



ODPISANO

1985

Letnik 32

1

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, JANUAR 1985

Uredniški odbor: Peter Petek — glavni urednik, Janez Strnad — urednik za fiziko in odgovorni urednik, Ciril Velkovrh — urednik, Matjaž Omladič — urednik za matematiko.

Odbor svetovalcev: Robert Blinc, Alojz Kodre, Peter Legiša, Anton Moljk, Mitja Rosina, Tomaž Skulj, Anton Suhadolc, Ivan Vidav.

Jezikovni pregled Marija Janežič, slike Miha Štalec.

Naročnina: za posameznike 650.— din (za člane društva je že vračunana članarina), za dijake in študente 300.— din, za ustanove in podjetja 1500.— din, za tujino 20 \$, posamezna številka 200.— din, dvojna številka 400.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS — Podružnica Ljubljana — Obzornik za matematiko in fiziko, 61111 Ljubljana, Jadranska c. 19, p.p. 64, tel. št. (061) 265-061/53, žiro račun 50101-678-47233, devizni račun pri Ljubljanski banki št. 50100-620-107-257300-5694/4.

Tisk: Tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani. Naklada 1500 izvodov. Izdajo revije sofinancirata ISS in RSS.

© 1985 DMFA SRS — 718

Poštnina plačana na pošti 61102 Ljubljana

VSEBINA — CONTENTS

Str.-Page

Članki — Articles

Generiranje zmajevе krivulje — Generating the dragon curve (Marko Lovrečič)	1—4
Hamiltonova oblika Maxwellovih enačb — Hamiltonian form of Maxwell's equations (Andrej Likar)	5—11
Stefanov tok — The Stefan flow (Janez Strnad)	12—17

Šola — School

II. zvezno tekmovanje študentov fizike v Beogradu (Matjaž Kaluža)	18—20
Nekaj misli ob novem srednješolskem učbeniku profesorja Kurepe (Peter Legiša)	21—24

Domače vesti — Home news

Častni člani društva (Ciril Velkovrh)	25—26
36. občni zbor društva (Martina Koman)	27—29
Letovanje v Plemljevem domu na Bledu 1985 (Vladimir Batagelj)	29
Profesor Milan Ziegler (1905—1984) (Niko Prijatelj)	30—31
8. kongres matematikov, fizikov in astronomov Jugoslavije: Prvo obvestilo (Prev. in prir. Ciril Velkovrh)	31
Trubarjeva diploma Uredniškemu odboru Knjižnice Sigma (Ciril Velkovrh)	32

Vprašanja in odgovori (Ciril Velkovrh)	32
---	----

Nove knjige — New books (Niko Prijatelj, Ivan Vidav, Janez Strnad) . . .	III
---	-----

Obvestila	4
----------------------------	---

Utrinki

Eksponencialna rast (Tomaž Pisanski)	17
Kelvin proti Celziju (Janez Strnad)	24

Na ovitku: Delovno predsedstvo na občnem zboru v Portorožu (Foto Ciril Velkovrh)

GENERIRANJE ZMAJEVE KRIVULJE

MARKO LOVREČIČ

Math. Subj. Class. (1980) 68 F 05

Podana je predstavitev zmajevih krivulj vseh redov n ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) s končnimi nizi znakov. Nize generira neki DOL sistem.

GENERATING THE DRAGON CURVE

A representation of dragon curves of all orders n ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) with finite strings of signs is introduced. The strings are generated by a DOL system.

O zmajevi krivulji je pisal že PRESEK v članku [2]. Na tem mestu se bomo preko zmajeve krivulje dotaknili formalnih jezikov (o njih obširneje v [1], [4]). Za uvod ponovimo nekaj stvari iz [2].

Vzemimo ozek in dolg papirnat trak ter ga preganimo čez polovico. Pregibanje ponovimo n -krat zaporedoma (n je lahko 0, 1, 2, 3, ...). Potem trak spet razgrnimo, in sicer tako, da bo v vsakem pregibu pravi kot. Daljši rob traku ima obliko (nesklenjene) poligonske črte, ki jo imenujemo *zmajeva krivulja n -tega reda*. Če je $n = 0$, papirja sploh ne pregibamo, zmajeva krivulja ničtega reda je kar daljica. Nekaj zmajevih krivulj je narisanih na sliki.

Zmajevo krivuljo lahko opišemo s končnim naborom ničel in enic (tj. z *dvojiško besedo*): postavimo se na en konec krivulje in se sprehodimo po njej do drugega konca; vsak ovinek na levo označimo z 0, na desno pa z 1. Pri krivulji ničtega reda ni nobenih znakov, ker ni ovinkov. Pri $n = 1$ dobimo 1, pri $n = 2$ dobimo 110, pri $n = 3$ 1101100 itd. Binarno besedo, ki kodira krivuljo n -tega reda, označimo na kratko z u_n ; za zmajevo krivuljo ničtega reda bomo rekli, da je kodirana s prazno besedo, ki jo označimo z ε . Tako je

$$\begin{aligned} u_0 &= \varepsilon \\ u_1 &= 1 \\ u_2 &= 110 \\ u_3 &= 1101100 \\ &\text{itd.} \end{aligned} \tag{1}$$

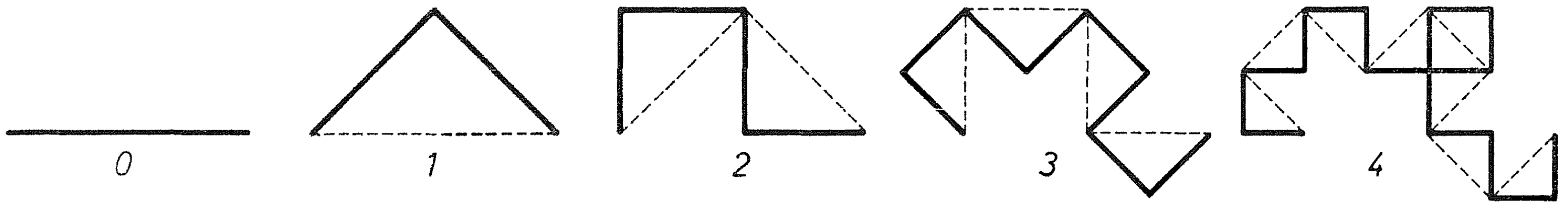
Iz konstrukcije po »papirnati metodi« oziroma iz slike je razvidno, kako dobimo besedo u_{n+1} iz u_n :

pred besedo u_n najprej napišemo 1, nato pa med dvema zaporednima znakoma izmenično vpisujemo 0 in 1, posebej tudi na koncu za zadnjim znakom. (2)

Oglejmo si, kako nastane npr. u_4 iz u_3 . Vzamemo $u_3 = 1101100$, vpišemo ničle in enice po pravilu (2):

1 1 0 1 1 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0

(novovpisani znaki so tiskani polkrepko), tako da dobimo $u_4 = 110110011100100$. Kot vidimo, ima vsaka beseda u_n liho mnogo znakov.



Zakodirajmo zmajevo krivuljo tudi tako, da se po njej sprehodimo v nasprotni smeri (z drugega konca). Dobimo besede (označene so z v_n)

$$\begin{aligned} v_0 &= \varepsilon \\ v_1 &= 0 \\ v_2 &= 100 \\ v_3 &= 1100100 \\ &\text{itd.} \end{aligned} \quad (3)$$

Seveda ima v_n ravno toliko znakov kot u_n . Besedo v_{n+1} dobimo iz v_n na enak način, kot dobimo u_{n+1} iz u_n (velja pravilo (2)).

Ogledali si bomo rekurzivni formuli za zaporedji besed (u_n) in (v_n). In sicer velja

$$u_{n+1} = u_n 1 v_n, \quad v_{n+1} = u_n 0 v_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

pri čemer $u_n 1 v_n$ pomeni besedo, sestavljeno zaporedoma iz u_n , enice ter v_n ; analogno velja za $u_n 0 v_n$. Pri $n = 0$ je $u_1 = \varepsilon 1 \varepsilon = 1$ in $v_1 = \varepsilon 0 \varepsilon = 0$, saj prazna beseda nima znakov.

Da res drži (4), se prepričamo takole: gotovo (4) velja za $n = 0$, pa tudi za $n = 1$. Recimo, da velja za neki $n = k$. Pri $n = k + 1$ si moramo ogledati u_{k+2} in v_{k+2} . No, u_{k+2} nastane iz u_{k+1} po pravilu (2). Ampak $u_{k+1} = u_k 1 v_k$. Ko vpisujemo ničle in enice, se u_k spremeni v u_{k+1} . Beseda u_k ima liho mnogo znakov, zato med u_k in 1 pride 0, torej med 1 in v_k pride 1. Ko vpišemo ničle in enice med znake v besedi v_k , se ta spremeni v v_{k+1} . Torej je $u_{k+2} = u_{k+1} 1 v_{k+1}$. Enako sklepamo pri v_{k+2} , tako da je $v_{k+2} = u_{k+1} 0 v_{k+1}$. Princip popolne indukcije pove, da (4) drži za vse n , QED.

Iz (4) sledi, da se u_n in v_n razlikujeta le v srednjem znaku. Od tod dobimo naslednje pravilo: u_{n+1} nastane, če besedi u_n najprej dopišemo 1, nato pa še enkrat u_n , a s spremenjenim srednjim znakom. Podobno velja za besedo v_{n+1} .

Do zmajeve krivulje pa lahko pridemo še drugače. Ko jo obhodimo, si zapomnimo tudi vse ravne dele (daljice) med ovinki, tako da rezerviramo zanje poseben znak. V bistvu dobimo besedo u_n (oziroma v_n), le da smo med poljubna njena dva zaporedna znaka vpisali poseben znak. Recimo, da računalnik interpretira ničle, enice ter poseben znak tako kot mi (obrne na levo, obrne na desno, nariši daljico). Če mu pripeljemo na vhod besedo, v kateri je zmajeve krivulja kodirana na novi način, jo bo lahko narisal. Mi bomo uporabili za označevanje daljice med ovinki dva različna posebna znaka.

Za trenutek pozabimo na zmajevo krivuljo in računalnik ter si oglejmo množico $A = \{0, 1, f, g\}$ in besede nad A (tj. končne nabore znakov iz A). Dogovorimo se, kako besedo z izpeljemo iz besede w : vsak znak v besedi w posebej zamenjamo z drugimi znaki (ki pa morajo biti iz A) in dobljena beseda je izpeljana beseda z . Za vsak znak iz A je treba predhodno določiti pravilo, po katerem ga zamenjujemo. Pravila naj bodo

$$\begin{aligned}
0 &\rightarrow 0 \\
1 &\rightarrow 1 \\
f &\rightarrow f 1g \\
g &\rightarrow f 0g
\end{aligned}
\tag{5}$$

Po domače povedano, znaka 0 in 1 se ne zamenjata. Namesto f pišemo $f 1g$, namesto g pa $f 0g$. Primer: iz besede $ff0$ izpeljemo po pravilih (5) besedo $f 1g f 1g 0$. Če si izberemo začetno besedo, lahko tvorimo zaporedje besed, tako da naslednjo besedo izpeljemo iz prejšnje. Posebej si oglejmo dva primera: prvič vzemimo za začetno besedo kar znak f , drugič pa znak g . V prvem primeru dobimo zaporedje

$$\begin{aligned}
&f \\
&f 1g \\
&f 1g 1f 0g \\
&f 1g 1f 0g 1f 1g 0f 0g \\
&\text{itd.}
\end{aligned}
\tag{6}$$

Besede tega zaporedja označimo na kratko z x_n , torej je $x_0 = f$, $x_1 = f 1g$, $x_2 = f 1g 1f 0g$, ... V drugem primeru pa dobimo

$$\begin{aligned}
&g \\
&f 0g \\
&f 1g 0f 0g \\
&f 1g 1f 0g 0f 1g 0f 0g \\
&\text{itd.}
\end{aligned}
\tag{7}$$

Besede zaporedja (7) označimo z y_n ($y_0 = g$, $y_1 = f 0g$, $y_2 = f 1g 0f 0g$, ...). Oglejmo si dve urejeni trojki, $F = (A, p, f)$ in $G = (A, p, g)$, pri čemer smo s p označili množico pravil (5). Očitno je zaporedje (6) natanko določeno s F , zaporedje (7) pa z G . Takim urejenim trojkam, kot sta F in G , pravimo *D0L sistemi*. Splošneje definiramo D0L sistem takole:

Definicija: *D0L sistem** (enakovreden izraz je tudi *D0L gramatika*) je urejena trojka $S = (B, q, w_0)$, pri čemer je

- B — neprazna končna množica (*abeceda*), njene elemente imenujemo *znake* (ali *črke*);
- q — množica pravil (takih, kot so npr. (5)), in sicer za vsak znak iz B natanko eno pravilo;
- w_0 — izbrana neprazna začetna beseda (iz znakov iz B), imenujemo jo tudi *aksiom*.

D0L sistem S generira zaporedje besed $w_0, w_1, \dots, w_n, \dots$, v katerem je vsaka naslednja beseda izpeljana iz prejšnje po pravilih q . Množico besed iz zaporedja (w_n) imenujemo *jezik, generiran z S* . Več o D0L sistemih in njihovih jezikih lahko bralec najde v [3], [4].

Vrnimo se k posebnima primeroma D0L sistemov, namreč F in G . Kot vidimo, je zaporedje (x_n) generirano s F , (y_n) pa z G . Za zaporedji velja enaka rekurzivna formula, kot je (4):

$$x_{n+1} = x_n 1y_n, \quad y_{n+1} = x_n 0y_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \tag{8}$$

* D0L System = Deterministic ZERO-sided Lindenmayer System.

Tudi dokaz je podoben. Namreč, (8) gotovo velja za $n = 0$ (glej (6) in (7)!). Recimo, da velja za $n = k$. Besedo x_{k+2} izpeljemo iz x_{k+1} po pravilih p (tj. po pravilih (5)). Ampak $x_{k+1} = x_k 1 y_k$. Ker iz x_k izpeljemo x_{k+1} , 1 ostane 1, iz y_k pa izpeljemo y_{k+1} , sledi $x_{k+2} = x_{k+1} 1 y_{k+1}$. Enako sklepamo pri y_{k+2} , tako da je $y_{k+2} = x_{k+1} 0 y_{k+1}$. Torej velja (8) tudi pri $n = k + 1$, QED.

Iz (8) sledi, da so besede x_n (oziroma y_n) zgrajene enako kot ustrezne besede u_n (v_n), le da so med ničlami in enicami razporejeni tudi znaki f in g . Znake 0, 1, f , g bo računalnik interpretiral po naslednjem slovarčku:

0 — Obrni se za 90° na levo!

1 — Obrni se za 90° na desno!

f — Pojdi v smer, kamor si obrnjen, za fiksno razdaljo r in pri tem nariši ravno črto!

g — isto kot f .

Če mu pripeljemo na vhod besedo x_n (y_n), bo narisal ravno zmajevo krivuljo n -tega reda.

LITERATURA

[1] M. Petkovšek, T. Pisanski, *Izbrana poglavja iz računalništva, 1. del*, str. 5 do 24, DMFA, Ljubljana 1982.

[2] R. Rojko, *Zmajeve krivulje*, PRESEK **XI** (1984), str. 161—163.

[3] G. Rozenberg, A. Salomaa, *The Mathematical Theory of L Systems*, Academic Press, London 1980.

[4] A. Salomaa, *Formal Languages*, Academic Press, New York 1973.

OBVESTILO



Državna založba Slovenije organizira ob svoji štiridesetletnici posvetovanje

UČBENIKI FIZIKE IN NJIHOV VPLIV NA POUK

Posvetovanje bo 23. aprila 1985, ob 16. uri, v Ljubljani, v Cankarjevem domu, v sejni sobi 1. Dalo naj bi vpogled v domačo in tujo učbeniško literaturo, spodbudilo razmišljanja o poučevanju fizike pri nas in s tem prispevalo k prizadevanjem za čim višjo raven naših učnih knjig. Sodelovali bodo pisci učbenikov, učitelji fizike, predstavniki Zavoda SR Slovenije za šolstvo in drugi, ki jih to področje zanima.

Vabimo člane društva, da se udeležijo posvetovanja.

NAVODILO AVTORJEM ZA PRIPRAVO ROKOPISA

Rokopis mora biti natipkan v dveh izvodih (drugi izvod je lahko kseroks kopija) na belem papirju formata A-4, z dvojnimi razmikom in vsaj 2 cm širokim robom na vseh štirih straneh. V tekstu morajo biti vse besede, ki naj bodo postavljene kurzivno, in vsi matematični simboli podčrtani z valovito črto, besede in simboli, ki morajo biti stavljani polkrepko, pa podčrtani z ravno črto. Podrobnejša navodila so v Obzorniku mat. fiz. **21** (1974) 62—64. Pri korekturah na krtačnih odtisih uporabljajte dogovorjene oznake.

HAMILTONOVA OBLIKA MAXWELLOVIH ENAČB

ANDREJ LIKAR

UDK 537.862

Članek obravnava uporabo Hamiltonove oblike Maxwellovih enačb pri sevanju v okviru klasične elektrodinamike. Enačbe odlikuje preprosta oblika in preglednost, kar je posebno pomembno s pedagoškega stališča.

HAMILTONIAN FORM OF MAXWELL'S EQUATIONS

In the article the Hamiltonian form of the Maxwell equations is derived and illustrated with familiar examples of classical radiation problems. The formalism is outstanding for its simplicity and lucidity which makes it interesting from the pedagogic standpoint.

Enačbe

Pot iz klasične mehanike v kvantno vodi preko kanoničnih enačb gibanja ali Hamiltonovih enačb. Ko je pot dobro uhojena, gremo varno po njej tudi iz klasične elektrodinamike v kvantno. Vajeni smo, da Hamiltonova oblika Maxwellovih enačb rabi le temu namenu. Da so enačbe v tej obliki v resnici bolj uporabne, pokažemo s tem, da po tej poti elegantno rešimo nalogi iz klasične elektrodinamike. Obravnavamo vsem domače sevanje električnega dipola in pojav Čerenkova.

