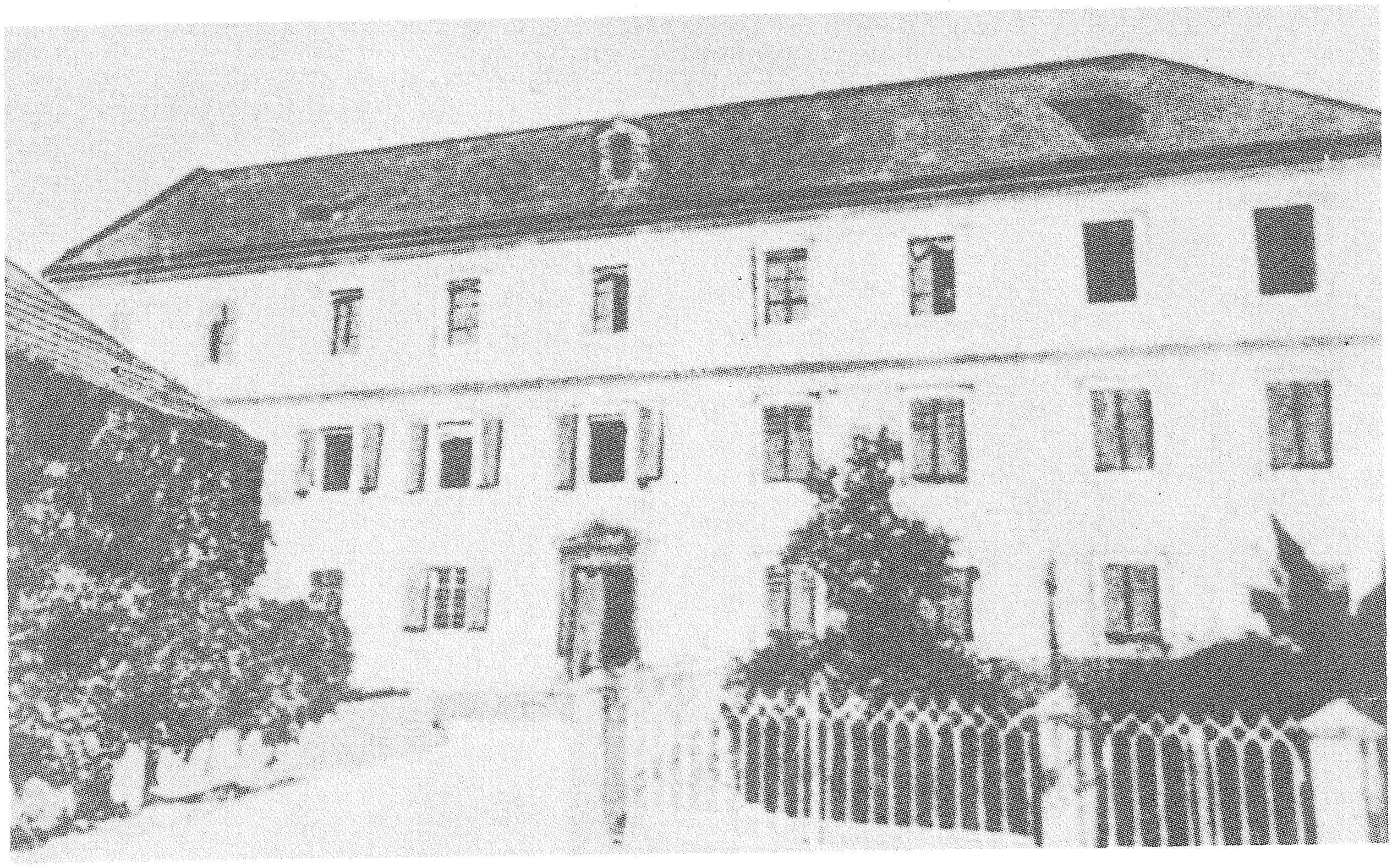
IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

YU ISSN 0473-7466

1986
Letnik 33
6

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



LETNIK 33 — ŠTEVILKA 6

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, NOVEMBER 1986

Uredniški odbor: Peter Petek — glavni urednik, Janez Strnad — urednik za fiziko in odgovorni urednik, Matjaž Omladič — urednik za matematiko, Ciril Velkovrh — urednik.

Odbor svetovalcev: Robert Blinc, Alojz Kodre, Peter Legiša, Anton Moljk, Mitja Rosina, Tomaž Skulj, Anton Suhadolc, Ivan Vidav.

Jezikovni pregled Marija Janežič, slike Miha Štalec.

Naročnina: za posameznike 1500.— din (za člane društva je že vračunana članarina), za dijake in študente 750.— din, za ustanove in podjetja 3000.— din, za tujino 20 $, posamezna številka 500.— din, dvojna številka 1000.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS — Podružnica Ljubljana — Obzornik za matematiko in fiziko, 61111 Ljubljana, Jadranska cesta 19, p. p. 64, telefon št. (061) 265-061/53, žiro račun 50101-678-47233, devizni račun pri Ljubljanski banki št. 50100-620-107-257300-5694/4.

Tisk: Tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani. Naklada 1500 izvodov. Izdajo revije sofinancirata ISS in RSS.

© 1986 DMFA SRS — 818 Poštnina plačana na pošti 61102 Ljubljana

---

VSEBINA — CONTENTS

Str.-Page

Članki — Articles

Metoda aritmetično-geometrične sredine — A method of arithmetic-geometric mean (Marko Razpet) 161

Gibanje telesa v gravitacijskem polju — Motion of a body in the earth's gravitational field (Janez Komelj) 165

Geotomografija — Geotomography (Saša Bajt) 168

Razlage Brewstrovega pojava (Janez Strnad) — Explanation of Brewster's law 175

Obvestila

Odkup starejšik knjig (Ciril Velkovrh) 181

Domače vesti — Home news

Seznam diplomantov prve, druge in tretje stopnje ter doktorandov iz matematike in fizike v letu 1985 (Zbral in uredil Ciril Velkovrh) 186

11. matematični seminar (Martina Koman) 190

38. občni zbor DMFA SRS (Janez Strnad) . . . . . III, IV

Nove knjige — New books (Matjaž Omladič, Tomaž Kranjc, Janez Strnad, Peter Vencelj, Bojan Magajna, Janez Strnad 164, 174, 182, 183, 184

Na ovitku: Najstarejša fotografija stare novomeške gimnazije. Šolo sta obiskovala tudi dva znamenita Slovenca: fizik Ignacij Klemenčič (1863/64—1870/71) in matematik Josip Plemelj (1893/94). V Novem mestu bo letos redni občni zbor našega društva

METODA ARITMETIČNO-GEOMETRIČNE SREDINE

MARKO RAZPET

Math. Subj. Class. (1980) 33 A 25, 65 D 30

V članku je podana metoda aritmetično-geometrične sredine za numerično računanje popolnih eliptičnih integralov prve in druge vrste.

A METHOD OF ARITHMETIC-GEOMETRIC MEAN

In this article a method of arithmetic-geometric mean for the evaluation of complete elliptic integrals of the first and second kind is given.

1. Namesto popolnih eliptičnih integralov prve in druge vrste v Legendrovi obliki (običajna oznaka je $\mathbf{K}(k)$ in $\mathbf{E}(k)$) si bomo ogledali nekoliko splošnejši obliki integralov:

$$K(a, b) = \int_0^{\pi/2} (a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi)^{-1/2} \, d\varphi \text{ (prve vrste) in}$$

$$E(a, b) = \int_0^{\pi/2} (a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} \, d\varphi \text{ (druge vrste).}$$

Pri tem bomo vzeli, da sta a in b pozitivni števili. Z uvedbo nove integracijske spremenljivke $\psi = \pi/2 - \varphi$ se lahko takoj prepričamo, da je $K(a, b) = K(b, a)$ in $E(a, b) = E(b, a)$. Še laže je videti: $K(a, a) = \pi/(2a)$ in $E(a, a) = \pi a/2$. Zato bomo do konca imeli opravka s primerom, ko je $0 < a < b$.

Naj bo b_1 aritmetična, a_1 pa geometrična sredina števil a in b: $a_1 = (a\,b)^{1/2}$ in $b_1 = (a + b)/2$. Tedaj velja $a < a_1 < b_1 < b$.

Najprej izpeljimo pomembni formuli:

$$K(a, b) = K(a_1, b_1) \tag{1}$$

$$E(a, b) = 2E(a_1, b_1) - a_1^2 K(a, b) \tag{2}$$

Formuli (1) in (2) sta bili znani že Gaussu. Izpeljava je nekoliko daljše, toda rutinsko opravilo. Najprej vpeljemo novo integracijsko spremenljivko u tako:

$$u(\varphi) = (a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} \text{ za } 0 \leqslant \varphi \leqslant \pi/2$$

Z odvajanjem dobimo

$$d\,u/d\,\varphi = ((b^2 - a^2)/u) \sin \varphi \cos \varphi$$

Za $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi/2$ je u monotono naraščajoča funkcija, ki interval $[0, \pi/2]$ povratno enolično preslika na $[a, b]$, pri čemer je $u(0) = a$ in $u(\pi/2) = b$. Z nekoliko trigonometrije pridemo do zvez

$$(b^2 - a^2)^{1/2} \sin \varphi = (u^2 - a^2)^{1/2}, \quad (b^2 - a^2)^{1/2} \cos \varphi = (b^2 - u^2)^{1/2}$$

Nazadnje lahko zapišemo

$$d\,u/d\,\varphi = ((u^2 - a^2)\,(b^2 - u^2))^{1/2}/u$$

integrala $K(a, b)$ in $E(a, b)$ pa sta po tej transformaciji takale:

$$K(a, b) = \int_a^b ((u^2 - a^2)(b^2 - u^2))^{-1/2} \, d u$$

$$E(a, b) = \int_a^b u^2((u^2 - a^2)(b^2 - u^2))^{-1/2} \, d u$$

Integrala je treba razumeti kot posplošena, podintegralski funkciji sta v krajiščih neomejeni, toda na vsakem podintervalu intervala (a, b) integrabilni. V oba integrala uvedemo še eno novo integracijsko spremenljivko $v(u)$ s predpisom

$$v(u) = (u + a\,b/u)/2 \quad , \quad a < u < b$$

Očitno je $v(a + 0) = b_1$ in $v(b - 0) = b_1$.

Iz odvoda $d\,v/d\,u = (1 - a\,b/u^2)/2$ takoj vidimo, da je v točki $u = (a\,b)^{1/2} = a_1$ minimum funkcije v na intervalu (a, b), in sicer $v(a_1) = a_1$. Funkcija v je na (a, a_1) monotono padajoča, na (a_1, b) pa monotono naraščajoča. Skrčitvi funkcije v na (a, a_1) oziroma na (a_1, b) sta zato povratno enolični funkciji, za kateri obstajata inverzni funkciji, označimo ju z u_- in u_+. Zanju dobimo izraza

$$u_-(v) = v - (v^2 - a_1^2)^{1/2} \text{ in } u_+(v) = v + (v^2 - a_1^2)^{1/2} \quad , \quad a_1 < v < b_1$$

Za odvoda dobimo po kratkem računu izraza

$$d\,u_-/d\,v = -u_-(v^2 - a_1^2)^{-1/2} \text{ in } d\,u_+/d\,v = u_+(v^2 - a_1^2)^{-1/2}$$

Iz definicije funkcije v neposredno sledi enakost $u^2 + a_1^2 = 2u\,v$, kjer je namesto u bodisi lahko u_- bodisi u_+. Tedaj velja

$$(u^2 - a^2)(b^2 - u^2) = (u + a)(u + b)(u - a)(b - u) =$$
$$= (u^2 + (a + b)\,u + a\,b)(-u^2 + (a + b)\,u - a\,b) = 4u^2(b_1^2 - v^2)$$

Po tej pripravi razdelimo integrala po spremenljivki u na dva dela: na integral po intervalu (a, a_1), kjer vpeljemo $u = u_-(v)$, in po intervalu (a_1, b), kjer pa vzamemo $u = u_+(v)$. Za $K(a, b)$ dobimo

$$K(a, b) = (-\tfrac{1}{2}) \int_{b_1}^{a_1} ((v^2 - a_1^2)(b_1^2 - v^2))^{-1/2} \, d\,v +$$
$$+ (\tfrac{1}{2}) \int_{a_1}^{b_1} ((v^2 - a_1^2)(b_1^2 - v^2))^{-1/2} \, d\,v =$$
$$= \int_{a_1}^{b_1} ((v^2 - a_1^2)(b_1^2 - v^2))^{-1/2} \, d\,v = K(a_1, b_1)$$

Za $E(a, b)$ ravnamo podobno:

$$E(a, b) = (-\tfrac{1}{2}) \int_{b_1}^{a_1} (v - (v^2 - a_1^2)^{1/2})^2 ((v^2 - a_1^2)(b_1^2 - v^2))^{-1/2} \, d\,v +$$
$$+ (\tfrac{1}{2}) \int_{a_1}^{b_1} (v + (v^2 - a_1^2)^{1/2})^2 ((v^2 - a_1^2)(b_1^2 - v^2))^{-1/2} \, d\,v =$$
$$= \int_{a_1}^{b_1} (2v^2 - a_1^2)((v^2 - a_1^2)(b_1^2 - v^2))^{-1/2} \, d\,v = 2E(a_1, b_1) - a_1^2 K(a_1, b_1)$$

Ker smo (1) že dokazali, smo s tem dokazali tudi (2).

2. Tvorimo sedaj zaporedji $a_0, a_1, a_2, \ldots$ in $b_0, b_1, b_2, \ldots$, kjer je $a_0 = a$, $b_0 = b$, $a_{n+1} = (a_n b_n)^{1/2}$ in $b_{n+1} = (a_n + b_n)/2$ za $n = 0, 1, 2, \ldots$ Znano je (glej [3], Vidav), da je $a_n < b_n$ za vsako naravno število n; zaporedje (a_n) je naraščajoče, zaporedje (b_n) pa je padajoče, eno kot drugo je omejeno, zato obstajata limiti $\lim a_n$ in $\lim b_n$, ki sta enaki in odvisni od a in b. Označimo to skupno limito z $\mu(a, b)$; lahko bi jo imenovali *aritmetično-geometrično sredino* števil a in b. Zaporedji (a_n) in (b_n) definirata zaporedji integralov $(K(a_n, b_n))$ in $(E(a_n, b_n))$, pri katerih stojijo pod znakom integrala izrazi

$$u_n(\varphi) = (a_n^2 \cos^2 \varphi + b_n^2 \sin^2 \varphi)^{1/2} \text{ za } 0 \leqslant \varphi \leqslant \pi/2$$

Zanje veljajo ocene

$$a_n \leqslant u_n(\varphi) \leqslant b_n \text{ in } 1/b_n \leqslant 1/u_n(\varphi) \leqslant 1/a_n \text{ pri } 0 \leqslant \varphi \leqslant \pi/2$$

Iz tega dobimo po znanem pravilu

$$a_n \pi/2 \leqslant E(a_n, b_n) \leqslant b_n \pi/2 \text{ in } \pi/(2b_n) \leqslant K(a_n, b_n) \leqslant \pi/(2a_n)$$

Iz teh ocen pridelamo

$$\lim E(a_n, b_n) = \mu(a, b)\, \pi/2 \text{ in } \lim K(a_n, b_n) = \pi/(2\mu(a, b))$$

Po formuli (1) smo tako prišli do rezultata

$$K(a, b) = \pi/(2\mu(a, b))$$

Z večkratno zaporedno uporabo formule (2) pridemo do izraza:

$$E(a, b) = 2^n E(a_n, b_n) - (a_1^2 + 2a_2^2 + 4a_3^2 + \ldots + 2^{n-1} a_n^2)\, K(a, b)$$

Zaporedji (a_n) in (b_n) hitro konvergirata. Ko sta a_n in b_n dovolj blizu skupaj, je izraz $\pi/(2a_n)$ dober približek za $K(a, b)$, izraz

$$2^n \pi a_n/2 - (a_1^2 + 2a_2^2 + 4a_3^2 + \ldots + 2^{n-1} a_n^2)\, K(a, b)$$

pa bo dober približek za $E(a, b)$.

3. Popolna eliptična integrala prve in druge vrste v Legendrovi obliki zapišemo tako:

$$\mathbf{K}(k) = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{-1/2}\, d\varphi \quad , \quad \mathbf{E}(k) = \int_0^{\pi/2} (1 - k^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}\, d\varphi$$

za $0 < k < 1$. S kratkim računom preverimo, da veljata enakosti $\mathbf{K}(k) = K(k', 1)$ in $\mathbf{E}(k) = E(k', 1)$, kjer je $k' = (1 - k^2)^{1/2}$. Poglejmo, kako deluje metoda na številskih primerih. Aritmetično-geometrična sredina števil $\mu(k', 1)$ je pri vsakem primeru izračunana na 7 decimalk natančno, končni rezultati pa so zaokroženi na 6 decimalk. Število n pomeni, koliko iteracij je bilo za tako natančnost potrebno opraviti. Tako dobimo naslednjo tabelo:

Primer	k	$\mathbf{K}(k)$	$\mathbf{E}(k)$	n
1	0,00001	1,570796	1,570796	1
2	0,23400	1,592988	1,549068	2
3	0,57500	1,732249	1,431548	3
4	0,77500	1,950244	1,298089	3
5	0,99000	3,356601	1,028476	4
6	0,99999	6,796220	1,000063	5

Če je parameter k blizu 1, moramo pri predpisani natančnosti napraviti več iteracij; to pa ni čudno, saj $\mathbf{K}(k)$ neomejeno raste, ko k gre proti 1.

