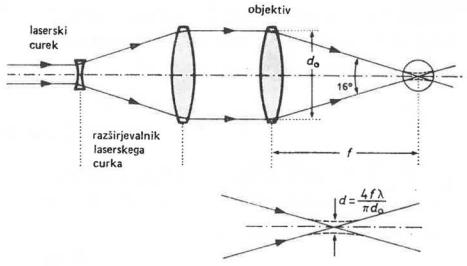
Laser v okulistiki

Najhvaležnejše medicinsko področje za laser je okulistika. Že več kot deset let okulisti koagulirajo mesta na mrežnici z argonskim laserjem. S curkom z močjo 0,1 do 2 W okulist v času od nekaj milisekund do ene sekunde na krvaveči žilici dela pečate in tako ustavi krvavitev, na primer pri diabetikih. S pečati tudi preprečuje nadaljnje odstopanje mrežnice. Tudi tu laser olajša in poceni delo. Zdaj lahko starejšim ljudem, ki ne bi prenesli narkoze, dalj časa ohranimo vid.

Z laserjem Nd-YAG, ki dela v sunkih, je v zadnjih petih letih zaživela mikrokirurgija očesa pri kataraktah in glavkomu. Tudi tukaj so glavne prednosti humanizacija, učinkovitost, cenenost in kratkotrajna hospitalizacija. V primerjavi s klasično operacijo je prednost še v aseptičnosti laserskega curka. Marsikaj se da opraviti kar v ambulanti.

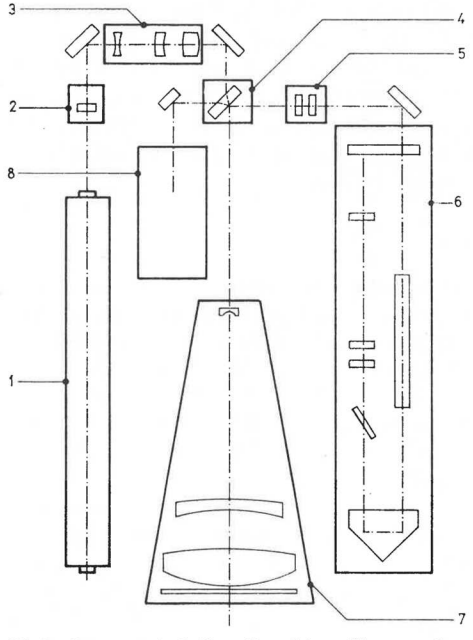
Tehnično je naprava dokaj zapletena, saj združuje dva laserja. Laser He-Ne kaže kirurgu, kam bo udaril nevidni sunek laserja Nd-YAG. Sunek traja pri-

bližno 10 ns in ima energijo od 1,5 do 50 mJ. Laserski curek z valovno dolžino 1064 nm najprej z lečo razširimo na premer 40 mm in ga nato z objektivom preko špranjske svetilke pod kotom okoli 16° zberemo v očesu na premer le nekaj stotin milimetra (Sl. 1). Pri gostoti energijskega toka 10^{12} W/cm² in

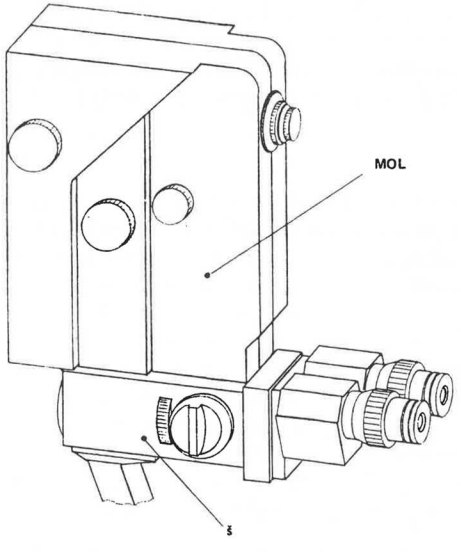


Sl. 1. Potek žarkov od izvira do kraja uporabe

več nastane na zadetem kraju kroglica plazme. Ta povzroči akustični val, ki je dovolj močan, da raztrga sivo mreno ali kako drugo oviro na poti žarkov, ki delajo sliko na mrežnici. Čeprav laserski curek na mrežnici ni več zbran in je njegova energija zaradi absorpcije v plazmi manjša, nekoliko poškoduje mrežnico. V celoti pa poseg za skoraj slepega človeka vendarle



Sl. 2. Sestavni deli mikrokirurškega okulističnega laserja MOL: 1. laser He-Ne, 2. atenuator laserja HeNe, 3. razširjevalnik curka laserja He-Ne, 4. dihroično zrcalo, 5. ateunator laserja Nd-YAG, 6. laser Nd-YAG, 7. glavni razširjevalnik curka, 8. senzor energije laserja Nd-YAG



Sl. 3. Predvideni zunanji videz mikrokirurškega okulističnega laserja MOL: š — špranjska svetilka

pomeni izboljšanje vida. Spretni okulisti v ljubljanskem UKC to že nekaj let obvladajo in imajo tudi sodobno opremo.

V Iskri CEO smo že od začetka poznali načine za uporabo argonskega laserja v okulistiki, vendar ga nismo izdelovali. Pač pa izdelujemo laserje Nd-YAG za okulistiko za dve znani zahodni družbi. Razvijamo lastni mikrokirurški okulistični laserski sistem MOL (sl. 2, 3) in spremljamo razvoj tehnike za vodenje curka. Zavedamo se, da bomo napravo uspešno prodajali le, če jo bomo opremili z optičnim prenosnikom.

Laserji na ogljikov dioksid

Pri uporabi laserja CO_2 v medicini je treba upoštevati, da se njegova svetloba z valovno dolžino okoli 10 000 nm izdatno absorbira v vodi. Za gostoto energijskega toka velja

$$I(z) = I_1 e^{-(A+S)z}$$

Absorpcijski koeficient A in sipalni koeficient S sta odvisna od valovne dolžine. Tako se moč nekaj deset wattov že na nekaj desetinah milimetra zmanjša skoraj na nič. Zato je ta laser uporaben za izparevanje tkiva: tkivo poogleni in slabo koagulira. Ni primeren za ustavljanje krvavitev, čeprav pri majhnih žilicah, v katerih je zanemarljiv tlak, opravi tudi to. Laser CO_2 je uporaben za uničevanje kožnega raka, raka v grlu, v prsih, na genitalijah in drugje. Zdravniki si želijo, da bi povezali prerezane žilice in živce, a tega laser CO_2 ne zmore. Uporabnejša sta laserja Nd-YAG in Ar, katerih curek s kremenovim vlaknom ali običajno optiko laže vodimo na kraj uporabe. Tudi za laser CO_2 sicer že obstajajo optični vodniki za razdaljo nekaj metrov, vendar so izgube v njih še velike in snovi neprimerne: strupene, krhke, nepripravne za obdelavo itd. Zato curek iz laserja CO_2 vodimo z zrcali in zberemo z lečami iz germanija, cinkovega selenida ali cinkovega sulfida.

Varnost

Pomembno je, da pravilno in varno ravnamo z laserskim curkom in z vso napravo. Oči zaščitimo s posebnimi očali in se držimo pravila: »Nikoli ne glej naravnost v curek, niti skozi kako napravo ne.« Kdor dela z laserji, mora za vsako vrsto poznati veljavni standard za prag energije in moči. Laserje delijo na štiri skupine, najnevarnejši so v skupini IV. Preskušanje laserjev in delo z njimi spravlja človeka v nevarnost zaradi neizogibne elektrike: visoke napetosti ali tokovnega sunka. Še posebej nevarno pa je nevidno sevanje. Vselej se moramo ravnati po pravilih sistemske zaščite.

Pri razvijanju laserjev za medicino moramo paziti tudi na snovi, ki bi pri obsevanju sproščale strupene pline. Zdravniki s curkom ne smejo zažgati gorljivih predmetov, da ne bi nastale poškodbe zaradi dima in ognja, saj imajo pri vseh operacijah opraviti z bombažnimi tkaninami in plastičnimi materiali.

LITERATURA

[1] J. Žakelj, *Laser Application in Medicine-Treatment of Cancer*, Periodicum Biologorum 88 (1986) 223—224.

[2] A. F. Mester, A. Mester, *Mester's Method of Laser Biostimulation*, Optoelectronics in Medicine, Proceedings of the 7th International Congress, München 1985, str. 103—109.

BIOFIZIKA RDEČE KRVNE CELICE

SAŠA SVETINA

PACS 87.25. Fm

Članek obravnava rdečo krvno celico, njeno sposobnost za prenos kisika iz pljuč v tkiva, njene osmozne lastnosti ter njeno obliko.

BIOPHYSICS OF RED BLOOD CELL

The properties of the red blood cell are described, its ability to carry oxygen and to deliver it to tissues, its osmotic behaviour, and its shape.

Uvod

Rdeča krvna celica ali eritrocit je celica, ki v krvi prenaša iz pljuč v tkiva kisik, iz tkiv v pljuča pa ogljikov dioksid. Da lahko opravlja to nalogo, ima rdeča krvna celica posebno sestavo in ustrezne značilne fizikalne in kemijske lastnosti. Biofizika rdeče krvne celice se ukvarja s proučevanjem zveze med zgradbo sestavin celice in tistimi fizikalnimi lastnostmi, ki so pomembne za njeno delovanje. V tem sestavku se bomo ukvarjali z opisom treh takih lastnosti rdeče krvne celice, to je s sposobnostjo za prenašanje kisika, z osmoznimi lastnostmi ter z obliko. Za začetek podajmo nekaj osnovnih podatkov o rdeči krvni celici — *eritrocitu.*

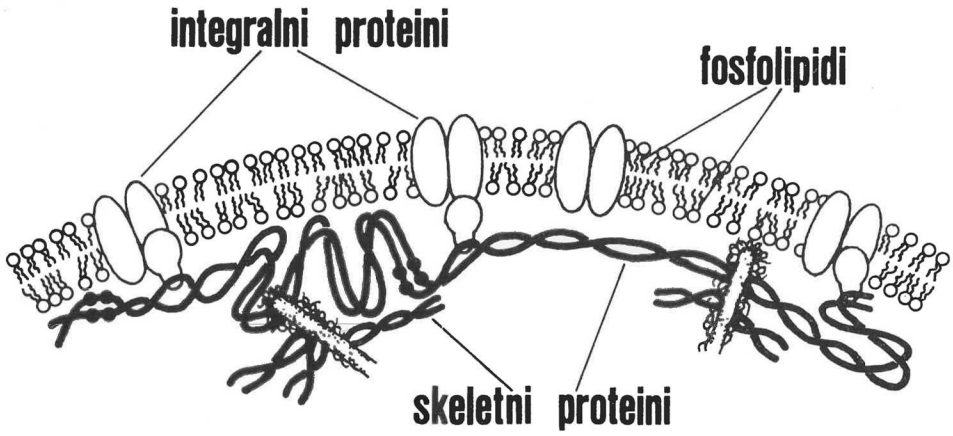
Eritrociti po številu zelo presegajo druge krvne celice, tako da praktično zavzemajo ves celični del, to je približno 45 % prostornine krvi. Eritrociti v življenju organizma neprestano nastajajo v njegovem kostnem mozgu, saj je življenjska doba posameznega eritrocita relativno kratka, pri človeku na primer približno štiri mesece. Eritrociti so končni produkt posebnega procesa diferenciacije, *eritropoeze,* in se zato po sestavi in strukturi bistveno razlikujejo od večine drugih celic v organizmu. V večini celic so sestavine porazdeljene neenakomerno. Spomnimo se samo na celična jedra ali pa na organele, kot so na primer mitohondriji. Eritrocit pa sestavljata samo dva homogena dela, *celična raztopina* ter *celična membrana,* ki to raztopino obdaja.

V makromolekulski raztopini eritrocita prevladuje *hemoglobin,* protein, ki nastane med eritropoezo in na katerega se v krvi veže kisik. Hemoglobina je v raztopini eritrocita veliko več kot drugih proteinov in zato na fizikalno-kemijske lastnosti te raztopine bistveno vplivajo ravno lastnosti njegovih molekul. Na lastnosti raztopine pa vplivajo tudi mali ioni, med katerimi je največ ionov kalija, klora, bikarbonatnega iona in 2,3-difosfoglicerata.

Membrano eritrocita si lahko predstavljamo sestavljeno iz fosfolipidne dvojne plasti, v katero so vgrajeni tako imenovani integralni proteini, in mreže skeletnih proteinov na notranji, celični strani plasti (Sl. 1). Membrana ločuje notranjost eritrocita od zunanjosti in omogoča prenos snovi, ki jih celica potrebuje ali se jih želi znebiti. Membrana tudi vzdržuje mehanične obremenitve eritrocita med pretakanjem krvi po ožilju.

Eritrocit je sicer relativno preprosta celica, vendar ga zaradi števila sestavin ter gradbe in dinamične organiziranosti štejemo še vedno med zelo zapletene sisteme. Omenimo naj le to, da v eritrocitu poteka presnova glukoze, pri kateri nastaja adenozintrifosfat (ATP). Energija, ki se sprosti pri razgradnji ATP, omogoča vrsto procesov, s katerimi celica vzdržuje na pri-

mer stalno prostornino ali ustrezno sestavo membrane. Pri opisovanju posameznih lastnosti eritrocita bomo zapleteno zgradbo celice odmislili ter upoštevali le tisti njen del, ki je za obravnavano lastnost ključnega pomena.



Sl. 1. Shematična risba preseka membrane eritrocita

Eritrocit in prenos kisika

Kisik se v eritrocitu veže na hemoglobin [1], protein z relativno molekulsko maso približno 64000. Vezavna mesta za molekule kisika so v hemoglobinu atomi železa, vgrajeni v hemove skupine. V molekuli hemoglobina so štirje hemi. Vsak je kovalentno vezan na polipeptidno verigo in skupaj z njo sestavlja podenoto molekule hemoglobina. Hemoglobin ima torej štiri podenote, ki jih v celoto vežejo molekulske sile. Ker sta po dve podenoti enaki, je hemoglobin tetramer tipa $\alpha_2 \beta_2$.

V povprečnem eritrocitu je $0{,}5 \cdot 10^{-15}$ molov hemoglobina, na katerega se lahko veže največ $2 \cdot 10^{-15}$ molov kisika. V eritrocitu je tudi približno 60 μm^3 vode. Pri parcialnem tlaku kisika v pljučnih alveolah 13,3 kPa in temperaturi 310 K je v vodi v eritrocitu raztopljenih le približno 10^{-17} molov kisika.

V raztopini s kisikom in hemoglobinom se vzpostavi kemijsko ravnovesje. Tedaj je masa kisika, vezanega na hemoglobin, odvisna od koncentracije kisika v raztopini. Odvisnost deleža s kisikom zasedenih vezavnih mest na hemoglobinu (y) od koncentracije kisika ($[0_2]$) podaja značilna vezavna krivulja (Sl. 2). Krivulja z obliko črke S ima prevoj. V njenem srednjem delu jo dovolj dobro opišemo s fenomenološko *Hillovo formulo*

$$y = ([0_2]/[0_2]_{1/2}{}^{Hb})^{n_H}/\{1 + ([0_2]/[0_2]_{1/2}{}^{Hb})^{n_H}\} \qquad (1)$$

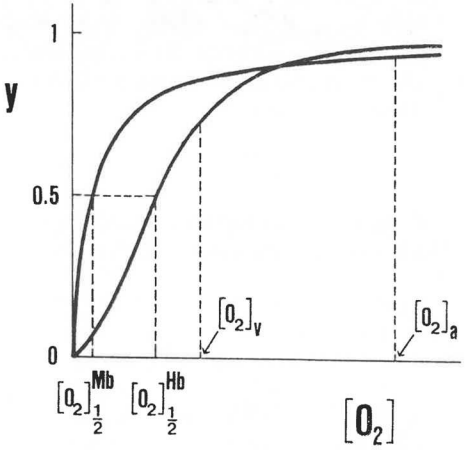
$[0_2]_{1/2}{}^{Hb}$ je koncentracija kisika, pri kateri je v povprečju zasedena polovica vezavnih mest za kisik na hemoglobinu. Hillov parameter n_H meri relativni nagib vezavne krivulje pri $[0_2] = [0_2]_{1/2}{}^{Hb}$ in ga lahko v splošnem definiramo kot

$$n_H = 4[0_2]\, dy/d[0_2] \mid_{[0_2] = [0_2]_{1/2}} \qquad (2)$$

Pri človeškem hemoglobinu je Hillov parameter približno tri.

V tkivih se kisik veže na mioglobin, ki ima le eno vezavno mesto za kisik, sicer pa je molekula podobna podenotam hemoglobina. Če vzamemo $n_H = 1$, Hillova enačba točno opiše vezavno krivuljo mioglobina za kisik (Sl. 2). O tem se lahko prepričamo s pogojem za kemijsko ravnovesje za reakcijo $0_2 + Mb \rightleftarrows Mb0_2$.

Oblika vezavne krivulje hemoglobina za kisik bistveno prispeva k temu, da sistem za prenos kisika iz pljuč v tkiva dobro deluje. V pljučih omogoča, da molekule kisika zasedejo vsa vezavna mesta na molekulah hemoglobina, v tkivih pa, da je snovni tok kisika iz kapilare v okolico čim večji. Snovni tok kisika iz kapilare v okolno tkivo je tem večji, čim večja je razlika med koncentracijama kisika v obeh predelkih. Koncentracija kisika v kapilari se giblje med arterijsko in vensko vrednostjo (Sl. 2), velikostna stopnja koncentracije kisika v tkivu pa je $[0_2]_{1/2}^{Mb}$.



Sl. 2. Delež s kisikom zasedenih vezavnih mest mioglobina (Mb) in hemoglobina (Hb) v odvisnosti od koncentracije kisika v okolni raztopini ($[O_2]$). $[O_2]_{1/2}^{Mb}$ in $[O_2]_{1/2}^{Hb}$ sta koncentraciji kisika, pri katerih je v povprečju zasedena polovica ustreznih vezavnih mest. $[O_2]_a$ je koncentracija kisika v arterijah, $[O_2]_v$ pa v venah

Zaradi pomena vezavne krivulje hemoglobina za kisik pri prenosu kisika po krvi je še posebej zanimivo vprašanje, kateri molekulski mehanizmi privedejo do njene oblike. Ključ do odgovora na to vprašanje so bile raziskave strukture hemoglobina z rentgenskim sipanjem [2], ki so pokazale znatno razliko v strukturi same molekule (Hb) in molekule z vezanimi kisiki ($Hb(0_2)_4$). Sklepamo lahko, da se struktura hemoglobina pri vezavi vsakega kisika vsaj deloma spremeni, kar potem vpliva na vezavo preostalih kisikov. Ena od mogočih molekulskih razlag take kooperativne vezave kisika na hemoglobin sloni na predpostavki, da se pri vezavi posamezne molekule kisika na hemoglobin spremeni bistveno le zgradba podenote, na katero se molekula veže. Zaradi tega se potem spremenijo interakcije med podenotami, ne pa sama vezava kisika na vezavna mesta drugih podenot. To predpostavko bomo sedaj uporabili za prikaz kvantitativne obravnave kooperativne vezave kisika na hemoglobin.