Začnimo z Maxwellovimi enačbami v vakuumu

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{j} + c^{-2} \partial \mathbf{E} / \partial t \\ \operatorname{div} \mathbf{E} &= \rho / \epsilon_0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\partial \mathbf{B} / \partial t \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0\end{aligned}\tag{1}$$

Gostota toka $\mathbf{j}$ je povezana z gostoto nabojev ρ in hitrostjo $\mathbf{v}$

$$\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}\tag{2}$$

Enačbe poenostavimo s tem, da uvedemo elektromagnetna potenciala φ in $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{E} = -\partial \mathbf{A} / \partial t - \operatorname{grad} \varphi \quad \mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}\tag{3}$$

Potenciala ustrezata 3. in 4. enačbi, 2. in 3. pa dasta

$$\begin{aligned}\nabla^2 \mathbf{A} - c^{-2} \partial^2 \mathbf{A} / \partial t^2 - \operatorname{grad} (c^{-2} \partial \varphi / \partial t + \operatorname{div} \mathbf{A}) &= -\mu_0 \rho \mathbf{v} \\ \nabla^2 \varphi + \partial (\operatorname{div} \mathbf{A}) / \partial t &= -\rho / \epsilon_0\end{aligned}\tag{4}$$

Uporabili smo enačbo $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{A} = -\nabla^2 \mathbf{A} + \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{A}$.

V klasični fiziki radi privzamemo, da sta potenciala zgolj matematični pripomoček pri obravnavi polja. Kot prepričljivo podporo tej trditvi navajajo *umeritveno invarianco*, ki pravi, da $\mathbf{A}$ in φ nista enolično določena. Če ju nadomestimo z

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \operatorname{grad} \chi \quad \varphi' = \varphi - \partial \chi / \partial t\tag{6}$$

ne spremenimo elektromagnetnega polja. Tu je χ poljubna funkcija koordinat in časa. Šele v kvantni mehaniki se pokaže, da imata potenciala globlji fizikalni pomen. Nekateri menijo, da potenciala tudi v klasični fiziki nista brez fizikalnega pomena [2].

Potenciala $\mathbf{A}$ in φ lahko torej poljubno povežemo ali, kot pravimo, *umerimo*. Pokaže se, da je posebno koristna *Coulombova umeritev*

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = 0 \quad (7)$$

Za skalarni potencial velja v tem primeru kar Poissonova enačba, ki smo je vajeni iz elektrostatike

$$\nabla^2 \varphi = -\rho/\epsilon_0 \quad (8)$$

Za en sam naboj e_0 je njena rešitev

$$\varphi = e_0/4\pi\epsilon_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_e(t)| \quad (9)$$

$\mathbf{r}$ je krajevni vektor točke v polju, $\mathbf{r}_e(t)$ pa krajevni vektor naboja e_0 .

Enačba za vektorski potencial postane s tem

$$\nabla^2 \mathbf{A} - c^{-2} \partial^2 \mathbf{A} / \partial t^2 = -\mu_0 \rho \mathbf{v} + \operatorname{grad} c^{-2} \partial \varphi / \partial t \quad (10)$$

Poleg Coulombove umeritve (7) napravimo še en poseg v formalizem. Elektromagnetno polje razdelimo na longitudinalni in transverzalni del

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_e + \mathbf{E}_{tr} \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_{tr} \quad (11 a)$$

Transverzalni komponenti zadoščata enačbama

$$\operatorname{div} \mathbf{E}_{tr} = 0 \quad \operatorname{div} \mathbf{B}_{tr} = 0$$

Vidimo, da je magnetno polje vedno transverzalno.

Komponente polj zapišemo takole

$$\mathbf{E}_{tr} = -\partial \mathbf{A} / \partial t, \quad \mathbf{E}_e = -\operatorname{grad} \varphi, \quad \mathbf{B}_{tr} = \operatorname{rot} \mathbf{A} \quad (12)$$

energijo polja pa kot

$$\begin{aligned} H_{tr} &= \frac{1}{2} \int (\epsilon_0 \mathbf{E}^2 + \mu_0^{-1} \mathbf{B}^2) dV = \\ &= \frac{1}{2} \int (\epsilon_0 \mathbf{E}_{tr}^2 + \mu_0^{-1} \mathbf{B}_{tr}^2) dV + \frac{1}{2} \int \epsilon_0 \mathbf{E}_e^2 dV + \epsilon_0 \int \mathbf{E}_{tr} \mathbf{E}_e dV \end{aligned} \quad (13)$$

Če gre polje v neskončnosti proti nič, tretji člen nič ne prispeva. Energija elektromagnetnega polja je tedaj vsota transverzalnega in longitudinalnega člena. Pri sevalnih nalogah nas longitudinalno polje ne zanima. Enačba (9) pove, da na dovolj velikih razdaljah longitudinalno polje pojema kot $1/r^2$, kar je zanemarljivo v primeri s sevalnim poljem, ki pada kot $1/r$.

Transverzalno polje opišemo samo z vektorskim potencialom $\mathbf{A}$, ki ga sedaj razvijemo v Fourierovo vrsto

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = (\epsilon_0 V)^{-\frac{1}{2}} \sum_{a\mu} q_{a\mu}(t) \mathbf{A}_{a\mu}(\mathbf{r}) \quad (14)$$

$$\mathbf{A}_{a1}(\mathbf{r}) = \sqrt{2} \epsilon_a \cos(\mathbf{k}_a \mathbf{r})$$

$$\mathbf{A}_{a2}(\mathbf{r}) = \sqrt{2} \epsilon_a \sin(\mathbf{k}_a \mathbf{r})$$

Seštevamo po vseh valovnih vektorjih, za katere izberemo

$$(\mathbf{k}_a)_z > 0$$

Valovi s $(\mathbf{k}_a)_z < 0$ so s tem že upoštevani. Polje je zaprto v veliki votlini s prostornino V . Enotni vektor $\boldsymbol{\varepsilon}_a$ kaže linearno polarizacijo vektorskega potenciala — ali transverzalno komponento električnega polja (11) — in je pravokoten na valovni vektor $\mathbf{k}_a$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_a \mathbf{k}_a = 0$$

Če polarizacije ne poznamo vnaprej, razvijemo $\boldsymbol{\varepsilon}_a$ na vektorja $\boldsymbol{\varepsilon}_{a1}$ in $\boldsymbol{\varepsilon}_{a2}$, ki zadoščata pogoju transverzalnosti in sta med seboj pravokotna. Indeksoma $a\mu$ v vsoti (14) se tako pridruži novi indeks, ki pove, kateri vektor smo izbrali. Krajevni deli v razvoju (14) so med seboj ortogonalni

$$\int \mathbf{A}_{a\mu}(\mathbf{r}) \mathbf{A}_{a'\mu'}(\mathbf{r}) dV = \delta_{aa'} \delta_{\mu\mu'} V \quad (15)$$

Enačbe gibanja, ki jim morajo zadostiti amplitude $q_{a\mu}$, dobimo, če vrsto (14) vstavimo v enačbo (10) in jo nato množimo skalarno z izbranim členom $\mathbf{A}_{a\mu}(\mathbf{r})$ ter integriramo po vsem prostoru

$$\ddot{q}_{a\mu} + \omega_a^2 q_{a\mu} = (\varepsilon_0 V)^{-\frac{1}{2}} \int \varrho \mathbf{v} \mathbf{A}_{a\mu}(\mathbf{r}) dV \quad (16)$$

Drugi člen na desni strani enačbe (10) nič ne prispeva, ker je longitudinalen $\boldsymbol{\varepsilon}_a$ grad $\partial\varphi/\partial t = 0$. Frekvenca ω_a je povezana z velikostjo valovnega vektorja $\mathbf{k}_a$ takole $\omega_a^2 = k_a^2 c^2$. Če imamo opravek z enim samim točkastim nabojem, se (16) poenostavi zaradi

$$\varrho = e_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_e(t))$$

v

$$\ddot{q}_{a\mu=1} + \omega_a^2 q_{a\mu=1} = (\varepsilon_0 V)^{-\frac{1}{2}} e_0 \sqrt{2} (\boldsymbol{\varepsilon}_a \mathbf{v}) \cos(\mathbf{k}_a \mathbf{r}_e(t)) \quad (17 a)$$

Enačba se ujema z enačbo za odmik nihala pri vsiljenem nihanju. Če je nihalo prepuščeno samo sebi, niha s frekvenco ω_a . Zato pravimo, da transverzalno elektromagnetno polje sestavlja množica oscilatorjev. Vsak par $a\mu$ znamuje en tak oscilator. Za $\mu = 2$ je

$$\ddot{q}_{a2} + \omega_a^2 q_{a2} = (\varepsilon_0 V)^{-\frac{1}{2}} e_0 \sqrt{2} (\boldsymbol{\varepsilon}_a \mathbf{v}) \sin(\mathbf{k}_a \mathbf{r}_e(t)) \quad (17 b)$$

Enačbo (17) lahko napišemo v kanonični obliki

$$\dot{q}_{a\mu} = \partial H / \partial p_{a\mu} \quad \dot{p}_{a\mu} = - \partial H / \partial q_{a\mu} \quad (18)$$

če velja

$$p_{a\mu} = \dot{q}_{a\mu} \quad (19 a)$$

in

$$H = (2m_0)^{-1} (\mathbf{p} - e_0 \mathbf{A})^2 + e_0 \varphi + V(\mathbf{r}) + H_{tr}(p_{a\mu}, q_{a\mu}) \quad (19 b)$$

Pri tem je $\mathbf{p}$ posplošena gibalna količina točkastega naboja z maso m_0 in nabojem e_0 , ki se giblje v dodatnem potencialu $V(\mathbf{r})$. Zapisana hamiltonka ustreza mehaniki, elektrodinamiki pa bo, če jo dopolnimo s

$$H_{tr} = \frac{1}{2} \sum_{a\mu} (p_{a\mu}^2 + \omega_a^2 q_{a\mu}^2) \quad (20 a)$$

H_{tr} je hamiltonka prostega transverzalnega elektromagnetnega polja in meri energijo sevalnega polja. Preverimo, če smo jo prav zapisali. Hamiltonove enačbe za sistem delec-polje so za delec

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{r}} &\equiv \mathbf{v} = \partial H / \partial \mathbf{p} = m_0^{-1}(\mathbf{p} - e_0 \mathbf{A}) \\ \dot{\mathbf{p}} &= -\partial H / \partial \mathbf{r} = e_0(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) + e_0 \dot{\mathbf{A}} - \text{grad } V(\mathbf{r})\end{aligned}$$

ali

$$m_0 \dot{\mathbf{v}} = (\dot{\mathbf{p}} - e_0 \dot{\mathbf{A}}) = e_0 \mathbf{E} + e_0 \mathbf{v} \times \mathbf{B} - \text{grad } V(\mathbf{r})$$

kar prav dobro poznamo, in za polje

$$\begin{aligned}\dot{q}_{a\mu} &= p_{a\mu} \\ \dot{p}_{a\mu} &\equiv \ddot{q}_{a\mu} = -\partial H / \partial q_{a\mu} = -\omega_a^2 q_{a\mu} + (\varepsilon_0 V)^{-\frac{1}{2}} e_0 m_0^{-1}(\mathbf{p} - e_0 \mathbf{A}) \mathbf{A}_{a\mu}\end{aligned}$$

kar se ujema z enačbo (17). V enačbi (19b) lastnega polja delca v φ ne upoštevamo.

Tako pridemo do mostu, ki vodi v kvantno mehaniko. Vanjo vstopimo, če vpeljemo namesto p_j in q_j take operatorje, da bo [3] za delec

$$\begin{aligned}p_j x_i - x_i p_j &= -i\hbar \delta_{ij} & x_1 &= x, x_2 = y, x_3 = z \\ p_1 &= p_x, p_2 = p_y, p_3 = p_z\end{aligned}$$

za polje pa

$$p_{a\mu} q_{a'\mu'} - q_{a'\mu'} p_{a\mu} = -i\hbar \delta_{aa'} \delta_{\mu\mu'}$$

in opisujemo delec v polju in polje s stanji.

Ostanimo v klasični fiziki. Od vseh kanoničnih enačb bomo potrebovali le enačbi (17 a) in (17 b) in hamiltonko (20), v kateri bomo namesto posplošenih gibalnih količin pisali kar $\dot{q}_{a\mu}$.

Sevanje dipola

Oglejmo si sedaj, kako s Hamiltonovimi enačbami izračunamo moč pri sevanju električnega dipola. Energijo sevalnega polja podaja

$$H_{tr} = \frac{1}{2} \sum (\dot{q}_{a\mu}^2 + \omega_a^2 q_{a\mu}^2) \quad (20 \text{ b})$$

Moč določimo z odvajanjem

$$p = dH_{tr}/dt \quad (21)$$

Dipol, to je naboj e_0 , ki sinusno niha v smeri osi z z amplitudo z_0 , postavimo v koordinatno izhodišče. Amplitudno enačbo (17) poenostavimo, če računamo v dolgovalovni limiti, ko velja

$$\mathbf{k}_a \mathbf{r}_e(t) \ll 1 \quad \text{ali} \quad z_0 \ll \lambda_a$$

Vektor hitrosti napišemo kot

$$\mathbf{v} = (0, 0, v_0 \cos \omega_0 t) \quad (22)$$

Poenostavljeno amplitudno enačbo za oscilatorja $a\mu$ zapišemo z vektorjema (Sl. 1)

$$\mathbf{k}_a = (0, k_a \sin \vartheta, k_a \cos \vartheta) \quad \boldsymbol{\varepsilon}_a = (0, -\cos \vartheta, \sin \vartheta) \quad (23)$$

takole

$$\begin{aligned}\ddot{q}_{a1} + \omega_a^2 q_{a1} &= (2/\varepsilon_0 V)^{1/2} e_0 v_0 \sin \vartheta \cos \omega_0 t \\ \ddot{q}_{a2} + \omega_a^2 q_{a2} &= 0\end{aligned}\quad (24)$$

Vzemimo, da ob času $t = 0$ transverzalnega polja ni in sta torej amplitudi q_{a1} in q_{a2} tedaj enaki nič, prav tako njuna odvoda po času. Pri teh začetnih pogojih velja

$$\begin{aligned}q_{a1} &= - (2/\varepsilon_0 V)^{1/2} e_0 v_0 \sin \vartheta [\cos(\omega_0 t) - \cos(\omega_a t)]/(\omega_a^2 - \omega_0^2) \\ q_{a2} &= 0\end{aligned}\quad (25)$$

Hamiltonko (20 a) takoj zapišemo

$$H_{tr} = \sum_a [(2e_0^2 v_0^2 \sin^2 \vartheta / \varepsilon_0 V) \omega_a^2 [1 - \cos(\omega_a - \omega_0) t] / (\omega_a^2 - \omega_0^2)^2 + \dots] \quad (26)$$

Spustili smo člene, ki so neodvisni od časa, ker zaradi enačbe (21) k moči nič ne prispevajo. Pri seštevanju se bomo zanimali le za oscilatorje, katerih valovni vektorji ležijo znotraj prostorskega kota $d\Omega$ in katerih število poznamo [4]

$$dN_a = V \omega_a^2 d\omega_a / (2\pi c)^3 d\Omega \quad (27)$$

Vsoto po oscilatorjih α nadomestimo v (26) z integralom: $\sum_a \rightarrow \frac{1}{2} \int dN_a$.

Zaradi (14a) smo morali dodati faktor 1/2, ki izključi dvojno štetje. K oscilatorju α prispeva val z valovnim vektorjem $\mathbf{k}_a$ in val z nasprotnim valovnim vektorjem $-\mathbf{k}_a$.

Uporabimo enačbo

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega_a) [1 - \cos(\omega_a - \omega_0) t] / (\omega_a - \omega_0)^2 d\omega_a = \pi f(\omega_0) t \quad (28)$$