4. Integrala $\mathbf{K}(k)$ in $\mathbf{E}(k)$ srečujemo v mehaniki (nihajna doba matematičnega nihala pri velikih amplitudah), v geometriji (obseg elipse, lemniskate, večperesnih deteljic), v elektrotehniki (medsebojna induktivnost okroglih zank) in morda še kje. Podobne, toda bolj komplicirane metode so izdelane tudi za nepopolne eliptične integrale (glej [1], Abramowitz).

LITERATURA

[1] M. Abramowitz, I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions,* Dover Publications, New York 1965, str. 598.

[2] G. M. Fihtengol'c, *Kurs differencial'nogo i integral'nogo isčislenija,* Nauka, Moskva 1969, str. 141.

[3] I. Vidav, *Višja matematika I,* DZS, Ljubljana 1968, str. 40.

NOVE KNJIGE

LIGGETT T. M., Interacting particle systems, New York, Springer Verlag 1985. — (Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften ; 276).

Pričujoča knjiga iz najznamenitejše Springerjeve matematične zbirke je prvo resno delo s področja sistemov majhnih delcev, ki medsebojno učinkujejo. Motivacija za nastanek te teorije prihaja iz statistične mehanike, današnja uporaba rezultatov pa sega tudi na mnoga druga področja, kot so na primer biologija, medicina, ekonomija idr. Dokler delci ne učinkujejo drug na drugega, lahko celotni sistem in tudi razvoj posameznega delca obravnavamo s teorijo markovskih procesov. Če pa predpostavimo, da delci med seboj na poseben način učinkujejo, se lahko zgodi, da se da celoten sistem še zmerom obravnavati kot markovski proces, pot posameznega delca pa ne več. Obravnava takih problemov je bistveno zahtevnejša od študija klasičnih procesov, kot je, denimo, Brownovo gibanje. Za začetnika teorije štejemo ameriškega matematika F. Spitzerja in R. L. Dobrušina iz Sovjetske zveze.

Kljub kratki, komaj petnajstletni zgodovini obsega teorija danes že nekaj stotin člankov in kakšnih deset monografij, zato bo knjiga dobrodošla vsakomur, ki želi resno delovati in prispevati k razvoju teorije, koristila pa bo tudi strokovnjakom za slučajne procese, ki se želijo seznaniti s to novo, stransko vejo tega področja. Avtor si je delo zamislil kot referenčno knjigo, na katero naj bi se sklicevali raziskovalci. Zato jo je opremil z bogatim seznamom literature, vsakemu poglavju pa je dodal poseben razdelek z beležkami o razvoju posameznih rezultatov, nekaterim poglavjem pa še razdelek z odprtimi problemi. Samo delo je razdelil v devet poglavij. Prvi dve sta pripravljalne narave, druga pa se ukvarjajo vsak s svojim posebnim primerom sistema delcev, ki medsebojno učinkujejo. Tako se tretji posveča spinskim sistemom na splošno, naslednji štirje pa posebnim primerom teh sistemov, kakršen je, denimo, model volivca. Osmo poglavje je posvečeno procesom izločanja, zadnje pa linearnim procesom, katerih vrednosti so pozitivne funkcije.

Delo obsega 489 strani in vsebuje poleg že omenjenega izčrpnega seznama literature, kot smo v tej elitni zbirki že navajeni, tudi bogato stvarno kazalo.

Matjaž Omladič

GIBANJE TELESA V GRAVITACIJSKEM POLJU ZEMLJE

JANEZ KOMELJ

PACS 95.10.Ce

Prispevek navaja nekoliko nenavaden odgovor na vprašanje iz Obzornika.

MOTION OF A BODY IN THE EARTH'S GRAVITATIONAL FIELD

In the contribution a somewhat unusual answer is presented to a question given in Obzornik.

Gibanje navpično vrženega kamna v Zemljinem gravitacijskem polju pri pogojih iz vprašanja [1] opisuje diferencialna enačba

$$x'' = -\mu/x^2 \tag{1}$$

z robnima pogojema

$$x(0) = x(T) = R \tag{2}$$

x je oddaljenost kamna od središča Zemlje, $\mu = g R^2$, $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$ težni pospešek na površju Zemlje, $R = 6400$ km polmer Zemlje in $T = 3$ dni čas, v katerem se kamen vrne na Zemljo.

Če enačbo (1) na obeh straneh pomnožimo z x', jo zlahka predelamo v $d(x'^2/2 - \mu/x)/dt = 0$, ki po integraciji da

$$x'^2/2 - \mu/x = -\mu/2a \tag{3}$$

Ker se kamen vrne na Zemljo, je konstantna vsota kinetične in potencialne energije $-\mu/2a$ negativna, konstanta a pa pozitivna. Enačba (3) pove, da je končna hitrost, ko se kamen vrne na Zemljo, po velikosti enaka začetni hitrosti in da je x maksimalen, ko je $x' = 0$. Tedaj je kamen najviše in doseže višino $h = 2a - R$.

Reševanje naloge bi lahko nadaljevali z ločitvijo spremenljivk v enačbi (3) in integriranjem, vendar bomo ubrali drugo pot. Gibanje kamna si lahko predstavljamo kot gibanje po delu elipse z veliko polosjo a, katere mala polos b teži k 0 in ekscentričnost $e = (a^2 - b^2)^{1/2}/a$ k 1. V limiti se elipsa izrodi v daljico z dolžino $2a$, njeni gorišči pa v krajišči daljice — središče Zemlje in točko, do katere prileti kamen. Tudi za tako »elipso« z ekscentričnostjo $e = 1$ lahko uporabimo klasično določanje lege in hitrosti na eliptični poti v odvisnosti od časa t z *ekscentrično anomalijo* $E = E(t)$, ki zadošča Keplerjevi enačbi

$$E - \sin E = \mu^{1/2} a^{-3/2} (t - \tau) \tag{4}$$

Integracijska konstanta τ ustreza hipotetičnemu trenutku meta kamna iz središča Zemlje, če bi enačba (1) veljala tudi znotraj nje in bi kamen priletel iz Zemlje v trenutku $t = 0$ s hitrostjo, s katero ga je z njenega površja vrgel kovač.

Pri danem t rešimo transcendentno enačbo (4), dobimo E in nato določimo lego kamna

$$x = a(1 - \cos E) = 2a \sin^2 \tfrac{1}{2} E \tag{5}$$

ter hitrost

$$x\,x' = a^{1/2} \mu^{1/2} \sin E \tag{6}$$

Enačba (5) velja za splošen primer gibanja po elipsi, (6) pa le za poseben primer, ko sta krajevni vektor in vektor hitrosti vzporedna. Izpeljavo teh enačb za splošen primer gibanja po elipsi si lahko ogledamo npr. v knjigi [4], z drugimi oznakami pa tudi v [3]. Tu zadošča le preizkus, da x, izračunan posredno iz enačb (4) in (5), reši tudi enačbi (3) in (6).

Z odvajanjem enačbe (4) po času dobimo $E'(1 - \cos E) = \mu^{1/2} a^{-3/2}$ ali $E' = \mu^{1/2} a^{-3/2}/(1 - \cos E)$ in iz (5) $x' = a E' \sin E = \mu^{1/2} a^{-1/2} \sin E/(1 - \cos E)$. Z uvrstitvijo tega izraza za x' in (5) za x v enačbi (3) in (6) se hitro prepričamo o pravilnosti enačb (4), (5) in (6). Tako smo posredno prišli do rešitve diferencialne enačbe (1), vendar sta parametra a in τ še neznana.

Iz robnih pogojev (2) in podatka, da je končna hitrost nasprotno enaka začetni, ter enačb (5) in (6) dobimo $R = 2a \sin^2 \frac{1}{2} E(0)$ in

$$a = \tfrac{1}{2} R \sin^{-2} \tfrac{1}{2} E(0) \tag{7}$$

Sledi

$$R = a(1 - \cos E(0)) = a(1 - \cos E(T))$$

in

$$v(0) = x'(0) = a^{1/2} \mu^{1/2} \sin E(0)/R = - a^{1/2} \mu^{1/2} \sin E(T)/R,$$

kar da

$$\cos E(T) = \cos E(0) \qquad \sin E(T) = - \sin E(0) \tag{8}$$

Pri hipotetičnem metu kamna iz središča Zemlje v trenutku $t = \tau$ je $E(\tau) = 0$, naraščajoča funkcija $E(t)$ pa bi dosegla vrednost 2π šele pri povratku kamna v središče Zemlje. Zato in zaradi enačb (8) je $E(T) = 2\pi - E(0)$ in

$$E(0) + E(T) = 2\pi \tag{9}$$

Vstavimo $t = 0$ in $t = T$ v enačbo (4), pa dobimo

$$E(0) - \sin E(0) = - \mu^{1/2} a^{-3/2} \tau \qquad E(T) - \sin E(T) = \mu^{1/2} a^{-3/2} (T - \tau)$$

Če enačbi seštejemo in upoštevamo (8) in (9), dobimo tretji Keplerjev zakon $2\pi = \mu^{1/2} a^{-3/2}(T - 2\tau)$ in iz njega

$$\tau = T/2 - \mu^{-1/2} a^{3/2} \pi \tag{10}$$

Če vstavimo za a izraz (7), smo neznana parametra a in τ izrazili z neznano ekscentrično anomalijo $E(0)$. Z njo pa lahko izrazimo tudi začetno hitrost $v(0)$ in doseg kamna h, saj je z enačbama (6) in (7)

$$\begin{aligned} v(0) = x'(0) &= a^{1/2} \mu^{1/2} \sin E(0)/x(0) = (R/2)^{1/2} \sin^{-1} \tfrac{1}{2} E(0)\, g^{1/2} R \sin E(0)/R = \\ &= (g R/2)^{1/2} \sin^{-1} \tfrac{1}{2} E(0) \,.\, 2 \sin \tfrac{1}{2} E(0) \cos \tfrac{1}{2} E(0) = (2g R)^{1/2} \cos \tfrac{1}{2} E(0) \end{aligned} \tag{11}$$

in

$$h = 2a - R = R \sin^{-2} \tfrac{1}{2} E(0) - R = R(\sin^{-2} \tfrac{1}{2} E(0) - 1) = R \operatorname{ctg}^2 \tfrac{1}{2} E(0) \tag{12}$$

Izračunati je treba le še $E(0)$.

Vstavimo (10) in (7) v enačbo (4) za $t = 0$, spomnimo se, da je $\mu = g R^2$, pa dobimo

$$\begin{aligned} E(0) - \sin E(0) &= - \mu^{1/2} a^{-3/2} \tau = - \mu^{1/2} a^{-3/2}(T/2 - \mu^{-1/2} a^{3/2} \pi) = \\ &= \pi - g^{1/2} R(\tfrac{1}{2} R)^{-3/2} \sin^3 \tfrac{1}{2} E(0) \,.\, \tfrac{1}{2} T = \pi - (2g/R)^{1/2} T \sin^3 \tfrac{1}{2} E(0) \end{aligned}$$

Ko vstavimo $T = 3$ dni $= 2{,}592 \,.\, 10^6$ s, $R = 6{,}4 \,.\, 10^6$ m in $g = 9{,}8$ m/s^2, dobimo transcendentno enačbo $E(0) - \sin E(0) = \pi - 453{,}6 \sin^3 \frac{1}{2} E(0)$. Preoblikujemo jo v enačbo

$$E(0) = 2 \arcsin[(\pi - E(0) + \sin E(0))/453{,}6]^{1/3}$$

primerno za numerično reševanje z iteracijo z začetnim približkom $E^{(0)}(0) = 0$:

$$E^{(k+1)}(0) = 2 \arcsin[(\pi - E^{(k)}(0) + \sin E^{(k)}(0))/453{,}6]^{1/3} \qquad k = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

Z žepnim kalkulatorjem, ki računa na 8 mest natančno, dobimo $E^{(5)}(0) = E^{(4)}(0) = 0{,}3831948$. S to vrednostjo za $E(0)$ iz (11) izračunamo začetno hitrost 10,995 km/s, iz (12) pa največjo višino kamna 170,091 km, kar je skoraj polovica razdalje do Lune.

Ker je začetna hitrost večja od prve kozmične hitrosti $v_1 = (g R)^{1/2} = 7{,}9$ km/s, bi kamen postal umetni satelit, če bi ga kovač zagnal vodoravno.

Študent fizike v prvem letniku bi se lotil vprašanja drugače, na primer takole: Po izreku o kinetični energiji je vsota kinetične in potencialne energije kamna konstantna, saj razen teže ni zunanje sile, ki bi opravljala delo:

$$\tfrac{1}{2} m v^2 - \varkappa m m_z/r = -\varkappa m m_z/A = \tfrac{1}{2} m V^2 - \varkappa m m_z/R$$

Prvi del zadeva kamen z maso m v razdalji r od središča Zemlje, ko se oddaljuje s hitrostjo v, drugi, ko miruje v skrajni razdalji A, in tretji, ko zapušča površje Zemlje z radijem R z začetno hitrostjo V. Gravitacijske konstante $\varkappa$ in mase Zemlje m_z se znebimo, ko vpeljemo težni pospešek na površju Zemlje $g = \varkappa m_z/R^2$.

Izračunajmo hitrost kamna

$$v = dr/dt = (2g R)^{1/2} (R/r - R/A)^{1/2}$$

in začetno hitrost

$$V = (2g R)^{1/2} (1 - R/A)^{1/2}$$

Prvo enačbo preuredimo in integriramo

$$\tfrac{1}{2} T/(R/2g)^{1/2} = \int_R^A d(r/R)/(R/r - R/A)^{1/2}$$

$\frac{1}{2} T$ je čas trajanja potovanja kamna do skrajne lege, torej polovični čas meta. Z novo spremenljivko $\varphi = \arccos (r/A)^{1/2}$, s katero velja $(R/r - R/A)^{1/2} = (R/A)^{1/2} \sin \varphi / \cos \varphi$ in $d(r/R) = -2(A/R) \sin \varphi \cos \varphi \, d\varphi$, pridemo do nedoločenega integrala

$$-2(A/R)^{3/2} \int \cos^2 \varphi \, d\varphi = -(A/R)^{3/2} (\varphi + \sin \varphi \cos \varphi)$$

Z njim sledi

$$\tfrac{1}{2} T/(R/2g)^{1/2} = (A/R)^{3/2} [\arccos (R/A)^{1/2} + (1 - R/A)^{1/2} (R/A)^{1/2}]$$

Za čas meta T vstavimo 3 dni in še $R = 6400$ km in $g = 9{,}8$ m/s^2, pa dobimo za levo stran 226,8. Nastalo transcendentno enačbo

$$\varrho^{3/2} = [\arccos \varrho^{1/2} + (1 - \varrho)^{1/2} \varrho^{1/2}]/226{,}8$$

hitro rešimo z iteracijo: $\varrho = R/A = 0{,}03626$. S tem dobimo za skrajno razdaljo $A = 27{,}58\, R$, to je 176,5 tisoč km, kar da za višino $A - R = 26{,}58\, R$ približno 170 tisoč km. Začetna hitrost $V = (2g R)^{1/2} (1 - \varrho)^{1/2} = 11$ km/s je samo za 2 % manjša od ubežne hitrosti $(2g R)^{1/2} = 11{,}2$ km/s (opomba urednika za fiziko).

LITERATURA

[1] Vprašanje št. 120, Obzornik mat. fiz. 33 (1986) 23.

[2] F. Avsec, M. Prosen, *Astronomija*, DZS, Ljubljana 1971.

[3] F. Križanič, *Navadne diferencialne enačbe in variacijski račun*, DZS, Ljubljana 1974.

[4] A. E. Roy, *Orbital Motion*, Adam Hilger Ltd., Bristol 1978.

GEOTOMOGRAFIJA

SAŠA BAJT

PACS 91.65.+p

Tomografija se je uveljavila tudi v geofiziki. Članek opiše merjenje časov potovanja seizmičnih valov in računanje hitrostnih profilov v zemeljskih plasteh.

GEOTOMOGRAPHY

Tomography has found its use also in geophysics. In this article the measurement of time periods of seismic waves is described and calculations of velocity in the earth's layers are presented.

Uvod

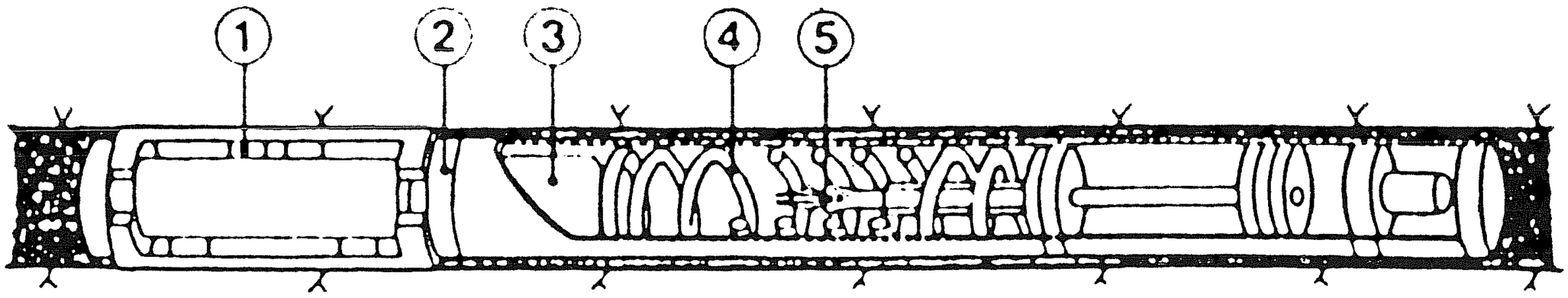
Beseda »tome« v grščini pomeni sekanje ali rezanje. S tomografijo dobimo sliko preseka za kak objekt. Z geotomografijo torej dobimo podrobnejšo sliko določene plasti Zemlje.