Vzemimo za začetek, da je makromolekula, na katero se veže kisik, sestavljena iz dveh enakih podenot. Disociacijska energija takega dimera naj bo v primeru, da kisik ni vezan, enaka W_{DD}. Energija vezave med dvema podenotama je odvisna predvsem od narave in velikosti stične ploskve med njima. Ko se zaradi vezave kisika na eno podenoto spremeni njena zgradba, se spremeni

tudi stik med podenotama in je zato disociacijska energija enaka W_{DO}. Stična ploskev se spremeni ponovno po vezavi kisika tudi na drugo podenoto, pri čemer je disociacijska energija zdaj W_{OO}. Če sedaj pripišemo zgradbi podenote i ($i = 1, 2$) brez kisika vrednost operatorja $\sigma_i = -1$, zgradbi podenote z vezanim kisikom pa $\sigma_i = 1$, lahko disociacijsko energijo enotno za vse tri primere napišemo kot

$$W_{1,2} = \tfrac{1}{4}(W_{DD} + 2\,W_{DO} + W_{OO}) + \tfrac{1}{4}\,\Delta W\,(\sigma_1 + \sigma_2) - \tfrac{1}{2}\,J\,\sigma_1\,\sigma_2 \tag{3}$$

Pri tem je

$$\Delta W = W_{OO} - W_{DD} \tag{4}$$

in

$$J = W_{DO} - \tfrac{1}{2}(W_{DD} + W_{OO}) \tag{5}$$

Vzemimo sedaj, da so podenote v hemoglobinu razporejene tako, kot da so njihova središča v ogljiščih tetraedra ter da so vsa stičišča med podenotami enaka. V tem primeru lahko zapišemo energijo molekule hemoglobina pri poljubni zasedenosti podenot s kisikom kot vsoto izrazov (3) za vseh šest mogočih parov podenot

$$W_{Hb} = \tfrac{3}{2}(W_{DD} + 2\,W_{DO} + W_{OO}) + \tfrac{3}{4}\,\Delta W \sum_{i=1}^{4} \sigma_i - \tfrac{1}{2}\,J \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=i+1}^{4} \sigma_i\,\sigma_j \tag{6}$$

Z izrazom (6) lahko z metodami statistične termodinamike izračunamo vezavno krivuljo za kisik. Če zanemarimo disociacijo podenot, dobimo

$$y = \{e^{-(3/2\Delta W + 3J)/kT}\,x + 3\,e^{-(3\Delta W + 4J)/kT}\,x^2 + 3\,e^{-(3/2\Delta W + 3J)/kT}\,x^3 + e^{-6\Delta W/kT}\,x^4\}/$$
$$/\{1 + 4\,e^{-(3/2\Delta W + 3J)/kT}\,x + 6\,e^{-(3\Delta W + 4J)/kT}\,x^2 + e^{-(3/2\Delta W + 3J)/kT}\,x^3 + e^{-6\Delta W/kT}\,x^4\} \tag{7}$$

z $x = [0_2]/[0_2]_{1/2}{}^{P}$, kjer je $[0_2]_{1/2}{}^{P}$ koncentracija kisika, pri kateri je v povprečju zasedena polovica vezavnih mest prostih podenot hemoglobina. T je absolutna temperatura in k Boltzmannova konstanta. Pokažimo sedaj še odvisnost obeh značilnih parametrov vezavne krivulje od ΔW in J:

$$[0_2]_{1/2}{}^{Hb} = [0_2]_{1/2}{}^{P}\,e^{3/4\Delta W/kT} \tag{8}$$

$$n_H = 4\,(1 + e^{-3\,J/kT})/(1 + 4\,e^{-3\,J/kT} + 3\,e^{-4\,J/kT}) \tag{9}$$

Iz enačbe (8) sledi, da je vezavna krivulja za kisik tem bolj pomaknjena proti višjim vrednostim koncentracije kisika, čim bolj stabilna je molekula Hb v primerjavi s spojino $Hb(0_2)_4$. Merjenja so pokazala [1], da je hemoglobin z vsemi vezanimi kisiki lažje disociirati v podenote kot hemoglobin sam. Enačba (9) pa pove, da je vezavna krivulja tem bolj strma, čim bolj sta Hb in $Hb(0_2)_4$ stabilna v primeri s spojinami med hemoglobinom in kisikom, pri katerih so vezavna mesta za kisik zasedena delno. Pri vrednosti interakcijskega parametra $J = 0$ je Hillov parameter $n_H = 1$. Krivulja v tem primeru nima prevoja (glej vezavno krivuljo mioglobina za kisik, sl. 2). Ko parameter J naraste čez vsako mejo, gre Hillov parameter proti največji mogoči vrednosti za tetramer, $n_H = 4$, enačba (7) pa preide v Hillovo enačbo.

Opisani model kooperativne vezave kisika na hemoglobin je groba poenostavitev. Pri realnejših modelih [3], [4], [5] je treba upoštevati, da ima hemoglobin dve različni podenoti in da so tudi stičišča med podenotami različna.

Osmozne lastnosti eritrocita

Eritrocit oddaja kisik v kapilarah, to je žilah, katerih premer se od njegovih značilnih dimenzij (Sl. 3a) ne razlikuje bistveno. Pri gibanju skozi kapilaro se mora zato eritrocitu spremeniti oblika. To je mogoče zaradi posebnih lastnosti membrane eritrocita in zato, ker eritrocit ni »poln«. Njegova prostornina je namreč le približno 60 % prostornine, ki bi jo lahko celica imela pri površini svoje membrane. Za vzdrževanje stalne prostornine ima eritrocit vgrajen poseben regulacijski sistem, s katerim vzdržuje stalno količino raztopljenih sestavin. Nakažimo nekaj osnovnih značilnosti tega sistema.

Membrana eritrocita dobro prepušča vodo, tako da se doseže ravnovesna prostornina celice pri prostornini vode v celici, pri kateri se izenačita osmozna tlaka zunanje (π_z) in celične (π_c) raztopine:

$$\pi_c = \pi_z \tag{9}$$

Osmozni tlak krvne plazme je določen v organizmih z drugimi regulacijskimi mehanizmi in je pri tej obravnavi parameter, ki določa zunanje okoliščine. Osmozni tlak v celici podajajo števila molov n_i in osmozni koeficienti Φ_i raztopljenih komponent celične raztopine:

$$\pi_c = (RT/V_v) \sum_i \Phi_i n_i \tag{10}$$

V_v je prostornina vode v celici in R splošna plinska konstanta. Za nekatere sestavine celične raztopine eritrocita, npr. hemoglobin in 2,3-difosfoglicerat, je membrana neprepustna. Prepušča pa katione kot K^+ in Na^+, pri tem pa sta ustrezni prepustnosti bistveno manjši od prepustnosti za anione, kot sta Cl^- in HCO_3^-. V prvem približku zato obravnavamo sistem tako, kot da so anioni v ravnovesju preko membrane, da pa je le-ta za katione neprepustna. Če zaradi boljše preglednosti še vzamemo, da imamo v eritrocitu le hemoglobin, enovalentne katione (K_c^+) in klorove ione (Cl_c^-) ter da se od 1 razlikuje le osmozni koeficient za hemoglobin, lahko enačbo za ravnovesje vode napišemo kot

$$(n_{Kc} + \Phi_{Hb}\, n_{Hb})/V_v + [Cl_c^-]\, RT = \pi_z \tag{12}$$

Neznanki sta V_v in $[Cl_c^-]$. V celici se vzpostavi taka koncentracija klorovih ionov, da je celična raztopina električno nevtralna. Zato velja tudi

$$[K_c] + Z\,[Hb] - [Cl_c^-] = 0 \tag{13}$$

Z je povprečno število osnovnih nabojev (e_0) na molekuli hemoglobina ($Z \sim -3$ v normalnih okoliščinah). Iz enačb (12) in (13) lahko odpravimo koncentracijo klorovih ionov ter dobimo za prostornino vode v celici

$$V_v = (RT/\pi_z)\,(2\,n_{Kc} + \Phi_{Hb} + n_{Hb} + Zn_{Hb}) \tag{14}$$

Prostornino celice dobimo, če k dobljeni prostornini vode prištejemo še prostornino hemoglobina v celici (okoli 30 μm^3 v povprečni celici).

Da bo slika popolnejša, podajmo iz enačb (12) in (13) še koncentracijo klorovih ionov v celici

$$[Cl_c^-] = (\pi_z/RT)\,(n_{Kc} + n_{Hb})/(2n_{Kc} + \Phi_{Hb}\, n_{Hb} + Zn_{Hb}) \tag{15}$$

Koncentracija klorovih ionov ni nujno enaka koncentraciji klorovih ionov v zunanji raztopini, zato preko membrane toliko časa teče difuzijski tok klorovih ionov, dokler se ne vzpostavi elektrokemijsko ravnovesje. Če je zunanja raztopina klorid, je ustrezna razlika med električnim potencialom v celici φ_c in zunanji raztopini φ_z enaka

$$\Delta\varphi = \varphi_c - \varphi_z = (kT/e_0) \ln ([Cl_c^-]/[Cl_z^-]) \qquad (16)$$

V normalnih okoliščinah je pri človeškem eritrocitu $\Delta\varphi \sim -8$ mV.

Iz enačbe (14) vidimo, da je pri manjšem osmoznem tlaku zunanje raztopine prostornina eritrocita večja. Zaradi končne velikosti membrane pa prostornine celice ne moremo povečati čez neko kritično vrednost. Če je zunanji osmozni tlak manjši od ustreznega kritičnega osmoznega tlaka, se membrana napne in , če je prenapeta, tudi poči. To je pojav osmozne hemolize.

Prostornina eritrocita se poveča tudi, če se v njem poveča količina enovalentnih kationov (glej enačbo (14)). V stanju celice, ki ga opisujeta enačbi (12) in (13), kationi niso v termodinamičnem ravnovesju. Ker skozi membrano eritrocita, čeprav relativno počasi, le prehajajo tudi kationi, obstaja težnja, da sistem preide v ravnovesno stanje s tokom ionov iz zunanje raztopine v celico. Količina kationov v celici bi se zato večala, dokler celica ne bi počila. Tak potek dogodkov pa preprečuje delovanje tako imenovane ionske črpalke. V membrano eritrocita je namreč vgrajen poseben transportni protein, ki ob uporabi sproščene energije pri razgradnji molekule ATP prenese iz celice tri ione natrija, v celico pa dva iona kalija. Zaradi delovanja te ionske črpalke se torej vzpostavi glede na količino enovalentnih kationov v eritrocitu stacionarno stanje. Pri tem v celici prevladujejo ioni kalija, čeprav je v zunanji raztopini več natrija. Podrobnejši opis osmoznih lastnosti eritrocita in povezave z metabolizmom v celici zahteva uvedbo obširnejših matematičnih modelov [6], [7].

Membrana eritrocita in njegova oblika

Pri gibanju v krvnem obtoku na eritrocit delujejo različne sile, zato se mu lahko spremeni oblika. Omenili smo že, da eritrocit lahko spreminja obliko, ker vzdržuje primerno prostornino. To pa mu tudi omogočajo posebne lastnosti membrane. Fosfolipidni del membrane eritrocita (Sl. 1) sestavljata dve plasti fosfolipidnih molekul, katerih hidrofilne glave so obrnjene proti vodni raztopini, hidrofobne ogljikovodikove verige pa v notranjost membrane. Slika (Sl. 1) shematično kaže tudi v fosfolipidni del membrane vgrajene integralne proteine. Kot vidimo, je na notranjo stran fosfolipidnega dela membrane vpeta še mreža tako imenovanih skeletnih proteinov.

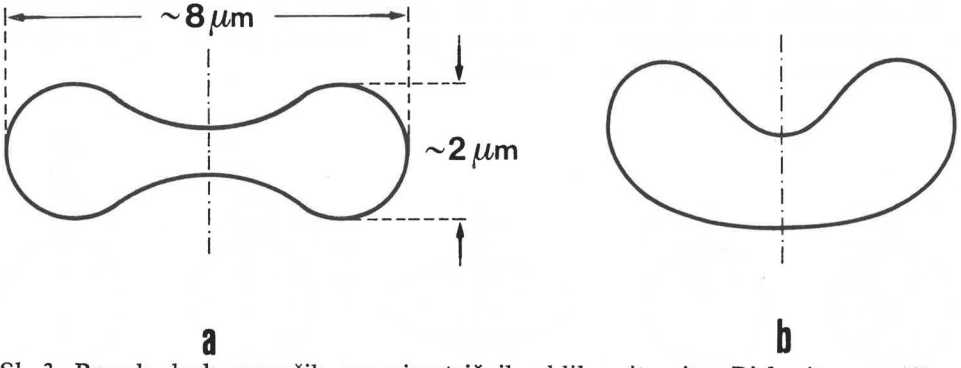
Membrana eritrocita je v primerjavi z velikostjo celice izredno tanka, saj meri njena debelina komaj okrog 10 nm. Tanka telesa, čeprav slabo raztegljiva, je običajno zelo lahko upogniti. Spomnimo se na primer na polo papirja. Vendar je med papirjem in fosfolipidnimi membranami bistvena razlika. Papirja v nasprotju z membrano ne moremo upogniti hkrati vzdolž in povprek. Fosfolipidne molekule so namreč gibljive v ravnini membrane in zamenjujejo svoja mesta podobno kot molekule v tekočinah. Fosfolipidne membrane zato lahko obravnavamo kot dvodimenzionalno tekočino. Glede na

upogib pa je fosfolipidna membrana prožna, in sicer je pri upogibu ravne membrane površinska gostota energije enaka

$$w_b = \tfrac{1}{2} k_b (c_1 + c_2)^2 \qquad (17)$$

c_1 in c_2 sta glavni ukrivljenosti, to je obratni vrednosti glavnih krivinskih radijev, k_b pa je prožnostna konstanta za upogib.

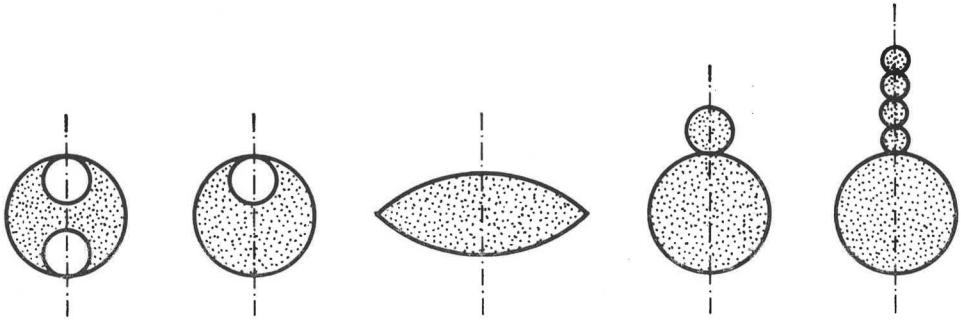
Pri proučevanju oblik eritrocita je eno prvih vprašanj oblika celice, če nanjo ne delujejo zunanje sile. Normalen eritrocit, suspendiran v fiziološki raztopini, je po obliki podoben zgoraj in spodaj udrtemu disku. Ta, tako imenovani *diskocit*, je osnosimetričen (Sl. 3a). V spremenjenih zunanjih okoliščinah ali spremenjenem stanju celice je lahko oblika eritrocita drugačna. Primer drugače oblikovanega eritrocita je *stomatocit*, ki je tudi osnosimetričen, a nima zrcalne simetrije glede na ekvatorsko ravnino (Sl. 3b). *Ehinocit*, kroglasta celica z izrastki, podobna morskemu ježku, pa ni osnosimetričen.



Sl. 3. Presek dveh mogočih osnosimetričnih oblik eritrocita. Diskocit z značilno velikostjo celice (a) in stomatocit (b)

Opisana mnogoterost oblik eritrocita se da pojasniti s plastno strukturo njegove membrane. Le-ta ima vsaj tri plasti, zunanjo in notranjo plast fosfolipidnega dela membrane ter skeletne proteine (Sl. 1). Plasti se prilegajo druga drugi in lahko druga ob drugi zdrsijo. Da si laže predstavljamo pomen plastne strukture membrane, vzemimo, da je oblikaeritrocita odvisna predvsem od stanja obeh plasti fosfolipidnega dela membrane. Po domnevi o prilegajočih se plasteh [8] je za obliko eritrocita pomembna predvsem razlika med njunima površinama ΔA. Če se zaradi zunanje motnje spremenita površini obeh plasti tako, da se razlika med njima poveča, pričakujemo, da iz diskocita nastane ehinocit. Če pa se ta razlika zmanjša, pričakujemo, da iz diskocita nastane stomatocit. Ta kvalitativna pričakovanja potrdi tudi kvantitativna analiza, če vzamemo, da je oblika eritrocita določena z najmanjšo vrednostjo celotne energije pri upogibu [9]. Obliko celice, ki ustreza najmanjši vrednosti integrala (17) po celotni površini membrane A, dobimo lahko z variacijskim računom. Pri tem se moramo omejiti na oblike, ki ustrezajo dani prostornini celice, dani površini membrane ter dani razliki med površinama obeh njenih plasti. Opis računanja oblik [10] eritrocita presega okvire tega sestavka. Navedimo pa rezultat, ki je povezan s pojavom kritične prostornine pri osmozni hemolizi.

Že v prejšnjem poglavju smo omenili, da se pri zmanjševanju osmoznega tlaka zunanje raztopine eritrocitu veča prostornina, ob neraztegnjeni membrani sicer le do neke kritične vrednosti. Iz izkušenj pri polnjenju žoge bi pričakovali, da ima kritično prostornino krogla z radijem, ki ustreza površini membrane eritrocita, $R_S = (A/4\pi)^{1/2}$. Vendar pa je treba upoštevati, da je pri okroglem eritrocitu razlika med površinama plasti točno določena: $\Delta A_S = 8\pi\delta R_S$, če je δ razdalja med plastema. Kolikor začetna razlika med površinama obeh plasti ni enaka ΔA_S, celica ne more postati okrogla, ne da bi se vsaj ena plast napela. Kakšna je oblika celice in kakšna njena prostornina pri poljubni razliki ΔA, ko bi se membranski plasti napeli pri najmanjšem nadaljnjem zmanjševanju zunanjega osmoznega tlaka? Tudi ta problem se da rešiti z variacijskim računom. Poiščemo ekstremno prostornino pri dani površini A in razliki ΔA. Račun pokaže [11], da imajo celice pri dobljenih ekstremnih vrednostih prostornine vedno obliko telesa, katerega površino sestavljajo krogelni odseki. Pri tem sta mogoči le dve vrednosti za njihove krivinske radije (Sl. 4). Zanimivo je, da so nekatere od teh oblik že opazili pri različnih eksperimentalnih postopkih, pri eritrocitu [12] in pri še preprostejšem sistemu, fosfolipidnem vesiklu [13].



Sl. 4. Nekaj primerov oblik eritrocita, ki ustrezajo ekstremnim vrednostim prostornine pri dani razliki med površinama dveh membranskih plasti. Notranjost celice je osenčena

Opisani premislek o oblikah eritrocita privede do spoznanja, da lahko razumemo nastanek določene oblike eritrocita kot dvostopenjski proces. Na makroskopski ravni določata obliko celice prostornina ter razlika površin obeh plasti membrane. Nekatere lastnosti zaključenih membranskih sistemov so sploh samo rezultat čisto geometrijskih omejitev zaradi njihove plastne zgradbe. Na mikroskopski ravni pa obliko eritrocita določajo fizikalno-kemijski procesi v celici, ki uravnavajo sestavo in s tem tudi površino membranskih plasti. Teh procesov še niso dokončno raziskali [14], omenimo naj le, da vsaj nekateri od njih potekajo ob porabi celičnega ATP.

Zaključek

Rdečo krvno celico smo obravnavali z več vidikov. Obdelali smo pomen vezavne krivulje hemoglobina za kisik pri prenosu kisika iz pljuč v tkiva ter opisali molekulsko osnovo kooperativne vezave kisika na hemoglobin. Nakazali smo osnovne značilnosti sistema za uravnavanje celične prostornine.

Navedli smo nekatere značilne lastnosti membrane eritrocita ter se dotaknili vprašanja o njegovi obliki. Vselej je šlo za zvezo med mikroskopsko zgradbo in makroskopskim obnašanjem sistema. Želeli smo nakazati tudi koristnost obravnavanih celičnih lastnosti pri delovanju celice v organizmu.

Razumevanje celičnih pojavov je lahko pomembno tudi v medicini. Obstaja več bolezni, ki so posledica spremenjenih makromolekulskih sestavin eritrocita. Značilen primer je *srpasta anemija*. To je dedna bolezen, pri kateri se sintetizira drugačen hemoglobin. Razlika med tem hemoglobinom S in normalnim hemoglobinom je le v eni od 146 aminokislin, ki sestavljajo polipeptidni del podenote hemoglobina β. Vezavna krivulja hemoglobina S za kisik je drugačna od normalne. Vendar ta lastnost sistema ni tako usodna kot dejstvo, da pride pri hemoglobinu S lahko do asociacije molekul v makromolekulske agregate. Zaradi tega se na primer spremenijo osmozne lastnosti celice. Iz še neznanih razlogov pa se tudi oblika celice spremeni v srpasto. Tako oblikovane celice zamašijo kapilare, kar zmoti preskrbo tkiva s kisikom. Srpasta anemija je zares bolezen, pri kateri se srečamo hkrati z vsemi obravnavanimi vidiki eritrocita.

LITERATURA

[1] E. Antonini, M. Brunori, *Hemoglobin and Myoglobin in their Reactions with Ligands,* North Holland Publishing Company, Amsterdam 1971.

[2] M. F. Perutz, *Structure and mechanism of haemoglobin,* Br. Med. Bull. 32 (1976) 195—208.

