R-17783-6
ODPISANO

IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

YU ISSN 0473-7466

1983
Letnik 30
6

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

JOSIP PLEMELJ 1873—1967

DOMA IZ KMEČKE HIŠE
NA BLEDU
USTVARJALEC IN UČITELJ
MATEMATIKE
ZAČETNIK SLOVENSKE
MATEMATIČNE ŠOLE

$$\frac{1}{2\pi i}\int \frac{f^+(\zeta)-f^+(z)}{\zeta - z}\,d\zeta = 0$$

$$\frac{1}{2\pi i}\int \frac{f^-(\zeta)-f^-(z)}{\zeta - z}\,d\zeta + f^-(z) = C$$

MATEMATIKA MI JE BILA
ŽIVLJENJSKA POTREBA
IN UMETNIŠKI UŽITEK

OBZORNIK MAT. FIZ. LJUBLJANA • LETNIK 30 • ŠT. 6 • STR. 161—192 • LETO 1983

LETNIK 30. — ŠTEVILKA 6

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, 1983

Uredniški odbor: France Avsec (gim. Kranj), Robert Blinc (FNT), Alojz Kodre (FNT), **Edvard Kramar — glavni urednik** (FNT), Peter Legiša (FNT), Jože Lep (VTŠ Maribor), Anton Moljk (FNT), Mitja Rosina (FNT), Tomaž Skulj (Iskra Ljubljana), **Janez Strnad — odgovorni urednik, urednik za fiziko** (FNT), **Anton Suhadolc — urednik za matematiko** (FNT), **Ciril Velkovrh — urednik** (FNT), Ivan Vidav (FNT). Jezikovni pregled Marija Janežič. Slike je narisal Miha Štalec.

Naročnina: za posameznike 350.— din (za člane društva je že vračunana članarina), za dijake in študente 175.— din, za ustanove in podjetja 600.— din, za tujino 20 $, posamezna številka 100.— din, dvojna številka 200.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS — Podružnica Ljubljana — Obzornik za matematiko in fiziko, 61111 Ljubljana, Jadranska c. 19, p. p. 6, tel. št. (061) 265-061/53, žiro račun 50101-678-47233, devizni račun pri Ljubljanski banki št. 50100-620-107-257300-5694/4.

Tisk: Tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani, Kopitarjeva ul. 2. Naklada 1500 izvodov.

Izdajo revije sofinancirata Izobraževalna skupnost Slovenije in Raziskovalna skupnost Slovenije.

© 1983 DMFA SRS — 662

Poštnina plačana na pošti 61102 Ljubljana

YU ISSN 0473—7466

VSEBINA

Članki Str.
Dirichletove vrste (Emil Beloglavec, Mitja Lakne) 161
Michelsonovi poskusi (Janez Strnad) 167

Novice
Določitev radija zvezde pri eklipsni spremenljivki (Marijan Prosén) 179

Domače vesti
V spomin Rajku Jamniku (Jože Grasselli) 182
Ob šestdesetletnici profesorja Petra Gosarja (Robert Blinc, Raša Pirs) 184
Seznam pomembnejših objav profesorja Petra Gosarja (Janez Strnad) . . . 186
Ob 110-letnici rojstva Josipa Plemlja (Ciril Velkovrh) 188
10. seminar iz matematike — Računalniška matematika — vabilo (Tomaž Pisanski 189

Nove knjige
(Ciril Velkovrh, Peter Prelovšek, Jože Andrej Čiberj, Seta Oblak, Mitja Rosina) 190
Revije, ki smo jih v letu 1982 prejeli v zameno (Ciril Velkovrh) 192

Utrinek (Janez Strnad) III

CONTENTS

Articles Page
Dirichlet's series (Emil Beloglavec, Mitja Lakner) 161
The Michelson experiments (Janez Strnad) 167

News 179

Home news 182

New books 190

Na ovitku: Napis na spomeniku prof. Josipu Plemlju na Bledu

Obzornik mat. fiz. 30 (1983) 6

DIRICHLETOVE VRSTE

EMIL BELOGLAVEC in MITJA LAKNER

Math. Subj. Class. (1980) 30 B 50

Članek obravnava osnovne lastnosti Dirichletovih vrst in njihovo uporabo v teoriji števil.

DIRICHLET'S SERIES

In this article the basic properties of Dirichlet's series are presented and their application in number theory.

1. Uvod

Radi bi si ogledali konvergenco vrste

$$\zeta(z) = 1^{-z} - 2^{-z} + 3^{-z} - 4^{-z} + \ldots + (-1)^{n-1} n^{-z} + \ldots$$

kjen je $n^{-z} = e^{-z \ln n}$ in z kompleksno število.
Pokazali bomo, da je vrsta na polravnini $\mathrm{Re}\, z > 1$ absolutno konvergentna, na pasu $0 < \mathrm{Re}\, z < 1$ pa je vrsta pogojno konvergentna. Poleg tega je funkcija $\zeta(z)$ analitična na polravnini $\mathrm{Re}\, z > 0$.

Funkcija $\zeta(z)$ spada v razred Dirichletovih vrst, to je vrst oblike:

$$a_1 1^{-z} + a_2 2^{-z} + a_3 3^{-z} + \ldots \tag{1}$$

kjer so $a_1, a_2, \ldots$ kompleksna števila. Dirichletove vrste imajo pomembno vlogo pri dokazu izreka o porazdelitvi praštevil:

Če je $p(n)$ število praštevil med prvimi n naravnimi števili, potem velja:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{p(n) \ln n}{n} = 1$$

2. Pripravljalne trditve

1. Abelova trditev o delnih vsotah:

Če so $a_0, a_1, \ldots$ in $b_0, b_1, \ldots$ poljubna kompleksna števila in n-to delno vsoto a-jev označimo z $A_n = a_0 + \ldots + a_n$, potem za vsako naravno število k in $n \geqq 0$ velja:

$$\sum_{j=n+1}^{n+k} a_j b_j = A_{n+k} b_{n+k+1} - A_n b_{n+1} + \sum_{j=n+1}^{n+k} A_j (b_j - b_{j+1})$$

Dokaz: Pri poljubnem $j = n+1, \ldots, n+k$ velja

$$a_j b_j = (A_j - A_{j-1})\, b_j = A_j b_{j+1} - A_{j-1} b_j + A_j (b_j - b_{j+1})$$

Če enakosti seštejemo, dobimo ravno iskani rezultat.

Trditev je veljavna tudi za $n = -1$, če seveda postavimo $A_{-1} = 0$. Iz teorije vrst si izposodimo:

2. Trditev: *Če številska vrsta* $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ *absolutno konvergira in je zaporedje števil* $\{\alpha_n\}$ *omejeno, potem vrsta* $\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n a_n$ *absolutno konvergira.*

Dokaz: Po predpostavki najdemo tako konstanto M, da za poljuben n velja $|\alpha_n| \leq M$ in zato

$$\sum_{n=0}^{\infty} |\alpha_n a_n| \leqq M \sum_{n=0}^{\infty} |a_n| < \infty$$

3. Trditev: *Številska vrsta* $\sum_{j=0}^{\infty} a_j b_j$ *je konvergentna, če vrsta* $\sum_{j=0}^{\infty} |b_j - b_{j+1}|$ *konvergira in* $\sum_{j=0}^{\infty} a_j$ *konvergira vsaj pogojno.*

Dokaz: Abelova trditev o delnih vsotah nam za primer $n = -1$ pove:

$$\sum_{j=0}^{k} a_j b_j = A_k b_{k+1} + \sum_{j=0}^{k} A_j (b_j - b_{j+1}) \tag{2}$$

Če nam uspe pokazati konvergenco obeh členov na desni strani, je izrek dokazan. Zaradi konvergence $\sum a_j$ je zaporedje $A_j = a_0 + \ldots + a_j$ omejeno in zato po zgornji trditvi vrsta $\sum A_j |b_j - b_{j+1}|$ absolutno konvergira. Pokažimo še konvergenco zaporedja $\{A_k b_{k+1}\}$. V enakosti

$$b_0 - b_{n+1} = (b_0 - b_1) + (b_1 - b_2) + \ldots + (b_n - b_{n+1})$$

poženemo n čez vse meje in vidimo, da obstaja limita

$$\lim_{n\to\infty} b_{n+1} = b_0 - \sum_{j=0}^{\infty} (b_j - b_{j+1})$$

Ker obstaja tudi $\lim_{n\to\infty} A_n$, sledi od tod, da obstaja $\lim_{n\to\infty} A_n b_{n+1}$.

Za funkcijske vrste pa imamo

4. Trditev: *Funkcijska vrsta* $\sum_{j=0}^{\infty} a_j(z)\, b_j(z)$ *je enakomerno konvergentna na podmnožici* K *kompleksnih števil, če sta funkcijski vrsti* $\sum_{j=0}^{\infty} a_j(z)$ *in* $\sum_{j=0}^{\infty} |b_j(z) - b_{j+1}(z)|$ *enakomerno konvergentni na* K *in če so vse funkcije* $b_n(z)$ *na* K *omejene z isto konstanto* M.

Dokaz: Enakomerno konvergentnost vrste $\sum_{j=0}^{\infty} a_j(z)\, b_j(z)$ na K pokažemo s Cauchyjevim kriterijem. K vnaprej predpisanemu pozitivnemu ε moramo najti tako naravno število N, da za poljuben $n \geqq N$ in poljubno naravno število k velja:

$$\left| \sum_{j=n+1}^{n+k} a_j(z)\, b_j(z) \right| < \varepsilon \qquad \text{za poljuben } z \in K. \tag{3}$$

Imenujmo $\alpha_n(z) = \sum_{j=n+1}^{\infty} a_j(z)$. Po predpostavki gredo $\alpha_n(z)$ na K enakomerno proti 0. Označimo $A(z) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j(z)$. Torej je delna vsota $A_n(z) = \sum_{j=0}^{n} a_j(z) =$

$= A(z) - a_n(z)$. Uporabimo Abelovo trditev o delnih vsotah (argument z izpuščamo):

$$\sum_{j=n+1}^{n+k} a_j b_j = (A - a_{n+k})\, b_{n+k+1} - (A - a_n)\, b_{n+1} + \sum_{j=n+1}^{n+k} (A - a_j)\,(b_j - b_{j+1}) =$$
$$= A[(b_{n+k+1}) - b_{n+1} + (b_{n+1} - b_{n+2}) + (b_{n+2} - b_{n+3}) + \ldots +$$
$$+ (b_{n+k} - b_{n+k+1})] - a_{n+k} b_{n+k+1} + a_n b_{n+1} - \sum_{j=n+1}^{n+k} a_j (b_j - b_{j+1}) =$$
$$= - a_{n+k} b_{n+k+1} + a_n b_{n+1} - \sum_{j=n+1}^{n+k} a_j (b_j - b_{j+1})$$

Uporabimo trikotniško neenakost

$$\left| \sum_{j=n+1}^{n+k} a_j b_j \right| \leqq |a_{n+k}|\, M + |a_n|\, M + \sum_{j=n+1}^{n+k} |a_j|\, |b_j - b_{j+1}| \tag{4}$$

Ker $\{a_n(z)\}$ konvergira k 0 enakomerno na K, obstaja tako naravno število N_1, da za vsako večje naravno število n in za vsak z iz K velja $|a_n(z)| < \min \{\varepsilon/(4M), 1\}$. Za takšne z in n nam (4) pove

$$\left| \sum_{j=n+1}^{n+k} a_j b_j \right| \leqq \varepsilon/(4M) \,.\, (M + M) + \sum_{j=n+1}^{n+k} 1 \,.\, |b_j - b_{j+1}| \tag{5}$$

Ker je tudi vrsta $\sum_{j=0}^{\infty} |b_j(z) - b_{j+1}(z)|$ enakomerno konvergentna na K, obstaja tako naravno število N, večje od N_1, da za poljuben n, večji od N, in poljuben z iz K velja:

$$\sum_{j=n+1}^{\infty} |b_j(z) - b_{j+1}(z)| < \varepsilon/2$$

Če to vstavimo v oceno (5), je Cauchyjev kriterij (3) izpolnjen.

3. Izreka o Dirichletovih vrstah

1. Izrek: *Za vsako Dirichletovo vrsto* $\zeta(z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n n^{-z}$ *(a_n iz* $\mathbf{C}$*) obstaja število λ iz razširjene realne osi, imenovano abscisa konvergence. Za poljuben $z = x + iy$ z $x > \lambda$ vrsta $\zeta(z)$ konvergira in za $x < \lambda$ vrsta $\zeta(z)$ divergira. Pri tem je $\zeta(z)$ analitična funkcija v polravnini $x > \lambda$.*

Opomba: Če je $\lambda = +\infty$ $(-\infty)$, potem je pri poljubnem z vrsta $\zeta(z)$ divergentna (konvergentna).

Primer 1: Vrsta iz uvoda

$$1^{-z} - 2^{-z} + 3^{-z} - 4^{-z} + \ldots$$

ima absciso konvergence enako 0, saj je vrsta za poljuben realen pozitiven x alternirujoča in njen splošni člen konvergira k 0, torej je v x konvergentna. Za negativne x pa vrsta očitno divergira.

Dokaz izreka razdelimo na tri dele. Pokažimo najprej:

a) Če vrsta $\zeta(z)$ v z_0 konvergira, potem vrsta konvergira za vse z desno od z_0.

Bodi $\operatorname{Re} z > \operatorname{Re} z_0$. Zapišimo $\zeta(z)$ takole:

$$\zeta(z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n n^{-z} = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n n^{-z_0})\, n^{z_0-z} \tag{6}$$

Po tretji trditvi bo točka (a) dokazana, če pokažemo konvergenco vrste

$$\sum_{n=1}^{\infty} |n^{z_0-z} - (n+1)^{z_0-z}| = \sum_{n=1}^{\infty} |(n+1)^{z_0-z}|\, |(n/(n+1))^{z_0-z} - 1| \tag{7}$$

Izpeljimo si neenačbo, veljavno za poljubno naravno število n:

$$|(1 + 1/n)^{z-z_0} - 1| \leqq M/n$$

Ker je funkcija $f(w) = (1+w)^{z-z_0} - 1 = \exp((z - z_0) \ln(1+w)) - 1$ analitična za $\operatorname{Re} w > -1$ in ima ničlo v točki 0, velja zapis:

$$f(w) = w\, \varphi(w)$$

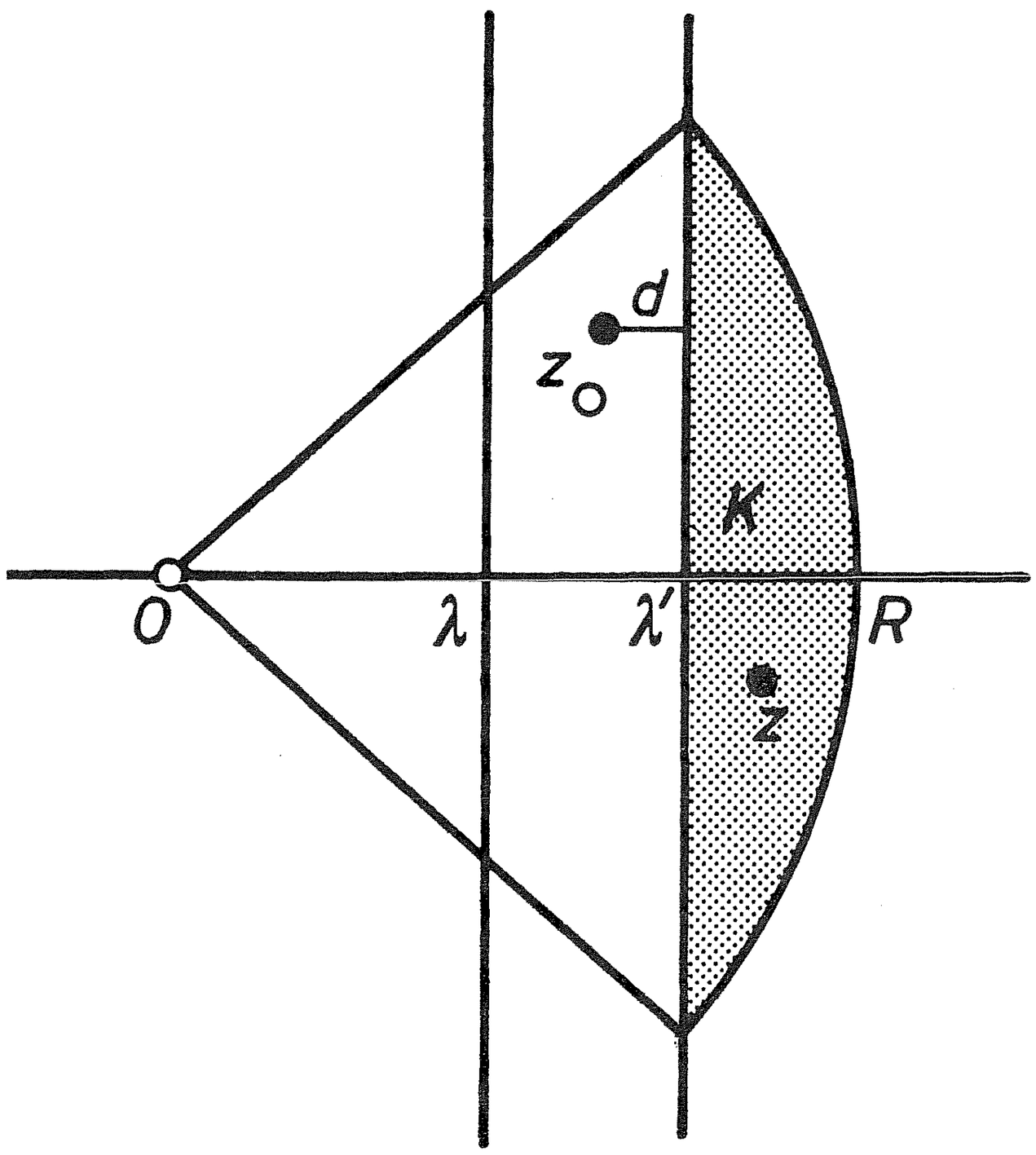
kjer je φ analitična na isti množici.

$$|(1 + 1/n)^{z-z_0} - 1| = |f(1/n)| = (1/n)\, |\varphi(1/n)| \leqq M/n \tag{8}$$

Za konstanto M vzamemo $\max\{|\varphi(x)|;\ 0 \leqq x \leqq 1\}$.

Ker velja $n^z = e^{z \ln n}$ in zato $|n^z| = n^{\operatorname{Re} z}$, (7) prepišemo

$$\sum_{n=1}^{\infty} |n^{z_0-z} - (n+1)^{z_0-z}| = \sum (n+1)^{\operatorname{Re}(z_0-z)}\, |(1+1/n)^{z-z_0} - 1| \leqq$$
$$\leqq \sum (n+1)^{\operatorname{Re}(z_0-z)}\, M/n \leqq M \sum n^{-1-\operatorname{Re}(z-z_0)} < \infty$$



b) Določimo absciso konvergence λ! Točka a) nam pove: če ζ v točki z_0 ni konvergentna, potem za poljuben z levo od z_0 ne konvergira. Denimo, da obstajata točki z_1 in z_2, taki, da ζ v z_1 divergira in v z_2 konvergira. Če sta realna dela z_1 in z_2 enaka, je to število enako λ, sicer je $\operatorname{Re} z_1 < \operatorname{Re} z_2$ in λ določimo z metodo bisekcije.

c) Vzemimo $R > \lambda' > \lambda$. Postavimo $K = \{z \in \mathbf{C};\ |z| \leqq R,\ \operatorname{Re} z \geqq \lambda'\}$.

