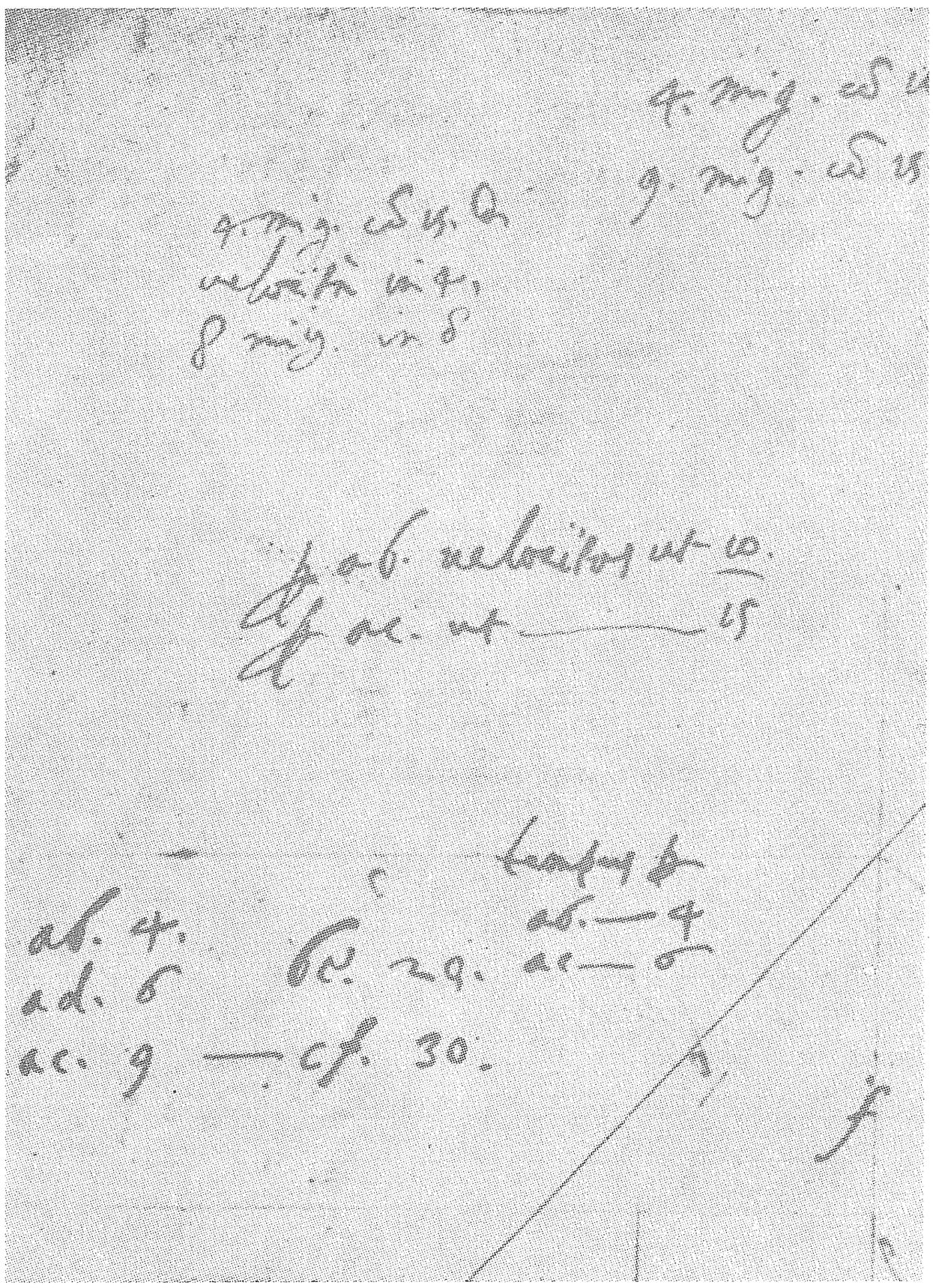
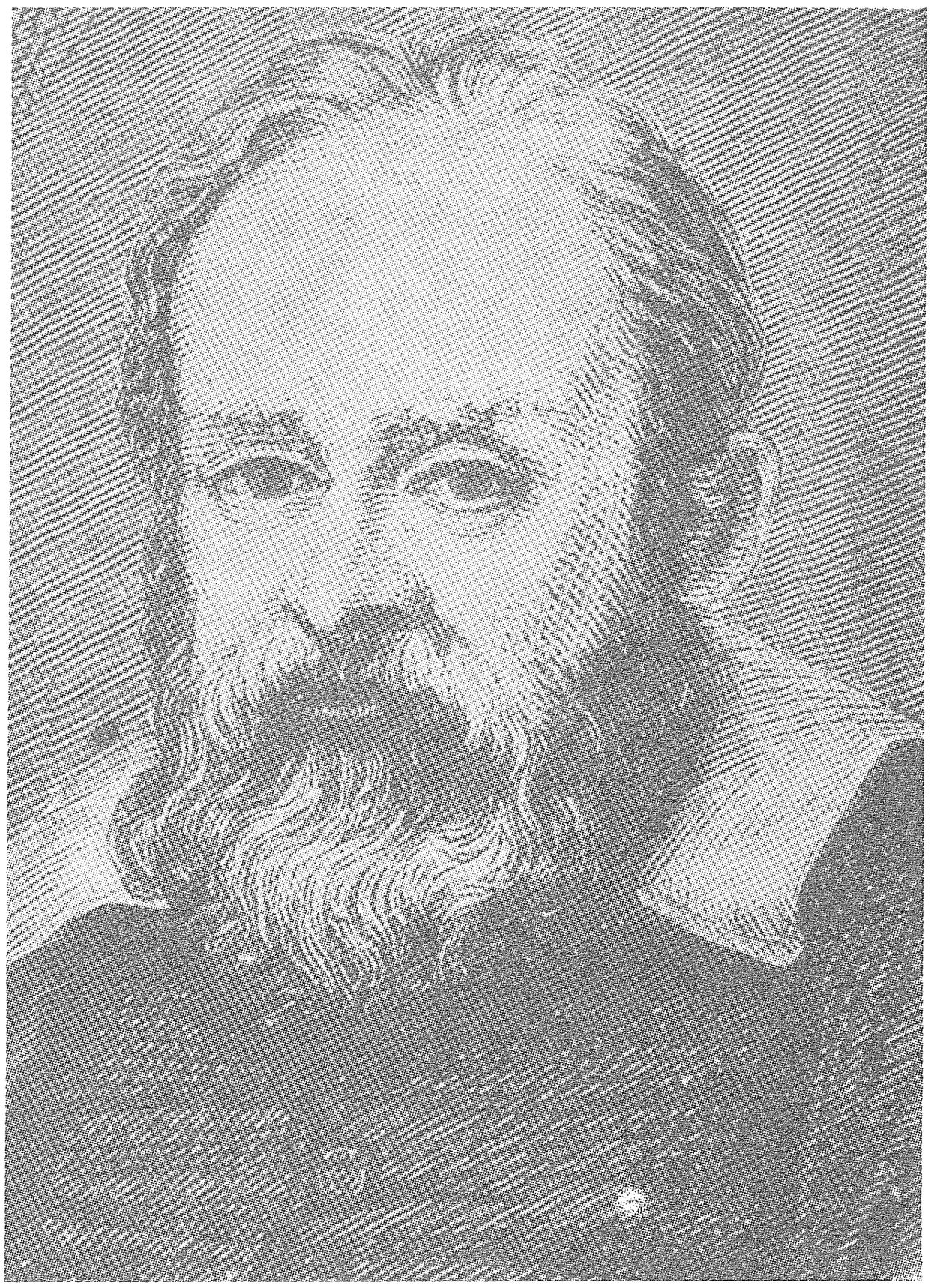
IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