[3] S. Svetina, *Hemoglobin oxygen binding, erythrocyte shape transformations, and modeling of cell differentiation as examples of theoretical approaches in studying the structure-function relationship in biological systems. V Supramolecular Structure and Function,* G. Pifat in J. N. Herak, editorja, Plenum Press, New York in London 1983, 275—308.

[4] K. Šmigoc, *Posplošena Adairova enačba za vezavo kisika, vodikovih ionov in 2,3-difosfoglicerata na normalni človeški hemoglobin,* Magistrsko delo, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb 1981.

[5] K. Šmigoc, M. Brumen, S. Svetina, *The generalized Adair equation for the binding of oxygen and 2,3-diphosphoglycerate to normal hemoglobin,* Period. Biol. **87** (1985) 317—319.

[6] M. Brumen, R. Glaser, S. Svetina, *Osmotic states of the red blood cell,* Bioelectrochemistry and Bioenergetics **6** (1979) 227—241.

[7] M. Brumen, R. Heinrich, *A metabolic osmotic model of human erythrocytes,* Biosystems **17** (1984) 155—169.

[8] M. P. Sheetz, S. J. Singer, *Biological membranes as bilayer couples. A molecular mechanism of drug-erythrocyte interactions,* Proc. Natl. Acad. Sci. USA **71** (1974) 4457—4461.

[9] S. Svetina, A. Ottova-Leitmannova, R. Glaser, *Membrane bending energy in relation to bilayer couples concept of red blood cell shape transformations,* J. theor. Biol. **94** (1982) 13—23.

[10] S. Svetina, B. Žekš, *Bilayer couple as a possible mechanism of biological shape formation,* Biomed. Biochim. Acta **44** (1985) 979—986.

[11] S. Svetina, B. Žekš, *Bilayer couple hypothesis of red cell shape transformations and osmotic hemolysis,* Biomed. Biochim. Acta **42** (1983) S 86 — S 90.

[12] W. T. Coakley, A. J. Bater, L. A. Crum, J. O. T. Deeley, *Morphological changes, haemolysis and microvesicularization of heated human erythrocytes,* J. therm. Biol. **4** (1979) 85—93.

[13] E. Sackmann, H.-P. Duwe, H. Engelhardt, *Membrane bending elasticity and its role for shape fluctuations and shape transformations of cells and vesicles,* Faraday Discuss. Chem. Soc. **81** (1986).

[14] W. Gratzer, More red than dead. Nature **310** (1984) 368—369.

DOMAČE VESTI

NAGRADE SKLADA BORISA KIDRIČA V LETU 1987

Sklad Borisa Kidriča pri Raziskovalni skupnosti Slovenije je v letošnjem letu podelil 5 Kidričevih nagrad, 15 nagrad Sklada Borisa Kidriča in 20 nagrad za življenjsko delo na področju izumov in izboljšav. Med nagrajenci so tudi štirje člani Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije, za katere objavljamo povzetek utemeljitev.

Zbral in uredil *Ciril Velkovrh*

Kidričevi nagradi

1. Prof. dr. **Milan Schara** in dr. **Marjeta Šentjurc** za vrhunske dosežke na področju biofizike membran.

Nagrajenca sta v zadnjih dveh letih objavila doma in v tujini 22 znanstvenih člankov s področja biofizike. Raziskovalna problematika, s katero se ukvarjata, obsega nove metode za merjenje transporta snovi v celice in tkiva, kinetiko redukcije spinskih označevalcev z askorbatom in vpliv konformacijskih sprememb encimov, vgrajenih v celične membrane. Delo nagrajencev je vrhunski prispevek k razumevanju in spoznavanju strukture celičnih membran in njihovih komponent ter interakcij membran z biološko aktivnimi spojinami. Poleg teoretičnega pomena ima njuno delo praktičen pomen za karakterizacijo tkiv in s tem tudi sprememb patološke narave.

2. Prof. dr. **Ludvik Gyergyek** za življenjsko delo na področju sistemske teorije in kibernetike.

Znanstveno delo nagrajenca obsega več sto člankov, referatov in knjig in zajema širok spekter številnih poglobljenih, z informacijo povezanih področij elektronike, avtomatike, kibernetike, medicine, lingvisitke in drugih ved. Od raziskovalnih področij kaže omeniti optimizacijo prenosnih in informacijskih karakteristik električnih vezij, adaptivne informacijske sisteme, informacije pri diskretnih sistemih, zaznavanje in otipavanje informacijskih vzorcev, izgube informacij in določitve kriterijev za optimizacijo njihovega prenosa ter statistično in informacijsko obdelavo slovenskega jezika. Segel je tudi v medicinsko informacijsko diagnostiko, zlasti v računalniško analizo kardiogramov in frekvenčno analizo elektromiografskih signalov in obravnav programskih sistemov za kontrolo in interpolacijo bioloških podatkov pri nevrofizioloških meritvah ter v matematično modeliranje. Nagrajenčevo delo priča o vsestranski znanstveni dejavnosti doma in po svetu.

Nagrade Sklada Borisa Kidriča

1. Dr. **Žiga Schmit** za pomembna dela na področju atomske fizike — interakcije atomov.

Nagrajenec raziskuje interakcijo protonov, pospešenih do energije nekaj milijonov elektronvoltov, s trdno snovjo. Analiza nastalih rentgentskih žarkov omogoča določitev podrobne kemijske sestave vzorca. Nagrajeno delo vsebuje vrsto uporabnih metod za eksperimentalno rentgensko analizo vzorcev, ki jih z meritvijo ne smemo poškodovati.

ČLOVEŠKO TELO IN FIZIKA V SREDNJI ŠOLI

SERGEJ PAHOR

PACS 87.45.Dy

Z nekaj medicinskimi podatki in z nekaj zdrave pameti lahko uporabimo osnovna fizikalna spoznanja v elementarni obliki tudi za človeško telo in tako naredimo pouk fizike v srednji šoli privlačnejši.

HUMAN BODY AND HIGH SCHOOL PHYSICS

To motivate the learning of physics in high school the principles of physics in elementary form can be applied with some medical data and common sense to human body.

Uvod

Naslov prispevka je malo nenavaden, saj je v tradicionalnih učbenikih fizke nasploh kaj malo govora o človeškem telesu. Vendar osnovna fizkalna spoznanja ne veljajo samo za toga in točkasta telesa, ampak tudi za človeško telo. Namen tega prispevka je pokazati, da lahko spoznamo in povemo marsikaj zanimivega o človeškem telesu z nekaj osnovnimi fizikalnimi spoznanji, zapisanimi v preprosti matematični obliki za točkasto in togo telo, z nekaj podatki iz medicine in z nekaj zdrave pameti.

Razgrnimo v preprosti obliki in brez komentarja osnovna spoznanja za točkasto in togo telo. To bo naše osnovno orodje.

1. Newtonov zakon: $F = m\,a$.
2. Enakomerno pospešeno premo gibanje: $s = a\,t^2/2 + v_0\,t + s_0$.
3. Izrek o kinetični in potencialni energiji: $m\,v^2/2 + m\,g\,h = m\,v_0^2/2$.
4. Izrek o sunku sile: $F\,\Delta t = \Delta G$, $G = m\,v$.
5. Tudi brez navorov ne bo šlo: $M = r\,F$.

In še: ko togo telo miruje, je vsota vseh navorov nič.

Padec z dvigalom

Kaj se zgodi, če zgrmimo z dvigalom na primer 20 m globoko, lahko napovemo brez vsake fizike. Kaj pa pri desetih ali petih metrih? Kolikšen bo sunek sile, ki nas bo zaustavila? Ali človeško telo lahko prenese to silo brez hujših posledic?

Ker nam ne gre za natančne napovedi, ampak bolj za ocene, računajmo s povprečno silo F. Posezimo po izreku o sunku sile in ga zapišimo v obliki

$$F\,\Delta t = q\,m\,v$$

Tu je Δt čas trka, v je znana hitrost, s katero priletimo na tla, in m naša masa. Koeficient q pove, kako elastičen je trk. To je vse, kar znamo zapisati. Tisti, ki se zanaša samo na formule, imenujemo ga formulist, bo tu obtičal. Ne poznamo q in časa trka Δt.

Poskuse te sorte so zagotovo delali in merili. Z dovolj truda bi že kje izbrskali dobljene podatke. Vendar naš cilj niso natančni računi, ki tako in tako presegajo srednješolsko fiziko, ampak preproste ocene. Zato poskusimo z malo izkušnje in po zdravi pameti oceniti manjkajoča podatka. Zdi se nam, da je za togo dvigalo, ki prileti na trda tla, koeficient q približno 1. Bolj smo v zadregi z oceno za Δt. Kolikšen je ta čas pri trdem trku? Nekaj tisočink

sekunde ali kakšna stotinka. Poskusimo z $\Delta t = 0{,}005$ s (ta ocena ni tako slaba). Potem dobimo za povprečno zaviralno silo trka pri $h = 5$ m:

$$F = m(2g\,h)^{1/2}/\Delta t = 1{,}4 \cdot 10^5 \text{ N}$$

In ko tako trdi od strahu pademo na noge, se udarec trka prenese na nosilne kosti.

Sedaj nekaj anatomije: Malo nad gležnjem je nosilna kost tibia najtanjša in meri pri odraslem človeku približno $S = 3$ cm^2. Zaviralni tlak v kosteh je torej

$$p = F/2S = 2{,}3 \cdot 10^3 \text{ bar}$$

Ker je meja tlačne trdnosti za mlado kost približno $1{,}6 \cdot 10^3$ bar, si bomo pri tako trdem padcu z višine petih metrov zdrobili kosti in komaj bomo prenesli tak padec z viši dveh metrov, ko je $p = 1{,}5 \cdot 10^3$ bar.

To so nesreče. S hotenimi padci ali skoki z višine pa imamo opraviti v športu in padalstvu.

Skoki z višine

Pri hotenih skokih, ko smo nanje pripravljeni, so stvari precej drugačne. Pri takem skoku človek nagonsko upogne koleni. Tako podaljša čas trka in zmanjša zaviralno silo. Kot smo že izkusili, težko ocenimo kratke čase. Zato poskusimo prevaliti breme ocenjevanja na pot Δh, ki jo človekovo težišče opiše v času trka Δt. Računajmo s povprečnim zaviralnim pospeškom $a = v/\Delta t$. Ker je $\Delta h = a(\Delta t)^2/2 = v\,\Delta t/2$ in $v^2 = 2g\,h$, dobimo po tej poti oceno za zaviralno silo F v novi obliki

$$F = m\,a = m\,v/\Delta t = m\,v^2/2\Delta h = m\,g\,h/\Delta h$$

Skok z $\Delta h = 2$ cm bo pri $h = 2$ m precej trd: $F = 0{,}7 \cdot 10^5$ N, $p = 10^3$ bar. Pri $\Delta h = 20$ cm bo pa že kar mehak.

Včasih slišimo, da je starejši človek nerodno stopil z malo višje stopnice in si zlomil nogo. To se zdi skoraj neverjetno. Kaj pravita o tem fizika in medicina. Za $\Delta h = 2$ cm in $h = 20$ cm dobimo

$$F = 0{,}7 \cdot 10^4 \text{ N}, \quad p = F/S = 2 \cdot 10^2 \text{ bar}$$

To je lahko za starejšega človeka dovolj, da si zdrobi in ne zlomi nosilno kost tibio.

Upoštevajmo še, da pri hotenih skokih, ki se končajo čepe, prevzamejo del bremena mišice. Če zaviramo še z rokami, lahko v mladih letih skočimo tudi z višine petih metrov na ne pretrda tla brez hujših posledic.

Padalstvo

Tehniki doskoka se pri športnih in vojaških padalcih precej razlikujeta. Od športnega padalca pričakujejo gledalci eleganten pristanek na nogah. Kaj takega bi poskušal le neizurjen vojaški padalec. Ta prileti, obremenjen z opremo, na tla s približno trdeset kilometri na uro! Temu ustreza skok z višine treh metrov. Pravilno izveden skok je takle: doskok na prste, ki preide v bočno padanje na stegna in na prsi. Tako se povečata čas trka in obremenjena površina.

Še bolj neverjetno kot prej se zato sliši, da lahko kdo ostane živ, ko prosto pade z višine nekaj sto ali tisoč metrov. Svetovni rekord te vrste je dosegel med drugo svetovno vojno ruski pilot I. M. Čisov. Na višini 7000 m so ga sestrelila nemška letala. Ko je izskočil, se je popolnoma razumljivo odločil, da ne bo takoj odprl padala. Toda ko je s take višine prosto padal, je izgubil zavest. Priletel je z zaprtim padalom na strm breg, ki je bil pokrit z 1 m debelo sneženo plastjo. Zavedel se je po dvajsetih minutah. Zlomil si je medenico in poškodoval hrbtenico. Toda po treh mesecih in pol je že bil inštruktor v letalski šoli.

Eden najbolje dokumentiranih prostih padov z zaprtim padalom se je zgodil na manevrih ameriške vojske na Aljaski februarja 1955, in sicer z višine 360 m. To se zdi v primeri s 7000 m malo, pa ni tako. Po približno 400 m ali 15 s prostega pada dosežemo končno hitrost približno 200 km/h. Padalec je priletel na hrbet in obležal v približno 1 m globoki vdrtini v snegu iz menjajočih se plasti mehkega in zmrznjenega snega. Lahko je govoril in ni bil videti resno poškodovan. Pri kasnejšem pregledu so ugotovili nalomljeno ključnico in poškodovano hrbtenično vretence.

Kaj lahko o takih padcih na hrbet povesta fizika in medicina. Zagotovo ne moremo dati natančnih ali deterministčnih odgovorov. Govorimo lahko le o večji ali manjši verjetnosti preživetja. V tem duhu je podan Thomsonov kriterij: ocenimo povprečni zavorni tlak

$$p = F/S = m\,a/S = m\,v/S\,\Delta t = m\,v^2/2S\,\Delta h$$

Pri $p = 3{,}6$ bar je verjetnost preživetja 50 %. V primeri s prejšnjimi zavornimi tlaki pri skokih na noge je ta vrednost nizka. Upoštevajmo pa, da so pri padcu na hrbet neposredno obremenjeni vsi notranji organi telesa.

Za ta primer z $v = 53$ m/s, $\Delta h = 1$ m, $m = 92$ kg (z opremo vred) in $S = 0{,}35$ m^2 dobimo oceno $p = 3{,}7$ bar.

Sedaj pa je že čas, da prenehamo s skoki navzdol in začnemo govoriti o skokih navzgor. Pri teh skokih pa moramo poznati težišče telesa.

Težišče telesa in še kaj

Težišče človeškega telesa je najenostavneje izmeriti. Za to potrebujemo le dovolj dolgo in trdno desko in tehtnico (sl. 1).

Vsota vseh navorov je enaka nič:

$$m\,g\,l_1 = F\,l_2$$

Prednost te metode je, da zlahka izmerimo težišče za razne lege telesa. Tako ocenimo težišče skakalca, ko se odlepi od tal: $l_T = 0{,}63\,l$. Tu je l višina skakalca in l_T merimo od spodaj navzgor.

Ko tako ležimo na deski in nimamo kaj delati, premišljujemo. Morda pomislimo na tole: teže celega telesa ni težko stehtati. Koliko pa tehta, na primer, noga od kolena navzdol? In ko se ne spomnimo nič bolj pametnega, dvignemo nogo v kolenu navpično navzgor (sl. 2).

Označimo z m' maso noge od kolena navzdol. Ta nas zanima. Računsko dobimo novo lego telesa tako, da stari priložimo nogo od kolena navzdol

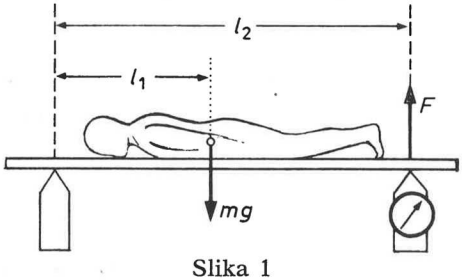
z negativno maso $-m'$ in navpično v kolenu nogo z maso m'. Vsota vseh navorov je seveda nič:

$$m\,g\,l_1 + m'\,g\,l_3 = F'\,l_2 + m'\,g\,l_4 = F\,l_2 + m'\,g\,l_3$$

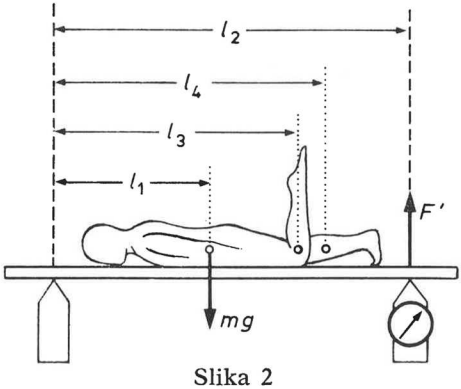
in

$$m'\,g(l_4 - l_3) = (F - F')\,l_2$$

In to je vse. Spet nimamo dovolj enačb, saj ne poznamo težišča noge, merjenega od kolena $l_4 - l_3$. Naše delo pa ni bilo samo igranje. Breme ocenjevanja teže ali mase smo prevalili na ocenjevanje dolžine. Za to imamo več občutka. Na oko ocenimo: $l_4 - l_3 = 0{,}4\,l'$, kjer je l' dolžina noge od kolena navzdol.



Slika 1



Slika 2

Če pa kdo bolj zaupa formulam, naj pobrska po anatomskih knjigah. Tam bo našel formulo $l_4 - l_3 = 0{,}43\,l$, kjer je l razmik med osjo kolena in osjo gležnja.

Dolžino $l_4 - l_3$ bomo določili seveda na oba načina. Če pa bodo razlike prevelike, se bomo po zdravi pameti odločili za oceno na oko. Zavedati se moramo, da osnovni cilj v fiziki ni reševanje formul ali sistema enačb. Včasih je ocena po zdravi pameti boljša od formule. Sedaj pa skoki v višino.

Skok v višino

Preden posežemo po formulah, si prikličimo v spomin skakalca v višino. Najprej poskusimo opisati ali analizirati skok v višino z besedami.

Skok v višino lahko razdelimo na tri dele: kratek zalet, rahel počep, odriv in prosti let čez prečko. Vodoravna hitrost, ki jo pridobi skakalec v kratkem zaletu, rabi za to, da v loku preleti prečko. Ker nas zanima predvsem višina skoka, se bomo zaradi enostavnosti za zdaj omejili na skok v višino z mesta brez zaleta. Opišimo ta skok po fizikalno. Zanima nas gibanje skakalčevega težišča. Ko skakalec počepne, zniža težišče za Δh. Pri odrivu pridobiva kinetično energijo z delom mišic. Ko se odlepi od tal, ima maksimalno kinetično energijo $m\,v^2/2$. Z m smo označili skakalčevo maso in z v odrivno hitrost. Na račun te kinetične energije se dvigne težišče skakalca v prostem letu na višino $h_0 + h$, kjer je h_0 višina težišča, ko se skakalec odlepi od tal. Izrek o mehanski energiji, ki ga v našem primeru smemo uporabiti, pove, da je

$$h = v^2/2g$$

kjer je g pospešek prostega pada. Iz tega izraza se ne vidi, da je višina h odvisna tudi od skakalčeve mase m. Vemo, da so dobri skakalci vitki. Ker je pospešek g enak za vse ljudi, se mora odvisnost h od m skrivati v hitrosti v. Takole sklepamo: hitrost v je zagotovo odvisna od globine počepa Δh. Privzemimo, da je pospešek a pri odrivanju konstanten, in označimo čas odriva z Δt. Potem sledi

$$v = 2\Delta h/\Delta t$$

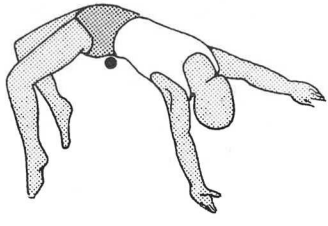
Sedaj že vidimo, kako je v odvisen od mase skakalca: nasploh bo pri težjem skakalcu odrivni čas daljši in hitrost v zato manjša.

Sami se lahko s poskusom prepričamo, da se pri skoku v višino ne splača počepniti do tal. Res povečamo s tem Δh, še bolj pa povečamo odrivni čas in hitrost v je zato manjša. Poskusi kažejo, da je smiseln počep za 1,85 m visokega skakalca okrog 0,40 m. Toliko lahko vsak počepne. Tisto, kar naredi dobrega skakalca, je kratek odrivni čas Δt. Še kar dobra vrednost za Δt je 0,25 s. Pri teh vrednostih je odrivna hitrost $v = 3{,}2$ m/s in $h = 0{,}52$ m.