Pokažimo, da $\zeta(z)$ enakomerno konvergira na K. Tako kot v a) razpišimo $\zeta(z)$ v obliki (6) in uporabimo trditev 4. V ta namen vzemimo poljuben z iz K in z_0 z $\lambda < \operatorname{Re} z_0 < \lambda'$. Označimo z d razdaljo točke z_0 do premice $x = \lambda'$. Nekaj potrpljenja zahteva ocena

$$|(1 + 1/n)^{z-z_0} - 1| \leqq A/n \qquad (z \in K) \tag{9}$$

(Ocena (8) se razlikuje od ocene (9) v tem, da je v (8) konstanta M odvisna od z.)

Zapišimo $e^w = 1 + \varphi(w)w$, kjer je $\varphi(w)$ cela funkcija. Bodi $M = \max\{|\varphi(w)|;\ |w| \leqq 1\}$. Potem:

$$\begin{aligned}|(1+1/n)^{z-z_0} - 1| &= |\exp[(z-z_0)\ln(1+1/n)] - 1| = \\ &= |\varphi[(z-z_0)\ln(1+1/n)]| \,.\, |z-z_0| \ln(1+1/n) \leqq \\ &\leqq M(R+|z_0|)(1/n) = A/n \text{ za dovolj velike } n \text{ in } z \in K.\end{aligned}$$

To smo dobili z upoštevanjem ocen:

$$\ln(1+1/n) \leqq 1/n$$

in $|z-z_0| \ln(1+1/n) \leqq (R+|z_0|)(1/n) < 1$ za dovolj velike n.

Iz ocene (9) dobimo na K enakomerno konvergenco vrste (7)

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{\infty} |n^{z_0-z} - (n+1)^{z_0-z}| &= \sum (n+1)^{\mathrm{Re}(z_0-z)} |(1+1/n)^{z-z_0} - 1| \leqq \\ &\leqq \sum n^{\mathrm{Re}(z_0-z)} (A/n) \leqq A \sum n^{-1-d} < \infty\end{aligned}$$

Enakomerna konvergenca vrste (6) je s tem dokazana, saj je številska vrsta $\sum a_n n^{-z_0}$ po predpostavki konvergentna in $|n^{z_0-z}| < 1$ za vsak n.

d) Ker poljubno kompaktno množico v $\mathrm{Re}\, z > \lambda$ lahko pokrijemo z neko množico zgornje oblike, je (6) enakomerno konvergentna na vseh kompaktnih množicah in zato predstavlja analitično funkcijo v $\mathrm{Re}\, z > \lambda$.

2. Izrek: *Obstaja tako število l iz razširjene realne osi, da Dirichletova vrsta* (1) *za* $\mathrm{Re}\, z > l$ *absolutno konvergira, za* $\mathrm{Re}\, z < l$ *pa ne. Vedno je razdalja med absciso konvergence in absciso absolutne konvergence l največ* 1.

Primer 2: Za vrsto

$$1^{-z} - 2^{-z} + 3^{-z} - 4^{-z} + \ldots$$

je abscisa absolutne konvergence očitno enaka 1 in tako je $l - \lambda = 1$.

Primer 3: Vrsta $1^{-z} + 2^{-z} + 3^{-z} + 4^{-z} + \ldots$ ima $\lambda = l = 1$.

Dokaz obstoja števila l je podoben dokazu točk a) in b) iz prejšnjega izreka, samo da zdaj predpostavimo absolutno konvergenco Dirichletove vrste $\zeta(z)$ v neki točki z_0. Vzemimo, da $\zeta(z)$ v z_0 konvergira vsaj pogojno, in pokažimo, da potem konvergira absolutno pri poljubnem z, za katerega je $\mathrm{Re}\, z > \mathrm{Re}\, z_0 + 1$. Zaradi konvergence vrste $\zeta(z_0) = \sum a_n n^{-z_0}$ lahko najdemo tako naravno število n_0, da za poljuben n večji od n_0 velja $|a_n{}^{-z_0}| \leq 1$. Potem velja:

$$\sum_{n=n_0}^{\infty} |a_n n^{-z}| = \sum_{n=n_0}^{\infty} |a_n n^{-z_0}|\, n^{\mathrm{Re}(z_0-z)} \leqq \sum_{n=n_0}^{\infty} n^{-\mathrm{Re}(z-z_0)} < \infty$$

Od tod vidimo, da razdalja med λ in l ne more biti večja od 1.

4. Uporaba

Med praštevili in Dirichletovimi vrstami najdemo nekaj lepih zvez:

Izrek *(Euler): Za* $\mathrm{Re}\, z > 1$ *velja zveza*

$$1^{-z} + 2^{-z} + 3^{-z} + 4^{-z} + \ldots = \prod_{n=1}^{\infty} 1/(1 - p_n{}^{-z})$$

kjer je p_n n-to praštevilo. ($p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, ...)

Dokaz: Če uporabimo formulo za vsoto geometrijske vrste

$$1/(1-w) = 1 + w + w^2 + w^3 + \ldots \qquad |w| < 1$$

na končnem produktu, dobimo:

$$\prod_{n=1}^{k} 1/(1-p_n^{-z}) = (1 + p_1^{-z} + p_1^{-2z} + \ldots) \ldots (1 + p_k^{-z} + p_k^{-2z} + \ldots) \qquad (10)$$

saj velja $|p_n^{-z}| = p_n^{-\mathrm{Re}\,z} < 1$ za vsak n. Značilen člen na desni strani (10) je oblike

$$p_1^{-i_1 z}\, p_2^{-i_2 z} \ldots p_k^{-i_k z} = (p_1^{i_1} p_2^{i_2} \ldots p_k^{i_k})^{-z}$$

kjer so $i_1, i_2, \ldots i_k$ nenegativna cela števila. Izrek o enoličnem razcepu naravnega števila na praštevila nam pove, da dva različna nabora eksponentov $i_1, \ldots, i_k$ in $j_1, \ldots, j_k$ dasta dve različni naravni števili

$$p_1^{i_1} \ldots p_k^{i_k} \neq p_1^{j_1} \ldots p_k^{j_k}$$

torej velja

$$\prod_{n=1}^{k} 1/(1-p_n^{-z}) = \sum_{n=1}^{\infty} k_n^{-z}$$

kjer je $\{k_n\}$ zaporedje vseh tistih naravnih števil, katerih razcep na praštevila vsebuje le praštevila $p_1, \ldots, p_k$.

Ker je za $\mathrm{Re}\, z > 1$ vrsta $1^{-z} + 2^{-z} + 3^{-z} + \ldots$ absolutno konvergentna, je konvergenten tudi produkt.

Eulerjeva formula nam pove, da je praštevil med naravnimi števili še vedno toliko, da velja

Izrek: $\sum_{n=1}^{\infty} 1/p_n = \infty$.

V ta namen pokažimo pomožno

Trditev: *Vzemimo $a_n > 0$. Potem velja: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergira natanko tedaj, ko divergira produkt $\prod_{n=1}^{\infty} (1 + a_n)$.*

Dokaz: Vsem dobro znano oceno $1 + x < e^x$ za pozitivne x uporabimo na delni vsoti

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n < (1 + a_1)(1 + a_2) \ldots (1 + a_n) < \exp(a_1 + a_2 + \ldots + a_n)$$

Od tod razberemo obe smeri trditve.

Dokaz izreka: V dokazu prejšnjega izreka smo pri poljubnem k izpeljali

$$\prod_{n=1}^{k} 1/(1-p_n^{-1}) = \sum_{n=1}^{\infty} k_n^{-1} \quad , \quad k_n = p_1^{i_1} \ldots p_k^{i_k} \qquad (11)$$

Za poljuben m je m-ta delna vsota harmonične vrste vsebovana v desni strani (11), brž ko je k dovolj velik. Zaradi tega divergira produkt $\prod_{n=1}^{\infty} 1/(1 - p_n^{-1})$, katerega splošni člen lahko zapišemo $1 + 1/(p_n - 1)$ in s tem po zgornji trditvi divergira $\sum 1/(p_n - 1)$. Zaradi $p_{n-1} \leqq p_n - 1$ velja $1/(p_n - 1) \leqq 1/p_{n-1}$ in s tem je izrek dokazan.

LITERATURA

[1] R. B. Ash, *Complex Variables*, Academic Press, London 1971.

[2] K. Knopp, *Theory and Applications of Infinite Series*, Hafner Publishing Company, New York 1971.

Obzornik mat. fiz. 30 (1983) 6

MICHELSONOVI POSKUSI

JANEZ STRNAD

UDK 530.112(091)

Pred približno sto leti je A. A. Michelson sam in skupaj z E. W. Morleyem naredil poskuse, s katerimi si je prizadeval dognati hitrost Zemlje v etru. Opis teh poskusov v zgodovinski zvezi pokaže, da razvoj fizike ne poteka tako gladko, kot bi si želeli pisci učbenikov in tisti zgodovinarji, ki bi ga radi v celoti logično rekonstruirali. Članek na kratko oceni tudi vlogo poskusov pri nastanku posebne teorije relativnosti in njihov pomen pri pouku fizike.

THE MICHELSON EXPERIMENTS

About hundred years ago A. A. Michelson alone and in collaboration with E. W. Morley performed experiments to obtain the velocity of the earth in the ether. The description of these experiments in historical setting shows that the development of physics is not as straightforward as would suit textbook writers and those historians who claim that it can be reconstructed logically. In the article the role of experiments in the formulation of the special theory of relativity and their significance in physics teaching is briefly evaluated.

Uvod

Odkrivanje novih fizikalnih spoznanj se močno razločuje od reševanja nalog pri šolskem delu. Fizik, ki išče nove zakone narave, je podoben raziskovalcu pragozda. Ne ve, kaj ga čaka na naslednjem koraku in kako se bo prebil skozenj. Morda v nameravani smeri v njem sploh ni prehoda. Pri prodiranju skozenj je pripravljen uporabiti vse mogoče prijeme in vsa razpoložljiva pomagala. Ko pa je novost v okviru te *osebne znanosti* ali *znanosti v nastajanju* odkrita, se stvari spremenijo. Treba jo je vgraditi v *uradno (knjižno) znanost* ali *znanost kot ustanovo* in pri tem morajo biti vsi koraki smiselni in jasni [1].* Razloček med obema označuje jedrski fizik H. D. Smyth takole: »Raziskovalec mora pogosto misliti in delati kot umetnik, toda govoriti kot knjigovodja o dejstvih, številkah in v logičnih miselnih zvezah.« »Zaradi tega ne smemo jemati preveč resno kronologije in metode, kakor sta opisani v originalni objavi znanstvenih rezultatov. K igri spada to, da preuredijo rezultate, tako da se pozneje zdijo izpeljani iz jasnih osnov« [1].

Razvoj fizike poteka mnogo bolj zamotano in mnogo manj pregledno, kot bi sklepali po učbenikih. Zgodovina fizike je, kolikor je je v njih, večinoma ponarejena. Iz didaktičnih nagibov jo poenostavijo in razvrstijo dogodke v logično povezane nize, kar si je tudi laže zapomniti. Te splošne trditve potrjujejo poskusi, s katerimi si je A. A. Michelson sam in v sodelovanju z E. W. Morleyem prizadeval, da bi ugotovil hitrost Zemlje v etru. Sestavek

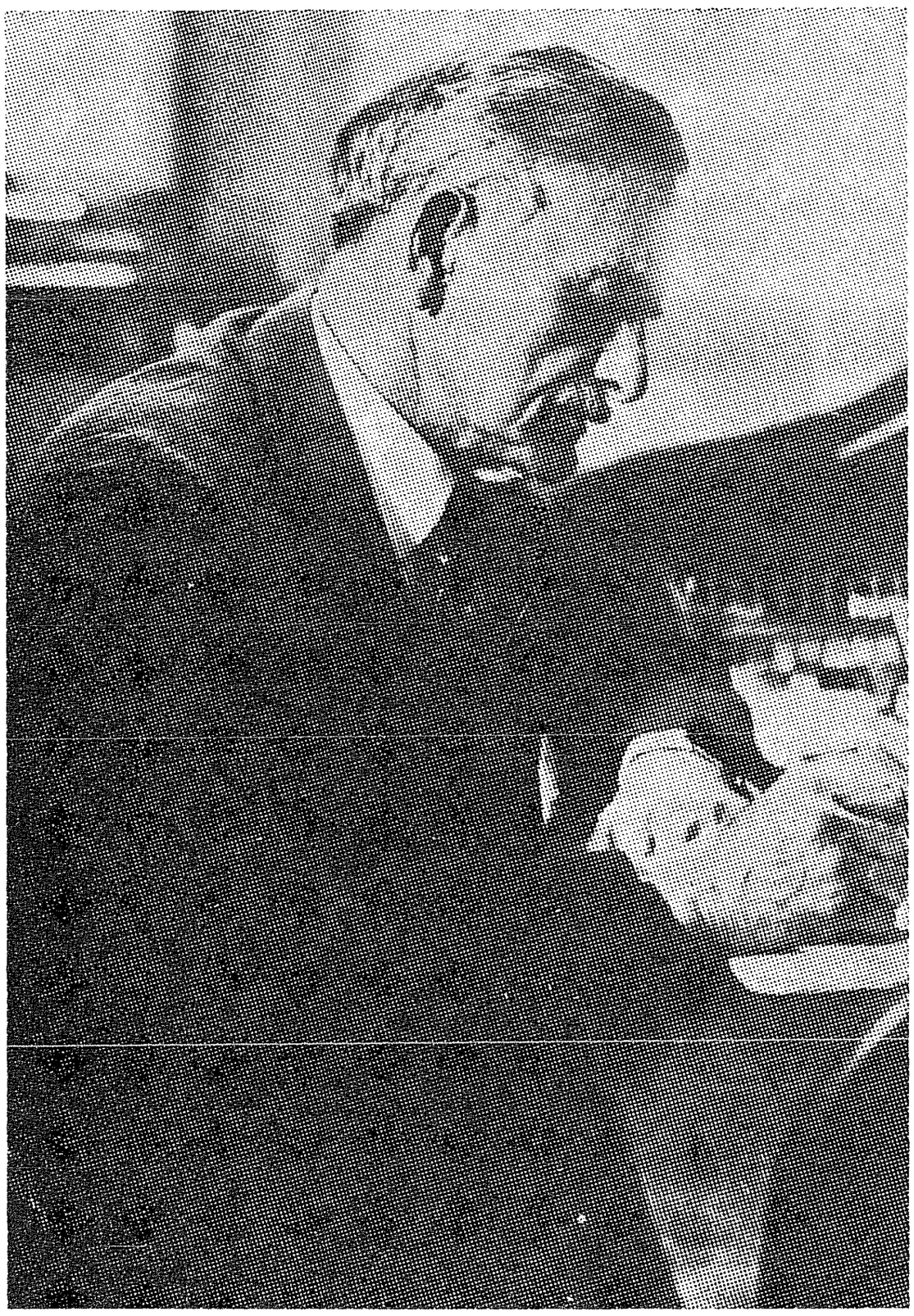
---

* Omenili smo [2], da so pristaši kake zamisli ali teorije navadno veliko bolj ozkosrčni kot tisti, ki jo je vpeljal. To je umljivo, če upoštevamo, da so le slednji imeli opraviti z osebno znanostjo, medtem ko jo presojajo posnemovalci predvsem s stališča knjižne znanosti.

opiše poskuse z zgodovinskega gledišča in poskuša oceniti njihov pomen za nastanek posebne teorije relativnosti. Poskusom so pogosto pripisovali večji pomen, kot ga zaslužijo. Vsekakor niso pripravni kot izhodišče za uvedbo posebne teorije relativnosti v šoli. V tem pogledu je precej boljša in krajša pot, ki se ne zgleduje po zgodovinskem razvoju.

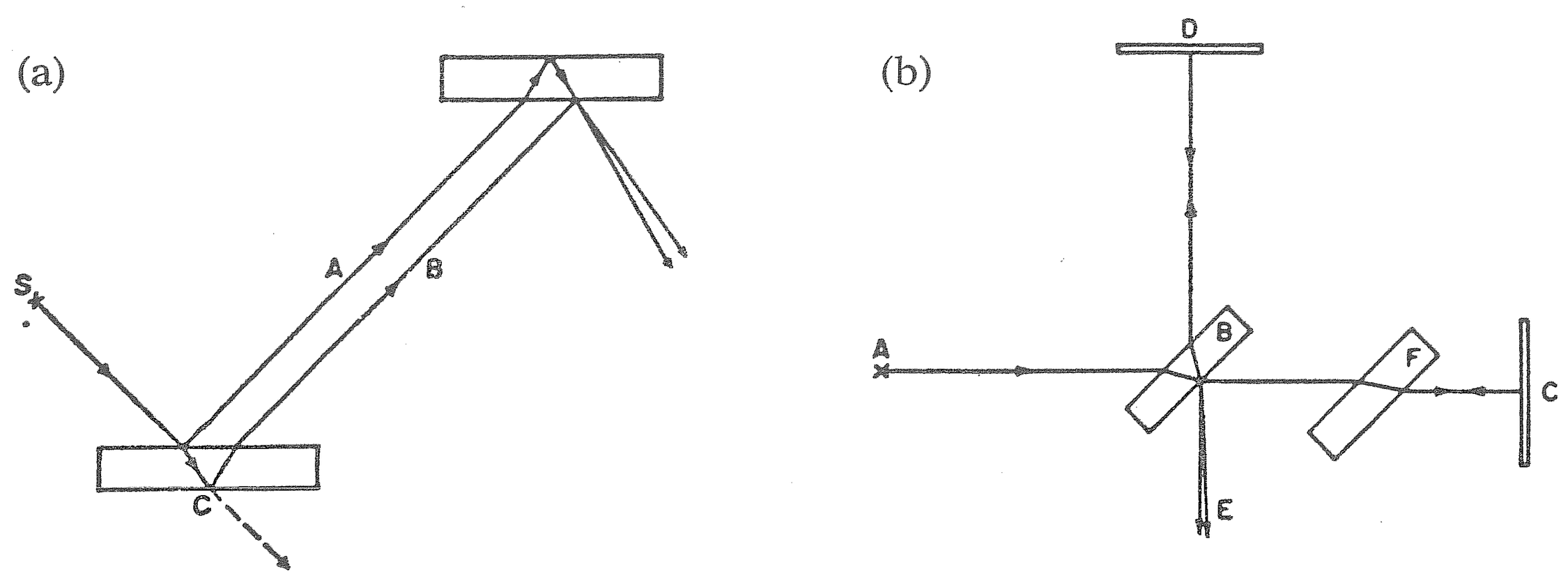
Michelsonov potsdamski poskus

Oče elektrodinamike J. C. Maxwell je trdno verjel v eter [2], okoli katerega se suče zgodba o poskusih. V pismu iz leta 1879 nekemu članu washingtonskega Urada pomorskega almanaha je spraševal, ali bi lahko z dolgotrajnim natančnim opazovanjem Jupitrovih lun določiti hitrost Zemlje v etru. Pri merjenju v laboratoriju naj bi zaradi potovanja svetlobe do zrcala in nazaj hitrost Zemlje nastopala v kvadratu razmerja s svetlobno hitrostjo, kar da je nemogoče izmeriti. O tem so razpravljali na uradu in vse kaže, da je Maxwellova trditev izzvala A. A. Michelsona (Sl. 1), ki je bil tedaj član urada. Medtem ko



Sl. 1. Albert Abraham Michelson. Rojen je bil leta 1852 v vzhodnopruskem Strelnu (danes Strzelno na Poljskem) v židovski družini. Dveleten se je s starši preselil na zahod ZDA. Leta 1873 je končal Mornariško aakdemijo v Annapolisu in bil na njej od 1875 do 1877 asistent za fiziko. Leta 1877 je ob demonstraciji za študente izmeril svetlobno hitrost z nekoliko prirejenim Foucaultovim načinom. Da bi ponovil merjenje z izpopolnjeno napravo, so ga leta 1879 premestili na Urad pomorskega almanaha v Washington. Po vrnitvi iz Evrope je leta 1882 sprejel mesto na Caseovi univerzi v Clevelandu. V naslednjih letih se je posvetil merjenju svetlobne hitrosti. Po letu 1887 sta skupaj z Morleyem s posebnim interferometrom izmerila meter z valovno dolžino svetlobe. Merjenje te vrste je Michelson ponovil v Parizu in odprl pot novi definiciji metra. Ob tem sta Michelson in Morley odkrila fino strukturo vodikovih in hiperfino strukturo srebrovih in talijevih spektralnih črt. Leta 1889 je Michelson prešel na chicaško univerzo. Še naprej je meril hitrost svetlobe (1927). Med novim, natančnejšim merjenjem je leta 1931 umrl (in so izide merjenja objavili po smrti 1933). Od drugih Michelsonovih dosežkov omenimo interferometer z dvema režama pred teleskopom, s katerim je prvi izmeril zorni kot zvezde (Betelgeze). Pri merjenjih mu je koristil izredno oster vid. Vedno so ga privlačevala merjenja na meji izvedljivosti. Tako je izmeril dvig vodne gladine v cevki za 4 μm zaradi plimskih sil in ugotovil, da se trdno površje Zemlje dvigne zaradi njih za 35 cm. Michelson je bil prvi ameriški fizik, ki je dobil Nobelovo nagrado. Leta 1907 so mu jo podelili za »natančne optične merilne naprave in spektroskopska in metrološka merjenja z njimi«. Nagrade torej ni dobil za delo s svojim interferometrom. Teh poskusov tudi sam ni cenil, že zato ne, ker niso dala številskega rezultata. Posebne teorije relativnosti ni maral in se je pritoževal, da so prav njegova merjenja rodila to »pošast«

se je dotlej ukvarjal le z geometrijsko optiko, se je zdaj lotil še valovne. Z merjenji svetlobne hitrosti si je že pridobil ugled in se je leta 1880 odpravil na dveletno študijsko potovanje po Evropi. Po obisku v Londonu in Parizu se je ustavil na Helmholtzovem fizikalnem inštitutu v Berlinu. Inštitut, na katerem sta tedaj delala med drugimi tudi Heinrich Hertz in Otto Lummer, so ameriški fiziki radi obiskovali. V tistih časih je namreč ameriška fizika še močno zaostajala za evropsko. Američan Henry Rowland je na njem naredil znani poskus, s katerim se je prepričal, da imajo gibajoči se naboji na izolatorju enak magnetni učinek kot tok po vodniku. Inštitut je obiskal tudi naš rojak Mihajlo Pupin.