Krivulja

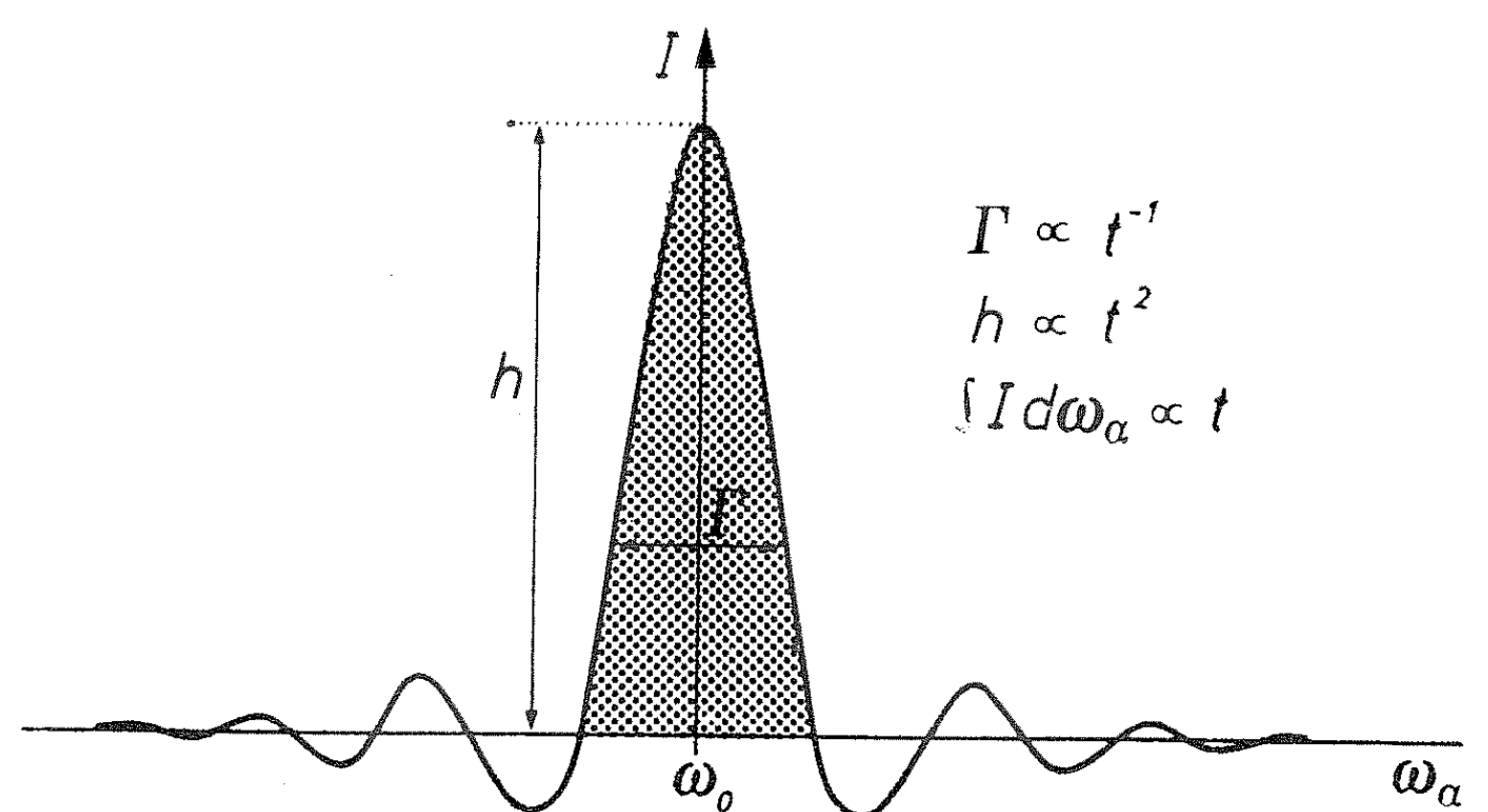
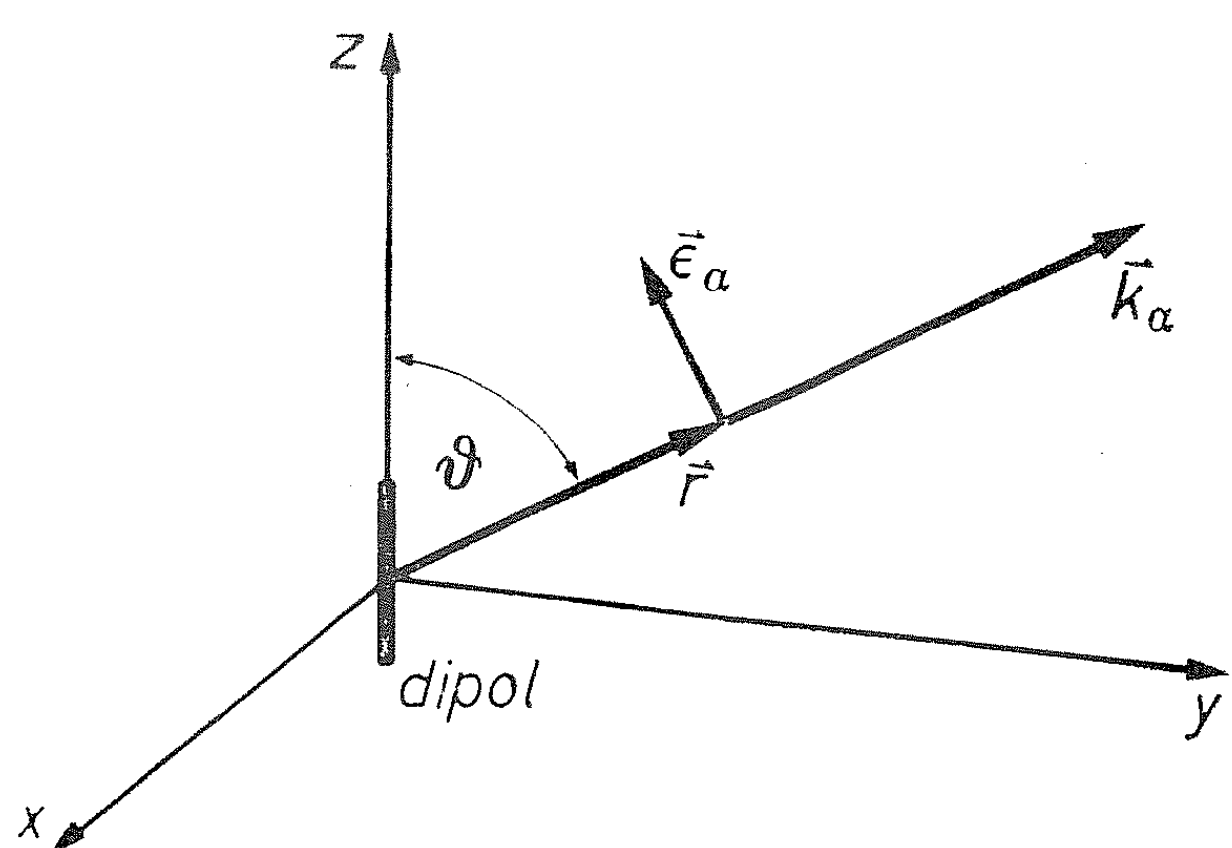
$$I = [1 - \cos(\omega_a - \omega_0) t] / (\omega_a - \omega_0)^2$$

postaja z naraščajočim časom vse ožja in višja, ploščina pod njo pa narašča linearno s časom (Sl. 2). Z enačbo (28) se odredimo študiju prehodnih pojavov in opazujemo moč po zelo dolgem času, ko ti pojavi izzvenijo. Nihajoči naboj torej seva v frekvenčni pas, ki se oži okrog krožne frekvence

$$\omega_0 = c k_a \quad (29)$$

Moč, ki jo seva dipol v prostorski kot $d\Omega$, je končno

$$dP/d\Omega = (e_0^2 v_0^2 \omega_0^2 / 32\pi^2 \varepsilon_0 c^3) \sin^2 \vartheta \quad (30)$$



Sevanje Čerenkova

Izračunajmo moč, ki jo seva enakomerno se gibajoči naboj v dielektriku, če se giblje hitreje od svetlobe. Omejimo se na izotropni dielektrik z disperzijo. To pomeni, da je zveza med gostoto in jakostjo električnega polja

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^t \varepsilon(t - t') \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt' \quad (31)$$

Zveza med Fourierovimi gradniki $\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega)$ in $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$, za katere velja

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0 (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) e^{i\omega t} dt \quad (32)$$

je tedaj

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0 \varepsilon(\omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0 n^2(\omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \quad (33)$$

Izpeljava Hamiltonovih enačb v taki snovi gre po že znani poti. Enačbe za amplitudo oscilatorja $q_{a\mu}$ so na las podobne prejšnjim

$$\ddot{q}_{a\mu} + \omega_a^2 q_{a\mu} = (\varepsilon_0 V)^{-1/2} e_0 \sqrt{2}/n(\omega_a) (\boldsymbol{\varepsilon}_a \mathbf{v}) \frac{\cos}{\sin}(\mathbf{k}_a \mathbf{r}) \quad (34)$$

Sedaj je

$$\omega_a = c k_a / n(\omega_a)$$

Enačbo (34) integriramo pri istih robnih pogojih kot prej, le da sedaj ne smemo zanemariti krajevnega člena

$$\begin{array}{ll} \cos & \mu = 1 \\ \sin(\mathbf{k}_a \mathbf{r}_e(t)) & \mu = 2 \end{array}$$

Naboj naj se giblje enakomerno po osi z

$$\mathbf{v} = (0, 0, v)$$

S sl. 3 razberemo še

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_a &= (0, -k_a \sin \vartheta, k_a \cos \vartheta), \quad \mathbf{r}_e(t) = (0, 0, v t) \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{av=1} &= (0, -\cos \vartheta, -\sin \vartheta), \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{av=2} = (1, 0, 0) \end{aligned}$$

Enačbi (34) se v končni obliki glasita

$$\nu = 1 \quad \ddot{q}_{a1} + \omega_a^2 q_{a1} = -[(\varepsilon_0 V)^{-1/2} \sqrt{2} e_0 v / n(\omega_a)] \sin \vartheta \cos(k_a \cos \vartheta v t) \quad (35 a)$$

$$\ddot{q}_{a2} + \omega_a^2 q_{a2} = -[(\varepsilon_0 V)^{-1/2} \sqrt{2} e_0 v / n(\omega_a)] \sin \vartheta \sin(k_a \cos \vartheta v t) \quad (35 b)$$

$$\nu = 2 \quad \ddot{q}_{a\mu} + \omega_a^2 q_{a\mu} = 0 \quad (36)$$

Izraza na desni strani enačb (35) nihata s frekvenco

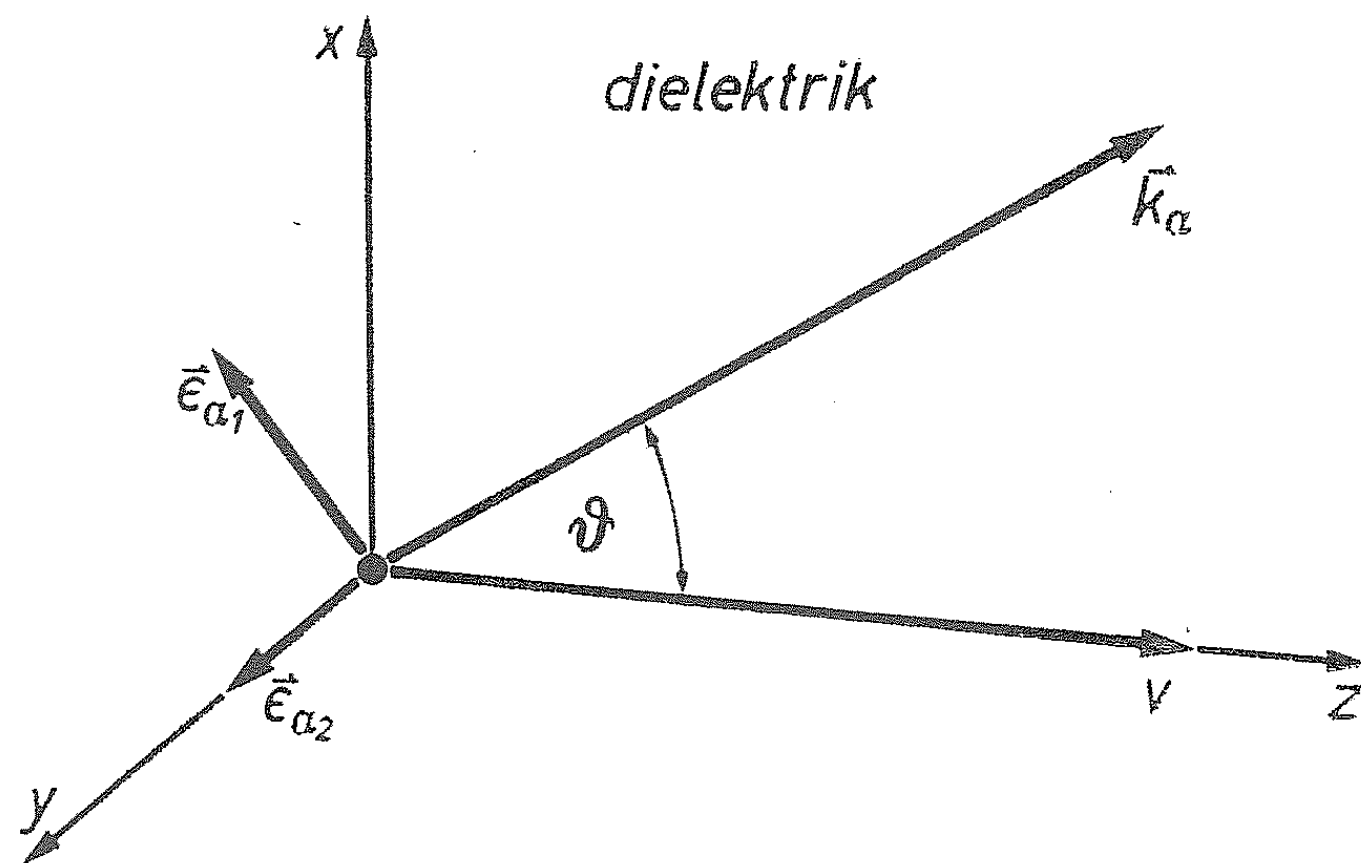
$$\omega_0 = k_a \cos \vartheta v$$

Če naj amplituda $q_{a\mu}$ narašča s časom, moramo izbrati oscilator s frekvenco, ki je blizu ω_0 . Ta pogoj opisuje stožec Čerenkova

$$\omega_a \approx \omega_0 = k_a \cos \vartheta v$$

ali

$$\cos \vartheta \approx c / n(\omega_a) v \quad (37)$$



Rešitvi enačb (35) ob začetnem pogoju $q_{a\mu} = 0$ in $\dot{q}_{a\mu} = 0$ zapišemo kot

$$q_{a1} = -\gamma_a (\cos \omega_0 t - \cos \omega_a t) / (\omega_a^2 - \omega_0^2) \quad \nu = 1 \quad (38 a)$$

$$q_{a2} = -\gamma_a (\sin \omega_0 t - \omega_0 / \omega_a \sin \omega_a t) / (\omega_a^2 - \omega_0^2) \quad (38 b)$$

$$\gamma_a = [(\epsilon_0 V)^{-1/2} \sqrt{2} e_0 v / n(\omega_a)] \sin \vartheta$$

$$q_{a\mu} = 0 \quad \nu = 2$$

Rešitvi dasta hamiltonko, v kateri obdržimo le s časom naraščajoče člene

$$H_{tr} = \sum_a \gamma_a^2 \omega_a^2 [1 - \cos (\omega_0 - \omega_a) t] / (\omega_a^2 - \omega_0^2)^2 + \dots \quad (39)$$

Hamiltonka se do konstante ujema z izrazom (26). Moč sevanja po dolgem času dobimo, ko nadomestimo vsoto z integralom, pri čemer sedaj štejemo oscilatorje v snovi

$$d N_a = n^3(\omega_a) V \omega_a^2 d \omega_a d \Omega / (2\pi c)^3 \quad (40)$$

Integriramo eksplicitno le po prostorskem kotu $d \Omega$

$$d \Omega = 2\pi d \cos \vartheta = 2\pi d \omega_0 / k_a v$$

integracijo po ω_a pa le nakažemo

$$P = (e_0^2 v / 4\pi \epsilon_0 c^2) \int [1 - c^2 / v^2 n^2(\omega_a)] \omega_a d \omega_a \quad (41)$$

Integriramo le v intervalu, na katerem je integrand pozitiven: $v n(\omega_a) / c > 1$.

Zaključek

Problem sevanja s Hamiltonovo metodo prevedemo na problem vsiljenega nihanja množice oscilatorjev. V obeh obravnavanih primerih poganja oscilatorje harmonična »sila«. Na začetku se odzovejo vsi oscilatorji, potem pa le tisti, katerih lastna frekvenca leži blizu frekvenci vsiljenega nihanja. Amplituda oscilatorjev se večja s kvadratom časa, energija, ki teče v oscilatorje, pa narašča linearno s časom in je zato moč, ki jo izseva naelektreni delec, konstantna. »Silo« določa sklopitev med sistemom naelektrenih delcev in elektromagnetnim poljem.

LITERATURA

- [1] V. L. Ginzburg, *Teoretičeskaja fizika i astrofizika*, Nauka, Moskva 1981.
- [2] E. J. Konopinski, *What the electromagnetic vector potential describes*, Am. J. Phys. **46** (1978) 499.
- [3] J. M. Eisenberg, W. Greiner, *Excitation mechanisms of the nucleus*, North-Holland, Amsterdam, London 1970.
- [4] J. Strnad, *Fizika*, 4. del, DZS, Ljubljana 1982.

STEFANOV TOK

JANEZ STRNAD

UDK 53 (091) 551.576

Ob stopetdesetletnici Stefanovega rojstva se na kratko spomnimo njegovih poskusov z izhlapevanjem. Ob tem opišemo Stefanov tok, ki ga zadnje čase pogosto omenjajo v meteorologiji.

THE STEFAN FLOW

On the occasion of the 150th anniversary of Stefan's birth his experiments on evaporation are reviewed. The Stefan flow is described noting that it is recently often used in meteorology.

Slovenski fizik Jožef Stefan je bil rojen 24. marca 1835 v Celovcu in je umrl 7. januarja 1893 na Dunaju. Stopetdesetletnico njegovega rojstva počastimo s tem, da se spomnimo njegovega dela. Stefan je znan predvsem po svojem zakonu o sevanju črnega telesa (1879) [1], [6] in po tem, da je prvi izmeril toplotno prevodnost plinov (1872 in 1875) [2], [5]. Manj znano je njegovo delo o izhlapevanju. Toplotno prevodnost je le izmeril in do zakona o sevanju prišel le s teorijsko obdelavo tujih podatkov, pri izhlapevanju pa je sam meril in teorijsko utemeljil merjenja.

Pred nastankom Maxwellove teorije električnega in magnetnega polja je bila najuspešnejša fizikalna teorija kinetična teorija plinov. Stefan se je ukvarjal z njo, še preden se je lotil merjenja toplotne prevodnosti plinov. Skupaj s toplotno prevodnostjo pa je obdelal difuzijo v plinih. Kmalu po prvi razpravi o toplotni prevodnosti plinov (22. februarja 1872) [2] je predložil razpravo o dinamični teoriji plinske difuzije (11. aprila 1872) [3]. Zanimanje za plinsko difuzijo ga je privedlo do poskusov z izhlapevanjem (1873) [4], o katerih bomo na kratko poročali. Raziskovanje v tej smeri je nadaljeval tudi pozneje, ko se je ukvarjal v glavnem z Maxwellovo teorijo električnega in magnetnega polja (na primer [7]).

V tistem času je več fizikov delalo poskuse z izhlapevanjem vode, najbrž zato, ker je izhlapevanje vode nadvse pomembno v meteorologiji. Stefan pa je kmalu spoznal, da voda ni pripravna kapljevina za take poskuse. Pri navadni temperaturi veliko prepočasi izhlapeva, da bi bilo mogoče zanesljivo meriti. Zato se je v nasprotju z drugimi odločil za poskuse z etrom in ogljikovim sulfidom, ki izhlapevata mnogo hitreje. Po tej poti je prišel do splošnih ugotovitev, ki so veljale tudi za vodo in so navsezadnje prišle prav meteorologom. Tako Stefanovo ravnanje je značilno za fizike. Že Galileo Galilei je opazoval enakomerno pospešeno kotaljenje krogel po klancu z majhnim nagibom, ker je bilo prosto padanje za tedanje merilne možnosti prehitro.