Pri poskusih z 270 študenti na Columbijski univerzi so bile izmerjene vrednosti za h v razmeroma ozkem intervalu od 0,3 do 0,6 m. Dober amaterski skakalec moraš biti, da s skokom dvigneš svoje težišče za 0,7 m Višina h_0 je za 1,85 m visokega skakalca približno 1,2 m. Prištejmo k temu še 0,7 m, pa dobimo za maksimalno višino težišče $h + h_0 = 1{,}9$ m.

Kako visoko postavljeno prečko preskoči tak amaterski skakalec? To je odvisno od načina preskakovanja. Najbolj naraven način so tako imenovane škarjice. Privzemimo, da se skakalec odrine enako dobro kot pri skoku z mesta. Predstavimo si skakalca v najvišji legi (sl. 3). Ocenimo višino težišča. Tudi za vitkega skakalca je 20 cm nad prečko kar nizka vrednost. Tak skakalec bo torej preskočil s škarjicami približno 1,7 m visoko prečko. Če pa imamo na drugi strani mehko blazino, si lahko privoščimo Fosburyjev način preskakovanja, ko leti skakalec s hrbtom navzdol (sl. 4). Kdor spravi svoje težišče 0,25 m pod prečko, je kar dober. S to tehniko bo isti amaterski skakalec preskočil približno 0,4 m več. Spoznali smo, da mora imeti dober skakalec v višino ne samo kratek odrivni čas, ampak se mora znati med skokom lepo previjati nad prečko, da je njegovo težišče ves čas čim nižje.

Slika 3



Slika 4

Oglejmo si še skok ob palici. Tudi skakalcu ob palici ne škodi, če se zna lepo previjati nad prečko. V tem primeru je to seveda malo težje kot pri skoku v višino. S tem pa se podobnost s skokom v višino konča. Za skakalca ob palici ni tako važen hiter odriv z nogami, mora pa znati hitro teči. Zakaj?

V nasprotju s skakalcem v višino si pridobi skakalec ob palici potrebno kinetično energijo predvsem s hitrim tekom. S palico spremeni to kinetično energijo v potencialno. Kako hitro mora skakalec priteči, da bo dosegel svetovni rekord približno 6 m? Privzemimo, da spremeni 1,85 m visok skakalec vso svojo kinetično energijo v potencialno (v resnici je nekaj manj) in da gre pri $h_0 = 1{,}1$ m njegovo težišče v najvišji legi 0,25 m pod prečko. Iz enačb, ki smo jih že zapisali, sledi, da mora priteči skakalec s hitrostjo 10,5 m/s. Povprečna hitrost teka na 100 m je za svetovni rekord 10 m/s, in sicer brez palice. Težko verjamemo, da lahko celo svetovni rekorder v skoku ob palici tako hitro teče. V svojih poenostavljenih računih smo zanemarili delo pri odrivu od tal z nogami in pri odrivu ob palici z rokami. Pri svetovnih rekordih je treba upoštevati tudi takšne »malenkosti«.

Suvanje krogle in skok v daljino

Standardna srednješolska naloga za točkasto telo je tale: kamen vržemo z višine h s hitrostjo v_0 pod kotom α. Kako visoko bo poletel? Kje in kdaj bo priletel na tla? Let kamna opišemo v kartezičnih komponentah takole:

$$x(t) = v_0 \cos \alpha \, t \qquad y(t) = h + v_0 \sin \alpha \, t - g \, t^2/2$$

Največja višina h_1 je

$$h_1 = h + v_0^2 \sin^2 \alpha / 2g$$

Dolžina l in čas leta T pa sta takole povezana:

$$l = v_0 \, T \cos \alpha \qquad v_0 \, T \sin \alpha - g \, T^2/2 + h = 0$$

Pri določenem v_0 bo kamen poletel najdlje, če ga vržemo pod optimalnim kotom α_0. Ta je določen z enačbo

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = ((l^2 + h^2)^{1/2} - h)/l = v_0^2 \, g/l$$

Pojdimo na atletsko tekmovanje! Sedimo in opazujemo metalca 7 kg težke krogle. Vse, kar nam povedo, je dolžina meta l. Naj bo ta 22 m, kar je blizu svetovnemu rekordu. Ali lahko ocenimo hitrost v_0, s katero je metalec sunil kroglo, ne da bi vstali in še sami kaj izmerili (tega nam tako in tako ne bi dovolili)? Formulist, impresioniran s formulami, ki smo jih prej zapisali, bo takoj ugotovil, da nam manjkata še dva podatka. Kaj pa mi? Na oko ocenimo višino meta h. Pri 1,9 m visokem metalcu bo h približno 2,1 m. Kaj pa lahko rečemo za kot α? Domnevamo, da sune dobro izurjen metalec (22 m!) kroglo pod kotom, ki je blizu optimalnemu. Pa smo problem rešili. Ker je $h/l = 0{,}1$, iz zapisanih formul sledi, da smemo začetno hitrost v_0 aproksimirati z

$$v_0 = (g \, l)^{1/2} (1 - h/2l) = 14 \text{ m/s}$$

Napaka same aproksimacije ni večja od desetinke odstotka. Vidimo, da višina h zaleže le za pet odstotkov. Če smo se na primer zmotili pri oceni za h za 0,1 m, prinese ta napaka le nekaj desetink odstotka napake za v_0.

To pa je tako majhna napaka, da nas spomni na zračni upor. Tega nismo upoštevali. Formul za met kamna z upoštevanjem zračnega upora pa ni v srednješolskih učbenikih. Morda zračni upor pri 7 kg teži železni krogli ni zelo pomemben. Kako pa je to pri skakalcu v dolžino?

Na olimpijskih igrah v Mexico Cityju leta 1968 je dosegel Bob Beamon svetovni rekord v skoku v daljavo: 8,90 m. To je najbrž edini svetovni rekord v atletiki, ki stoji že skoraj dvajset let.

Mnogi so pomislili, da je eden od odločilnih vzrokov za ta izjemni skok redkejši zrak v Mexico Cityju, ki leži na nadmorski višini 2256 m. Ali je to res? Pri normalnih razmerah je na tej višini gostota zraka $\varrho_2 = 0{,}984\ \mathrm{kgm}^{-3}$, na obmorski višini pa je $\varrho_1 = 1{,}225\ \mathrm{kgm}^{-3}$. To je kar precejšnja razlika. Ali lahko odgovorimo na vprašanje v okviru srednješolske fizike? Da!

Poznamo dolžino skoka in gostoti zraka. Vemo, da je Bob tehtal približno 80 kg. Manjka pa nam vrsta podatkov. Te bomo kar ocenili. Kot se spodobi za ta skok, si bomo pomagali s svetovnima rekordoma za tek na 100 m, ko je povprečna hitrost približno 10 m/s, in za skok v višino, ko je odrivna hitrost približno 4,5 m/s.

Ali je Bob pritekel na odskočišče hitreje od 10 m/s? Morda. Zato ocenimo njegovo vodoravno hitrost na 12 m/s. Pri odrivu je pridobil še navpično hitrost. Prisodimo mu 4,5 m/s. Tako smo ocenili kvadrat poln hitrosti pri odrivu na $164\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$. To je tudi največja hitrost skoka.

Pri takih hitrostih dobro velja kvadratni zakon upora $F_u = c\varrho Sv^2/2$. Površino telesa S ocenimo na $0{,}5\ \mathrm{m}^2$. Za koeficient upora vzamemo kar koeficient za ravno ploščo $c = 1{,}1$. Zaviralni pospešek za gibanje v vodoravni smeri ocenimo z maksimalno vrednostjo $c\varrho Sv^2/2m$, $v^2 = 164\ \mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$. Vse zaokrožujemo navzgor.

Kratek račun v okviru srednješolske fizike pokaže, da je pri sicer enakih razmerah ocena za razliko skokov Δl zaradi različnih gostot zraka enaka

$$\Delta l = c(\varrho_1 - \varrho_2)\, Sv^2T^2/4m$$

Manjka še čas skoka T. Prikličimo si v spomin skok v daljavo. Najbrž se ne bomo veliko zmotili, če vzamemo $T = 1$ s. Tako dobimo navzgor zaokroženo oceno $\Delta l = 7$ cm. Redkejši zrak zagotovo ni odločilno vplival na ta znameniti skok. Stari rekord je bil namreč 8,35 m.

Zaključek

Najbrž se da narediti pouk srednješolske fizike na tak ali podoben način privlačnejši. In ko o tem premišljujemo, morda pomislimo na tole. V srednji šoli je pouk fizike namenjen vsem. Tistim, ki jih fizika zanima sama po sebi, in tistim, ki jih fizika sama po sebi prav nič ne zanima. In ti so v večini. Ali ne bi zato kazalo posvetiti manj časa izpeljavi in formulaciji osnovnih fizikalnih spoznanj in več časa za uporabi le-teh na realističnih in zanimivih zgledih.

LITERATURA

[1] Benedek G. B., Villars M. H., *Physics*, Vol. 1: *Mechanics*, Addison-Wesley, Reading, Mass. 1973.

[2] Hobbie R. K., *Intermediate Physics for Medicine and Biology*, Wiley, New York 1978.

[3] *Realistic Applications in Mechanics*, The Spode Group, Oxford University Press, Oxford 1986.

DOMAČE VESTI

SEMINAR MEDICINA IN FIZIKA

Člani Društva matematikov, fizikov in astronomov so se 29. in 30. januarja 1987 zbrali v Ljubljani na tradicionalnem seminarju. Na željo nekaterih članov, ki učijo na srednji šoli, je 12. seminar iz fizike zajel območje, na katerem se stikata medicina in fizika. Ta številka Obzornika za matematiko in fiziko prinaša zapise predavanj v takem vrstnem redu, kot so jih poslušali udeleženci seminarja.

Profesor Marjan Erjavec z Onkološkega inštituta v Ljubljani je prispeval članek *Radioaktivni izotopi v medicini,* profesor Janez Stepišnik z Oddelka za fiziko članek *Slikanje z jedrsko magnetno resonanco v medicini* in magister Jože Žakelj iz Iskre — Centra za elektrooptiko v Stegnah — članek *Laserji v medicini.* Profesor Saša Svetina z Inštituta za biofiziko Medicinske fakultete v Ljubljani je prispeval članek *Biofizika rdeče krvne celice,* profesor Sergej Pahor z Oddelka za fiziko članek *Človeško telo in fizika v srednji šoli* in profesor Marjan Pajntar iz Bolnišnice za porodništvo in ginekologijo v Kranju članek *Ultrazvok v medicini.* Članke sem uredil kot strokovni vodja seminarja sam.

Zahvaljujem se predavateljem za sodelovanje, Oddelku za fiziko Fakultete za naravoslovje, Inštitutu J. Stefan, Inštitutu za matematiko, fiziko in mehaniko in Zavodu SR Slovenije za šolstvo za podporo seminarja in natisa posebne številke Obzornika ter udeležencem, ki so kljub mrzli predavalnici vztrajali in menili, da je seminar uspel. Nekoliko podrobnejše poročilo o seminarju je izšlo na znanstveni strani Dela 10. 2. 1987.

Janez Strnad

OBVESTILO NAROČNIKOM

V teh dneh smo poslali opomine vsem naročnikom, ki še niso poravnali naročnine za Obzornik za matematiko in fiziko. Poleg položnice v prvi dvojni številki Obzornika ter splošnega opozorila v tretji je to zadnji letošnji opomin. Vljudno vas prosimo, da znesek nakažete vsaj do občnega zbora. Želimo, da ostanete tudi v prihodnje naš naročnik in z rednimi vplačili naročnine omogočite izhajanje Obzornika za matematiko in fiziko.

Ciril Velkovrh, Janez Strnad

NAVODILO AVTORJEM ZA PRIPRAVO ROKOPISA

Rokopis mora biti natipkan v dveh izvodih (drugi izvod je lahko kseroks kopija) na belem papirju formata A-4, z dvojnim razmikom in vsaj 2 cm širokim robom na vseh štirih straneh. V tekstu morajo biti vse besede, ki naj bodo postavljene kurzivno, in vsi matematični simboli podčrtani z valovito črto, besede in simboli, ki morajo biti stavljeni polkrepko, pa podčrtani z ravno črto. Podrobnejša navodila so objavljena v Obzorniku mat. fiz. **21** (1974) 62—64. Pri korekturah na krtačnih odtisih uporabljajte dogovorjene oznake (glejte Slovenski pravopis DZS, Ljubljana 1962.

ULTRAZVOK V MEDICINI

MARJAN PAJNTAR

PACS 87.60.Bi

V medicini uporabljajo ultrazvok v diagnostične namene dobrih 30 let, največ v ginekologiji in porodništvu. V zadnjih letih izpopolnjene naprave tudi v drugih vejah medicine nadomeščajo nevarnejši rentgen. Članek obravnava ultrazvok s fizikalne strani, načine za prikazovanje slike, Dopplerjev pojav, delo z ultrazvočnimi napravami, biološke vplive ultrazvoka in področja za uporabo.

ULTRASOUND IN MEDICINE

In medicine ultrasound is used for diagnostic purposes for over 30 years, mainly in gynecology and obstetrics. In recent years improved devices are replacing, also in other fields of medicine, the more injurious X-rays. In the article the physical side of ultrasound, working modes, the Doppler effect, biological influences of ultrasound and the areas of application are considered.

Uvod

Pričetki praktične uporabe ultrazvoka segajo v prvo svetovno vojno. S curkom zvoka z visoko frekvenco so Angleži in Francozi iskali v morju nemške podmornice in ugotavljali njihovo lego in oddaljenost [1]. Napravo, s katero so oddajali in sprejemali ultrazvok, so imenovali *sonar* (Sound Navigation and Ranging). S podobno manjšo napravo, reflektoskopom, so pričeli med drugo svetovno vojno iskati razpoke v kovinskih telesih [1].

Angleškega ginekologa in porodničarja Jana Donalda je začela naprava zanimati. Z njo je hotel ugotavljati tumorje v trebuhu debelih žensk in nosečnost. S svojimi poskusi je pričel leta 1954 na bolnicah, najprej kar z napravo, ki so jo uporabljali za pregledovanje kovin. Kasneje je s prijatelji izdelal boljše naprave in leta 1958 začel pregledovati noseče ženske.

Ultrazvok se tako uporablja za diagnostične namene dobrih 30 let. Donald še vedno govori o sonarju, drugi pa so izraz večinoma opustili. Hiter razvoj uporabe ultrazvoka, posebno v zadnjih desetih letih, je omogočil natančno pregledovanje stanja in dogajanja v telesu. Naprave so vse bolj avtomatizirane, tehnično izpopolnjene in preprostejše v uporabi. Vendar mora preiskovalec dobro poznati fizikalne osnove ultrazvoka, saj s pretvornikom v roki sproti ocenjuje odbojnost, absorpcijo in druge pojave, ki bogatijo svojsko sliko na zaslonu [2].

Ultrazvok so sprva uporabljali le v porodništvu in ginekologiji. To je dokaj razumljivo, saj so zaradi nevarnosti sevanja odklanjali rentgenske preiskave. Biološke učinke rentgenske svetlobe poznamo, zato lahko predvidevamo škodljive genetske posledice pri bodočih rodovih, somatske in občasne genetske okvare pa se množijo že sedaj [3]. Zaradi neželenih učinkov rentgenskih pregledov v zadnjih letih, ko so se naprave močno izboljšale, ultrazvok vedno bolj uporabljajo tudi v drugih vejah medicine in pri nekaterih preiskavah izpodriva rentgen. Tako je povsod tam, kjer lahko z ultrazvokom širše in bolje razpoznavamo dele telesa. S plini napolnjeni organi in telesni deli pa so za ultrazvok neprehodni in ostaja njihovo pregledovanje domena rentgenologije.

Fizika ultrazvoka

Frekvenca. V medicinski diagnostiki uporabljamo ultrazvok s frekvenco od 1 do 10 MHz. To je veliko nad mejno frekvenco sluha okoli 20 kHz. Ultrazvok se širi po tkivih z značilno hitrostjo c, na primer v mišicah 1590 m/s, v kosteh 2500 do 4700 m/s. Ločljivost je tem boljša, čim krajša je valovna dolžina λ, se pravi čim višja je frekvenca $\nu = c/\lambda$, prodirnost pa tem boljša, čim nižja je frekvenca, se pravi, čim večja je valovna dolžina. Tako dobimo najboljšo ločljivost pri visokih frekvencah, ultrazvok z nižjo frekvenco pa prodre globlje v telo. Pri odraslih ljudeh uporabljamo glede na globino preiskovanih tkiv frekvenco od 2,5 do 5 MHz; pri organih, ki ležijo blizu površine, kot na primer ščitnica, pri novorojenčkih in majhnih otrocih pa od 7,5 do 10 MHz.

Izviri ultrazvoka. Ultrazvočni izviri izkoriščajo piezoelektričnost. Če pritisnemo napetost na nekatere kristale, na primer kremen, se kristal deformira. Namesto kristalov uporabljajo sintetično keramiko.

Nekaj nanosekund trajajoč napetostni sunek in primeren dušilec na eni strani na pretvorniku iz prave keramike zbudi kratek sunek ultrazvoka, navadno le dva valova, kar traja okoli 1 mikrosekundo. Naslednjih 1000 mikrosekund ima pretvornik vlogo sprejemnika. Ultrazvok, ki se odbije v telesu in vrne do pretvornika, povzroči v kristalu ali keramiki nihajočo mehanično napetost, ki izzove električno napetost. Električni signal ojačijo, pretvorijo in zapišejo. Vse se ponovi v eni sekundi do tisočkrat.

Jakost ultrazvoka. V diagnostične namene uporabljajo ultrazvok z največjo jakostjo 1 W/cm^2. Ker traja ultrazvok le kratek čas, meri povprečna jakost samo nekaj mW/cm^2.

Odboj ultrazvoka. Ultrazvok se ob prehodu iz ene snovi v drugo odbije in lomi. Odbito valovanje, ki ga prejme pretvornik, pove nekaj o tem, kje je meja in na kakšni snovi se je odbilo [3].

Z merjenjem časa, ki ga potrebuje ultrazvok za pot od pretvornika do meje in nazaj, ugotovimo oddaljenost meje, če poznamo hitrost valovanja po tkivu. Lego zapišemo na osciloskopu.

Jakost odbitega ultrazvoka zapišemo na dva načina *(ehografija)*: pri načinu A (A — mode, Amplitude) z velikostjo odklona žarka na osciloskopu in pri načinu B (B — mode, Brightness) s svetlostjo točke na zaslonu. Pretvornik vodimo v majhnih lokih po površini nad preiskovanim mestom, da bi našli največji odboj. Na zaslonu se kopičijo točke in dobimo občutek dveh razsežnosti.

Način A so opustili, način B pa se v statični obliki z izboljšano sliko — *sivo sliko* — še uporablja. Statični način da lahko veliko podrobnih informacij, zahteva pa veliko spretnost preiskovalca. Njegova slaba stran je to, da premikanje delov telesa zaradi dihanja ali bitja srca moti odboj, toda tega premikanja ne moremo opazovati.

Dušenje. Jakost ultrazvoka z dano frekvenco pri prehodu skozi tkiva eksponentno pada. To velja tudi za odbiti ultrazvok. Curek, ki potuje v globino in se od tam vrača, je zelo oslabljen, zato ga moramo selektivno ojačiti. Absorpcijski koeficient narašča skoraj sorazmerno s frekvenco.

Siva slika

Ultrazvok je naredil velik korak naprej s tem, da so povečali ločljivost slike in izboljšali razmerje signal — šum. Ločljivost slike so povečali predvsem s fokusiranjem. Razmerje signal — šum pa so izboljšali z novo tehniko tako, da ojačijo šibko valovanje, odbito na mehkih tkivih. Tako prikažejo različno konsistenco tkiv posameznih organov. Mogoče je opaziti manjše poškodbe v parenhimskih organih in manjše skupke rakastih celic v njih. Kako prikazati majhne razlike v lastnostih delov, je problem fizikalne in inženirske narave. Med jakostjo najšibkejšega in najmočnejšega odboja je razmerje 100 dB, a močnejše odboje zmanjšajo, slabše pa ojačajo, tako da se razmerje izboljša na okoli 40 dB.

Novejše naprave za ultrazvočno diagnostiko shranjujejo sliko v računalniškem spominu digitalno.