Sl. 2. Jaminov (a) in Michelsonov (b) interferometer; v prvem sta delna curka vzporedna, v drugem pa pravokotna [3]

»... Čeravno nikdar ni varno zagotavljati, da prihodnost fizikalne znanosti ne skriva draguljev, ki so še čudovitejši od tistih iz preteklosti, se zdi verjetno, da se je večina velikih osnovnih načel trdno uveljavila in da lahko pričakujemo nadaljnji napredek v strogi uporabi teh načel za vse pojave, ki jih opazimo.

Na tem mestu pokaže svoj pomen znanost merjenja, pri kateri si bolj želimo kvantitativnih rezultatov kot kvalitativnega dela. Znani fizik je pripomnil, da je treba poiskati prihodnje resnice fizikalne znanosti na šesti decimalki ...«

A. A. Michelson, *Katalog univerze v Chicagu za leto 1898/99*, Phys. Today **21** (1968) 52 (4)*

---

* Michelson je večkrat izjavil nekaj podobnega. Z znanim fizikom je mislil Kelvina. Vendar mu je bilo navsezadnje žal zaradi izjave. Glej Phys. Today **21** (1968) 9 (8) in **22** (1969) 9 (1).

V Berlinu je Michelson razvil svoj interferometer. Zamisel zanj je prinesel iz Pariza, če ne iz Washingtona. Pri tem se je zgledoval po Jaminovem interferometru (Sl. 2 a), le da je vodil delna curka pravokotno drugega na drugega (Sl. 2 b), ne vzporedno. Načrt, ki se je zaradi pomanjkanja denarja zatikal, je rešilo darilo sto funtov Alexandra Grahama Bella, izumitelja telefona. S tem denarjem je Michelson plačal izdelavo interferometra pri neki berlinski družbi in planparalelni plošči, ki ju je naročil iz Pariza. Leta 1881 je izvedel prva merjenja v kleti potsdamskega observatorija, ker so merjenja na inštitutu motili tresljaji zaradi berlinskega prometa.

*

Kolikšno hitrost Zemlje v etru so pričakovali, ko se je Michelson lotil merjenja? Dandanes bi morda pomislili na hitrost Zemlje v opazovalnem sistemu, v katerem je prasevanje izotropno.* Pred sto leti tega sistema še niso poznali in vesolje še ni segalo čez meje naše Galaksije. Komaj da so z merjenjem paralakse ugotovili oddaljenost najbližjih zvezd, a še niso vedeli, da se gibljejo s hitrostmi, ki imajo velikostno stopnjo okoli sto kilometrov na sekundo. Tako so pač privzeli, da miruje eter glede na Sonce in se giblje Zemlja po etru s hitrostjo 30 km/s, s katero kroži okoli Sonca. Koeficient v/c je v tem primeru zelo majhen: 10^{-4}. Hitrost 30 km/s, ki ima vlogo nekakšne spodnje meje, spreminja svojo smer v ekliptiki; za poln kot se zasuče v enem letu. Komponenta hitrosti v vodoravni ravnini laboratorija pa je odvisna še od lege na zemeljski krogli in se zasuče za poln kot v 24 urah.

Vzemimo, da miruje interferometer z enako dolgima krakoma v etru. Z dodatno ploščico dosežemo, da gre svetloba v obeh delnih curkih skozi enako debelo plast stekla in sta obe optični poti enaki. Eden od curkov se odbije pri prehodu iz zraka v steklo, torej na optično gostejši snovi, drugi pa pri prehodu iz stekla v zrak, torej na optično redkešji snovi. Tako nastane med curkoma dodatna fazna razlika π. Če bi bil vsak od obeh curkov popolnoma vzporeden in bi padel na zrcalo pravokotno, bi opazili v daljnogledu temno polje. Navadno pa eno izmed zrcal zasučejo za majhen kot in opazujejo v daljnogledu interferenčne proge enakega nagiba, kot da bi šlo za interferenco na zračnem klinu. Najprej poiščejo opisano lego zrcal z enobarvno svetlobo — dandanes najbolje z laserjem, ko so proge najizrazitejše. Nato uporabijo belo svetlobo, pri kateri je mogoče opazovati samo nekaj prog.

Če interferometer ne bi miroval v etru, bi se interferenčne proge pri zasuku interferometra premaknile. Vzemimo, da bi se interferometer gibal po etru s hitrostjo v v smeri prvega kraka. Hitrost svetlobe v laboratoriju bi bila tedaj v tem kraku $(c - v, 0, 0)$ pred odbojem na zrcalu in $(-c - v, 0, 0)$ po njem. Pri tem smo os x postavili v smer tega kraka in os y v smer drugega kraka. V drugem kraku je hitrost svetlobe pravokotna na smer gibanja Zemlje v etru in je $(0, c(1 - v^2/c^2)^{1/2}, 0)$ pred odbojem na zrcalu in $(0, -c(1 - v^2/c^2)^{1/2}, 0)$ po njem. V etru je namreč velikost svetlobne histrosti vselej c: v vzdolžnem kraku sta hitrosti $(c, 0, 0)$ in $(-c, 0, 0)$, v prečnem pa $(c \sin\varphi, c \cos\varphi, 0)$ in $(c \sin\varphi, -c \cos\varphi, 0)$. Iz vektorja hitrosti v etru dobimo vektor hitrosti v laboratoriju z Galilejevo transformacijo, pri kateri od prvega vektorja odštejemo vektor hitrosti laboratorija v etru $(v, 0, 0)$. Iz zahteve, da je hitrost v drugem delnem curku pravokotna na smer gibanja etra: $c \sin\varphi - v = 0$ sledi $\sin\varphi = v/c$ in $\cos\varphi = (1 - v^2/c^2)^{1/2}$.

V prvem delnem curku potrebuje svetloba od polprepustne ploščice do zrcala v razdalji l čas $l/(c - v)$ in od zrcala do polprepustne ploščice čas $l/|-c - v|$. V drugem delnem curku potrebuje svetloba od ploščice do zrcala čas $l/c(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ in nazaj do ploščice enak čas. V celoti je tedaj valovanje v drugem delnem curku zakasnjeno za valovanjem v prvem za:

$$l/c(1 - v/c) + l/c(1 + v/c) - 2l/c(1 - v^2/c^2)^{1/2} =$$
$$= (2l/c)\,(1/(1 - v^2/c^2) - 1/(1 - v^2/c^2)^{1/2}) = (l/c)\,(v/c)^2,$$

če nazadnje zanemarimo člene z $(v/c)^4$ in višjimi potencami. Ko zasučemo interferometer za 90^0 okoli navpične osi, kraka zamenjata vlogi in se zakasnitev podvoji: $(2l/c)\,(v/c)^2$.

Preračunajmo zakasnitev na en nihajni čas t_0 in upoštevajmo, da je $ct_0 = \lambda$ valovna dolžina, pa dobimo $(2l/c)\,(v/c)^2/t_0 = (2l/\lambda)\,(v/c)^2$. Ta količina pove premik interferenčnih prog, merjen z razmikom med dvema programa.

Michelson je na začetku spregledal prispevek prečnega kraka s kvadratnim korenom in je napovedal dvakrat večji premik. Ko je leta 1882 pokazal svoj poskus v Parizu na predavanju, ki sta se ga udeležila tudi Jamin in Cornu, je priznal svojo

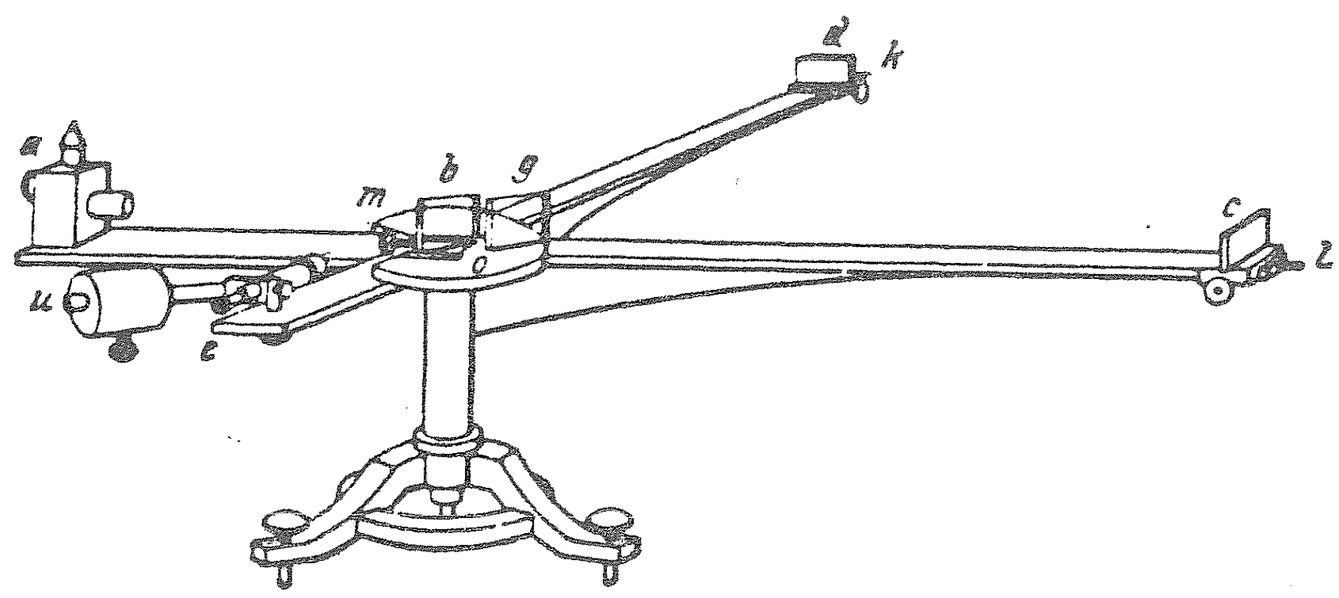
---

* Z zelo skrbnim merjenjem so se prepričali, da prasevanje na Zemlji ni popolnoma izotropno. Majhna anizotropija kaže, da se giblje Zemlja v opazovalnem sistemu, v katerem je sevanje izotropno, s hitrostjo okoli 400 km/s. G. F. Smoot, M. V. Gorenstein, R. A. Muller, *Detection of the Anisotropy in the Cosmic Blackbody Radiation,* Phys. Rev. Letters **39** (1977) 898.

napako in se zahvalil Alfredu Potieru za opozorilo. Toda Potier sploh ni pričakoval nobenega premika, četudi bi obstajal eter.*

Če bi ležala hitrost Zemlje v etru v vodoravni ravnini laboratorija, bi opazili pri zasuku interferometra za 90^0 največji premik prog $(2l/\lambda)\,(v/c)^2$. Sicer bi morali namesto v upoštevati največjo komponento hitrosti v vodoravni ravnini. Za merjenje je pomembno, da bi moral biti premik periodičen s periodo 180^0 glede na začetno lego.

Michelsonov potsdamski interferometer (Sl. 3) je imel 1,2 m dolga kraka. Če vzamemo za belo svetlobo valovno dolžino 550 nm, za katero je oko najobčutljivejše, dobimo $(2l/\lambda)\,(v/c)^2 = 0{,}04$ pri kvocientu $v/c = 10^{-4}$. Ker je na skali daljnogleda mogoče meriti še premik za stotino razmika med progama, bi naj bil tolikšen premik še merljiv. Michelson je sukal interferometer in



Sl. 3. Michelsonov potsdamski interferometer (iz leta 1881). Interferometer je bil zgrajen premalo trdno, kraka sta se upogibala in bila občutljiva na tresljaje. Michelson je vrnil napravo v tovarno, da so kraka utrdili [3]

meril lego srednje temne interferenčne proge na vsakih 45^0. Opazil je sicer premike, ki pa so bili manjši od napovedanega in niso kazali prave periodičnosti. Na osnovi tega je sklepal: »Izide pojasnimo s tem, da ni premika interferenčnih prog. To kaže, da domneva o mirujočem etru ne napove pravih rezultatov.«

---

* Razločujemo *pojave prvega reda* in *pojave drugega reda.* Pri pojavih prvega reda se svetilo, sprejemnik ali kak del merilne naprave giblje glede na preostale dele. V rezultatu nastopa kvocient te hitrosti in svetlobne hitrosti linearno, na primer pri zvezdni aberaciji, potovanju svetlobe v gibajoči se vodi ali Dopplerjevem pojavu (longitudinalnem, ne transverzalnem). Pri teh pojavih lahko določimo hitrost svetila, sprejemnika ali dela naprave, a izid ni odvisen od gibanja po etru. Pri pojavih drugega reda, na primer pri poskusu z Michelsonovim interferometrom, pa vsi deli naprave mirujejo drug glede na drugega in je izid odvisen od hitrosti naprave v etru, če eter obstaja. V rezultatu nastopa razmerje te hitrosti in svetlobne hitrosti v kvadratu.

Eleuthere Mascart je (1872, 1874) sklepal, da niti s poskusi drugega reda ni mogoče ugotoviti hitrosti gibanja po etru. W. Veltmann (1870, 1873) in A. Potier (1874) sta Mascartovo trditev utemeljila s Fresnelovim privzetkom o gibanju etra in Fermatovim načelom najkrajšega časa. S tem sta vnaprej sprejela nekakšno načelo relativnosti. Glej članek R. Newburgh, *Fresnel Drag and the Principle of Relativity,* Isis **65** (1974) 379.

Ni jasno, na kaj je mislil Maxwell, ko je v pismu omenil Jupitrove lune. Ali je pričakoval, da bi bilo mogoče izluščiti iz merjenja popravek drugega reda? Ali se ni zavedal, da s pojavom prvega reda ni mogoče določiti hitrosti etra? Mimogrede omenimo, da še danes teče razprava o tem, ali je mogoče izmeriti enosmerno hitrost svetlobe. Velika večina fizikov je prepričana, da to ni mogoče in merimo pri vsakem poskusu, prikrito ali očitno, le hitrost svetlobe pri potovanju tja in nazaj. Glej članek Y. Z. Zhang, *Is the Unidirectional Speed of Light Observable?* Physics Letters **95 A** (1983) 225.

»... Michelsonova predavanja o svetlobi (ko je prišel na Caseovo univerzo) nas posebej zanimajo. Kaže, da študentom ni nikoli omenil potsdamskega merjenja. Izid poskusa je bil še predmet razhajanj in ni želel razprave v predavalnici.

Toda povedal je, »da je svetlobni eter do neke mere hipotetična zadeva in, če ga sploh sestavlja snov, mora biti zelo redka in zelo prožna. Popolnoma uide temu, da bi jo zaznali s čutili.«

Čudno je tudi, da Michelson študentom ni opisal svojega interferometra, čeprav je podrobno obravnaval optično interferenco in je zajel tudi »refraktometer« Jaminove vrste in opisal merjenje lomnega kvocienta stekla z njim.

