

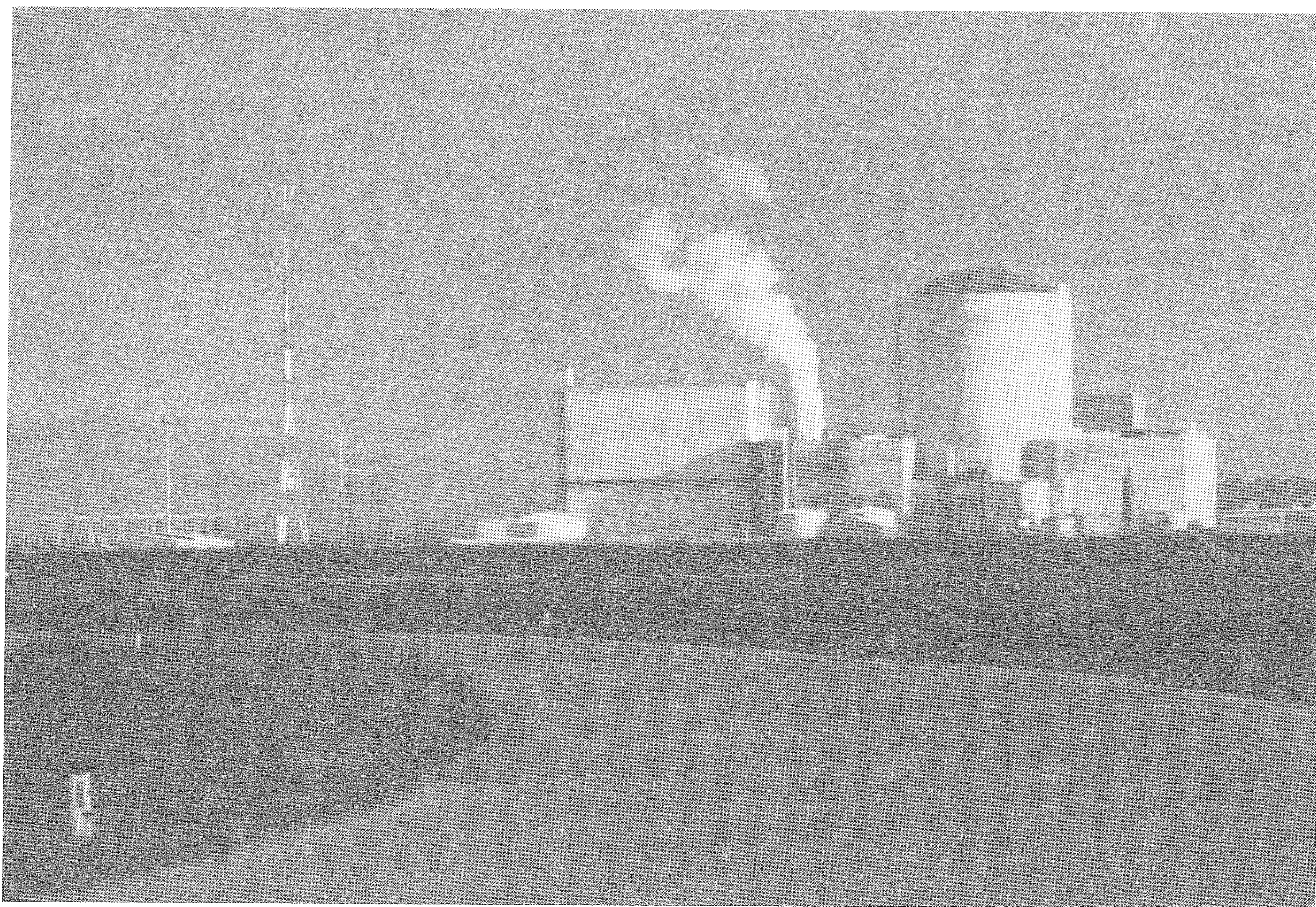
R-1274
ODPISANO

1981

Letnik 28

4

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, JULIJ 1981

Glavni urednik: Edvard Kramar, **odgovorni urednik:** Janez Strnad.

Uredniški odbor: France Avsec, gimnazija Kranj; Robert Blinc, FNT; Alojz Kodre, FNT; France Kvaternik, tehniška šola za lesarstvo, Ljubljana; Peter Legiša, FNT; Jože Lep, VTŠ, Maribor; Anton Moljk, FNT; Mitja Rosina, FNT; Tomaž Skulj, Iskra, Ljubljana; Janez Strnad (urednik za fiziko), FNT; Anton Suhadolc (urednik za matematiko), FNT; Ciril Velkovich (urednik), FNT; Ivan Vidav, FNT; jezikovni pregled Marija Janežič, inštitut za slovenski jezik SAZU. Slike je narisal Miha Štalec.

Naročnina: za posameznike 250.— din (za člane društva je že vračunana članarina), za dijake in študente 125.— din, za ustanove in podjetja 350.— din, za tujino 20 \$ = 600.— din, posamezna številka 60.— din, dvojna številka 120.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS — Komisija za tisk — Obzornik za matematiko in fiziko, 61001 Ljubljana, Jadranska 19, p.p. 227, tel. (061) 265-061/53, žiro račun 50101-678-47233.

Tiska tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani, Kopitarjeva ul. 2. Naklada 1400 izvodov.

Izdajo revije sofinancirata Izobraževalna skupnost Slovenije in Raziskovalna skupnost Slovenije.

© 1981 DMFA SRS — 519

YU ISSN 0473-7466

Poština plačana na pošti 61102 Ljubljana

VSEBINA

Članki

Še enkrat o množicah v nižjih razredih osnovne šole (Izidor Hafner)	97
O vzajemnem vplivanju med matematiko in fiziko (B. L. van der Waerden, prev. Anton Suhadolc)	107

Šola

Astronomski vaji s tabora (Marina Prosen)	115
---	-----

Dopisi

Iz nekaj misli . . . (France Križanič)	117
--	-----

Vprašanja — 119 (Marjan Hribar)	118
--	-----

Odgovori — 118 (Dragoljub M. Milošević)	118
--	-----

Domače vesti

Finančno poročilo Komisije za tisk DMFA SRS za leto 1980 (Janez Markelj, Ciril Velkovich)	119
---	-----

Prof. Francetu Šušteršiču v spomin (Alojz Vadnai)	121
---	-----

Sodelovanje z Beogradom na področju teorije grafov (Tomaž Pisanski)	122
---	-----

Novi člani društva v letu 1980 (Marija Hrovath, Ciril Velkovich)	122
--	-----

Seznam diplomantov prve, druge in tretje stopnje iz matematike in fizike ter resumeji doktorskih disertacij v letu 1980 (Zbral in ur. Ciril Velkovich)	123
--	-----

Nove knjige (Janez Strnad, Jože Pahor, Tomaž Pisanski, Anton Suhadolc, Lovro Pičman, Svetlost Sarajevo)	127
--	-----

CONTENTS

Articles

Once more about sets in lower classes of elementary school (Izidor Hafner)	97
On mutual influence between mathematics and physics (B. L. van der Waerden, transl. Anton Suhadolc)	107

School	115
-------------------------	-----

Letters	117
--------------------------	-----

Questions	118
----------------------------	-----

Answers	118
--------------------------	-----

Home news	119
----------------------------	-----

New books	127
----------------------------	-----

Na ovitku: Jedrska elektrarna v Krškem pred začetkom rednega obratovanja (Investitor Savske elektrarne in Elektroprivreda Zagreb)

ŠE ENKRAT O MNOŽICAH V NIŽJIH RAZREDIH OSNOVNE ŠOLE

IZIDOR HAFNER

AMS Subj. Class. (1980) 96-XX

Članek navaja nepravilnosti v učbenikih za matematiko za nižje razrede osnovne šole.

ONCE MORE ABOUT SETS IN LOWER CLASSES OF ELEMENTARY SCHOOL

The article is concerned with irregularities in the school books for mathematics in lower classes of the elementary school.

V člankih [1], [2] in [3] sem opozoril na pomanjkljivosti pri uvajanju osnovnih pojmov teorije množic v nižjih razredih osnovne šole ter v mali šoli. V tem sestavku, ki je njihovo nadaljevanje, poskušam, tako kot v prejšnjih člankih, pokazati, da je način, kako se uvajajo pojmi, precej zgrešen. Tako je na primer s pojmi enakosti množic, prazne množice, urejenega para.

Pojmi teorije množic so matematični pojmi in jih uporabljamo skoraj izključno v matematiki. Čeprav lahko izrazimo trditev »Janez je učenec našega razreda« tudi v terminologiji množic »Janez je element množice učencev našega razreda« — je prednost prvega načina izražanja očitna. Še en primer: »Ana, ki je učenka prvega razreda, hodi v šolo z rumeno rutko« oziroma »Ana je element preseka množice z določilno lastnostjo *biti učenka prvega razreda* ter množice, katere elementi imajo lastnost, da hodijo v šolo z elementom iz preseka množice rutk ter množice elementov z lastnostjo *biti rumen*«. Tu gre pravzaprav za princip, ki ga simbolično zapišemo takole

$$P(x) \Leftrightarrow x \in \{x \mid P(x)\}$$

preberemo pa

x ima lastnost P natanko tedaj, kadar je x element množice vseh tistih reči, ki imajo lastnost P .

Zato menim, da ni pametno uporabljati terminologijo teorije množic tam, kjer ni potrebno, še posebej ne v trditvah, ki ne sodijo v matematiko.

Še preden bo otrok začel hoditi v šolo, bo razumel stavek »Na mizi je pet jabolk«. Lahko rečemo, da otrok pozna pomen besed ena, dva, tri, štiri in pet. Toda te besede zase ne označujejo nikakršnih lastnosti, v posebnem primeru ne lastnosti množic. Lahko torej rečemo, da ni nobene potrebe, je pa tudi napačno uvajati števila kot lastnosti množic.

Na težave z množicami konkretnih predmetov sem opozarjal že v prejšnjih člankih, tu naj ponovim: Obravnavajmo le množice matematičnih in logičnih objektov, torej predvsem množice števil. Lahko sicer v principu obravnavamo množice kakršnih koli objektov, toda za matematiko so važne le množice matematičnih objektov, zunaj matematike pa množice niso važne.

Če že uvajamo kakršenkoli simbol iz teorije množic, moramo najprej uvesti znak $\in$. Uvedba tega simbola bi bila veliko bolj koristna kot skoraj sto simbolov za delo s ploščicami.

Če je otrok lahko dojel osnovne pojme teorije množic, je moral pred tem že dojeti osnovne stavčne povezave ter univerzalnost in ekstenzialnost, torej osnovne pojme predikatnega računa vsaj toliko, kolikor so ti predstavljeni v vsakdanjem jeziku. Zato bi morali tem pojmom posvetiti nekaj pozornosti.

Popolnoma nepotrebno se mi zdi obravnavanje računanja v različnih številskih sestavih, tako kot so v fiziki nepotrebni različni merski sistemi. Dovolj je, da povemo, da bi bil sistem lahko tudi drugačen, torej ne desetiški.

1. Najprej preberimo nekaj odstavkov iz priročnika za drugi razred [6, str. 16, str. 18, str. 21, str. 27].

Če učenci tega niso še pozabili, ni to zanje nič novega.

Sedaj jim pa učitelj reče: Zmenimo se, da bomo v prihodnje napravili to tudi drugače, in jim nariše na tablo zaviti oklepaj, vanj pa vstavi v eni vrsti (ali pa le nariše, kar je še boljše) elemente iz Vennovega diagrama, npr.

$\{ \square, \triangle, \bigcirc, \triangle \}$

Pove jim še, da se tisti zaviti črtici na začetku in koncu imenujeta zaviti oklepaj $\{ \}$. Eden ali dva učenca naj ponovita učiteljevo izvajanje, da preveri, ali so si zapomnili, kar jim je povedal. Nekaj primerov naj učenci sedaj rešijo sami. Učitelj jim nariše ali napiše na tablo neko množico na podlagi Vennovega diagrama, učenci pa jo naj prikažejo z zavitim oklepajem. Temu naj sledi obraten proces: učitelj zapiše množico z zavitim oklepajem, učenci pa jo ponovno prikažejo z obkrožitvijo. Zaradi več vzrokov, zlasti pa zaradi jasnosti, nedvoumnosti in preprostosti priporočamo jemati za elemente množice črke in števila.

Primer:

$\begin{pmatrix} .a.b \\ .c.č \end{pmatrix} \{ a, b, c, č \}$ in obratno $\{ 3, 5, 7, 9 \} \begin{pmatrix} .3.5 \\ .7.9 \end{pmatrix}$

Edino, kar

bi priporočali ob teh nalogah, je, da naj bi učitelj dodal nekaj nalog, s katerimi bi navajali učence na drugačne elemente množic. To bi naj bile črke in številke, npr. $\{ a, b, c, č \} - \square$, $\{ 3, 5, 7, 9, 11, 13 \} - \square$ itd. Pri tem naj poskrbi, da nastopa vsak element v isti množici le enkrat, torej a - le enkrat, prav tako b -, 3, 15 itd. Tega otrokom ni treba razlagati, temveč naj učitelj za to kratkomalo poskrbi. Vnovič poudarjamo, da takih vaj ni treba veliko, saj bi s tem le zapravljali čas, ker učenci znajo šteti.

Pri tem je treba paziti, da se v uniji dveh množic elementi, ki nastopajo v obeh danih množicah, ne ponavljajo. Glede na definicijo unije je to skoraj odveč ponavljati.

Primer: $M = \{a, b, c, \check{c}\}$, $N = \{c, \check{c}, d\}$. Unija teh dveh množic je: $M \cup N = \{a, b, c, \check{c}, d\}$ in ne $\{a, b, c, \check{c}, c, \check{c}, d\}$.

Podobnih vaj je v učbeniku več. Utemeljitev v tem primeru je preprosta. Iz definicije unije sledi, da nastopa isti element v množici le enkrat.

Še nekaj tehničnih nasvetov za pisanje in risanje pri analogah o uniji, preseku in razliki dveh množic. Kadar elemente rišemo, npr.

$$A = \{ \square \triangle \bigcirc \}$$

ali kaj podobnega, med elementi ne delamo vejic. Kadar pa elemente, kot so črke ali cifre, navajamo, postavimo med posamezne elemente vejice, npr. $B = \{a, b, c\}$, $C = \{2, 3, 4, 5\}$, da ne bi prihajalo do nesporazumov.

Ti odstavki dokazujejo naslednje:

a) avtorji ne razlikujejo števil od števil. V matematiki je $\{2, 3, 4, 5\}$ vedno množica števil;

b) avtorji ne razlikujejo množice od njene oznake, sicer ne bi pisali »kadar elemente rišemo ... med elementi ne delamo vejic« oziroma »Kadar pa elemente, kot so črke ali cifre, navajamo, postavimo med posamezne elemente vejice«;

c) v matematiki izraz $\{a, b, c\}$ nikoli ne označuje množice črk. Črke v matematiki uporabljamo kot spremenljivke; $(a + b) + c = a + (b + c)$ npr. ni asociativnostni zakon za črke, temveč za števila;

č) kaj naj pomeni zahteva, »da nastopa vsak element v isti množici le enkrat«. Zdi se mi, da gre tu za dvojno zmešnjavo. Prvič za to, da so avtorjem oklepajni izrazi množice, drugič pa gre za zahtevo, da v takem izrazu nastopa ime vsakega elementa (ne pa element) samo enkrat. Na prvi pogled je ta »optimalni« zapis res najboljši, toda zakaj prepovedovati zapise, v katerih se ime ponavlja. Ta zahteva prepoveduje izraze, kot je npr. $\{1, 1, 1\}$, ki ga uporabljam v članku [2].

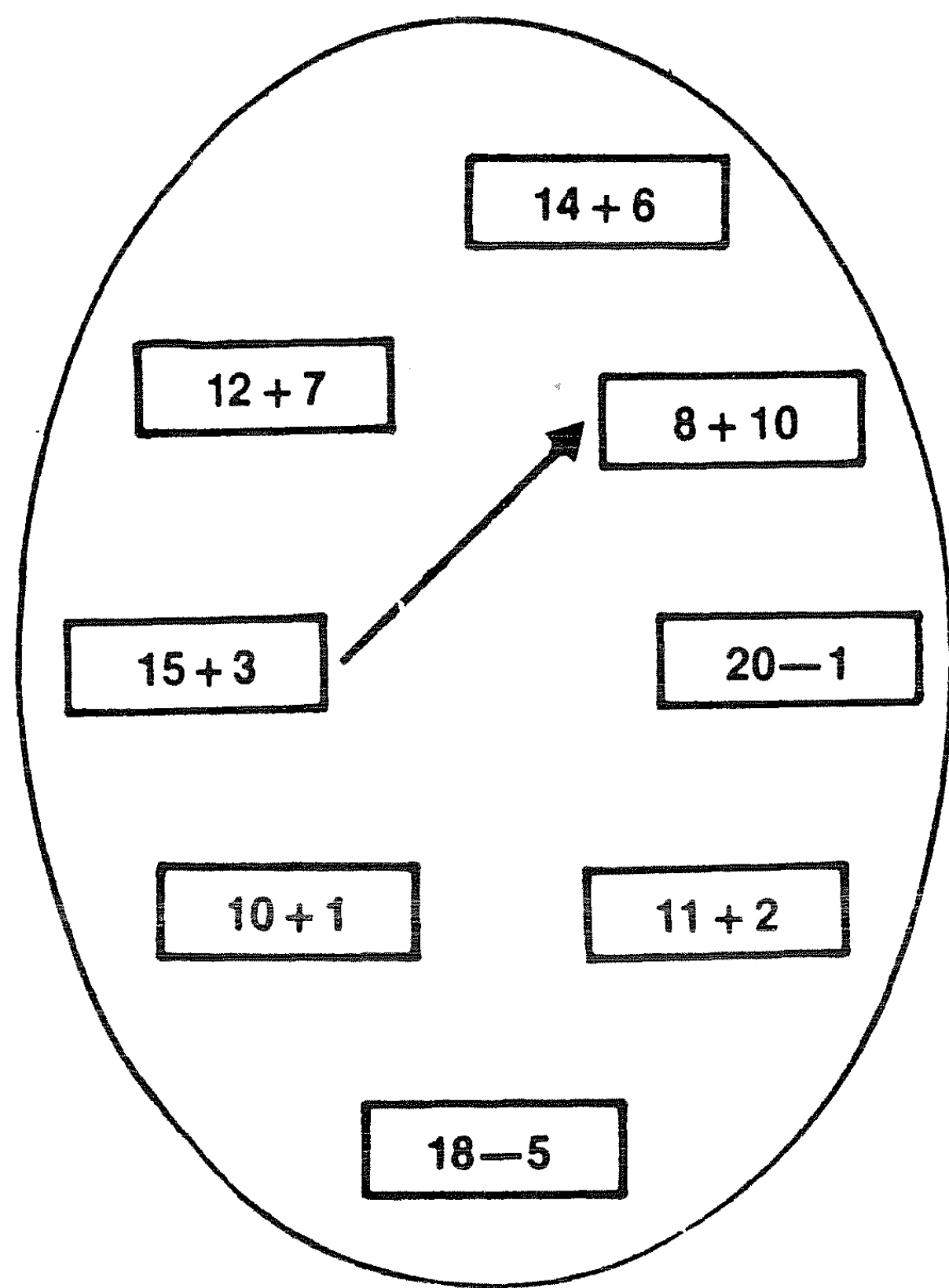
Vzemimo zdaj vzporedno dva primera

$$\{x, y\} = \{y, x\} \quad x \cdot y = y \cdot x$$

Gre za dva matematična izreka; prvi je iz teorije množic, drugi iz teorije števil. Če je osnovna teorija predikatni račun, z vstavo dobimo

$$\{1, 1\} = \{1, 1\} \quad 1 \cdot 1 = 1 \cdot 1$$

Če torej želimo prepovedati rabo izrazov $\{1, 1\}$, moramo spremeniti pravilo vstave, torej logiko.