1980
Letnik 27
5

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO





OBZORNIK MAT FIZ • LJUBLJANA • LETNIK 27 • ŠT 5 • STR 129—160 • SEPTEMBER 1980

LETNIK 27. — ŠTEVILKA 5

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, SEPTEMBER 1980

Glavni in odgovorni urednik: Janez Strnad.

Uredniški odbor: France Avsec, gimnazija Kranj; Robert Blinc, FNT; Alojz Kodre, FNT; France Kvaternik, tehniška šola za lesarstvo, Ljubljana; Peter Legiša, FNT; Jože Lep, VTŠ, Maribor; Anton Moljk, FNT; Mitja Rosina, FNT; Tomaž Skulj, Iskra, Ljubljana; Janez Strnad (urednik za fiziko), FNT; Anton Suhadolc (urednik za matematiko), FNT; Ciril Velkovrh (urednik), FNT; Ivan Vidav, FNT; jezikovni pregled Marija Janežič, inštitut za slovenski jezik SAZU. Slike je narisal Miha Štalec.

Naročnina: za posameznike 200.— din (za člane društva je že vračunana članarina), za dijake in študente 100.— din, za ustanove in podjetja 250.— din, za tujino 20 $ = 400.— din, posamezna številka 50.— din, dvojna številka 100.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: **Komisija za tisk DMFA SRS**, 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p. p. 227, tel. št. 265-061/53, žiro račun 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki 32009-007-900.

Tiska tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani, Kopitarjeva ul. 2. Naklada 1400 izvodov.

Izdajo revije sofinancirata Izobraževalna skupnost Slovenije in Raziskovalna skupnost Slovenije.

© 1980 DMFA SRS — 467

YU ISSN 0473-7466

Poštnina plačana na pošti 61102 Ljubljana

VSEBINA

Članki
O nekem robnem problemu (Anton Suhadolc) 129
Galileo Galilei in poskusi s prostim padom (Janez Strnad) 137
Novice
Uranovi kolobarji (Marijan Prosèn) 146
Odgovori — Vprašanje 3 (Janez Žitnik) 147
Vprašanje — 117 (France Avčin) 148
Nove knjige (Janez Strnad, Ciril Velkovrh, Tomaž Pisanski, Jože Vrabec, Anton Suhadolc, Gabrijel Tomšič) 145, 149, 155
Domače vesti
Letno poročilo oddelka za matematiko IMFM za študijsko leto 1978/79 (Jože Vrabec 152
Nagrajenci Sklada Borisa Kidriča v letu 1980 (Zbral in uredil Ciril Velkovrh) 156
Poročilo o seminarju Zanimiva matematika (Martina Koman) 157
Obisk v Trstu (Karel Bajc) 160
3. evropski simpozij za stereologijo (Prev. in prir. Ciril Velkovrh) 160
Vabilo na 32. občni zbir DMFA SRS (Anton Suhadolc) . . . . . III, IV

CONTENTS

Articles
On a boundary value problem (Anton Suhadolc) 129
Galileo Galilei and the experiments on free fall (Janez Strnad) 137
News 146
Answers 147
Questions 148
Reviews 145, 149, 155
Home news 152

Na ovitku: Galileo Galilei (1564—1642) in del njegovega rokopisa, ki ga je razvozlal S. Drake.

Obzornik mat. fiz. 27 (1980) 5

O NEKEM ROBNEM PROBLEMU

ANTON SUHADOLC

Math. Subj. Class. (1980) 34 B 25

Sestavek obravnava lastni problem za linearno diferencialno enačbo drugega reda, pri kateri nastopa lastni parameter tudi v robnem pogoju.

ON A BOUNDARY VALUE PROBLEM

The paper discusses an eigenvalue problem for a linear differential equation of the second order, where the eigenvalue appears also in the boundary condition.

Dobro znana je tale naloga iz matematične fizike:

Struna je na enem koncu pritrjena. Na drugi konec je obešena utež z maso m. Ta konec drsi brez trenja po vertikalnem vodilu. Določi gibanje strune, če je znan začetni odmik iz mirovne lege in če v začetku struna miruje.