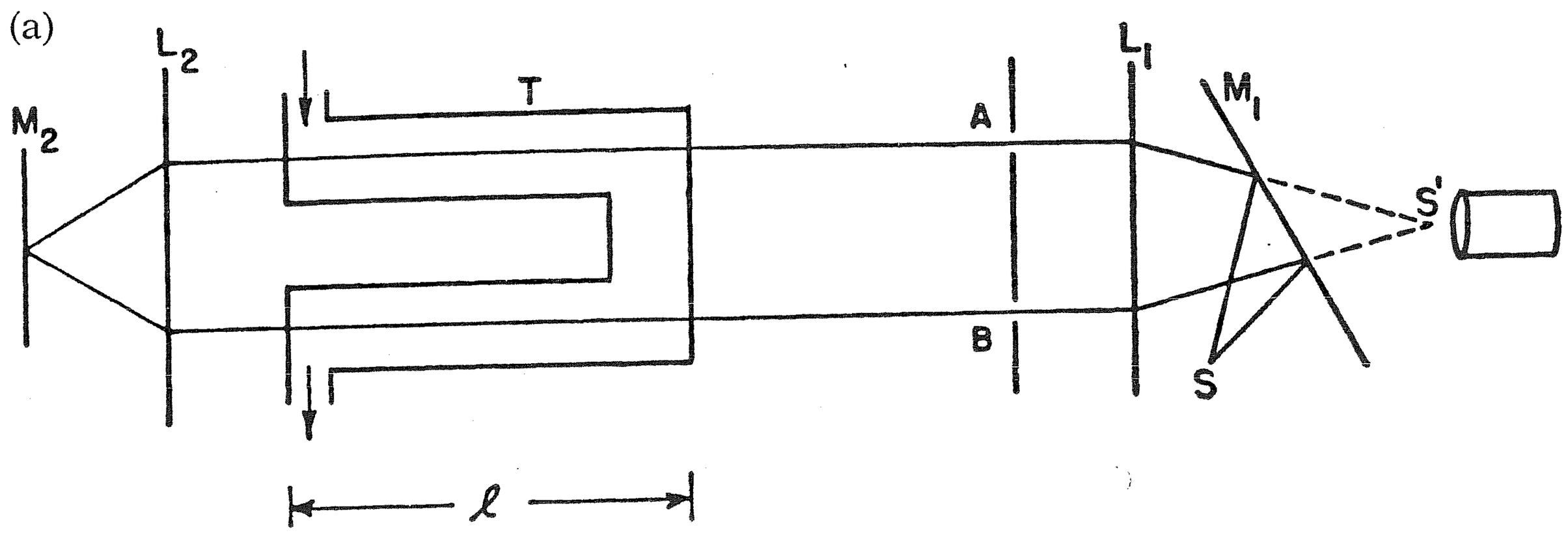
Glede svetlobne hitrosti pa je Michelson razgrnil pred študenti celotno zgodbo od prve Roemerjeve in Bradleyeve določitve preko velikih Francozov Fizeauja, Foucaulta in Cornuja do svojih lastnih in Newcombovih merjenj ...«

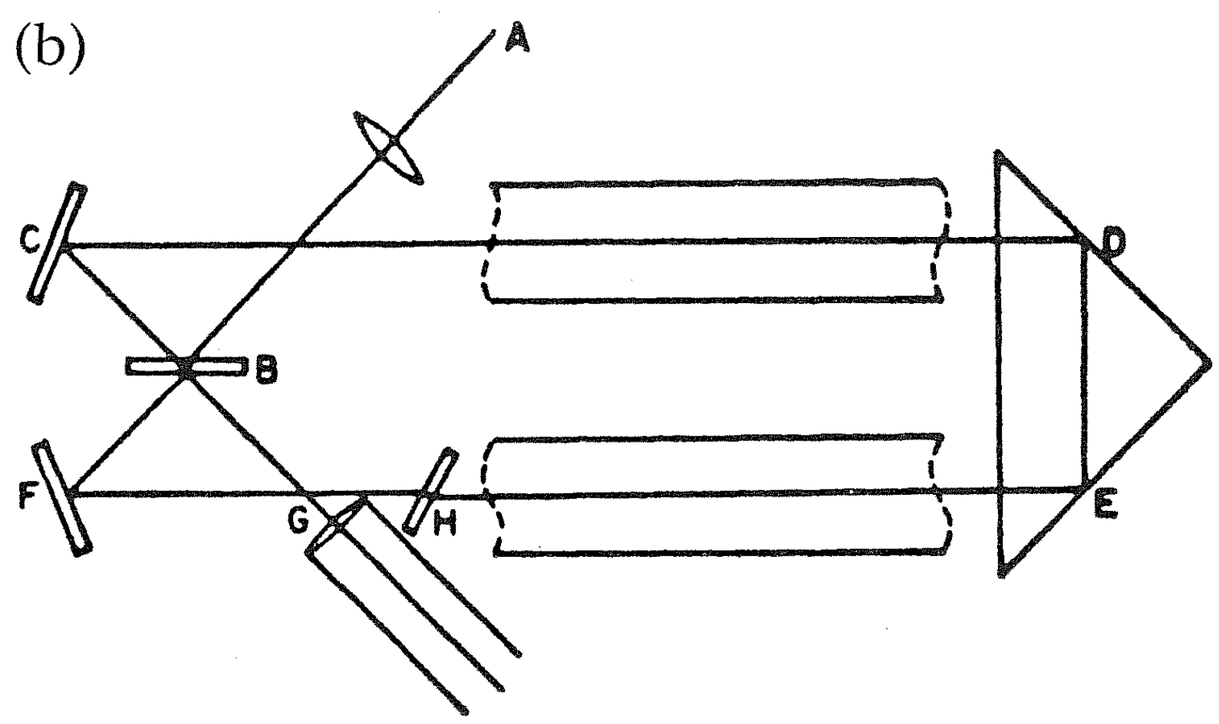
R. S. Shankland [3]

Ponovitev Fizeaujevega poskusa

Jeseni leta 1884 je lord Kelvin (William Thomson) na obisku v ZDA imel v Bostonu vrsto predavanj »o molekulski dinamiki in valovni teoriji svetlobe«. Pri tem je osvetlil tudi slabosti teorije. Na predavanjih sta, kot kaže, Kelvin in Rayleigh prepričala Michelsona, da potsdamski poskus ni bil dovolj natančen in da bi bilo vredno merjenje ponoviti. Zdi se, da se je tedaj napletlo tudi sodelovanje med Michelsonom in Morleyem.

Sodelovanje pa se ni začelo z Michelsonovim interferometrom, ampak s ponovitvijo Fizeaujevega poskusa iz leta 1851, ki je potrdil Fresnelovo napoved o hitrosti svetlobe v gibajoči se vodi [2]. Tudi za to sta ju nagovorila





Sl. 4. Fizeaujev interferometer z režama (iz leta 1851) (a) in Michelsonov in Morleyev interferometer s polprepustno ploščico (iz leta 1886) (b). Fizeaujev je imel 1,5 m dolgo cev, hitrost vode pa je bila okoli 7 m/s. Michelson in Morley pa sta spreminjala dolžino od 3 do 6 m in hitrost vode okoli 1 m/s [3]

Kelvin in Rayleigh. Levji del merjenj je opravil Morley, ker je Michelson zbolel — spočetka so mislili, da zelo hudo.

Prav na kratko opišimo Michelsonovo in Morleyevo ponovitev Fizeaujevega poskusa. Fresnel je napovedal za hitrost svetlobe v prozorni snovi $c/n + k_F v$, če je v hitrost snovi, n njen lomni kvocient in $k_F = 1 - 1/n^2$ Fresnelov koeficient [2]. Za vodo z lomnim kvocientom 1,33 je $k_F = 0{,}43_8$. Fizeau je pri svojem dokaj nenatančnem merjenju dobil zanj 0,46. Michelson in Morley sta nekoliko prilagodila Fizeaujev interferometer (Sl. 4 a). Namesto, da bi ločila delna curka z režama, kar ne dovoljuje znatnega krajevnega razmika, sta ju ločila — kot pri Michelsonovem interferometru — s polprepustno ploščico (Sl. 4 b).

*

V vodi, ki teče s hitrostjo v, je hitrost svetlobe $c/n + k_F v$, v vodi, ki teče s hitrostjo $-v$, pa $c/n - k_F v$. Ko potuje po cevi s skupno dolžino $2l$ prvi delni curek proti toku vode in drugi v njegovi smeri, je valovanje v drugem delnem curku zakasnjeno za valovanjem v prvem za

$$2l/(c/n - k_F v) - 2l/(c/n + k_F v) = (4l/c)\, n^2 k_F (v/c)$$

če spustimo člene z $(v/c)^2$ in z višjimi potencami. To preračunamo na nihajni čas in dobimo za premik interferenčnih prog, merjen z razmikom med sosednjima programa $(4l/\lambda)\, n^2 k_F (v/c)$. Če spremenimo smer gibanja vode, se premik podvoji: $(8l/\lambda)\, n^2 k_F (v/c)$.

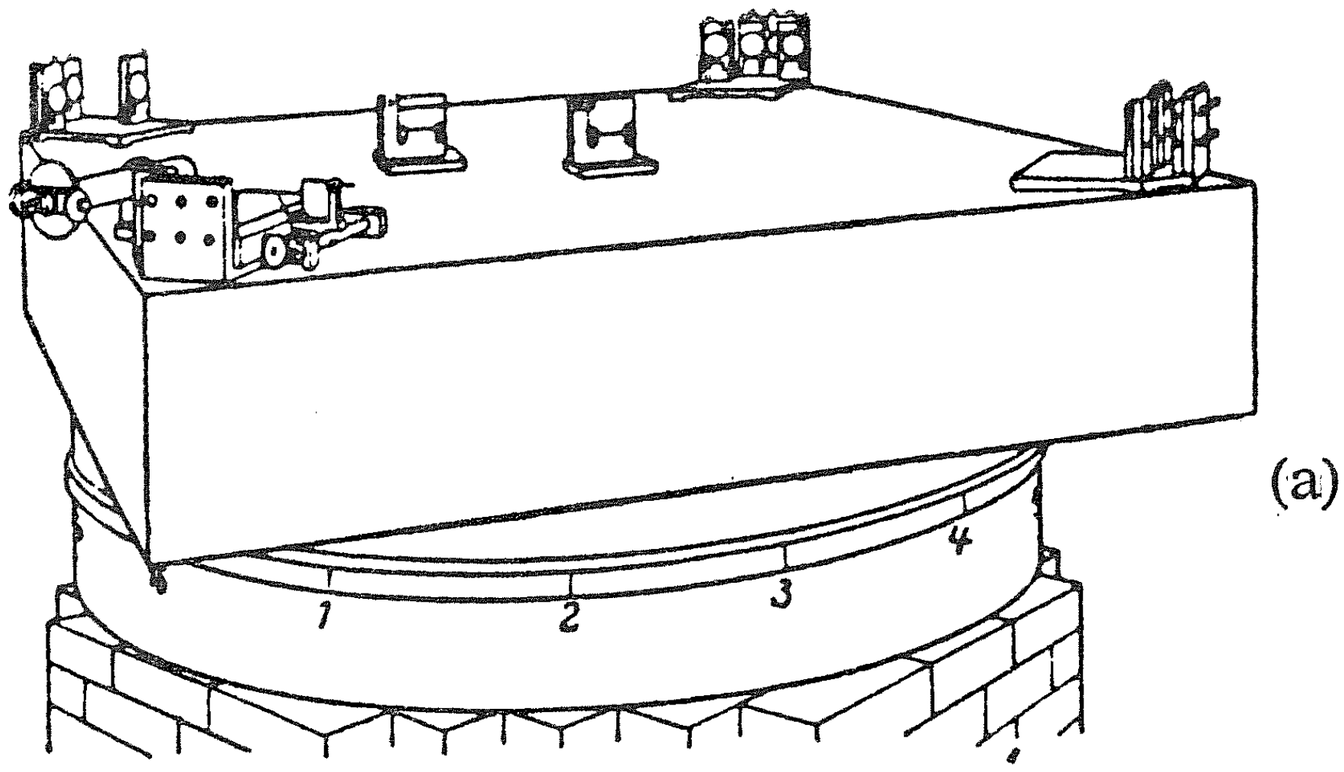
*

Michelson in Morley sta s skrbnim merjenjem, pri katerem sta spremi-njala dolžino cevi in hitrost vode, dobila za Fresnelov koeficient $0{,}43_4$, kar se je zelo dobro ujemalo s Fresnelovo napovedjo. Pri tem sta opazovala premik prog do 0,5 razmika med sosednjima progama. Med poskusom sta tudi natančno določila razmerje med maksimalno in povprečno hitrostjo vode v cevi.

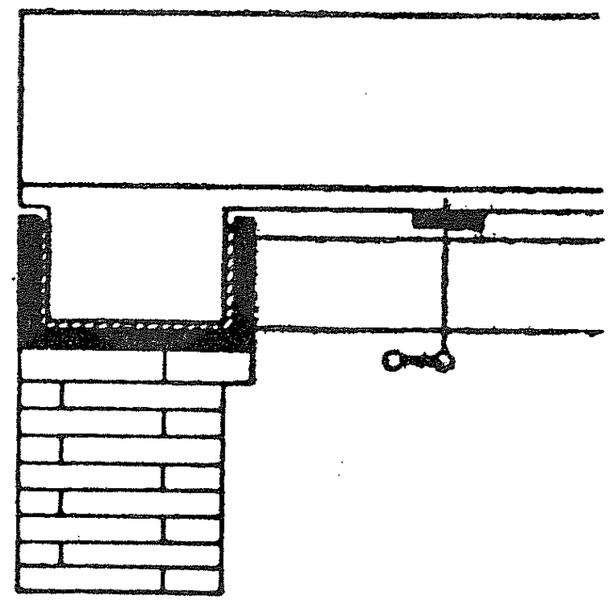
Michelsonov in Morleyev poskus

Ponovitev Fizeaujevega poskusa je bila nekakšna priprava na merjenje hitrosti Zemlje v etru. Michelson in Morley sta se z novim interferometrom izognila slabostim starega. Da ne bi motili tresljaji in da bi se interferometer gladko vrtel, sta vzela za osnovo debelo ploščo peščenjaka, ki je z lesenim nastavkom segala v posodo z živim srebrom (Sl. 5). Če so jo spravili v tek, se je plošča vrtela po več ur. Za merjenje je bilo pripravno, da je trajal en zasuk okoli 6 minut. Na ploščo sta namestila zrcala in z večkratnim odbojem povečala efektivno dolžino kraka na 11 m. Največji pričakovani premik $(2l/\lambda)\,(v/c)^2 = 0{,}4$ bi se moral dati brez težav opaziti, o čemer sta se prepričala prav pri prejšnjem poskusu. Eno izmed zrcal sta povezala z mikrometrskim vijakom. Merila sta tako, da sta na vrteči se plošči na vsakih $22{,}5^0$ z zasukom vijaka spravila osrednjo progo v začetno lego. Tako je zasuk vijaka meril kar premik prog.

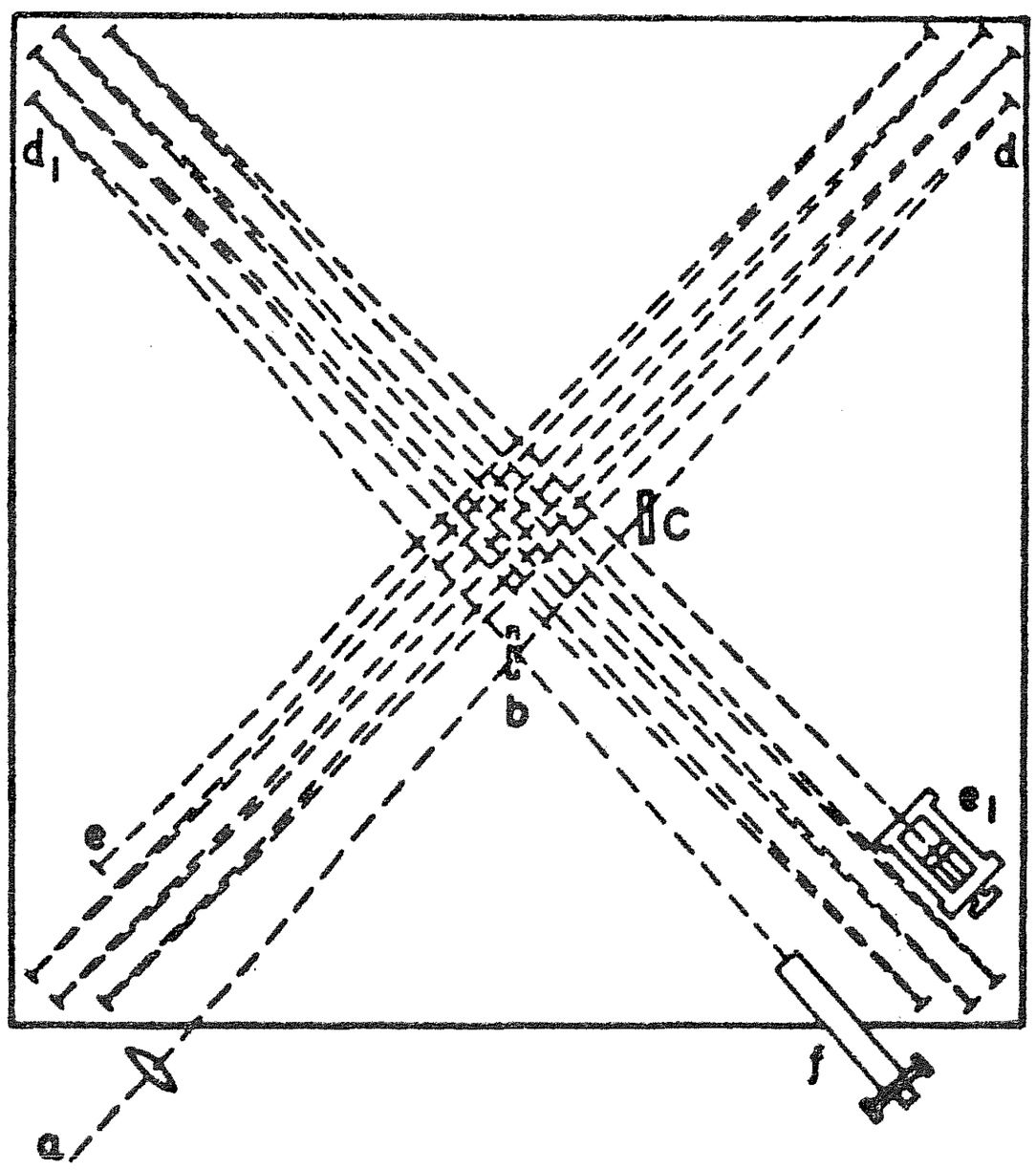
Ko sta začela meriti, je laboratorij pogorel in le študentom iz bližnjega internata je šla hvala, da so rešili merilne naprave. Prava merjenja so se začela šele leta 1887. Rezultat sta strnila v ugotovitev. »Ugotovljeni premik je bil zagotovo manjši kot dvajsetina te vrednosti (0,4) in verjetno manjši kot



(a)



(b)



(c)

Sl. 5. Pogled na Michelsonov in Morleyev interferometer (iz leta 1887) (a), njegov presek (b) in tloris plošče z vrisanimi žarki (c). Na plošči iz peščenjaka so pritrjeni ploščici, zrcala, daljnogled in mikrometrski vijak. V korito z živim srebrom sega lesen nastavek s takšno obliko, da so potrebovali le malo živega srebra [3]

štiridesetina. Ker pa je premik sorazmeren s kvadratom hitrosti, je relativna hitrost Zemlje in etra verjetno manj kot šestina krožilne hitrosti Zemlje in zagotovo manj kot četrtina.«

Michelson in Morley nista nadaljevala merjenja, čeprav sta ga spočetka nameravala ponavljati v razmikih čez vse leto. Pač pa je Morley ponovil merjenje z Daytonom C. Millerjem v letih 1902—1904 in prav tako ni opazil nobenega premika prog. Miller sam pa je v letih 1921—1926 pri merjenjih na 1600 m visokem Mount Wilsonu zasledil majhen premik prog, ki naj bi kazal, da eter obstaja, a šele v večji višini ne lepi več na zemeljskem površju.*

Dolgo je trajalo, preden so ugotovili, da gredo premiki v glavnem na račun spremenljive temperature. Na gori namreč ni bilo mogoče zagotoviti dovolj konstantne temperature [5].

Merjenja so ponavljali vse do današnjih dni. Nekaj podatkov kaže preglednica. V zadnjem času uporabljajo laserje in vidijo v rezultatih potrditev zamisli, da je prostor izotropen.

---

* Ko je leta 1921 Albert Einstein obiskal Millerja, je rekel »Bog je prebrisan, a ne zloben«. Že takrat je v nekem pismu izrazil domnevo, da so Millerjevega rezultata krive temperaturne razlike.

Preglednica rezultatov pri merjenjih z Michelsonovim interferometrom in sorodnih merjenjih

Merili	leta	kraj	efektivna dolžina kraka	$(2l/\lambda)\,(v/c)^2$	dvojna amplituda	razmerje
Michelson	1881	Potsdam	1,2 m	0,04	0,02	2
Michelson in Morley	1887	Cleveland	11	0,4	0,05	40
Morley in Miller	1902—4	Cleveland	32,2	1,13	0,073	80
Miller	1925—6	Mt. Wilson	32	1,12	0,044	13
Joos	1930	Jena	21	0,75	0,001	375
Jaseja, Javan, Murray in Townes	1964	Bedford	poskus z dvema laserjema s pravokotnima osema			500
Brillet in Hall	1979	Boulder	poskus z vrtečim se laserjem in mirujočim laserjem			$2 \cdot 10^6$

Peti stolpec vsebuje pričakovani premik pri hitrosti Zemlje v etru 30 km/s, šesti največjo dvojno amplitudo s pravo periodo, ki bi jo zaradi nenatančnosti utegnili spregledati, in zadnji stolpec razmerje pričakovanega premika in dvojne amplitude, kar pove nekaj o natančnosti merjenja [5]. Podatka v zadnjem stolpcu pri poskusih z laserji sta prilagojena prejšnjim podatkom. Glej članek A. Brillet, J. L. Hall, *Improved Laser Test of the Isotropy of Space*, Phys. Rev. Letters **42** (1979) 549.