Poveži s puščico elemente množic!
 $\rightarrow$ pomeni „... je enako ...”

Toda te zahteve se tudi pisci učbenikov ne držijo, kot je vidno iz naslednjega primera. To je naloga za učence prvega razreda.

Če je vprašanje: Koliko elementov ima množica $\{1, 1, 1\}$? preveč enostavno, postavimo raje vprašanje: Koliko elementov ima množica $\{14 + 6, 12 + 7, 8 + 10, 15 + 3, 20 - 1, 10 + 1, 11 + 2, 18 - 5\}$?

2. V članku [2] sem opozoril na nevarnosti uporabe takšnihle oznak $\{x x x x\}$. Tu znaki enakih oblik označujejo različne objekte, kar pomeni, da zakon identitete $x = x$ enkrat velja, drugič pa ne.

V nasprotju s tem pa lahko znaki različnih oblik označujejo isti objekt, npr. izrazi $2, 1 + 1, 3 - 1$ označujejo isto število. Na strani 26 v [6] najdemo tale primer

Pri nadaljnjem delu naj učenci iz dveh danih množic opišejo razliko, presek in unijo.

Npr.: $E = \{b, c, d\}$
 $F = \{b, d, e\}$
 $E \setminus F = \{c\}$
 $F \setminus E = \{e\}$
 $E \cap F = \{b, d\}$
 $E \cup F = \{b, c, d, e\}$

Zdi se mi, da so avtorji tu želeli podati splošno pravilo, ki bi ga v simboliki lahko izrazili takole

$$\mathcal{C} = \{b, c, d\} \wedge \mathcal{F} = \{b, d, e\} \Rightarrow \mathcal{C} \setminus \mathcal{F} = \{c\} \wedge \mathcal{F} \setminus \mathcal{C} = \{e\} \wedge \mathcal{C} \cap \mathcal{F} = \{b, d\} \wedge \mathcal{C} \cup \mathcal{F} = \{b, c, d, e\}$$

To seveda ni izrek, protiprimer zanj je npr.

$b = 1, c = 2, d = 3, e = 1 + 1$. Če velja $\mathcal{C} = \{1, 2, 3\}$ in $\mathcal{F} = \{1, 3, 1 + 1\}$ potem imamo

$$\mathcal{C} \setminus \mathcal{F} = \emptyset, \mathcal{F} \setminus \mathcal{C} = \emptyset, \mathcal{C} \cap \mathcal{F} = \{1, 2, 3\} \text{ in } \mathcal{C} \cup \mathcal{F} = \{1, 2, 3\}$$

3. Števila kot lastnosti množic.

Res je, da lahko v teoriji množic definiramo številske lastnosti množic, da jih imenujemo kardinalna števila in da rečemo končnim kardinalnim številom naravna števila. Zanje lahko izberemo oznake 0, 1, 2 itd. Toda nedopustno je branje nič, ena, dve itd., saj je nesmiselno reči za neko množico, da »ima lastnost dve« ali da »je dve«. Za te lastnosti so primerni izrazi brezelementna, enoelementna, dvoelementna itd. Simbolično bi pisali

$2(\mathcal{A})$ za: $\mathcal{A}$ je dvoelementna

Relacijo $2 < 3$ bi morali brati: dvoelementnost je manjša od troelementnosti. Koliko smisla ima reči za dve lastnosti, da je ena manjša od druge, naj vsakdo sam premisli. Gre seveda za preneseni smisel.

Rečemo lahko, da je učenec dojel številsko lastnost množice, če zna prirediti dani množici ustrezno število ne glede na to, kateri elementi sestavljajo množico in kako so ti elementi v množici prostorsko razporejeni. Učenec mora tudi razumeti, da obstaja mnogo ekvipolentnih množic, katerih skupna lastnost je npr. pet, ena, tri itd., torej isto število elementov, in da ima število svoje ime, ki ga lahko zapišemo na različne načine: s sliko, z besedo ali s cifro (številko).

Bralca opozarjam še na nesmiselni izraz »prostorska razporejenost elementov v množici«.

4. Za te učbenike je značilna uporaba simbolike. Toda v njeni uporabi so avtorji precej nedosledni. Tako trikotnik pomeni včasih element množice, drugič ime, tretjič lastnost *biti trikotnik* in četrtič začasno konstanto ($\triangle = 1$). Podobno velja za krog in kvadrat. Oznaka $\boxed{R}$ pomeni lastnost *biti rdeč* ter tudi rdečo tanko kvadratno ploščico.

Na strani 25 v [6] najdemo

To lahko tudi zapišejo: množica {velikih pravokotnih ploščic}, $B = \{\text{velike pravokotne ploščice}\}$, in ugotavljajo razliko teh dveh množic:

$$\{\perp \square\} \setminus \{\perp \square\} = \{\} \text{ (prazna množica)}$$

Ob takšni rabi nam lahko oznaka $\{\square \triangle \bigcirc\}$ pomeni množico kvadratno okroglo trikotnih ploščic, torej prazno množico. Drugič oznaka iste oblike označuje množico s tremi elementi.

V zvezi s tem imam tole vprašanje:

Ali velja: $\{\square \square\} = \{\square\}$?

(Ali so kvadrati pravokotniki?)

5. Ploščice za matematiko so namenjene razvijanju logičnega mišljenja. Za delo z njimi je uvedena posebna simbolika, ki jo sestavljajo:

imena za posamezne ploščice ($\triangle R$ za malo, trikotno, rdečo, debelo ploščico itd.),

znaki za lastnosti ($\perp$, $\cdot$, $\blacksquare$, $—$, R , M , Ru , $\triangle$, $\square$, $\bigcirc$, $\square$),
 znaki za relacije ($—$, $=$, $\equiv$, $\equiv$, B , O , D , V),
 znaki za operacije nad lastnostmi ($/$, $\vee$, $\wedge$),
 brez označbe pa je operacija komponiranja relacij (BO , VO , BB , $BOVD$).
 Relacije, ki nimajo simbolov: »je enake barve kot«, »je enake oblike kot«,
 »je enake velikosti kot«, »je enake debeline kot«.

Naslednji simboli imajo takšen pomen:

V pomeni »je druge velikosti«,

B pomeni »je druge barve«,

O pomeni »je druge oblike« ter

D pomeni »je druge debeline« [7, str. 127].

Toda primera [7, primer 351 ter 353] kažeta, da V označuje odnos »se le v velikosti razlikuje od«, B odnos »se le po barvi razlikuje od« itd.

Seveda pa je precejšnja razlika med relacijo *biti druge barve* ter relacijo *se razlikovati le po barvi*.

V nalogi 73 [4, str. 26] pa nastopata dva znaka za lastnosti skupaj: $\boxed{\perp} \boxed{\equiv}$, $\boxed{—} \boxed{R}$ itd., ti znaki pa očitno pomenijo isto kot $\boxed{\perp} \wedge \boxed{\equiv}$, $\boxed{—} \wedge \boxed{R}$; zato bi morda kdo pomislil, da tudi BO pomeni presek dveh relacij.

6. V zvezi z naslednjimi stavki, ki so vzeti iz priročnika za prvi razred, imam samo eno vprašanje za pisce učbenika: Ali morda ne velja za vaše množice $x = \{x\}$?

Bralec naj bo posebej pozoren na izraze, ki sem jih podčrtal.

Že v mali šoli so se otroci srečali z množicami, ko so predmete razvrščali v kupe, butare, šope, in naštevati imena predmetov v množicah.

Z vajami ob konkretnih predmetih usmerimo otroka na opazovanje skupin, kupov predmetov, ki jih določajo po članih (elementih) in poimenujejo kot množice. Obeh pojmov ne definiramo, temveč naj jih otrok preprosto uporablja.

Množice naj si učenci tudi izmišljajo, ne da bi jih videli pred sabo, npr. množica dreves v gozdu, množica ovac na paši, množica danih golov na košarski tekmi ipd.

Pravilna raba znakov ali simbolov je za uspešen pouk matematike zelo pomembna. Zato naj se učenci urijo tako, da ob pokazanem znaku položijo na klop ustrezne ploščice in obratno, da k množici ploščic položijo ustrezen znak. Podobne vaje naj delajo tudi z narisanimi množicami.

Pri verbalizaciji ni treba biti preveč zahteven in zadovoljimo se tudi, če učenec pove npr.: Na klopi je množica rdečih ploščic. To je podmnožica matematičnih ploščic.

Šele ko so si učenci pridobili potrebna spoznanja ob matematičnih ploščicah, lahko gremo na delo z drugimi predmetnimi množicami, npr. s sadjem. V skodeli (košarici, lahko tudi le na mizi) imamo nekaj jaboljk, hrušk in sliv. Da se ne bi preveč zadrževali, lahko začne kar učitelj: Na mizi imam množico sadja. Kdo bi v tej množici znal najti kako podmnožico? Skoraj vsi učenci bodo takoj znali najti ustrezne podmnožice. Naj jih tudi imenujejo, npr.: Množica jaboljk je delna množica ali podmnožica množice sadja itd.

Učitelj določi dve množici učencev, ki stopita pred tablo. Značilnost prve množice bi naj bila, da ima npr. vsak učenec modro jopico, značilnost druga pa, da ima vsak učenec npr. bele copate. Vsekakor pa naj učitelj vnaprej preudari tako, da bo nekaj učencev imelo hkrati prvo in drugo, v našem primeru torej modro jopico in bele copate.

Preidemo na delo z narisanimi množicami. Na tabli imamo narisanih nekaj množic (2 do 4) s takim številom elementov, kakor ga obravnavamo. Učenci spet s prirejanjem ugotovijo, da je v vseh množicah enako število elementov. K vsaki množici pritrdimo številsko sliko iz črt ali pik, ki ustreza številu elementov v narisanih množicah.

Združevanje dveh ali več množic v eno, združeno množico učenci že poznajo iz vsakdanjega življenja, saj se dečki in deklice združijo v učence nekega razreda, otroci in starši v družino, osebni avti in tovornjaki v vozila itd. Zdaj gre za to, da te otrokove izkušnje ob delu s predmeti poenotimo in usmerimo v določeno smer, saj bomo unijo dveh množic potrebovali pri uvajanju učencev v seštevanje.

Dva učenca pritrdita na tablo vsak po eno množico ploščic. Naj eden nastavi množico rdečih kvadratnih ploščic, drugi pa množico modrih kvadratnih ploščic. Učenci povedo značilno lastnost vsake od obeh množic. Obe množici potem poberemo in spravimo npr. v škatlo. Učence vprašamo: Kaj smo z množicama napravili? Odgovor: Spravili v škatlo ali združili. Kako bi sedaj lahko rekli tej množici, ker smo združili vanjo obe prejšnji množici? **Združena množica.**

7. Najtežje naloge v učbeniku za prvi razred se mi zdijo tiste, v katerih je treba »sestaviti množico«, npr.: Sestavi iz ploščic nekaj množic s po enim elementom! Ena od »rešitev« tega problema je podana v priročniku [5, str. 64].

Učencem naročimo, da položijo na klop en predmet. Rečemo jim, da je to njegova začetna ali prva množica. Desno od nje položi ponovno to množico in ji doda še en predmet, drugačen od položenega. Tako smo sestavili drugo množico. Tako zaporedoma sestavlja množice do vključno množice s šestimi elementi.

Seveda se lahko vprašamo o kriteriju, ki odloča, ali je neka množica že »sestavljena« ali še ni, toda zaman ga bomo iskali v omenjenih priročnikih.

Prva dva stavka v citatu imata za posledico, da je predmet ista stvar kot množica, ki ima ta predmet za edini svoj element, da torej velja $x = \{x\}$. Izrek teorije množic pa pravi $x \neq \{x\}$.

Za izraz »Desno od nje pa položi ponovno to množico« pa bi vsakdo, ki ne pozna »enakosti« množic iz male šole, rekel, da gre za nenamerno napako.

»Prazna množica« seveda ne dela nobenih težav [5, str. 24].

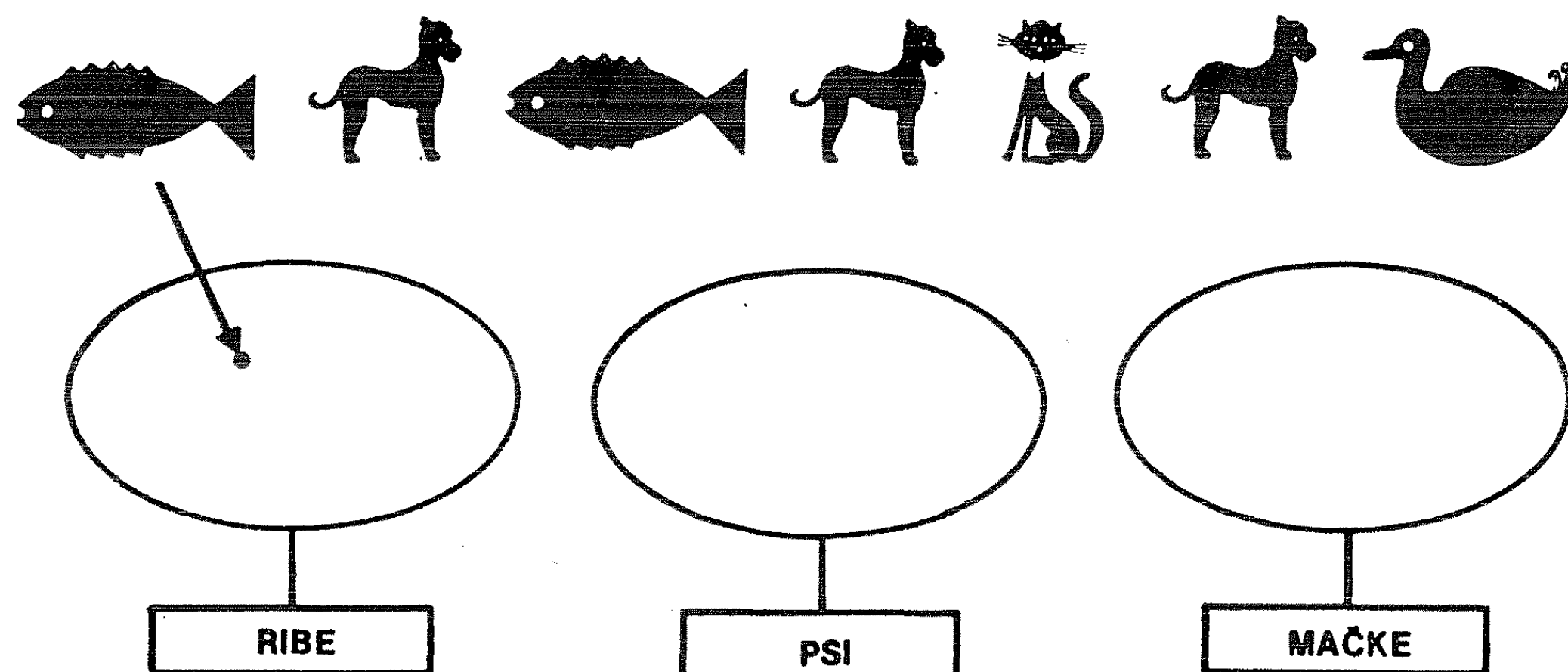
Na koncu je narisana tudi prazna množica. Učenci naj povedo, da je to prazna množica, ker nima nobenega elementa. Podobno množico naj sami narišejo na tablo in v zvezke.

Na koncu naj učitelj poudari: »Narisali smo veliko podobnih množic.« Če pa je slučajno kateri izmed učencev narisal krog namesto elipse, naj učitelj reče: »Tudi to je prazna množica, vendar pa ni podobna tisti v knjigi.«

8. V tem razdelku bomo obravnavali nekaj posameznih nalog iz učbenika za prvi razred.

a) Naloga 16 nam dokazuje, kako je mogoče resnico »ribe so ribe« izraziti na kompliciran način.

16. S PUŠČICO PRIKAŽI NA KATERO MESTO MORAMO DATI POSAMEZNO ŽIVAL, DA BOMO SESTAVILI ZAHTEVANE MNOŽICE! ALI SMO TAKO PORAZDELILI VSE ŽIVALI?



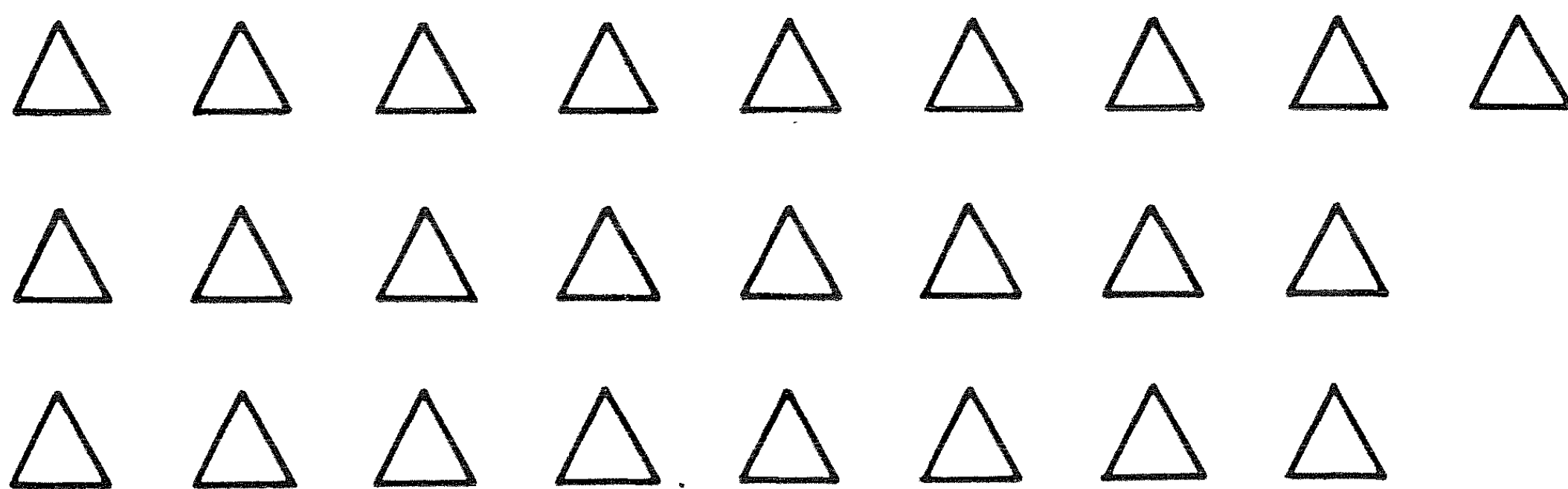
b) Naloga 294 zahteva: Poveži množice z ustreznim številom! Dobra priprava za ,reševanje' te naloge bi bila tale: Poveži s črto števili 2 in 3! Nekaj takega zahteva naloga *324 v učbeniku za tretji razred: Poveži s puščico števila po pravilu ,... je tretjina od ...'. Naloga bi morala biti označena z dvema zvezdicama.

c) Naloga 232 se glasi: Katera tri števila sledijo številu sedem? Napiši jih!