Stefan je nalil v navpično, spodaj zaprto in zgoraj odprto cevko malo etra ali ogljikovega sulfida in je opazoval, kako hitro se je zniževala gladina kapljevine zaradi izhlapevanja v zrak. Po izkušnjah pri merjenjih je izoblikoval sklep, da je hitrost izhlapevanja neodvisna od premera cevke, obratno sorazmerna z razdaljo gladine od vrha cevke in sorazmerna z $\ln [p/(p - p_s)]$, če je p vseskozi konstantni zračni tlak in p_s nasičeni tlak pare nad kapljevino. Prvi

dve ugotovitvi je izluščil iz poskusov pri konstantni temperaturi, tretjo pa iz poskusov pri različnih temperaturah. V tretji ugotovitvi je videl posplošitev dotlej sprejete Daltonove trditve, da je hitrost izhlapevanja sorazmerna z nasičenim parnim tlakom p_s . Za majhno razmerje p_s/p smemo namreč $\ln [p/(p - p_s)]$ približno nadomestiti s p_s/p .

Ponovimo Stefanovo teorijsko utemeljitev za stacionarni primer. V mešanici dveh plinskih sestavin vzamemo etrske pare za prvo sestavino in zaznamujemo ustrezne količine z indeksom 1 ter zrak za drugo in zaznamujemo ustrezne količine z indeksom 2. Delamo se, da sta temperatura T in razdalja gladine od vrha cevke Z konstantni. V cevki s presekom S opazujemo vodoravno plast mešanice med višinama z in $z + dz$. Pri tem usmerimo os z navpično navzgor. Delni tlak prve sestavine p_1 z naraščajočo višino pada in tlačna razlika dp_1 poganja to sestavino po cevki navzgor. Na molekule prve sestavine v plasti plinske mešanice deluje sila $-S dp_1$.

Stefan je po tedanji navadi upošteval še silo, s katero deluje druga sestavina na dvigajoče se molekule prve sestavine, torej nekakšen upor. (Tak premislek vodi do enakega rezultata kot difuzijski zakon.) Na posamezno molekulo prve sestavine, ki se dviga s povprečno hitrostjo v , deluje druga sestavina z uporom, ki je sorazmeren z delno gostoto ρ_2 te sestavine in relativno hitrostjo molekule glede na to sestavino. Ker smemo vzeti, da druga sestavina v povprečju miruje, je relativna hitrost kar enaka v in upor sorazmeren z $-\rho_2 v$. V opazovani plasti je število molekul prve sestavine sorazmerno z njeno maso $S \rho_1 dz$. Za upor vseh molekul prve sestavine vzamemo $-A \rho_1 \rho_2 S dz$, če je A sorazmernostni koeficient. Pri tem sta ρ_1 in ρ_2 delni gostoti prve in druge sestavine in je njuna vsota $\rho = \rho_1 + \rho_2$ gostota mešanice.



Sl. 1. Spominska plošča na obnovljeni Stefanovi rojstni hiši v Celovcu: V tej hiši je bil rojen 24. marca 1835 fizik Jožef Stefan, ki je odkril po njem imenovani zakon o sevanju

V stacionarnem stanju je rezultanta vseh sil na molekule prve sestavine v opazovani plasti enaka nič, torej velja, če zanemarimo vpliv teže:

$$-S dp_1 - A \varrho_1 \varrho_2 S v dz = 0$$

V dobljeni enačbi $-dp_1 = A \varrho_1 \varrho_2 v dz$ je gostota toka prve sestavine $v \varrho_1$, se pravi masa vodne pare, ki preide v časovni enoti skozi ploskovno enoto vodoravnega preseka cevke, neodvisna od višine. Da si olajšamo delo, vzamemo ta produkt pri navadnem zračnem tlaku in temperaturi 0 °C. Ne vpeljemo pa novih znakov; ostanemo kar pri starih, samo zapomnimo si, da je ϱ_1 zdaj delna gostota prve sestavine v navedenih okoliščinah in v ustrezna hitrost.

Za delno gostoto druge sestavine, to je zraka, vstavimo po plinski enačbi

$$\varrho_2 = M_2 p_2 / RT = M_2 (p - p_1) / RT$$

M_2 je masa kilomola druge sestavine in $p_2 = p - p_1$ njen delni tlak, saj je vsota obeh delnih tlakov enaka konstantnemu zračnemu tlaku: $p = p_1 + p_2$.

Nastalo diferencialno enačbo

$$-dp_1 / (p - p_1) = v dz / D$$

v kateri smo uporabili difuzijsko konstanto $D = A \varrho_1 M_2 / RT$, integriramo od $z = 0$ do Z :

$$\ln [p / (p - p_s)] = v Z / D \quad (1)$$

Ob gladini kapljevine pri $z = 0$ smo vzeli za delni tlak prve sestavine nasičeni parni tlak te sestavine: $p_1(z = 0) = p_s$. Na vrhu cevi pri $z = Z$ pa smo za delni tlak prve sestavine predpisali vrednost nič: $p_1(z = Z) = 0$. To pomeni, da moramo s preprihom odstranjevati prvo sestavino, to je etrske pare, na vrhu cevi.

Za hitrost dobimo iz enačbe (1)

$$v = (D/Z) \ln [p / (p - p_s)] \quad (2)$$

Stefan je meril, kako hitro se znižuje gladina kapljevine s časom, torej kako hitro narašča Z s časom. Tok pare odnese namreč v času dt stolpec kapljevine $S \varrho_k dZ = S \varrho_1 v dt$, če je ϱ_k gostota kapljevine. Z integriranjem predelane enačbe dobimo naposled

$$\frac{1}{2} Z^2 - \frac{1}{2} Z_0^2 = t(\varrho_1 / \varrho_k) D \ln [p / (p - p_s)]$$

Z_0 je razdalja gladine od vrha cevke na začetku poskusa, Z pa čas t pozneje. Stefan je meril pri različnih temperaturah in tako spreminjal nasičeni parni tlak prve sestavine. Zanemaril je to, da se je kapljevina zaradi izhlapevanja za malenkost ohladila pod temperaturo zraka. Pri nekem poskusu z etrom je navedel podatke [4], ki so zbrani v preglednici.

Podatki o poskusih z izhlapevanjem etra, pri vseh je $Z_0 = 1,9$ cm in $Z = 2,1$ cm [4]:

T	p_s	p	t	$t \ln [p / (p - p_s)]$
11,3 °C	403 m bar	991 m bar	2050 s	1069 s
14,6	464	992	1700	1068
20,4	588	1000	1200	1064
28,7	807	999	640	1055

S povprečno vrednostjo izraza $\ln[p/(p - p_s)] = 1064$ s ter z gostoto kapljevinskega etra $\rho_k = 0,73 \text{ g/cm}^3$ in gostoto etrskih par pri navadnem zračnem tlaku in temperaturi 0°C $\rho_1 = 0,00332 \text{ g/cm}^3$ je Stefan izračunal difuzijsko konstanto etrskih par v zraku pri povprečni temperaturi 19°C :

$$D = \frac{1}{2}(Z^2 - Z_0^2) \rho_k / \rho_1 \ln[p/(p - p_s)] = 0,084 \text{ cm}^2/\text{s}$$

Dandanes pri obravnavanju izhlapevanja od vsega začetka raje izhajamo od difuzijskega zakona in se izognemo premisleku o uporabi. Zakon da za gostoto delnega snovnega toka prve sestavine v enorazsežnem in stacionarnem primeru $j_1 = -D' d\rho_1/dz$. Ko poskusimo zapisati zakon za drugo sestavino, pa se zavemo, da pri izhlapevanju v stacionarnih razmerah v povprečju sploh ni toka druge sestavine-zraka: $j_2 = 0$. To dosežemo tako, da členu $-D' d\rho_2/dz$ dodamo gostoto toka $\rho_2 v$. Dodatnemu členu pravimo *Stefanov tok* [8]. Tako sklepanje skriva težavo, da v splošnem difuzijski konstanti D' in D'' nista enaki.

Ko želimo priti do Stefanovega toka po neoporečni poti, se najprej zavemo, da spremlja difuzijo pri izhlapevanju rahlo makroskopsko gibanje mešanice. Najprej se znebimo tega gibanja, tako da se v mislih preselimo v koordinatni sistem, ki se giblje vštric s težiščem mešanice in v katerem zaznamujemo količine s črtico. V tem *težiščnem (baricentričnem) koordinatnem sistemu* velja

$$j_1' + j_2' = 0$$

in lahko zapišemo z eno samo difuzijsko konstanto:

$$j_1' = -D d\rho_1/dz \quad j_2' = -D d\rho_2/dz$$

Zahtevi, da sta delna snovna tokova nasprotno enaka, $j_1' = -j_2'$, ustrežemo, če vpeljemo v težiščnem sistemu gostoti tokov

$$j_1' = j_1 - \rho_1 v \quad j_2' = j_2 - \rho_2 v$$

tako da je $j_1' + j_2' = j_1 + j_2 - \rho_1 v - \rho_2 v = j_1 + j_2 - \rho v$ in $j_1 + j_2 = \rho v$ [9].

V našem primeru je $j_2 = 0$ in

$$j_1' = -j_2' = \rho_2 v$$

Tako smo prišli do gostote Stefanovega toka po pregledni poti. Pri tem je v hitrost, s katero se giblje težišče mešanice v laboratorijskem koordinatnem sistemu, v našem primeru navpično navzgor. Pri tem vzamemo, da difuzijska konstanta ni odvisna od delnih gostot. Za enorazsežni primer je tedaj v stacionarnih razmerah hitrost težiščnega sistema v laboratorijskem po vsej višini cevke enaka. V drugačni geometrijski razporeditvi, na primer v krogelno simetrični, pa ne shajamo z enim samim težiščnim sistemom, ampak moramo v vsaki točki vpeljati drug lokalni težiščni sistem.

Iz enačbe $j_2' = -\rho_2 v = -D d\rho_2/dz$ takoj pridemo do rezultata $\ln[\rho_2(z = Z)/\rho_2(z = 0)] = vZ/D$, ki se ujema z (1), saj je delna gostota druge sestavine sorazmerna z delnim tlakom te sestavine: $\rho_2(z = Z)/\rho_2(z = 0) = p_2(z = Z)/p_2(z = 0) = p/(p - p_s)$.

Dosedanje razglabljanje bi izzvenelo v prazno, če ne bi na koncu omenili, zakaj je Stefanov tok pomemben v meteorologiji. Vsa ta spoznanja so iz novejšega časa in zanje Stefan seveda ni vedel. Vzemimo, da vsebuje stacionarni tok vodne pare, ki se dviga od gladine izhlapevajoče vode, drobne delce, tako imenovane delce aerosola, s premerom $1\ \mu\text{m}$ ali manj. Če so molekule prve in druge sestavine, to je molekule vode in molekule dušika ali kisika enako odbijajo od delcev — če sta akomodacijska koeficienta delcev za obe sestavini enaka — delci mirujejo v težiščnem sistemu. V laboratorijskem sistemu se tedaj gibljejo s hitrostjo v v smeri potovanja vodne pare.

Zdaj lahko pojasnimo vlogo Stefanovega toka v fiziki oblakov in oblačnih delcev. V oblaku, v katerem rase kapljica, ker se na njej utekočinja vodna para, je tok vodne pare usmerjen proti kapljici in nosi v tej smeri delce aerosola, tako da jih kapljica naposled zajame. Do podobnega pojava pride tudi pri nastajanju snežink. Hladen oblak vsebuje poleg kristalčkov kapljice podhlajene vode. Ta je v metastabilnem stanju in nasičeni parni tlak ob kapljici je višji kot ob kristalčku. Zaradi tega kristalčki rasejo na račun kapljic. To se ne dogaja samo v oblakih, iz katerih sneži, ampak pogosto tudi v oblakih, iz katerih dežuje, ker se pač v nižjih, toplejših plasteh kristalčki stalijo. V tem primeru je tok vodne pare usmerjen od kapljice proti kristalčku in nosi delce aerosola v tej smeri, tako da jih naposled zajame snežinka.

Opisani pojav pojasni, zakaj kapljice in snežinke *pometajo* (angl. scavenging) delce aerosola iz ozračja bolj učinkovito, kot bi pričakovali, če bi upoštevali samo neposredne trke kapljic ali snežink z delci aerosola. Tako so veliko večino, okoli 80 %, radioaktivnih delcev, ki so jih v ozračje dvignile površinske poskusne jedrske eksplozije, sprale na tla padavine.

Dodajmo še to, da so razmere v oblaku seveda veliko bolj zapletene kot pri poskusih z izhlapevanjem v cevki. Najprej je tok v okolici kapljic krogelno simetričen in ne raven in velja to približno tudi za okolico kristalčka. Poleg tega je treba upoštevati še nekatere druge pojave. Omenimo samo enega. Zaradi toplote, ki se sprosti ob izločanju vodne pare na kapljici ali kristalčku, ima rastoča kapljica ali rastoči kristalček za malenkost višjo temperaturo od okolnega zraka. Sama temperaturna razlika bi poganjala pri termodifuziji delni tok zraka s kraja z višjo temperaturo na kraj z nižjo temperaturo, torej v nasprotni smeri Stefanovega toka. Nasprotni tok zaradi temperaturne razlike bi, če ne bi bilo Stefanovega toka, nosil delce aerosola proč od rastočih kapljic ali kristalčkov. Temu pojavu pravimo *termoforeza* [10].

Mogoče je računsko raziskati gibanje okroglih delcev aerosola v plinu z nenakomerno koncentracijo in temperaturo [11], razmere v oblakih pa so tako zapletene, da je težko dobiti pregled nad njimi. Na to, da niso vedno stacionarne in da je pogosto treba upoštevati tudi naboje in električno polje, opozorimo samo mimogrede. Poleg Stefanovega toka in termoforeze imajo v njih pomembno vlogo še konvekcija, turbulenca ter gravitacijski in inercialni vplivi [12]. O tem, kateri od teh pojavov je v naravi pomembnejši od drugih, odloča še velikost kapljic ali kristalčkov in velikost delcev aerosola. Za zdaj stvar še ni do kraja dognana.

Prav zaradi živahne razprave o dogajanju v oblakih vse pogostejše omenjajo Stefanov tok, v članku [11] na primer več kot dvajsetkrat. S tem doživlja Stefanovo delo o izhlapevanju — poleg zakona o sevanju in merjenja toplotne prevodnosti plinov — nekoliko zapoznelo, a zaslužno priznanje.

LITERATURA

- [1] J. Strnad, *Sto let Stefanovega zakona*, Obzornik mat. fiz. **26** (1979) 3.
- [2] J. Stefan, *Untersuchungen über die Wärmeleitung in Gasen, Erste Abhandlung*, Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien **65** II (1872) 45—69.
- [3] J. Stefan, *Über die dynamische Theorie der Diffusion der Gase*, ibid. **65** II (1872) 323—363.
- [4] J. Stefan, *Versuche über die Verdampfung*, ibid. **68** II (1873) 385—423.
- [5] J. Stefan, *Untersuchungen über die Wärmeleitung in Gasen, Zweite Abhandlung, Relative Bestimmungen der Wärmeleitungsvermögen verschiedener Gase*, ibid. **72** (1875) 69—101.
- [6] J. Stefan, *Über die Beziehung der Wärmestrahlung und der Temperatur*, ibid. **79** II (1879) 391—428.
- [7] J. Stefan, *Über die Verdampfung aus einem kreisförmigen oder elliptisch begrenzten Becken*, ibid. **83** II 943—954.
- [8] O. Vittori, V. Prodi, *Scavenging of atmospheric particles by ice crystals*, J. Atmos. Sci. **24** (1967) 533.
- [9] I. Kuščer, S. Žumer, *Statistična mehanika*, DMFA, Ljubljana 1981, 114 str.
- [10] O. Vittori, *Transient Stefan flow and thermophoresis around an evaporating droplet*, Nuovo Cim. **7** C (1984) 254.
- [11] L. Waldmann, *Über die Kraft eines inhomogenen Gases auf kleine suspendierte Kugeln*, Z. Naturforschg. **14a** (1959) 589.
- [12] H. R. Pruppacher, J. D. Klett, *Microphysics of clouds and precipitation*, D. Reidel, Dordrecht 1978, 386 str.

UTRINEK

EKSPONENCIALNA RAST

V slavnostnem predavanju ob otvoritvi računskega centra v SŠC, Ptuj 9. 11. 1984, je prof. dr. Aleksandra Kornhauser dala naslednji zgled za eksponencialno rast: »... če so se cene pred dvema letoma povečale za deset odstotkov, če so se lani povečale za sto odstotkov, če se letos povečajo za tisoč odstotkov...« Bralce Obzornika vabimo, da ugotovijo, kakšnemu zakonu rasti ustrezajo cene, ki jih je navedla naša znana znanstvenica in strokovnjakinja mednarodnega slovesa.

Tomaž Pisanski

II. ZVEZNO TEKMOVANJE ŠTUDENTOV FIZIKE V BEOGRADU

Drugo tekmovanje študentov fizike nadaljuje zamisel, prvič uresničeno prejšnje leto na prvem tekmovanju. O njem je Obzornik že poročal [1]. Tekmovanje je potekalo med 24. in 26. majem 1984 v okviru jugoslovanskih srečanj mladih 84. Število udeležениh univerz se je v primerjavi z lanskim tekmovanjem precej povečalo — na osem. Poleg domačinov iz Beograda so sodelovali študenti fizike iz Sarajeva, Skopja, Titograda, Novega Sada, Prištine, Kragujevca in Ljubljane. Od večjih univerz je le zagrebška zadnji hip odpovedala udeležbo.

V ljubljanski ekipi smo bili: Dean Mozetič iz prvega letnika, Matjaž Kaluža iz drugega ter Bojan Boštjančič in Tone Verbovšek iz tretjega letnika.

Ozračje na srečanju študentov fizike je bilo prav prijetno. Gostoljubni organizatorji so nas peljali celo na finalno nogometno tekmo za pokal maršala Tita. Zelo zanimiv je bil tudi sprehod po zvečer neverjetno pestri in živi Skadarliji ter večerja v znanem študentskem 'pubu'.