Enorazsežna gibljiva slika (time motion)

Enorazsežni zapis slike B lahko spremenimo v dvorazsežnega tako, da premikamo na osciloskopu časovno bazo ali — pogosteje — zapisni papir. Tak način prikazovanja se imenuje zapis M (Motion) ali zapis TM (Time Motion). Uporablja se največ v kardiologiji: zaradi gibanja srca se neprestano spreminja abscisa odbitih valov. M uporabljajo v kardiologiji posebno za kvantificiranje podatkov. Premikajoče se dele telesa prikažemo kot premikajoče se točke na zaslonu ali zapisnem papirju, mirujoče dele pa kot mirujoče točke. Pri premikanju slike na zaslonu ali pri premikanju zapisnega papirja pa rišejo mirujoče točke ravne črte, premikajoče se točke pa različne krivulje. Hitrost gibanja na zaslonu ali hitrost zapisnega papirja lahko spreminjamo.

Živa slika (real time)

Za opazovanje premikajočih se delov človeškega telesa so izdelali vrsto naprav, ki jih označujemo z *real time*. V njih sledi sliki tako hitro druga slika, da nastane vtis premikajočega se predmeta. Ta dinamični dvorazsežni prikaz imenujemo tudi *ehoskopija*. Ultrazvočni curek se mora hitro gibati linearno ali v loku. Govorimo o linearnem ali sektorskem pregledovanju. Pri linearnem pregledovanju elektronsko sprožimo drugega za drugim pretvornike v ravni vrsti. Pri sektorskem pregledovanju pa se ultrazvočni curek giblje v loku mehanično z zibanjem, vrtenjem ali elektronsko.

Pri linearnem pregledovanju je 64 do 200 majhnih pretvornikov razvrščenih v vrsto. Ves pretvornik je običajno dolg okoli 10 cm. Prevelik skupni pretvornik težko dobi v celoti stik po neravni površini preiskovančevega telesa. Mali pretvorniki se aktivirajo drug za drugim in tomogram ima velikost skupnega pretvornika. To se lahko ponovi do 30-krat v sekundi. Da bi preprečili razpršitev curkov, se aktivirajo pretvorniki blokovno, na primer 1. in 4., nato 2. in 5., nato 3. in 6. itd. Da še bolj povečajo ločljivost, zberejo curke tudi z lečami pred pretvorniki.

Sektorski pretvorniki omogočajo, da se pregledovano območje v globini poveča in dobimo vpogled v dele telesa pod manjšimi koščenimi okenci. Za zgled navedimo pregled prsne votline med dvema rebroma ali pregled možganov skozi še nezaraslo koščeno odprtino lobanje pri novorejenčku ali majhnemu otroku.

Pri eni od naprav se v glavi ziblje pretvornik v majhnem loku, tako da nastane niz tomogramov v eni smeri. S premikanjem pretvornika po površini telesa lahko tako pregledamo smer za smerjo. Slaba stran teh zibajočih se naprav je v tem, da se sorazmerno hitro pokvari sklep.

Vrsta dobrih naprav ima v pretvorniški glavi vrteče se pretvornike. Njihovo število se spreminja, vsak pregleduje polje običajno pod kotom 60°. Predstavljivost pri teh sektorskih pretvornikih je izredno dobra. Izdelujejo že zelo majhne naprave z vrtljivimi sektorskimi pretvorniki. Čeprav so sorazmerno poceni, zahtevajo za vsako frekvenco drugo glavo, to pa napravo zelo podraži.

Pri elektronsko vodenem sektorskem pretvorniku uravnavajo kot curka elektronsko. Elektronski del zahteva veliko prostora in je precej drag.

Razvili so še posebne elektronske glave za pregled organov, ki leže tik pod površino, na primer dojke. Z majhnimi pregledovalnimi glavami pregledujejo votline, na primer debelo črevo ter bližnje organe in nožnico in organe v okolici.

V zadnjem času pri skoraj vseh diagnostičnih ultrazvočnih preiskavah vse bolj uporabljajo dinamični ultrazvočni pregled — živo sliko. Statično še vedno pregledujejo večinoma le tam, kjer je treba razlikovati mehka tkiva po gostoti, to je posebno pri iskanju patoloških, denimo rakastih sprememb na parenhimskih organih, na primer jetrih.

Dopplerjev ultrazvok

Ta naprava uporablja Dopplerjev pojav: frekvenca zvoka se niža, če se izvir oddaljuje, ali zviša, če se izvir približuje. Pojav uporabljajo manj pri raziskavah gibanja delov srca in več pri raziskavah smeri in hitrosti pretoka krvi v žilah. Predvsem preiskujejo pretok krvi v vratnih žilah in velikih žilah trebuha. V zadnjem času pa se veliko uporablja pri raziskavah pretoka krvi v noseči maternici, posteljici in v žilah plodu. Po pretoku v žilah sklepajo predvsem na zastoj v rasti in slabo stanje plodu pri nekaterih motnjah v nosečnosti.

Pri tej ultrazvočni napravi sta sprejemnik in oddajnik različna. Merijo razliko med frekvenco oddanega in sprejetega valovanja. Glava pretvornika nad pregledovanim delom telesa miruje ali se giblje. Za različne namene uporabljajo različne izvedbe naprav.

Pri preiskavah pretoka krvi v žilah gre v glavnem za hitrost rdečih krvničk v žili. Pomembno je, da poznamo presek žile in kot med ultrazvočnim curkom in osjo žile. Po širokih žilah se gibljejo vse rdeče krvničke skoraj enako hitro, pri zoženih žilah pa se gibljejo v sredini žile hitreje, ob straneh pa počasneje. To različno hitrost analiziramo lahko s Fourierovo analizo [4].

Rutinsko delo z ultrazvočnimi napravami

Rutinsko delo zahteva veliko izkušenj pri delu s pretvornikom, merskimi in računalniškimi napravami in pri interpretaciji dobljene slike. Pomemben pogoj za dobro sliko je, da je dovolj kontaktnega medija med pretvornikom in površino, ki jo pregledujemo. Običajno je to gel ali pa olje. Zelo redko

še uporabljamo vodno kopel. To so pogosto uporabljali na začetku, posebno pri opazovanju dojk.

Za dobro sliko je pomembna tudi pravilna izbira frekvence; ta pri pregledovanju globljih organov ali tkiv ne sme biti prevelika. Moderne naprave lahko okrepijo ali dušijo odbite valove iz izbrane globine. Z njimi lahko tudi merimo razdalje ali ploščine. Računalniško lahko na primer avtomatično odčitavamo starost ploda glede na premer glavice ali dolžino stegnenične kosti. Iz dveh ali več merskih podatkov pri plodu avtomatično izračunavajo težo ploda. Mnoge novejše naprave lahko tudi shranjujejo in ponovno pokažejo različne slike, detajle ali podatke. Slike na zaslonu lahko fotografiramo na različne filme, tudi rentgenske, ali pa jih, tako kot pri živi sliki, shranimo na traku za video.

Biološki vplivi ultrazvoka

Uporaba ultrazvočne diagnositke se je v medicini v preteklih letih razmahnila predvsem v ginekologiji, posebno še v porodništvu. Postavilo se je vprašanje, ali ultrazvok lahko poškoduje jajčno celico, zarodek in kasneje plod. Ali lahko poškoduje plodova tkiva, njegove celice ali gene? Da bi odgovorili na ta vprašanja, so v preteklih letih naredili veliko poskusov in raziskav na ljudeh, sesalcih, drugih živalih in mikroorganizmih.

Mehanizmi, s katerimi ultrazvok lahko povzroča biološke spremembe, so segrevanje, kavitacija in mikrotokovi [5], [6].

Toplotni učinek ultrazvoka je posledica absorpcije energije valovanja. Absorpcija je sorazmerna s frekvenco. Temperatura tkiv se poveča tem bolj, čim višja je frekvenca, čim večja je jakost in čim večji je presek curka ter čim manjša je toplotna prevodnost v tkivih in čim manj izdaten je krvni pretok. Ultrazvok, ki ga uporabljamo v diagnostične namene, pri normalnem pregledovanju ne povzroča povišane temperature.

Toplotni učinek ultrazvoka pa izkoriščamo v fizioterapiji za gretje poškodovanih ali obolelih tkiv globje pod kožo. Ponavadi uporabljamo neprekinjeni ultrazvok pri veliko večjih jakostih, od 0,05 do 3 W/cm^2.

Kavitacija je pojav, da ultrazvok v kapljevini tvori mehurčke plinov. O stabilni kavitaciji govorimo, če mehurčki nihajo v kapljevini. Okoli nihajočih mehurčkov se pojavijo mikrotokovi, ki lahko trgajo celice v okolici. O prehodni kavitaciji pa govorimo, če mehurčki zaradi močnega nihanja pokajo. Podatki kažejo, da nastanejo stabilni mehurčki pri neprekinjenem ultrazvoku, ki ga uporabljamo v fizikalni terapiji. Pri uporabi ultrazvoka v diagnostične namene pa kavitacija ne nastopi.

Poskusi na živalih so pokazali biološke učinke ultrazvoka pri jakostih nad 100 mW/cm^2. Naprave, ki jih danes uporabljamo za diagnostične namene, imajo manjšo jakost. Vse dosedanje raziskave pa ne morejo zagotoviti, da ultrazvok na človeka ne vpliva. Obstaja možnost, da bodo kaj takega v prihodnosti dokazali. To bi se lahko primerilo, če bi podaljšali čas opazovanja in jakost. Zato priporočajo, da ultrazvočnih preiskav ne bi uporabili kar tja v dan, temveč le, če obstaja za to indikacija. Kaže, da je ultrazvok danes kljub vsemu dovolj varen, da ga lahko uporabljamo pri pregledu nosečnic v katerem koli obdobju in kolikorkrat to zahtevajo klinične indikacije [5], [6].

Ameriški inštitut za ultrazvok v medicini je leta 1983 objavil sklep: »Diagnostični ultrazvok se uporablja že več kot 25 let. Glede na znane koristi in učinkovitost ultrazvoka v medicinski diagnostiki menijo, da ni bilo ugotovljenega biološkega učinka na preiskovano osebo in preiskovalca pri trajanju in jakosti, ki jo imajo današnje diagnostične naprave. Čeprav obstaja možnost, da bi tak biološki učinek odkrili v prihodnosti, znani podatki zagotavljajo, da je korist za pacienta pri pametni uporabi diagnostičnega ultrazvoka večja kot morebitno tveganje.«

Področje uporabe diagnostičnega ultrazvoka v medicini

Preglejmo pomembnejše možnosti za uporabo diagnostičnega ultrazvoka.

Jetra in žolčni vodi: kamni, ciste, rakasti zasevki, nepravilnosti žolčnih vodov.

Trebušna slinavka se da opazovati pri 90 % ljudi, ne pri zelo debelih in zelo mišičastih: vnetja, poapnenje, ciste, rak v 75 %.

Vranica: ciste, gnojni abscesi, tumorji, krvavitve, povečanje.

Ledvica: povečanje, ciste, tumorji, abscesi, vnetne spremembe, kamni.

Prostata: velikost, tumorji.

Testisi: različne bolezni.

Oko: notranje poškodbe, tumorji, tujki, odstop mrežnice.

Ščitnica: različni tumorji, ciste.

Srce in žile, predvsem ehografija: poškodbe zaklopk, obolenja srčne mišice, tumorji srca, deformacije septov, prehodnost vratnih in velikih trebušnih žil.

Uporaba pri intervencijah: napeljava različnih katetrov in v veliki meri pri punkcijah različnih organov in tkiv.

V ginekologiji: velikost in oblika ter različne bolezenske spremembe, kot so tumorji in ciste na maternici in jajčnikih, lokalizacija intrauterinega vložka, pregled dojk, spremljanje rasti foliklov.

V porodništvu: ugotavljanje nosečnosti, splava, ugotavljanje velikosti nosečnosti in spremljanje rasti ploda, dvojčki, trojčki, iskanje prirojenih anomalij ploda, ugotavljanje lege ploda, pri različnih intrauterinih posegih; pregledi otrokovih možganov, predvsem za ugotavljanje krvavitev po porodu in kasneje pregledi nepravilnosti na otrokovih možganih. Pregledi pravilnosti kolkov pri novorojencih.

LITERATURA

[1] J. Donald, *Medical sonar — The first 30 years,* A. Kurjak (ed.), Diagnostic ultrasound in developing countries, Mladost, Zagreb 1986, str. 3—10.

[2] B. Zakotnik, T. Nikolić, *Teoretične osnove diagnostične uporabe ultrazvoka,* Zdrav. Vestn. **49** 1980) 291—294.

[3] M. Pocajt, *Diagnostična raba ultrazvoka v profesionalni radiologiji,* Zdrav. Vestn. **49** (1980) 309—314.

[4] K. J. W. *Atlas of obstetric, gynecologic and perinatal ultrasonography,* Churchill Livingstone, New York 1985.

[5] F. W. Kremakau, *Biological effects and possible hazards,* Clinics in obstetrics and gynecology **10** (1983) 395—405.

[6] E. W. Kremakau, *Safety and long-term effects of ultrasound: What to tell your patients,* Clin. Obst. Gynecol. **27** (1984) 269—275.

STEFANOVA NALOGA

JANEZ STRNAD

PACS 01.65.+g
05.60.+w

Dopolnilo članka ob stopetdesetletnici J. Stefana obravnava nalogo iz teorije prevajanja toplote, ki jo je rešil.

STEFAN'S PROBLEM

In the sequel to the article at the 150th anniversary of J. Stefan a problem in the theory of heat conduction, solved by him, is considered.

V počastitev stopetdesetletnice rojstva Jožefa Stefana je Obzornik poročal o njegovih poskusih in računih v zvezi z difuzijo in izhlapevanjem [1]. *Stefanov tok* je namreč poleg *Stefanovega zakona za sevanje* in *Stefanovega merjenja toplotne prevodnosti plinov* najpogostejša zveza, v kateri dandanes v fiziki naletimo na Stefanovo ime. Članek se namenoma ni oziral na nekatere zveze iz elektrike in magnetizma, ker sodijo že bolj v elektrotehniko. Spregledal pa je *Stefanovo nalogo*, ki pogosto nastopa v matematiki [2], [3].* Stefan je zastavil nalogo v članku *O nekaterih nalogah iz teorije prevajanja toplote* [4] in se je vrnil k njej v članku *O teoriji nastanka ledu, posebno o nastanku ledu v polarnem morju* [5].

S prevajanjem toplote se je J. Stefan ukvarjal že prej v člankih *O širjenju toplote* (1865) in *O toplotni prevodnosti ebonita* (1876) ter v dveh člankih o prevajanju toplote v plinih (1872 in 1875). To pot pa je vključil v razglabljanje še fazno spremembo. Stefana je spočetka privlačila matematika, a med študijem matematike in fizike se je zaradi nagnjenja do eksperimentiranja odločil za fiziko. Vendar se je pozneje večkrat pokazalo njegovo zanimanje za matematično stran fizikalnih vprašanj.

Orišimo na kratko Stefanovo nalogo. Pri tem sledimo, kolikor je mogoče njegovi poti [4]. Najprej si zamislimo vodoravno plast vode pri ledišču 0 °C. Os x usmerimo navpično navzdol. V trenutku $t = 0$ spravimo zgornjo mejo plasti pri $x = 0$ v stik s toplotnim rezervoarjem pri nižji temperaturi $-T_0 < 0$. Po času t sestavljata plast dva dela: zgornji iz ledu in spodnji iz vode. Določiti je treba potek temperature v ledu $T(x, t)$ in časovno odvisnost debeline ledu $h(t)$.

Iz zakona za prevajanje toplote $j = -\lambda\, \partial T/\partial x$ in kontinuitetne enačbe $\partial j/\partial x = -\varrho\, c_p\, \partial T/\partial t$ — z j zaznamujemo gostoto toplotnega toka — sledi enačba

$$k\partial^2 T/\partial x^2 = \partial T/\partial t \tag{1}$$

Koeficient $k = \lambda/\varrho\, c_p$ vsebuje toplotno prevodnost ledu λ, njegovo gostoto ϱ in specifično toploto pri konstantnem tlaku c_p. Pri tem zanemarimo razliko gostot ledu in vode. Če tega ne bi storili, bi morali vzeti, da se voda oddaljuje od zgornje meje plasti. Omenjenima pogojema

$$T(x = 0, t) = -T_0 \quad \text{in} \quad T(h(t), t) = 0 \qquad t \geqq 0 \tag{2a}$$

* Precej matematičnih knjig in člankov omenja ali obravnava Stefanovo nalogo pod tem imenom, a nobeden od pregledanih, z izjemo [2], ne navaja prvotnega Stefanovega dela. — Zahvaljujem se M. Ribariču, ki me je opozoril na Stefanovo nalogo, in A. Suhadolcu za pomoč pri iskanju literature.

moramo dodati še enega

$$\lambda(\partial T/\partial x)_{x=h} = \varrho\, q\, d\, h/d\, t \tag{2b}$$

V njem je q talilna toplota ledu. Gostota toplotnega toka skozi mejo med ledom in vodo namreč določa maso vode, ki se strdi na kvadratni meter v sekundi.

Izhajajmo od Fourierove naloge pri prevajanju toplote brez fazne spremembe. Mejo $x = 0$ polneskončne snovi s temperaturo 0 °C spravimo v trenutku $t = 0$ v stik s toplotnim rezervoarjem s temperaturo $-T_0$. Za potek temperature dobimo v tem primeru

$$T_F(x, t) = -T_0[1 - \mathrm{erf}(x/2(k\, t)^{1/2})]$$

Funkcijo $\mathrm{erf}(x) = (2/\pi^{1/2}) \int_0^x e^{-x^2} d\, x$ najdemo v tabelah. Do rešitve enačbe (1) se lahko v navedenem primeru dokopljemo po ravni matematični poti.

Do rešitve Stefanove naloge s fazno spremembo pa ne vodi taka pot. Stefan ni navedel, kako je prišel do rešitve, vendar vse kaže, da se je oziral na rešitev Fourierove naloge. To je mogoče razbrati iz oblike Stefanove rešitve

$$T(x, t) = A[\mathrm{erf}(h/2(k\, t)^{1/2}) - \mathrm{erf}(x/2(k\, t)^{1/2})] \tag{3}$$

Rešitev ustreza pogojema (2a), če je

$$-T_0 = A\, \mathrm{erf}(h/2(k\, t)^{1/2}) \qquad h/2(k\, t)^{1/2} = \alpha$$

Debelina ledu narašča torej sorazmerno s kvadratnim korenom iz časa

$$h(t) = 2\alpha(k\, t)^{1/2} \tag{4}$$

Konstanto α določimo s pogojem (2b). Iz $\partial T/\partial x = -A\, e^{-h^2/4kt}/\pi^{1/2}(k\, t)^{1/2} = 2A\, \alpha\, e^{-\alpha^2}/\pi^{1/2}\, h$ in $d\, h/d\, t = \alpha(k/t)^{1/2}$ sledi nazadnje (sl. 1)

$$\alpha\, e^{\alpha^2}\, \mathrm{erf}(\alpha) = T_0\, c_p/\pi^{1/2}\, q \tag{5}$$

Rešitev preskusimo na dva načina. Za $q \to 0$ in $\alpha \to \infty$ in $h \to \infty$ preide (5) v Fourierovo rešitev $T_F(x, t)$. Na drugi strani pa je konstanta α zelo majhna, če je kvocient q/e_p zelo velik v primeri s T_0. Tedaj dobimo $\alpha^2 = T_0\mu/2q$ in

$$h^2(t) = 2T_0\, \lambda\, t/\varrho\, q \tag{4a}$$

Rezultat poznamo iz fizike I. Do njega pridemo, če vzamemo, da pojema temperatura v plasti ledu linearno: $\lambda\, T_0/h = \varrho\, q\, d\, h/d\, t$. Tudi naslednji približek je hitro pri roki

$$h^2(t) = (2T_0\, \lambda\, t/\varrho\, q)/(1 + T_0\, c_p/3q)$$

V drugem koraku si zamislimo plast ledu pri tališču 0 °C. Zgornjo mejo pri $x = 0$ spravimo v trenutku $t = 0$ v stik s toplotnim rezervoarjem pri temperaturi $T_0' > 0$ °C. Po času t sestavljata plast dva dela: zgornji iz vode in spodnji iz ledu. Določiti je treba potek temperature v vodi $T'(x, t)$ in debelino vodne plasti $h(t)$. Če ni konvekcije, velja enačba

$$k'\partial^2 T'/\partial x^2 = \partial T'/\partial t \tag{1'}$$

ter pogoja

$$T'(x = 0, t) = T_0 \qquad T'(h(t), t) = 0 \qquad t > 0 \tag{2a'}$$

in še pogoj

$$-\lambda'(\partial T'/\partial x)_{x=h} = q\, \varrho\, dh/dt$$

Rešitev je podobna kot prej, le da moramo upoštevati podatka λ' in c_p' za vodo in ne za led.