Kdaj bomo rekli, da število x sledi številu y ? Morda takrat, ko je x večje število od števila y . Toda potem ima naloga neskončno mnogo rešitev. Izraz »napiši število« bi bilo treba vedno zamenjati z »zapiši število«.

č) Naloga 248 je dvoumna. Kdor misli, da ni tako, naj odgovori na vprašanje: Katera množica je obkrožena z modro barvico?

248.



a) Z rdečo barvo obkroži po tri trikotnike!

b) Obkroži po tri take množice z modro barvico!

c) Koliko je množic, obkroženih z modro barvico?

Odgovor: _____

č) Koliko je množic, obkroženih z rdečo barvo, pa niso v modro obkroženi množici?

Odgovor: _____

d) Koliko trikotnikov sploh ni obkroženih?

Odgovor: _____

Tako kot ta naloga so slabo formulirane naloge v zvezi z različnimi številskimi sestavi v učbeniku za tretji razred.

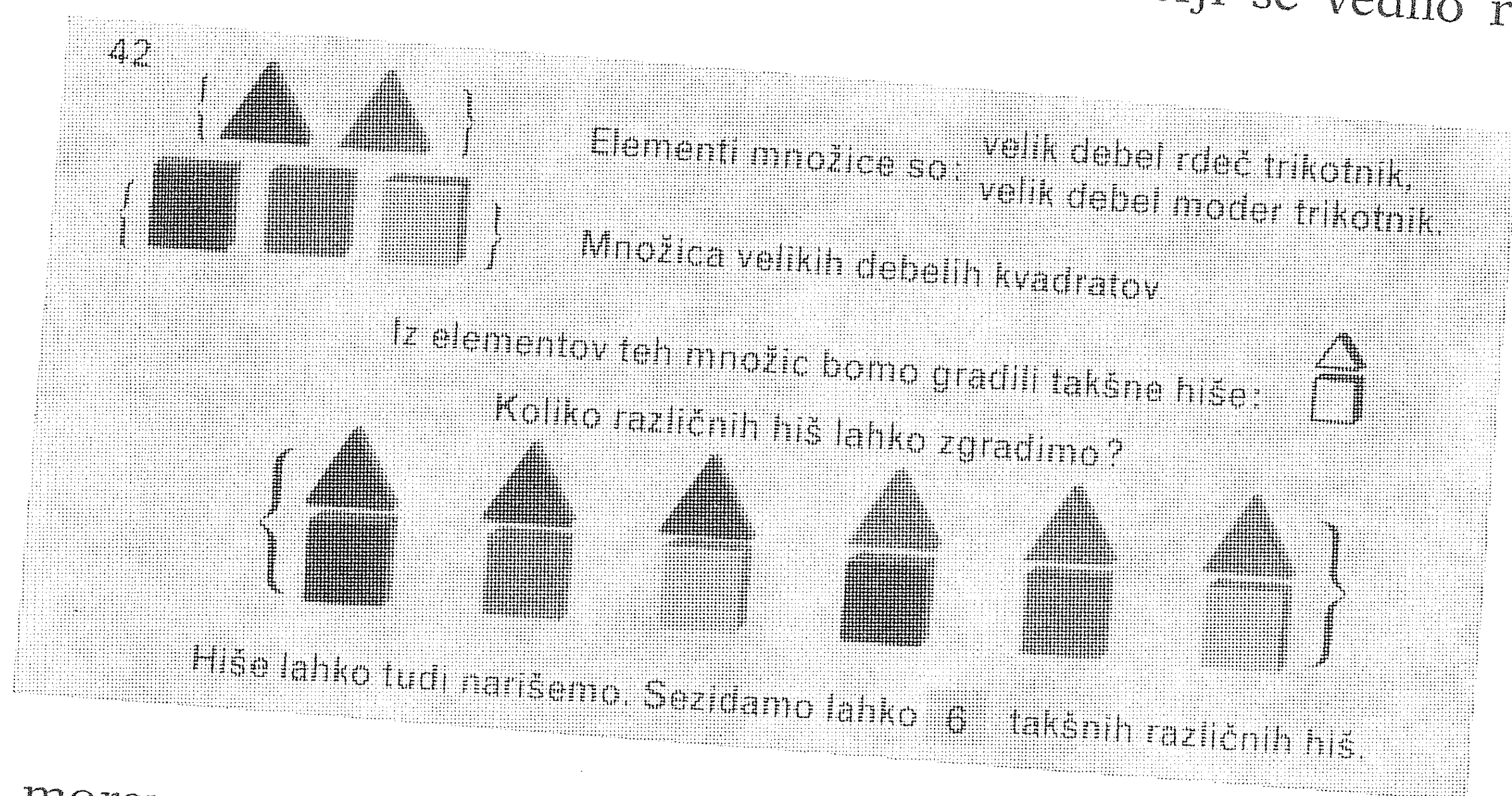
d) Naloga 229 se glasi: Uredi števila po velikosti! Začni z najmanjšim! Toda števila so že urejena z relacijo $<$. Bolje bi bilo, če bi se zahteva glasila: Zapiši števila po velikosti! Začni z najmanjšim.

e) Naloge, ki se glasijo »sestavi množico s tremi elementi«, bi bilo bolje izraziti takole: »naštej nekaj množic s po tremi elementi«.

f) Naloge »razdruži dano množico« bi lahko izrazili »zapiši dano množico kot unijo tujih si množic«.

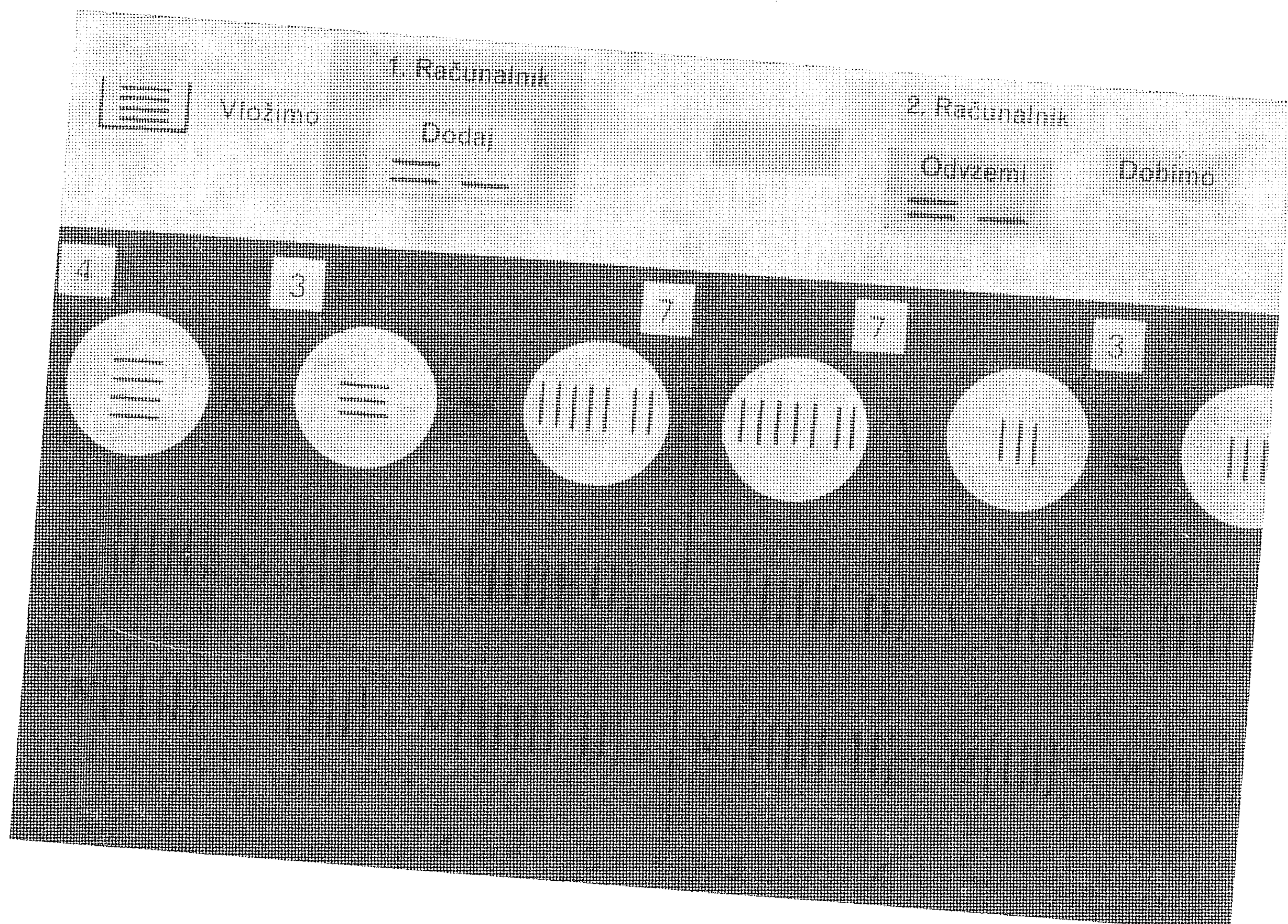
9. Menim, da je današnje stanje naravna posledica preteklosti, v tem primeru prejšnjih učbenikov. Zdaj bom navedel nekaj zgledov, ki jih v novih učbenikih ni, vendar pa je zelo verjetno, da jih učitelji še vedno rešujejo.

a)



Tu ne moremo zgraditi šest hišic temveč imamo šest načinov, da zgradimo eno hišico.

b) Na takšnih in podobnih primerih pa je temeljila celotna teorija seštevanja in odštevanja. V prejšnjih člankih sem poskušal dokazati, da je take 'unije' in 'razlike' nemogoče izračunati.



Če so pisci in recenzenti mislili, da računalnik »odvzemi |||« izračunava razliko množic, so se zmotili. Množica sedmih elementov ima 35 podmnožic s tremi elementi. Katero od teh »odvzame«? Morda pa so mislili, da takšna razlika pomeni: Če imamo množico sedmih črtic in od nje odvzamemo množico treh črtic, dobimo množico štirih črtic. To bi lahko v simbolizmu množic izrazili takole:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \{x \mid x \text{ je črtica} \} \wedge m(\mathcal{A}) = 7 \wedge \mathcal{B} = \\ &= \{x \mid x \text{ je črtica} \} \wedge m(\mathcal{B}) = 3 \wedge \mathcal{B} \subset \mathcal{A} \Rightarrow m(\mathcal{A} \setminus \mathcal{B}) = 4 \end{aligned}$$

LITERATURA

- [1] I. Hafner, *Množice v prvem razredu osemletke*, Obzornik mat. fiz., **26** (1979), 42—46.
 [2] I. Hafner, *Množice v nižjih razredih osnovne šole*, Obzornik mat. fiz., **27** (1980), 33—38.
 [3] I. Hafner, *Množice v mali šoli*, poslano v objavo.
 [4] A. Tomić, S. Uršič, J. Vogrinc, *Matematika za 1. razred osnovne šole*, Ljubljana, Zavod za šolstvo SR Slovenije, 1977.
 [5] A. Tomić, S. Uršič, J. Vogrinc, *Matematika za 1. razred osnovne šole*, Priročnik za učitelje, Ljubljana, Zavod za šolstvo SR Slovenije, 1977.
 [6] A. Tomić, S. Uršič, J. Vogrinc, *Matematika za 2. razred osnovne šole*, Priročnik za učitelje, Ljubljana, Zavod za šolstvo SR Slovenije, 1978.
 [7] S. Uršič, J. Vogrinc, *Matematika za 3. razred osnovne šole*, Ljubljana, Zavod za šolstvo SR Slovenije, 1979.

Seznam knjig je objavljen na III. str. ovitka.

NARUDŽBENICA

Ovim neopozivo naručujem izdanja IGKRO »SVJETLOST«

.....
 (navesti redni broj knjiga koje se naručuju)

Naručene knjige ću platiti pouzećem (za fizička lica) ili virmanom u zakonskom roku (za pravna lica)

Naziv — ime:

Adresa:

.....
 (potpis naručioca)

Narudžbe slati na adresu: IGKRO »SVJETLOST«

OOOUR MARKETING

Poslovnica za udžbenike

71001 SARAJEVO

P. Preradovića br. 3

ili na telefon: 071/23-240 ili 31-100 lokali 220 i 351.

O VZAJEMNEM VPLIVANJU MED MATEMATIKO IN FIZIKO*

B. L. VAN DER WAERDEN

Math. Subj. Class. (1980) 00 A 25

Avtor na primerih pokaže, kako je fizika vse do današnjih dni bistveno prispevala k razvoju matematike.

ON MUTUAL INFLUENCE BETWEEN MATHEMATICS AND PHYSICS

The author shows in his speech that physics played a decisive role in the developement of mathematics throughout the history to this day.

Med tem predavanjem se je spet in spet pokazalo, kako pomembna je matematika za teoretično fiziko. To velja tako za klasično fiziko kot tudi za kvantno mehaniko. Primer: brez izreka J. von Neumanna o spektralni razčlenitvi sebi adjungiranega operatorja bi se kvantna mehanika niti ne dala logično zadovoljivo opisati!

Torej: fiziki potrebujejo matematiko. To je tako splošno znano.

Zdaj pa vam želim na primerih pokazati, da tudi matematika potrebuje fiziko za svoj razcvet in uspevanje. Cele veje klasične pa tudi moderne matematike so nastale iz vzpodbud iz fizike in astronomije.

Štiri pitagorejske znanosti

Beseda matematika je izpeljana iz grške besede »ta mathemata«, učni predmet, eksaktne znanosti. Pitagorejci so imeli sistem štirih znanosti

aritmetika, geometrija, muzika in astronomija,

ki so bile med seboj povezane. Deli aritmetike so nastali predvsem zaradi njene uporabe v muziki. Nekateri izreki iz geometrije so bili vključeni v Elemente prav zaradi uporabe v astronomiji, kot npr. konstrukcija pravilnega petnajstkotnika. Dolžina loka med polom ekliptike in polom ekvatorja je znašala po tedanjih meritvah 24° , to pa je prav lok, ki pripada stranici krogu včrtanega pravilnega petnajstkotnika. Konstrukcija pravilnega petnajstkotnika je torej pomagala astronomiji in Proklos nam poroča v Komentarjih, da je bila zato ta konstrukcija vključena v Elementih.

Proklos navaja v komentarju h konstrukciji pravokotnice (Evklid, Elementi I. 23), da je ta problem prvi obdelal Oinopides iz Chiosa, ker je spoznal njegov pomen za astronomijo. Geometrija je dobila torej že v 5. stoletju pomembne vzpodbude od astronomije, prav tako kot je dobila aritmetika vzpodbude od muzike. Po nauku Pitagorejcev pripadajo ubranim glasbenim intervalom točno določena številka razmerja. Oktavi pripada razmerje $2 : 1$,

* Poslovilni govor z dne 12. julija 1972 kot sklep predavanja o teoriji grup in kvantni mehaniki, ki je izšel v Elemente der Math. 28 (1973) 33—41. Prev. Anton Suhadolc.

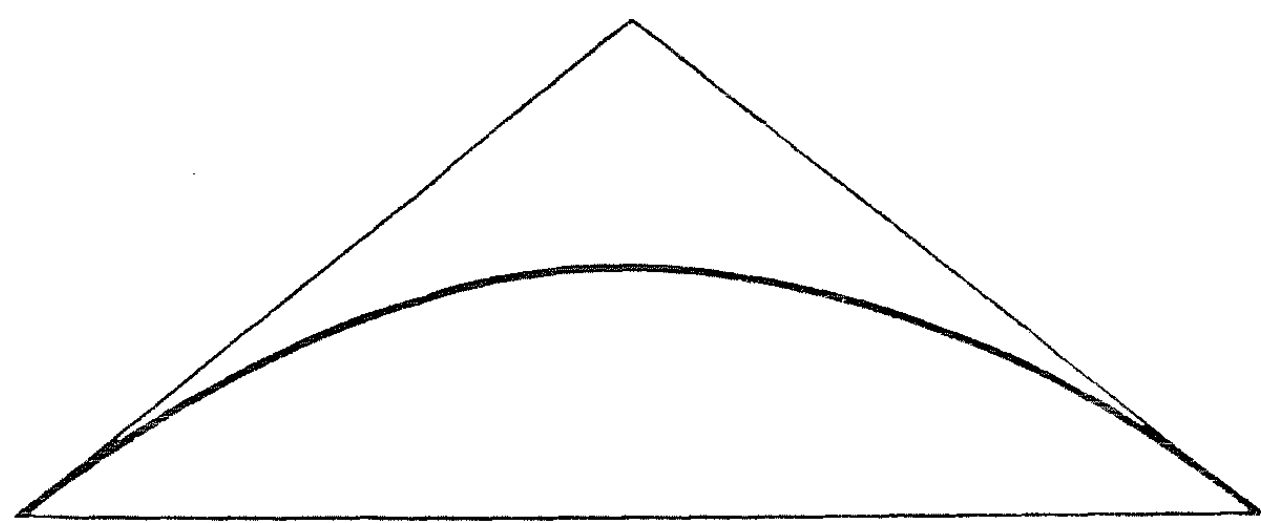
kvinti 3 : 2, kvarti 4 : 3. Zato so Pitagorejci potrebovali pri zgradbi muzike nekatere izreke iz aritmetike razmerij.

Če takih zvez v zavesti Pitagorejcev ne bi bilo, ne bi nastal sistem štirih mathemata v sedaj znani obliki.