Samo tekmovanje je trajalo štiri ure, tekmovalci smo bili razdeljeni na dve skupini, in sicer po letih študija. Prva skupina je reševala naloge iz mehanike, termodinamike in molekulske fizike, elektrike in magnetizma ter iz optike. V drugi skupini so bile naloge iz analitične mehanike, elektrodinamike, kvantne mehanike in statistične fizike. Fiziki z ljubljanske univerze smo se odlično odrezali, saj je vsak od nas dobil kakšno nagrado. V prvi skupini je Dean Mozetič dobil prvo nagrado, Matjaž Kaluža pa drugo, v drugi skupini pa Bojan Boštjančič drugo in Tone Verbovšek tretjo nagrado. Tekmovanje uradno ni bilo zamišljeno kot ekipno tekmovanje, po doseženih rezultatih pa se lahko imamo za najboljšo ekipo. Nagrade so bile koristne in praktične: izbori iz celoletnega pritoka ruske strokovne fizikalne literature.

O nalogah naj presodi bralec sam; tukaj je po mnenju naše ekipe nekaj najlepših, a ne najlažjih nalog:

1. skupina

Mehanika

Določi silo, ki povzroča plimo in oseko v poljubni točki na zemeljski površini. Izračunaj velikost in smer te sile v različnih točkah, pa tudi dnevne spremembe plime in oseke. Zanemari vpliv Meseca. Od kod prihaja energija plimskega vala?

Desetkrat pomanjšani model helikopterja obdrži v zraku motor z močjo 30 W. Oцени moč motorja pravega helikopterja. Model je tudi desetkrat lažji od pravega helikopterja.

Molekulska fizika in termodinamika

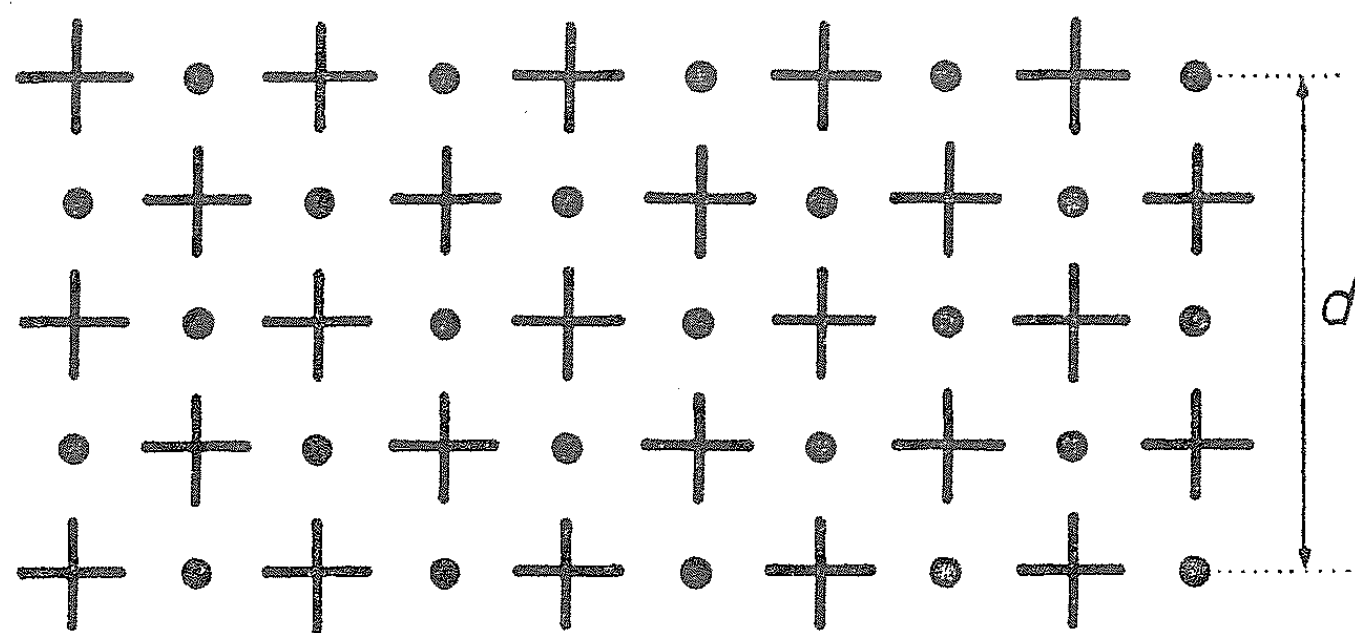
Plin s temperaturo T_0 in tlakom p_0 s kompresorjem adiabatno stisnemo. Nato gre plin skozi hlajeno cev, v kateri se pri stalnem tlaku p_0 temperatura zniža na začetno vrednost T_0 . Izračunaj delo, ki ga je treba vložiti v to spre-

membo. Primerjaj ga z delom, opravljenim pri izotermnem stiskanju plina do končnega tlaka p_0 , in pokaži, da je njuno razmerje večje od 1.

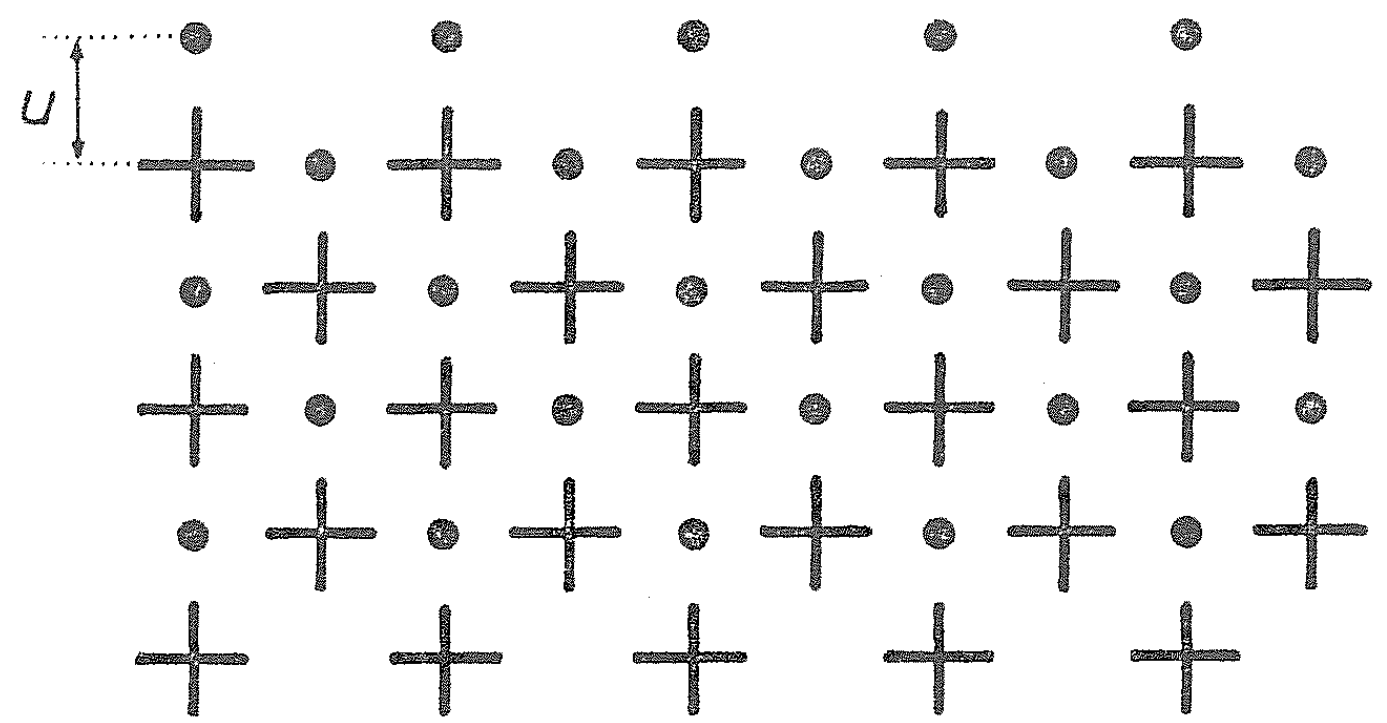
Iz zaprte keramične posode uhaja zrak skozi porozne stene, ki slabo prevajajo toploto. Zunanji zračni tlak je zelo nizek. Kako se spreminja s časom temperatura zraka v posodi?

Elektrika in magnetizem

V tanki kovinski ploščici (Sl. 1a) križci zaznamujejo nepremične pozitivne ione, pike pa elektrone. Pod zunanjim vplivom se vsi prevodniški elektroni premaknejo v isti smeri. Premik je mnogo manjši od debeline ploščice (Sl. 1b).



Slika 1a



Slika 1b

Tako nastane nekakšen ploščati kondenzator.

Določi silo na elektron znotraj ploščice. Pokaži, da bodo elektroni v ploščici začeli nihati (tako imenovano plazemsko nihanje) in določi frekvenco tega nihanja.

Otroški vlakec poganja elektromotor na suho baterijo. Pozorni opazovalec vidi, da vlakec na nekaterih delih krožne proge vozi hitreje kot na drugih. Pojasni pojav in povej, kako bi ga najpreprosteje zmanjšal.

Optika

Uklonska mrežica ima $2,5 \mu\text{m}$ široke reže v razmiku po $10 \mu\text{m}$. Na mrežico pravokotno pada ravno valovanje z valovno dolžino 500 nm . Koliko maksimov v spektru od osrednjega glavnega maksima do kota 30° ne bo vidnih zaradi vpliva glavnih minimov?

2. skupina

Analitična mehanika

Pokaži, da je Jacobijev princip ekvivalenten Maupertuisovemu principu najmanjše akcije in podaja eno izmed mogočih oblik zakonov klasične mehanike. — Jacobijev princip se glasi: Pri gibanju holonomnega konservativnega

sistema doseže funkcional $\int_{(P_1)}^{(P_2)} (E - U)^{1/2} ds$ ekstrem, če sta P_1 in P_2 fiksni točki v konfiguracijskem prostoru ($\delta q_{iP_1} = \delta q_{iP_2} = 0$). ds je diferencialni premik, definiran z $ds^2 = \sum_{i,j} A_{ij}(q) dq_i dq_j$.

Elektrodinamika

V *Lectures on Physics* R. Feynman opozori na neenoličnost definicije Poyntingovega vektorja. Navede tudi nekaj zgledov, ki pokažejo, da običajna definicija

$$\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

pripelje do rezultatov, ki včasih niso v skladu s pričakovanjem. Pri valjastem električnem vodniku, skozi katerega teče tok z gostoto $\mathbf{j}$, pričakujemo, da se energija pretaka v smeri vodnika. Račun pa pokaže, da ima Poyntingov vektor radialno smer, kot da bi pritekala energija za Joulovo toploto v vodnik v radialni smeri od zunaj. Poznamo več alternativnih definicij Poyntingovega vektorja. Ena izmed njih je

$$\mathbf{P}' = -\partial\mathbf{A}/\partial t \times \mathbf{H} + \varphi(\mathbf{j} + \partial\mathbf{D}/\partial t)$$

če sta $\mathbf{A}$ in φ vektorski in skalarni potencial elektromagnetnega polja. Izpelji Poyntingov izrek za vektor $\mathbf{P}'$ in pokaži za valjast vodnik, da dobiš z vektorjema $\mathbf{P}$ in $\mathbf{P}'$ isti izraz za sproščeno Joulovo toploto. Obravnavaj le stacionarni primer. Zakaj se zdi vektor $\mathbf{P}'$ sprejemljivejši kot vektor $\mathbf{P}$?

Kvantna mehanika

Delec se giblje v potencialu

$$V = -a \delta(x), \quad a > 0$$

Določi lastne energije in lastne funkcije delca.
Gibanje delca zmoti potencial

$$V' = b \delta(x), \quad 0 < b \ll a$$

Določi popravek energije osnovnega stanja v prvem in v drugem približku teorije motenj. Primerjaj približek z natančnim rezultatom.

V posebnih razmerah lahko pri prehodu elektrona iz valenčnega pasu v prevodni pas v tanki plasti polprevodnika elektron in vrzel obravnavamo kot dvodimenzionalen vodikov atom. Določi lastne energije in povej, kakšna je stopnja degeneracije.

Statistična fizika

Izračunaj nedoločenost paramagnetnega momenta Fermijevega plina pri zelo nizki temperaturi ($T \ll E_F/k$) v šibkem zunanjem magnetnem polju ($B \ll kT/\mu_B$).

Matjaž Kaluža

[1] I. zvezno tekmovanje študentov fizike v Beogradu, Obzornik mat. fiz. 30 (1984).

NEKAJ MISLI OB NOVEM SREDNJEŠOLSKEM UČBENIKU PROFESORJA KUREPE

Tudi v sosednji republiki so ob reformi srednjega šolstva zamenjali učbenike. Kolikor vem, je učbenik za prvi razred srednje šole najprej napisal profesor P. Javor — popolnoma v duhu »nove matematike«. Morda bi si tu privoščil krajši ekskurz in poskusil opisati zgodovino tistega, kar bi od tu naprej imenoval »nova matematika«. Gre za nov koncept srednješolske in osnovnošolske matematike, ki je nastal v petdesetih letih. Prvi poskusi so potekali v Belgiji in so bili po navedbah avtorjev zelo uspešni.

Že takrat so poudarjali pomen teorije množic. V geometriji so se otresli »trikotnikove tiranije«, vpeljevali geometrijo z vektorji, mnogo pozornosti posvetili gibanjem na ravnini itd. Eden od podpornikov nove usmeritve je bil Jean Dieudonné, ki se je še posebej uprl poučevanju geometrije po dva tisoč let starem vzorcu. Da bi pokazal alternativo, je Dieudonné leta 1964 izdal knjigo Linearna algebra in elementarna geometrija. (Leta 1977 je izšla v prevodu v Zagrebu). Namenil jo je, kot pravi v uvodu, predvsem profesorjem na srednjih šolah. Knjiga je zelo zanimiva, je pa zahtevno branje. Uvod vsebuje mnoga zelo ostra mnenja, s katerimi se v celoti ne bi strinjali vsi matematiki. Tako Dieudonné zelo zaničljivo piše o načrtovalnih nalogah, omejitvev na šestilo in ravnilo pa imenuje »največja farsa« klasične matematike in »neslana šala«. Ostro nasprotuje temu, da bi v evklidski geometriji merili kote z realnimi števili, češ da je to topološka zadeva. Po njegovem se je treba omejiti na algebro, torej na grupo rotacij, merjenje kotov, ploščin, prostornin itd. pa naj počaka na vpeljavo analize. O trigonometrijskih formulah pravi, da so nujno potrebne za tri zelo cenjene poklice: astronome, geodete in avtorje priročnikov za trigonometrijo. Prav tako slabo mnenje ima o preučevanju stožnic.

Kakorkoli že, Dieudonné je odličen matematik in kar sledi temu uvodu, je resnično na nivoju. Dvomim pa, da bi knjigo lahko v celoti spredavali na drugi stopnji naše univerze. Zanimivo je, da je bil pobudnik za prevod Dieudonnéjeve knjige prav profesor Svetozar Kurepa.

Eden od razlogov, s katerimi Dieudonné utemeljuje novi pristop h geometriji, je ta, da nima pomena na srednji šoli stvar poučevati na en način, na univerzi pa na drugega. Srednja šola naj bi dijaka seznanila s pojmi, kakršne bo uporabljal na univerzi. Za take splošne trditve je lahko najti tudi nasprotno argumente. Kot smo že večkrat slišali, je mogoče vse o teoriji množic iz osnovne šole razložiti popolnoma nepripravljenim dijakom srednje šole v prav kratkem času itd. Pač pa je celo študente težko naučiti računanja z ulomki, če tega niso prinesli iz srednje (pravzaprav že iz osnovne) šole.

»Nova matematika« se je razvijala v marsičem mimo Dieudonnéja, da ne govorim o drugih vodilnih matematikih, od katerih je večina ostala ob strani ali pa celo nasprotovala modernizaciji za vsako ceno. Hud odpor se je pojavljal tudi s strani inženirjev (npr. v Franciji). Razlogov za to je bilo mnogo. Brezkončne naloge o načrtovanju trikotnikov, o bazenih, v katere vodijo tri cevi itd. so zamenjale druge naloge o transformacijah na ravnini, o operacijah z množicami ..., katerih koristnost bi bilo večkrat težko dokazati. Posebno osnovnošolski učbeniki so marsikje postali prava zbirka abstraktnih pojmov, nepotrebnih konstrukcij itd. Zato ni čudno, da se je sam Dieudonné

od tega distanciral z izjavo, da »so zagovorniki takih popačenj navadno ljudje, katerih poznavanje današnje matematike je — milo rečeno — pičlo« (Obzor-
nik mat. fiz. **30** (1983) str. 87).

Vrnimo se za trenutek k Javorjevemu učbeniku, ki so ga nekateri slo-
venski privrženci nove matematike postavljali celo za zgled. Sam sem resno
dvomil, da je tak pristop uspešen. Zdi se, da so to ugotovili tudi na Hrvat-
skem. Tako je letos izšel nov učbenik Matematika I spod peresa profesorja
Svetozarja Kurepe, napisan v precej drugačnem duhu (Kurepa S., Matema-
tika I (za prvi razred srednje šole), Školska knjiga, Zagreb 1984, 239 str.).

(Naj mimogrede povem, da profesor Kurepa sodi med najpomembnejše
jugoslovanske matematike in da je avtor mnogih univerzitetnih učbenikov in
drugih matematičnih tekstov.)

Ob poročanju o tej knjigi si bom privoščil še nekaj aluzij na tukajšnje
razmere.

Poglavja v knjigi Matematika I za srednje šole so: Množica realnih števil,
Urejenost na množici realnih števil, Koordinatni sistem v ravnini, Polinomi
in racionalne funkcije, Potence in koreni, Podobnost, Krožnica, krog in pra-
vilni večkotniki, Vektorji. Očitno se učni načrt precej razlikuje od našega
in je za (skupni) prvi razred srednjih šol dokaj obsežen.