Nazadnje si zamislimo neomejeno plast, ki jo v trenutku $t = 0$ sestavljata zgornji del iz ledu pri temperaturi $-T_0 < 0$ in spodnji del iz vode pri temperaturi $T_0' > 0$. Meja med obema deloma je v trenutku $t = 0$ pri $x = h(t = 0) = 0$. Za temperaturo v ledu

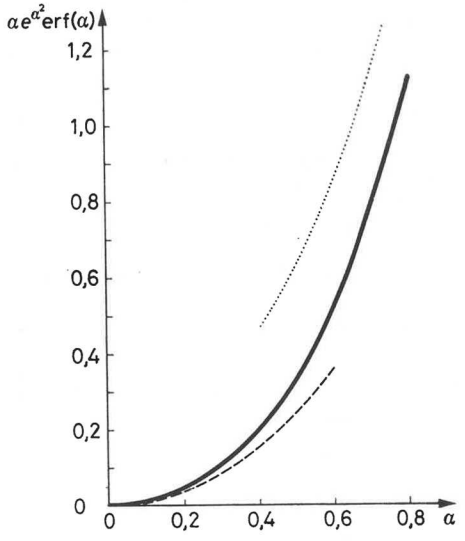
$$T(x, t),\ -\infty < x < h(t),\ t > 0;\ T(x, t = 0) = -T_0$$

velja enačba (1) in za temperaturo v vodi

$$T'(x, t),\ h(t) < x < \infty,\ t > 0;\ T'(x, t = 0) = T_0$$

enačba (1'). Poleg navedenih pogojev veljata še pogoja

$$T(x = h, t) = T'(h, t) \qquad t > 0$$
$$\lambda(\partial T/\partial x)_{x=h} - \lambda'(\partial T'/\partial x)_{x=h} = \varrho\, q\, d\, h/d\, t$$



Sl. 1. Funkcije $\alpha \exp(\alpha^2)\ \mathrm{erf}(\alpha)$, za katero je J. Stefan zapisal: »Za določeni integral v tej formuli obstajajo tabele, zato ni posebno težko narediti tabele...« [4]. Črtkano je narisan približek α^2, s pikami pa približek $\alpha \exp(\alpha^2)$. Na desni strani enačbe (5) je za led temperatura T_0 pomnožena s $c_p/q\,\pi^{1/2} = 0{,}0036\ \mathrm{K}^{-1}$

Potem ko zapiše rešitev za ta, splošni primer, ki jo sestavljata na eni strani meje prejšnja prva, na drugi strani pa druga prejšnja rešitev, pravi J. Stefan: »Obdelane naloge pomenijo le malo za eksperimentalno proučevanje pojavov pri prevajanju toplote, ker pogojev, pri katerih veljajo najdene rešitve, sploh ne moremo uresničiti ali jih lahko uresničimo le nepopolno.« Nato razkrije, čemu je kljub temu obravnaval toplotno prevajanje: »Izpeljane formule lahko uporabimo pri preračunavanju poskusov z difuzijo... Nalog nisem že spočetka izoblikoval v teoriji difuzije,... ker so uporabljeni pojmi v teoriji prevajanja natančno definirani in splošno znani.«

Pozneje je Stefan vendarle uporabil izpeljane rešitve. Preskusil jih je na podatkih nemške in angleške odprave v arktične kraje [5]. Najprej je ugotovil, da v zimskih mesecih, ko se led debeli, pri dosegljivi merski natančnosti zadostuje linearni približek (4a). To ni presenetljivo, saj meri za led kvocient $q/c_p = 0{,}33\ \mathrm{MJkg^{-1}}/2{,}1\ \mathrm{kJkg^{-1}\,K^{-1}} = 160\ \mathrm{K}$. Izključiti je moral le merjenja na krajih, ki jih je po naključju oplazil topel tok. Iz meritev je izluščil povprečno vrednost za toplotno prevodnost arktičnega morskega ledu 1,76 W/m.K, tedanja vrednost za čisti led pa je bila 2,09 W/m.K. Današnja vrednost za čisti led je 2,2 W/m.K pri 0 °C in 2,8 W/m.K pri —40 °C. V nadaljevanju obširnega članka je obdelal še druge približke za neposredno rabo pri merjenjih.

Odtlej naletimo na Stefanovo nalogo v tej obliki večkrat v matematični literaturi kot v fizikalni. To ni nenavadno. Stefanova naloga sodi med nelinearne naloge s premično mejo, ki jih v splošnem ne moremo rešiti v sklenjeni obliki. J. Stefan je pronicljivo našel rešitev v sklenjeni obliki v primeru, v katerem izjemoma obstaja.

Pozneje so nalogo reševali tudi v drugih geometrijskih okoliščinah. Praktično je zanimiv valj. Kako se tali led v permafrostu, to je v zaledeneli zemlji, ki se dve leti in več ni odtajala, okoli valjaste cevi s tokom tekočine z višjo temperaturo? Vprašanje je zanimivo v zvezi z naftovodi, ki jih zadnje čase polagajo tudi v polarnih predelih [2], [6]. Težava je še v tem, da tališče drobno porazdeljenega ledu v zemlji ni natančno pri 0 °C. Zares je naloga, ki se je je prvi lotil Jožef Stefan in jo rešil za ravni primer, še dandanes zanimiva.

LITERATURA

[1] J. Strnad, *Stefanov tok*, Obzornik mat. fiz. **32** (1985) 12.

[2] J. W. Jerome, *Approximation of Nonlinear Evolution System's*, Academic Press, New York 1983 in citirana literatura.

[3] F. P. Vasil'ev, *Stefana zadača, Matematičeskaja enciklopedija*, Izdatel'stvo Sovetskaja enciklopedija, Moskva 1985, V, str. 223.

[4] J. Stefan, *Über einige Probleme der Theorie der Wärmeleitung*, Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien **98**, II. a (1889) 473.

[5] J. Stefan, *Über die Theorie der Eisbildung, insbesondere über die Eisbildung im Polarmeere*, ibid. **98**, II. a (1889) 965.

[6] J. A. Wheeler, *Simulation of heat transfer from a warm pipeline buried in permafrost*, Exxon Production Research Company Report, Houston 1973; *Permafrost thermal design for the trans-Alaska pipeline* v *Moving Boundary Problems in Heat Flow and Diffusion* (ur. J. R. Ockenden, W. R. Hodkins), Oxford University Press, London 1975, str. 267.

O STROKOVNEM PISANJU

IVAN KUŠČER

PACS 01.90.Tg

Na osnovi izkušenj s študenti pri fizikalnem seminarju prinaša članek nasvete za pripravljanje strokovnih rokopisov, zlasti za fizikalne revije. Naglašena je pomembnost pravilnega jezika, dobrega sloga ter logike in jasnosti prikazovanja, kar naj še podkrepi zbirka svarilnih zgledov.

ABOUT PROFESSIONAL WRITING

Based upon experience with student seminars, suggestions are given about how to prepare professional manuscripts, especially for physics journals. The need for correct landuage, good style, as well as logic and clarity of presentation is emphasized, and a selection of frequent errors quoted.

1. Polovična pismenost

Pravijo, da je poglavitna dolžnost vseh šol, da naučijo človeka brati, pisati in misliti; po navadi si niti ne upamo dvomiti, da se vsega trojega res naučimo. Podvomil sem šele, ko sem po končanem šolanju spoznal, da pravzaprav ne znam pisati. Ob svojem prvem daljšem strokovnem sestavku sem se mesece mučil, ne da bi se znal izkopati iz okornih in neužitnih stavkov. Podatki o trumah slovenskih literatov in vse slovničarske drobnjarije, s katerimi so nas natrpali v šoli, niso nič koristile.

Prvi mi je pomagal pisatelj in umetnostni zgodovinar Emilijan Cevc, ko je od vrste do vrste prebral moje nebogljeno pisanje. Ni mi samo pokazal in pojasnil napake, ampak mi je tudi povedal, kako naj jih popravim. Izmed njegovih nasvetov sem si najbolj zapomnil tegale: »Če si ti zdi, da si kaj nerodno povedal, pomisli, kako bi isto reč povedal kmet!«

Kako potrebna je začetniku pomoč, sem še dostikrat uvidel; saj so me še mnogi učili pisanja, s tem da so me brez olepševanja opozarjali na pomanjkljivosti in napake v mojih konceptih. Dragoceno je bilo sodelovanje z Antonom Moljkom pri pisanju učbenika, ko sva si drug drugemu neusmiljeno, a brez zamere, cefrala dele rokopisa. Marsičesa sem se naučil od recenzentov, katerih popravke natanko pregledujem. Učinkovito mi je pomagala tudi moja Martina, ko sva skupaj prebirala prenekateri rokopis. S tankim posluhom za jezik in smiselno izražanje je vselej znala povedati, če sem kaj slabo zapisal ali dolgovezno ali nerazumljivo.

V zadnjih letih so mi na Oddelku za fiziko naložili pouk strokovnega govorjenja in pisanja pri predmetu »referati iz literature« (sedaj »seminar«), ki ga imajo študenti v 4. letu. Rad bi zapisal, kar jim pripovedujem na začetku vsakega leta. Seveda to ne bo zbirka splošno veljavnih pravil, ampak bom le povedal, kar sem se sam naučil in kako se mi zdi, da se da kaj bolje ali pravilneje zapisati; nič hudega, če bo kdo mislil in delal drugače. Zlasti pri jeziku se ne štejem za razsodnika.

2. Kako nastaja rokopis

Še preden se človek spravi k pisanju, je dobro premisliti, komu bo izdelek namenjen: učitelju ali učencu (v osnovni šoli, srednji, visoki?), laiku ali strokovnjaku ali morda celo specialistu. Pisec naj si misli, da mu bralec

gleda čez ramo in ugovarja, ko česa ne razume ali ko se mu zdi kaj odveč. Še zlasti je treba paziti pri poljudnem pisanju, ki je dosti bolj zahtevno kot razpravljanje na višji strokovni ravni. V slednjem primeru seveda ne smemo začeti s čisto šolsko razlago, čeprav ne varčujemo s pojasnjevanjem pri rečeh, ki so bralcu nove. Vselej se ogibamo pretirane abstrakcije; najprej se opremo na preprost zgled. V naravoslovnem pisanju začnemo z opisom pojava ali poskusa; šele potem pride na vrsto teorija. Pretirano teoretiziranje lahko človeku zamegli pogled, tako kot se je to pripetilo študentu pri opisu Braggovega poskusa: »Vzamemo foton in ga spustimo na kristalno mrežo . . .«

V strokovnih revijah je po navadi na ovitku zapisano, komu so namenjene in kakšna pravila veljajo za pripravo rokopisov. Natančnejša urednikova navodila pa človek lahko dobi po pošti. Ameriški inštitut za fiziko (American Institute of Physics) je v ta namen natisnil brošuro »Style Manual«, ki naj bi si jo natanko ogledal vsak, kdor kaj piše o fiziki.

Začetnik komaj verjame, koliko napornega in pikolovskega dela je treba, preden je rokopis pripravljen za urednika in zrel za tiskarno. Ponovno in ponovno prebiranje in popravljanje ter nekajkratno prepisovanje niti izkušenim avtorjem ne uideta. Kdor meni, da je že njegov prvi zapis dober, je bodisi genialen ali (bolj verjetno) ošaben.

Predolgo premišljevanje o nameravanem delu tudi ne koristi. Kakor hitro smo zbrali osnovne podatke in opravili glavne eksperimente in izračune, se že lahko usedemo k pisanju. Začnemo s približnim razporedom. Nič hudega, če se bodo še pokazale vrzeli ali če bo treba kaj premetati; pri tem pomagajo škarje in lepilo. Seveda sproti vpisujemo naslove poglavij in morebitnih podpoglavij, citate iz literature pa zbiramo na posebnem listu.

Boljše je, da ne pišemo z roko, ampak kar od začetka vse s pisalnim strojem. Tudi matematične izraze tipkamo, kolikor se le da. Dopolnitve in popravke vpisujemo kasneje z ostrim črnim kulijem. Tudi nekatere grške črke napol tipkamo: u za μ, 3 za β, o za δ, ϱ in σ; repke pripišemo. Stroj nas sili k čistejšemu pisanju in k večji vestnosti. Ni treba, da bi se človek učil tipkanja v šoli; za silo se ga navadimo že ob svojem prvem daljšem spisu. Pišemo vselej samo na eno stran papirja, s širokim robom ($\sim$ 3 cm) in s polnimi presledki med vrsticami (po celo vrstico torej izpuščamo). Ne smemo uporabljati telegrafskega sloga z okrajšanimi besedami ali stavki.

Pisalne stroje tudi pri nas že počasi zamenjujejo namizni računalniki, ki pišejo na zaslon katodne cevi in hkrati na magnetno ploščo namesto na papir. Elektronski rokopis lahko neomejeno popravljamo, ne da bi ga zmazali, tako da prepisovanje ni potrebno. Ko je vse opravljeno, priključimo avtomatičen pisalni stroj, ki vse natanko prepiše, ne da bi bilo treba migniti s prstom. Izdelek je pri boljših strojih tako lep, da ga lahko odnesemo v tiskarno; tam ga samo še prefotografirajo na kliše in dajo v tisk.

Rokopisa ne smemo razvleči z nepotrebnimi dodatki, ki ne spadajo k obravnavani vsebini. Zapišemo samo tisto, kar bo koristilo bralcu, in ne odevamo se s figovimi listi. Tako se namreč šaljivo imenujejo sramežljiva opravičila, ki jih začetniki vpletajo samo zato, da ne bi kdo podvomil o njihovem znanju.

Ko je že vse videti lepo in v redu, si vzamemo čas za ponoven pregled. Dokler lahko še kaj popravljamo, branje ni zadnje temveč kvečjemu predzadnje. Še boljše je, da delo naglas preberemo nekomu, ki se ne boji opo-

rekati. (Ni nujno, da je strokovnjak.) Josip Plemelj je nekoč pripovedoval, da je vsak svoj rokopis kar naprej česal, preden ga je odposlal. Šele ko ni mogel premakniti ali izpustiti ničesar več, je bil zadovoljen. Dandanes nemara nismo več tako strogi, ker se nam bolj mudi. Vendar zato ni treba obremenjevati dragega strokovnega tiska s praznim ali slabo razumljivim gostobesedjem.

Nazadnje še enkrat preverimo, ali je naslov članka primeren. Ne sme biti predolg, vendar naj opredeli obravnavani problem ali področje. Na vrh naslovne strani pride na desno datum (ali vsaj mesec in leto), na levo pa pojasnilo, kam bo šel prispevek. Pod naslov se avtor podpiše s celim imenom ali z začetnico in priimkom, v naslednjo vrstico pa zapiše naslov svojega delovnega mesta v obliki, kot jo potrebuje pošta.

Večina strokovnih revij zahteva kake pol tipkane strani dolg izvleček, ki je lahko na naslovni strani rokopisa. Izvleček naj v kar se da zgoščeni, toda berljivi obliki pove, kaj članek vsebuje in zlasti, kaj je v njem novega. Tu je treba pretehtati vsako besedo, saj se marsikdo odloči za branje članka šele, če ga naslov in izvleček pritegneta.

Samo po sebi bi moralo biti umevno, da lahko vsakdo piše le o stvareh, ki jih dodobra razume. To bi moralo veljati celo za prevajalce. Pa vendar se dogaja, da kdo samo s svojimi besedami prežveči, kar je kje na hitro prebral. Če že tako delajo časnikarji, strokovnjaki ne bi smeli. Če izjemoma kak stavek ali odstavek dobesedno prepišemo ali prevedemo, ga damo med narekovaje in tudi pojasnimo, kdo in kje je to povedal.

Tudi če je sestavek povzet po literaturi, naj bo delo samostojno. Literaturo potrebuje pisec le za to, da si pridobi znanje. Knjige in članke potem odloži in piše po svoji glavi, pri tem pa vse na novo premisli. Tiskanim enačbam tudi ne zaupa, ampak jih izpelje neodvisno. Znamenj za količine ne prepisujemo, ampak vstavljamo takšna, ki so jih bralci navajeni. Morebitne nepravilno zapisane enačbe preoblikujemo tako, da so neodvisne od izbire enot, stare Gaussove definicije elektromagnetnih količin pa nadomestimo z novimi (»racionalnimi«). Starinskih knjig, ki navajajo enačbe za vektorske količine v komponentah, ne posnemamo, ampak uporabljamo vektorsko pisavo, ki ni odvisna od koordinatnega sistema. Če je razlaga v literaturi slabo razumljiva, pomagamo bralcu z boljšo. Vendar resničnih težav ne smemo prikrivati z zlagano lahkotnostjo. Ne pišimo: »tako zlahka uvidimo, da . . .«, če smo se sami z dokazom potili ves teden!

Ko pišemo o imenitnem odkritju, se navdušenja ni treba sramovati; vendar ne smemo biti vsiljivi; reklamni slog ne sodi v strokovno literaturo. Kdor opisuje svoj eksperiment, lahko piše v prvi osebi, toda raje ne prepogosto. Lahko pa se avtor skrije kot neprizadet opazovalec: »Poskus poteka tako, . . .« Reševanje zadrege s trpnikom je slabše: »Poskus je bil narejen tako, . . .« V prvi osebi množine radi pišemo, kadar se v mislih pogovarjamo z bralcem: »Ko primerjamo obe strani enačbe, uvidimo . . .«

Čeprav fizika stalno potrebuje matematiko kot orodje, nas to ne sme zavesti. Fizika ni poglavje matematike, ampak je naravoslovna veda. Zato v njej ni prostora za aksiome; saj je veljavnost naravnih zakonov omejena ali le približna. Definicije so v fiziki komaj kaj več kot pojasnila izrazov; zato z njimi ne pretiravamo. Iz zakonov sledijo izreki podobno kot v matematiki iz aksiomov. Prav je, da ločimo pojme privzetek (hipoteza), približek (aproksi-

macija), model, teorija. Vse privzetke, ki so potrebni za kako izpeljavo, je treba sproti omeniti.

Mešanje matematičnih pojmov s fizikalnimi lahko zbudi posmeh: »Simetrijska ravnina ima temperaturo T_0«. (Temperatura snovi ob simetrijski ravnini je T_0.) Tudi imen za fizikalne količine ne zamenjujemo z besedami, ki opisujejo pojave: »Elektronski curek je sorazmeren z ...«. (Jakost curka je sorazmerna z...)

3. Slog in jezik

Že prvi koncept razdelimo na primerno dolga poglavja, ki jih oštevilčimo. Uvodno poglavje naj bo napisano posebno skrbno. Vanj spada kvalitativen prikaz obravnavanega pojava in njegovega pomena, kratko pojasnilo o namenu članka in morda nekaj zgodovinskih podatkov.

Vsak nov niz misli zahteva svoj odstavek, katerega začetek naj bo za kakih 5 črk umaknjen v desno. Nova moda, ki zaznamuje odstavke samo s presledki med vrsticami, zaradi enačb v strokovnem tisku ni za rabo. Bralec naj vidi, kje mora zajeti sapo.

Posebna skrb velja stavkom, ki začenjajo članek ali poglavje in ki naj bralca pritegnejo. Z odsekanim začetkom (slogom »na štrbunk«) ga zanesljivo odvrnemo. Konec spet ne sme izzveneti v prazno, na primer matematično formulo ali z osamljenim podatkom. Bralca odbije tudi nizanje odsekanih in med seboj nepovezanih trditev (»vojaški« slog) in vsakršno pikolovsko naštevanje (»uradniški slog«). Naštevanje, ki je opremljeno z a), b), c) ali 1), 2), 3), se bere kakor Uradni list! Veliko tega se lahko naučimo iz znane revije Scientific American kjer imajo posebno stroge uradnike. Pri vsakem njenem članku sta začetek in konec skorajda pesniško izdelana.

Razume se, da mora biti znotraj odstavka vsak stavek nekako navezan na prejšnjega. Stavki naj ne bodo predolgi in naj ne lepijo neodvisnih misli. Stavek z več ko dvema vejicama se že težko bere. Čim bolj zahtevna je misel, tem krajše in bolj preprosto jo je treba povedati. Kdor ne zaupa preprostemu jeziku, naj bere Cankarja! Tudi po obliki naj bo vsak stavek logičen in naj tudi muhastemu bralcu ne dopušča dvomov. Tale svarilni primer je svoj čas objavila revija Nature: »Če otrok ne mara svežega mleka, ga skuhaj!« Pri besedicah, kot so torej, zato, ampak, vendar, se mora videti, na katero prejšnjo trditev merijo.