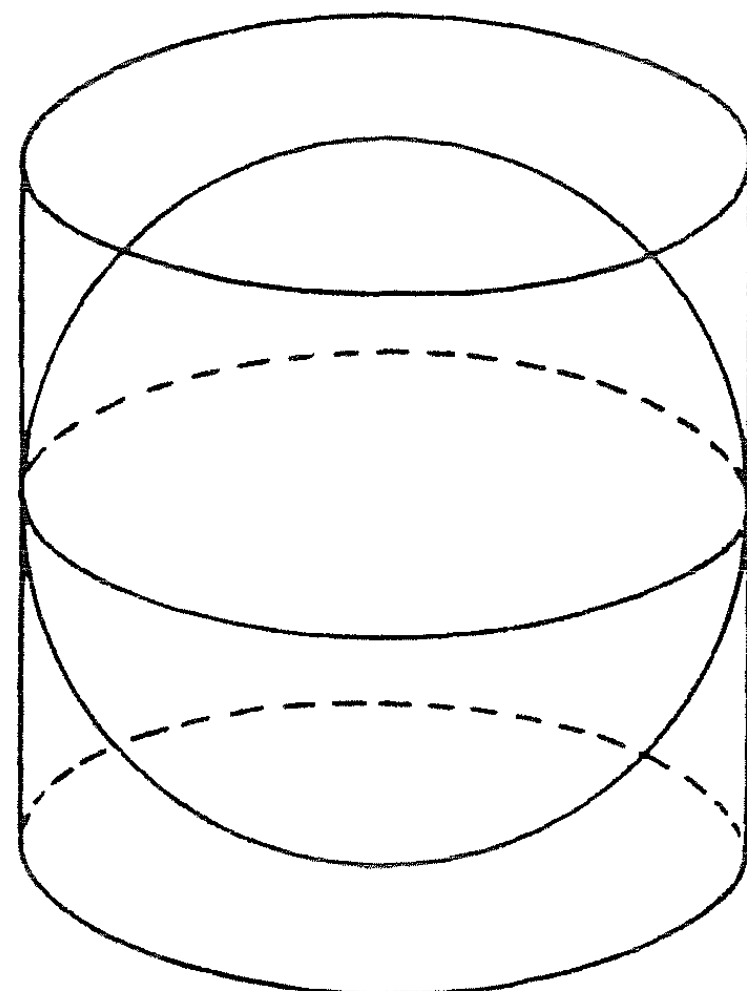
Arhimedova Metoda

Ko Arhimed še ni bil star ampak mlad Grk, je odkril tri slavne izreke:

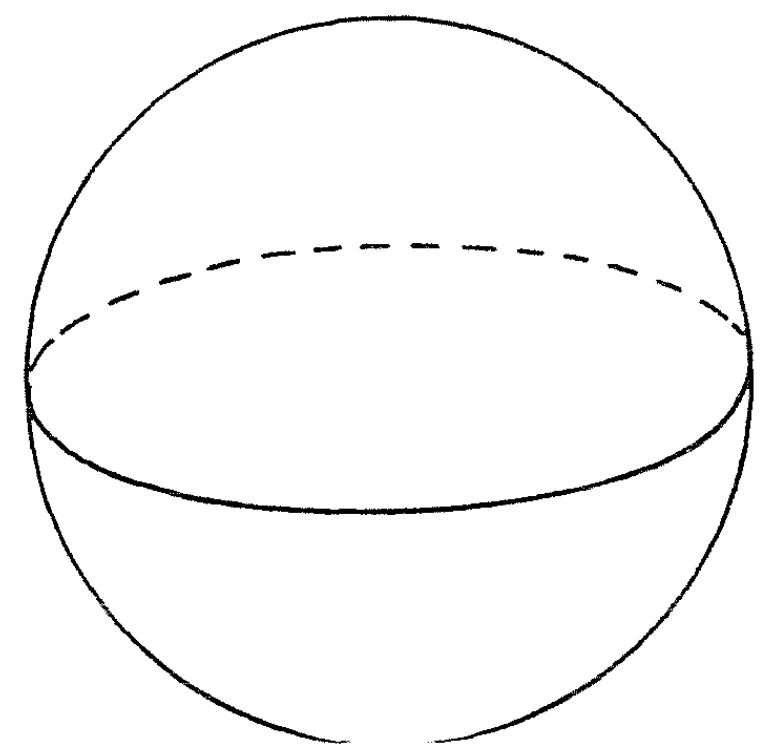
1. Ploščina paraboličnega odseka je enaka $\frac{2}{3}$ ploščine odseku očrtanega trikotnika.
2. Prostornina krogle je enaka $\frac{2}{3}$ prostornine krogli očrtanega valja.
3. Površina krogle je enaka 4-kratniku ploščine ekvatorialnega kroga.



Slika 1



Slika 2



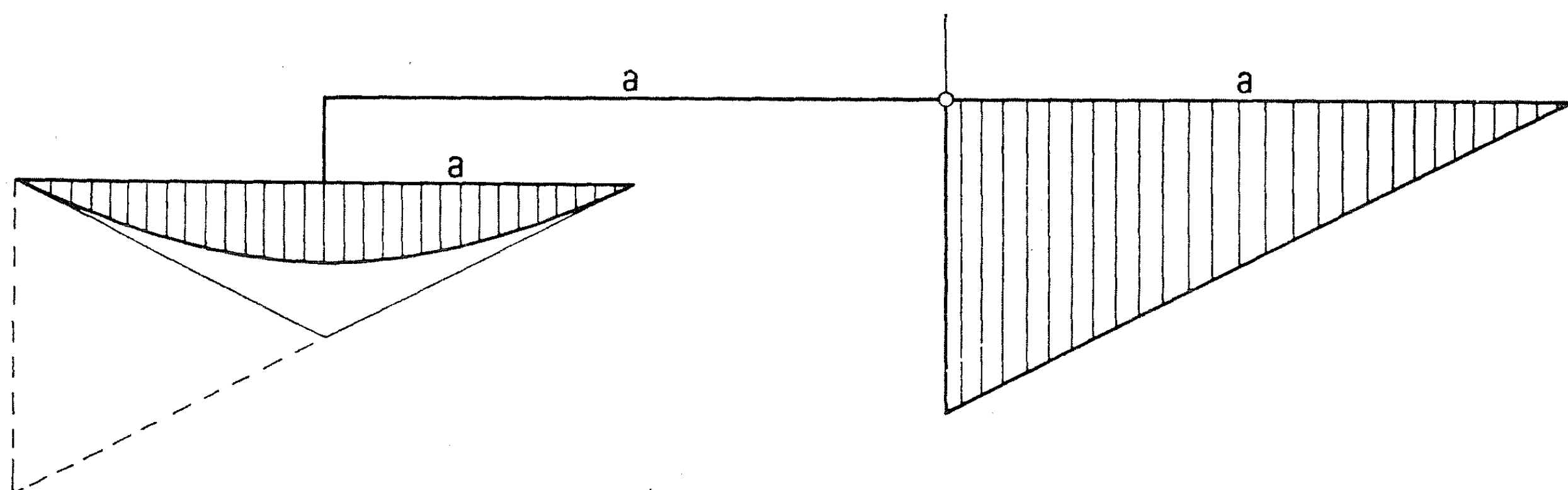
Slika 3

Arhimed je bil tako ponosen na ta odkritja, da je želel, naj se mu vkleše v nagrobni kamen krogla z očrtanim valjem. Ko je Arhimeda pobil rimski vojak, je rimski vojskovodja Marcellus res izpolnil željo svojega velikega nasprotnika. Ko je bil Cicero kvestor na Siciliji, je še videl nagrobnik z vkle-sano kroglo in valjem.

Kako je Arhimed odkril ta izrek? O tem poroča sam v odprtem pismu Eratostenu, ki ga najdemo v Arhimedovih delih pod naslovom Metoda.

Arhimed si je mislil, da je parabolični odsek narejen iz tanke pločevine in obešen na ročico vzvoda. Razmislek velja tudi za poševne parabolične odseke, vendar ga bomo zaradi enostavnosti upoštevali le za simetričen odsek. Dolžino ročice je vzel enako dolgo, kot je dolga tetiva paraboličnega odseka.

Nato je Arhimed položil tangento v enem oglišču paraboličnega odseka in konstruiral pravokotni trikotnik (na sliki 4 je ta izvlečen črtkano). Tak trikotnik je izrezal iz iste pločevine kot odsek in ga obesil vzdolž druge ročice vzvoda, z ostrim kotom stran od osi vzvoda.



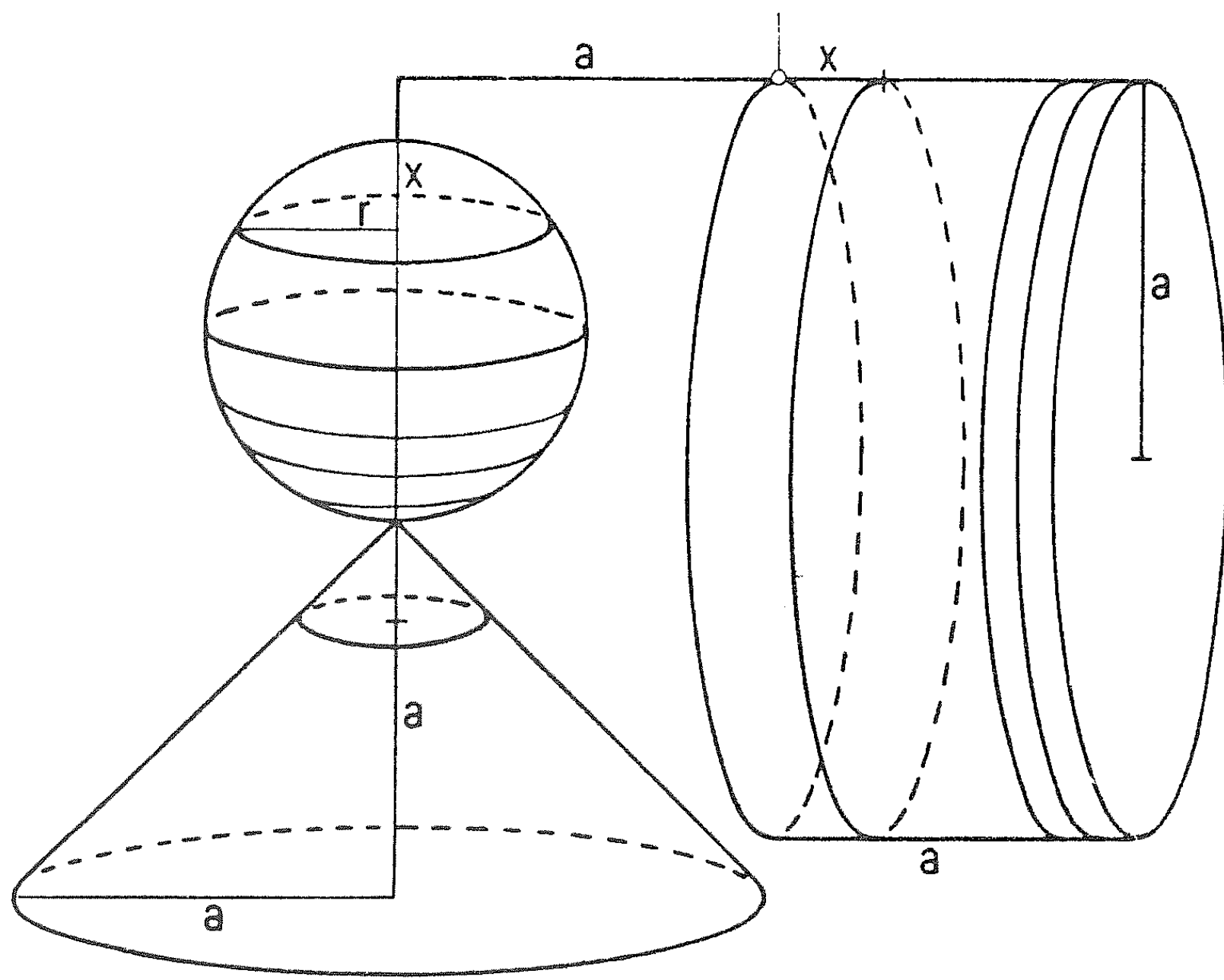
Slika 4

Arhimed sedaj trdi, da sta parabolični odsek in trikotnik v ravnovesju. Da bi to trditev nazorno utemeljil, je odsek in trikotnik razrezal na tanke navpične pasove, ki jih je mogoče obravnavati kot daljice. Vsaka taka daljica v odseku je v ravnovesju z neko daljico v trikotniku,* kot zlahka ugotovimo iz enačbe parabole, ki jo je Arhimed seveda že poznal, in iz ravnovesnega pogoja za vzvod, ki ga je Arhimed sam že dokazal. Torej, zaključuje, mora biti tudi ves parabolični odsek v ravnovesju z vsem trikotnikom.

Po drugi strani moremo obesiti trikotnik tudi v njegovem težišču; to ne poruši ravnovesja. Ker je ročica, na kateri visi segment, trikrat daljša od ročice težišča trikotnika, mora biti teža trikotnika trikrat večja od teže odseka, ali, kar je isto, ploščina paraboličnega odseka mora biti enaka $\frac{2}{3}$ ploščine trikotnika, ki je odseku očrtan.

To seveda ni dokaz, kar je vedel tudi Arhimed, saj ploščina ni vsota daljic. Vendar je opisani premislek Arhimeda prepričal o pravilnosti njegove domneve. Tudi to je veliko vredno, pravi Arhimed, saj: »Če približno poznamo iskano resnico, je mnogo lažje poiskati zanjo dokaz, kot pa, če o njej še ničesar ne vemo.«

Za naslednji problem si je Arhimed zadal izračunati po isti poti prostornino krogle. Mislil si je kroglo s premerom a , obešeno na ročici dolžine a . Na isti ročici si je mislil obešen še krožni stožec s polmerom osnovne ploskve a in višino a , kot je narisano na sliki 5. Na drugo ročico pa je obesil krožni valj s polmerom a in višino a .

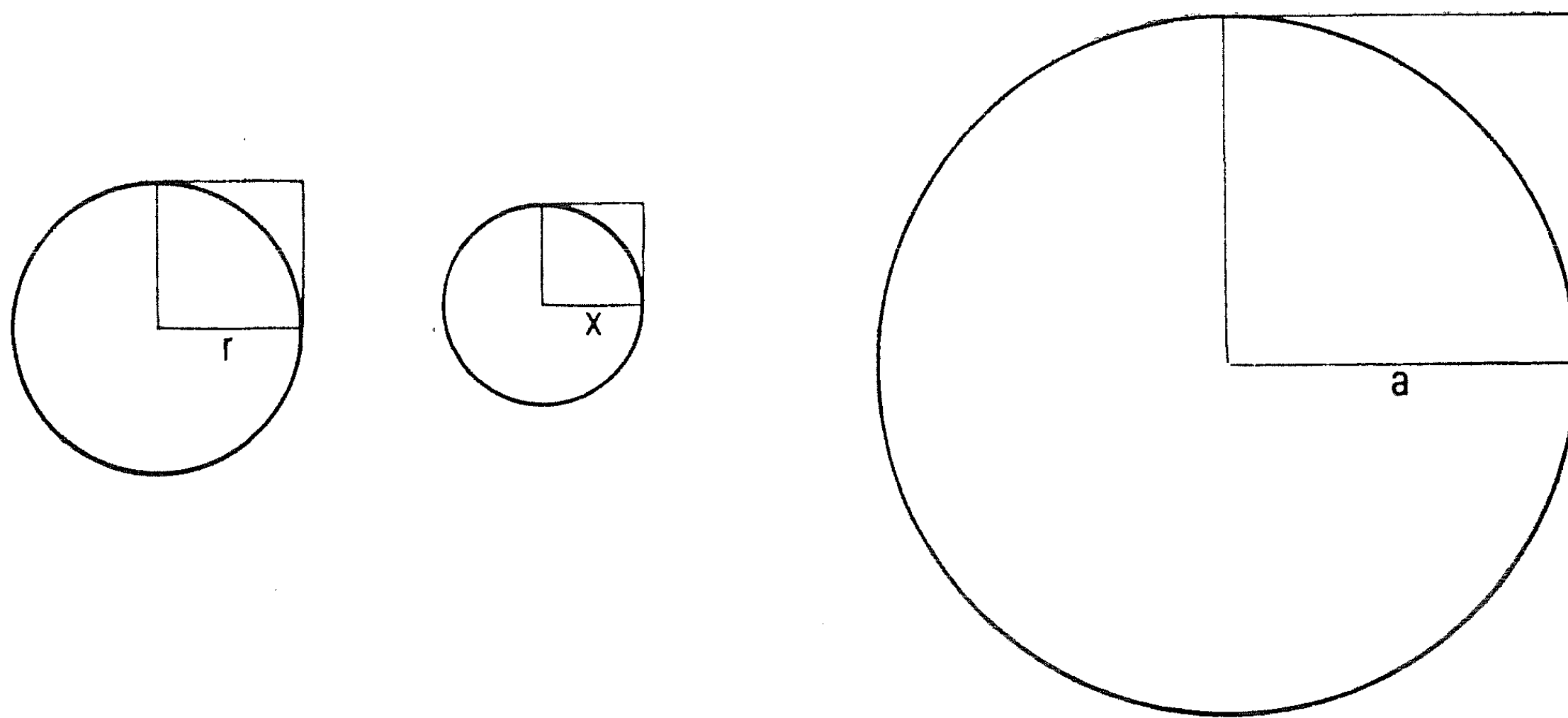


Slika 5

Zdaj pa si je predstavljal, da so vsa tri telesa sestavljena iz tankih krožnih plošč. Trdil je: krožna plošča v valju v razdalji x od osi vzvoda je v ravnovesju s krožnima ploščama v krogli in v stožcu, ki sta za x oddaljeni od zgornjega temena krogle oziroma od vrha stožca.

Narišimo te tri krožne plošče!

* Prevajalcu ni jasno, kateri daljici v paraboličnem odseku in v trikotniku sta v ravnovesju.



Slika 6

Sedaj moramo pokazati, da je vsota ploščin prvih dveh krogov v istem razmerju s ploščino večjega kroga, kot sta ročici x in a . Arhimed je vedel — to je dokazal že Evdoks — da so ploščine krogov proporcionalne kvadratom njihovih polmerov. Dokazati moramo torej le, da je

$$(r^2 + x^2) : a^2 = x : a$$

Za polmer r je dobro znana formula

$$r^2 = x(a - x)$$

torej

$$r^2 + x^2 = ax$$

tedaj res velja

$$ax : a^2 = x : a$$

in trditev je dokazana.

Ker so torej posamezne krožne plošče v ravnovesju, je očitno, da sta tudi kroglata in stožec v ravnovesju z valjem. Spet si mislimo vso maso valja skoncentrirano v njegovem težišču. Tedaj sta ročici v razmerju $2 : 1$, zato morata biti teži v razmerju $1 : 2$:

$$\text{krogla} + \text{stožec} = 1/2 \text{ valja}$$

Po Evdoksu je prostornina našega stožca enaka $1/3$ prostornine valja. Torej imamo

$$\text{krogla} + 1/3 \text{ valja} = 1/2 \text{ valja}$$

ali

$$\text{krogla} = 1/6 \text{ valja}$$

Valj na desni ročici ima prostornino 4-krat tolikšno kot valj, ki je krogli očrtan. Zato je prostornina krogle res enaka $4/6$ prostornine krogli očrtanega valja, kar je bilo treba dokazati.