Avtorjev stil je zanimiv. Nove pojme striktno vpeljuje s primeri, izreke
pogosto formulira kot posplošitve lastnosti iz obravnavanih zgledov. Tako
v prvem poglavju zelo na kratko ponovi pojme kot inkluzija, enakost množic
na primerih $\mathbf{N}$, $\mathbf{Z}$, $\mathbf{Q}$. Več prostora posveti računanju z racionalnimi števili.
Ob preslikavi racionalnih števil na premico vpelje pojem funkcije. Od tu
preide na pojem realnega števila in našteje osnovne lastnosti operacij z real-
nimi števili. Pojma obsega ne omenja. Govori tudi o računanju z izrazi in
pod * izpelje Heronovo formulo za ploščino trikotnika.

V drugem poglavju ob urejenosti realnih števil pojasni še pojma implika-
cije in ekvivalence. Pojem absolutne vrednosti poveže z napakami pri mer-
jenju. Dokazi izrekov so zmeraj na koncu razdelkov, če gre za težje dokaze,
pa celo v posebnem, z zvezdico označenem razdelku. Brez dokazov so nave-
dene formule za obseg in ploščino kroga, nato pa le najosnovnejše o napakah,
aproksimaciji, decimalni aproksimaciji realnega števila.

Po vpeljavi koordinatnega sistema v ravnini je obravnavan kartezični pro-
dukt. Nato sledi graf linearne funkcije $f(x) = ax$. Kot primer je navedena
funkcija $f(x) = 2x$. Narisanih je nekaj točk grafa, nato pa dobesedno sledi:
»Če te točke narišemo, vidimo, da leže na premici. Če rišemo zmeraj več točk
grafa funkcije, se bomo prepričali, da leže na premici in da pokrivajo pre-
mico p.« To je praktično tudi vse o obliki grafa funkcije $f(x) = ax$ v tekstu.
Šele v vajah najdemo nalogo: Dokaži, da točke grafa funkcije $L(x) = ax$ leže
na premici (upoštevaj, da iz $|T_1T_2| + |T_2T_3| = |T_1T_3|$ sledi, da T_1, T_2, T_3 leže
na isti premici). Vsekakor je to precejšnja svoboda v obravnavi!

Nato je podana afina funkcija $f(x) = ax + b$. Na koncu je povedano, da
za vsako premico v ravnini obstajajo realna števila A, B, C , tako da točka
(x, y) leži na premici natanko takrat, ko je $Ax + By + C = 0$.

Na čisto neformalen način je obravnavan še graf kvadratne funkcije
 $f(x) = ax^2$, pod zvezdico pa še graf kubične funkcije $f(x) = ax^3$ ter graf funk-

cije $f(x) = a/x$ in $g(x) = a/x^2$. Vse te funkcije so ilustrirane z zgledi: s prostornino krogle, z gravitacijskim in Coulombovim zakonom, s potencialno energijo itd.

V poglavju o polinomih in racionalnih funkcijah so obravnavane osnovne računske operacije, domena racionalne funkcije. Definirani so tudi polinomi in racionalne funkcije dveh spremenljivk. Za primer rabijo prostornina valja, stožca ...

V poglavju o potencah in korenih vidimo še en primer tega, kako pisec spušča vse, česar ne more brez težav dokazati. Tako enostavno pravi: »Lahko dokažemo, da ima za realno število $a > 0$ enačba $x^2 = a$ rešitev.« Dokaže le, da ni več kot ene pozitivne rešitve. Splača se povedati, kakšne reakcije so bile, ko je E. Zakrajšek na enak način vpeljal koren v učbeniku za drugi razred, le da je še povedal, kako dobimo decimalke za $\sqrt{2}$. Večkrat so mi prišli v roke zapisniki, v katerih mu je bilo črno na belem očitano, da v definiciji korena »ni bil uveljavljen funkcijski pristop«. Ker bo tudi najboljši matematik le ugibal, kaj pomeni skrivnostni izraz »funkcijski pristop«, naj povem, da mi je bilo pojasnjeno, da je po zakonih nove matematike treba koren definirati kot inverzno funkcijo k potenčni. Poglejmo, kaj pravi Kurepa: »Za vsako realno število $a > 0$ in vsako naravno število n obstaja natančno določeno realno število $x > 0$, tako da je $x^n = a$. To število označimo s $\sqrt[n]{a}$. Dokaz tega izreka ni tako enostaven, kot bi lahko pričakovali, in ne bo dan v tem učbeniku. Ta dokaz ... ne sodi v program srednjih šol.« Čemu je potem nujno sem privleči še pojem inverzne funkcije?

Geometrijski del se začne s skladnostjo trikotnikov. Navedene so osnovne lastnosti trikotnikov in skladnostni izreki. Nato je podan Talesov izrek z delnim dokazom. Posebej so obravnavana razmerja. Definicija skladnosti je na prvi pogled nenavadna: »Dva trikotnika sta skladna, če obstaja bijekcija oglišč enega na oglišča drugega, tako da so ustrezni koti enaki in ustrezne stranice enake.«

Nato slede izreki o podobnosti trikotnikov. Dokazi so v posebnem, z zvezdico zaznamovanem poglavju. Enako je z * označena podobnost večkotnikov in konveksnost. Nekaj strani, označenih z dvema zvezdicama, je posvečeno izometrijam in podobnostnim preslikavam; poudarek je na homotetiji. Obravnava je bolj ali manj informativna.

Naslednje poglavje govori o krožnici, krogu in pravilnih večkotnikih. Obravnava dolžino loka, merjenje kotov, obodni in središčni kot, pravilne večkotnike. Pod * imamo izpeljano zvezo med stranico n - in $2n$ -kotnika. Z ** je označena konstrukcija pravilnega petkotnika. Nato so navedene formule za plašč in prostornino valja, stožca in krogle. Avtor pravi: »Formule za dolžino krožnice, ploščino kroga, površino in prostornino valja, stožca in krogle, ki so navedene v tem učbeniku, dokazujemo v matematični analizi.«

Poglavje o vektorjih je napisano standardno in seže do linearne neodvisnosti. Obravnavane so tudi koordinate in dolžina vektorja v pravokotnem koordinatnem sistemu. Težji dokazi so v posebnem razdelku. Tekst je posut z mnogimi primeri. Na koncu je kot zgled obravnavano težišče trikotnika.

Knjiga vsebuje še rezultate, rešitve in navodila k vajam ter kazalo pojmov. Opozorim naj, da je posebej izšla ustrezna zbirka nalog avtorjev Borisa Pavkovića in Darka Veljana: Matematika 1, zbirka zadataka, Školska knjiga, Zagreb 1984, 300.— din.

Knjigi profesorja Kurepe se pozna, da je delo enega najbolj znanih jugoslovanskih matematikov. Njena odlika je, da ni nastala na Prokrustovi postelji te ali one ideje, ampak z namenom, da dijakom omogoči dostop do osnovnega matematičnega znanja. Avtor uporablja natanko toliko abstrakcije, kot se mu zdi potrebno. Knjige sem vesel zato, ker kaže, da se v matematičnih krogih spet zbližujejo mnenja o tem, kako poučevati matematiko v srednji šoli.

Peter Legiša

UTRINEK

KELVIN PROTI CELZIJU

Marijan Prosen in Alojz Kodre sta opozorila urednika na učbenik za biologijo v prvem letniku srednjega usmerjenega izobraževanja. V njem beremo na str. 50:

»Temperatura površine Sonca je okoli 6273,15 K in se dviga proti njegovemu središču, kjer doseže 288,15 do 293,15 milijonov K.«

in na str. 54:

»... temperatura med 303,15 K in 313,15 K ne glede na osvetljenost zavira fotosintezo... Med 273,15 K in 303,15 K pa ima zviševanje temperature zelo različne učinke... Kemične reakcije... potekajo hitreje, če temperatura narašča od 273,15 K do 303,15 K. Njihova hitrost se podvoji, če se temperatura dvigne za 283,15 K.«

Avtorji učbenika ne bi zabredli v težave, če bi ostali pri dobrih starih stopinjah Celzija. *Zakon o merskih enotah in merilih* (Uradni list, 17. 2. 1984, str. 353) izrecno dopušča uporabo stopinj Celzija. Pri »izpeljanih enotah s posebnimi imeni in znaki« in ne pri »definiciji dopolnilnih enot SI« pod črto navaja: »Celzijeva temperatura t se določa z izrazom $t = T - T_0$, kjer je T termodinamična temperatura in po definiciji $T_0 = 273,15$ K.«

Najprej ni lepo, ker v učbeniku ne upoštevajo, da so izmerjene količine zmeraj obremenjene z napako. Le z veliko skrbjo lahko v dobro opremljenem laboratoriju izmerijo temperaturo na stotinko kelvina natančno in zapišejo na primer 303,15 K. Navadno merimo na stopinjo natančno. Glede na doseženo natančnost se moramo zadovoljiti s $T_0 = 273$ K ali 270 K ali celo 300 K v enačbi za preračunavanje. Pri temperaturi Sonca okoli 6000 °C bi lahko mirno zapisali okoli 6300 K ali še bolje kar okoli 6000 K. V drugem odstavku bi namesto 30 °C, 40 °C in 0° bilo bolje zapisati 303 K, 313 K in 273 K, če bi že po vsej sili hoteli uporabiti kelvine.

Resnejši sta napaki. Podatek za temperaturo sončne sredice v prvem odstavku naj bi se glasil 15 do 20 milijonov stopinj Celzija ali kelvinov. Pri odštevanju so spregledali decimalno vejico; pri običajni natančnosti se ne pozna, če več deset milijonom prištejemo nekaj sto. V drugem odstavku pa bi morali navesti za temperaturo podvojitve 10 stopinj Celzija ali 10 kelvinov. Gre namreč za temperaturno razliko in pri njej se mersko število ne spremeni, če uporabimo namesto stopinj Celzija kelvine.

Veliko fizikov je prepričanih, da mednarodni sistem enot ni prinesel kake bistvene izboljšave. Učbenik za biologijo že kaže na neugodne posledice zakona, ki uzakonja te enote. Zares pa je v tem primeru deloval bolj s strahom kot z zahtevami.

Janez Strnad

DOMAČE VESTI

ČASTNI ČLANI DRUŠTVA

Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije šteje skoraj 900 članov. Med njimi je največ učiteljev matematike in fizike s srednjih šol, manj je učiteljev z osnovnih šol. Prešibko so zastopani inženirji matematike in fizike, zaposleni v podjetjih. V naše društvo pa so vključeni domala vsi matematiki, fiziki in astronomi z univerze. Slovenska matematična in fizikalna šola sta znani tudi zunaj slovenskih meja. Dejavnost našega društva je zelo obsežna in raznolična.

Upravni odbor je ugotovil, da se vse to premalo odraža v številu častnih članov društva. Doslej so bili častni člani le profesor dr. Josip Plemelj (1949), profesor dr. Lavo Čermelj (1974) in profesor dr. Fran Dominko (1981). Zato je upravni odbor imenoval komisijo (predsednica Martina Koman, kot predsednica društva, tajnik Ciril Velkovrh ter člana Janez Strnad in Anton Suhadolc), da prouči kriterije in izbere kandidate za nove častne člane. Komisija je pregledala delo slovenskih matematikov, fizikov in astronomov ter predlagala upravnemu odboru društva, da podeli na občnem zboru ta naziv članoma, katerih delo je pomembno za vse slovensko področje. Pravilnik vsebuje tudi kriterije, po katerih društvene podružnice imenujejo svoje častne člane. Ti praviloma ne morejo postati častni člani društva.

Jeseni leta 1984 sta na 36. občnem zboru v Portorožu prejela naziv častnega dva člana društva:



Profesor dr. Alojzij Vadnal prejema na 36. občnem zboru društva visoko priznanje
(Foto Ciril Velkovrh)

4. **Profesor dr. Alojzij VADNAL** je bil rojen 19. novembra 1910 v Divači. Po realni gimnaziji v Ljubljani je leta 1934 diplomiral na filozofski fakulteti iz matematike. Leta 1939 je zagovarjal doktorsko disertacijo s področja diferencialne geometrije. Do leta 1947 je poučeval matematiko na srednjih šolah. Odtlej pa je predaval matematiko na Fakulteti za agronomijo, gozdarstvo in veterino in od leta 1949 na Ekonomski fakulteti. Slednji je ostal zvest do upokojitve leta 1980. Večkrat je bil na študijskem izpopolnjevanju in se udeleževal znanstvenih sestankov v tujini; obiskal je Dunaj, Leningrad, Pittsburgh, Luxemburg, Bilbao, Rim, Varšavo. Sodeloval je tudi na domačih kongresih matematikov, fizikov in astronomov ter ekonomistov. Ima izredne zasluge za prodor matematičnih metod v ekonomijo in za napredek te znanosti pri nas. Dognanja na teh področjih je redno vključeval v predavanja na Ekonomski fakulteti, predvsem na podiplomskih seminarjih iz operacijskega raziskovanja in linearnega programiranja.

Od ustanovitve društva je bil njegov aktivni član. Sodeloval je pri predavanjih za dijake in učitelje srednjih šol, v terminološki sekciji društva in SAZU ter pri komisiji za tisk. Od leta 1956 do 1966 je bil predsednik društva, v letih 1971–1974 pa predsednik Prirodoslovnega društva Slovenije in od leta 1975 njegov častni član. Že deset let je predsednik izdajateljskega sveta komisije za tisk. Profesorja Vadnala odlikuje izjemno plodovita publicistična dejavnost, saj je objavil 45 strokovnih knjig, 35 skript, 123 znanstvenih in strokovnih člankov, 38 referatov na znanstvenih sestankih ter 28 raznih raziskav. Med njimi so tudi učbeniki iz matematike za srednje in visoke šole. Sodeloval je tudi v Obzorniku za matematiko in fiziko in v Preseku. Pri društvu je izdal naslednja dela: *Matematična terminologija* (1953, 1976), *Osemjezični matematični slovar* (v tisku), *Matematika — Leksikon CZ* (1980, 1984), *Linearno programiranje* (Višja matematika, 2. del, skupaj z I. Vidavom in dr., 1975, 1979), *Elementarni uvod v verjetnostni račun* (1959, 1972, 1979), *Funkcije*, 1. del (1968, 1971, 1977), *Funkcije*, 2. del (skupaj s F. Lebedincem, 1970, 1979), *Rešeni problemi linearnega programiranja* (1971, 1977, 1983), *Diskretno dinamično programiranje* (1976), *Osnove diferenčnega računa* (1979).

Za uspešno delo je doslej dobil red zaslug za narod s srebrnimi žarki (1965), nagrado Borisa Kraigherja (1969), diplomo Zveze ekonomistov Slovenije (1970), nagrado Sklada Borisa Kidriča (1973), red dela z rdečo zastavo (1974) in naziv častnega doktorja ljubljanske univerze (1980).

5. **Profesor Jože POVŠIČ** je bil rojen 6. marca 1907 na Dobravi na Dolenjskem. Gimnazijo je obiskoval v Novem mestu, iz matematike in fizike pa je diplomiral v Ljubljani na filozofski fakulteti leta 1934. Štirideset let je poučeval matematiko na srednjih šolah in dosegel naziv pedagoškega svetnika. Več let je bil pomočnik direktorja na Tehniški šoli. Je ustanovni član Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS in ga je več let zastopal pri Zvezi društev v Beogradu. Od prvih začetkov društva do nedavnega je vodil sekcijo za bibliografijo. Pri svojem delu je obiskal številne knjižnice v Jugoslaviji in v tujini ter z dopisovanjem zbral mnogo dotlej neznanih podatkov o naših matematikih. Plod njegovega potrpežljivega in vztrajnega raziskovanja so *Bibliografija Franca Močnika*, Ljubljana, SAZU 1966, *Bibliografija Jurija Vege*, Ljubljana, SAZU 1974, *Bibliografija Franca Hočevarja*, Ljubljana, SAZU 1978, *Jurij Vega — Ob 200-letnici izida njegovega prvega logaritmovnika*, Maribor, Založba Obzorja 1983, *Bibliografija Josipa Plemlja in nekaterih odmevov na njegova dela v mednarodni matematični in fizikalni literaturi*, Raziskovalna naloga 1981–1984, *Bibliografija Riharda Zupančiča*, zaključena, a še ne objavljena študija. Profesor Povšič je objavil tudi več člankov o naših matematikih pa tudi strokovno-pedagoška razmišljanja o pouku matematike v Obzorniku za matematiko in fiziko in v drugih strokovnih revijah. Ima veliko zaslug pri urejanju Vegove rojstne hiše in spominske sobe.

Za svoje delo je dobil že naslednja priznanja: red dela s srebrnim vencem (1961), red zaslug za narod s srebrno zvezdo (1963), Žagarjevo nagrado (1967), red republike s srebrnim vencem (1974), priznanje Zveze društev matematikov, fizikov in astronomov Jugoslavije (1975).

V imenu vseh članov društva in uredniškega odbora Obzornika za matematiko in fiziko četrtemu in petemu častnemu članu iskreno čestitamo.

Ciril Velkovrh

36. OBČNI ZBOR DRUŠTVA

Občni zbor društva je bil 19. in 20. oktobra v Portorožu v hotelu Bernardin. Za delovno petkovo popoldne so poskrbeli fiziki, ki delajo v industriji. Razstava posterjev nam je prikazala del njihovih raziskav v industriji, ki segajo v različna fizikalna področja. Tej se je pridružila še razstava ob 30-letnici Obzornika.

Občni zbor smo izkoristili tudi za srečanje s kolegi iz zamejstva. Zastopnikom slovenskih šol na Tržaškem in Goriškem smo ob pomoči Republiškega komiteja za vzgojo in izobraževanje ter telesno kulturo poklonili pakete strokovnih knjig, ki so izšle v zadnjih treh letih pri našem društvu. Nekaj tednov kasneje smo obiskali koroške kolege v Celovcu, kjer je imel dr. Anton Suhadolc za dijake Zvezne gimnazije za Slovence tudi predavanje z naslovom *Matrike kot razširitev pojma števila*.

Božidar Brudar je v predavanju *Matematično-fizikalni modeli v metalurgiji* orisal problem hlajenja železa oziroma jekla. Pri nepravilnem ohlajanju jeklo nima predpisane kvalitete za nadaljnjo predelavo. Pri segrevanju in ohlajanju jekla je pomembna tudi racionalna poraba energije. Za reševanje tega problema je računalnik nepogrešljiv, saj z njim simulirajo ves proces. Marko Valič pa je opisal proizvodnjo industrijskih laserjev v Iskri. Industrijski laser je zlasti pri izdelavi manjše serije izdelkov bolj uporaben kot strožnica. — Za učitelje so predavanja o uporabi fizike in matematike nujno potrebna, saj s tem vzbudimo zanimanje učencev za stroko.