Vesten pisec se ogiba vsakršnega jezikovnega zapletanja, zlasti večnadstropnih odvisnih stavkov in večnadstropnih rodilnikov. Spominjam se tehniškega poročila, ki se že začenja s štirinadstropnim rodilnikom v naslovu: »Opis izpeljave enačbe porasta tlaka«. Enačba za porast tlaka bi zadoščalo. Sumljivi so tudi preštevilni oklepaji, narekovaji, pripombe pod črto in dodatki na koncu članka. Z njimi pisec samo dokazuje, da ne zna urediti svojih misli, tako da mora svojo zadrego reševati z vsakovrstnimi pripomočki.

V slovenščini se raje ogibljimo izumetničenega nemškega sloga, čeprav je ta pri mnogih še v časteh kot znamenje posebne inženirske modrosti. Nekateri se bojijo slovenskih besed »zaradi« in »zato« in napišejo »ima za posledico« (hat zur Folge) ali celo: »Posledica tega je, da se pojavi...« (die Folge davon ist...«). Ali je že kdo slišal kmeta pripovedovati, da je imelo mokro seno za posledico crknjenega konja? Strokovnjaki pa pogosto tako napihnjeno pišejo in pri tem niti ne zardevajo. — Še nekaj takih, ki spominjajo na

staro Avstrijo: »Pride do pojava . . .« (bolje: se pokaže, nastane). — »V ospredje je stopila teorija . . .« (uveljavila se je). — »Rezultat predstavlja dokaz, da . . . (darstellen; slovensko: rezultat dokazuje . . .). — »Na sliki je narisan način, kako . . .« (Slika kaže . . .) — »Interpretacija zgornje formule nam razloži tendenco vode, da . . .« (Formula pojasnjuje, zakaj voda . . .) — »Napetost postaja manjša.« (Napetost se manjša, pojema.)

Slovenščina ne trpi lepljenja samostalnikov po zgledu dunajske Donaukanaldampfschiffahrtsgesellschaft. Vodovod in glavobol sta med redkimi dovoljenimi izjemami. Raje pravimo žarek alfa in os x namesto α-žarek in x-os. Dolg stavek z edinim glagolom »je« zanesljivo zveni po nemško. Deležniki niso posebno zaželeni, namesto glagolnika pa je dostikrat bolj na mestu odvisni stavek. Namesto: »Pri opazovanju kotaljenja kroglic je Galilei . . .«, porečemo: Ko je Galilei opazoval kotaljenje kroglic, . . .

Mnoge priskutne neslovenske fraze se kljub polstoletnemu pregajanju v šolah trdovratno ohranjajo: izboklina »izgleda« (ausschauen; slovensko: se zdi kot . . . ali: je videti, kakor . . .), problem »nastopi« (auftreten; slovensko: problem nastane, se pokaže), razdeljevanje »se vrši« . . . (slovensko: razdeljevanje poteka, razdeljujejo), knjiga »se nahaja« na polici (je na polici), žebelj zabijemo »s pomočjo« kladiva (mit Hilfe; slov.: s kladivom), »poslužimo se« kladiva (sich bedienen; slov.: uporabimo kladivo, vzamemo kladivo) in kdo ve, koliko je še takih. Namesto da bi »smatrali«, raje obravnavamo ali menimo ali mislimo . . . Tudi »napram« zveni prisiljeno in zato raje rečemo proti ali v primeri z . . . Izostriti si moramo posluh za spodrsljaje; vsakdo je namreč odgovoren za svoj jezik in nihče naj ne čaka, da mu ga predpišejo v kaki pisarni.

Suženjsko zgledovanje po tujih vzorih je lahko na moč smešno. Na imenitnem inštitutu so dolga leta govorili, da pri risanju diagramov krivulje »fitajo« merskim podatkom (angleško: to fit), namesto da bi jih prilagajali. Šele ko je Pavliha predložil razpis raziskovalne naloge »Kako pofitam svoj materni jezik«, so se unesli. Ko sramežljivci povedo, koliko procentov kemijske ali jedrske reakcije steče v zaželeno smer, govorijo o »izplenu« (Ausbeute) ali »dobitku« ali »pridobitku«. Sram jih je slovenske besede pridelek, ki da spominja na krompir. Zameril sem se, ko sem namesto »dopiranje« polprevodnika, npr. z arzenom, rekel začinjenje, češ da arzen ni peteršilj.

Še na veliko načinov lahko zabredemo v slab slog. Zaporedno ponavljanje besed je vselej neprijetno. Enako velja za nepotrebne besede, pa če so še tako majhne. Ne recimo, da »nam enačba pove . . .« Ker velja tudi za Turke, je boljše: enačba pove. Z besedico »pa« varčujemo in ravno tako s kazalnimi zaimki, ki bi zbadali bralca. Besedice neki (napačno: nek), določeni, izbrani, poljubni dostikrat po nepotrebnem vpletamo kot nadomestek za angleški člen »the« ali »a«. Slovenščina nima člena. Pogostno preskakovanje iz preteklega v sedanji ali prihodnji čas in nazaj ni prijetno. Navajanje trajno veljavnih trditev v prihodnjiku pa sploh zveni čudno: »Pot planeta bo elipsa« (ima obliko elipse, ali: planet potuje po elipsi).

Jezikovna opozorila naj nikogar ne zapeljejo v pretirano čistunstvo: saj vseh besed, ki so se prikradle v jezik, ne moremo več izriniti. Tele bodo vsaj v nekaterih zvezah ali v ožjih strokah najbrž ostale: »slučaj« (naključje), »znak«, »označiti« (znamenje, zaznamovati), »važen« (pomemben), »tvoriti se« (nastajati), »pretvoriti« (spremeniti), »sledeči« (naslednji), »enostaven« (pre-

prost), »slika«, »preslikati« (podoba, upodobiti), »dvigniti« (vzdigniti). Res pa je še vedno, da nepokvarjen kmet ne »dvigne« hloda, ampak ga vzdigne. Kmet tudi ne »napravi« steze, ampak jo naredi; napravi se za k maši. Na sito damo lahko še »obnašanje« in ga zamenjamo z vedenjem. Slovenec s tankim posluhom tudi razločuje, ali tablo popiše (s kredo) ali opiše (s tem, da pove njeno obliko in barvo). Čisto lahko se da živeti brez spakedranega veznika »oziroma«; saj imamo na izbiro besedice ali, in, torej, ali pravzaprav, in še kaj.

Pri strokovnih izrazih se zgledujemo po mednarodni rabi. Minili so časi, ko smo viskoznost prevajali v židkost, konstanto v stalnico, temperaturo v toplino in termometer v toplomer, ki je že nevarno spominjal na merilnik toplote. Samo, kjer imajo tudi drugi narodi vsak svoj domač izraz, si ga izmislimo še mi! Ni pa treba, da bi se venomer ravnali po Nemcih ali Angležih, ker nam je pogosto bližji ruski jezik. Za nekatere pojme sta se udomačila po dva izraza, mednarodni in slovenski. Odločimo se za tistega, ki je bolj v rabi. Po občutku se mi zdijo primernejši radij (ne »polmer«), toda premer (ne »diameter«), prostornina (ne »volumen«), vsota in razlika (ne »suma« in »diferenca«), toda produkt in kvocient (ne »zmnožek« in »količnik«), torej tudi lomni kvocient (ne »lomni količnik«), pojav (ne »efekt«). Ne prevajamo suženjsko, npr. nemški Erwartungswert v »matematično upanje« ali »pričakovano vrednost«, ko pa imamo stara udomačena izraza povprečje in povprečna vrednost.

Pri izpeljanih besedah se držimo logike in splošnih jezikovnih načel. Če smo iz optike in elektrike izpeljali pridevnika optični in električni, naj velja enako za mehaniko in termodinamiko, torej mehanični in termodinamični (ne »mehanski«, in »termodinamski«). Pri tujkah pomislimo na njihov izvir, preden jih pačimo, da ne skuhamo kake spakedranke, kot sta »kapacitivnost« (kapaciteta) in »energetska« kriza (prav: energijska). Sicer pa bodimo pri kovanju novih besede raje previdni, da ne bi še povečali zmešnjave. Kopičenje prazne in nerazumljive terminologije je v najboljšem primeru jalovo delo.

Rabe strokovnih izrazov ne širimo preko smiselnega okvira. Ne smemo reči »porazdelitev temperature« ali »porazdelitev hitrosti«, ker temperature in hitrosti ne moremo porazdeliti, kot to lahko naredimo z maso, energijo in nabojem. Pravilna izraza sta temperaturno polje in hitrostno polje ali temperaturni profil in hitrostni profil. Izraza »intenziteta« in »koncentracija« se v literaturi rabita v več pomenih. Če ju že hočemo uporabljati, moramo povedati, kaj pomenita. Pojma »majhen« in »velik« tudi nista definirana. Ko gre zares, moramo reči majhen v primeri z ... ali kaj podobnega.

Nekatere izmed opisanih težav so značilne za slovensko pisanje, druge pa niso odvisne od izbire jezika. Zanimivo skušnjo sem v zadnjih letih doživel s študenti fizike, ki sem jih pregovoril, da so po eno seminarsko predavanje pripravili v svetovnem jeziku. Vsi so izbrali angleščino, kar kaže, da je ruščina v naših šolah hudo zanemarjena. Poskus je sijajno uspel; saj so vsi pisali in govorili angleško brez večje težave in mnogi kar gladko. V rokopisih ni bilo videti veliko napak, razen da sta pogosto manjkala člena »the« ali »a«. Težave z nesistematičnim razporejanjem snovi, z nerazumljivo razlago ali z nelogično povezavo stavkov pa so bile čisto podobne kot v slovenščini. V enem pogledu je bilo z angleščino celo boljše: nobeden ni v njej delal kilometrskih ali po avstrijsko zavitih stavkov. Človek nehote pomisli, da nemara v naših šolah bolje učijo angleščino kot slovenščino. Najnovejši program za predmet

»slovenski jezik in književnost« za naravoslovne srednje šole (Zavod za šolstvo, aprila 1986) res tako kaže. Natanko polovico ur namenja program jezikoslovju in polovico književnosti, nič pa ne pove, kako naj bi se učenci naučili slovenskega pisanja in govorjenja. Program za tuje jezike to obširno razčlenjuje.

4. Zapisovanje matematičnih izrazov

Daljših matematičnih izpeljav ni treba v celoti zapisovati, ker bi zamorile še tako potrpežljivega bralca. Saj vmesne korake lahko razumen bralec naredi sam, če mu damo namig z besedami. Začetni privzetki morajo biti seveda dodobra pojasnjeni in tudi končni komentar ne sme manjkati. Skratka, zapis naj bo takšen, da bralec lahko vse sam ponovi in preveri.

Vsako znamenje razen splošno dogovorjenih sproti pojasnimo, vendar s čim manj besedičenja in vsiljivosti. Seznami znamenj na začetkih člankov v fizikalni literaturi niso v navadi. Nadvse pomembno je, da istega znamenja ne rabimo za dvoje stvari in da za eno količino ne vpeljujemo različnih znamenj. Za več vrednosti iste količine vzamemo isto črko z različnimi indeksi, npr. m_1 in m_2 za masi dveh teles. Z novimi znamenji kar se da varčujemo. Boljše je nekajkrat zapisati kT, kot si izmisliti novo črko za ta namen: $\Theta = kT$. Z znamenjem $\propto$ za sorazmernost prihranimo črke za nezanimive koeficiente. Pomagamo si tudi z znamenji za stopnjo velikosti, npr. $O(x^2)$ (enake stopnje kot x^2), $\gg$, $\ll$, $\approx$ (približno enako) in $\sim$ (ima enako velikostno stopnjo kot ...).

Enačbe morajo biti napisane tako, da veljajo za vsakršne enote. Če ne drugega, se tako ognemo jalovemu vojskovanju z ljubitelji enot, ki mislijo, da so znanstveniki. Spakedrane enačbe $\lambda = 1{,}24\ \mathrm{nm}/(U/\mathrm{kV})$, ki energiji fotona prireja valovno dolžino svetlobe, dandanes ne maramo več. Lahko pa pišemo takole:

$$\lambda = \frac{hc}{e_0} U^{-1} \quad , \quad hc/e_0 = 1{,}24\ \mathrm{nm\ kV}.$$

Vektorje in tenzorje pišemo kolikor je le mogoče z enovitimi simboli, v komponentah pa samo pri konkretnih računih. V zasebnih zapiskih ali na tabli rabimo za vektorje puščice: $\vec{v}$. Tiskajo jih pa raje krepko ali polkrepko; to v rokopisu zaznamujemo s podčrtavanjem.

Kvociente radi pišemo kot ulomke, vendar bi tedaj namesto »števec« in »imenovalec« morali reči dividend in divizor. Če gre rokopis v tisk, je treba pri tem paziti na pisavo. V enačbi, ki je posebej izpisana, lahko stoji $\frac{a}{b}$; če se pojavi tak kvocient v besedilu, pa raje zapišemo a/b, da ne pokvarimo videza strani. Eksponentno funkcijo pišemo po starem samo, če je eksponent preprost, sicer pa raje s funkcijskim znamenjem exp, torej e^{ikx}, vendar $\exp(-mv^2/2kT)$. Za navadne produkte niso potrebne pikice, torej ab, ne $a \,.\, b$, vendar $2 \,.\, 3 = 6$. Piko imamo za skalarni produkt in križ za vektorskega. Če smo v tem dosledni, smemo tenzorski produkt pisati brez posebnega znamenja, torej **ab**, sicer pa lahko $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$. Korenov tiskarji ne marajo; delo jim olajšamo in založbi prihranimo denar, če pišemo $x^{1/2}$ namesto $\sqrt{x}$. Kjer še tiskajo po starem z ulivanjem svinca, tudi ne marajo, da bi se znamenja kopičila drugo nad drugim. Namesto x_1^2 pišemo $x_1{}^2$, namesto $\bar{v}$ pa npr. $\langle v \rangle$.

Matematične izraze tipkamo strnjeno, razen pri znamenjih +, —, =; tam puščamo v rokopisu na levi in desni za črko velik presledek. Tudi pri enotah so potrebni presledki, npr. 0,001 Pa s. Kemijski simboli pa se pišejo brez presledkov: H_2O. Če segata matematični izraz ali enačba preko dveh vrstic, ju smemo sekati le pri enačaju ali manj radi pri znamenjih + ali — in le izjemoma pri »krat«. Znamenje pride v drugo vrstico ali pa ga ponovimo. Prevladuje navada, da enačbe obravnavamo kot dele stavkov in jih zato opremljamo s potrebnimi ločili. Le redke revije se tega ne držijo; med njimi pa je Obzornik za matematiko in fiziko. Vsak stavek se mora začeti z besedo, nikdar z matematičnim simbolom.

5. Pomožno gradivo

Literaturo navajamo iz dveh razlogov. Rokopis naj ne dela vtisa, da smo sami odkrili nekaj, kar smo v resnici vzeli od drugod. Poleg tega navedena literatura bralcu olajša iskanje nadaljnjih podatkov, če jih potrebuje. Seveda pa za splošno znane reči ni treba nikogar citrati.

Način citiranja še ni splošno dogovorjen, temveč ima vsako uredništvo svoje predpise. Pripravno je, če v besedilu opozorimo na literaturo z dvignjenimi številkami ali s številkami v oglatih oklepajih, po redu, kakor pridejo opozorila na vrsto. Na koncu članka je potem seznam literature urejen po teh številkah. Pri članku navedemo začetnico in priimek avtorja (-jev), neobvezno naslov članka, okrajšano ime revije, letnik, v oklepaju letnico in na koncu začetno stran (neobvezno str. od — do). Pri knjigah pa avtorja, naslov knjige in založbo, kraj in letnico. Na primer:

[25] C. Eckart, Rev. Mod. Phys. **2** (1930) 305.

[26] J. M. Blatt, V. F. Weisskopf, *Theoretical nuclear physics*, Wiley, New York 1952.

Literaturne citate vpisujemo že v koncept, da česa v prečiščenem rokopisu ne bi pozabili.

Risbe izdelamo z največjo skrbjo, s tušem na prosojen risalni papir, in sicer v približno 2-krat povečanem merilu. Enako povečamo velikost črk in debelino črt. Paziti je treba, da slike v tisku ne bodo segale čez rob in da bodo ekonomično zasedle prostor. Številko slike vpišemo s svinčnikom na rob risbe, kseroksno kopijo z besedilom pa priložimo rokopisu. Besedilo naj na kratko pove, kaj slika obravnava. Na slikah, ki spremljajo kako matematično izpeljavo, vpišemo kolikor mogoče vsa znamenja, ki se pojavijo v računih. Včasih je perspektivna slika boljša od dvodimenzionalne.

Tudi tabele imajo vsaka svojo številko in spremno besedilo, ki stojita na vrhu. Izmerjene ali izračunane funkcije radi prikažemo s tabelami in še raje z diagrami, nikdar pa z obojim. Avtor naj pomisli, da inteligenten bralec dolgoveznih tabel najbrž sploh ne bo pogledal; čemu bi jih bilo torej treba objavljati?

6. Tisk

Samo na kratko se še pogovorimo o usodi dela, ki gre v tisk! Tiskarna ali urednik pošljeta na vpogled tako imenovani krtačni odtis, ki po navadi še ni razdeljen na strani in kjer slike še niso uvrščene. To je zadnja priložnost, da avtor popravi tiskarjeve in žal večkrat tudi svoje napake. Zelo je treba paziti, čeprav se mudi. Da avtor ne bi ničesar spregledal, naj koga

naprosi, da gleda v rokopis, medtem ko sam na glas bere odtis. Vsako napako je treba tu zaznamovati v besedilu. Enako znamenje ponovimo na robu odtisa; tam pripišemo, kako je treba napako popraviti. Natančna navodila lahko najdemo v Slovenskem pravopisu, ali pa jih dobimo od urednika ali iz tiskarne.

Pri sestavljanju tega spisa mi je Janez Gradišnik pomagal z jezikovnimi nasveti, sin Samo pa me je opozoril na vsebinske neskladnosti. Obema iskrena hvala!

LITERATURA

J. Gradišnik, *Še znamo slovensko?*, Mohorjeva družba, Celje 1981; *Za lepo domačo besedo*, Obzorja, Maribor 1985.

C. Velkovrh, *Nekaj navodil avtorjem za pripravo rokopisa.* Obzornik mat. *fiz.* **21** (1974) 62.

American Institute of Physics, *Style Manual*, New York 1970.

Slovenski pravopis, DZS, Ljubljana 1962.

NOVE KNJIGE

Variational methods for free surface interfaces, Edited by Paul Concus and Robert Finn, Springer Verlag, New York, 1987, 204 str.

Knjiga je zbornik raziskovalnih poročil s konference v Vallombrosa Centru, Menlo Park, Kalifornija (1985). Obravnavane so izoperimetrične naloge, pri katerih robne vrednosti niso zmeraj fiksirane. Osrednji del materiala je s področja minimalnih ploskev. Vidna je povezava s fiziko: kapilarnost, kapilarne ploskve, stabilnost kaplje med dvema vzporednima ploščama, stabilnost kaplje, vrteče se okrog svoje osi, rast in oblika kristalov, širjenje plamena, brizg tekočine, problem rezervoarjev, ločenih s poroznim jezom. Ogledamo si lahko nekaj dosežkov računalniške grafike: ploskve s konstantno povprečno ukrivljenostjo ter minimalne ploskve.

Peter Legiša

SATTINGER D. H., Weaver O. L., Lie Groups and Algebras with Applications to Physics, Geometry, and Mechanics, Springer Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo 1986, 215 str. (Applied Mathematical Sciences, 61).

Knjiga obravnava Liejeve grupe in algebre in njihovo uporabo. Avtorja, pravita, da sta poskušala najti vmesno pot med strogo matematično predstavitvijo in bolj ali manj intuitivnim pristopom, kakršnega si želijo fiziki. Tako privzameta, da bralec že nekaj ve o diferenciabilnih mnogoterostih in zelo hitro prispeta do zanimivejših poglavij teorije in uporabe — vse do kvarkov. Domnevam, da bo taka obravnava ustrezala predvsem fizikom. Knjiga pa bo zanimiva za matematike, ki so se z osnovami tega področja že prej seznanili — tudi kot vir primerov in razlaga uporabe.