Če se Arhimed ne bi že prej ukvarjal z ravnovesjem na vzvodu, mu ta izpeljava ne bi nikoli prišla na misel.

Newton in diferencialni račun

Skočimo v 17. stoletje! Newton je odkril diferencialni račun, ker ga je potreboval v svoji teoriji o gibanju planetov. Želel je dokazati: če se planet giblje okoli sonca po Keplerjevem zakonu, potem mora biti pospešek planeta usmerjen proti soncu in mora biti po velikosti obratno sorazmeren kvadratu razdalje planeta do sonca. Pri tem je moral obravnavati hitrost planeta kot vektor in ta vektor hitrosti tudi odvajati po času. Prisiljen je bil torej iznajti vektorski račun in diferencialni račun hkrati.

Ko je Newton našel ta rezultat, ga je korektno dokazal tudi v stilu grške geometrije, brez diferencialnega računa, z epsiloni in deltami.

Morda boste rekli: že, že, a diferencialni račun bi odkrili tudi brez Newtona. Leibniz je na Pascalovo pobudo izhajal iz popolnoma drugih razmišljanj in brata Jakob in Johan Bernoulli sta zgradila na Leibnizovih idejah ves diferencialni in integralni račun.

To je gotovo res, a tudi variacijski račun je nastal iz fizikalnega problema, ki sprašuje po obliki krivulje med dvema točkama v prostoru, po kateri bi masna točka padla pod vplivom teže v najkrajšem času od višje do nižje ležeče točke. Nadalje:

— Obravnava nihanja strune je pripeljala do Fourierovih vrst in do teorije lastnih vrednosti diferencialnih operatorjev.

— Fourierove študije prevoda toplote so vodile tega znanstvenika do pojma Fourierovega integrala.

— Mnoge plodne Eulerjeve ideje so nastale pri študiju mehanike kontinuuumov.

— Sekularna enačba (karakteristični polinom matrike) izvira iz astronomije, in sicer iz teorije sekularnih motenj gibanja nebesnih teles.

— Vsa teorija potenciala je zrasla iz fizike.

— Isto velja za teorijo ergodičnosti.

Riemann in Abelovi integrali

Sedaj vam bom povedal zgodbo o Riemannovi teoriji algebrskih funkcij in njihovih integralih. To je lepa zgodba, najdete jo v znamenitem delu Feliksa Kleina Predavanja o zgodovini matematike v 19. stoletju.

Naj bo z kompleksna spremenljivka in w algebrska funkcija z -ja, definirana z enačbo

$$f(z, w) = 0$$

kjer je f polinom obeh spremenljivk. Funkcija w je enolična na neki Riemannovi ploskvi, ki ima nad ravnino kompleksne spremenljivke z več listov. Riemann je želel konstruirati Abelove integrale, kot jih je sam imenoval, to je integrale oblike $\int u dz$, kjer je u racionalna funkcija spremenljivk z in w .

Riemann je ločil tri vrste Abelovih integralov:

1. vrsta: Diferencial $u dz$ nima polov, če ga izrazimo z lokalno uniformizirajočo spremenljivko.

2. vrsta: Diferencial ima le pole drugega in višjih redov brez residua; integral ima torej le pole prvega in višjih redov.

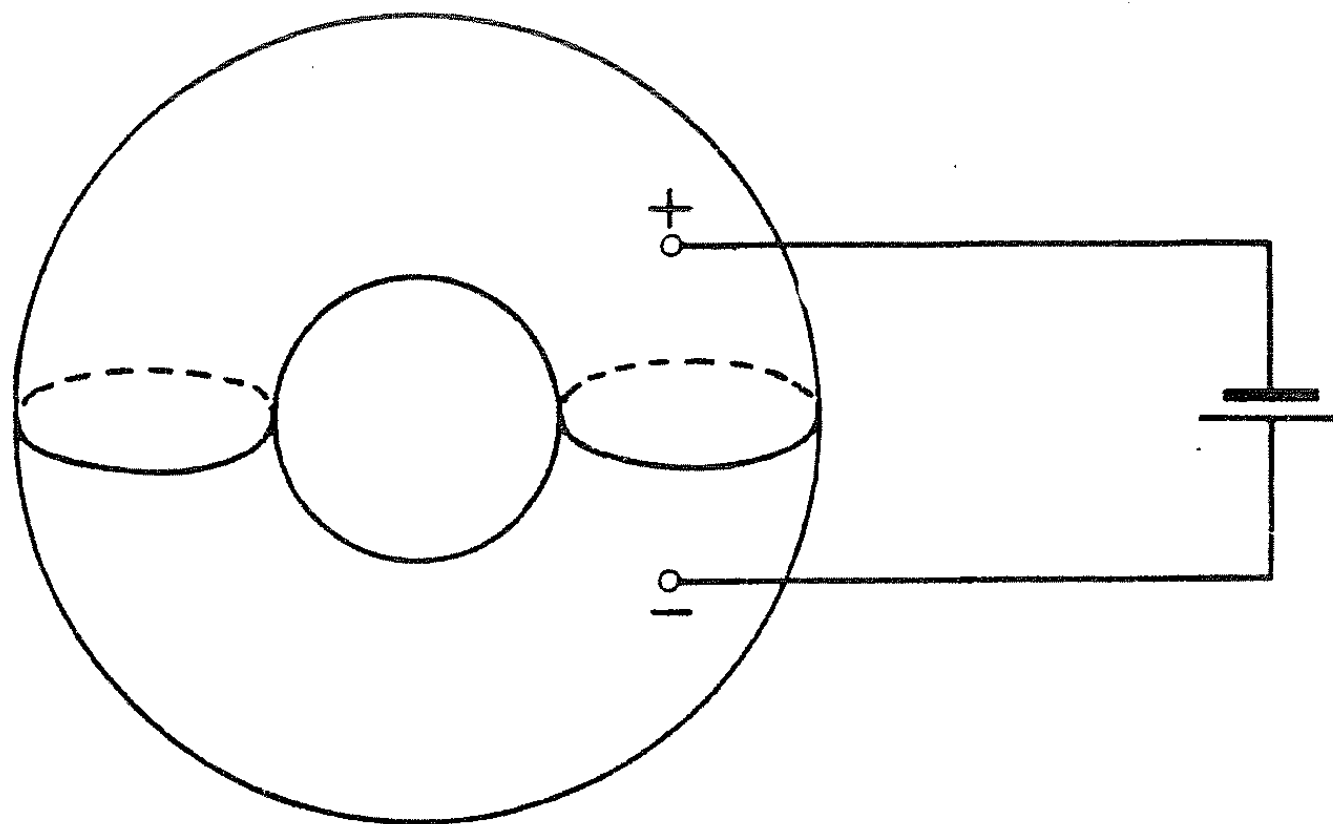
3. vrsta: Diferencial $u dz$ ima le pole prvega reda, integral torej le logaritmične singularnosti.

Začnimo po Kleinu z integrali 3. vrste. Riemann si je predstavljal Riemannovo ploskev v prostoru narejeno iz tanke pločevine. V dveh točkah te ploskve je namestil elektrodi in vključil napetost.

Iz pozitivnega pola teče torej k negativnemu polu stacionarni tok. Potencial U je povsod enolično določen, v bližini polov se vede kot realni del funkcije $\pm c \log z$, drugod pa zadošča enačbi potenciala

$$\Delta U = 0$$

Poleg tega obstaja taka večlična funkcija V , da je $U + iV$ analitična na Riemannovi ploskvi. Ta funkcija $U + iV$ je iskani integral tretje vrste.



Na podoben način se dasta skonstruirati tudi integrala prve in druge vrste.

To zgodbo so pripovedovali še za mojega študija v Göttingenu in name je napravila globok vtis.

Pogledal sem, kot se spodobi za zgodovinarja, v Riemannova dela. Vendar tu ni nikjer omenjen električni tok niti ne tok toplote ali tekočine; pač pa Riemann izpelje obstoj Abelovih integralov iz principa, ki ga je sam postavil in v čast svojemu učitelju imenoval Dirichletov princip.

Kaj pa sedaj? Ali si je Klein izmislil to zgodbo sam ali mu jo je morda Riemann le povedal?

Klein pravi v svoji knjigi, da je to zadevo izčrpno obdelal v članku O Riemannovi teoriji Abelovih integralov v časopisu *Mathematische Abhandlungen*. Zato sem pogledal tudi tja. Kaj pa piše v tem članku? Najprej: Klein ni Riemanna nikoli videl in tudi ni dobil nobenega sporočila, kako je Riemann sprva konstruiral Abelove integrale. V resnici se je zgodilo tole.

Prym, Riemannov učenec, je povedal Feliksu Kleinu, da Riemann ni študiral le takih Riemannovih ploskev, ki leže nad kompleksno ravnino, ampak tudi bolj splošne ploskve v prostoru. Tudi na takih ploskvah se dajo študirati analitične funkcije, ki posredujejo konformne preslikave.

Nadalje je Klein vedel, da se je Riemann ukvarjal tudi s fiziko. Zato se je Kleinu posvetilo: tako torej, Riemann si je pri premišljevanju pomagal z električnimi polji!

Vsa ta lepa zgodba je torej moderna pravljica. Nekaj resničnega pa je le v njej. Prvič: Riemann je uporabil za rešitev problema iz analitičnih funkcij teorijo potenciala, ki je nastala iz fizike. Drugič: Feliks Klein si je zamislil lepo metodo, kako se da s študijem potencialnih tokov nazorno izpeljati teorija Abelovih integralov. To izpeljavo je prikazal v predavanjih, ki so delovala na poslušalce zelo vzpodbudno.

Kvantna mehanika

Tudi v tem stoletju so se matematika, fizika in astronomija vzajemno oplajale, vse do današnjega dne.

Danes se bom omejil le na fiziko in bom pustil ob strani dela matematikov Siegla in Stiefla v zvezi z nebesno mehaniko.

Utemeljitelji kvantne mehanike so privzeli za samo po sebi umevno dejstvo, da ima vsak sebi adjungiran operator v prostoru valovnih funkcij spekter, to je realne lastne vrednosti, pripadajoče lastne funkcije pa tvorijo poln sistem. V Bornovem času je bilo to dokazano v delih Hilberta in Hellingerja le za omejene operatorje. Ni pa se še niti vedelo, kako naj bi definirali pojem sebi adjungiranega operatorja pri neomejenih operatorjih. Kljub temu je počivala vsa kvantna mehanika na privzetku, da moremo vsako funkcijo razviti v vrsto po lastnih funkcijah. To velja tako za matrično mehaniko Heisenberga, Borna in Jordana, kot tudi za Schrödingerjevo valovno mehaniko.

Te stvari je postavil na trdno logično osnovo John von Neumann. Najprej je definirali pojem maksimalnega simetričnega operatorja v Hilbertovem prostoru. Uvidel je, da mora operator ustrezati še krepkejši zahtevi. Operatorje, ki zadoščajo tej krepkejši zahtevi, je imenoval hipermaksimalne. Danes jih imenujemo kar sebi adjungirane.

Von Neumannu je uspelo dokazati, da ima vsak hipermaksimalni operator spektralno razčlenitev. Ta izrek je osnova današnji teoriji linearnih operatorjev v Hilbertovem prostoru. Pomembna veja današnje funkcionalne analize je torej nastala iz fizikalnih pobud.

Stone je podal novo, enostavnejšo utemeljitev spektralne razčlenitve. Najdemo jo v njegovi lepi knjigi Linearne transformacije v Hilbertovem prostoru in njihova uporaba.

Enoparametrične polgrupe

Isti Stone je l. 1932 dokazal izrek o grupah unitarnih operatorjev v Hilbertovem prostoru. Izrek sta pri splošnejših pogojih dokazala Hille in Yosida leta 1948. Kot posebni primer dobimo izrek: če je družina unitarnih operatorjev $U(t)$ zvezna za $t \geq 0$ in zadošča pogojema

$$\begin{aligned}U(s)U(t) &= U(s+t) \\ U(0) &= I\end{aligned}$$

potem obstaja tak sebi adjungiran operator H , da velja

$$U(t) = \exp(-iHt)$$

Tudi za ta izrek so prišle vzpodbude iz fizike, in sicer od časovno odvisne Schrödingerjeve enačbe. Kot sem pokazal na predavanju, sledi iz tega izreka, da velja v vsaki kvantnomehanski teoriji izrek: če velja princip kavzalnosti, potem obstaja tudi Hamiltonov operator H .

Iz tega primera vidimo, da so pobude iz fizike do današnjega dne krepko vplivale na razvoj matematike.

Reprezentacija grup z linearnimi transformacijami

Kako dobimo vse zvezne reprezentacije kakšne Liejeve grupe G z linearnimi transformacijami? Če se omejimo na linearne transformacije v končno dimenzionalnem prostoru, potem imamo v delih Elija Cartana in Hermanna Weyla tako popoln odgovor na to vprašanje, kot si ga le moremo želeti. Poznejše raziskave J. von Neumanna in drugih so prinesle nekaj dopolnitev, v bistvu pa je bila teorija zaključena že okrog leta 1930.

Fizik Wigner je spoznal, da za fiziko niso pomembne le končno dimenzionalne reprezentacije, temveč tudi reprezentacije v Hilbertovem prostoru. Pri kompaktnih Liejevih grupah ostane teorija v bistvu ista, za nekompaktne grupe, kot je npr. Lorentzova, pa imamo mnogo več možnosti. Wigner sam je podal prve primere in dokazal nekaj izrekov. Iz problema, ki ga je zastavil Wigner, se je danes razvila čisto matematična teorija, ki pa je silno pomembna za kvantno mehaniko.

Teorija motenj spektralne razčlenitve

Schrödinger, ki je osnoval valovno mehaniko, je potreboval metodo, po kateri bi mogli vsaj približno obravnavati komplicirane kvantnomehanske sisteme, npr. atome z več elektroni. Iznašel je teorijo motenj. Malo pred njim je tudi Born v okviru matrične mehanike razvil metodo, ki je ekvivalentna Schrödingerjevi teoriji motenj.

Ta teorija motenj pa matematično ni bila neoporečna. Rellich je bil prvi, ki si je zastavil nalogo osnovati teorijo motenj matematično eksaktno.

Iz zastavljenega problema je nastala z deli Rellicha, Friedrichsa, Kata, Wightmana in drugih nova matematična teorija. Kato je med drugim dokazal, da je Hamiltonov operator atoma ali molekule res sebi adjungiran. Ta rezultat je za kvantno mehaniko atomov in molekul osnovnega pomena.

O najnovejšem stanju teorije motenj je nadvse zanimivo poročal Kato na matematičnem kongresu v Nici leta 1970.

Zaključek

Vsaka veja matematike lahko obstaja sama zase kot logičen sistem. Če pa gledamo na matematiko kot na živo, rastočo znanost, potem jo moremo razumeti le v sožitju s fiziko in astronomijo. Le v tem sožitju more naša ljubljena znanost cveteti, se razvijati in ostati vedno mlada.

ASTRONOMSKI VAJI S TABORA

Od 8. do 15. 8. 1980 je bil na Javorniku pri Idriji tretji astronomski tabor. Zbral je 21 mladih astronomov, ki so delali v štirih skupinah in opravljali 12 skupinskih opazovalnih vaj. Navajamo dve vaji, ki ju lahko brez večjega truda izvedemo v šoli.

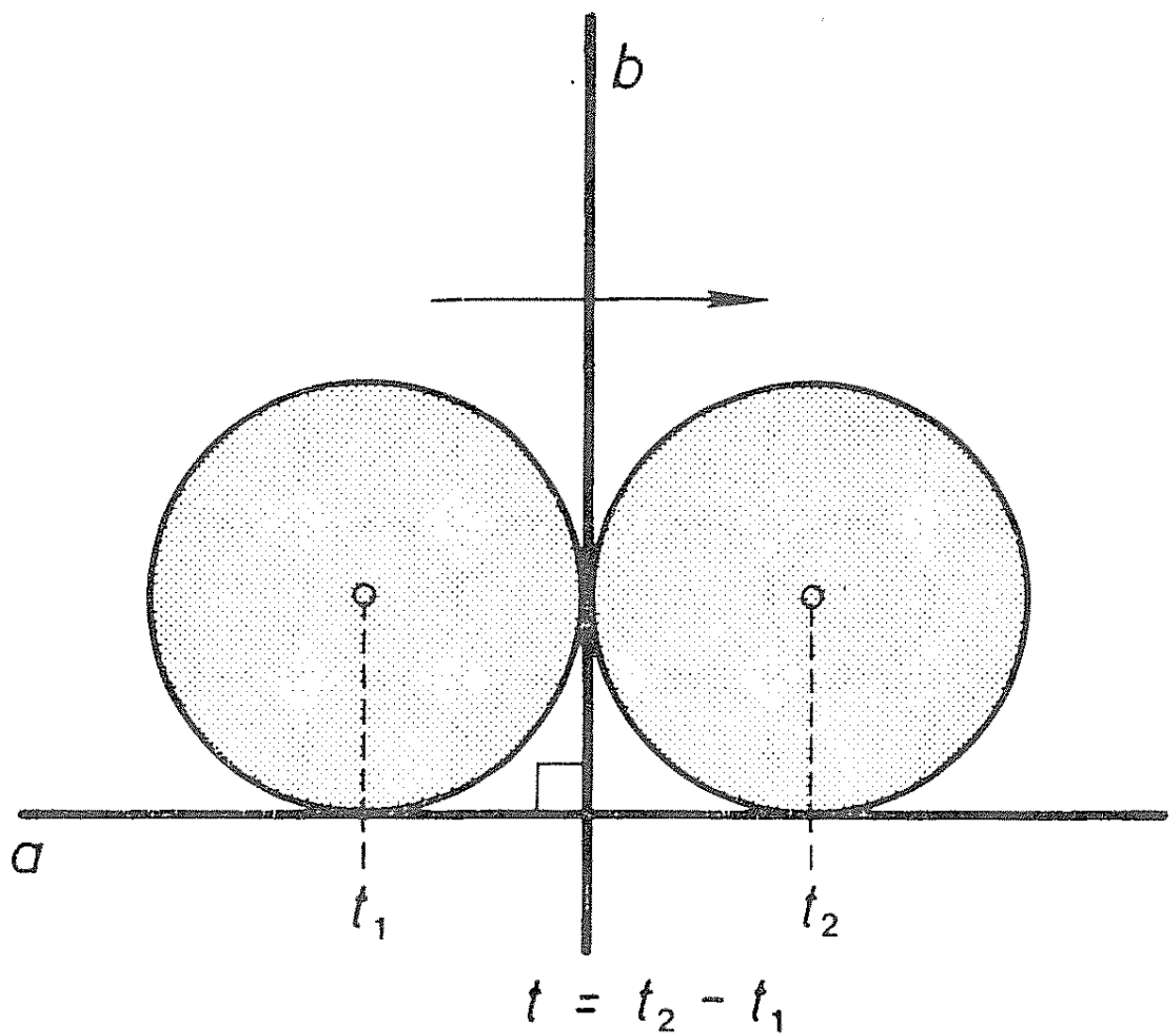
Merjenje zornega kota Sonca. Zaradi navideznega vrtenja neba opiše središče Sonca v času t kot