Opišimo dva načina za merjenje časov potovanja seizmičnih valov med oddajnikom in sprejemnikom, ki ju oba premikajo. Iz izmerjenih časov izračunajo, kako je hitrost valov odvisna od kraja. Iz tega se da marsikaj povedati o legi in velikosti razpok, o prožnosti kamnin, o tem, ali so tla primerna za gradnjo itd. Geotomografija se je začela uveljavljati v tujini šele v zadnjih desetih letih, vendar jo že s pridom uporabljajo v rudarstvu in v gradbeništvu, saj se tako izognejo marsikateri napačni investiciji. Pri nas so do sedaj naredili le nekaj seizmičnih meritev v trboveljskem rudniku, pravkar pa na Geološkem zavodu v Ljubljani razvijajo sistem za računalniško obdelavo izmerjenih časov.

Opis merjenja

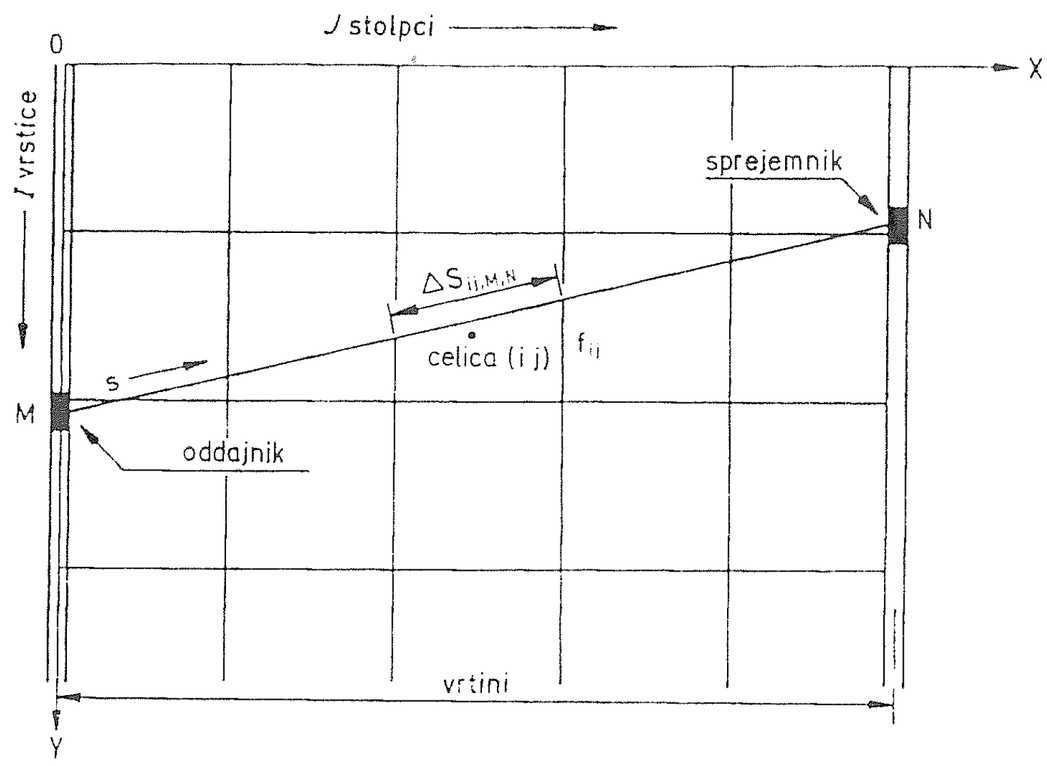
Obstaja več načinov za merjenje časov, ki jih potrebujejo valovi od oddajnika do sprejemnika. Načina, ki smo se ju namenili opisati, sta si zelo podobna. V obeh primerih je treba izvrtati vrtini v določeni razdalji. V prvo dajo oddajnik, to je: izvir seizmičnih valov, v drugo pa sprejemnik. Pri prvem načinu sta vrtini v razdalji dvesto metrov. Za izvir valovanja uporabijo *impulzni generator* (sl. 1). Sestavljajo ga nakovalo, kladivo in vzmet. Vrtini imata običajno premer 56 mm. Ob straneh ima generator zagozde, ki omogočijo dober in tesen stik s stenami vrtine.

Merijo transverzalne in longitudinalne valove. Prihod transverzalnih valov je včasih težko ločiti od hitrejših longitudinalnih valov, posebno če je razdalja med oddajnikom in sprejemnikom razmeroma kratka. Izkazalo se je, da daje

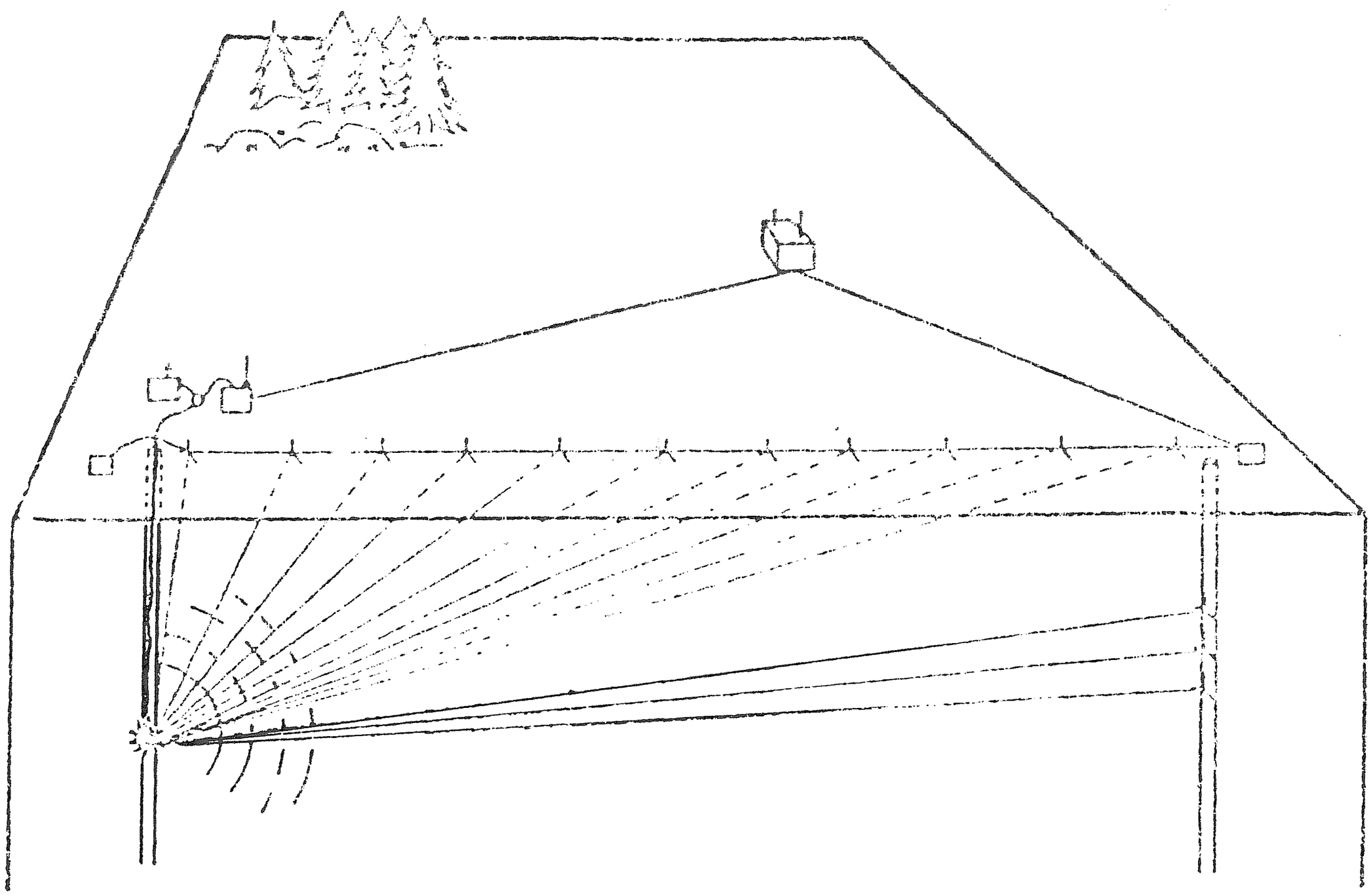


Sl. 1. Seizmični impulzni generator: 1 — zagozde, 2 — nakovalo, 3 — kladivo, 4 — vzmet, 5 — mehanizem za napenjanje in proženje [1]

opisani impulzni generator dovolj poudarjene transverzalne valove, da jih je mogoče ločiti od longitudinalnih. Udarci kladiva so vzporedni z vrtino in najmočnejši transverzalni val se širi pravokotno na vrtino. Ponavljajoče se udarjanje kladiva uravnavajo s površja. Udarci se ponavljajo vsakih 10 do 30 sekund. Pri daljših razdaljah je potrebnih več udarcev, da dobimo kolikor toliko čist signal. Oblika kladiva se ravna po impulznem generatorju, masa pa je 2,5 do 10 kg. Pri enem udarcu se sprosti 50 do 500 J energije. Pri prvem načinu (sl. 2) dobimo s premikanjem oddajnika in sprejemnika mrežo žarkov. Ta je preprosta, če so žarki ravni. Pri drugem načinu uporabijo za izvir seizmičnih valov kar eksplozijo (sl. 3). Njegova prednost je v tem, da se sprosti veliko energije (4 kJ/g eksploziva) in dobimo kratke sunke; slaba stran pa je omejeno število eksplozij na uro. Zaradi močnejših signalov so lahko razdalje med vrtinama v tem primeru do 1000 m. Poleg sprejemnika v vrtini zaznavajo signale sprejemniki na površju. Ti sprejemniki so v geofiziki že

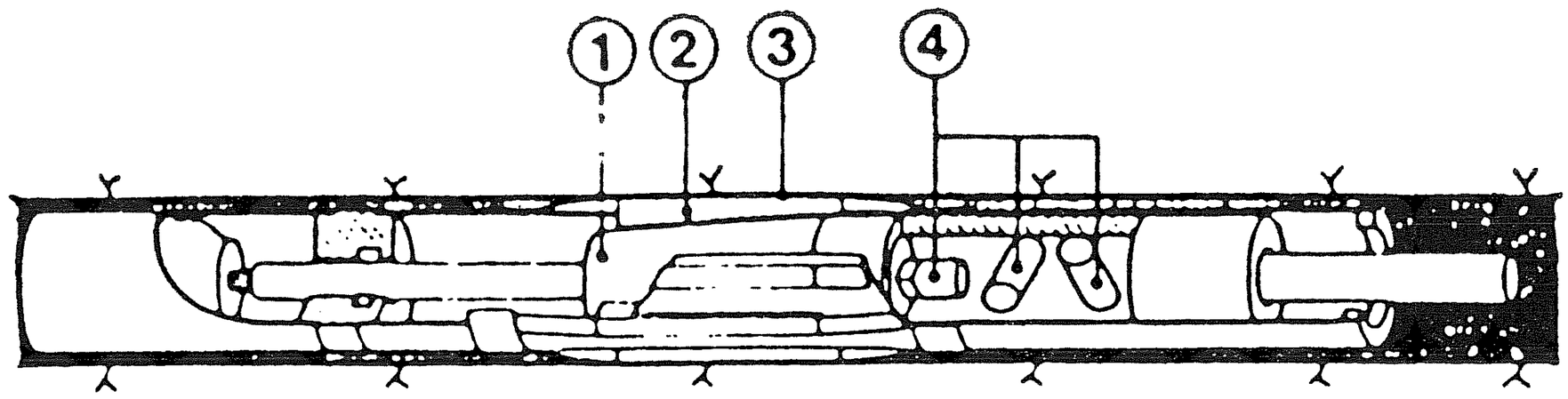


Sl. 2. Način merjenja pri prvi metodi: levo je vrtina, po kateri prestavljamo oddajnik, in desno vrtina, po kateri prestavljamo sprejemnik [1]



Sl. 3. Način merjenja pri drugi metodi

uveljavljeni in se imenujejo geofoni. Zaradi lažjega računanja je zaželeno, da sta vrtini vzporedni. Za meritve v vrtini so izdelali posebne sprejemnike (sl. 4). Bistveni del sprejemnika so piezoelektrični merilniki pospeškov v treh med seboj pravokotnih smereh. Podobno kot generator ima tudi sprejemnik zagozde za tesen stik s stenami. Signali, ki jih zazna sprejemnik, gredo preko ojačevalnikov in filtrov v računalnik.



Sl. 4. Sprejemnik: 1 — motor za enosmerni tok, 2 — stožčasto telo, 3 — zagozda, 4 — piezoelektrični merilniki pospeška [1]

Matematično oblikovanje problema

Pri meritvah dobimo razdaljo med oddajnikom in sprejemnikom, čase potovanja in amplitude signalov. Širjenje valovanja lahko dovolj dobro opišemo z geometrijsko optiko, če so velikosti opazovanih področij dosti večje od uporabljene valovne dolžine. Dosežemo frekvence valov približno 1 kHz. Če je hitrost v snovi okrog 5000 m/s, ustreza to valovni dolžini 5 m. Za večje razdalje je treba upoštevati tudi absorpcijo valovanja, ki je večja pri višjih frekvencah. Če snov ni zelo prožna in če merimo na večjih razdaljah, moramo zaradi absorpcije uporabljati signale s frekvenco 100 Hz ali še manj. V takih primerih je mogoče valovne dolžine že primerjati z razdaljo med oddajnikom in sprejemnikom. Tedaj se ne moremo zadovoljiti z geometrijsko optiko.

Izvir oddaja valovanje na vse strani, vendar nas zanima le presek, ki veže obe vrtini. Za področje med obema vrtinama želimo izračunati hitrost kot funkcijo kraja, $v = v(x, y)$. Čas izrazimo s hitrostjo in dolžino žarka. Za žarek k določa čas enačba

$$t_k = \int_{L_k} v^{-1}(x, y)\, d\, s \tag{1}$$

v kateri je L_k pot žarka k.

Iterativno reševanje

Področje, ki nas zanima, razdelimo v mrežo celic $(I \times J)$ (sl. 5). Najprej predpostavimo, da so žarki ravni. To je dober približek v primeru, ko je snov skoraj homogena in so razlike hitrosti manjše od 15 do 20 %. Hitrostne spremembe namreč povedo, koliko se žarek lomi. Privzamemo, da je funkcija $v(x, y)$ konstantna znotraj vsake celice. Za vsak žarek nadomestimo integral (1) z vsoto

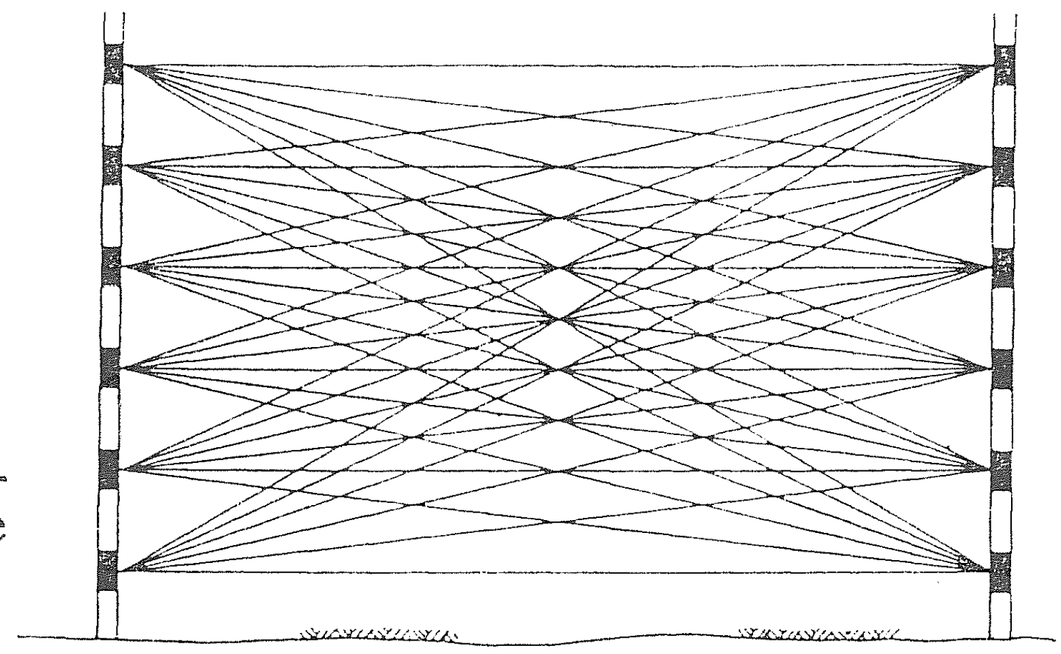
$$t(k) = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} v^{-1}(i, j)\, s(i, j, k) \tag{2}$$

v kateri je $s(i, j, k)$ dolžina odseka žarka k v celici (i, j). Celicam, ki jih žarek k ne prečka, ustreza $s(i, j, k) = 0$.