Michelsonov poskus in posebna teorija relativnosti

Izid Michelsonovega in Morleyevega poskusa je spravil zamisel o mirujočem etru v resno zadrego. Še vedno se je ponujala razlaga z etrom, ki lepi na zemeljskem površju. O njej je razmišljal Lorentz in so jo dozdevno podprla poznejša Millerjeva merjenja. Toda tok misli, ki je obrodil sad, je tekel v drugo smer. Leta 1889 je George Francis Fitzgerald predložil domnevo, da se vse dolžine na Zemlji, ki se giblje po etru s hitrostjo v, skrčijo v smeri gibanja za faktor $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$. V tem primeru se interferenčne proge pri zasuku Michelsonovega interferometra ne bi premaknile, saj bi dodatni faktor $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$ v prvem členu naredil oba člena enaka. Na to misel je prišel nekoliko pozneje tudi H. A. Lorentz. Razvil jo je dalje in zapisal enačbe, ki povezujejo lego in čas dogodka na Zemlji z lego in časom v etru, najprej (1895) samo do členov drugega reda $(v/c)^2$ in naposled (1904) brez približka. To transformacijo je Henri Poincaré imenoval po Lorentzu. Ko so ugotovili, kako se transformirajo še druge količine, so se prepričali, da so Maxwellove enačbe invariantne proti tem transformacijam.

Resnici na ljubo je treba povedati, da je dobil transformacijo, ki se je samo po faktorju razlikovala od Lorentzove, že Woldemar Voigt, ko je proučeval transverzalno valovanje v gibajoči se nestisljivi trdnini (1887). Prvi pa je Lorentzovo transformacijo v celoti izpeljal Joseph Larmor (1897), a je popolnoma zgrešil njen pomen.

Tudi Poincaré se je opiral na izid Michelsonovega poskusa, ko je sodil, da absolutnega gibanja sploh ni mogoče zaznati (1895), postavil kot prvi načelo relativnosti (1900) ter zahteval novo mehaniko s spremenljivo maso, s svetlobno hitrostjo kot zgornjo mejo hitrosti delcev in dvomil v absolutni čas (1902).

Leta 1905 je Albert Einstein vpeljal posebno teorijo relativnosti. Na začetku članka [6] je opozoril na nesimetrijo: Če se giblje magnet in miruje vodnik, nastane električno polje, v katerem je gostota energije različna od nič

in ki povzroči električni tok po vodniku. Če miruje magnet in se giblje vodnik, ne nastane okoli magneta električno polje, pač pa požene po vodniku tok inducirana napetost. Ker je pojav odvisen samo od relativne hitrosti magneta in vodnika, je nesimetrija zgolj navidezna. Nadaljnjo razpravo je zgradil Einstein na načelu relativnosti in načelu o invariantnosti svetlobne hitrosti. Iz njiju je izpeljal Lorentzovo transformacijo, ki jo je tolmačil drugače kot Lorentz. Lorentz je strogo ločil *univerzalni čas* v etru in *lokalni čas* v gibajočem se opazovalnem sistemu, ki mu je bil zgolj matematično pomagalo brez fizikalnega pomena. Einstein, ki je dosledno uporabljal načelo relativnosti in obravnaval vse inercialne opazovalne sisteme kot enakopravne, pa je bil prisiljen opustiti absolutno sočasnost in uvesti relativnost časa.

Einsteinov članek je bil v marsičem izjemen. V njem ni navedena literatura in ni jasne meje med tem, kar je bilo prej znano in kar je novo. Sklicuje se samo na splošno na Lorentzovo teorijo elektrodinamike gibajočih se teles, Maxwell-Hertzove enačbe in Dopplerjevo načelo. Naravnost sploh ne omenja Michelsonovega poskusa. Pravi le: »Neuspešni poskusi, da bi zaznali gibanje Zemlje v etru, vodijo k domnevi, da pojem absolutnega mirovanja nima pomena, ampak da veljajo za vse koordinatne sisteme, za katere veljajo mehanične enačbe, tudi elektrodinamični in optični zakoni, kakor je dokazano za količine prvega reda.« Nekateri dopuščajo možnost, da zadeva prvi del stavka pojave drugega reda in Michelsonov poskus, medtem ko se drugi del stavka jasno nanaša na pojave prvega reda, to je na zvezdno aberacijo in Fizeaujev poskus.

Einstein je najprej trdil, da je za Michelsonov poskus zvedel šele naknadno iz Lorentzovih del, češ da bi ga omenil, če bi mislil nanj [7]. Pozneje pa je dopustil možnost, da je vedel zanj že prej. Danes se zdi druga možnost dokazana, saj je Einstein kot član skupine prijateljev z imenom Olympia v letih od 1902 do 1905 proučeval Lorentzova in Poincaréjeva dela, v katerih je bil opisan Michelsonov poskus. Mogoče pa si je misliti, da se je Einsteinu zdel njegov izid tako sam po sebi umeven, da mu ga ni bilo vredno omeniti.

Ob načelu relativnosti Einstein tudi ni omenil Poincaréja. O njegovem odnosu do Poincaréja vemo le malo. Očitno pa sta si zelo malo dopisovala in je bil Einstein v tem primeru zelo zadržan, čeprav je močno hvalil Lorentza in Michelsona.

Zaradi tega so mnenja o Einsteinovi zaslugi pri posebni teoriji relativnosti deljena. Na eni strani je Whittakerjevo mnenje: »... Einstein [je] objavil delo, ki je razvilo relativnostno teorijo Poincaréja in Lorentza z nekaterimi izboljšavami in ki je vzbudilo veliko pozornosti ...« Na drugi strani je mnenje, da

»Preboj se je posrečil 1904—1905 s tremi razpravami: Lorentzovo (Amsterdamski akademiji jo je predložil 27. 1. 1904), Poincaréjevo (Francoski akademiji jo je predložil 1905, v tisk so jo dali 23. 7. 1905) in Einsteinovo (uredništvo jo je dobilo 30. 6. 1905). Formalna vsebina vseh treh je bila zelo podobna, utemeljitve in stališča za njimi pa različni. Prvi korak k posebni teoriji relativnosti je naredil H. A. Lorentz, fizikalno osnovo in fizikalno vsebino je pokazal A. Einstein, matematična zgradba je najjasnejša pri H. Poincaréju ...«

F. Hund, *Geschichte der physikalischen Begriffe,* Bibliographisches Institut, Mannheim 1972, str. 259—261.

Boj okrog prvenstva se je razvnel šele v drugi polovici našega stoletja, tehtnico je nagnil Poincaréju v prid. Poincaré sam si vprašanja ni gnal k srcu. Nemcem se je oddolžil po svoje, v göttingenskem predavanju o relativnostni teoriji je zvesto zamolčal tri imena: Einstein, Minkowski in Poincaré

F. Križanič, *Nihalo, prostor in delci,* Slovenska matica, Ljubljana 1982, str. 215.

je Einstein naredil vse sam samcat. Resnica utegne biti med obema skrajnostma. Poincaré in posebno Lorentz sta predvidela marsikatero potezo nove teorije. Vendar pa se je Lorentz pri tem zadovoljil z etrom, Poincaré pa nekaterih svojih zamisli ni dovolj razvil. Kaže, da je Einstein izpeljal precej

»...Na moja lastna prizadevanja je odločilni poskus Michelsona in Morleya vplival samo posredno. O njem sem zvedel iz Lorentzovih pomembnih raziskovanj elektrodinamike gibajočih se teles (1895), s katero sem se seznanil, preden sem razvil posebno teorijo relativnosti. Lorentzov osnovni privzetek o mirujočem etru pa se mi sam po sebi ni zdel prepričljiv, tudi zato ne, ker se mi je zdelo pojasnilo Michelson-Morleyevega poskusa umetno. Bolj ali manj neposredno me je napeljalo na posebno teorijo relativnosti prepričanje, da ni elektromotorna sila, ki deluje na gibajoče se telo v magnetnem polju, nič drugega kot električno polje. Poleg tega sta me vodila tudi izid Fizeaujevega poskusa in pojav aberacije...«

A. Einstein v pismu clevelandskemu fizikalnemu društvu 1952 [3].

»... Na moj razvoj Michelsonov rezultat ni imel znatnega vpliva. V resnici se ne morem niti spomniti, da sem zanj vedel, ko sem pisal svojo prvo razpravo o tem predmetu (1905). To je mogoče pojasniti s tem, da sem si razvil na osnovi splošnih razlogov določeno predstavo, kako je to povezano z našim poznavanjem elektrodinamike. Tako je umljivo, da Michelsonov poskus v mojem osebnem prizadevanju ni imel odločilne vloge...«

A. Einstein v pismu F. G. Davenportu 1954, G. Holton, *Thematic Origins of Scientific Thought: Kepler to Einstein,* Harvard University Press, Cambridge, Mass. 1973.

rezultatov neodvisno od Lorentza in Poincaréja in za njuna dela iz let 1904 in 1905 ni vedel. Sam Einstein je vedno stal na stališču, da v tem primeru ni naredil nič revolucionarnega, ampak je samo nadaljeval delo predhodnikov [8].

...Einsteinov članek o relativnostni teoriji je bil v resnici eden iz večjega števila prispevkov mnogih različnih avtorjev na splošnem območju elektrodinamike gibajočih se teles. Samo v Annalen der Physik od 1902 do 1905 je osem člankov, ki obravnavajo ta splošni problem...«

G. Holton [8].

»...Kar zadeva relativnostno teorijo, sploh ni vprašanja o revolucionarnem dejanju, ampak gre za naravni razvoj na črti, ki jo lahko zasledujemo stoletja...«

A. Einstein, *Sidelights on Relativity,* Methuen and Co., London 1922, str. 97 [8].

Michelsonov poskus v pouku

Čeprav Michelsonov poskus ni neposredno vplival na nastanek posebne teorije relativnosti, je dobil nadvse pomembno vlogo v učnih knjigah za višje letnike srednje šole in prve letnike univerze ter v zgodovini fizike. Pred leti so bile zelo redke knjige te vrste, v katerih se poglavje o relativnosti ne začne z Michelsonovim poskusom. Po njegovem izidu so sklepali, da ni mirujočega etra.

Potem na podlagi obeh Einsteinovih načel razvijejo posebno teorijo relativnosti, kakor da bi nujno izhajala iz izida Michelsonovega poskusa. Videli smo, da je to zabloda. V resnici je treba zasidrati posebno teorijo relativnosti na treh neodvisnih poskusih, na primer Michelsonovem, Kennedy-Thorndikovem z interferometrom z neenakima krakoma pod ostrim kotom in Dopplerjevem pojavu [9].

Zagovorniki Michelsonovga poskusa v šoli se sklicujejo na geslo, da je zgodovinska pot najlaže razumljiva. Pri tem pa pozabljajo, da morajo zgodovino najprej ponarediti, preden jo lahko uporabijo v šoli. Michelsonovemu poskusu pripišejo pomen odločilnega poskusa, ki je z eno potezo ovrgel domnevo o mirujočem etru in hkrati ponudil rešitev v obliki posebne teorije relativnosti. Poskus ni imel tega pomena, saj bi lahko na primer obstajal eter, ki bi lepel na zemeljskem površju. Tudi časovni razmik od Michelsonovega poskusa 1887 do posebne teorije relativnosti 1905 kaže, da razvoj ni potekal tako preprosto. Poleg tega A. Einstein, ki je po fizikalni strani razvil posebno teorijo relativnosti, poskusa zdaleč ni imel za zelo pomembnega.

V resnici poteka zgodovinski razvoj tako ovinkasto, da si z njim v šoli ne moremo veliko pomagati. Namesto ene same poti, ki bi nam prišla prav, obstaja več poti, ki se tu in tam prepletajo. Fizikom v tistem času so se zdele vse enakovredne, saj še niso vedeli, katera bo uspšna. Do napačnega pogleda na razvoj fizike pride pogosto zato, ker presojamo znanje in možnosti z današnjega gledišča in se premalo vživimo v vsakokratne razmere.

LITERATURA

[1] G. Holton, S. G. Brush, *Introduction to Concepts and Theories in Physical Science*, Addison-Wesley Publ. Co., Reading, Mass. 1973, str. 188.

[2] J. Strnad, *Eter*, Obzornik mat. fiz. **30** (1983) 97.

[3] R. S. Shankland, *Michelson-Morley Experiment*, Am. J. Phys. **32** (1964) 16.

[4] R. S. Shankland, *Michelson and his Interferometer*, Phys. Today **27** (1974) 37 (4).

[5] R. S. Shankland, S. W. McCuskey, F. C. Leone, G. Kuerti, *New Analysis of the Interferometer Observations of Dayton C. Miller*, Revs. Mod. Phys. **27** (1955) 167.

[6] A. Einstein, *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*, Annalen der Physik **17** (1905) 891.

[7] R. S. Shankland, *Conversations with Albert Einstein, Conversations with Albert Einstein II*, Am. J. Phys. **31** (1963) 47; **41** (1973) 895.

[8] G. Holton, *On the Origins of the Special Theory of Relativity*, Am. J. Phys. **28** (1960) 627; *Einstein and the "Crucial" Experiment*, Am. J. Phys. **37** (1969) 968; S. Goldberg, *Henri Poincaré and Einstein's Theory of Relativity*, Am. J. Phys. **35** (1967) 933; *The Lorentz Theory of Electrons and Einstein's Theory of Relativity*, Am. J. Phys. **43** (1969) 982.

[9] H. P. Robertson, *Postulate versus Observation in the Special Theory of Relativity*, Revs. Mod. Phys. **21** (1949) 378.

NOVICE

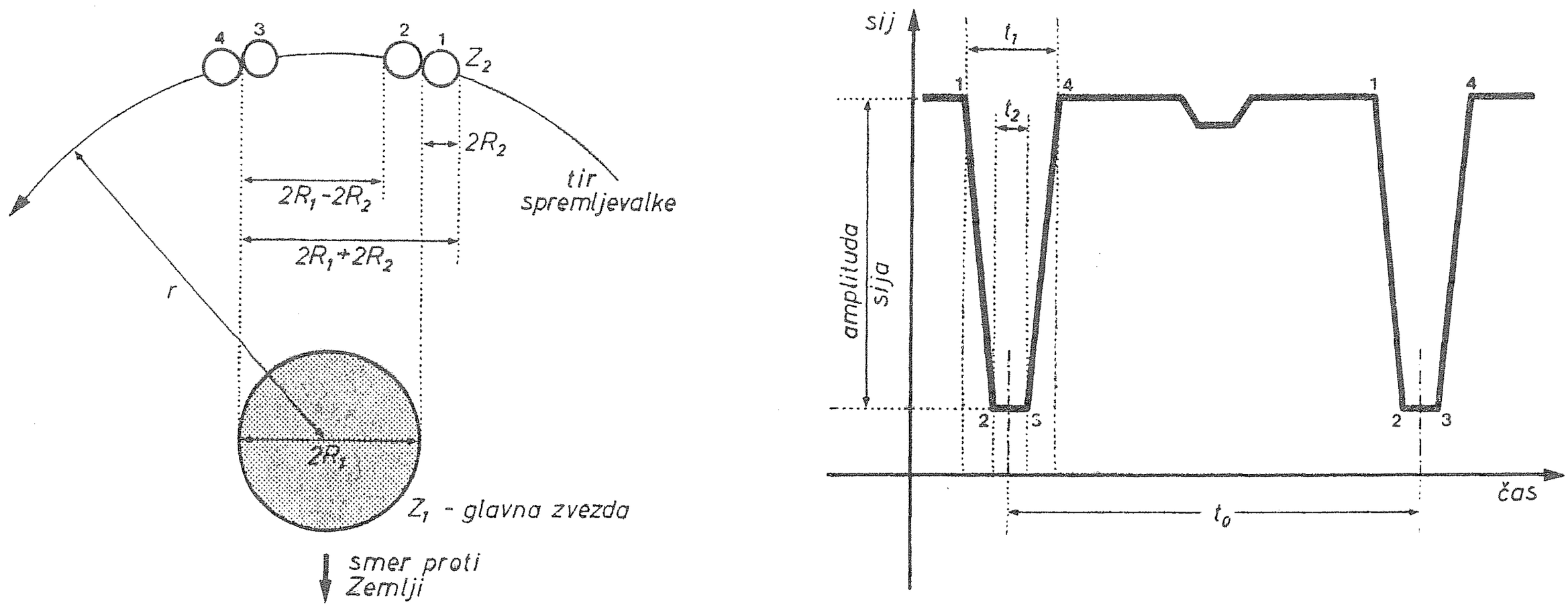
DOLOČITEV RADIJA ZVEZDE PRI EKLIPSNI SPREMENLJIVKI

Dvojne zvezde so razmeroma pogoste. Zvezdi večkrat sestavljata zelo tesno dvojico, tako da ju zaradi velike oddaljenosti ne razločimo. Če krožita okoli skupnega težišča v ravnini, ki gre skozi Zemljo, se izmenoma prekrivata. Sij take dvojne zvezde periodično niha in govorimo o *eklipsnih spremenljivkah.* Najbolj znana med njimi je *Algol* (Beta Perzeja) [1], [2].

Vzemimo idealni primer, da sta zvezdi krogli, ki se gibljeta po krogih in da gre za središčni mrk (Sl. 1). Naj bo R_1 radij glavne zvezde Z_1, R_2 radij spremljevalke Z_2 in r razdalja med njima. Za $R_1 > R_2$ veljata enačbi:

$$(2R_1 + 2R_2)/2\pi r = t_1/t_0 \qquad (2R_1 - 2R_2)/2\pi r = t_2/t_0 \tag{1}$$

t_0 je obhodni čas ali perioda nihanja sija spremenljivke, t_1 trajanje splošnega mrka, t_2 pa trajanje popolnega mrka.