$$\alpha = \omega t \cos \delta \quad (1)$$

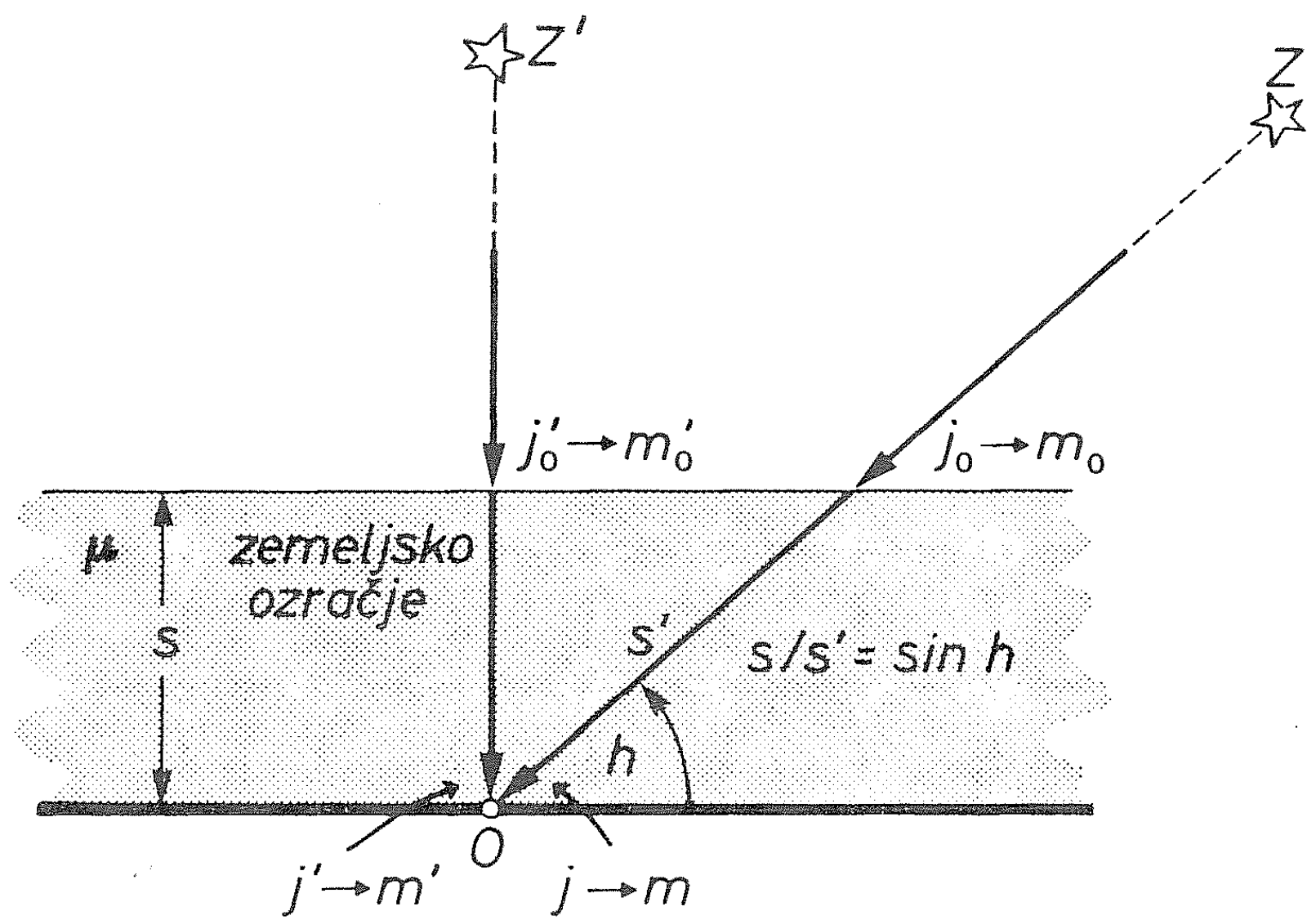
ω je kotna hitrost navideznega vrtenja neba ($\omega = 15^\circ/\text{h} = 15'/\text{min} = 15''/\text{s}$), δ pa deklinacija središča Sonca [1].

Zorni kot Sonca lahko ugotovimo, če izmerimo čas t , v katerem slika Sonca na zaslonu prečka svoj premer. Na papirju na zaslonu načrtamo dve pravokotnici a in b (sl.1). Daljnogled utrdimo in projiciramo sliko Sonca na zaslon. Slika Sonca se mora premikati vzporedno s pravokotnico a .

Izmerimo čas t_1 , ko se slika Sonca dotakne pravokotnice b na eni strani, in čas t_2 , ko se slika dotakne te pravokotnice na drugi strani. Napravimo čim več meritev (najmanj pa dve) in izračunamo povprečno vrednost za $t = t_2 - t_1$. Zorni kot izračunamo iz (1), pri čemer δ vzamemo iz efemerid [2]. Vaja lahko rabi za osnovo pri ugotavljanju drugih podatkov za Sonce, npr. premera, izseva, površinske temperature.



Sl. 1



Sl. 2

Sl. 1. Slika Sonca na zaslonu mirujočega daljnogleda. Puščica kaže smer gibanja slike Sonca.

Sl. 2. Pot svetlobe od zvezde do pazovališča 0 skozi planparalelno zemeljsko ozračje.
 Z — zvezda na višini $h < 60^\circ$, Z' — zenitna zvezda.

Udeleženci tabora so merili z refraktorjem 60/900 mm pri 60-kratni povečavi. V eni uri in pol so napravili 20 meritev. Za povprečno vrednost so dobili $t = 2,2$ min. Deklinacija Sonca za dan opazovanja 11. 8. je bila $15,3^\circ$. Ugotovljen zorni kot je bil $\alpha = 31,8'$, ustrezeni podatek iz efemerid pa je $31,6'$.

Ocenjevanje ekstinkcije zemeljskega ozračja. Zaradi absorpcije in sipanja, to je zaradi ekstinkcije, svetloba z zvezde v zemeljskem ozračju oslabi. Vzemimo najpreprostejši primer, da je ozračje homogena planparalelna plast z višino $s = 10^4$ m in s povprečnim absorpcijskim koeficientom μ , neodvisnim od valovne dolžine svetlobe, in da ni loma (sl. 2).

Z zvezde na višini h nad obzorjem pride do opazovališča gostota svetlobnega toka

$$j = j_0 \cdot e^{-\mu s / \sin h} \quad (2)$$

Tu je j_0 gostota svetlobnega toka z zvezde na vrhu ozračja [3].

Z definicijo sija $m - m_0 = -2,5 \log (j/j_0)$ izrazimo oslabitev svetlobe takole:

$$m - m_0 = a / \sin h \quad (3)$$

Koeficient $a = 1,08 \mu s = m' - m_0'$ ustreza oslabitvi svetlobe zenitne zvezde ($h = 90^\circ$). To je ekstinkcija, ki jo želimo ugotoviti.

Sije m_0 na vrhu ozračja imamo zbrane v zvezdnih atlasih, katalogih, dobrih priročnikih [4]. Sij m in m' pa vidi opazovalec na Zemlji (sl. 2). Za izbrano zvezdo je sij m odvisen od višine ($m = m(h)$), sij m_0 pa je konstanten, od nje neodvisen.

Zvezdam z višino h , večjo od 60° (imenujemo jih kar zenitne zvezde), praktično enako oslabi svetloba, zvezdam z višino h , manjšo od 60° (nizke zvezde), pa ne. Izberemo najmanj deset zenitnih zvezd, ki naj imajo čim bolj različen sij. Nato poiščemo nizke zvezde na različnih višinah (tudi 10° nad obzorjem), tako da imajo enak sij kot zenitne zvezde. Enakost sija izbrane zenitne in nizke zvezde ocenjujemo s prostimi očmi. Nizki zvezdi ocenimo npr. s križno palico ali pa z višinomerom še višino (na stopinjo natančno) [1], [3].

V [4] nato identificiramo opazovane zvezde in poiščemo njihov sij m_0 . Pokaže se, da je sij m_0' zenitne zvezde manjši (magnituda večja) od sija m_0 nizke zvezde. To sledi iz (3). Za nizko zvezdo Z na višini h velja $m - m_0 = a / \sin h$, za zenitno zvezdo Z' pa $m' - m_0' = a$. Zvezdi Z in Z' izberemo tako, da je $m = m'$. Iz zapisanih enačb dobimo za razliko sijev zvezd izbranega para $\Delta m_0 = m_0' - m_0 = a (1/\sin h - 1)$. Pri tem zanemarimo vpliv ozračja.

Načrtamo Δm_0 kot funkcijo $1/\sin h$. Slika je premica. Načrtamo najboljšo premico med točkami, ki ustrezajo meritvam. Strmina premice $a = \tan \alpha$ določa ekstinkcijo; α je naklonski kot premice, ki ga izmerimo.

Za opazovanje izberemo svetlejšje zvezde, nekako do 4. magnitude. Opazovanja izvedemo v mirni noči ob mlaju, ko je čisto nebo. Opazujemo več noči in čim več parov zvezd na noč. Izračunamo povprečno vrednost za ekstinkcijo, oziroma absorpcijski koeficient ozračja nad opazovališčem.

Udeleženci tabora so dve noči ocenjevali sij 33 takih parov zvezd. Za povprečno vrednost ekstinkcije so ugotovili 0,23 magnitude. Ekstinkcija za čisto ozračje v vizualnem pasu meri 0,20 magnitude [5] in z nadmorsko višino pada. Nadmorska višina Javornika je 1200 m. Ugotovljena vrednost za ekstinkcijo ozračja nad Javornikom je nekoliko prevelika, vendar je glede na okoliščine pri opazovanju kar dobra.

Marijan Prosén

LITERATURA

- [1] M. Prosén, *Astronomska opazovanja*, Ljubljana, Presek 5/5, 1977/78, 249.
[2] P. Ranzinger (urednik), *Astronomske efemeride 1980*, Ljubljana, AGO 1980, III.
[3] M. Prosén, *Meritev absorpcijskega koeficienta zemeljskega ozračja*, Obzornik mat. fiz. 23 (1976), 90.
[4] P. G. Kulikovskij, *Spravočnik ljubitelja astronomii*, Moskva, Nauka 1971.
A. Bečvar, *Atlas Coeli 1950*, Cambridge, Sky Publ. Corp.
R. Burnham, *Burnham's Celestial Handbook*, New York, Dover 1978.
[5] K. Y. Allen, *Astrofizičeskie veličiny*, Moskva, Mir 1977, 184.

DOPISI

Spoštovani!

Iz nekaj misli,* ki jih je v prejšnji številki objavil univerzitetni profesor dr. Josip Globevnik, sledi, da gledamo na matematiko popolnoma različno. To pa je tudi vse, kar je bilo treba dokazati.

France Križanič

Nekaj dodatnega branja:

- [1] E. Hille, *Analysis*, Blaisdell Publ. Comp., New York, 1964.
[2] C. B. Allendoerfer, *Mathematics for Parents*, McMillan Comp., 1965.
[3] V. S. Vladimirov, L. S. Pontrjagin, A. N. Tihonov, *O škol'nom matematičeskom obrazovanii*, Matematika v škole 3 (1979), str. 12—14.
[4] L. V. Kantorovič, S. L. Sobolev, *Matematika v sovremennoj škole*, Matematika v škole 4 (1979), str. 6—11.
[5] A. I. Markuševič, *O škol'noj matematike*, Matematika v škole 4 (1979), str. 11—17.
[6] B. V. Gnedenko, *Razvitie matematiki i matematičeskogo obrazovanja v SSSR*, Matematika v škole 6 (1980), str. 3—9.
[7] N. G. Kilina, *O sovremennom uroke matematiki*, Matematika v škole 6 (1980), str. 9—12.
[8] F. Križanič, *Smernice in matematika*, Vzgoja in izobraževanje 3 (1972), št. 8, str. 4—7.
[9] F. Križanič, *Pogovarjam se*, (NR, Ljubljana, januar 1981, ni izšlo).**

* Te misli ne marajo splošnih izjav brez otipljive opore, Pontrjaginovo, skoz in skoz aksiomatično, trditev pa priškrnejo tik pred konkretizacijo. Za navedenim stavkom beremo v Pontrjaginovi knjigi: *Ideologija teorije množic pripelje na primer do takih spak, kot sta zamenjava izraza »enakost« geometrijskih likov z izrazom »kongruentnost«, in vektor, definiran kot »vzporedni premik prostora«*. (Več o tem glej v [3] in v [4].)

** Pogovora v »Delu« nisem niti zapisal, niti avtoriziral, zato ni moj. Ko je izšel, sem se prijel za glavo. Ni mi do lasanja z novinarji »ad personam«, raje katero razderem »ad rem«, pa sem se izognil »Delu« in, naiven kot sem, zavil k NR. Urednik si je pravkar v NIN-u ogledoval novi červonec in ni me bil vesel. Miznica je zazijala, zgrnila se je nad rokopisom, potem pa vse tiho je bilo. Kako naj se bijem, kako odgovarjam, sam, golorok, proti tolikim škarjam? Misel predrzna, prismojena šala hira zaklenjena v temi predala. Kakšna nepremagljiva sla vas žene srebati opinijonmejkersko žlobodro? Kaj res ni nihče opazil, da ima lestev, po kateri ste planili v boj, polomljene kline?

Vprašanje 118

Dokaži: če velja v trikotniku neenačba $b^2 + c^2 > 3a^2$, potem mora biti $\alpha < 50^\circ$.

Boštjan Hostnik

Rešenje

Na osnovu kosinusne teoreme dobijamo

$$\begin{aligned}a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha, \\ 2bc \cos \alpha &= b^2 + c^2 - a^2\end{aligned}\tag{1}$$

Iz uslova zadatka $b^2 + c^2 > 3a^2$ i (1) sledi

$$\cos \alpha > \frac{a^2}{bc}\tag{2}$$

Primenom odnosa između aritmetičke i geometrijske sredine pozitivnih brojeva na (1) dobijamo

$$2bc \cos \alpha = b^2 + c^2 - a^2 \geq 2bc - a^2$$

odakle je

$$\frac{a^2}{bc} \geq 2(1 - \cos \alpha)\tag{3}$$

Iz (2) i (3) sledi

$$\cos \alpha > \frac{2}{3} > 0,66$$

Kako je funkcija kosinus opadajuća u intervalu $(0, \pi)$ i $\cos 50^\circ = 0,64279$, to iz prethodnih nejednakosti dobijamo $\alpha < 50^\circ$.

Dragoljub M. Milošević

VPRAŠANJA

Vprašanje 119

Koliko molekula ostane v kozarcu vode?

V učbeniku za anorgansko kemiju za 7. razred osnovne škole beremo v poglavju o molekulah in atomih:

»V čaši je voda. Izlijemo polovico vode. Voda, ki ostane v čaši, ima enake lastnosti kot prej. Odlivamo še in še. To delamo toliko časa, da ostane v čaši še en najmanjši delec vode, ki ima enake kemijske lastnosti* kot voda. To je molekula vode. ...« Podobnih trditev, na katere postane fizik pozoren, je v učbeniku več.

Naslednje vprašanje je mišljeno resno: oceni, koliko molekula vode ostane na kvadratnem centimetru steklene stene kozarca, če pustimo, da se osuši pri 20°C v zraku pri relativni vlažnosti 45% ?

Marjan Hribar

* »Menda skoraj ni druge lastnosti, v kateri bi se voda kot snov in vodna molekula ujemali, kakor ta, da se oboje piše H_2O ...«

I. Kuščer, A. Moljk, *Fizika*,
3. del, DZS, Ljubljana 1980, str. 170
(Opombo pod črto dodal urednik za fiziko.)

DOMAČE VESTI

FINANČNO POROČILO KOMISIJE ZA TISK DMFA SRS ZA LETO 1980

V lanskem koledarskem letu se je promet pri Komisiji za tisk DMFA SRS povečal za približno 20 %, nekaj na račun podražitev, precej pa tudi zaradi izdaje večjega števila Presekovih značk in ponatisov v obeh zbirkah skript. Vrednost prodanih knjig in značk je ostala na lanski višini. Iz tega sledi, da se je promet relativno zmanjšal. Pri režiji smo imeli skoraj 15 % več izdatkov kot dohodkov. V letošnjem letu bomo ponudili šolam knjige iz Zbirke izbranih poglavij iz fizike (spomladi), Zbirke izbranih poglavij iz matematike (jeseni), knjige iz Zbirke univerzitetnih učbenikov in monografij pa takoj po novem letu, da bomo lahko stanje popravili. V splošnem lahko koledarsko leto 1980 ocenimo za uspešno, saj smo ob odobrenih subvencijah izdali razmeroma veliko publikacij (seznam glej Obzornik mat. fiz. 28 (1981) 2). Z opazno zamudo so izšle vse številke revij. Za Obzornik mat. fiz. smo dobili subvencijo pri RSS 238.000.— din, pri ISS 34.200.— din in za Presek pri RSS 424.984.— din, pri ISS 185.280.— din. Za knjižne izdaje pa smo prejeli subvencijo pri RSS v višini 299.700.— din, pri ISS pa 71.000.— din.

Finančna sredstva na posameznih partijah so strogo namenska, zato pozitivni in negativni saldo pomenita le nedokončano proizvodnjo oz. nujno potrebni obratni kapital za prve številke revij v letu 1981. Za nekatere knjige v knjižnih zbirkah še nismo našli založnika, izplačali pa smo že večino avtorskega honorarja za: Prve tri minute, Osnove matematične logike, 1. del, Fizika, 4. del, Matematika za enoletni kurz, Afina in projektivna geometrija, Linearna analiza na grupah, Matematika kroz kulture i epohe. Saldo na žiro računu je samo navidezno velik, saj bomo porabili denar za redno izhajanje revij in še za samostojne izdaje nekaterih drugih publikacij. Tako je skoraj tretjina vseh sredstev rezervirana za ponatis Logaritmov.

Nadzorni odbor je 24. 3. 1981 pregledal poslovanje Komisije za tisk DMFA SRS in ugotovil, da je poslovanje urejeno.