Radi bi izračunali hitrost kot funkcijo kraja. Hitrost v celici (i, j) lahko izrazimo z inverzno matriko s^{-1},

$$v^{-1}(i, j) = \sum_{k=1}^{K} s^{-1}(i, j, k)\, t(k) \tag{3}$$

vendar se tukaj pojavijo težave. Inverzna matrika $s^{-1}(i, j, k)$ obstaja le v primeru, če je matrika s kvadratna, torej če velja $I\,J = K$, pa še takrat ne da vedno smiselnih rezultatov. Bolje je, da je podatkov več, kot je neznank. V tem primeru z metodo najmanjših kvadratov poiščemo najboljšo rešitev. Drug problem je v tem, da je matrika v realističnih primerih zelo velika. Če imamo deset oddajnih in deset sprejemnih točk, dobimo sto neodvisnih žarkov. Če razdelimo področje na mrežo velikosti 10×10, imamo sto celic in matriko 100×100. Število operacij, potrebnih za obrat matrike narašča z n^3, če je n dimenzija matrike. V tem primeru je potrebnih kak milijon operacij. Če potrebuje računalnik za eno operacijo 1 μs, naredi obrat matrike v 1 s. Vendar običajno mreža 10×10 ne zadostuje. Pri mreži z $n = 10^4$ potrebuje računalnik za obrat matrike 277 ur, seveda če ima dovolj velik spomin, da lahko shrani toliko podatkov.



Sl. 5. Mreža z vrisanim žarkom med oddajnikom in sprejemnikom. Označena je dolžina odseka žarka v celici (i, j) [1]

Zaradi teh problemov rešujemo enačbo (2) iterativno. Na začetku predpostavimo velikost hitrosti v vsaki celici. Če hočemo zapisati matriko s moramo poznati poti žarkov. Te so v splošnem odvisne od hitrosti $v(x, y)$. V prvem približku pa so neodvisne od hitrosti in so žarki ravni. S privzetim približkom za hitrost in z znano matriko poti žarkov $s(i, j, k)$ izračunamo približke za čase,

$$t_0(k) = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} v_0^{-1}(i, j)\, s(i, j, k) \tag{4}$$

Izračunamo še razliko med izmerjenim in izračunanim časom

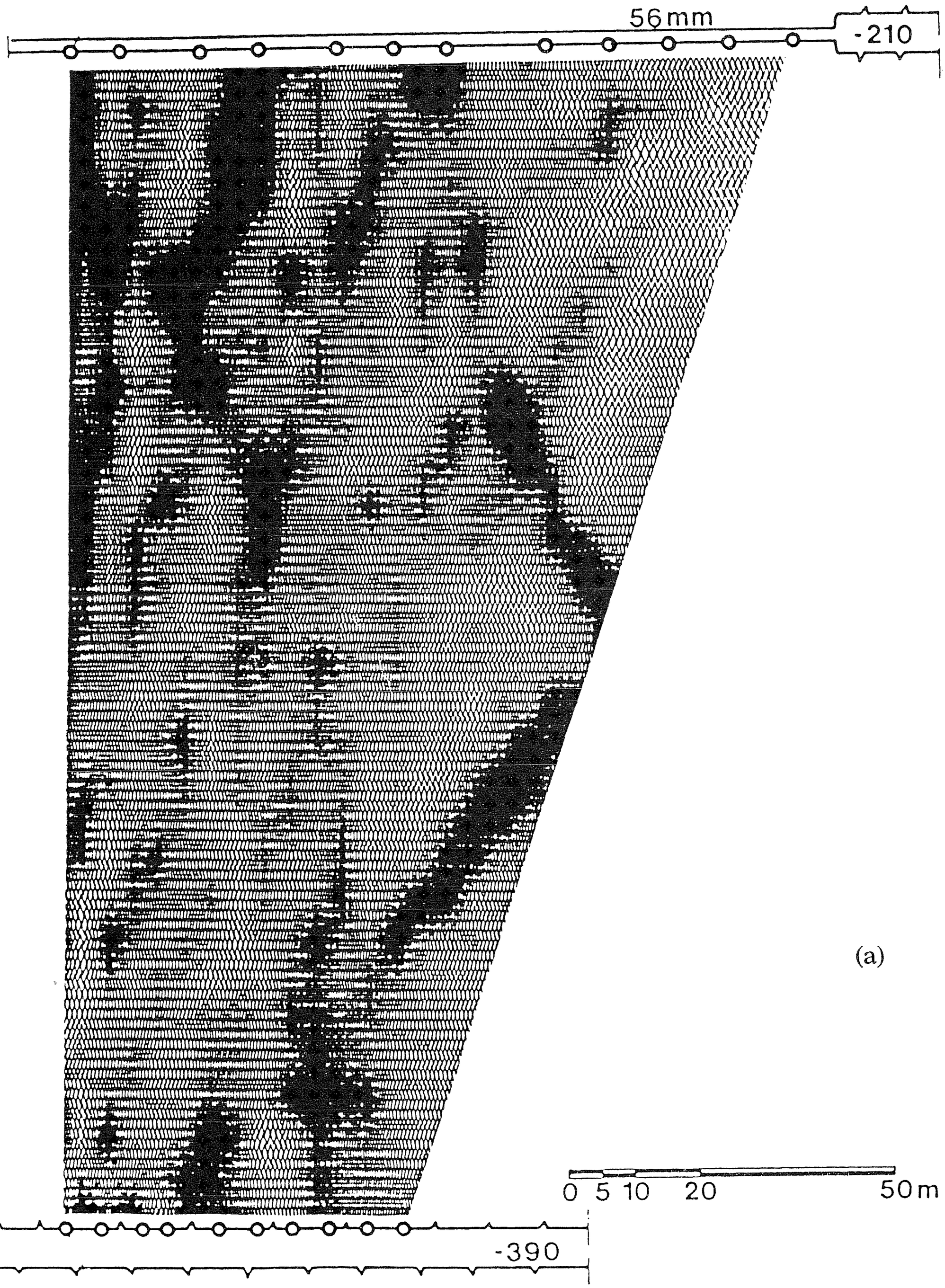
$$\Delta t_0(k) = t(k) - t_0(k) \tag{5}$$

$t(k)$ je izmerjen čas. Če razlika ni enaka nič, predpostavljena hitrost še ni prava in jo je treba popraviti. Popravek dobimo, če zapišemo enačbo (3) v diferencialni obliki in iz nje izrazimo diferencial hitrosti:

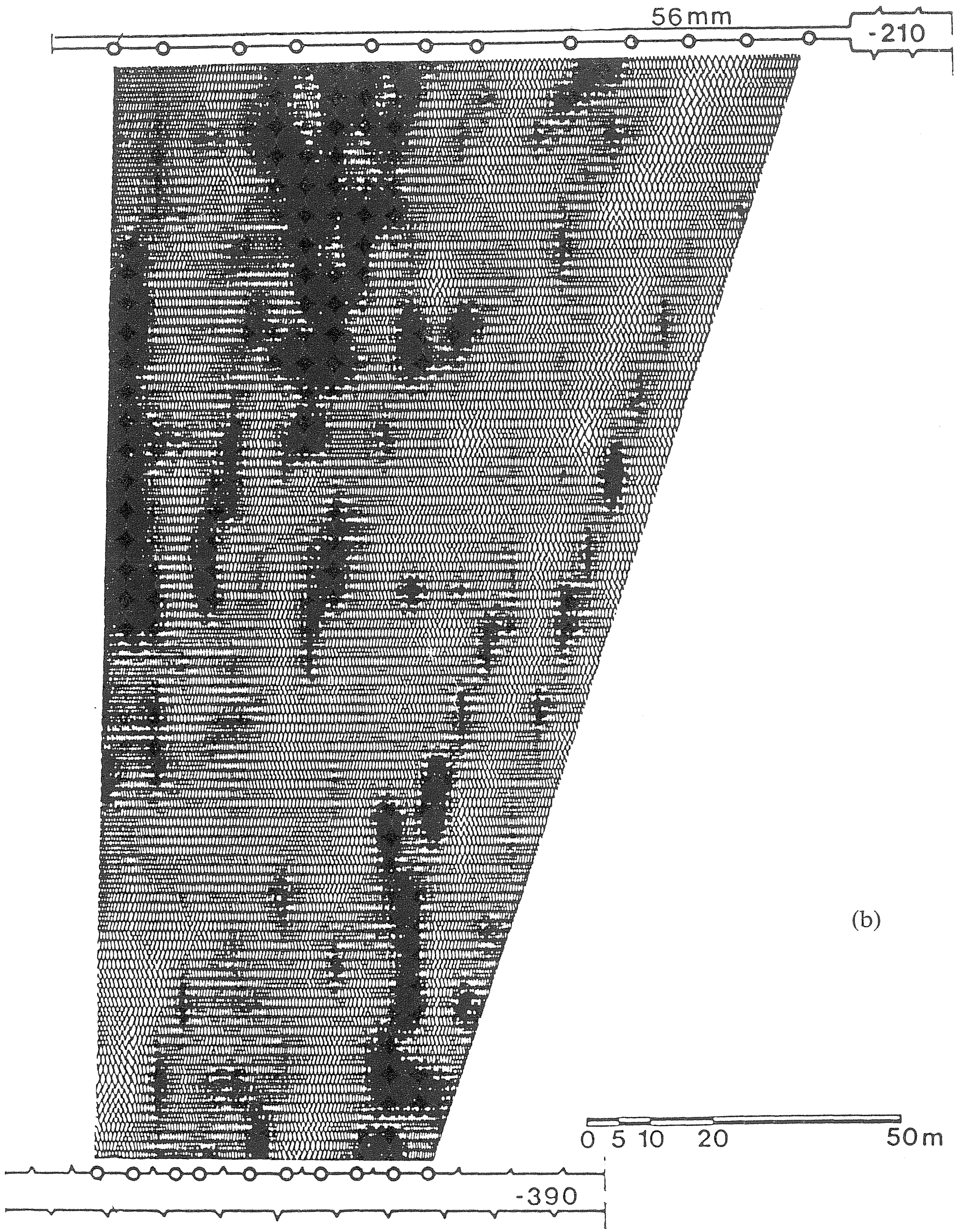
$$\Delta v_0(i, j) = - v_0^2(i, j) \sum_{k=1}^{K} s^{-1}(i, j, k)\, \Delta t_0(k) \tag{6}$$

Popravek hitrosti prištejemo predpostavljeni hitrosti in dobimo nov približek:

$$v_1(i, j) = v_0(i, j) + \Delta v_0(i, j) \tag{7}$$



Sl. 6. Hitrost kot funkcija kraja za longitudinalne (a) in za transverzalne valove (b). Oddajnik so prestavljali po vodoravnem predoru v globini 390 m (spodaj), sprejemnik pa po vodoravni votlini v globini 210 m (zgoraj) v rudniku Rautuvaara. Gostejša počrnitev ustreza večji povprečni gostoti energije [1]



(b)

Z novo hitrostjo spet izračunamo čas, pogledamo, kolikšna je razlika med izračunanim in izmerjenim časom in določimo popravek. To ponavljamo dokler se izmerjeni in izračunani časi ne ujemajo. Zavedati se moramo, da

žarki v resnici niso ravni. Če hočemo izračunati naslednje približke, pri zapisu matrike upoštevamo, da so žarki odvisni od hitrosti $v(x, y)$. Računalnik izračuna za vsako celico (i, j) velikost hitrosti in nariše dvodimenzionalno sliko (sl. 6).

Zaključek

V medicini sta pri tomografiji legi oddajnika in sprejemnika točno določeni in se ne spreminjata. Pri geofizikalnih meritvah pa imamo pri vsakem merjenju drugačno geometrijo. Razlika med medicinsko tomografijo in geotomografijo je tudi v tem, da pri slednji ne moremo zajeti vsega prostorskega kota, saj bi za to potrebovali ogromno zelo dragih vrtin. Tako dobimo le slike, ki kažejo presek zemeljske plasti. Izkazalo se je, da je najprimernejše iterativno reševanje. Metoda je sicer dokaj počasna, vendar ni občutljiva na to, da sistem enačb ni enolično določen.

LITERATURA

[1] C. Cosma, M. Ihalainen and R. Korhoren, *The Crosshole Seismic Method*, Report of phase II of development programme, Atlas Copco, Helsinki 1984.

[2] B. Uran, *Geophysical Tomography*, Podiplomski seminar II (Ljubljana, Odd. za fiziko FNT, maja 1985, neobjavljeno).

NOVE KNJIGE

Musik und Matematik, Salzburger Musikgespräch 1984, Ed. Heinz Götze und Rudolf Wille, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo, 1985, IX + 97 str.

Salzburške slavnostne igre se vsako leto sklenejo s simpozijem o glasbi s splošnim tematskim okvirom Človek in glasba. Knjižica je zbornik 15. simpozija z naslovom Glasba in matematika ter prinaša tri uvodna predavanja, pet krajših, vnaprej pripravljenih prispevkov kot iztočnic za pogovor, in izvlečke iz diskusije. Predavanja podajajo zgodovinski pregled »odnosov« med glasbo in matematiko — od antike, ko je pitagorejska šola odkrila povezavo med glasbenimi intervali in števili in dala skupne temelje matematiki in glasbi, prek srednjega veka, ki je v kvadriviju še uvrščal glasbo k aritmetiki, geometriji in astronomiji, do novejših časov, ko je matematika pregnala iz glasbe kot umetnosti estetika, iz glasbe kot akustičnega pojava fizika — in kratek pregled sodobnih prizadevanj in poskusov, ki bi radi ustvarili med matematiko in glasbo spet vsaj tesnejšo vez, če že ne trdne matematične teorije glasbe; pri tem (žal) ni bilo prostora za kakršnekoli podrobnosti. Čeprav nihče ne dvomi o velikem pomenu, ki ga ima matematika, vključno z računalništvom in skupaj s fiziko in tehniko pri obravnavi akustičnih problemov, povezanih z glasbeno reprodukcijo ter z ustvarjanjem novih zvenov in strumentov, pa se zdi analiza glasbe kot umetnosti v okviru teorije množic, teorije grup, faktorske analize ali informatike prisiljena in motivirana bolj z nostalgijo po starih časih kot s potrebo. Knjižica je vendarle zanimiva, morda bolj za glasbenika kot za matematika.

Tomaž Kranjc

RAZLAGE BREWSTROVEGA POJAVA

JANEZ STRNAD

PACS 42.10 Fa

Prispevek obravnava prehod svetlobe čez mejo dielektrikov in opozori na težavo pri nazorni razlagi Brewstrovega zakona.

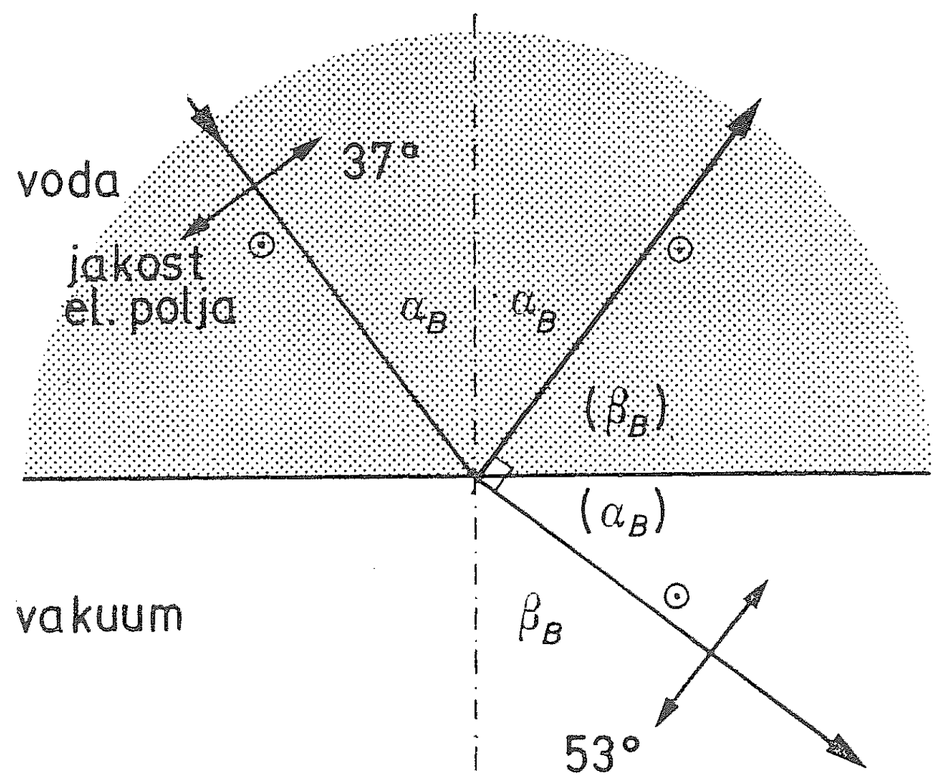
EXPLANATIONS OF BREWSTER'S LAW

The passage of light across the boundary between two dielectric media is considered and attention is directed to a difficulty with a simple explanation of Brewster's law.

1. Uvod

Prehodu svetlobe čez mejo dielektrikov navadno ne posvetimo velike pozornosti. Nekaj več besed posvetimo Brewstrovemu pojavu, da dobimo pri določenem vpadnem kotu linearno polarizirano odbito valovanje. Na tem mestu obravnavamo pojav nekoliko izčrpneje, ker pomaga osvetliti značilno potezo poučevanja fizike.