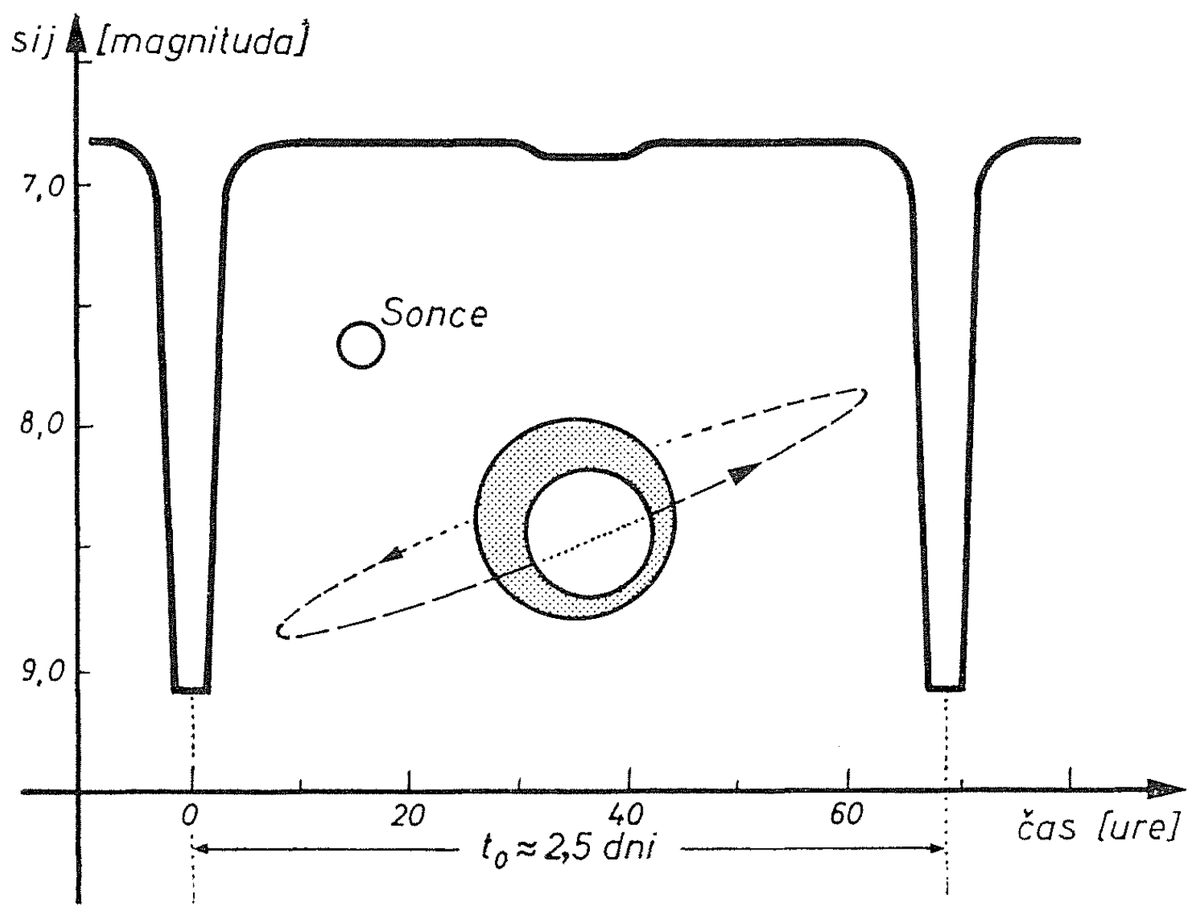
Sl. 1. Geometrija idealne eklipsne spremenljivke. Narisan je relativni tir spremljevalke Z_2 glede na glavno zvezdo Z_1. Legam 1, 2, 3 in 4 zvezde Z_2 ustrezajo točke 1, 2, 3 in 4 na shematskem prikazu grafa sija spremenljivke
R_1 — radij glavne zvezde, R_2 — radij spremljevalke ($R_1 > R_2$), r — razdalja med zvezdama, t_1 — trajanje splošnega mrka (čas od 1 do 4), t_2 — trajanje popolne faze mrka (čas od 2 do 3), t_0 — obhodni čas zvezd, oziroma perioda spreminjanja sija spremenljivke, $2\pi r$ — obseg relativnega tira spremljevalke glede na glavno zvezdo

Če krožita zvezdi po krogih z radijema r_1 in r_2, sta njuni hitrosti $v_1 = 2\pi r_1/t_0$ in $v_2 = 2\pi r_2/t_0$; radij relativnega tira pa je $r = r_1 + r_2 = (v_1 + v_2)\, t_0/2\pi$. Tako iz enačb (1) za radij zvezd sledi:

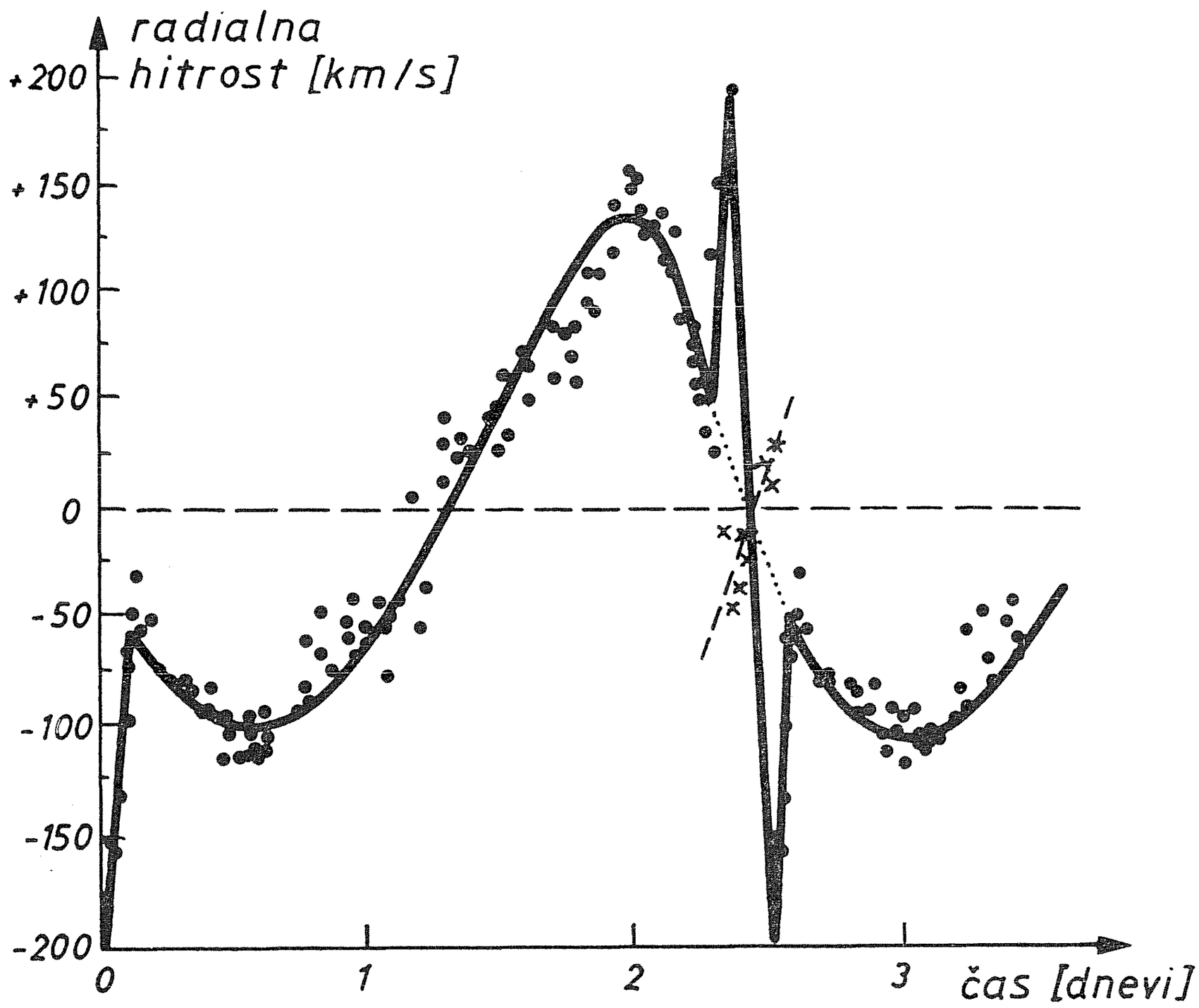
$$R_1 = \tfrac{1}{4}(v_1 + v_2)(t_1 + t_2) \qquad R_2 = \tfrac{1}{4}(v_1 + v_2)(t_1 - t_2) \tag{2}$$

Iz časovne odvisnosti sija spremenljivke (Sl. 1 in Sl. 2) izmerimo t_0, t_1 in t_2. Iz spektra pa določimo radialne hitrosti zvezd (Sl. 3) in od tod r [3].

Z enačbama (2) izračunamo radija zvezd eklipsne spremenljivke U Kefeja [4].



Sl. 2. Graf časovne odvisnosti sija in zgradba eklipsne spremenljivke U Kefeja. Ta spremenljivka navadno sveti s sijem 6,8 magnitude. (Svetlejša manjša zvezda seva več kot 90 % svetlobe zvezdnega sistema.) Ko šibkejša večja zvezda prekrije svetlejšo manjšo, nastopi primarni minimum sija. Padec sija do minimuma sija traja približno 4 ure, sam minimum pa okoli 2 uri (popolni mrk). Ob popolni fazi mrka ohranja sij stalno minimalno vrednost 9,2 magnitude



Sl. 3. Časovna odvisnost radialne hitrosti komponent U Kefeja. Radialne hitrosti svetlejše zvezde so prikazane s točkami, ki so nato povezane v krivuljo, radialne hitrosti šibkejše zvezde pa s križci. (Pretrganje krivulje nastopi zaradi vrtenja svetlejše komponente.)

Iz premikov spektralnih črt določimo projekciji krožilnih hitrosti na smer opazovanja, to je *radialni hitrosti,* ki se periodično spreminjata s časom [3]. Slika 3 kaže radialno hitrost zvezde U Kefeja: točke ustrezajo izmerjeni radialni hitrosti svetlejše zvezde Z_2, krivulja pa časovni odvisnosti te hitrosti. Največjo hitrost oddaljevanja lahko ocenimo s 130 km/s, največjo hitrost pri-

bliževanja pa s 110 km/s. (Del krivulje je pikčast. Do nezveznosti pride, ker šibkejša zvezda prekrije svetlejšo in je viden le spekter šibkejše; gl. Sl. 3.) Za hitrost svetlejše zvezde vzamemo kar aritmetično sredino, torej $v_2 = \frac{1}{2}(130 + 110)$ km/s $= 120$ km/s.

Ob primarnem minimumu sija (glavnem mrku) vidimo le spektralne črte šibkejše zvezde. Njeno opazovano radialno hitrost kažejo križci (Sl. 3) [5]. Naklonjena črtkana črta ustreza delu časovne odvisnosti radialne hitrosti šibkejše zvezde. Iz tega dela krivulje se da oceniti hitrost šibkejše zvezde: $v_1 = 200$ km/s.

Iz časovne odvisnosti sija spremenljivke lahko ocenimo $t_0 \approx 2{,}5$ dneva, $t_1 \approx 0{,}4$ dneva in $t_2 \approx 0{,}1$ dneva [4]. Vstavimo podatke in dobimo $r \approx 10^7$ km in iz (2) $R_1 \approx 3{,}5 \,.\, 10^6$ km in $R_2 \approx 2{,}1 \,.\, 10^6$ km. (Za primerjavo: radij Sonca je $7 \,.\, 10^5$ km). Vsota radijev zvezd da približno polovico razdalje med zvezdama. Zvezdi sta zares tesno druga ob drugi.

Marijan Prosén

LITERATURA

[1] F. Avsec, M. Prosén, *Astronomija*, Ljubljana, DZS 1975, 135.

[2] M. Prosén, *Osnove zvezdne fotometrije*, Ljubljana, ADJ Publ. 2, 1979.

[3] A. Čadež, *Gravitacijski valovi*, Obzornik mat. fiz. **27** (1980) 117.

[4] B. Kham, M. Prosén, *Osnove vizualnega opazovanja spremenljivk*, Ljubljana, ADJ Publ. 4, 1980.

[5] V. P. Cesevič, *Peremennye zvezdy i ih nabljudenie*, Moskva, Nauka 1980, 24.

[6] *Astronomičeskij kalendar'* 1983, Moskva, Nauka 1982, 127.

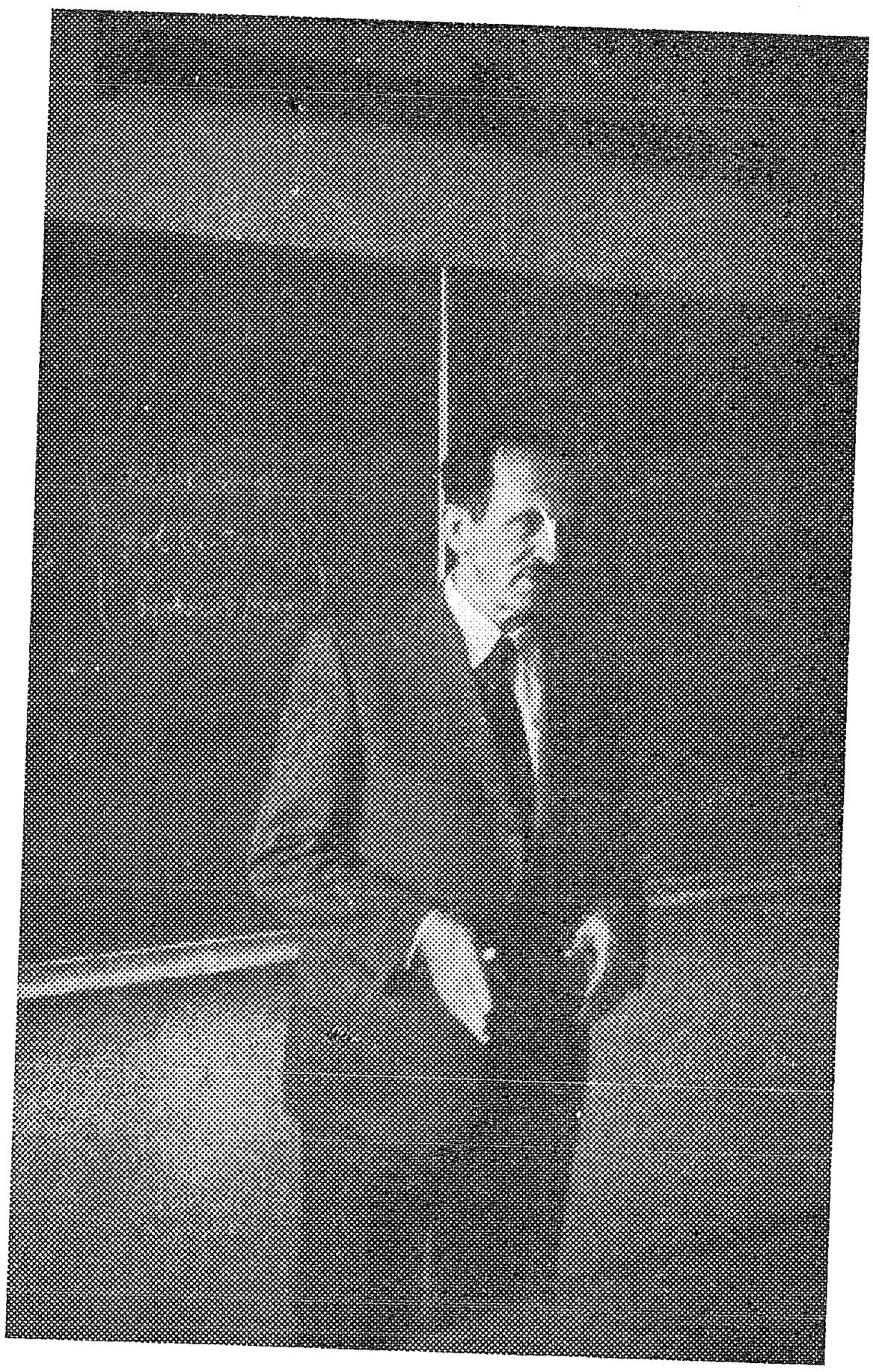
[7] *Astronomičeskij kalendar'* (Postojannaja čast'), 7. izd., Moskva, Nauka 1981, 655.

Razvojni center Celje

63000 Celje, Ulica XIV. divizije 14
Telefon: 063/28-611
Telex: 33663 yu rcc

TOZD Inštitut za raziskave in razvojno inženirstvo
TOZD Informacijsko-računalniški center
TOZD Planiranje
TOZD Projektiva
TOZD Inženiringi

V SPOMIN RAJKU JAMNIKU



Konec septembra nas je pretresla vest, da se je v Karavankah blizu Kepe smrtno ponesrečil profesor dr. Rajko Jamnik. Ko naj bi čez nekaj dni spet stopil pred svoje slušatelje, da bi jih z besedo in z zgledom učil, mu je za zmeraj zastal korak. Slovenski matematiki smo z njim izgubili uglednega strokovnjaka, spoštovanega kolega in dragega prijatelja. Vzet nam je bil, ko je bil še poln načrtov in moči. Ne bo nam lahko preboleti hude izgube.

Rodil se je 17. avgusta 1924 v Podreči na Sorškem polju. V gimnazijo je začel hoditi v Kranju, pozneje jo je obiskoval v Ljubljani. Ker je bila Gorenjska med vojno zaradi nemške zasedbe odrezana od Ljubljane, je nadaljeval šolanje v Beljaku. Tam je tudi maturiral. Ko so ga hoteli prisilno vpoklicati v nemško vojsko, je leta 1944 odšel k partizanom. Leta 1946 se je vpisal na matematiko na ljubljanski univerzi. Po diplomi je bil leta 1950 nastavljen na gimnazijo v Trbovljah. Tu je ostal do leta 1957, ko je prišel za asistenta matematike na biotehniško fakulteto v Ljubljani. Leta 1961 si je pridobil doktorat iz matematike in je bil izvoljen za docenta. Z biotehniške fakultete je leta 1963 prešel na odsek za matematiko fakultete za naravoslovje in tehnologijo, kjer je bil od leta 1978 redni profesor.

Profesor Jamnik je izpolnil svoje življenje z bogato vsebino.

Veliko časa mu je minevalo v predavalnici. Številne generacije matematikov, fizikov, gozdarjev, agronomov in drugih se ga bodo spominjale kot izvrstnega predavatelja. Na odseku za matematiko je predaval analizo II, verjetnostni račun, matematično statistiko. Prav tako je vse do nedavnega imel predavanje iz matematike na biotehniški fakulteti. Pogosto je tudi predaval na tretji stopnji biotehniške fakultete, ekonomske fakultete, visoke šole za telesno kulturo in drugod. V svojih predavanjih je zmeraj znal združiti razumljivost z matematično neoporečnostjo.

Obsežno je njegovo strokovno publicistično delo. Poleg člankov je napisal veliko knjig. Bil je naš glavni strokovnjak za verjetnostni račun in za matematično statistiko. Izpod njegovega peresa smo dobili knjigi Verjetnostni račun in Matematična statistika, ki dajeta prvi širši prikaz teh področij v slovenščini. Pri pisanju teh dveh knjig je moral rešiti tudi marsikakšno jezikovno vprašanje, saj je bilo treba slovensko terminologijo v veliki meri šele ustvariti. Iz predavanj na biotehniški fakulteti mu je zrasla knjiga Matematika, ki se uporablja kot učbenik pri enoletnih tečajih višje matematike. Širšemu krogu bralcev je v knjigah predstavil teorijo informacije in teorijo iger. Vsa ta in druga njegova dela se odlikujejo po jasnosti in lepem jeziku.

Dragocena je bila njegova pomoč v raznih odborih in komisijah na oddelku za matematiko in mehaniko, pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov, na inštitutu za matematiko, fiziko in mehaniko. Oddelku za matematiko in mehaniko

je bil nekaj časa predstojnik, isto dolžnost je opravljal pri oddelku za matematiko na inštitutu.

Dr. Jamnik je bil mož širokega razgleda. Rad je vzel v roke leposlovno knjigo. Dobro je poznal slovensko in svetovno književnost. Zanimala ga je likovna umetnost. Bil je navdušen planinec. Kolikokrat je stal na vrhovih Julijcev, Karavank in Savinjskih Alp, koliko poti je prehodil tudi po naših nižjih hribih. Do zadnjega je prihajal na rodni dom pomagat pri kmečkih opravilih.

Bil je naraven, preprost, dober človek.

V lepem jesenskem popoldnevu 28. 9. 1983 smo se zadnjikrat poslovili od njega na pokopališču v Sori. Počiva nedaleč od Osovnika, na katerega je tako rad zahajal.