	Dohodki	Izdatki	Saldo
Presek	1647.772,45	1175.370,70	+ 472.401,75
Obzornik za matematiko in fiziko	644.432,05	549.665,45	+ 94.766,60
Matematika-Fizika	648.590,00	869.875,15	— 221.285,15
Sigma	477.911,35	531.361,35	— 53.450,00
Zbirka izbranih poglavij iz matematike	374.980,00	441.052,00	— 66.072,00
Publikacije IMFM	242.541,40	99.694,50	+ 142.846,90
Zbirka izbranih poglavij iz fizike	237.144,30	225.231,95	+ 11.912,35
Postdiplomski seminar iz matematike	—	—	—
Postdiplomski seminar iz fizike	53.200,00	53.200,00	—
Zbirka izbranih poglavij iz mehanike	71.084,35	74.000,00	— 2.915,65
Letno poročilo DMFA	2.450,00	2.450,00	—
»Vega«	325.979,80	143.784,70	+ 182.195,10
Učbeniki za osnovne in srednje šole	133.870,00	252.370,00	— 118.500,00
Prodaja knjig, skript in značk	1689.183,95	1022.767,65	+ 666.416,30
»Plemelj«	92.693,60	52.085,60	+ 40.608,00
10 % režija	615.765,10	571.363,70	+ 44.401,40
Skupaj	7257.598,35	6064.272,75	+ 1193.325,60

Dohodki	OMF št. 1—6/80	Presek št. 3, 4, 6/VII, 1, 2, 5/VIII
Saldo 1979	69.883,55	213.852,10
Subvencije: RSS	232.000,00	501.868,00
ISS	34.200,00	108.396,00
ZŠ SRS	30.000,00	
Naročnine	249.763,00	820.906,30
Drugi dohodki	28.585,50	2.750,05
Skupaj	644.432,05	1647.772,45
Izdatki		
Tisk	285.742,00	738.883,00
Avtorski honorarji	191.300,45	326.481,70
Članarina DMFA 1979	22.653,00	
10 % režija	49.970,00	106.852,00
Drugi izdatki		3.154,00
Skupaj	549.665,45	1175.370,70
Saldo	+ 94.766,60	+ 472.401,75
Dolžniki: naročniki	29.400,00	600.687,50
TLP, TD	45.120,00	39.100,00
Skupaj	+ 169.286,60	+ 1112.189,25

V letu 1980 smo prodali naslednje število knjig v vrednosti din

Sigma	16.191	611.348,00
Matematika-Fizika	1.024	217.204,00
Zbirka izbranih poglavij iz matematike	2.078	233.288,00
Postdiplomski seminar iz matematike	41	692,00
Index	3	648,00
Seminarji	101	1.652,00
Izbrana poglavja iz mehanike	219	43.800,00
Zbirka izbranih poglavij iz fizike	746	66.328,00
Postdiplomski seminar iz fizike	172	7.636,00
Razne knjige	1.477	123.088,00
»Plemelj«	2.383	23.358,00
»Vega«	24.215	303.084,00
Skupaj	48.650	1632.126,00

Režija:	Dohodki		Izdatki
Saldo 1979	110.076,00	OD	200.384,10
OMF	49.970,00	Intelektualne storitve	121.877,15
Presek	106.852,00	Bančni stroški	7.864,90
Prodaja, natisi	335.254,90	PTT OMF in Presek	68.730,20
Drugo	13.612,20	Materialni stroški pisarne KT	172.507,35
Skupaj	615.765,10		571.363,70

Saldo + 44.401,40

Dolžniki:	OMF (večina iz leta 1980)	29.400,00
	Presek (VIII. letnik)	600.687,50
	Sigma in druge knjige	77.259,00
Skupaj		707.346,50

V skladišču imamo še knjig, značk in drugih predmetov v vrednosti	2479.582,00
Gotovina v ročni blagajni	8.944,20
Gotovina na žiro računu DMFA	1193.325,60
Skupna vrednost našega premoženja je	4389.198,30

Janez Markelj, Ciril Velkovrh

PROF. FRANCETU ŠUŠTERŠIČU V SPOMIN



Pred kratkim mi je prof. France Šušteršič želel, da bi se mi življenjska krivulja še dolgo in prav počasi približevala tisti, za nas vse žive usodni asimptoti $y = 0$.

Tedaj si nisem mogel niti misliti, da bo njegova življenjska krivulja prav kmalu in nezvezno strmoglavila na to usodno asimptoto. Dobro se še spominjam, kako vzravnano je hodil, poln zdravja in dobre volje; zato me je vest o njegovi nenadni smrti pretresla.

Prof. France Šušteršič se je rodil 1. avgusta 1906 na Rakeku. V težkih gmotnih pogojih in z inštrukcijami se je prebijal skozi študentska leta. Diplomiral je l. 1935 na ljubljanski univerzi iz matematike in fizike. V času vsesplošne brezposelnosti je bil po diplomi zaposlen iz tedanjega bednostnega fonda kot prefekt v Učiteljskem domu. Pozneje je kot redno nastavljen poučeval matematiko in fiziko na poljanski gimnaziji in bežigradski gimnaziji v Ljubljani, na gimnaziji v Postojni in končno od l. 1958 dalje do upokojitve l. 1975 na Cankarjevi gimnaziji v Ljubljani.

Ves čas po osvoboditvi je sodeloval v Društvu matematikov, fizikov in astronomov, kjer je bil vrsto let tajnik in kot tak duša društvenega delovanja, za kar je

dobil ob 25. obletnici Zveze društev matematikov, fizikov in astronomov Jugoslavije posebno diplomu. Poleg uspešnega pedagoškega dela, ki ga je močno izčrpavalo, in živahnega sodelovanja v našem strokovnem društvu pa je gojil še svojega nadvse prijetnega konjička: ptice pevke. Na področju ornitologije si je pridobil svetovni sloves; za amaterske zasluge na tem področju ga je Prirodoslovno društvo Slovenije izvolilo za svojega častnega člana.

Nenadna smrt prof. Franceta Šušteršiča je globoko pretresla njegove učence, ki se ga s hvaležnostjo spominjajo, njegove stanovske sodelavce, ki jim je bil vzoren tovariš in prijatelj; pogrešali pa ga bodo tudi njegovi drobni ptički, ki so ostali brez gnezda.

Alojz Vadnal

SODELOVANJE Z BEOGRADOM NA PODROČJU TEORIJE GRAFOV

Odkar se je pri nas nekaj ljudi začelo intenzivneje ukvarjati s teorijo grafov, skušamo navezati stike z drugimi raziskovalci v domovini in na tujem, ki delajo na tem področju.

Kolegi iz Beograda imajo bogato tradicijo in so znani po vsem svetu. Ukvarjajo se predvsem s spektralno teorijo grafov, z grafovskimi enačbami in ne nazadnje z uporabo grafov v kemiji. Pri nas je poudarek na topološki in algebrski teoriji grafov in še na algoritmih teorije grafov.

Z Beograjčani smo se neorganizirano sestali že večkrat. Za prvi organizirani sestanek pa smo izkoristili obisk enega vodilnih ameriških matematikov na področju grafov prof. Franka Hararya v Srbiji. Poslušali smo njegovo predavanje, ki ga je imel 21. 11. 1980 na Matematičnem inštitutu.

Naslednjega dne, 22. 11. 1980, je bil na Elektrotehnični fakulteti v Beogradu prvi sestanek Seminarja za teorijo grafov: Beograd-Ljubljana. Na seminarju, ki je trajal približno sedem ur, so predavali:

1. T. Pisanski, Neorijentabilni rod dekartovog proizvoda regularnih grafova
2. Z. Radosavljević, Neekvivalentne regularne faktorizacije regularnih grafova sa osam čvorova
3. V. Batagelj, Slučajno razbijanje grafa na k komponenata; bojenje grafova
4. S. Simić, Grafovske jednačine za grafove grana i razdaljinske grafove
5. B. Mohar, Bojenje grana jedne familije regularnih grafova
6. D. Cvetković, Kompjuterski sistem »Graph«
7. I. Gutman, Prilog spektralnoj teoriji stabala
8. A. Torgašev, Neki rezultati o spektrima beskonačnih grafova
9. D. Acketa, O E-mrežama i nekim vezama matroida i grafova

Sklenili smo, da bo naslednji sestanek seminarja ob koncu šolskega leta 1980/81 v Ljubljani.

Tomaž Pisanski

NOVI ČLANI DRUŠTVA V LETU 1980

1238. Bogatič Irena	1246. Germ Miroslav	1255. Marjanov Neda
1239. Bratina Ivan	1247. Gobec Monika	1256. Murovec Dušan
1240. Brglez Martin	1248. Grom Andreja	1257. Potočnik Aleksander
in Elizabeta	1249. Habič Marko	1258. Prijatelj Andreja
1241. Cijan Edvard	1250. Hajdinjak Anica	1259. Rojs Zlatko
1242. Dolenc Janez	1251. Kranjc Anton	1260. Rudel Breda
1243. Dulmin Marko	1252. Kribel Zvonko	1261. Velikonja Helena
1244. Dvoržak Bojana	1253. Križnik Rajko	1262. Zajc Danilo
1245. Frangež Stanislava	1254. Lavrač Nada	

Lani je izpolnilo pristopnico 25 novih članov društva. V večini primerov so to absolventi matematike in mlajši diplomanti. Razen teh rednih članov se je na Obzornik za matematiko in fiziko naročilo še 12 rednih študentov matematike in fizike. Društveno revijo je prenehalo prejemati 38 članov (odpoved, preselitev, smrt), 30 pa smo jih črtali s seznama članov zaradi nerednega plačevanja članarine in naročnine. Danes šteje naše društvo 782 članov.

Marija Hrovath, Ciril Velkovrh

SEZNAM DIPLOMANTOV PRVE, DRUGE IN TRETJE STOPNJE IZ MATEMATIKE IN FIZIKE TER RESUMEJI DOKTORSKIH DISERTACIJ V LETU 1980*

Pedagoška akademija — Maribor

Matematika-fizika		
211. Anica Vehovar	222. Branko Kancler	209. Andrej Kodela
212. Vitoslava Božič	223. Vincenc Zobec	210. Franc Glazer
213. Ferdinand Mahkovec	224. Majda Kolenko	211. Silvester Arnečič
214. Marko Brumen	225. Marija Goričan	212. Ivan Furjan
215. Ivan Miklavc	226. Magda Pestotnik	213. Angela
216. Frančiška Šmid	227. Marija Rizman-Holc	Pungeršek-Janšek
217. Anica Gradeščak	228. Štefan Celec	214. Marjan Kovše
218. Sonja Poslek		215. Danijel Jakl
219. Ivan Kresnik	Tehniški pouk-fizika	216. Jožefa Kričej-Viher
220. Marina Korepec	206. Marijan Kajnčan	217. Ivan Brodar
221. Ivanka Turinek	207. Darinka Benko	218. Anton Pogelšek
	208. Anica Pukšič	219. Dušan Lavrič

Pedagoška akademija — Ljubljana

Matematika-fizika		
541. Jurij Slapnik	551. Lojzka Petek	562. Romana Kranjc
542. Veronika Antolič	552. Aleksander Potočnik	563. Ida Zorman
543. Miroslava Debeljak	553. Nevenka Černe	
544. Silva Slokan	554. Oleandra Dekleva	Tehnična vzgoja-fizika.
545. Sonja Tomšič	555. Maja Korenč	564. Marija Golmajer
546. Marija Gašperin	556. Jožica Golob	565. Ivana Madronič
547. Majda Kalan	557. Milenka Cerovski	566. Janez Burger
548. Marija Kirn	558. Francka Vižintin	567. Franc Divjak
549. Marjana Kogelnik	559. Marjeta Cvirn	568. Bogdan Sušnik
550. Marija Pavec	560. Vanda Glavica	
	561. Vida Kovačič	

Fakulteta za naravoslovje in tehnologijo

Matematika — pedagoška smer

322. Smiljana Vončina	Abelove grupe brez torzije
323. Gabrijela Selevšek	Splošne afine in projektivne ravnine
324. Franc Oblak	Poskus izgradnje elementarne geometrije brez uporabe realnih števil
325. Marija Zidarič	Rešeta in njihove uporabe
326. Alojzija Hržica	Jacobi-Perronov algoritem (njegova teorija in uporaba)
327. Andrej Ruter	Zvezne igre
328. Franc Rant	Evklidski kolobarji
329. Edvard Cijan	Aritmetika krožnodelitvenega polja
330. Bojana Dvoržak	Konstrukcije z ravnilom in šestilom
331. Marija Šušteršič	Krivulje tretje stopnje
332. Soraya Sternad	Lokalni kolobarji holomorfni funkcij
333. Irena Lapajne	Številski obsegi
334. Mira Špur-Babič	Geometrično reševanje enačb
335. Tatjana Gantar	Racionalne aproksimacije s pitagorejskimi števili
336. Anica Hajdinjak	Kroneckerjev izrek
337. Frančiška Doberšek	Laplaceova transformacija
338. Loris Kragelj	Fermatov problem
339. Terezija Igrišnik	Afina diferencialna geometrija v ravnini
340. Majda Juren	Linearna algebra in nekateri problemi prostorske geometrije
341. Igor Meze	Enakomerna porazdelitev zaporedij po modulu 1
342. Anica Dacar	Nekaj lastnosti kroga
343. Alenka Kovačič	Gaussovi kolobarji z delitelji nič
344. Marta Novak	Trigonometrijske in Fourierove vrste

* Seznam diplomantov iz leta 1979 je bil objavljen v Obzornik mat. fiz. 27 (1980) 127—IV.

Matematika — tehniška smer

- | | |
|---------------------------|--|
| 213. Sergej Kapus | Hilbertova transformacija |
| 214. Franc Forstnerič | Projekcijske metode |
| 215. Zvonko Kribel | Spektralna razčlenitev normalnega operatorja |
| 216. Boža Jakopin | Lastnosti stabilnih porazdelitev |
| 217. Danijela Maver | Geometrična karakterizacija C^1 mnogoterosti |
| 218. Igor Perko | Enakomerno najmočnejši testi |
| 219. Štefan Kirn | Rombergova metoda |
| 220. Eva Battestin-Zagorc | Lokalni limitni izreki |
| 221. Alenka Drobnič | Prostori H^p |
| 222. Boris Mitrovič | Natančne metode za numerično reševanje navadnih diferencialnih enačb |
| 223. Ana Bratuž | Delone-Nagellov izrek |
| 224. Janez Gros | Numerično reševanje predoločenih sistemov linearnih enačb |
| 225. Alenka Kebelj | Aproksimacija podatkov z zlepkami po metodi najmanjših kvadratov |
| 226. Rajko Sabo | Modeliranje namišljene telefonske centrale s sočasnimi procesi |

Matematika — teoretična smer

- | | |
|-------------------|---|
| 1. Matija Cencelj | Teorija homologije za večlične preslikave |
|-------------------|---|

Fizika — pedagoška smer

- | | |
|-------------------|--------------------|
| 55. Viljem Limoni | 57. Miha Zalokar |
| 56. Matija Tasič | 58. Danila Žlender |

Fizika — tehniška smer

- | | |
|----------------------------|--|
| 312. Irena Mele | Študij inkomenzurabilnega faznega prehoda v $(\text{NH}_4)_2\text{BeF}_4$ s pomočjo jedrske magnetne resonance |
| 313. Štefan Peterlin | Določitev množine v sunku sproščenega plina v visokem in ultravisokem vakuumu za vodik in helij |
| 314. Angela Koprivec-Lebar | Merjenje hidratacijske toplote cementa |
| 315. Stanislav Južnič | Študij inkomenzurabilnega faznega prehoda v Rb_2ZnCl_4 |
| 316. Igor Likar | Merjenje linearnega odziva mehanskega sistema z metodo slučajne motnje |
| 317. Peter Panjan | Razpršitveni koeficienti pri visokem ionskem bombardiranju |
| 318. Damir Zajc | Recirkulacija elektronov v Linacu |
| 319. Peter Križan | Odboj zvoka na adsorbirajoči površini |
| 320. Rajko Javornik | Interferenčne meritve z ultrazvokom |
| 321. Darko Korbar | Račun transporta negativnih pionov za meritve redkega razpada $e^+ e^-$ |
| 322. Viktor Tomazin | Superprevodni kvantni magnetometer squib |

Meteorologija

- | | |
|------------------|---|
| 33. Lučka Kajfež | Talne in dvignjene temperaturne inverzije |
| 34. Samo Rink | Radarska merjenja padavin |

Matematika — III. stopnja

- | | |
|--------------------|---|
| 14. Gorazd Lešnjak | Aproksimacija v kompleksni ravnini in analitična kapaciteta |
|--------------------|---|

Naloga predstavlja pregled novejših spoznanj v teoriji enakomerne aproksimacije na kompaktnih podmnožicah kompleksne ravnine. V prvem delu spoznamo Vituškinovo konstruktivno shemo aproksimacije in rezultate, ki jih je ta metoda dala. Drugi del prinaša uporabo omenjene metode pri aproksimaciji po točkah z zaporedji enako omejenih funkcij. Pojmu, lastnostim in znanemu vprašanju o semiaditivnosti analitične kapacitete, ki je pomembna v konstruktivni teoriji aproksimacije, je posvečen tretji del naloge.

15. Bojan Magajna Hermitski svežnji in linearni operatorji

Delo obravnava lokalno ekvivalenco gladkih hermitskih vektorskih svežnjev nad odprto množico v kompleksni ravnini, opremljenih s povezavo, ki je združljiva s hermitsko metriko. Dobljene rezultate uporabi na problemu unitarne ekvivalence posebnega razreda operatorjev Hilbertovega prostora, katerih točkasti spekter vsebuje neprazno odprto množico.

16. Zlatan Magajna Bločni svežnji

Naloga obravnava Rourkovo in Sandersonovo teorijo bločnih svežnjev. V prvem delu avtor razvije osnovno geometrično teorijo bločnih svežnjev, preuči najvažnejši model bločnih svežnjev, to je regularne okolice kosoma linearnih podmnogoterosti, in obravnava bločno transversalnost kosoma linearnih mnogoterosti. V drugem delu uvede Δ -množice in glavne Δ -svežnje. Vsakemu bločnemu svežnju priredi neki glavni Δ -sveženj, konstruira univerzalni bločni sveženj in obravnava odnos med bločnimi in vlaknatimi svežnji ter še nekatere probleme iz teorije transversalnosti kosoma linearnih mnogoterosti.

17. Dušan Hvalica Inducirani moduli in inducirane upodobitve lokalno kompaktnih grup

Definiran je tip bilinearnih preslikav in z njim moduli (nad algebrami) tega tipa; za polrazdelne tipe bilinearnih preslikav je dan potreben in zadosten pogoj za to, da funktor restrikcije med kategorijami modulov nekega tipa premore levi oziroma desni adjungirani funktor; dani sta tudi konstrukciji teh funktorjev. Obdelan je primer lokalno konveksnih modulov nad grupno algebro $\mathcal{C}'(G)$ lokalno kompaktne grupe G ; opisana je kategorija razdelno zveznih upodobitev te grupe, ki je izomorfna kategoriji lokalno konveksnih $\mathcal{C}'(G)$ -modulov. Definirane so levo in desno inducirane razdelno zvezne upodobitve lokalno kompaktne grupe in opisana zveza desno induciranih razdelno zveznih upodobitev z upodobitvami, induciranimi v Mackeyjevem smislu.