Uvodni univerzitetni učbeniki fizike se navadno izognejo splošnim enačbam in opravičijo Brewstrov pojav z nazornim premislekom [1], [2]. Sklicujejo se na to, da električno polje v lomljenem valovanju zbudi na drugem območju nihanje elektronov, ki sevajo kot drobne dipolne antene. V linearno polariziranem valovanju z gostoto magnetnega polja pravokotno na vpadno ravnino nihajo elektroni v vpadni ravnini pravokotno na lomljeni žarek. Ker dipolna antena v smeri nihanja delcev ne seva, ni odbitega valovanja, če je odbiti žarek pravokoten na lomljenega. V tem primeru velja med vpadnim kotom α in lomnim kotom β zveza (Sl. 1)



Sl. 1. Na mejo med dvema dielektričnima območjema pade nepolarizirano valovanje. Pri Brewstrovem vpadnem kotu α_B se odbije linearno polarizirano valovanje z jakostjo električnega polja pravokotno na vpadno ravnino, to je na ravnino risbe. Linearno polarizirano valovanje z jakostjo električnega polja v vpadni ravnini, se pravi z gostoto magnetnega polja pravokotno na vpadno ravnino, se v tem primeru ne odbije

$$\alpha_B + \beta_B = \tfrac{1}{2}\pi \tag{1}$$

in preide lomni zakon $\sin\alpha/\sin\beta = n_2/n_1$ v *Brewstrovo enačbo*

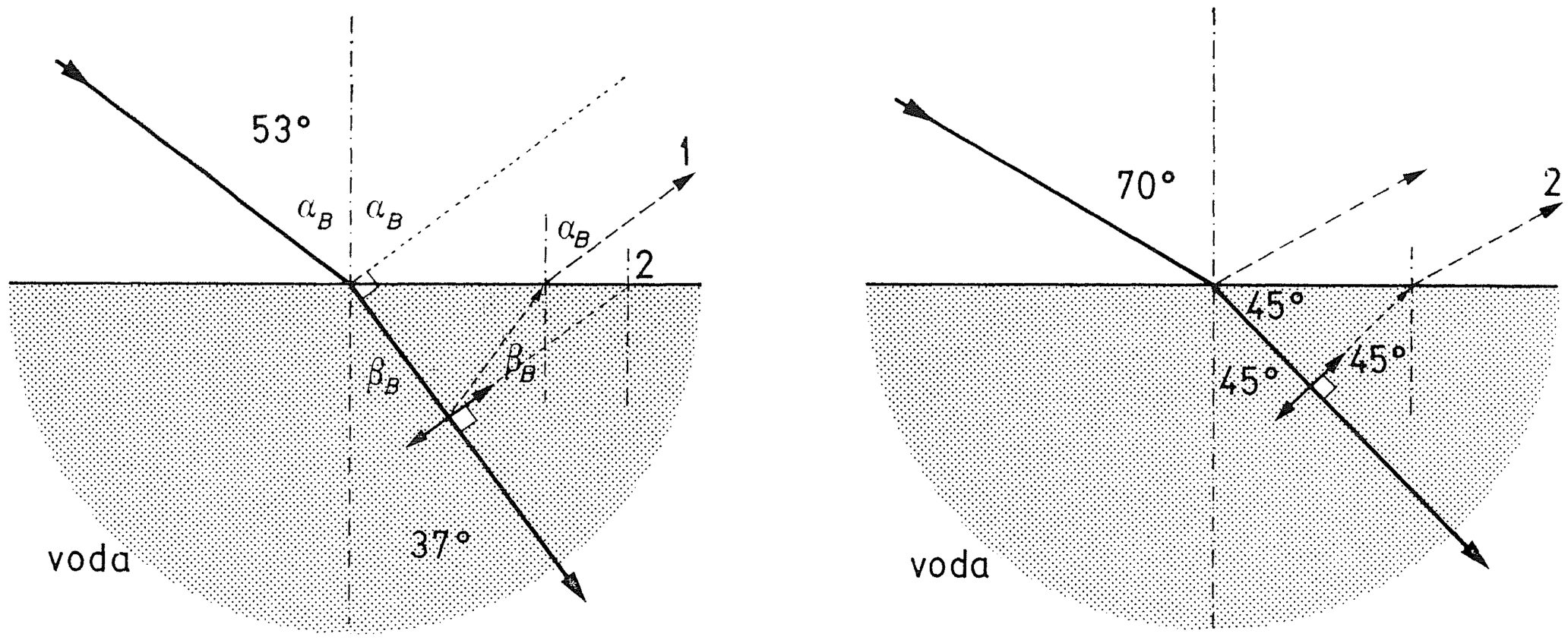
$$\operatorname{tg}\alpha_B = n_2/n_1 \tag{2}$$

Pri tem sta n_1 in n_2 lomna kvocienta prvega in drugega območja in velja $n_2/n_1 = c_1/c_2$, če sta c_1 in c_2 svetlobni hitrosti na prvem in drugem območju.

Česa podobnega ne moremo trditi za linearno polarizirano valovanje z jakostjo električnega polja pravokotno na vpadno ravnino. Če pada na mejo

nepolarizirano valovanje, je v odbitem curku zastopano le valovanje z jakostjo električnega polja pravokotno na vpadno ravnino. V tem primeru je odbito valovanje linearno polarizirano.*

Temu nazornemu premisleku sta ugovarjala v zadnjem času M. Nitzan in J. S. Bodenheimer [3]. Po njunem mnenju bi se moralo valovanje, ki bi prešlo z drugega območja nazaj na prvo, lomiti. Na mejo bi moralo pasti z vpadnim kotom β, da bi se lomilo vzporedno z odbitim valovanjem (Sl. 2a). Tako ne moremo uporabiti ugotovitve, da antena ne seva v smeri nihanja naelektrenih delcev. Če bi vztrajali pri tej trditvi in upoštevali, da se valovanje pri prehodu na drugo območje lomi, bi ne bilo odbitega valovanja pri Brewstrovem kotu α_B, ampak pri vpadnem kotu α, za katerega velja enačba $\sin \alpha = n_2/\sqrt{2}n_1$, ki ustreza lomnemu kotu 45^0 (Sl. 2b).



Sl. 2. M. Nitzan in J. S. Bodenheimer [3] sta kritizirala premislek o Brewstrovem pojavu, češ da se valovanja oscilatorjev v vodi pri prehodu v zrak lomijo. Da izstopi valovanje iz vode pod vpadnim kotom, mora pasti na mejo pod lomnim kotom (1); valovanje, ki bi bilo v vodi pravokotno na odbiti žarek, sploh ne bi izstopilo iz vode, ampak bi se totalno odbilo (2) (a). Valovanje, ki bi se pri prehodu iz vode lomilo vzporedno z odbitim žarkom, bi moralo pasti nad mejo pod kotom 45^0, ko bi bil kot po lomu 70^0 (b)

E. Merzbacher, pisec *Kvantne fizike*, četrtega dela berkeleyskega učbenika, je ugovarjal nazornemu premisleku drugače [4]. Brewstrova enačba velja tudi za prehod iz snovi v vakuum (Sl. 1 je narisana za ta primer). Pri tem pa se ni mogoče sklicevati na drobne dipolne antene na drugem območju.

2. Fresnelove enačbe

Preden se posvetimo ugovorom, izpeljimo Brewstrovo enačbo v okviru Maxwellove elektrodinamike. Ni čisto jasno, zakaj se temu večina uvodnih učbenikov fizike izogne. Treba je le skrbno upoštevati robne pogoje za električno in magnetno polje [5], [6]. Z odbojnim in lomnim zakonom ustrežemo

* Da se svetloba pri odboju na steklu polarizira, je ugotovil leta 1808 Etienne Malus, ko je opazoval okna sosednje palače skozi kristal islandskega dvolomca. David Brewster (1781—1868) je prišel do zakona na osnovi poskusov. Pojasnil ga je Augustine Fresnel, ki je izpeljal svoje enačbe po letu 1820, ko je sprejel in izpolnil zamisel Thomasa Younga o transverzalnem valovanju etra.

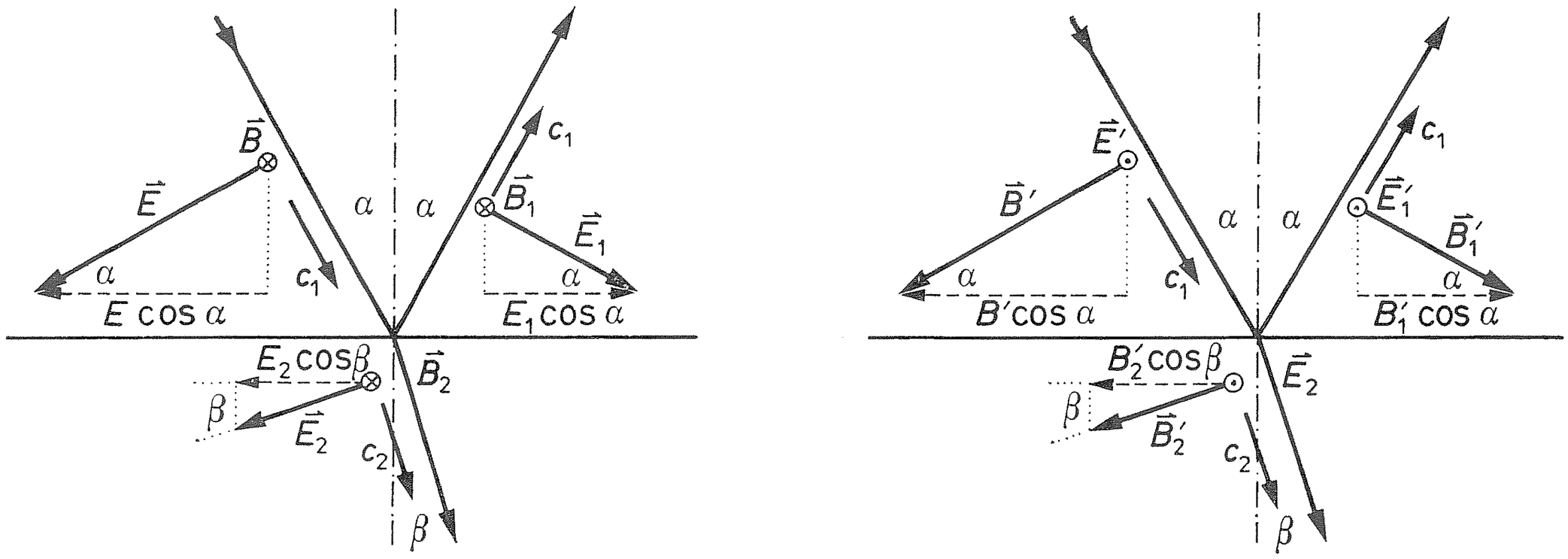
zahtevi, da nihata električno in magnetno polje v dani točki meje sočasno. Zato zadostuje, če zadovoljimo robni pogoj za amplitude obeh polj. Amplitudam v odbitem valovanju obesimo indeks 1, amplitudam v lomljenem valovanju indeks 2, amplitude v vpadnem valovanju pa pustimo brez indeksa. Na meji morata tangentna komponenta gostote magnetnega polja in tangentna komponenta jakosti električnega polja zvezno preiti z enega območja na drugo [2]. Prvi del trditve velja samo za dielektrike, za katere smemo postaviti permeabilnost enako 1.

Obravnavajmo linearno polarizirano valovanje z gostoto magnetnega polja pravokotno na vpadno ravnino. Na meji zahtevamo, da je zvezna tangentna komponenta gostote magnetnega polja

$$B + B_1 = B_2 \tag{3}$$

in da je zvezna tangentna komponenta jakosti električnega polja (Sl. 3a)

$$E \cos \alpha - E_1 \cos \alpha = E_2 \cos \beta \tag{4}$$



Sl. 3. Odboj in lom linearno polariziranega valovanja z gostoto magnetnega polja pravokotno na vpadno ravnino (a) in linearno polariziranega valovanja z jakostjo električnega polja pravokotno na vpadno ravnino (b). Nakazane so amplitude v mejni ravnini

V prvi enačbi izrazimo amplitudo gostote magnetnega polja z amplitudo jakosti električnega polja, deljeno s hitrostjo valovanja, $E/c_1 + E_1/c_1 = E_2/c_2$, in upoštevamo lomni zakon:

$$E + E_1 = E_2 \sin \alpha / \sin \beta \tag{3a}$$

Enačbo (4) predelamo v

$$E - E_1 = E_2 \cos \beta / \cos \alpha \tag{4a}$$

Najprej drugo enačbo odštejemo od prve

$$2E_1 = E_2(\sin \alpha / \sin \beta - \cos \beta / \cos \alpha)$$

in nato enačbi seštejemo

$$2E = E_2(\sin \alpha / \sin \beta + \cos \beta / \cos \alpha)$$

Nazadnje enačbo (4a) delimo s to enačbo in dobimo

$$E_1/E = (\sin \alpha \cos \alpha - \sin \beta \cos \beta)/(\sin \alpha \cos \alpha + \sin \beta \cos \beta) \tag{5}$$

Iz zadnje enačbe razberemo, da ni odbitega valovanja, če velja $\sin \alpha_B \cos \alpha_B = \sin \beta_B \cos \beta_B$, če torej velja enačba (1). Tako smo izpeljali Brewstrov zakon.

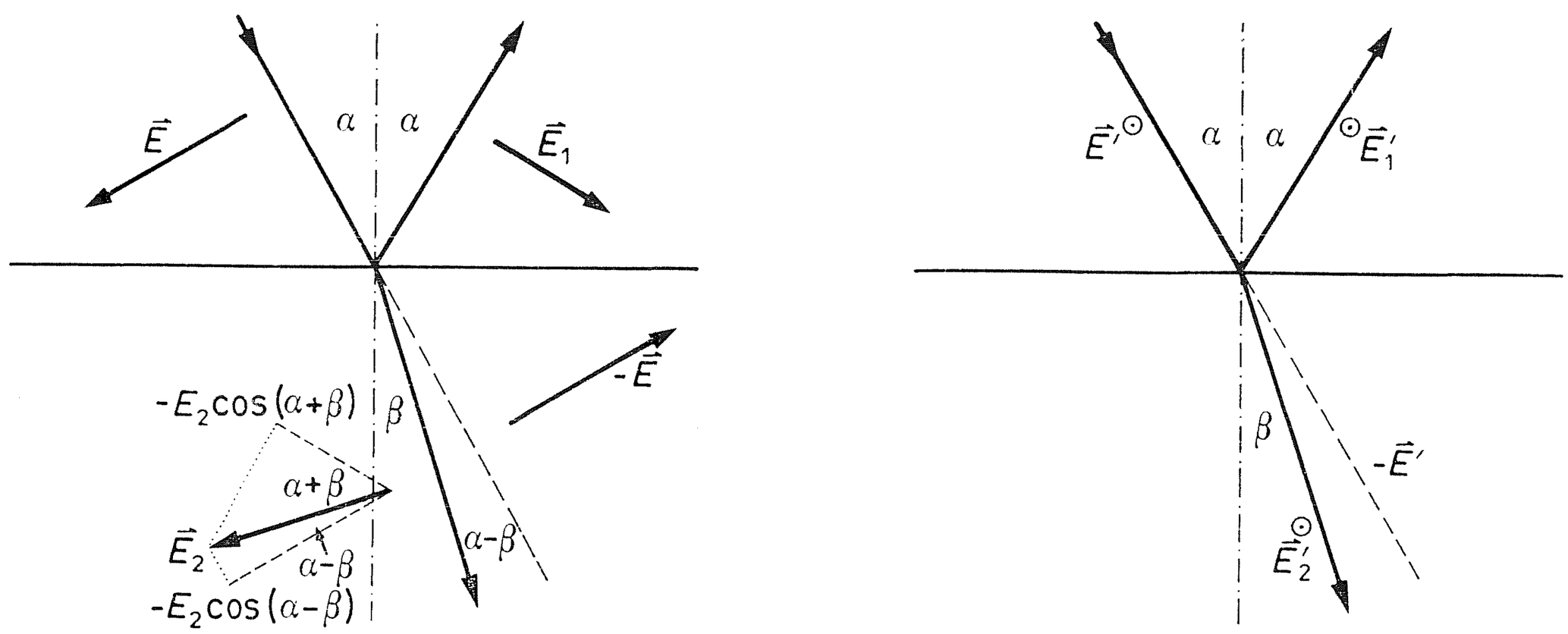
Računa ne bomo ponavljali za linearno polarizirano valovanje z jakostjo električnega polja pravokotno na vpadno ravnino. Povejmo samo, da ustrezata pri tem robna pogoja enačbama (3) in (4), v katerih stoji jakost električnega polja namesto gostote magnetnega polja in obratno. V tem primeru ni nobenega vpadnega kota, pri katerem ne bi bilo odboja.

3. Feynmanova pot

R. P. Feynman je potožil, da je v svojem učbeniku še najmanj zadovoljen z elektrodinamiko, ker se pri njej ni mogel oddaljiti od tradicionalnega prijema. Zanimivo je, da je najprej prišel do dela Fresnelovih enačb na osnovi preprostih nazornih zamisli. Toda to se mu ni zdelo dovolj prepričljivo, pa je enačbe še enkrat izpeljal po običajni poti. Povzemimo na kratko nazorno pot [7].

Amplitude v linearno polariziranem valovanju z gostoto magnetnega polja pravokotno na vpadno ravnino zaznamujmo kot doslej, amplitudam v linearno polariziranem valovanju z jakostjo električnega polja pravokotno na vpadno ravnino pa dodajmo črtico. Najprej obdelajmo drugo linearno polarizirano valovanje.