Peter Legiša

DOMAČE VESTI

PROFESOR DR. ANTON VAKSELJ — UMRL

Smrt je ponovno razredčila maloštevilno vrsto slovenskih univerzitetnih učiteljev matematike. V 88. letu starosti je umrl Anton Vakselj, upokojeni redni profesor matematike na fakulteti za strojništvo Univerze Edvarda Kardelja v Ljubljani.

Prof. Vakselj se je rodil 9. 12. 1899 v Ljubljani. Po maturi na I. državni gimnaziji v Ljubljani je bil najprej dve leti vpisan na tehniški fakulteti tedaj ustanovljene univerze v Ljubljani, nakar se je preusmeril na matematiko in diplomiral v oktobru 1922 na tedanji filozofski fakulteti. Bil je prvi diplomant z matematičnega področja. Že leto kasneje je doktoriral iz matematike z disertacijo: Doneski k teoriji linearne diferencialne enačbe drugega reda s štirimi singularnimi točkami, kar je bil prvi doktorat iz matematike na tej univerzi. Hkrati z dveletnim študijem v Parizu je postal asistent na filozofski fakulteti ljubljanske univerze in to delo opravljal do leta 1925. Od tedaj do konca vojne pa je služboval na mestni ženski gimnaziji, nekaj časa pa je bil uradnik na mestnem finančnem oddelku v Ljubljani. Po vojni je leta 1946 postal redni profesor za matematiko tehniške fakultete univerze v Ljubljani. Od leta 1960 je nadaljeval univerzitetno delo na fakulteti za strojništvo, vse do leta 1972, ko se je upokojil. Honorarno je nekaj časa poučeval še na oddelku za matematiko, in sicer diferencialno geometrijo in teorijo grup na oddelku za fiziko.

Znanstveni opus profesorja Vakslja obsega 18 člankov, objavljenih v mednarodnih revijah, eno knjigo in dvoje skript. Ukvarjal se je z različnimi področji teorijske matematike; z diferencialno geometrijo, analitičnimi funkcijami in algebro. V diferencialni geometriji sta ga zanimali teorija prostorskih krivulj in teorija ploskev. V algebri je obravnaval faktorske polgrupe kot posplošitev pojma faktorske grupe. Zanimiva je njegova matrična razlaga vektorjev, ki jo v izbrušeni obliki prinaša njegova knjiga z naslovom Osnove matematike s podnaslovom Število — limitni proces. Iz te odlične knjige izhaja avtorjev svojski odnos do matematičnih osnov, kar je zmeraj poudarjal tudi pri predavanjih. V teoriji analitičnih funkcij je zelo pomembna njegova razprava o aproksimativnem vedenju analitične funkcije glede na bilinearno substitucijo, kjer je našel formalno analogijo z vedenjem prostorske krivulje.

Predavanja profesorja Vakslja so bila vselej izbrušena, matematično stroga in za tisti čas nenavadno sodobna, kar je bilo v strokovnem okolju različno sprejeto. Pri študentih je veljal za sicer strogega, vendar pravičnega profesorja, ki je za mladega človeka vselej našel razumevanje. Bil je pri prihodu na predavanja ali odhodu od predavanj kot ura točen. Njegova strokovno zahtevna predavanja so bila vselej polnoštevilno obiskana.

V slovenskih matematičnih vrstah je s smrtjo prof. Vakslja zazijala nenadomestljiva vrzel. Njegov strokovno-znanstveni ugled in pokončni značaj bo ostal vsem, ki smo ga poznali, svetal življenjski vzor.

Bogdan Krušič

NOVE KNJIGE

JAMNIK R., Verjetnostni račun. DMFA SRS, Ljubljana 1987. (Matematika — Fizika; 3 a)

Učbenik Rajka Jamnika Verjetnostni račun je razdeljen na sedem poglavij. V prvem obravnava avtor osnovne pojme te teorije, to so poskus, slučajni dogodek in verjetnost takega dogodka, najprej z intuitivnega stališča, nato pa te pojme vpelje še aksiomatično v smislu A. N. Kolmogorova. Nato se loti osnovnih lastnosti verjetnosti, vpelje pogojne verjetnosti in neodvisnost dogodka s poudarkom na intuitivnem pristopu ter v obravnavi relejnih po skusov izpelje formulo o popolni verjetnosti in Bayesovo formulo za osnovni primer končnega števila hipotez.

V drugem poglavju se avtor loti obravnave zaporedja neodvisnih poskusov na Bernoullijevem primeru. Z elementarnimi sredstvi izpelje Poissonov, lokalni Laplaceov in integralni Laplaceov limitni izrek. Poglavju doda še nekaj zanimivih zgledov za aplikacijo teh teorij.

V tretjem razdelku vpelje avtor pojem slučajne spremenljivke s poudarkom spet na intuitivnem pristopu. Nato izpelje osnovne lastnosi porazdelivene funkcije ter obravnava najpomembnejše diskretne in zvezne porazdelitve. Sorodno obdela slučajne vektorje ter se loti še pogojnih porazdelitev. Pri tem se odloči za klasično pot in izpelje formulo za pogojno porazdelitveno funkcijo glede na diskretno in glede na zvezno slučajno spremenljivko, ne dobi pa splošne formule. Za konec obravnava še vrsto primerov funkcij slučajnih spremenljivk in slučajnih vektorjev.

Četrto poglavje je namenjeno številskim karakteristikam slučajnih spremenljivk. V njem navtor najprej intuitivno vpelje pojem matematičnega upanja slučajne spremenljivke, nato pa ga definira še aksiomatično s pomočjo Lebesguovega integrala. Na običajen način lahko zdaj obravnava disperzijo in standardno deviacijo, v okviru izpeljanih tehničnih možnosti pa še pogojno matematično upanje in regresijo. Sredstev je zdaj dovolj za študij lastnosti matematičnega upanja in disperzije ter za motivirano vpeljavo korelacijskega koeficienta. Avtor obravnava v tem poglavju še višje momente, vrstilne karakteristike ter matematično upanje in disperzijo slučajnega vektorja.

Rodovne in karakteristične funkcije so tema petega poglavja. Po definiciji rodovnih funkcij za celoštevilske slučajne spremenljivke mora avtor najprej vpeljati še pojem kompleksnih slučajnih spremenljivk, da bi lahko elegantneje definiral karakteristično funkcijo poljubne slučajne spremenljivke. Sledijo obratna formula, izrek o edinosti, obravnava zveznosti Fourier-Stieltjesove transformacije ter karakteristične funkcije slučajnih vektorjev.

V šestem poglavju se avtor loti limitnih izrekov. Vpelje verjetnostno konvergenco zaporedja slučajnih spremenljivk, skoraj gotovo konvergenco ter konvergenco v osnovnem. Nato izpelje več zadostnih pogojev za šibki zakon velikih števil, za krepki zakon velikih števil ter za centralni limitni izrek. Obravnava je klasična, a dokaj popolna. Kot stranski rezultat izpelje tu avtor tudi znameniti Borel-Cantellijev lema, ne pa tudi zakon 0 — 1 Kolmogorova.

V sedmem poglavju je podana zelo lepa in dokaj popolna obravnava Markovskih verig z diskretno zalogo stanj. Po razčiščenju osnovnih pojmov in klasifikaciji stanj se avtor loti temeljite obravnave ergodijskih lastnosti Markovskih verig, posebej pa se posveti še minljivim stanjem.

V dodatku avtor natančno dokaže znameniti Carathéodoryjev izrek o razširitvi mere. Vsakemu poglavju je dodan reprezentativen izbor nalog, na koncu knjige pa najdemo še rešitve teh nalog, nekaj tabel osnovnih verjetnostnih porazdelitev, seznam literature ter stvarno in imensko kazalo.

Knjiga je napisana v klenem slovenskem jeziku. Vsebinsko bi morda avtorju kdo s stališča teoretične matematike lahko očital premajhno naslonitev na teorijo mere in prevelik poudarek na intuitivnem pristopu. Vendar pa je avtor kot pravi sam že v uvodu, to delo namenil tudi tistim, ki imajo opraviti z uporabami verjetnostnega računa, predvsem v naravoslovju, tehniki in statistiki, tem pa bo njegov pristop z dosledno uporabo porazdelitvene funkcije namesto porazdelitvenega zakona gotovo bližji. Izvirna je tudi avtorjeva razporeditev snovi, predvsem na začetku, ko že v drugem poglavju obravnava znameniti in zgodovinsko tako pomembni Bernoullijev primer zaporedja neodvisnih poskusov. Prikaz tega primera bi bil morda lahko matematično bolj utemeljen v šestem poglavju po temeljiti obravnavi splošnih limitnih izrekov. Zato pa avtor s tako razporeditvijo snovi že takoj na začetku na naraven način vpelje celo vrsto verjetnostnih porazdelitev, ki so tako pomembne v aplikacijah.

Verjetnostni račun Rajka J a m n i k a ni le ponatis prve izdaje tega učbenika. Tu gre za poglobljeno in dopolnjeno delo, ki bo prišlo prav ne le študentom, temveč vsakomur, ki ga zanima to poglavje uporabne matematike.

Matjaž Omladič

KUŠČER I., ŽUMER S., Toplota, Ljubljana, DMFA SRS 1987. (Matematika — Fizika; 28)

Izšla je nova, izpopolnjena izdaja učbenika *Toplota* izpod peresa profeforjev I. Kuščerja in S. Žumra. Ta odlični učbenik termodinamike in statistične mehanike seže po zahtevnosti in obsegu precej preko snovi, ki jo je mogoče obravnavati v okviru dodiplomskega študija. Dobrodošel bo študentom predvsem pri bolj poglobljenem študiju termodinamskih lastnosti snovi.

Učbenik začne s termodinamiko in jo predstavi kot samostojno panogo fizike, čeprav z omejeno uporabo. Šele v drugem delu pojasni, kako in v kakšnem smislu sledi termodinamika iz statistične mehanike. Avtorja pokažeta, da je tak pristop še danes pedagoško smotrn, saj vpeljeta termodinamske količine nedvoumno, nazorno in povezane z meritvijo. K razumevanju entropijskega zakona avtorja veliko prispevata s tem, da ga vpeljeta po Caratheodoryjevi poti, ki se ji večina učbenikov žal izogne. Dokaj uspešno sta rešila pedagoški problem prikaza Caratheodoryjeve poti, ideje so jasne, podrobnosti pa še nekoliko prezamotane.

V drugem delu učbenika avtorja obravnavata ideje in metode statistične mehanike. Prva polovica tega dela je posvečena klasični, druga pa kvantni statistični mehaniki. Sledijo še poglavja o transportnih pojavih in kinetični teoriji plinov.

Delo *Toplota* ni standarden učbenik, ki bi študenta učil le obrti na tem zanimivem področju fizike. Je nekaj več. Ne izogiba se še nerešenih vprašanj in podaja globlji vpogled v filozofijo in problematiko te veje fizike. Avtorja vsekakor izpolnita obljubo iz predgovora, da »se da še kaj krajše in bolj razumljivo povedati«, kot je v drugih knjigah.

Peter Gosar in *Mitja Rosina*

Upravni odbor Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS

vabi na

39. OBČNI ZBOR DRUŠTVA

Vabimo tudi vse tiste, ki se v poklicu v šolah, ustanovah in podjetjih ukvarjajo z matematiko ali fiziko in še niso člani društva.

SPORED:

Petek, 16. 10. 1987

12.00 in dalje prijave v recepciji Terme Topolšica
16.00 Tomaž Skulj: Računalnik v šoli
17.30 Okrogla miza: Položaj matematike in fizike v šoli
19.30 Večerja in družabni večer

Sobota, 17. 10. 1987

9.00 Občni zbor
12.30 Kosilo

Predsednik DMFA SRS:
France Križanič

— — Odreži —

PRIJAVA

Prijavljam se na 39. občni zbor DMFA SRS, ki bo 16. in 17. oktobra 1987 v Termah Topolšica, tel. (063) 891-120

Ime in priimek (tiskano) .....

Točen naslov .....

Rezervirajte mi prenočišče skupaj z .....

Rezervirajte mi prenočišče v enoposteljni, dvoposteljni sobi ..... (štev.)

Rezervirajte mi penzion v enoposteljni, dvoposteljni sobi ..... (štev.)

Podpis:

OBČNI ZBOR — DNEVNI RED

1. Otvoritev
2. Imenovanje častnih članov
3. Društvena priznanja
4. Poročila o delu društva
5. Razprava o poročilih
6. Poročilo nadzornega odbora
7. Volitve novega odbora
8. Pregled sklepov in razno

— — Odreži —

70.— din

TERME TOPOLŠICA
63326 TOPOLŠICA

VSEBINA OBZORNIKA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO 34 (1987) št. 1—7, str. 1—224

Članki — matematika

Prijateljska števila (Jože Grasselli) . . . . . 1— 7
Kubične krivulje (Ivan Vidav) . . . . . 9— 21
Nova pot do Lebesgua (Niko Prijatelj) . . . . . 23— 33
Geometrijska podoba odvoda (France Križanič) . . . . . 35— 52
O Borsukovem antipodnem izreku (Neža Mramor Kosta) . . . . . 65— 72
Euler-Poissonov integral na geometrijski način (Marko Razpet) . . . . 73— 74
D'Alembertova funkcionalna enačba (Joso Vukman) . . . . . 75— 77
Problem invariantnih podprostorov (Bojan Magajna) . . . . . 97—113

Članki — fizika in astronomija

Fizikalne razmere v zvezdah (Tomaž Zwitter) . . . . . 53— 55
Višina vesoljskih teles (Marijan Prosen) . . . . . 56— 58
Fluktuacijski interferometer (Ivo Verovnik, Andrej Likar) . . . . . 79— 86
Interferenčni poskus s curkom atomov na svetlobi (Janez Strnad) . . . 87— 91
Gravitacijski zakon je star tristo let — Ali še velja? (Janez Strnad) . . 115—122
O Brewstrovem zakonu (Peter Gosar) . . . . . 125—127
Merjenje in krmiljenje fizikalnih procesov z mikroračunalnikom (Slavko Kocijančič) . . . . . 129—132
Vztrajnostni moment homogene trikotne plošče (Nada Razpet) . . . . . 133—134
Poletna šola opazovalne astronomije in astrofizike vatikanskega observatorija (Tomaž Zwitter) . . . . . 135—137
Fizikalna olimpiada v Veliki Britaniji (Bojan Golli) . . . . . 138—143
Rayleigh-Jeansov približek (Marijan Prosen) . . . . . 143—144
Radioaktivni izotopi v medicini (Marjan Erjavec) . . . . . 161—167
Slikanje z jedrsko magnetno resonanco v medicini (Janez Stepišnik) . . 169—177
Laserji v medicini (Jože Žakelj) . . . . . 179—182
Biofizika rdeče krvne celice (Saša Svetina) . . . . . 183—191
Človeško telo in fizika v srednji šoli (Sergej Pahor) . . . . . 193—199
Ultrazvok v medicini (Marjan Pajntar) . . . . . 201—206
Stefanova naloga (Janez Strnad) . . . . . 207—210
O strokovnem pisanju (Ivan Kuščer) . . . . . 211—219

Nove knjige

Kozak J., Podatkovne strukture in algoritmi (Marko Petkovšek) . . . . 7— 8
Waerden B. L. van der, A history of algebra (Alojzij Vadnal) 21
Bogoyavlensky O. I., Methods of the qualitative theory of dynamical systems in astrophysics and gas dynamic (Andrej Čadež) 22
Grasselli J., Linearna algebra.
Vadnal A., Linearno programiranje.
Jamnik R., Trigonometrijske vrste. Stieltjesov integral. Lebesguov integral.
Krušič B., Dvojni in mnogoterni integral.
Vidav I., Diferencialna geometrija v prostoru.
Vencelj M., Vektorska analiza.
Jamnik R., Verjetnostni račun in statistika.
Vidav I., Višja matematika II (Peter Legiša) . . . . . 33— 34
Finn R., Equilibrium capillary surfaces (Drago Bajc) 52
Grossman I., Magnus W., Grupe i njihovi grafovi (Bojan Mohar) . . . 55
Stanton D., White D., Constructive combinatorics (Sandi Klavžar) . . . 58
Paterson A. R., A first course in fluid dynamic (Drago Bajc) 59
Strnad J., Na pot v kvantno elektrodinamiko (Martin Čopič) 60
Onicescu O., Principes de logique et de philosophie mathematique (Janez Rakovec) 61
Muršič M., Osnove tehniške mehanike. 2. del, Kinematika (Mladen Houška) 61— 62
Varadarajan V. S., Geometry of quantum theory (Ivan Vidav) . . . . 62— 64
Klinc T., Zapiski predavanj iz matematike. Prvi letnik (Boris Lavrič) . . 72
Feynman R. P., QED the strange theory of light and matter (Janez Strnad) 92— 93

La Salle J. P., The stability and control of discrete processes (Matjaž Omladič) . . . 113
Hijab O., Stabilization of control systems (Matjaž Omladič) . . . 113
Todorov I. T., Conformal description of spinning particles (Matjaž Poljšak) . . . 114
Oscillation theory, computation and methods of compensated compactness (Anton Suhadolc) . . . 124
Javor P., Matematička analiza. Zbirka zadataka (Damjan Kobal) . . . 124
Paterson A. R., A first course in fluid dynamics (Peter Gosar) . . . 127
Perelomov A., Generalized coherent states and their applications (Peter Gosar) . . . 128
Javor P., Uvod u matematičku analizu (Janez Rakovec) . . . 128
Lavosz L., Plummer M. D., Matching theory (Matija Lokar) . . . 160
Proceedings of the 4. Pannonian symposium on mathematical statistics. Vols A and B. (Matjaž Omladič) . . . 160
Øksendal B., Stochastic differential equations (Matjaž Omladič) . . . XIX
Fomenko A. T., Fuchs D. B., Gutenmauher V. L., Homotopic topology (Dušan Repovš) . . . 168
Computereinsatz. Handbuch der experimentellen Physik (Andrej Likar, Janez Strnad) . . . 178
Variational methods for free surfaces interfaces (Peter Legiša) . . . 219
Sattinger D. H., Weaver O. L., Lie groups and algebras with applications to physics, geometry and mechanics (Peter Legiša) . . . 219
Jamnik R., Verjetnostni račun (Matjaž Omladič) . . . 221—222
Kuščer I., Žumer S., Toplota (Peter Gosar, Mitja Rosina) . . . 222

Domače vesti

Mednarodni kongres matematikov, Berkeley 1986 (Dušan Repovš) . . . 64—VII
12. seminar iz fizike — Medicina in fizika — vabilo (Janez Strnad) . . . VIII
Poletna šola Intertrade — IBM (Izidor Hafner) . . . 78
Mednarodno tekmovanje študentov matematike 1986 (Peter Šemrl) . . . 94— 96
Profesor dr. Ivan Kuščer — častni član društva (Zbral Janez Strnad) . XI
38. občni zbor DMFA SRS (Dušan Modic) . . . XII
Prešernove nagrade študentov matematike in fizike (Zbrala in uredila Maja Bleiweis, Ciril Velkovrh) . . . 145—146
Seznam diplomantov prve, druge in tretje stopnje ter doktoratov iz matematike in fizike v letu 1986 (Zbrala in uredila Maja Bleiweis, Ciril Velkovrh) . . . 147—149
Profesorju Alojziju Vadnalu (France Križanič) . . . 150
Profesorju Franju Dominku (France Križanič) . . . 151
Raziskovalne naloge oddelka za matematiko IMFM v letu 1986 (Zbral in uredil Ciril Velkovrh) . . . 152—156
Novi člani DMFA SRS v letu 1986 (Ciril Velkovrh) . . . 156
Visokošolska matematika v ZDA (Dušan Repovš) . . . 157—159
Publikacije Komisije za tisk DMFA SRS v letu 1986 (Ciril Velkovrh) . XIX—XX
Nagrade sklada Borisa Kidriča v letu 1987 (Zbral in uredil Ciril Velkovrh) 192
12. seminar iz fizike — Medicina in fizika (Janez Strnad) . . . 200
Profesor dr. Anton Vakselj — umrl (Bogdan Krušič) . . . 220
39. občni zbor društva — vabilo (France Križanič) . . . 223—224

Obvestila

Obvestilo naročnikom (Janez Strnad, Ciril Velkovrh) . . . 77, 200
Podiplomski študij matematike — področje izobraževanje — vabilo (Peter Petek) . . . 78
Vabilo (Milena Kožar) . . . 123
Navodilo avtorjem za pripravo rokopisa . . . 200

Utrinek

Kako dosežete, da postane fizika samouničevalna? (Prev. Janez Strnad) . 123