18. Bogdan Kejžar Tomita-Takesakijeva teorija

Vsakemu cikličnemu in ločujočemu vektorju von Neumannove algebre M je prirejena krepko zvezna enoparametrična grupa unitarnih operatorjev Δ^{it} in konjugirana linearna izometrična preslikava J , tako da velja

$$\Delta^{it}M\Delta^{-it} = M \quad \text{in} \quad JMJ = M', \quad (M' \text{ je komutant algebre } M)$$

Grupa Δ^{it} je karakterizirana v jeziku Kubo-Martin-Schwingerjevega pogoja. Leve Hilbertove algebre so obravnavane z omejenimi operatorji. Za te algebre so dokazani podobni rezultati kot za von Neumannove algebre s cikličnim in ločujočim vektorjem.

Fizika — III. stopnja

- | | |
|-------------------|--|
| 62. Marijan Maček | Domenska struktura instrumentalne faze Cr_5Al_8 |
| 63. Žiga Šmit | Izdelava in postavitve aparature za meritve s kanaliziranimi protoni |

Matematika — doktorske disertacije

22. Matjaž Omladič Spektralni invariantni podprostorji omejenih operatorjev

V tem delu vpeljemo neko posplošitev pojma spektralnega operatorja na Banachovem prostoru. Za spektralne operatorje se zahteva, da imajo enakomerno omejeno spektralno razčlenitev enote, v naši posplošitvi pa dopuščamo možnost, da razčlenitev enote ni enakomerno omejena ali pa so posamezni projektorji iz te razčlenitve celo neomejeni. Pod določenimi pogoji lahko po takih projektorjih integriramo v novih prostorih, ki so glede na prvotni prostor »notranji« in (ali) »zunanjí«.

68. Danilo Pumpernik Študij dinamike v nekaterih vodikovo vezanih sistemih

Delo obravnava z metodo molekulske dinamike dinamiko v kapljevini in kristalu, kjer je bistvena intermolekularna interakcija vodikova vez. Iz rešitve gibalnih enačb posebej za vsak atom znotraj molekule sledi opis njihovega vibracijskega gibanja. Za sistem v kapljevinski fazi so določene avtokorelacijske funkcije, ki so povezane z eksperimentalnimi rezultati infrardeče, ramanske in rentgenske spektroskopije ter spektroskopije jedrske magnetne resonance. Z izvirnim pristopom je izračunana oblika absorpcijske črte infrardeče svetlobe za valenčno nihanje protonov. V kristalu je obdelan zlasti vpliv potenciala v vodikovi vezi na vibracijski spekter. Delo kaže, da je metoda molekulske dinamike primerna tudi za opis drugih pojavov, kot so na primer strukturni fazni prehodi.

69. Venceslav Rutar Študij faznih prehodov s pomočjo NMR visoke ločljivosti

V delu so z nuklearno magnetno resonanco visoke ločljivosti obdelani fazni prehodi. V KD_2PO_4 in CsD_2PO_4 imamo čista strukturna prehoda tipa red-nered, ki ju ne povzročajo elektronske nestabilnosti. $(\text{C}_{10}\text{H}_{21}\text{NH}_3)_2\text{CdCl}_4$ je model smektičnega lipidnega dvosloja, vgrajenega v kristalno matriko. Protonsko ojačana ^{13}C NMR je dala ureditvene parametre za posamezne segmente na verigi. Spektri ^{87}Rb in ^9Be kažejo, da model »ravnega vala« ustrezno opiše inkomenzurabilne faze. Meritve relaksacijskega časa T_1 pa so omogočile prvo določitev prispevka faznega načina nihanja.

70. Aleš Stanovnik Meritev povratnega elastičnega sipanja pionov na devteronih v območju resonance (3,3)

Teoretični opisi povratnega elastičnega sipanja pionov na devteronih so zelo občutljivi za detajle interakcij. Da bi omogočili bolj kritičen preizkus natančnosti teoretičnih računov, smo iz štirih večžičnih proporcionalnih komor, dveh števecv Čerenkova in desetih scintilacijskih števecv sestavili poseben širokokotni detekcijski sistem, ki na podlagi kotne korelacije ter energijskih izgub in dosega odrinjenega delca identificira elastične dogodke. Izmerili smo povratno elastično πd sipanje med 130° in 175° pri energiji 141, 177 in 260 MeV za pozitivne in 151, 185 in 189 MeV za negativne vpadle pione.

71. Janez Slak Študij dinamike feroelektrikov s pomočjo meritev disperzije jedrskih spin-mrežnih relaksacijskih časov

V bližini feroelektričnega faznega prehoda se v spektru fluktuacij parametra urejenosti pojavi centralni vrh zaradi nastanka skupkov urejene faze nad temperaturo prehoda. V delu je bila z merjenjem frekvenčne in temperaturne odvisnosti spin-mrežnih relaksacijskih časov določena oblika spektra fluktuacij parametra urejenosti v kvazi eno-, kvazi dvo- in trirazsežnih feroelektričnih kristalih. Obravnavano je razmerje širine centralnega vrha in mehkega nihanja in vpliv devteracije kristalov in anizotropije interakcij na to razmerje.

Rezultati meritev JRM kažejo, da v sistemih v bližini T_c obstajata dve različni vrsti fluktuacij parametra urejenosti: visokofrekvenčno mehko nihanje in centralni vrh. Kritično vedenje sistema v bližini T_c določa dinamika skupkov.

72. Rafael Martinčič Integralni preseki za sevalno zajetje nevtronov

Delo obravnava meritve spektrov in integralnih presekov iz sevalnega zajetja hitrih nevtronov z energijo 14.1 MeV v Sc, Y, Pr, Ho, Tl in Ta s teleskopskim scintilacijskim parskim spektrometrom, vodenim s procesnim računalnikom. Podana je tudi analiza integralnih presekov sevalnega zajetja nevtronov v dvanajstih jedrih na osnovi različnih pristopov direktno-semidirektnega modela. Iz analize sledi masna odvisnost jakosti sklopitvene funkcije vpadni delec—začetno jedro, ki še ni bila znana. Obdelana je uporabnost direktno-semidirektnega modela za opis zajetja protonov preko dipolne veleresonance in višjih multipolnih veleresonanc. Sklopitvena funkcija je kompleksna tudi pri opisu zajetja preko veleresonanc višjih multipolov.

73. Girgis Graiss Farah Površinska struktura izločkov v nekaterih aluminijevih zlitinah

Delo obravnava elektronsko mikroskopske raziskave rasti, morfologije in površinske strukture izločkov faze η (Al_2Au) v zlitini Al-0.026 at. % Au in vpliva primesi nanje. Zaradi različnih interakcij primesnih atomov (Ag: $c \leq 0,78$ at. %; In: $c \leq 0,26$ at. %) z drugimi strukturnimi defekti v zlitinah povzročajo ti dodatki nastanek finejših in gostejših disperzij kot v osnovni zlitini. Primesni atomi tudi pospešijo nastanek nekoherentnih mejnih površin med izločki in matrico. Ta proces poteka monotonno z rastočo temperaturo staranja, in sicer z adsorpcijo matričnih dislokacij ali pa z nukleacijo dislokacijskih zank na robovih izločkov.

74. M. Raushdy Sabry Študij liotropnih tekočih kristalov in tiksotropnih koloidnih suspenzij z ultrazvokom

Delo obravnava raziskavo srednje faze liotropnega kristala in lastnosti tiksotropnih koloidnih suspenzij z ultrazvočno pulzno metodo. Liotropni tekoči kristal je bil mešanica natrijevega decil sulfita, dekanola in vode. Izmerjeni so koeficienti dušenja in hitrosti ultrazvoka s frekvenco 5, 15 in 25 MHz v temperaturnem intervalu od 293 K do 348 K. Anomalije pri absorpciji in hitrosti zvoka so povezane s kritičnimi pojavi ob prehodu tekočega kristala iz srednje heksagonalne faze v izotropno fazo.

Pri študiju tiksotropnih snovi je bil vzorec $\beta\text{-FeOOH}$ koloidna suspenzija. Koeficient dušenja ultrazvoka, ki je sorazmeren z dinamično viskoznostjo, upada pri prehodu iz sola v gel. Strukturni korelacijski čas je okoli 10^{-6} in se podaljša pri prehodu suspenzije v gel.

NOVE KNJIGE

Lavo Čermelj, *Materija in energija v sodobni fiziki*, Ljubljana, Slovenska matica, 1980, 170 str. Cena 350.— din.

Zaradi znanih težav pri izdajanju matematičnih in fizikalnih knjig se razveselimo vsake nove take knjige. To velja tudi za Čermeljevo *Materijo in energijo* še posebej zato, ker začenja pri Slovenski matici *Naravoslovno knjižnico*. Njenemu uredniku Francetu Križaniču in knjižnici sami želimo v prihodnosti še veliko uspehov.

Materija in energija je posebnost, saj je ponatis 57 let starejše izdaje. Knjižica naj bi počastila devetdesetletnico profesorja dr. Lava Čermelja. Žal pa avtor njenega izida ni dočakal. Zanimiva je predvsem z zgodovinskega gledišča, saj je prvič izšla, preden je bila končana stara kvantna mehanika (z de Brogliejevim »materijskim valovanjem« 1924) in seveda pred nastankom kvantne mehanike (1926—1930) ter pred odkritjem nevtrona (1932) in cepitve uranovega jedra (1939). Vsebina, ki jo sestavljajo tri poglavja — atomi in molekule, ioni in elektroni, žarkovna energija, zbuja vse spoštovanje. Knjižica je predstavila v nezahtevni obliki Slovencem fiziko, ki je bila tedaj popolnoma nova. Kot pravi Anton Peterlin, ki je prispeval daljši predgovor, tedaj razen krajših člankov v nekaterih revijah (*Proteus* je začel izhajati šele 1934) in nekaj močno zastarelih knjižic »ni bilo ničesar, kar bi dalo slovenskemu bralcu slutiti, da se odpirajo v fizičnem svetu popolnoma novi pogledi, ki utegnejo spremeniti vse, kar vemo o osnovah našega sveta«.

Knjižica je še danes prijetno branje. Le malo trditev v njej je treba popolnoma preklicati. Jezik z nekoliko starinskim nadihom ne moti. Knjižica je dostojen spomin avtorju, ki je bil eden izmed začetnikov poljudnega pisanja pri nas. Poleg *Materije in energije* fiziki najbolj poznajo knjigo *V svetu atomov*. Pomembne so bile tudi njegove učne knjige za astronomijo in geometrijo. Napisal je več knjig o naših znanih fizikih. Bil je med ustanovitelji prvega in dolgo edinega poljudno-znanstvenega naravoslovnega lista *Proteus*, njegov dolgoletni urednik in naposled častni urednik. Z vsem tem je opravil velikansko delo.

Janez Strnad

NOVE KNJIGE

Vertes A., Korecz L., Burger K., Mössbauer spectroscopy. — Budapest : Akademiai Kiado, 1979, 432 str.

Namen avtorjev — dveh kemikov in enega fizika — je, da obdelajo zlasti Mössbauerjevo spektroskopijo zamrznjenih raztopin in njeno aplikacijo v kemiji raztopin in v koordinacijski kemiji. Delo ima sicer pet poglavij (Fizikalne osnove Mössbauerjeve spektroskopije, Aplikacije Mössbauerjeve spektroskopije v neorganski kemiji, Mössbauerjev efekt v zamrznjenih raztopinah, Aplikacija Mössbauerjevega efekta pri bioloških raziskavah in Metalurške študije), vendar vsa poglavja niso obdelana enako široko. Tako je na primer v prvem poglavju pri merskih tehnikah le ena referenca, pri ocenjevanju merskih rezultatov pa sedem. Zelo bogat je seznam referenc pri že omenjenih ključnih poglavjih — po več sto, kar daje knjigi tudi težo. Fizik, ki bi jo kot monografijo vzel v roke, da si pridobi pregled nad vsem področjem ali da si najde manj obdelano področje z zanimivimi problemi, bi ostal skoro praznih rok. Zato pa bo knjiga zelo koristna raziskovalcu, ki si bo kupil enega sodobnih mössbauerskih spektrometrov z namenom, da se čim hitreje vključi v raziskave na enem od široko obdelanih področij knjige.

Jože Pahor

Stefanini B., Fortran V : Viši tečaj. — Školska knjiga : Zagreb, 1979, 122 str.

Računalništvo je v zadnjih letih napravilo velikanske skoke. Najbolje se vidi, kaj vse se je v desetih ali petnajstih letih spremenilo na tem področju, če pogledamo stare ali zastarele izdelke. Med te izdelke sodijo sami računalniki — nekdanji veliki, danes majhni, pa jeziki, programi itd. In med te izdelke sodijo tudi učbeniki. Žal je med takimi učbeniki tudi knjiga Božidarja Stefaninija.

Knjiga je nadaljevanje učbenika Fortran V — osnovni tečaj, ki je bila prirejena za računalnik IBM 1130. Pričujoča knjiga skuša prodati Fortran, kakor ga pozna računalnik UNIVAC 1110.

Ker so pri nas računalniki IBM 1130 večinoma že odpisani, računalniki UNIVAC 1110 pa precej redki in ker imamo na voljo boljše učbenike programskega jezika Fortran, bo knjiga Božidarja Stefaninija na Slovenskem imela bore malo bralcev.

Tomaž Pisanski

Winfrey Arthur T., The geometry of biological time. Biomathematics, vol. 8. Springer Verlag, New York, Heidelberg, Berlin 1980, 530 + XIV strani.

Knjiga je posvečena dinamiki bioloških procesov. Je tipičen primer interdisciplinarnega področja: resen bralec mora poznati več področij znanosti: biologijo, medicino, kemijo, fiziko in matematiko.

Prvih 10 poglavij opisuje in proučuje predvsem v času se ponavljajoče procese, v glavnem v živi naravi, naslednjih trinajst poglavij je posvečenih posameznim periodičnim procesom. Naj navedem nekaj tem: energijski metabolizem; rast in regeneracija; tvorba vzorcev pri glivah; cvet kalanhoje; ženski cikel.

Pri opisu pojavov je poudarek na matematični obravnavi. Ta sodeluje na štiri načine: elementarno računstvo, obravnava pojavov z računalnikom, klasična elementarna analiza pri izpeljavi kvantitativnih zkonitosti, topologija za kvalitativni opis pojava.

Iz povedanega je prav gotovo očitno, da je knjiga namenjena in dostopna v prvi vrsti resnim raziskovalcem bioloških procesov z matematičnim orodjem.

Anton Suhadolc

Stochastic Behavior in Classical and Quantum Hamiltonian Systems, Berlin ; Springer, Lecture Notes in Physics, Vol. 93 (1979).

Knjiga je zbirka predavanj o problemu stohastičnih poti in ergodično zapolnjenih območij faznega prostora pri sistemih, za katere veljajo sicer deterministične Newtonove enačbe gibanja. To področje klasične in kvantne mehanike je doživelo velik razcvet v zadnjih, recimo, sedmih letih. Prispevki so vzeti iz analize gibanja treh teles, iz nebesne mehanike, kjer je problem povezan z vprašanjem obstoja konstant gibanja, različnih od energije in vrtilne količine in iz sistemov z nelinearnimi sklopitvami z izčrpno analizo že klasičnega Hénon-Heilesovega hamiltoniana za dvodimenzionalni oscilator s kubičnimi členi. Več prispevkov je tudi posvečeno semiklasični metodi kvantiziranja in iskanju gostote energijskih stanj v primerih, v katerih imamo takšne kaotične poti. Vsekakor je knjiga koristen priročnik za raziskovalce, ki delajo na tem novem področju ali pa se vanj uvajajo.

Lovro Pičman

IZDAVAČKA, GRAFIČKA I KNJIŽARSKA RADNA ORGANIZACIJA »SVJETLOST« SARAJEVO

Dio izdavačkov programa »SVJETLOST« obuhvata literaturu za predškolske ustanove, osnovne, srednje i više škole i fakultete. Od toga bogatog asortimana izdanja izdvojili smo neke naslove iz oblasti matematike i informatike za više škole i fakultete, za koje vjerujemo da će Vam biti zanimljivi, a koje možete naručiti:

Cena v din		
1. V. Perić	ALGEBRA I, prsteni i moduli, linearna algebra	350.—
2. V. Perić	ALGEBRA II, opšte algebarske strukture, teorija polja, algebarske jednačine	250.—
3. S. Elazar	MATEMATIČKA STATISTIKA	80.—
4. Perić, Tomić	ZBIRKA RIJEŠENIH ZADATAKA IZ MATEMATIKE II, sveska I: diferencijalne jednačine	50.—
5. Perić, Tomić, Karačić	ZBIRKA RIJEŠENIH ZADATAKA IZ MATEMATIKE II, sveska II: diferencijalna geometrija, višestruki linijski i površinski integrali, vektorska analiza	70.—
6. Perić, Tomić, Karačić	ZBIRKA RIJEŠENIH ZADATAKA IZ MATEMATIKE II, sveska III: funkcije kompleksne promjenljive, redovi, Laplasova transformacija	70.—
7. M. Klišić	ZBIRKA RIJEŠENIH ZADATAKA IZ MATEMATIKE I, neodređeni integral	80.—
8. Grupa autora	ZBIRKA ZADATAKA IZ TEORIJE FUNKCIJA KOMPLEKSNE PROMJENLJIVE	70.—
9. Fatkić, Dragičević	ZBIRKA ZADATAKA: Diferencijalni račun funkcija dviju i više promjenljivih — za studente elektrotehničkog fakulteta	150.—
10. Fatkić, Dragičević	ZBIRKA ZADATAKA: Određeni i višestruki integrali — za studente elektrotehničkih fakulteta	150.—
11. Matej, Halraje	UVOD U DIGITALNE RAČUNARE	50.—
12. S. Alagić	PRINCIPI PROGRAMIRANJA	100.—
13. Vuletić, Ljubović	PROGRAMIRANJE (FORTRAN)	
14. S. Muftić	OSNOVNI ELEMENTI KOMPJUTERSKIH SISTEMA	140.—
15. S. Muftić	SIGURNOST KOMPJUTERSKIH SISTEMA	200.—

Gl. naročilnico na str. 106

3.

Zakrajšek E.
FORTRAN

250.— din (200.— din)

4.

Zakrajšek E.
Programski
jezik
PASCAL

70.— din (56.— din)

7.

Križanič F.
LINEARNA
ALGEBRA

100.— din (80.— din)

150.— din (120.— dir)

11.

Suhadolc A.
LINEARNI
TOPOLOŠKI
PROSTORI
1. del

12.

Wirth N.
RAČUNALNIŠKO
PROGRA-
MIRANJE

250.— din (200.— din)

13.

Petek P.
VAJE IZ
DIFERENCIALNIH
ENAČB

225.— din (180.— din)

14.

Nadrah N.
COBOL

250.— din (200.— din)

60.— din (48.— din)

15.

Kramar E.
ZBIRKA NALOG
IZ VERJETNOS-
NEGA RAČUNA
1. del

Založila Komisija za tisk DMFA SRS
61001 Ljubljana, Jadranska c. 19