Amplitude E', E_1' in E_2' so pravokotne na vpadno ravnino in med seboj vzporedne (Sl. 4b). Mislimo si, da sestavljajo dielektrik na pozitivne ione vezani elektroni. Jakost električnega polja sili elektrone, da zanihajo v smeri polja. Valovanje z drugega območja z amplitudo E_2' poganja na drugem območju valovanje z amplitudo $-E'$ in na prvem območju valovanje z amplitudo E_1'. Prvo od obeh valovanj ima nasprotno fazo kot vpadno valovanje, interferira z njim in tako poskrbi, da se vpadno valovanje ne nadaljuje na drugem območju. Učinek povežemo z vzrokom takole: $-E' = K E_2'$ in $E_1' = K_1 E_2'$; pri tem sta K in K_1 neznana koeficienta.



Sl. 4. Pri Feynmanovi poti upoštevamo le projekcijo amplitud jakosti električnega polja v lomljenem valovanju na jakost v vpadnem in odbitem valovanju. V linearno polariziranem valovanju z gostoto magnetnega polja pravokotno na vpadno ravnino je projekcija $\mathbf{E}_2$ na $-\mathbf{E}$ enaka $-E_2 \cos(\alpha - \beta)$ in projekcija $\mathbf{E}_2$ na $\mathbf{E}_1$ enaka $-E_2 \cos(\alpha + \beta)$ (a), pri linearno polariziranem valovanju z jakostjo električnega polja pravokotno na vpadno ravnino pa so vse amplitude vzporedne (b)

Nato je na vrsti prvo linearno polarizirano valovanje, pri katerem amplitude E, E_1 in E_2 niso med seboj vzporedne (Sl. 4a). Kljub temu valovanje z drugega območja z amplitudo E_2 poganja na drugem območju valovanje z amplitudo $-E$ in na prvem območju valovanje z amplitudo E_1. Zopet ima prvo od obeh valovanj nasprotno fazo kot vpadno valovanje, interferira z njim in tako poskrbi, da se vpadno valovanje ne nadaljuje na drugem območju. Kot v prejšnjem primeru je učinkovita le vzporedna komponenta amplitude, torej le z $-E$ vzporedna komponenta E_2, to je $E_2 \cos(\alpha - \beta)$, in z E_1 vzporedna komponenta E_2, to je $E_2 \cos(\alpha + \beta)$ (Sl. 4a). Zopet povežemo učinek z vzrokom: $-E = K E_2 \cos(\alpha - \beta)$ in $-E_1 = K_1 E_2 \cos(\alpha + \beta)$. Koeficienta sta enaka kot prej, saj povezujeta v obeh primerih vzporedni komponenti amplitud. Zdaj se lahko znebimo neznanih koeficientov:

$$-E'/E_2' = -E/E_2 \cos(\alpha - \beta) \qquad E_1'/E_2' = -E_1/E_2 \cos(\alpha + \beta)$$

Iz prve enačbe sledi

$$E_2/E_2' = 1/\cos(\alpha - \beta)$$

če izenačimo amplitudi v enem in v drugem vpadnem valovanju, ki ju lahko izbiramo neodvisno drugo od druge, $E = E'$. Iz druge enačbe dobimo s tem

$$-E_1/E_1' = \cos(\alpha + \beta)/\cos(\alpha - \beta)$$

Nato upoštevamo, da se ohrani energija. Gostoto energijskega toka povežemo s kvadratom amplitude: kvadrat amplitude na drugem območju je sorazmeren z razliko kvadrata amplitude v vpadnem in kvadrata amplitude v odbitem valovanju

$$E_2'^2 = K^*(E'^2 - E_1'^2) \qquad E_2^2 = K^*(E^2 - E_1^2)$$

Količina na levi strani zadeva drugo območje, količini v oklepaju na desni pa prvo, tako da prevzame koeficient K^* dodatne podatke o enem in drugem območju. Zopet se znebimo koeficienta:

$$(E_2/E_2')^2 = (E^2 - E_1^2)/(E'^2 - E_1'^2) = [1 - (E_1'/E')^2 (E_1/E_1')^2]/[1 - (E_1'/E')^2]$$

Iz nastale enačbe

$$1/\cos^2(\alpha - \beta) = [1 - (E_1'/E')^2 \cos^2(\alpha + \beta)/\cos^2(\alpha - \beta)]/[1 - (E_1'/E')^2]$$

izračunamo kvadrat razmerja amplitud

$$(E_1'/E')^2 = \sin^2(\alpha - \beta)/\sin^2(\alpha + \beta)$$

in nato z izrazom za E_1/E_1' še kvadrat razmerja amplitud

$$(E_1/E)^2 = \mathrm{tg}^2(\alpha - \beta)/\mathrm{tg}^2(\alpha + \beta)$$

Drugi rezultat se kljub drugačnemu videzu ujema z enačbo (5). Nekaj trigonometričnih prijemov nas prepriča, da velja $\sin\alpha \cos\alpha \pm \sin\beta \cos\beta = \sin(\alpha \pm \beta) \cos(\alpha \mp \beta)$. Razmerij $(E_2/E)^2$ in $(E_2'/E')^2$ ter koeficientov K, K_1 in K^* po tej poti ni mogoče dobiti. Razmerji amplitud E_1/E in E_1'/E', ki ju izračunamo iz njunih kvadratov, sta negotovi do znaka. Toda Brewstrovo enačbo izluščimo iz zapisanih enačb brž, ko uvidimo, da je $(E_1/E)^2 = 0$, če velja enačba (1) in gre $\mathrm{tg}(\alpha_B + \beta_B) \to \infty$.

4. Razprava

Zdaj se vrnemo k ugovoroma. Prvi ugovor se ne zdi upravičen [8]. Če namreč v mikroskopskem opisu obravnavamo dielektrik kot množico na ione vezanih elektronov in njihov odziv na električno polje, ni treba več upoštevati loma valovanja pri prehodu iz drugega območja v prvo. Valovanje pa se pri prehodu iz prvega območja v drugo lomi po lomnem zakonu, ki si ga sposodimo iz makroskopskega opisa ali dobimo s Huygensovim načelom. S premislekom samo ugotovimo, v katerem primeru v smeri odbitega žarka ni valovanja.

Drugi ugovor pa se zdi utemeljen. Nazorni premislek velja dosledno le za prehod iz vakuuma v dielektrik. Enako velja za Feynmanovo pot. Tega ob razlagi Brewstrovega zakona ne kaže zamolčati. Vendar to ni huda pomanjkljivost. Prehod pravokotno na vpadno ravnino linearno polariziranega z gostoto magnetnega polja valovanja preko meje pri Brewstrovem kotu je namreč edini primer popolnoma reverzibilnega prehoda, ker sploh ni odbitega valovanja. Tako uporabimo premislek pač za prehod iz vakuuma v dielektrik in pozneje zaradi reverzibilnosti rezultat prevzamemo tudi za prehod iz dielektrika v vakuum.

Ob tem se zavemo, da je kaka trditev smiselna samo v okviru določenega teorijskega prijema. Prehod valovanja čez mejo med dielektrikoma lahko obravnavamo v okviru elektrodinamike in pridemo do Fresnelovih enačb. Pri tem opišemo dielektrik makroskopsko kot zvezno snov z dielektričnostjo. Lahko pa že od vsega začetka opišemo snov mikroskopsko kot množico elektronov, vezanih na ione, toda dosleden opis je v tem primeru zelo zahteven. V težave lahko zaidemo, ko selimo rezultate iz enega opisa v drugega. Zaradi tega nazorna razlaga Brewstrovega pojava za marsikoga ni prepričljiva, ker upoštevamo pri prehodu iz prvega območja v drugo lomni zakon, pri prehodu iz drugega v prvo pa ne. Ta korak je treba vsekakor dobro utemeljiti.

Brewstrov pojav lahko potemtakem upravičimo na več načinov: v okviru elektrodinamike s Fresnelovimi enačbami, po Feynmanovi poti ali z nazornim premislekom, z zadnjima le pri prehodu iz vakuuma v dielektrik. V tem vrstnem redu je pri naštetih načinih vse manj računanja in vse več nazornih slik.

Nekaterim se zdijo privlačnejše nazorne slike, drugim enačbe. Najbrž pa se tudi drugi pogosto sprijaznijo z nazornimi slikami, če je z njimi mogoče obiti ali skrajšati daljše izpeljave. Vendar smo videli, da so nazorne slike nezanesljive in jih je treba vedno podpreti z dosledno izpeljanimi enačbami. Pravzaprav so prepričljive samo nazorne slike, ki se opirajo na enačbe. Tako Feynmanova pot dokaj zvesto sledi Fresnelovim enačbam. To razmišljanje ni od muh, če upoštevamo, da v sodobni fiziki večinoma izhajamo od zakonov, v katerih količin ni mogoče neposredno opazovati. Ker ne moremo shajati brez nazornih predstav, si jih moramo razviti pač na osnovi enačb. Posebno pomembne so take slike pri iskanju novih poti, saj je po E. Wignerju »intuicija fizikov pogosto močnejša od njihovega znanja«. Seveda je treba tudi v tem primeru dobljene rezultate vsestransko preveriti.

V našem poučevanju porabimo veliko več časa za abstraktni formalizem in algoritme, ki sledijo iz zakonov, kot pa za nazorne predstave, analogije in prispodobe. Pozabljamo, da se ob razumevanju ali učenju pojmov in zamisli navadno

najprej razvije nekakšna prispodoba, ki se šele pozneje formalizira in izrazi kot algoritem. Številni znameniti fiziki, med njimi Einstein, Maxwell in Faraday, so poročali, da so se jim rodile zamisli kot nazorne slike.

G. Pallrand, P. Lindenfeld, *The physics classroom revisited: Have we learned our lesson*, Phys. Today **38** (1985) 46 (11).

Sestavek je bil spočetka zamišljen kot utrinek, ki naj bi za razliko od nekaterih prejšnjih pometel pred lastnim pragom. Prva izdaja učbenika [2] namreč utemeljuje Brewstrov pojav s premislekom, na katerega letita ugovora. V zadnjem trenutku je bil iz druge izdaje izločen ta odstavek, ki bi zahteval dodatno pojasnilo. Upamo, da se bralci kljub obilici enačb niso dolgočasili. S tem, da razčlenimo težave in napake ali sporna mesta v poučevanju, se lahko dokopljemo do razumevanja in do skladnih nazornih predstav.

LITERATURA

[1] F. S. Crawford, Jr., *Waves*, Berkeley Physics Course, Vol. 3, McGraw-Hill, New York 1968, str. 416.

[2] J. Strnad, *Fizika*, 2. del, DZS, Ljubljana 1978, str. 356, 500.

[3] M. Nitzan, J. S. Bodeheimer, *Simplistic explanation of Brewster's law*, Am. J. Phys. **52** (1984) 660.

[4] E. Merzbacher, Comment on »*Simplistic explanation of the Brewster law*«, Am. J. Phys. **53** (1985) 916.

[5] I. Supek, *Teorijska fizika i struktura materije*, Naučna knjiga, Zagreb 1951, str. 346.

[6] E. Hecht, A. Zajac, *Optics*, Addison-Wesley, Reading, MA 1974, str. 72, 244.

[7] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *The Feynman lectures in physics*, Vol. 1, Addison-Wesley, Reading, MA 1965, str. 33—37.

[8] S. M. Susskind, Comments on »*Simplistic explanations of Brewster's law*«, Am. J. Phys. **54** (1986) 87.

OBVESTILA

ODKUP STAREJŠIH KNJIG

Profesor dr. Josip Plemelj je napisal v slovenščini tri matematične učbenike, ki so izšli pri Slovenski akademiji znanosti in umetnosti:

— Teorija analitičnih funkcij, 1953

— Diferencialne in integralne enačbe, 1960

— Algebra in teorija števil, 1962

Knjige so že nekaj let popolnoma razprodane. Še vedno pa prihajajo v matematično knjižnico ali na društvo kolegi, ki bi radi imeli katero od njih. Zato vabimo vse, ki teh knjig ne potrebujejo več, da nam jih prodajo ali jih zamenjajo za kakšne druge naše izdaje.

Ciril Velkovrh

NOVE KNJIGE

SCHWINGER J., Einstein's legacy, The unity of space and time, Scientific American Library (Scientific American Books, Inc.), W. H. Freeman & Co., New York 1986. 250 str. (Scientific American Library Series 16).

Julian Schwinger (rojen 1918), Nobelov nagrajenec iz leta 1965 za prispevek h kvantni elektrodinamiki, se je potem, ko je dalj časa delal na Harvardu, vrnil na kalifornijsko univerzo v Los Angeles. Tu so ga astronom George Abell, ki mu je knjiga posvečena, in zastopniki angleške odprte univerze in družbe BBC nagovorili, da je pripravil televizijsko oddajo *Razumeti prostor in čas*. Pozneje so nameravali oddajo pokazati širši javnosti, a so jo predvajali v Ameriki samo enkrat ob nerodnem času. Z Abellom sta pripravljala knjigo, a iz načrta ni bilo nič, še preden je Abell umrl. Abell se je namreč nameraval obrniti na najširšo javnost, Schwinger pa na »tiste, ki so se pripravljeni malo potruditi in dobiti zato mnogo globlji vpogled«. Ravnal se je po Einsteinovi misli, da je »treba stvari kolikor mogoče poenostaviti, a ne bolj«. Ob tem je upošteval tudi Galilejevo misel, da knjige narave »ne moremo brati, če se ne naučimo jezika in črk, v kateri je napisana, in napisana je v matematičnem jeziku«.

Schwingerjevo *Einsteinovo volilo* s podnaslovom *Enotnost prostora in časa* je knjiga za javnost, vsekakor za nefizike, o posebni in splošni teoriji relativnosti. Ne izogiba se preproste matematike in tudi ne daljših izvajanj. To bo vsekakor nekoliko zmanjšalo krog bralcev, če upoštevamo nekakšen strah pred matematiko. Glede na piščev sloves in na velikost ameriškega tržišča pa za knjigo ni treba biti v skrbeh.

Delo je skrbno premišljeno in kaže obe teoriji relativnosti v razvoju fizike od Newtona preko Maxwella do Einsteina. Trše orehe — omenjena izvajanja — razredči z zgodovinskimi opombami, ob katerih se bralec nekoliko oddahne, pa se vseeno nauči fizike. Posebna teorija relativnosti je obdelana podrobneje — s seštevanjem hitrosti, relativistično maso in zvezo med maso in energijo — od splošne. V knjigi je več svežih primerov, ki pritegnejo bralca. Seštevanje hitrosti je obdelano s stališča vodje poletov na letališču, na katerem piha močan veter. Relativistično gibalno količino vpelje ob dvoboju gibajočih se mož, ki streljata drug proti drugemu. Problem dvojčkov reši znanstveno-fantastično potovanje vesoljske ladje Argo, na kateri potuje vesoljec Poluks, medtem ko ostane brat Kastor na Zemlji. Nekoliko podrobneje opiše izbrane poskuse, s katerimi so preskusili teoriji.

Knjiga vsebuje poglavja: Nasprotje, prineseno na svetlo(bo), zaznamovanje časa, $E = m c^2$, stvar gravitacije, geometrije in fizike, na meji. Natisnjena je na izbranem papirju in vsebuje lepe barvne fotografije. Kljub razkošni opremi je razmeroma poceni (15,95 dolarja). Med množico knjig te vrste o relativnosti je po premišljeni vsebini in po opremi vsekakor blizu vrha, če že ni na vrhu.

Janez Strnad

AGANOVIĆ I., VESELIĆ K., Jednadžbe matematičke fizike, 1. svesak. Školska knjiga, Zagreb 1985, 140 str.

To je prvi zvezek v zbirki učbenikov iz uporabne matematike, ki so namenjeni tako študentom matematike kakor tudi študentom fizike in tehnike. Razvoj matematike, ki hoče tudi probleme fizike in tehnike abstraktno obravnavati, skoraj onemogoča sporazumevanje med matematiki, tehniki in fiziki. Namen avtorjev je bil, napisati učbenik, ki naj prispeva k boljšemu razumevanju med matematiko in njenimi uporabniki. Učbenik sledi trem osnovnim načelom uporabne matematike. Formulaciji problema sledi matematična analiza in tej numerična analiza modela. Numerični vidik je omejen na metodo končnih elementov, ki je danes osnovna metoda v konstrukcijski mehaniki in mehaniki tekočin. V matematični analizi se knjiga približa sodobnim teorijam, ostane pa pri osnovni zamisli, tako da jo lahko brez težav bere bralec, ki obvlada osnove diferencialnega in integralnega računa ter linearne algebre.

Vsebina učbenika so enodimenzionalni problemi, ki se oblikujejo kot robni problemi za navadne diferencialne enačbe. Osnovna fizikalna modela, s katerim uvaja učbenik v različne matematične možnosti formulacije, sta linearni model za struno in elastični nosilec. Različni statični primeri, lastna nihanja in stabilnost so podani v diferencialni, integralski in variacijski formulaciji. Velik poudarek je na zgledih in nalogah, ki smiselno povezujejo tekst. Večina snovi je namenjena linearnim problemom. Nelinearni problemi so obravnavani kot majhna motnja. Prikazana je možnost rešitve z metodo zaporednih približkov. Na koncu je dodatek, v katerem je zbranih nekaj osnov iz teorije navadnih diferencialnih enačb.

Peter Vencelj

LADYZHENSKAYA O. A., The boundary-value problems of mathematical physics (Applied mathematical science ; 49) (prevod iz ruščine). Springer Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo 1985, XXX + 322 str.