Obe predavanji sta bili primeren uvod za okroglo mizo o poklicu naravoslovno-matematičnega tehnika. Problemov te usmeritve je več. Če kadrovske štipendije kažejo tudi potrebe po poklicih, je ta usmeritev skoraj nepotrebna, ker je število kadrovskih štipendij za te poklice majhno. To je pravzaprav presenetljivo, saj bo z uvajanjem zahtevnejše tehnologije poklic naravoslovno-matematičnega tehnika primeren ne samo za raziskovalne laboratorije, ampak tudi v industriji. S tem problemom se veže tudi proizvodno delo oz. delovna praksa. Za učence naravoslovno-matematične usmeritve je najtežje dobiti primerna mesta za delovno prakso, v marsikaterih podjetjih pa jih odklanjajo, ker niso njihovi štipendisti. Za zdaj je ta usmeritev bolj priprava za študij na univerzi, saj ankete kažejo, da bo večina letošnjih četrtošolcev študij nadaljevala. Namere so dokaj pestre, vpisali bi se radi ne samo na fakulteto za naravoslovje in tehnologijo, ampak tudi na tehniške fakultete, na medicinsko fakulteto, ekonomsko fakulteto. Kakšni bodo vpisni pogoji za posamezne fakultete, pa še danes ni točno znano. V razpravi je prevladalo mnenje, da naj bo vertikalna v izobraževanju bolj široka in naj vpisni pogoji ne zapirajo možnosti vpisa. O uvedbi izpitov na fakulteti morajo biti srednješolci dovolj zgodaj obveščeni in morajo dobiti ustrezno gradivo. Prav za prvo generacijo srednješolcev, ki se izobražujejo po novih programih, kasnimo z vpisnimi pogoji. Razpravljalci so menili, da bi bilo umestno število oddelkov v naravoslovno-matematični usmeritvi povečati, ker se lahko zgodi, da bo premalo vpisa na matematiko in fiziko.

Fiziki, zaposleni v industriji, so mnenja, da bo tudi naravoslovno-matematični tehnik lahko dobil zaposlitev. Opozorili so na paradoksalno situacijo, da danes lažje dobi zaposlitev diplomirani inženir kot srednješolec, čeprav opravlja potem bolj rutinsko kot pa raziskovalno delo. Možnosti zaposlo-

vanja naravoslovno-matematičnega tehnika so tako majhne tudi zato, ker so se vzgojno-izobraževalni programi v pretežni meri gradili na opisih poklicev, ki so jih izdelala strokovna združenja. Ker mi nimamo ustreznega združenja, program za naravoslovno-matematičnega tehnika ni bil narejen na osnovi opisa poklicev.

Nekatere ugotovitve v razpravi niso nove, vežejo se še na stare programe. Znanje v srednjih šolah pada, kakor kažejo sprejemni izpiti in preskusi znanja na fakultetah. Eden izmed vzrokov so preobsežni učni programi in ta napaka se ponavlja tudi v novih programih. Učenci in učitelji so preobremenjeni. Dober učitelj mora slediti razvoju znanosti. Tudi če učitelj matematike ne poučuje računalništva, bi pri pouku matematike moral znati uporabljati računalnik.

Najvažnejši sklepi okrogle mize:

1. Po ocenjevanju učnih načrtov je treba razmisliti o primernosti učnih načrtov za naravoslovno-matematično usmeritev ter o zmanjšanju obveznosti z uvedbo fakultativnih predmetov.

2. Društvo je proti zmanjšanju števila naravoslovno-matematičnih oddelkov.

3. Naravoslovno-matematičnim tehnikom je treba zagotoviti dobro delovno prakso in možnost nadaljnega študija. Paziti moramo, da ne bo zlorab pri predpisovanju sprejemnih izpitov iz matematike in fizike.

4. Komisija za pedagoško dejavnost naj oblikuje stališče o napredovanju učencev z negativnimi ocenami v osnovnih šolah in ga posreduje Strokovnemu svetu SRS za vzgojo in izobraževanje.



Tridesetletno pot *Obzornika za matematiko in fiziko* je orisal Janez Strnad. V 30 letih izhajanja je iz *Obzornika* nastala zajetna knjiga s 6000 stranmi. *Obzornik* še vedno sledi prvotno načrtani poti in se po kvaliteti lahko primerja s sorodnimi glasili. Seveda tudi težav pri izhajanju ni manjkalo. Pogosto so morali uredniki reševati nezavidljiv finančni položaj revije, v zadregi pa so bili tudi zaradi pomanjkanja primernih člankov. S priznanji smo se zahvalili tistim, ki omogočajo izhajanje *Obzornika*: Raziskovalni skupnosti Slovenije, Izobraževalni skupnosti Slovenije, Tiskarni Ljudske pravice, Inštitutu za matematiko, fiziko in mehaniko, Inštitutu Jožef Stefan in SOZD Iskra.

O delu društva v preteklem letu samo na kratko. Letna šola mladih fizikov za učence prvega letnika usmerjenega izobraževanja je bila letos prvič — tako kot za matematike — na Bledu. Letos sta uspešno delali sekciji za

uporabno matematiko in fiziko. Prva je septembra organizirala uspel dnevni seminar. Druga pa je pripravila strokovni del občnega zbora. Terminološka sekcija je pripravila gradivo za osemjezični matematični slovar. Poleg svetovnih jezikov in srbohrvaščine vključuje tudi italijanščino, nemščino in madžarščino kot jezike manjšin v Sloveniji, to je za potrebe šol v zamejstvu.

Tudi s pripravami za fizikalno olimpiado, ki bo junija 1985 v Portorožu, smo že začeli. Bojan Golli in Aljoša Žerjal sta poročala o vtisih z letošnje fizikalne olimpiade na Švedskem in o osnutku programa za olimpiado v Portorožu. Olimpiado bomo izkoristili za popularizacijo fizike pri nas z akcijami, ki bodo potekale ob olimpiadi.

Občni zbor je izvolil upravni in nadzorni odbor.

Upravni odbor:

predsednik — Janez Strnad, podpredsednica — Martina Koman, blagajničarka — Bojana Dvoržak, tajnik — Janez Krušič, sekretarji komisij za popularizacijo: matematike v srednji šoli — Gorazd Lešnjak, fizike v srednji šoli — Iztok Kukman, matematike v osnovni šoli — Aleksander Potočnik, fizike v osnovni šoli — Boris Kham in Jože Kotnik, sekretarka komisije za pedagoško dejavnost — Nada Razpet, sekretarji sekcij: za uporabno matematiko — Nevenka Gorenšek, za uporabno fiziko — Marko Valič in Zvone Trontelj. Do občnega zbora ni bilo predloga za predsednika komisije za tisk in za sekretarja komisije, ki organizira predavanja za srednješolce.

Nadzorni odbor je ostal v prejšnji sestavi: Darka Hvastija, Marjan Vagaja, Pavle Zajc.

Martina Koman

LETOVANJE V PLEMLJEVEM DOMU NA BLEDU 1985

Vabimo vse člane društva, da del svojega dopusta preživijo v Plemljevem domu na Bledu, Prešernova 39, kjer je na razpolago več sob z dvema ali tremi posteljami (če je potrebno — tudi z dodatnim ležiščem) in kuhinja z vso potrebno opremo za kuhanje. Gostje jo uporabljajo po medsebojnem dogovoru. Nočnina za eno ležišče (brez posteljnega perila) je 500 din, za tretje (in četrto) pa 250 din. Otroci, ki še ne hodijo v šolo, ne štejejo. Gostje pospravljajo sami. Pri odhodu vsak temeljito pospravi za sabo.

Gostje se morajo po prihodu na Bled prijaviti tudi pri Turističnem društvu na Bledu, kjer plačajo turistično takso.

Plemljev dom je na voljo po predhodni prijavi: za aktivnosti društva (poletne šole) v juniju in prvi polovici julija, za letovanje članov društva in njihovih svojcev pa od srede julija do konca septembra.

PRIJAVITE SE Z DOPISNICO (PRIJAVNICO) do konca junija na naslov:

Vladimir Batagelj, Jadranska 19, 61111 Ljubljana, p.p. 64.

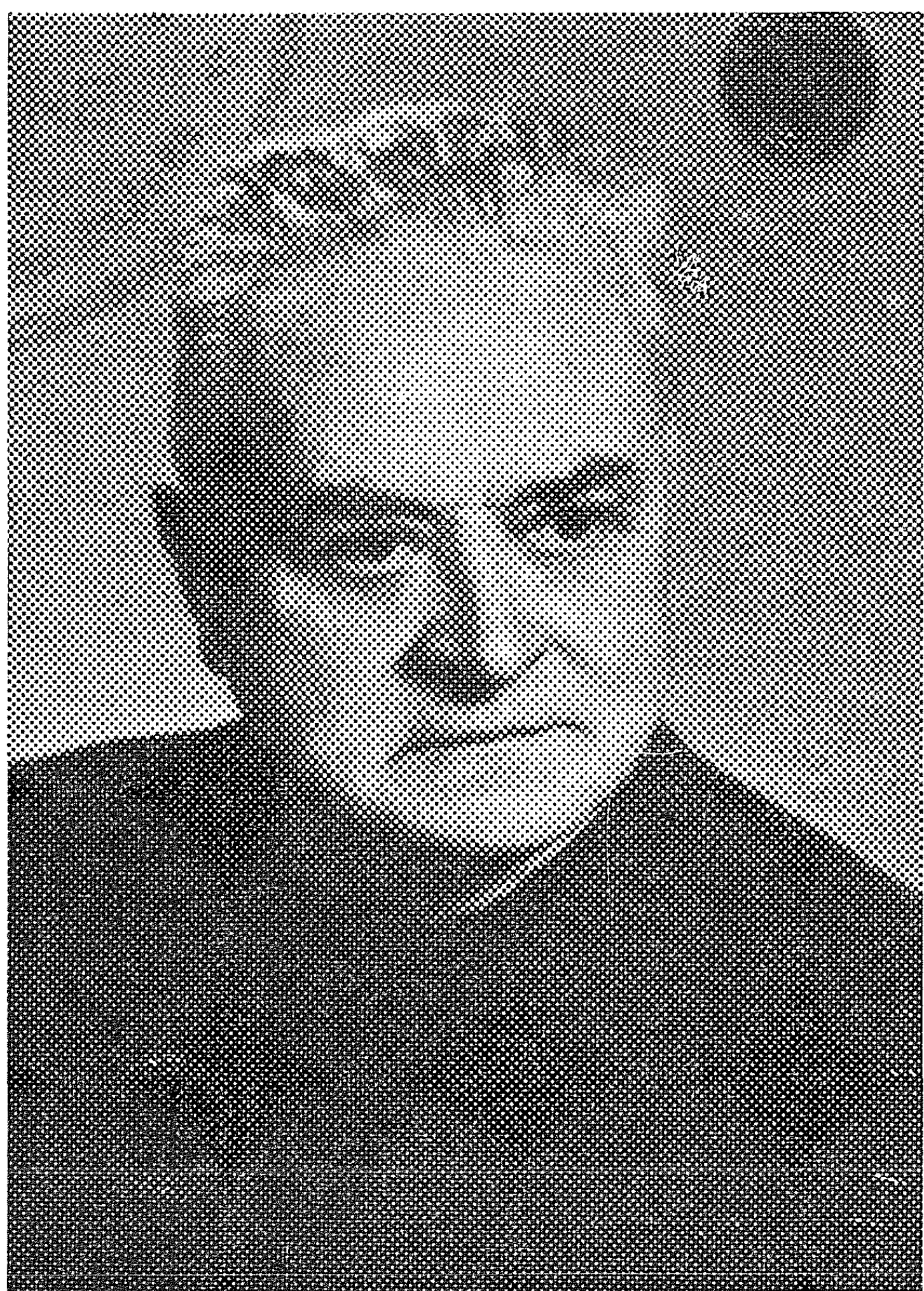
V prijavi navedite čas (lahko tudi rezervni čas), v katerem bi želeli letovati (od—do) in število postelj (oz. pomožnih ležišč), ki jih potrebujete. Ne pozabite napisati tudi svoj naslov in, če je mogoče, tudi telefonsko številko. Vsak prijavljenec bo do 7. julija 1985 obveščen o sprejemu in dodeljenem prostoru. Obvestilu bodo priložene dodatne informacije in položnica, s katero je treba nakazati celotno nočnino na naslov:

DMFA SRS, Ljubljana, ž. r. št. 50101-678-49168.

Prijave bodo upoštevane po vrstnem redu prihoda. Morebitne spremembe bomo sporočili vsakemu prijavitelju posebej.

Zamudniki se lahko za letovanje v avgustu in septembru prijavijo tudi še do konca julija. Navedite tudi rezervni čas.

Vladimir Batagelj



Petega decembra lani je bilo sklenjeno življenje profesorja Milana Zieglerja, upokojenega višjega predavatelja matematike na odseku za matematiko ljubljanske univerze. Rodil se je pred osemdesetimi leti na Vrhniki, kjer so ga zapisali tudi v osnovno šolo, ki jo je končal v Višnji gori. Po tej prvi šolski izkušnji se je ukaželjni deček odpravil na iskanje »tuje« učenosti. Najprej za osem let na klasično gimnazijo v Šentvidu pri Ljubljani. Njegovi sošolci vedo povedati, da je ves ta čas izstopal tako po znanju kot po vnemi, in to pri vseh predmetih od grščine in latinščine do matematike, skratka, da je bil povsod prvi, toda vedno prvi med enakimi. Po opravljeni maturi se je odločil za študij matematike in fizike na ljubljanski univerzi. Tukaj pa se je brž pokazala njegova posebna nadarjenost za matematiko, ki jo je bistro oko profesorja Plemlja seveda tudi hitro odkrilo. Med triindvajsetletnim odlič-

nim diplomantom in izkušenim učiteljem se je razvilo spoštljivo in prisrčno prijateljstvo, ki je trajalo vse do učiteljeve smrti.

Leta 1930 je profesor Ziegler nastopil službo učitelja matematike in fizike, in sicer najprej kot suplent na gimnaziji v Bihaču in nato na gimnaziji v Kranju. Leta 1932 je opravil profesorski izpit in se preselil na klasično gimnazijo v Ljubljano, kjer je ostal dolgih 21 let. Žal je ena naših hudih napak skoraj popolno pomanjkanje čuta za izročilo. Če bi to ne bilo tako, potem bi zagotovo še danes obstajali obe sloviti ljubljanski šoli-veteranki, klasična gimnazija in realka, v svojih častitljivih poslopijih. In v tem primeru bi bil profesor Ziegler zanesljivo obeležen v zgodovinoisju klasične gimnazije kot eden najzaslužnejših članov njenega učiteljskega zbora. Tako zelo je bil navezan na to spoštovano ustanovo, da je le obotavlja se leta 1953 sprejel vabilo in odšel za profesorja matematike na Višjo pedagoško šolo v Ljubljani. Tam je predaval sedem let, potem pa je na povabilo profesorja Vidava nastopil svojo zadnjo službo višjega predavatelja matematike na odseku za matematiko Univerze v Ljubljani. Eno leto pred svojo sedemdesetletnico je na lastno željo odšel v pokoj.

Profesorja Zieglerja sem spoznal kmalu po vojni, menda je bilo to že leta 1946; prav hitro sva postala v moje veliko zadovoljstvo dobra prijatelja, skoraj dvajset let pa sva bila tudi kolega v službi. Bil je vsestransko prefinjena osebnost, v kateri bi zaman iskali kakšno grobo potezo. Njegovo navdušenje za matematiko, ki se mu je odkrivala tako kot Russellu ne le kot čista resnica, marveč tudi kot najvišja lepota, je bilo brezmejno. Vendar je

treba ob tem posebej poudariti, da je bil tudi sicer široko razgledan in odprt duh, ob kratkem zgleden primer klasičnega in humanističnega izobraženca.

Profesor Ziegler je bil velik ljubitelj in strasten zbiravec knjig. Težko bi našli zasebno matematično knjižnico, ki bi se mogla meriti z njegovo. Ko so bile naše knjigarne še odprta okna v svet in je bilo mogoče tudi naročiti tujo strokovno literaturo, je bil Milan Ziegler njihov dnevni obiskovalec in najzvestejši naročnik na »tujo« učenost. To lepo nagnjenje je ohranil, kljub napredujoči bolezni in opustelim knjigarnam, prav do svojih zadnjih dni.

Velika razgledanost po strokovni literaturi in prirojena pretirana osebna skromnost pa sta žal profesorja Zieglerja odvrčali od tega, da bi se bil tudi sam lotil pisanja. Kolikor mi je znano, so ga njegovi prijatelji samo enkrat pregovorili k sodelovanju. Tako je nastala Geometrija za nižje razrede srednjih šol I., II., III. in IV. del avtorjev E. Branc, M. Jelenc, M. Zieglerja in A. Žabkarja leta 1957. To je bil izvrsten učbenik in kdove katera šolska reforma ga je zavrnila in nadomestila s slabšim.

Profesor Ziegler pa ni bil le odličen matematik, prenicljiv mislec in prepričan humanist, ampak predvsem tudi dober človek. Eden tistih žlahtnih ljudi, zaradi katerih življenje ni tako revno, kakor bi sicer bilo, in ob smrti katerih postane revnejše.

Niko Prijatelj

8. KONGRES MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV JUGOSLAVIJE

Prvo obvestilo

8. kongres matematikov, fizikov in astronomov Jugoslavije bo od 23. do 27. septembra 1985 v Prištini. Delo bo potekalo v sekcijah.

M. Matematika: M-1 Teorija množic in kombinatorika, M-2 Matematična logika in osnove matematike, M-3 Algebra in teorija števil, M-4 Realna in kompleksna števila, M-5 Funkcionalna analiza, M-6 Navadne, parcialne diferencialne in integralne enačbe, M-7 Geometrija, M-8 Topologija, M-9 Verjetnostni račun, statistika in stohastični procesi, M-10 Numerična analiza, M-11 Informatika in računalništvo, M-12 Uporabna matematika, M-13 Zgodovina in filozofija matematike.