SEZNAM VAŽNEJŠIH DEL DR. RAJKA JAMNIKA

Operatorski račun. OMF **5** (1956/57) 107—116.
Osnovni pojmi teorije informacij. OMF **6** (1957/58) 97—107.
Verige in procesi Markova. OMF **6** (1957/58) 49—55.
Matematika za agronome. Univ., Ljubljana 1959, 221 str., 1965, 518 str.
Matematika za gozdarje. Univ., Ljubljana 1959, 329 str.
O polnih sistemih paroma neodvisnih slučajnih spremenljivk. Disertacija. Ljubljana 1960.
Über vollständige Systeme von paarweise unabhängigen zufälligen Grössen. Bull. Soc. math. phys. Serb. **14** (1962) 161—164.
Elementi teorije iger. OMF **9** (1962) 7—18.
O aksiomatični utemeljitvi verjetnostnega računa. OMF **9** (1962) 97—108.
Über vollständige orthonormierte Systeme von paarweise unabhängigen zufälligen Grössen. Publ. Dept. Math. Ljubljana, **1** (1964) 23—41.
Elementi teorije informacije. Mladinska knjiga, Ljubljana 1964, 1974, 171 str.
O teoriji množične strežbe. OMF **12** (1965) 145—161.
Teorija iger. Madinska knjiga, Ljubljana 1966, 253 str.
Osnovni pojmi matematične statistike. OMF **13** (1966) 49—66.
O neomejeno deljivih in stabilnih porazdelitvah. OMF **14** (1967) 4—20.
O nihanju relativne frekvence dogodka okrog njegove verjetnosti. OMF **15** (1968) 145—154.
Matematika. Univ., Ljubljana 1969, Biotehniška fakulteta, Ljubljana 1976, 499 str.
O preskušanju statističnih hipotez. OMF **17** (1970) 1—13.
Verjetnostni račun. Mladinska knjiga, Ljubljana 1971, 409 str.
Ortonormirani sistemi slučajnih spremenljivk. Inštitut za mat., fiz. in mehaniko, Ljubljana 1973, 27 str.
Paarweise unabhängige zufällige Grössen auf abzählbar unendlichen Wahrscheinlichkeitsfeldern. Publ. Dept. Math. Ljubljana **6** (1974) 81—85.
Matematična statistika. OMF **21** (1974) 68—76.
Teorija iger. OMF **21** (1974) 77—85.
Trigonometrijske vrste, **I. Vidav, Višja matematika II, DZS, Ljubljana, 1975, 1979, 189—221.**
Stieltjesov integral, 223—243.
Lebesgueov integral, 245—297.
Verjetnostni račun in statistika, 427—572 (427—582).
Uvod v matematično statistiko. Društvo mat., fiz., astr. SRS, Ljubljana 1976, V + + 232 str.
Matematična statistika. DZS, Ljubljana 1980, 408 str.
Matematika. Partizanska knjiga, Ljubljana 1981, 568 str.

Jože Grasselli

OB ŠESTDESETLETNICI PROFESORJA PETRA GOSARJA

Dobri dve desetletji sta minili, odkar so pri študiju fizike na ljubljanski univerzi uvedli kot nov predmet fiziko trdne snovi. Med študenti višjih letnikov, ki so tedaj napolnili malo predavalnico, je bilo tudi nekaj starejših poslušalcev iz industrijskega razvojnega laboratorija — za tiste čase prav redek pojav. Z naraščajočim zanimanjem so prisluhnili izvajanjem predavatelja, ki jih je popeljal v svet kristalnih struktur, polprevodnikov, feromagnetov in drugih snovi. Kmalu so ugotovili, da so predavanja nadvse skrbno pripravljena, da predavatelj vse fizikalne pojme natančno in smiselno vpelje ter da, kot so pokazali odgovori na postavljena vprašanja, temeljito obvlada razna poglavja fizike. Zato ni čudno, da so se pričeli obračati nanj tudi s problemi iz drugih predmetov. Predaval je tedanji sodelavec Instituta Jožef Stefan dr. Peter Gosar.

Fizika trdnih snovi se je od takrat povzpela na vidno mesto v naših raziskovalnih laboratorijih, utrla si je pot v proizvodne tokove, podiplomski študij pa je postal del vsakdanjosti. Vzniknila je šola teorijske fizike za področje trdnih snovi in se uveljavila doma in v svetu, samo področje pa je trdno zasidrano v organizacijskih okvirih raziskovalne dejavnosti. Zares velik je pri tem prispevek, ki izvira iz dela profesorja Petra Gosarja.

Peter Gosar je bil rojen 15. oktobra 1923 v Ljubljani. Po končani klasični gimnaziji je študiral fiziko na Univerzi v Ljubljani in diplomiral leta 1951 iz predmetne skupine fizika in matematika. Leta 1956 je uspešno obranil doktorsko disertacijo o razširjanju svetlobe v optično nehomogenem sredstvu, če so razlike lomnih količnikov majhne.

V letih 1953—1957 se je zaposlil v laboratoriju za polprevodnike pri Inštitutu za elektrozveze v Ljubljani, kjer je delal na razvoju polprevodniških sestavnih elementov. Leta 1957 je postal znanstveni sodelavec Nuklearnega instituta J. Stefan v Ljubljani in kmalu zatem odšel na dvoletno specializacijo v Laboratoire de Magnétisme et de Physique du Solide v Bellevueju v Franciji. Tam se je ukvarjal predvsem z razvojem silicijevih sončnih celic in z raziskavami lateralnega fotoefekta ter površinskih lastnosti silicija. Velja omeniti, da ima profesor Gosar, ki ga zvečine najbolje poznamo kot teoretika, dva patenta s področja polprevodniških fotoelementov.

V tem času se je pričel intenzivneje ukvarjati s teorijskimi raziskavami, sprva zlasti iz fizike polprevodnikov, pri čemer je objavil več del o Zenerjevem pojavu ter prevodnosti zaradi primesi v kristalih. Hkrati ga je pritegnila fizika ledu, predvsem problem protonske prevodnosti in z njim povezana teorija gibljivosti interticialnih atomov v kristalih, kjer je prvi uvedel pojem ionskih energijskih pasov. Za te raziskave je leta 1964 prejel Kidričevo nagrado.

Ob tem delu je profesor Gosar nadaljeval s predavanji in vajami iz fizike trdnih snovi na Univerzi. V to obdobje segajo tudi začetki njegove mentorske dejavnosti, ko so pod njegovim vodstvom in iz njegovih zamisli nastajala prva diplomska, magistrska in kasneje doktorska dela. V strokovnem pogledu se je takrat začel ukvarjati s teorijo majhnih polaronov, ki je kmalu postala eno vidnih področij njegove dejavnosti. Jeseni leta 1964 je sprejel povabilo z Univerze Severne Karoline v Chapel Hillu v ZDA. Med dveletnim bivanjem v Ameriki je večkrat predaval,

v glavnem pa je delal na teorijskih raziskavah elektronske gibljivosti v molekulskih kristalih. Vseskozi je vzdrževal aktivne stike s sodelavci v domovini in skrbel za to, da so skupne raziskave nemoteno potekale in obrodile rezultate.

Po vrnitvi, leta 1966, je bil izvoljen za izrednega profesorja, leta 1971 pa za rednega profesorja Matematično-fizikalnega oddelka Fakultete za naravoslovje in tehnologijo Univerze v Ljubljani. Gosarjeva predavanja na drugi in tretji stopnji študija se odlikujejo z jasnostjo, z značilnim slogom — poslušalcu se zdi, kot da nobena beseda ni odveč — in z izostrenim posluhom za potrebe in zmožnost dojemanja študentov. Podobno je z njegovimi seminarskimi predavanji, ki so praviloma med najbolje obiskanimi in izžarevajo njegovo odlično razumevanje celotne fizike, od klasičnih poglavij do modernih. Neredko so poslušalci deležni kakšnega presenečenja: včasih je to nova fizikalna analogija med navidezno nepovezanimi pojavi, spet drugič so med izvajanja vtkane prvine filozofskega razmišljanja. V vlogi mentorja si je profesor Gosar pridobil izjemen ugled in priljubljenost zaradi premišljeno izbranih tem, prav tako pa zaradi vseskozi korektnega odnosa do študentov in sodelavcev.

Osnovna značilnost raziskovalnega dela profesorja Gosarja je njegova raznoličnost. Objavil je večje število razprav, ki pomenijo originalni prispevek v fiziki trdnih snovi in zajemajo področja teorije majhnih polaronov, elektronske gibljivosti v molekulskih kristalih, reorientacije paraelastičnih centrov, gibanja dislokacij, linearnega in nelinearnega odziva, električnih in mehanskih lastnostih ledu, električne prevodnosti amorfnih snovi, koreliranega preskakovanja elektronov in vrzeli v polprevodnikih in še marsikaj drugega. Njegova dela navajajo številne monografije. Med prvimi je pri nas vpeljal metodo termodinamskih Greenovih funkcij, jo dopolnjeval in uporabljal pri najrazličnejših problemih. Upravičeno velja za vodilnega strokovnjaka za fiziko polprevodnikov, o čemer se je prepričal marsikdo, ki je potreboval nasvet s tega področja.

Slovenska akademija znanosti in umetnosti ga je leta 1969 izvolila za dopisnega, leta 1976 pa za rednega člana v razredu za matematične, fizikalne in tehnične vede.

O svojih raziskavah je poročal na številnih mednarodnih strokovnih srečanjih, vse pogosteje z vabljenimi in uvodnimi predavanji. Naj omenimo le nekatera: München (1968), Cambridge (1969), Eilat (1971), Nottingham (1975) Aussois (1977), Varšava (1977), Edinburgh (1978), Karpacz (1978), Antwerpen (1980), Lausanne (1983). Vabili so ga na obisk raznih univerz in inštitutov doma in v svetu. Med študijskim dopustom v letu 1972/73 se je mudil v Laboratoire de Spectrométrie Physique, Université I v Grenoblu, kjer je raziskoval Hallov pojav in neelastično relaksacijo v ledu.

Pedagoško delo profesorja Gosarja je poleg rednih predavanj na drugi in tretji stopnji fizike obsegalo tudi podiplomska predavanja na Fakulteti za elektrotehniko. Predaval je še na raznih tečajih in seminarjih. Bil je organizator seminarja o fizikalni optiki leta 1971 in o mehaniki tekočin leta 1975, ki sta ju priredila Oddelek za fiziko FNT in Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS za srednješolske profesorje. Imel je še več drugih predavanj v aktivu matematikov in fizikov DMFA in bil v letih 1970—71 predsednik društva. V obdobju 1960—65 je sodeloval kot član uredniškega odbora Obzornika za matematiko in fiziko. Večkrat je predaval srednješolskim dijakom. Opažena so bila tudi njegova javna predavanja v okvirih SAZU in Instituta J. Stefan.

Poleg članstva v DMFA SRS je profesor Gosar včlanjen v Society of the Sigma Xi in od leta 1970 v European Physical Society.

Nadvse dragocen je vsekakor prispevek profesorja Petra Gosarja pri organiziranju raziskovalnega in pedagoškega dela na vseh ravneh teh dejavnosti. V letih 1967—1969 je bil načelnik oddelka za fiziko na Institutu J. Stefan, nato pa nekaj časa vodja odseka za teorijsko fiziko, član znanstvenega sveta inštituta ter v letih 1980—1982 predsednik znanstvenega sveta IJS. Na FNT je bil član fakultetnega sveta v letih 1969—1971 in predstojnik odseka za fiziko v letih 1971—72 in 1973 do 1975. Sodeloval je tudi pri delu Raziskovalne skupnosti Slovenije kot član sveta tehniške sekcije, član komisije za Kidričeve nagrade za področje naravoslovno-matematičnih ved, član raznih občasnih komisij ter od leta 1975 član predsedstva RSS. V spomin se je vtisnila njegova vloga predsednika področne raziskovalne skupnosti za matematično-fizikalne vede, ki jo je opravljal v mandatni dobi 1975 do 1979. Leta 1980 je bil odlikovan z redom dela z zlatim vencem.

Naj ob življenjskem mejniku zaželimo profesorju Petru Gosarju v imenu vseh članov Društva matematikov, fizikov in astronomov in njegovih prijateljev in učencev, da bi s svojimi predavanji in strokovnimi nasveti ter s svojim raziskovalnim, mentorskim in organizacijskim delom še dolgo prispeval k nadaljnjemu razvoju fizike pri nas.

Robert Blinc in Raša Pirc

SEZNAM POMEMBNEJŠIH OBJAV PROFESORJA PETRA GOSARJA

A — ZNANSTVENE OBJAVE

Multiple Scattering of Light by Dielectric Spheres Immersed in a Liquid of Nearly the Same Refractive Index, Bull. Sci. Youg. 1955, 2, 73.

Multiple Small Angle Scattering of Waves by an Inhomogeneous Medium, Nuovo Cimento **4** (1956) 688—702.

Razširjanje svetlobe v optično nehomogenem sredstvu, če so razlike lomnih količnikov majhne, Razprave SAZU VII/3 (1956) 39—115.

A New Method for Solving Multiple Scattering Problems in Inhomogeneous Media, Nuovo Cimento **5** (1957) 1437—1455.

Propagation of Waves through a Sheet of the Medium with a Cubic Periodic Structure, Nuovo Cimento **7** (1958) 742—763.

Influence de l'etat du surface sur la mesure de la longueur de diffusion sur le silicium, Jour. Phys. Rad. **19** (1958) 930—938 (skupaj s H. Menachejem).

Sur l'effet photovoltaique latéral dans les jonctions p-n, Compt. rend. **247** (1958) 1975—1978.

Forces photo-magnetomecanique sur les jonctions p-n soumises a un eclairement non uniforme, Compt. Rend. **248** (1959) 658—660.

Sur la mesure de durée de vie des porteurs minoritaires par l'effet photovoltaique á la surface, Compt. Rend. **248** (1959) 3139—3142.

L'effet photovoltaique de surface dans le silicium et son application a la mesure de la durée de vie des porters minoritaires, Jour. Phys. Rad. **21** (1960) 575—578 (skupaj z A. Quilliet).

On the Relation between Zener Breakdown and Residual Resistance in Crystals, Nuovo Cimento **18** (1960) 241—260.

Sur la résistance de la couche superficielle dans les cellules photovoltaiques au silicium, Solid State Physics in Electronics and Telecommunications, Academic Press, London 1960, **2**, 1161—1171 (skupaj z A. Quilliet).

On the Comparison between Zener Breakdown and Residual Resistance, Proceedings of the International Conference on Semicoductor Physics, Publishing House of the Czechoslovak Academy of Science, Praga 1961, 130—133.

On the Application of the Photo-Magneto-Mechanical Effect in p-n Junctions, Glasnik mat. fiz. astr. **16** (1961) 125—129.

On the Mobility of the H_3O^+-Ion in Ice Crystals, Nuovo Cimento **30** (1963) 931—946.

On the Mobility of Interstitials, Nuovo Cimento **31** (1964) 781—797.

Impurity Conduction, Lectures on Solid State Physics, Herceg Novi 1963, **1**, 33—53, Federal Nuclear Commission of Yugoslavia 1964.

H_3O^+-Ion Energy Bands in Ice Crystals, Phys. Stat. Sol (b) **4** (1964) 675—683 (skupaj z M. Pintarjem).

Thermodynamic Green's Functions Approach to Impurity Conduction, I. DC Conduction, Phys. Stat. Sol. (b) **10** (1965) 79—90.

Themodinamic Green's Functions Approach to Impurity Conduction, II. AC Conduction, Phys. Stat. Sol. (b) **10** (1965) 91—98.

Kinetics of the Alignment of O_2 Centers in Stressed Alkali Halide Crystals, J. Phys. Chem. Sol. **27** (1966) 1219—1226 (skupaj z R. Pircem in B. Žekšem).

Reorientation Time of O_2-Impurities in Alkali Halides, NIJS, 1966, 1—5 (skupaj z R. Pircem).

Linear-Response Theory of the Electron Mobility in Molecular Crystals, Phys. Rev. **150** (1966) 521—538 (skupaj s Sang-il Choijem).

Reorientation Time of O_2-Impurities in Alkali Halides, Magnetic Resonance and Relaxation, North Holland Publ. Co., Amsterdam 1967, 636—639 (skupaj z R. Pircem).

Properties of Narrow Band and Small Polaron Propagators, Excitons, Magnons and Phonons in Molecular Crystals, Cambridge University Press, Cambridge 1968, 175—184 (skupaj s Sang-il Choijem).
Feynman Diagrams for Spin ½ Waves in Ferromagnets, Fizika **1** (1969) 147—158.
Proton-Proton and Proton-Lattice Interactions in Ice, Physics of Ice, Plenum Press, New York 1969, 401—415.
Green's Functions Approach to Paraelastic Relaxation, Phys. Cond. Matter **9** (1969) 377—398 (skupaj z R. Pircem).
Phonon-Assisted Current in Organic Molecular Crystals, Mol. Phys. **18** (1970) 49—61 (skupaj z I. Vilfanom).
Narrow Band Conduction in a Quasi-Amorfous Lattice, J. Non-Crystalline Solids **4** (1970) 436—441.
Phonon Scattering by Paraelastic Defects, Phys. Cond. Matter **11** (1970) 163—176 (skupaj z R. Pircem).
Small Polaron Propagators, Phys. Rev. **B3** (1971) 1991—1999.
Diagrammatic Techniques in the Small Polaron Theory, Conduction in Low-Mobility Materials, Taylor & Francis, London 1971, 159—165.
Paraelastic Defects and the Internal Friction in Solids, Razprave SAZU X/1 (1973) 1—27.
Microdynamics of the Internal Friction in Solids, ZAMM 53 (1973) T15—T18.
Electron Mobility in a Disordered Narrow Band Solid, Z. Physik **266** (1974)) 299 do 304 (skupaj s P. Prelovškom).
Theory of the Anelastic Relaxation of Cubic and Hexagonal Ice, Phil. Mag. **29** (1974) 221—240.
Note on the Hall Effect in Ice, Phys. Cond. Matter **17** (1974) 183—186.
Finite Band-Width Corrections in the Small Polaron Theory, J. Phys. C **8** (1975) 3584—3594.
Interaction of Two-Level Tunneling System with Phonons, Physica **85 A** (1976) 374—388.
Intermediate Lattice Coupling Theory of the (111) Paraelastic and Paraelectric Tunneling System (XY_8), Phonon Scatering in Solids, Plenum Press, New York 1976, 217—219 (skupaj s T. Kranjcem).
Non-linear Response of Some Quantum Systems, Fizika **8** (1976), Supplement 95 do 97.
Quantum Mechanics of Dislocation Kinks in Covalent Semiconductors, Phys. Stat. Sol. (b) **79** (1977) 175—183.
Tunneling Centers in Ionic Crystals, Conference on Glasses and Spin Glasses. Aussois (France), March 1977, Text of the invited papers, 1—11.
Macroscopic Versus Microscopic Linear Response, Physica **92 A** (1978) 233—244.
Electron Mobility and Electron-Hole Correlation in Narrow Band Molecular Solids, Electrical and Related Properties of Organic Solids, Scientific Papers of the Institute of Organic and Physical Chemistry of Wroclaw Technical University No. 16, Wroclaw 1978, 21—26.
High Electric Field Conduction in Space and Time Superlattices, Physics of Narrow Band Semiconductors, Polish Scientific Publishers, Warszawa 1978, 399—402.
Resonant Scattering in Narrow — Gap Semiconductors, Physics of Semiconductors 1978, Inst. Phys. Conf. Ser. No. 43, Bristol 1979, 269—272.
Correlation Effects in Hopping Conduction in Semiconductors, Fizika **12**, Suppl. 1, 32—34.
Diffusion of Electrons in Layered Molecular Crystals, Recent Developments in Condensed Matter Physics, Vol. 1, Ed. J. T. Devreese, Plenum Press, New York 1981, 593—604.
Coherent X-Ray Radiation Induced by Channeled Charged Particles, Phil. Mag. **A 44** (1981) 677—688 (skupaj z Ž. Šmitom).
Dirac and Electromagnetic Field on the f. c. c. Lattice, Nuovo Cimento **65 B** (1981) 329—344.
Dynamics of Point and Line Deffects in the Elastic Continuum, Spominski zbornik Antona Kuhlja, SAZU, Ljubljana 1982, 65—77.
Many-Electron Hopping in Semiconductors, Physica **120 A** (1983) 339—350.
Many-Eelectron Hopping, Phys. Stat. Sol. (b) **118** (1983) 132—136.