Knjiga sistematično obravnava vprašanja rešljivosti linearnih robnih in začetnih problemov v teoriji parcialnih diferencialnih enačb s spremenljivimi koeficienti. Poudarek je na enačbah klasičnega tipa, predvsem na enačbah drugega reda. Namenjena je specialistom v teoriji diferencialnih enačb in različnim uporabnikom matematičnih metod, predvsem teoretičnim fizikom. Osnovna ideja, ki je značilna za to knjigo, je zamenjava klasične formulacije robnih problemov s posplošeno formulacijo. Osnovno orodje so različni razredi posplošenih rešitev in nov pristop pri preverjanju enoličnosti rešitev v ustreznih funkcionalnih prostorih.

Knjiga je prevod znane ruske izdaje iz leta 1973. Vsebinsko se navezuje na avtoričina dela iz leta 1920, ki zajemajo klasične dvodimenzionalne variacijske probleme in določanje posplošenih rešitev nestacionarnih problemov, kot so valovna enačba in enačbe hidromehanike. Uvodno poglavje navaja potrebne osnove in pojme iz funkcionalne analize. Sledijo poglavja o enačbah eliptičnega, paraboličnega in hiperboličnega tipa drugega reda v R^n oziroma Q_T. Peto poglavje obravnava posplošitve na enačbe višjega reda, šesto pa je posvečeno analizi metode končnih diferenc. Na koncu vsakega poglavja so naloge, na koncu knjige pa obsežen pregled literature.

Peter Vencelj

NIKOLSKII N. K., Treatise on the Shift Operator (Spectral Function Theory), prevod iz ruščine. Grundlehren der math. Wissenschaften 273, Springer-Verlag, Berlin, 1986. VII + 491 str.

Po avtorjevih besedah je knjiga uvod v neklasično spektralno teorijo. Klasična spektralna teorija si prizadeva ugotoviti, kako je dan linearen operator sestavljen iz enostavnih delov. Tipična primera sta spektralni izrek za normalne operatorje in Jordanova kanonična forma za operatorje na končnorazsežnih prostorih. Neklasična spektralna teorija pa ne poskuša razstaviti operator na enostavnejše dele, temveč ga potopi v neki večji univerzalni operator, opremljen z dodatno analitično strukturo, ki pomaga pri proučevanju prvotnega operatorja. Univerzalno vlogo igra pri tem operator desnega premika S na separabilnem Hilbertovem prostoru (ali pa kaka splošnejša izometrija). Dodatna analitična struktura izvira iz dejstva, da lahko S predstavimo kot množenje z neodvisno spremenljivko na klasičnem Hardyevem prostoru H^2. Delo obravnava v glavnem kompresije operatorja S na koinvariantne podprostore, pri čemer uporablja celotno funkcijsko teorijo H^p prostorov. Ravno zveza med glavnimi problemi funkcijske teorije in spektralno teorijo je osrednji motiv knjige.

Vsako od enajstih poglavij glavnega teksta je metodološko razdeljeno na dva dela. Prvi del se dogaja v klasičnem prostoru H^2 in je napisan zelo dostopno. Drugi del, ki vsebuje razne poslošitve in bibliografske opombe, pa je bolj zgoščen. Poleg glavnega teksta vsebuje knjiga še pet dodatkov, ki razlagajo teorijo kontrakcij razreda C_0, H^p prostore, izrek o koroni, Toeplitzove in Hankelove operatorje ter uporabo Hankelovih operatorjev v stacionarnih procesih in teoriji aproksimacij. Zadnji dodatek sta napisala S. V. Hruščev in V. V. Peller.

Razen operatorskim teoretikom in specialistom iz funkcij ene kompleksne spremenljivke bo knjiga lahko koristna tudi podiplomskim študentom analize. Kot predznanje pa zahteva poznavanje osnov funkcionalne analize in teorije analitičnih funkcij.

Bojan Magajna

FEYNMAN, R. P., "Surely You're Joking, Mr. Feynman!" Adventures of a Curious Character, W. W. Norton & Co, New York, London 1985, 350 str.

Obzornik navadno poroča samo o strokovnih knjigah. Najbrž pa ne bo napak, če si to pot — tako kot več drugih strokovnih revij [1] — privošči izjemo. Knjiga Nobelovega nagrajenca, soustvarjalca kvantne elektrodinamike, očeta Feynmanovih krivuljnih integralov in Feynmanovih diagramov ter ustvarjalca *Feynmanovih predavanj iz fizike* je zbudila — ne samo med fiziki — veliko zanimanje in je bila več tednov na vrhu ameriških seznamov uspešnic. »*Zagotovo se šalite, g. Feynman*!« s podnaslovom *Dogodivščine nenavadnega značaja* vsebuje zgodbe iz Feynmanovega življenja, kakor jih je pripovedovl Richard Feynman in zapisal Ralph Leighton. Nemara so nekateri bralci nekoliko razočarani, da je v knjigi malo mest, ki bi kazala na Feynmanov globlji odnos do žgočih sodobnih prašanj v splošnem in do fizikalnega raziskovanja posebej in bi razkrila bistvo njegove ustvarjalnosti. Toda ti bralci so popolnoma zgrešili namen knjige, ki s presenetljivo prostodušnostjo pripoveduje o osebnih zgodah in nezgodah. Na način, ki je samo navidez površen, pove Feynman veliko zanimivega, poučnega, čeprav samosvo-

jega, o sebi in svojem odnosu do sveta in tudi do fizike. Pri tem mu pač ne moremo zameriti, če vse težave poskuša rešiti brez predsodkov, zagrizeno in pronicljivo, kakor se je — nadvse uspešno — loteval fizikalnih vprašanj.

Prvo poglavje zajema šolarska leta v Far Rockawayu blizu New Yorka, kjer je bil rojen, in študentovska leta na MIT. Pripoveduje o mladem popravljalcu radijskih sprejemnikov, ki je po temeljitem premisleku razrešil marsikatero zanko, in o glavnem kemiku družbe, ki je srebrila plastične predmete. Drugo poglavje zajema podiplomski študij v Princetonu, ko je moral pogledati tudi čez ograjo fizike, in je imel naposled prvo strokovno predavanje pred Einsteinom, Paulijem in drugimi znamenitimi fiziki. Tretje poglavje opisuje življenje v Los Alamosu, kjer so delali načrte za jedrsko bombo. Feynman je vodil delo z računalnikom, ko ta še ni bil to, kar je dandanes. Poleg tega se je ukvarjal z odpiranjem blagajn in si pri tem pridobil veliko spretnosti in postal prav razvpit. V četrtem poglavju nastopa že po koncu vojne kot mlad profesor najprej na Cornellovi univerzi in pozneje na kalifornijskem tehničnem inštitutu Caltechu. Po vojni se zaradi smrti žene in garaškega dela počuti čisto izžetega in se odloči, da bo delal le to, kar ga bo zanimalo. Tako je kmalu na poti, ki ga je privedla do nagrade. Iz tega časa izvirajo tudi prve izkušnje iz barov, o katerih na tem mestu le ne kaže preveč podrobno poročati.

Peto poglavje obravnava »svet nekega fizika«. Feynmanu sledimo na Japonsko, kjer se dalj časa mudi z drugo ženo in se uči japonščine. Nekaj izvemo tudi o teoriji razpada beta, ki jo naposled objavi z Murrayem Gell-Mannom. Uči se slikati in razstavlja in prodaja slike. Predava o koledarju Majev in se izpopolnjuje v bobnanju, ki se ga je bil naučil poprej v Braziliji; spremlja baletno predstavo, ki doseže visoko nagrado. Razmišlja, kako bi odklonil Nobelovo nagrado in uvidi, da bi imel s tem več zapletov, kot če jo sprejme. Loti se svetovanja vladi, a ne v vojaških, temveč šolskih zadevah; v komisiji za predmetnike zvezne države Kalifornije ugotovi, da ocenjujejo učbenike zgolj po platnicah. Zadnji odstavek [2] zadeva stališče do lažne znanosti. Pri tem Feynman ničesar vnaprej ne verjame, ampak poskuša vse dognati sam. Marsikaj preskusi na lastni koži, preden sprejme misel, da gre za prevaro.

Bralec, ki vzame knjigo v roke, je ne more odložiti, preden je ne prebere do konca. Samo na nekaj mestih nefiziku morda nekoliko drči, v celoti je knjiga popolnoma nestrokovna. Knjiga razločno kaže, da so tudi fiziki — celo tisti, ki dobijo Nobelovo nagrado — samo ljudje; preveva jo zanimanje za »majhne ljudi« in spoštovanje teh ljudi. Seveda pa je treba priznati, da Feynman ni navaden človek in navaden fizik. Zaradi svojih izrednih zmožnosti in možnosti si je nabral toliko različnih izkušenj — od resnega raziskovanja v biologiji do umetniškega poizkušanja, kolikor si jih navaden smrtnik niti v sanjah ne more. Prav te izkušnje in razmišljanja o njih nosijo za vsakega bralca dragoceno sporočilo, če se ne oziramo na zabavno stran branja.

Janez Strnad

[1] C. Zafiratos, *He fixes radios by thinking!* Phys. Teacher **24** (1986) 245; P. D. Sackett, Am. J. Phys. **53** (1985) 1214; *»Vy, konečno, šutite, mister Feynman!«, Otryvki iz knigi, posvjaščennnye prepodavaniju fiziki,* Usp. fiz. nauk **148** (1986) 509.

[2] Zadnji odstavek, posnet po predavanju na Caltechu na začetku šolskega leta 1974, je preveden v Naših razgledih.

DOMAČE VESTI

SEZNAM DIPLOMANTOV PRVE, DRUGE IN TRETJE STOPNJE TER DOKTORANDOV IZ MATEMATIKE IN FIZIKE V LETU 1985*

Pedagoška akademija — Maribor

Matematika — fizika

334. Bratkovič, Vladimir
335. Cipot, Ivana
336. Đakovac, Jolanda
337. Glažar, Stanislav
338. Grasselli, Tanja
339. Hartman, Zlatka
340. Kaučič, Jožica
341. Kotnik, Jožica
342. Krepek, Milica
343. Magdič, Marija
344. Marošek, Andreja
345. Mihocek, Bojana
346. Močnik, Mojca
347. Mraz, Edita
348. Mumelj, Greta
349. Plošnik, Suzana
350. Ramot, Tatjana
351. Sabó, Jana
352. Sirk, Ljudmila
353. Slatinšek, Dragica
354. Štimulak, Irena
355. Šumej, Mateja
356. Tancer, Mladen
357. Vogrin, Vanja

Fizika — tehnična vzgoja

270. Jakob, Darija
271. Merc, Marija
272. Šegula, Boris
273. Trstenjak, Zvonko

Pedagoška akademija — Ljubljana

Matematika — fizika

734. Krajnc, Breda	Analiza napak pri preizkusih znanja matematike učencev 6. r. OŠ
735. Povalej-Kolar, Lilijana	Najpogostejše napake v preizkusih znanja matematike učencev v 7. r.
736. Robas, Aleš	Kompleksna števila v geometriji
737. Novak-Kraševec, Karmen	Praktično usposabljanje bodočih učiteljev matematike na Pedagoški akademiji v Ljubljani
738. Okorn, Jožica	Preverjanje objektivnosti ocenjevanja nalog pri pouku matematike
739. Kotar, Marija	Naloge iz elementarne matematike in računalništva
740. Špec, Aleksander	Številke in števila ter zapisi pri raznih narodih in raznih obdobjih
741. Cunk, Marjeta	Odboj svetlobe (za ustrezne dejavnosti v OŠ)
742. Dolenc-Zalokar, Branka	Uporaba računalnika pri dopolnilnem pouku matematike v 7. razredu OŠ
743. Ferkolj, Marinka	Izbrane ravninske krivulje in njihova uporaba
744. Kovačič, Ivanka	Trikotnik in podobnostne preslikave
745. Kožlin, Boris	Enlerjeva krožnica trikotnika
746. Mozetič-Krpan, Adrijana	Vzorci v ravnini in logika
747. Kariž, Vida	Interferenca svetlobe
748. Božič, Damijana	Preprosti primeri uporabe izjavnega računa in pravil sklepanja (s poudarkom pri oblikovanju pouka v osemletki)
749. Katrašnik, Ivanka	Pitagorov izrek in nekatere posplošitve
750. Kladnik, Branka	Uvod v ciklografijo
751. Markež, Silva	Matematika kot kulturni in pedagoški pojav
752. Intihar-Šega, Liljana	Programiranje sekvence: geometrijska telesa v 8. r. OŠ
753. Škrjanec, Romana	Neuspešni učenci pri pouku matematike v OŠ
754. Centa, Nataša	Dodatni pouk iz matematike za 5. r. OŠ
755. Repovž, Boštjan	Obravnava geometrijskih preslikav v SR Sloveniji in SR Hrvatski
756. Rotovnik, Irena	Motivacija učencev za pouk matematike na predmetni stopnji OŠ
757. Štendler, Andreja	Programiranje sekvence o krogu v 7. r. OŠ
758. Zorko-Gerič, Bojana	—
759. Konobelj, Helena	Didaktične igre s področja geometrije

* Seznam diplomantov iz leta 1984 je bil objavljen v Obzorniku mat. fiz. **32** (1985) 83—85.

Matematika — tehnična vzgoja

1. Jakljič-Škof, Janja	Sestavine učnih navad, ki kažejo povezavo z uspešnostjo učencev OŠ pri matematiki
2. Kresal-Anžiček, Marija	Obravnava geometrijskih teles v OŠ
3. Skok-Ipavec, Majda	Obravnava ulomkov po starem in novem učnem načrtu v OŠ
4. Kutin, Marija	Izdelek iz lesa in kovine kot predlog za projektno nalogo
5. Meglič, Nevenka	Analiza proizvodnega postopka umetnih snovi v delovni organizaciji TAP Trebnje
6. Močnik-Cvek, Dragica	Analiza tehnološkega procesa izdelave omarice
7. Bekrić-Benkovič, Anica	Oblikovni in tehnološki razvoj stola v Stolu — industrija pohištva, Kamnik
8. Krč-Renko, Judita	Tehnično-tehnološka dokumentacija in tehnologija v elektroindustriji in OŠ
9. Parkelj, Igor	Fotografija v OŠ
10. Čuk, Katarina	Izbrane ravninske krivulje in uporaba lastnosti
11. Strgar, Miran	Uporaba mikroračunalnika v izbranih geometrijskih konstrukcijah
12. Keber, Mateja	Časovna razporeditev učne snovi za 7. in 8. razred z aplikacijo na metodični izpeljavi učne enote tehničnega risanja
13. Lenart, Nevenka	Izdelava papirja pri izdelavi šablon in modelov geometrijskih teles
14. Winkler-Gruden, Alijana	Obravnava enačb v osnovni šoli
15. Jež, Andreja	Barvila in premazna sredstva
16. Zaman, Marta	Možnost uporabe programiranega pouka pri matematiki na višji stopnji v OŠ
17. Baskar, Nevenka	Preverjanje pri matematiki
18. Mrak, Marinka	Obravnava geometrijskih teles v OŠ

Fizika — tehnična vzgoja

720. Bergant, Janez	Vrste del na stružnici
721. Guzelj, Ivan	Radiotehnika v osnovni šoli
722. Hostnik, Igor	Električne instalacije
723. Vidmar, Iztok	Operacijski ojačevalnik
724. Kovič, Dimitrij	Oblikovanje pločevinastih delov v DO Avtomontaža

Fakulteta za naravoslovje in tehnologijo

1. stopnja

Uporabno računalništvo — AOP (navedeni podatki so od leta 1982)

1. Tratar, Zlatko	Analiza vsote kvadratov z enim faktorjem
2. Žvab, Nevenka	Pregled algoritmov po zasnovi deli in vladaj
3. Kodre, Tatjana	Analiza učinkovitosti računalnika s podatki iz obračunske datoteke
4. Konvalinka, Vojan	Editor za ažuriranje datotek na osebnem računalniku SHARP MZ-80 K
5. Remškar, Milena	Naročanje končnih izdelkov v delovni organizaciji PEKO
6. Jovan, Jože	Cenik gradbenih, zaključnih in montažno-instalacijskih del
7. Jakelj, Tomaž	Planiranje in vodenje projekta z metodama CPM in PERT
8. Ambrožič, Jurij	Zajemanje podatkov
9. Hukič, Majda	Računalniško obračunavanje polnih stroškov
10. Homšak, Drago	Metodi za doseg podatkov ISAM in VSAM
11. Burič, Anton	Planiranje rednih obdelav z računalnikom

Matematika — pedagoška smer**

121. Knific, Polona	Enačba tretje in četrte stopnje
122. Škalič, Marija	—
123. Rozina, Vidka	Cikloida
124. Zrimšek, Mateja	Pomožni liki trikotnika in njihova uporaba
125. Škabar, Tatjana	Elementarna obravnava pet znamenitih problemov v paraboli

Matematika — uporabna smer**

182. Škerlj, Dušan	Jordanov izrek
183. Veljic, Irena	Računanje realnih integralov s pomočjo kompleksnih funkcij
184. Intihar, Zdenko	Pravilni poliedri
185. Cedilnik, Katarina	Eliptični integrali
186. Božnar, Darinka	Tretinjenje kota
187. Perpar, Elizabeta	Jurij Vega in njegov logaritmovnik
188. Peroša, Lidija	Funkcija gama
189. Fakin, Marko	Program za reševanje Rubikove kocke

Fizika — tehniška smer**

163. Lazar, Samo
164. Omladič, Sergej
165. Ambrožič, Milan
166. Dolžan, Aleš
167. Mihelčič, Stanislav
168. Gregorčič, Branko
169. Mekinda, Tajda
170. Velkavrh, Andrej
171. Pivec, Irena
172. Uršič, Marko

2. stopnja

Matematika — pedagoška smer

424. Fiegel, Vanda	Gosti kolobarji
425. Radoš-Drganc, Bernarda	Verižni ulomki
426. Ogrizek-Zidar, Erna	Izometrija ravnine
427. Kobal, Damjan	Komutativnost kolobarja s polinomsko identiteto
428. Ostouška, Dušan	Končnorazsežne realne algebre
429. Gnidovec, Jasna	Gaussov problem in Kozminov izrek

Matematika — uporabna smer

318. Golc, Nevenka	Ocenjevanje nelinearnih parametrov ARMA modelov časovnih vrst
319. Lovrečič, Marko	Funkcije rasti DOL gramatik
320. Ribnikar, Viktor	Risanje krivulj
321. Vavken, Daša	Topološke grupe
322. Medvešeč, Alenka	Ocene lastnih vrednosti
323. Dekleva-Likar, Barbara	Kronekerjev produkt matrik
324. Kelenc, Marija	Reševanje sistemov linearnih enačb z razpršeno matriko
325. Robnik, Ana	Diferencialne enačbe v Banachovem prostoru
326. Urbančič, Andreja	Razvejevanje in omejevanje
327. Lapuh, Julijana	Hibridno urejanje
328. Zemljič, Davor	Metoda povprečenja
329. Predovič, Sava	Korovkinov izrek
330. Poljanšek, Tadeja	Kvadratni in bilinearni funkcionali
331. Krmelj-Sekirnik, Živka	Modeli žar in diskretna verjetnost
332. Lokar, Matija	Zbirka podatkov
333. Klavžar, Sandi	Algebrajski problemi poti
334. Noč, Gorazd	*B*-zlepki v več dimenzijah

** V zadnjih treh skupinah navajamo imena samo tistih študentov, ki so izpolnili pogoje in tudi zaprosili za podelitev diplome.