F. Fizika: F-1 Fizika delcev, F-2 Jedrska fizika, F-3 Atomska fizika, F-4 Fizika plazme, F-5 Molekulska fizika, F-6 Fizika trdnega stanja, F-7 Biofizika, F-8 Matematična fizika, F-9 Uporabna fizika, F-10 Optika, F-11 Zgodovina in filozofija fizike.

A. Astronomija: A-1 Dinamika in fizika planetnega sistema, A-2 Dinamika in fizika zvezd in Sonca, A-3 Splošni astronomski problemi.

NM. Pouk matematike: NM-1 Osnovna šola, NM-2 Srednja šola, NM-3 Višje in visoke šole.

NF. Pouk fizike: NF-1 Osnovna šola, NF-2 Srednja šola, NF-3 Višje in visoke šole.

Upravni odbor Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije vabi svoje člane, da se kongresa udeleže v čim večjem številu. Interesenti lahko dobijo originalno prvo obvestilo s prijavnico pri tajniku društva (Janez Krušič, Glinškova ploščad 19, tel. (061) 349-751 ali Srednja elektrotehniška šola, Vegova 4, tel. (061) 214-315). Udeležencem priporočamo, da za kongres pripravijo referate s svojega delovnega področja. Prijavnico s povzetkom referata je treba poslati do 31. maja 1985 na naslov: Oddelek za matematiko, Prirodno-matematički fakultet, Univerza na Kosovu, 38001 Priština, Maršala Tita, b.b. Kotizacija 1.000.—din je treba nakazati do konca maja 1985 na naslov: Društvo matematičara, fizičara i astronoma SAP Kosovo, Priština, ž. r. 68400-678-3273. Udeleženci bodo bivali v hotelu Grand (kategorija A), Kosovski božur (kategorija B) ali v študentskem domu. Drugi podatki o cenah, letalskih, avtobusnih in železniških zvezah bodo objavljeni v drugem obvestilu.

Ciril Velkovrh

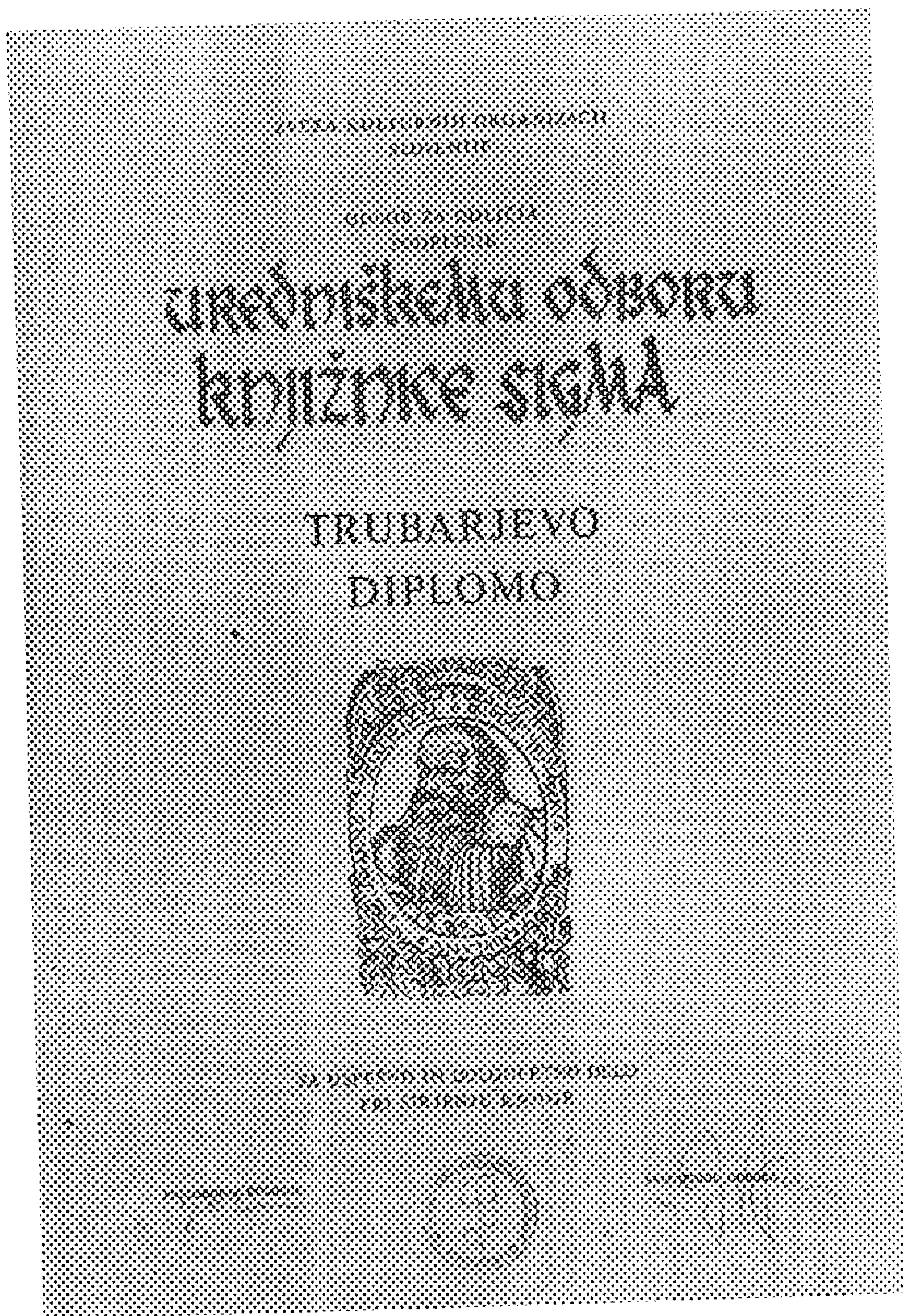
TRUBARJEVA DIPLOMA UREDNIŠKEMU ODBORU KNJIŽNICE SIGMA

Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije je ob svoji ustanovitvi leta 1949 sklenilo izdajati knjižno zbirko, namenjeno popularizaciji matematike, fizike in astronomije med šolsko mladino. Prva drobna knjižica v zbirki Sigma je izšla deset let kasneje. Profesor Ivan Vidav, ki je že vrsto let odgovorni urednik te zbirke, je takrat napisal delo *Rešeni in nerešeni problemi matematike*. Drobna knjiga seznanja mladega bralca z nekaterimi zanimivimi in lahko razumljivimi problemi matematike, s katerimi so se ukvarjali že stoletja. Prvi knjigi so sledile druge. Do danes je izšlo 38 različnih naslovov. Knjige iz zbirke Sigma so poskušale slediti potrebam po matematični in fizikalni literaturi. Zlasti v prvih letih so jih pisali matematiki, kasneje so se jim pridružili fiziki. V zadnjem času pa izhajajo v zbirki Sigma tudi prevodi tujih del. Tako so v Knjižnici Sigma izšle kratke zgodovine vseh treh strok: matematike, fizike in astronomije. Ob spoznavanju razvoja teh ved si mladi bralec oblikuje kritični, znanstveni pogled na svet.

Za izdajanje zbirke Sigma je društvo sprva uspelo pridobiti založbo Mladinska knjiga, kasneje pa je sodelovalo z Državno založbo Slovenije. Ker založbe niso mogle uspešno širiti teh knjig med mladino, je društvo poskrbelo tudi za to: člani so priporočali knjige učencem na osnovnih in srednjih šolah. Tako so mlade navajali na branje strokovnih knjig in na spoznavanje matematike, fizike in astronomije po privlačnejši in bolj zanimivi poti. Po teh akcijah so bile nekatere knjige kmalu razprodane. Ponatisi zagotavljajo, da so knjige dostopne tudi novim, mlajšim generacijam učencev in študentov, saj je bila v povprečju vsaka knjiga enkrat ponatisnjena. Knjige iz Knjižnice Sigma dobivajo učenci za nagrade pri tekmovanjih iz matematike in iz fizike. Društvo pa je še poskrbelo, da so jih dobile vse slovenske šole v zamejstvu.

Za večletno prizadevanje in uspehe pri izdajanju in širjenju slovenskih strokovnih knjig je Zveza kulturnih organizacij Slovenije podelila *Uredniškemu odboru Knjižnice Sigma Trubarjevo diplomu za leto 1984*.

Ciril Velkovrh



VPRAŠANJA IN ODGOVORI

Ob 30. obletnici izhajanja Obzornika za matematiko in fiziko je izšlo tudi Stvarno in abecedno avtorsko kazalo za zadnjih petnajst letnikov. Na strani 11 je objavljen pregled vprašanj in odgovorov, iz katerega je razvidno, da na nekatera vprašanja odgovorov nismo ne prejeli niti objavili. Zato vabimo bralce Obzornika za matematiko in fiziko, da se lotijo reševanja zastavljenih vprašanj in nam še letos pošljejo odgovore. Če jih ne bodo poslali, bomo morali prositi avtorje vprašanj, da pripravijo ustrezne odgovore. Vprašanja, na katere še nismo objavili odgovorov, so bila objavljena na naslednjih straneh: 102. 16 94 (1, 2, 5), 110. 24 145, 112. 25 151, 113. 25 169 (1, 2), 115. 25 176, 116. 26 122, 117. 27 148 (navedeni zapisi pomenijo: zaporedna številka vprašanja, letnik in stran).

Ciril Velkovrh

Obzornik mat. fiz. 32 (1985) 1

NOVE KNJIGE

DODD, J. E., *The ideas of particle physics. An introduction for scientists.* — Cambridge: Cambridge University Press 1984, 202 str. (vezano 44,50 \$, broširano 17,50 \$).

Po zapisu na platnicah naj bi Doddova knjiga *Zamisli fizike delcev* izpolnila vrzel med učbenikom in poljudnoznanstvenimi članki. Bralec mora priznati, da ji je to dobro uspelo. V jedrnatem slogu napisano delo razgrinja pred njim pogled na vso fiziko delcev. Po njem vodita dve rdeči niti: enotna teorija elektromagnetne in šibke interakcije ter trki med elektroni in pozitroni. Vsebuje še opis odkritja šibkih bozonov, tako da sega skoraj čisto do zadnjih spoznanj. Posamično vprašanje obdela na kratko, pri čemer poudari osnovno zamisel in se nikjer ne spusti v podrobnosti. Samo tu in tam navede kako pomembno enačbo v čim preprostejši obliki. Uporablja pa Feynmanove diagrame, ki jih je mogoče razumeti intuitivno.

Uvodu sledijo poglavja: Osnovna fizika delcev, Fizika močne interakcije, dve poglavji z enakim naslovom: Fizika šibke interakcije, Kalibracijska teorija šibke interakcije, Globoko neprožno sipanje, Kvantna kromodinamika — teorija kvarkov, Trki elektronov in pozitronov, Novejša raziskovanja. Vsako poglavje sestavljajo štirje odstavki, tako na primer poglavje o kvantni kromodinamiki odstavki o barvastih kvarkih, kalibracijski teoriji barve, asimptotični prostosti in o zaporu kvarkov, naslednje poglavje o trkih elektronov in pozitronov pa odstavki o raziskovanju vakuumu, kvarkih in čaru, drugi generaciji in o trkih elektronov in pozitronov danes in jutri.

Bralci, ki so sicer naravoslovci, a niso fiziki, se pogosto pritožujejo nad zahtevnostjo poljudnoznanstvenih člankov o delcih. Zanje bo knjiga dokaj trd oreh. Študenti fizike v višjih letnikih, ki se ne mislijo ukvarjati s fiziko delcev, a bi se radi o njej poučili in tudi študenti tehnike v višjih letnikih, pa si ta hip ne morejo želeli bolj pripravne knjige.

Janez Strnad

TROSTNIKOV V. N., *Što su konstruktivni procesi u matematici. Povijesni, matematički i filozofski aspekt.* Preveli Kajetan Šeper, Mirko Mihaljinec, Dean Rosenzweig. Zagreb : Školska knjiga, 243 strani.

Poleg predgovora prevajalcev (5—9) in Dodatka (229—236), ki ga je napisal D. Rosenzweig in obravnava realno število in kontinuum v konstruktivni matematiki, ima knjiga še Uvod (13—15) in tale poglavja:

1. Gnoseološki in ontološki vidik klasične matematike (teorija množic) (17—63). 2. Metodologija in filozofija znanosti na prehodu iz XIX. v XX. stoletje — materializem in idealizem (65—91). 3. Formalne metode v sodobni matematiki — intuicionizem — metamatematika — teorija algoritmov (93—141). 4. Konstruktivna smer v matematiki — konstruktivizem: — analiza in kritika (143—194). 5. Dialektika konstruktivne metode spoznanja (195—224).

Avtor odgovarja na vprašanje, ki je naslov knjige, s pravo epsko širino. Poleg matematične in filozofske eksplikacije problema obravnava tudi razne filozofske sisteme, fiziologijo in psihologijo pa logiko, metodologijo in filozofijo znanosti. Nekateri trditve podpisanega rahlo presenečajo. Tako na primer doslej še ni vedel, da je izhodna filozofska teza matematičnega konstruktivizma temeljna trditev materializma, da je znanost odraz objektivnih procesov realnega sveta.

Niko Prijatelj

BOREL A., Collected Papers. Vol. I, str. VIII + 718, Vol. II, str. IV + 790, Vol. III, str. IV + 718. Springer Verlag, Berlin — Heidelberg — New York — Tokyo 1983.

Armand Borel sodi med najuglednejše sodobne matematike. Po rodu je iz Švice, rojen je bil l. 1923 v Chaux-de-Fonds, Neuchâtel. Študiral je v Zürichu in Parizu, kjer je promoviral l. 1952. Nekaj let je bil profesor na politehniški visoki šoli v Zürichu, od l. 1957 pa je profesor na Institute for Advanced Study v Princetonu, ZDA. Delal je na raznih področjih matematike. Predvsem so pomembni njegovi prispevki v algebraični topologiji, v teoriji Liejevih grup, algebraičnih grup, avtomorfni form itd.

Zbrana dela vsebujejo 119 člankov, ki so večinoma ponatisi in jih je A. Borel objavil sam ali s soavtorji do l. 1982. V prvem zvezku so članki iz obdobja od l. 1948 do 1958, v drugem pa od l. 1959 do 1968, v tretjem pa od l. 1969 do 1982. Večinoma so to fotokopije originalnih razprav. Na koncu vsakega zvezka pa je avtor dodal popravke in kratke komentarje k posameznim delom. V njih je navedel nadaljnje rezultate v obravnavani teoriji, posplošitve, rešitve odprtih vprašanj itd. Z izjemo dveh so vsi članki znanstvene razprave iz omenjenih področij matematike. Članek *On the development of Lie group theory*, ki govori o razvoju teorije Liejevih grup od njenih začetkov v prejšnjem stoletju, je namenjen širšemu krogu matematikov. Zadnji članek *Mathematik : Kunst und Wissenschaft* (Matematika : umetnost in znanost) pa je predavanje, ki ga je imel A. Borel l. 1982 na ustanovi Carla Friedericha von Siemensu v Münchenu. V njem razvija svoje poglede na matematiko, njeno naravo in njen pomen za druge znanosti in celotno kulturo. Ta članek je dostopen širokemu krogu izobražencev.

Ivan Vidav

BAUMANN, K. in SEXL, R. U., Die Deutungen der Quantentheorie. — Braunschweig/Wiesbaden : Friedr. Vieweg & Sohn 1984, 234 str., 39 DM.

Enajsti zvezek zbirke *Obrazi fizike*, ki jo ureja profesor Sexl, nosi naslov *Interpretacije kvantne teorije*. Zbirka vsebuje razmeroma drobne knjige, ki utegnejo biti za učitelje in študente fizike tako zanimive, da kaže o njej zapisati nekaj besed. Doslej je prinesla med drugim prevode ali ponatise *Popularnih spisov* L. Boltzmannu, *Tompkinsova nenavadna potovanja po vesolju in svetu atomov* J. Gamova, *Kopernikansko revolucijo* Th. Kuhna, izbor iz knjige *Einstein kot filozof in naravoslovec*, ki jo je uredil P. A. Schilpp, in *Fiziko v toku mojega časa* M. Borna. Zadnji trije zvezki, poleg tega, o katerem poročamo, *Razprava o kvantni teoriji* F. Sellarja in *Kvantna mehanika in weimarska republika* P. Formana in K. von Meyenna, so vsi posvečeni kvantni fiziki. Teorija je znamenita po tem, da daje preverjene napovedi in jo vsi uspešno uporabljajo; o interpretaciji količin, ki v njej nastopajo, predvsem valovne funkcije, pa si fiziki še dandanes, skoraj šestdeset let po njenem nastanku, niso edini.

Interpretacije kvantne teorije Baumanna in Sexla so razdeljene na dva dela. V prvem, ki obsega slabih petdeset strani, pisca poučita bralca, za kaj gre pri interpretaciji kvantne mehanike. Ta del vsebuje štiri poglavja: Pot v Kopenhagen, Pojavijo se paradoksi, Kritika in nadaljnji razvoj interpretacije in Novi determinizem in nedeljivi svet. Drugi del pa vsebuje dvanajst originalnih člankov, med njimi Bornov članek o kvantni mehaniki trkov (1926), Heisenbergovega o nazorni vsebini kvantne mehanike (1927), znani članek A. Einsteina, B. Podolskega in N. Rosena, poznejša članka N. Bohra in E. Schrödingerja ter nazadnje članek D. Bohma in dva članka J. S. Bella. Pri založbi Pergamon je leta 1968 G. Ludwig izdal pod naslovom *Wave Mechanics* podoben zbornik originalnih člankov. Primerjava pokaže, da se knjigi ne prekrivata: angleška je usmerjena bolj k uporabi kvantne mehanike, nemška pa k njeni interpretaciji. Po naslovu je obema skupen samo Bornov prispevek, a še tega vsebuje nemška knjiga v predhodni, angleška pa v končni inačici.

Knjigo priporočam študentom in učiteljem fizike pa tudi fizikom, ki se zanimajo za osnove kvantne mehanike. Reši jih zamudnega iskanja originalnih člankov po revijah ter jim postreže s komentarjem in dodatnimi pojasnili.

Janez Strnad