B — STROKOVNE OBJAVE

Elektronske pomnoževalke, Obzornik mat. fiz. **1** (1951) 139—141.
Uporaba interference na tankih plasteh, Obzornik mat. fiz. **2** (1952) 116—125.
Elektromagnetna črpalka, Obzornik mat. fiz. **3** (1953) 77—80.
Tranzistorji, Elektrotehniški vestnik **23** (1955) 161—166.
Tranzistorji kot nadomestilo za elektronke, Elektrotehniški vestnik **23** (1955) 384 do 392; **24** (1956) 194—196, 329—337.
Feroelektriki, Obzornik mat. fiz. **4** (1956) 161—171.
O površinskom otporu silicijumovih sunčanih baterija, Elektrotehnika **7** (1958) 1705—1706.
O lateralnom fotoefektu na površini silicijuma, Prvi simpozij o fizici i hemiji čvrstog stanja, Vinča 1959, 161—166.
O elektronih v kristalih, Obzornik mat. fiz **7** (1960) 116—128.
Osnove atomske fizike, NIJS, Ljubljana 1960 (skupaj z I. Kuščerjem, J. Strnadom in R. Blincem).
Gibljivost elektronov v organskih polprevodnikih, Obzornik mat. fiz. **16** (1969) 78 do 86.
Sončne celice, Obzornik mat. fiz. **18** (1971) 15—19.
Kerrov efekt, Poglavja iz fizikalne optike, Društvo matematikov in fizikov in astronomov SRS in Fakulteta za naravoslovje in tehnologijo, Ljubljana, J1—J9.
Upodobitve z lečami, Obzornik mat. fiz. **20** (1973) 20—29.
Fizika trkov, Presek **1** (1973) 165—172.
Perspektive in cilji fizike na ljubljanski univerzi, Obzornik mat. fiz. **21** (1974) 154 do 157.
Uvod v mehaniko tekočin, Obzornik mat. fiz. **22** (1975) 65—71.
Senzorji za infrardečo svetlobo, Obzornik mat. fiz. **22** (1975) 139—145.
Polprevodniki, Obzornik mat. fiz. **25** (1978) 264—266.
Fotoelektrični pojavi, Obzornik mat. fiz. **29** (1982) 19—26.
Fotoelektrične lastnosti polprevodnikov, Obzornik mat. fiz. **29** (1982) 155—161.

Janez Strnad

OB 110. OBLETNICI ROJSTVA JOSIPA PLEMLJA

11. decembra letos je minilo 110 let, odkar je bil na Bledu rojen največji slovenski matematik, akademik prof. dr. Josip Plemelj, prvi rektor ljubljanske univerze v Ljubljani.

Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije je pred desetimi leti organiziralo v Plemlejvem rojstnem kraju mednarodni simpozij, posvečenem tistim poglavjem matematike, s katerimi se je prof. Plemelj največ ukvarjal. Izdalo je brošuro z rezumeji prijavljenih referatov ter brošuro ob stoletnici Josipa Plemlja, ki jo je napisal prof. dr. Ivan Vidav. Osnovna šola na Bledu nosi njegovo ime. Pred njo stoji visoka skulptura, delo učencev osnovne šole na Bledu. Tu in v Ljubljani pred centralno zgradbo univerze stojita doprsna kipa Josip Plemlja.

Posebej pa naj še omenimo delo, katerega je že pred več leti pričel naš bibliograf prof. Jože Povšič. Po nekaj letih priprav je prijavil pri Raziskovalni skupnosti Slovenije nalogo z delovnim naslovom Bibliografija Josipa Plemlja in nekaterih zgodnjih odmevov na njegova dela v mednarodni matematični literaturi. Predvsem v Matematični knjižnici oddeka za matematiko na fakulteti za naravoslovje in tehnologijo je našel mnogo knjig in člankov, ki omenjajo dela našega slavljenca. Pri tem je našel še 21 novih enot osebne bibliografije, predvsem recenzij drugih del, napisane povečini v obliki znanstvenih razprav. Več podatkov je našel tudi v drugih knjižnicah v Ljubljani (Narodna in univerzitetna knjižnica, Centralna tehniška knjižnica, Biblioteka SAZU, Knjižnica za mehaniko FNT), kakor tudi v matematični knjižnici v Zagrebu in na Dunaju. Veliko koristnih podatkov pa je dobil tudi iz xerox kopij in mikrofilmov, ki jih je prejel iz inozemstva (Dunaj, Tbilisi, itd.).

Po treh letih iskanja zgodnjih odmevov za obdobje od leta 1901 do 1940 se je avtor raziskave lotil tudi obdobja po drugi svetovni vojni do današnjih dni. Pri tej odločitvi in delu je bil tudi v zadnjem letu zelo uspešen in je našel še 403 nove bibliografske podatke odmevov za skupno 55 enot osebne bibliografije. Tako je doslej našel prof. Povšič preko 1000 bibliografskih enot, v katerih so citirana Plemljeva dela.

Zbrani material, ki bo koristno služil vsakemu strokovnemu raziskovalcu del Josipa Plemlja in strokovnemu raziskovalcu tistih poglavij matematike, s katerimi se je ukvarjal Pemelj, je avtor želel predložiti za natis. Prav v zadnjih dneh pa je ob pregledovanju fizikalne literature v knjižnici Inštituta Jožef Stefan ugotovil, da je tudi ta del znanstvene literature še zelo bogat z navedbami imena Josipa Plemlja in citati njegovih del.

Ciril Velkovrh

Društvo mateamtikov, fizikov in astronomov SRS, VTOZD Matematika in mehanika Fakultete za naravoslovje in tehnologjo, Zavod SR Slovenije za šolstvo ter Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko, prirejajo 10. in 11. februarja 1984

10. seminar iz matematike

RAČUNALNIŠKA MATEMATIKA

Seminar je namenjen učiteljem srednjih in osnovnih šol za strokovno izpopolnjevanje; vabljeni so tudi drugi čani društva.

Delo seminarja bo v predavalnici M 2 v 2. nadstropju na Jadranski 21 v Ljubljani potekalo takole:

Petek, 10. februar:

8.00— 8.15	Pozdrav udeležencem
8.15— 9.00	Jernej Kozak: O algoritmu in podatkovni strukturi
9.15—10.00	Jernej Kozak: O algoritmu in podatkovni strukturi
10.30—11.15	Vladimir Batagelj: Sheme programov
11.30—12.15	Vladimir Batagelj: Sheme programov
15.15—17.00	PRAKTIČNO DELO Z RAČUNALNIKOM (Vodja: Bojan Mohar)

Sobota, 11. februar:

8.15— 9.00	Zvonimir Bohte: Numerične metode
9.15—10.00	Zvonimir Bohte: Numerične metode
10.30—11.15	Tomaž Pisanski: Računanje razmerja med obsegom in premerom kroga
11.30—12.15	Tomaž Pisanski: Računanje razmerja med obsegom in premerom kroga
15.15—17.00	RAZGOVOR O SKUPNIH PROGRAMSKIH JEDRIH IN PROBLEMIH POUKA MATEMATIKE IN RAČUNALNIŠTVA (Vodji: Gabrijel Tomšič in Aleksander Cokan)

Prispevek za seminar je 500 din za udeeženca. Vodstva šol in organizacij združenega dela prosimo, da prispevek nakažejo vnaprej na žiro račun Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS — Ljubljana, št. 50101-678-49168, lahko pa ga plača udeleženec na seminarju.

Vodja seminarja *Tomaž Pisanski*

NOVE KNJIGE

Studies in pure mathematics : To the memory of Paul Turán / ed. Paul Erdös. — Budapest : Akademiai Kiado, 1983. — 773 str.

Knjiga vsebuje 39 člankov, ki so jih napisali v spomin na velikega madžarskega matematika Paula Turána njegovi prijatelji, sodelavci in študenti. Članki so s področij, s katerimi se je ukvarjal P. Turán: analitična teorija števil, teorija funkcij kompleksne spremenljivke, teorija interpolacij, teorija približkov, numerična algebra, diferencialne enačbe, statistična teorija grup in teorija grafov.

Ciril Velkovrh

SINAI Ya. G., Theory of Phase Transitions : Rigorous Results, Akademiai Kiado, Budapest 1982, 150 str.

Teorija faznih prehodov in kritičnih pojavov zavzema v zadnjem desetletju gotovo eno osrednjih mest v fiziki. Po velikem razcvetu, ki ga je to področje doseglo z uporabo metod renormalizacijske grupe pri razlagi prehodov v trdni snovi, je teorija v zadnjem času odločilno prispevala k dognanjem v fiziki osnovnih delcev. Kljub velikim dosežkom pa teorija bolj temelji na fizikalnem razmisleku kot na strogem računu. Prav slednjemu se je posvetil manjši krog matematičnik fizikov, med katerima je Ya. Sinai z Instituta Landau v Moskvi eden najbolj znanih.

V monografiji je avtor zbral nekaj osnovnih rezultatov v teoriji faznih prehodov, ki lahko zadostijo zahtevam matematične strogosti. Po prikazu modelov in definiciji verjetnostnih porazdelitev se avtor posveti vprašanju eksistence faznega prehoda. Izpelje teoreme stabilnosti degeneriranega osnovnega stanja v diskretnih modelih in nato v modelih z zvezno simetrijo. Podan je tudi dokaz, da v dvodimenzionalnih sistemih z zvezno simetrijo fazni prehodi ne obstajajo. Zadnje poglavje je posvečeno zveznim prehodom, kjer avtor za razred modelov izpelje enačbe renormalizacijske grupe in določi invariantno porazdelitev.

Monografija daje vpogled v najnovejša dognanja na tem živem področju matematične fizike. Avtor uporablja matematični jezik, zato knjiga za fizike ni lahko čtivo. Po metodi dela je bližja matematikom, katerim lahko približa problematiko faznih prehodov.

Peter Prelovšek

SZÉP J., Forgó F., Einführung in die Spieltheorie. — Budapest: Akadémiai Kiadó, 1983. — 292 str.

Od leta 1944, ko je izšla »*Theory of Games and Economic Behaviour*« J. von Neumanna in O. Morgensterna, je bilo veliko napisanega o matematični teoriji iger; bibliografsko kazalo v pričujoči monografiji Madžarov J. Szépa in F. Forgója obsega 211 enot, napisanih v letih 1944—1977. Z izjemo t. i. diferencialnih iger in iger z neskončno mnogimi igralci obravnavata avtorja tako rekoč celoten spekter matematično zanimivih iger, pri čemer sta dosti prostora namenila zlasti kooperativnim igram in njihovi uporabi v ekonomiji (produkcijski modeli, delitev trga, problem oligopolov z dovoljenimi koalicijami...). Kljub številnim primerom iz ekonomije pa je knjiga predvsem (matematično dovolj strog) pregled metod za reševanje različnih iger med dvema ali več igralci. Čeprav sta avtorja v naslovu skromno zapisala »*Uvod v*...« in v predgovoru namigujeta, da gre za učbenik, se mi zdi knjiga precej zahtevna. Dosledno izpeljani deduktivni pristop, ko se zgodba šele čisto na koncu previje iz matematične abstrakcije v lažji praktični primer, pa tudi dokaj zahteven jezik bi lahko odvrnila predvsem uporabnike s skromnejšo matematično izobrazbo, na primer ekonomiste. V takšnih primerih bi za ogrevanje (in dodatno motivacijo) verjetno koristilo primerno izbrano lažje branje, recimo *Teorija iger* R. Jamnika, ki je izšla pred leti v zbirki Sigma.

Jože Andrej Čibej

Nuclear physics, nuclear power : Seminar on the teaching of physics in schools / ed. George Marx. — Budapest, Akademiai Kiado 1982, 632 str.

Zbornik je posvečen seminarju o pouku energije, še posebej jedrske energije. Vsebuje vrsto predavanj, prispevkov s skupinskega dela in poročil o pouku jedrske energije v mnogih državah, katerih zastopniki so se udeležili seminarja. Zanimivo je poročilo J. McDermotta o nezgodi v jedrski elektrarni na Otoku treh milj in o panični reakciji javnosti; lepo zaokroženo podobo naše jedrske zgodovine podaja G. Marx; inscenirani dialog kielskih predavateljev Mikelskisa in Lauterbacha pa priča o živem sodelovanju fizike z javnimi občili in javnim mnenjem in daje zgled spretne motivacije za pouk. H. Ellington je pri skupinskem delu organiziral konferenco o izkoriščanju jedrske energije, G. Marx je predstavil simulacijske igre in možnosti uporabe Rubikove kocke, opisani pa so tudi nekateri zanimivi poskusi in možni pristopi k pouku jedrske energije pri fiziki.

Zanimivost seminarja je, da se je lotil problema ne samo s strokovnega, ampak tudi s sociološkega vidika in udeležencem seminarja pomagal do spoznanja, da je učitelj fizike tudi moralno odgovoren za ozaveščanje učencev v zvezi z jedrsko energijo.

Seta Oblak

Quantum Chromodynamics : Proc. X G. I. F. T. International Seminar on Theoretical Physics, Jaca, June 1979 / ed. J. L. Alonso and R. Tarrach, Berlin, Springer Verlag 1980, 424 str. ; 24 cm. — (Lecture notes in Physics ; 118).

Po velikem uspehu kvantne elektrodindamike so razvili še umeritveno invariantne teorije za šibko interakcijo (Glashow-Weinberg-Salamov model idr.) ter za močno interakcijo (kvantna kromodinamika). Kvantna elektrodinamika je abelska, elektrošibka teorija polja ter kvantna kromodinamika pa sta neabelski, enačbe polja so nelinearne; to — upajo — bo razložilo pomembne fizikalne značilnosti (močna interakcija oslabi pri visokih energijah in neločljivo veže kvarke pri nizkih energijah). Kvantna kromodinamika je danes najboljši kandidat za kompletno teorijo močnih interakcij, toda prej bo treba rešiti še mnogo matematičnih in fizikalnih problemov.

Osnove kromodinamike so danes že v učbenikih teorije polja. Marsikatere nerešene probleme in špekulacije pa najdemo za zdaj le še v poročilih o simpozijih in šolah. V knjigi Quantum Chromodynamics so zbrana predavanja z mednarodnega simpozija v Jaca (Španija).

Predavanje E. de Rafaela (Quantum chromodynamics as a theoretical framework of the hadronic interactions) podaja zgodovinski razvoj idej, ki so vodile do kvantne kromodinamike, eksperimentalno dokumentacijo za kvantno število barva ter formalno teorijo. Lepo razloži odpravo divergentnih integralov z dimenzijsko regularizacijo.

C. T. Sachrajda (Applications of perturbative QCD to hard scattering processes) izpelje globoko neelastično sipanje pri visokih energijah ter argumentira smiselnost teorije motenj.

H. L. Lynch (Experimental aspects of Quantum Chromodynamics) obravnava eksperimente $e^+ + e^- \rightarrow$ delci s čarom, delci Y, pljuski hadronov.

H. Fritzsch (Masses and mass generation in chromo and flavour dynamics) si zastavlja globoko vprašanje, odkod mase delcem, takšne, kot so. Pokaže nekaj uspehov modelov, ki jih sugerirajo poenotene teorije, in še več odprtih vprašanj.

H. Leutwyler (Hadrons) diskutira o formalnih lastnostih umeritveno invariantnih teorij (tudi z vidika idej splošne relativnosti) in pokaže nekaj konsekvenc za mase delcev in sklopitvene konstante.

J. Bartels (High energy behavior of nonabelian gauge theories) želi najti zvezo s fenomenološko teorijo Reggejevih trajektorij pri visokih energijah.

Mitja Rosina

REVIJE, KI SMO JIH V LETU 1982 PREJELI V ZAMENO

1. Abstract papers press. Amer. math. soc. — Providence
2. Acta arith. — Warszawa
3. Acta math. Sinica — Peking
4. Acta math. univ. Comenianae — Bratislava
5. Acta univ. Carolinae : Math. phys. — Praha
6. Acta univ. Oulu : Math. — Oulu
7. Acta univ. Oulu : Phys. — Oulu
8. An. sti. univ. Al. J. Cuza Iasi : Mat. — Iasi
9. An. univ. Bucaresti : Fiz. — Bucaresti
10. An. univ. Bucaresti : Mat. — Bucaresti
11. An. univ. Timisoara : Fiz. chim. — Timisoara
12. An. univ. Timisoara : Mat. — Timisoara
13. Ann. acad. sci. Fenn. : Math. — Helsinki
14. Ann. acad. sci. Fenn. : Math. Dissertationes — Helsinki
15. Ann. polon. math. — Warszawa
16. Arch. math. — Brno
17. Ark. mat. — Stockholm
18. Astronom — Ljubljana
19. Bol. acad. cien. fis. mat. natur. — Caracas
20. Bol. mat. — Bogota
21. Bol. soc. mat. Mexicana — Mexico
22. Bonn. math. Schr. — Bonn
23. Bull. acad. Polon. sci. : Sci. math. — Varsovie
24. Bull. disaster prevent. res. inst. — Kyoto
25. Bull. Fukuoka univ. ed. : Natur. sci. — Fukuoka
26. Bull. inst. math. acad. Sinica — Taipei
27. Bull. sci. : Natur. techn. med. — Zagreb
28. Colloq. math. — Warszawa
29. Comment. math. univ. Carolinae — Praha
30. Časopis kritika znanosti — Ljubljana
31. Češkoslov. čas. fyz. : A — Praha
32. Differencialnye uravnenija — Minsk
33. Dokl. A. N. BSSR — Minsk
34. Dokl. Bolg. A. N. — Sofia
35. Econom. comp. econom. cybernet. stud. res. — Bucarest
36. Elektrotehn. vestnik — Ljubljana
37. Farmacevt. vestnik — Ljubljana
38. Fizika : J. exper. theor. phys. — Zagreb
39. Fizyka — Gdansk
40. Funct. approx. — Poznan
41. Galaksija — Beograd
42. Glasnik mat. — Zagreb
43. Glasnik Slov. matice — Ljubljana
44. Godišen zbor. mat. fak. — Skopje
45. Godišnik visš. učbeni zaved. : Priložna mat. — Sofia
46. Hiroshima math. j. — Hiroshima
47. Indag. math. — Amsterdam
48. Informatica — Ljubljana
49. Inst. J. Stefan : Novice — Ljubljana
50. Internat. math. news. — Wien
51. Izv. A. N. Armjan. SSR : Mat. — Erevan
52. Izv. A. N. Kazah. SSR : Fiz. mat. — Alma-Ata
53. Izv. A. N. Moldav. SSR : Fiz. teh. mat. — Kišinev
54. J. Chinese inst. engrs. — Taipei
55. J. Franklin inst. — Phyladelphia
56. J. math. Kyota univ. — Kyoto
57. Kvant — Moskva
58. Mat. : Stručno metod. čas. — Zagreb
59. Mat. fiz. list uč. sred. škole — Zagreb
60. Mat. fyz. škole — Olomouc
61. Mat. issledovanija — Kišinev
62. Mat. list uč. os. škole — Beograd
63. Mat. vesnik — Beograd
64. Math. Centrum : Num. math. — Amsterdam
65. Math. gazette — London
66. Math. reports — Gofuku
67. Math. Schule — Berlin
68. Math. Slovaca — Bratislava
69. Math. teacher — Brockot
70. Mem. fac. sci. Kochi univ. : Math. — Kochi
71. Mem. mat. univ. fed. — Rio de Janeiro
72. Nastava mat. — Beograd
73. Naše nebo — Ljubljana
74. Natural disaster. sci. — Kyota
75. Naučni trudove : Mat. — Plovdiv
76. Nauka žizn — Moskva
77. Notices Amer. math. soc. — Providence
78. Notiziario un. mat. Italiana — Bologna
79. Osaka j. math. — Osaka
80. Pionir — Ljubljana
81. Preprint — Warszawa
82. Preprint ser. — Gofuku
83. Preprint ser. dep. math. — Ljubljana