Matematika — teoretična smer

11. Kovačič, Gregor	Van der Waerdnov problem
12. Šemrl, Peter	Funkcijske enačbe na Banachovih algebrah

Fizika — pedagoška smer

93. Vidovič, Viktor	Sončni zbiralnik
94. Udir, Vinko	Hertzsprung-Russellov diagram
95. Erman, Rudi	Opazovanje migotic
96. Gerdin, Zvonka	Drevesasta rast kristalov

Fizika — tehniška smer

412. Lorenčič, Neja	Vpliv mrežnih nihanj na tunelske prehode elektronov v molekulskih kristalih
413. Padežnik-Gomilšek, Jana	Braggov monokromator z ukrivljenim kristalom za meritve rentgenskih Ramanovih spektrov
414. Kovačič, Gregor	Obtekanje teles pri majhnih Reynoldsovih številih
415. Lipnik, Gorazd	Potencialni osnosimetrični tok
416. Majaron, Boris	Numerična analiza štirinivojskega laserja s preklopnikom kvalitete s spremenljivim črpanjem
417. Gyergyek, Andrej	Merilec zemeljskega magnetnega polja
418. Remškar, Maja	Elektrooptični modulator
419. Kralj-Novak, Marjeta	Študij faznih prehodov v $C_8H_{17}NH_3Cl$ z dvojno resonanco $^1H - ^{14}N$
420. Boštjančič, Bojan	Ocena ločljivosti slike pri pozitronski tomografiji
421. Kogej, Peter	Podaljšana fina struktura rentgenskih absorpcijskih robov (EXAFS)
422. Zwitter, Tomaž	Razvoj zvezd
423. Cenčič, Simona	Študij feroelastičnega prehoda v $KH_3(SeO_3)_2$ z dvojno resonanco $^1H - ^{17}O$
424. Verbovšek, Anton	Stabilnost sistema šestih kvarkov, ki sodelujejo s Hookovo silo

Meteorologija

44. Kovač-Roethel, Metka	Vpliv urbanega naselja na termalno počutje človeka
45. Gregorčič, Branko	Višinska tokovna polja in padavine nad Slovenijo ob genovskem ciklonu
46. Mekinda, Tajda	Lastnosti front v območju orografskih pregrad in učinki front v Sloveniji

3. stopnja

Matematika

36. Delač, Darko	Distribucije i linearni parcijalni diferencijalni operatori s konstantnim koeficijentima
37. Gravner, Janko	Elementarni operatorji
38. Cencelj, Matija	Grupi K_0 in K_1 in njuna uporaba v topologiji

Fizika

76. Pleško, Mark	Razpoznavanje fotonov iz razpada na spektrometru ARGUS
77. Lukač, Matjaž	Nd-fosfatno stekleni laser z mehanskim preklopnikom kvalitete
78. Mitić, Dragan	Tenzorska nukleon-nukleon interakcija v dvo- in trigručastem modelu lahkih jeder

Doktorske disertacije

Matematika

25. Lampret, Vito	Spekter in numerični zaklad elementa realne ali kompleksne normalne algebre (brez enote). 1983
26. Hladnik, Milan	Spektralnost in druge lastnosti elementarnih operatorjev

27. Magajna, Bojan — Elementarni operatorji na Calkinovi algebri in von Neumann-Schattenovih razredih

28. Hvalica, Dušan — Funktor induciranja in ekvivalence kategorij modulov nad algebrami

Fizika

86. Brumen, Milan — Stacionarno stanje eritrocita in njegova vloga v proučevanju lastnosti populacije eritrocitov

87. Pirnat, Janez — Študij strukture faznih prehodov v $SnCl_2 . x H_2O$ ($x = 1.5, 2$) in v sistemih X_2YZ_4 z jedrsko kvadupolno resonanco

88. Šmit, Žiga — Protonsko vzbujanje karakterističnih rentgenskih žarkov v amorfnih in kristalnih snoveh

Zbral in uredil Ciril Velkovrh

11. MATEMATIČNI SEMINAR

On revient toujours à son premier amour
Vedno se vračamo k prvi ljubezni

Dosedaj smo za vsak seminar našli skupen naslov, vsa predavanja so se dopolnjevala. Zaradi naglice pri organizaciji seminarja nismo iskali enotne vsebine, predavatelji so si sami izbirali teme po lastni presoji. Čeprav so si izbrali naslove z različnih področij, noben predavatelj ni segel v »moderna« področja, »klasična« matematika je še vedno zanimiva. Tako smo naslove povezali v skupno geslo: vedno se vračamo k prvi ljubezni. Kot žlahtno vino, ki z leti pridobi na barvi, aromi in okusu, so tudi predavanja bila požlahtnjena z novimi izsledki, pogledi.

Jože Grasselli nas je seznanil z definicijo prijateljskih parov. Znani matematiki so iskali prijateljske pare: Pitagora, Fermat, Descartes, Euler. Danes je iskanje prijateljskih parov z računalniki hitrejše, toda še vedno ne znamo dokazati nekaterih lstnosti, ki jih kažejo prijateljski pari.

V predavanju Ivana Vidava o kubičnih krivuljah sta se matematika in umetnost podajanja zlili v simfonijo popolnosti. Seznanil nas je z grafi kubičnih krivulj v primerno izbranem projektivnem koordinatnem sistemu in s številom racionalnih točk na kubični krivulji.

Sobotni predavanji sta bili s področja infinitezimalnega računa. Niko Prijatelj je pokazal novo pot do Lebesgua. Ta pot za dokaz integrabilnosti funkcij je podobna Riemannovemu eksistenčnemu dokazu integrala funkcije. France Križanič je v predavanju »Geometrijska podoba odvoda« segel v vektorski prostor, do gradienta skalarnega polja.

Tudi poslušalci so dokazali, da se prve ljubezni — matematike ne pozabi. Seminar je bil 14. in 15. februarja 1986, torej v času pouka, toda kljub temu smo našteli 120 udeležencev. Toda kje učijo učitelji srednjih šol? Le kdo bi znal razvozlati vse kratice, za katerimi se skrivajo srednje šole: SNŠ, SŠDSK, SŠPTNU, SDJŠ, CSUI, SDEŠ, SŠPKU, SPNMŠ, SŠPRNMU, ...? Tudi tu bi se morali vrniti na enostavno poimenovanje srednjih šol.

Za popestritev seminarja je poskrbela Komisija za tisk, ki je v sosednji učilnici pripravila razstavo in prodajo publikacij društva. Udeleženci seminarja so si med odmori lahko ogledali in kupili strokovno literaturo. Prijetno vzdušje na seminarju je potrdilo izrek: nič ni majhno, kar je storjeno iz ljubezni.

Predavanja s seminarja bodo objavljena v prvi številki Obzornika za matematiko in fiziko v l. 1987.

Martina Koman

VSEBINA OBZORNIKA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO 33 (1986) št. 1—6, str. 1—192.

Članki — matematika

O kongruentnih številih (Ivan Vidav) . . . . . 1—8
Na prvem koraku do faktorske analize (Matjaž Omladič) . . . . . 9—23
O nekaterih funkcionalnih enačbah (Joso Vukman) . . . . . 65—73
Barvanje grafov (Bojan Mohar) . . . . . 75—80
Novejši rezultati večparametričnih problemov (Gabrijel Tomšič) . . . . 81—85
Elementarni operatorji na matričnih algebrah (Janko Gravner) . . . . 87—92
Transfinitne ploskve — interpolacija na pravokotnikih (Miro Germ) . . 93—98
Stirlingovi stolpci prve vrste (Alojzij Vadnal) . . . . . 99—103
Kaj je množica (Izidor Hafner) . . . . . 104—108
Izumiranje populacij (Jože Andrej Čibej) . . . . . 129—136
Primer uporabe računalnika pri analizi neke implicitno podane funkcije (France Avsec) . . . . . 137—144
Metoda aritmetično-geometrične sredine (Marko Razpet) . . . . . 161—164

Članki — fizika

Biomagnetizem (Janko Lužnik) . . . . . 24—33
Astronomija v osnovni šoli (Boris Kham) . . . . . 34—38
16. mednarodna fizikalna olimpiada (Zbral in uredil Bojan Golli) . . . 39—53
Eksperimentalna oprema za fizikalno olimpiado (Tomaž Skulj) . . . . 54—57
Atomski model Nielsa Bohra (Janez Strnad) . . . . . 109—117
Določanje zvezdnih mas (Marijan Prosen) . . . . . 118—120
Temperaturno raztezanje trdnin (Janez Strnad) . . . . . 145—147
Gibanje telesa v gravitacijskem polju Zemlje (Janez Komelj) . . . . . 165—167
Geotomografija (Saša Bajt) . . . . . 168—174
Razlage Brewstrovega pojava (Janez Strnad) . . . . . 175—181

Domače vesti — Home news

37. občni zbor društva — poročilo (Martina Koman) . . . . . 60—61
Častni člani društva v letu 1985 (Janez Strnad, Ciril Velkovrh) . . . . . 61—63
Topology and its applications (Dušan Repovš) 64
5. seminar iz uporabne matematike — vabilo (Zvonimir Bohte) . . . . III—IV
Raziskovalne naloge oddelka za matematiko IMFM v l. 1985 (Zbral in ur. Ciril Velkovrh) . . . . . 121—124
Obisk Bolgarske akademije znanosti (Dušan Repovš) . . . . . 124—125
Nagrade Sklada Borisa Kidriča v letu 1986 (Zbral in ur. Ciril Velkovrh) . 148—149
Delo komisije za tisk DMFA SRS v letu 1985 (Edvard Kramar, Janez Markelj, Janez Strnad, Ciril Velkovrh) . . . . . 150—153
Seznam diplomantov prve, druge in tretje stopnje ter doktorandov iz matematike in fizike v letu 1985 (Zbral in ur. Ciril Velkovrh) . . . . . 186—190
11. matematični seminar — poročilo (Martina Koman) 190
38. občni zbor DMFA SRS — vabilo (Dušan Modic, Janez Strnad) . . . XV—XVI

Nove knjige — New books

Vertex operators in mathematics and physics. Ed. J. Lepowsky et al. (Peter Legiša) 8
High-energy ion-atom collisions: Proc. 2. workshop high-energy ion-atom collision processes. Ed. C. Berenyi et al. (Alojz Kodre) 58

Bohr N., Atomphysik und menschliche Erkentnis (Janez Strnad) 59
Franks F., Polywasser (Janez Strnad) 59
Burde G., Zieschang, knots (Ivan Pucelj) 64
Ludwig G., Foundations of quantum mechanic I., II. (Peter Gosar) . . . 74
Žiljak V., Simulacija računalom (Sandi Klavžar) 86
Day W. A., Heat conduction within linear thermoelasticity (Anton Suhadolc) 103
Ludwig G., An axiomatic basis for quantum mechanics, vol. 1. Derivation of Hilbert space structure (Peter Gosar) 120
Strnad J., Mala kvantna fizika (Marjan Hribar) 127
Battestin J., Fizikalni praktikum, 1. in 2. del (Franc Cvelbar) 128
Publikacije komisije za tisk DMFA SRS v letu 1985 (Ciril Velkovrh) . . VII—VIII
Palman D., Projektivna geometrija (Janez Rakovec) 147
Leidner L., Strong approximation by Fourier series (Anton Suhadolc) . . 153
Sanders J. A., Verhulst F., Averaging methods in nonlinear dynamical systems (France Križanič) . . . . . 154—156
Representations of Lie groups and Lie algebras. Ed. A. A. Kirillov (France Križanič) 156
Halmos P. R., I want to be a mathematican. An automatography (France Križanič) . . . . . 157—160
Seznam revij, ki smo jih prejeli v letu 1985 v zameno za Presek ter Obzornik za matematiko in fiziko (Ciril Velkovrh) . . . . . XI—XII
Musik und Mathematik. Salzburger Musikgespräch 1984. Ed. Heinz Götze, Rudolf Wille (Tomaž Kranjc) 174
Schwinger J., Einstein's legacy, The unity of space and time (Janez Strnad) 182
Aganović I., Veselić K., Jednadžbe matematičke fizike (Peter Vencelj) . . 183
Ladyzhenskaya O. A., The boundary-value problems of mathematical physics (Peter Vencelj) 183
Nikolskii N. K., Treatise on the shift operator (Bojan Magajna) 184
Feynman R. P., Surely you're joking, Mr. Feynman! Adventures of a curious character (Janez Strnad) . . . . . 184—185

Vprašanje

120. Mojca Pokrajculja (Anton Cedilnik) 23

Obvestila

Navodila avtorjem za pripravo rokopisa . . . . . 33, VIII, XVI
Obvestilo naročnikom (Janez Strnad, Ciril Velkovrh) . . . . . III, 128, 149
Vabilo k sodelovanju (Marko Batista) IV
Odkup starejših knjig (Ciril Velkovrh) 181

Utrinki

Niels Bohr kot človek (Izbral in prev. Janez Strnad) 58
Tri mnenja o matematiki (Izbral in prev. Janez Strnad) 160

sobota. 24. 10. 1986:

7.30: Ogled Centra tehniških šol v Šmihelu

9.00: **Občni zbor**

Dnevni red:

1. Otvoritev
2. Imenovanja častnih članov
3. Društvena priznanja
4. Poročila o delu društva
5. Razprava o poročilih
6. Poročilo nadzornega odbora
7. Volitve novega odbora
8. Razno. Pregled sklepov

12.30: Kosilo

14.00: Ogled Jakčeve galerije

Vabljene so — po običaju — tudi soproge in soprogi članov. Zanje bo organiziran obisk industrijskih prodajaln Novoteksa in Laboda. Udeležbo prijavite do 10. oktobra 1986. V potrdilo prijave na občni zbor boste prejeli Bilten občnega zbora.

za Podružnico Novo mesto:
Dušan Modic

za Društvo MFA SRS:
Janez Strnad

Ime in priimek:

Stanovanje:

Kraj:

Delovna organizacija:

30.—
din

DUŠAN MODIC
DESŠ

Ulica talcev 3.A
68000 NOVO MESTO

Upravni odbor Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije vabi člane in učitelje matematike, fizike in astronomije na osnovnih, srednjih in drugih šolah ter fizike in matematike, ki delajo v industriji in inštitutih, četudi niso člani društva, na

38. OBČNI ZBOR DRUŠTVA MFA SRS,

ki bo v petek, 23. in soboto, 24. oktobra 1986 v Novem mestu v hotelu Metropol.

SPORED:

petek, 23. 10. 1986:

od 12.00 naprej prijave v recepciji hotela Metropol v Novem mestu
razstava društvenih publikacij

16.15: Marin Bajd in Boris Velenšek, Inštitut za turbinske stroje:
RAZISKOVANJE IN RAZVOJ VODNIH TURBIN

17.15: Aleš Jereb, ISKRA, Center za elektrooptiko:
OPTIČNA VLAKNA

19.00: Večerja z družabnim večerom

ODREŽI

PRIJAVA

Prijavljam se na 38. občni zbor DMFA SRS, ki bo 23. in 24. 10. 1986 v Novem mestu v hotelu Metropol. Pridem v petek. Rezervirajte mi ..... prenočišč ..... v eno- dvo-posteljni sobi (skupaj z .....) z večerjo, zajtrkom, kosilom (4.000 din).

Pridem v soboto. Ne potrebujem prenočišča.

(Nepotrebno prečrtaj!)