Naj bo dolžina strune enaka π, odmik iz mirovne lege pa ozačimo z $u(x, t)$. Nalogo formuliramo pri običajnih predpostavkah v matematični obliki takole:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad 0 \leqq x \leqq \pi, \quad t \geqq 0$$

$$u(0, t) = 0, \quad m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(\pi, t) = -T\frac{\partial u}{\partial x}(\pi, t) \tag{1}$$

$$u(x, 0) = f(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0 \tag{2}$$

V robnem pogoju (1) na desnem krajišču pomeni T napetost v struni.

Zgornjo parcialno enačbo rešujemo po Fourieru s separacijo spremenljivk. Rešitev iščemo z nastavkom $u(x, t) = y(x)z(t)$. Iz parcialne enačbe in pogojev (1) sledi

$$\frac{y''}{y} = \frac{1}{c^2}\frac{z''}{z} \tag{3}$$

$$y(0) = 0, \quad my(\pi)z''(t) = -Ty'(\pi)z(t)$$

Ker je v zgornji enačbi leva stran odvisna le od x, desna pa le od t, morata biti obe enaki isti konstanti, ki jo označimo z $-\lambda$:

$$y'' + \lambda y = 0, \quad z'' + c^2\lambda z = 0$$

Iz druge enačbe izrazimo $z''(t)$ in ga vstavimo v enačbo (3). Po krajšanju dobimo

$$\lambda c^2 m y(\pi) = Ty'(\pi)$$

Tako dobimo dve navadni diferencialni enačbi za funkciji y in z

$$y'' + \lambda y = 0, \quad y(0) = 0, \quad \lambda y(\pi) = \beta y'(\pi) \tag{4}$$

kjer je $\beta = T/mc^2 > 0$ in

$$z'' + \lambda c^2 z = 0 \tag{5}$$

Problem (4) je robni problem; ta ima netrivialne rešitve le za nekatere vrednosti parametra λ; te imenujemo lastne vrednosti problema (4). Privzemimo, da jih je števno mnogo, $\lambda_0, \lambda_1, \ldots$, pripadajoče rešitve so potem

$$y_n(x) = A_n \sin \sqrt{\lambda_n} x + B_n \cos \sqrt{\lambda_n} x$$

Robni pogoj $y(0) = 0$ pove, da je $B_n = 0$. Brez škode za splošnost smemo privzeti $A_n = 1$. Enačba (5) pa ima rešitve

$$z_n(t) = a_n \cos \sqrt{\lambda_n} ct + b_n \sin \sqrt{\lambda_n} ct$$

Rešitev $u(x, t)$ parcialne enačbe iščemo v obliki

$$u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sin \sqrt{\lambda_n} x \, (a_n \cos \sqrt{\lambda_n} ct + b_n \sin \sqrt{\lambda_n} ct)$$

Prvi od začetnih pogojev (2) nam da

$$f(x) = \sum_{0}^{\infty} a_n \sin \sqrt{\lambda_n} x \tag{6}$$

Drugi je gotovo izpolnjen, če vzamemo $b_n = 0$ za vse n.

Sedaj je jasno, kaj je naša naloga:

1. Določiti je treba lastne vrednosti in lastne rešitve enačbe (4).

2. Za dano funkcijo $f(x)$ je treba določiti razvojne koeficiente a_n v razvoju (6).

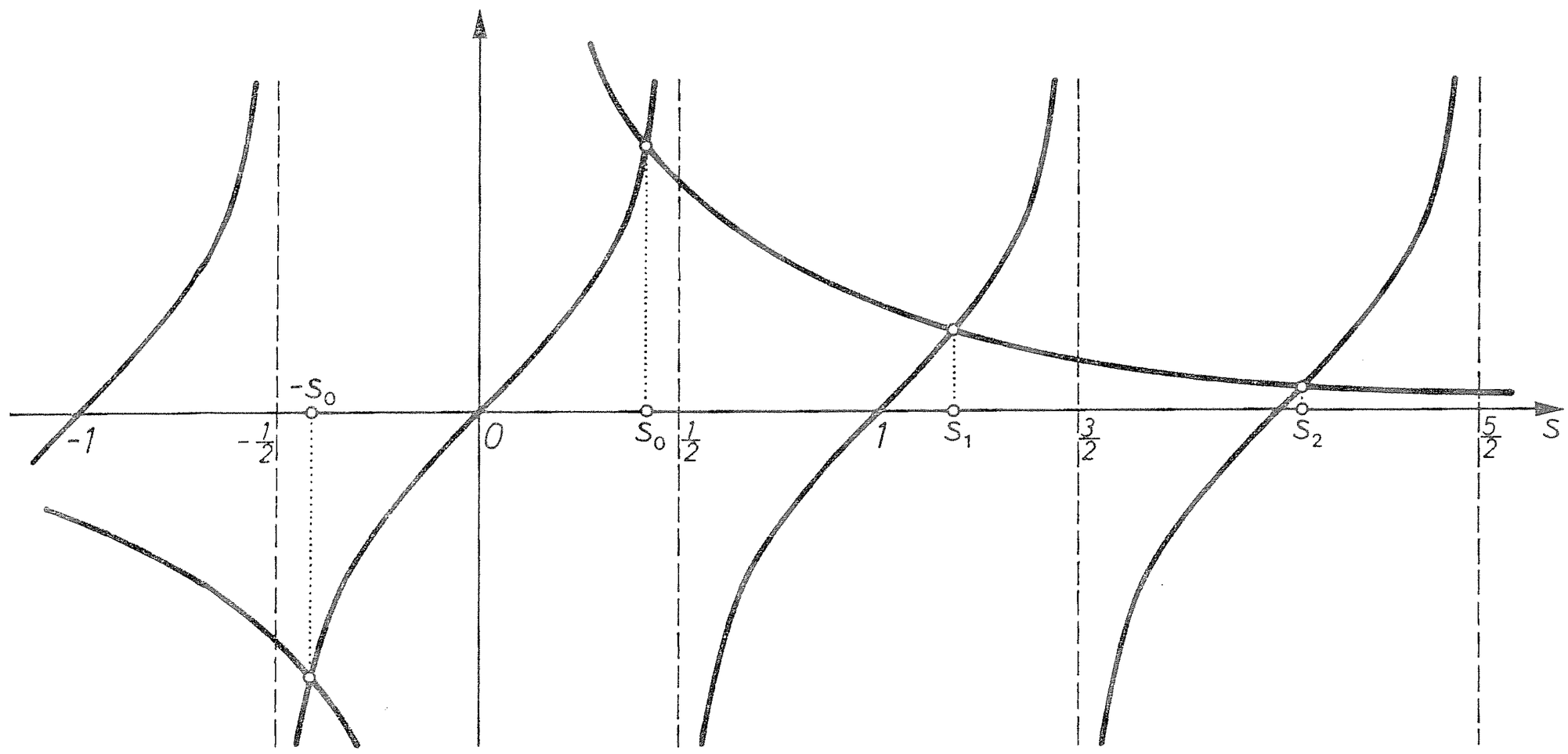
3. Treba je dokazati, da je vrsta (6) konvergentna in da jo smemo tudi členoma dvakrat odvajati.

Oglejmo si problem (4) podrobneje! Bralec, ki pozna klasični Sturm-Liouvillejev problem, bo opazil, da je v našem problemu novo le to, da nastopa λ tudi v robnem pogoju, glej enačbo (4). To povzroči, da problema (4) ni mogoče obravnavati kot lastni problem za sebi adjungirani operator v Hilbertovem prostoru $L^2(0, \pi)$. Vpeljimo še označbo $\lambda = s^2$. Rešitev enačbe (4), ki zadošča robnemu pogoju $y(0) = 0$, je $\sin sx$. Če naj ta zadošča še drugemu robnemu pogoju v enačbi (4), mora veljati enačba

$$s^2 \sin s\pi = \beta s \cos s\pi$$

Enačbo prepišemo v obliki $\operatorname{tg} s\pi = \beta/s$. Rešitev $s = 0$ prejšnje enačbe ne pride v poštev, ker je ustrezna lastna rešitev enačbe (4) identično 0. Enačba $\operatorname{tg} s\pi = \beta/s$ ima neskončno mnogo realnih rešitev $s_0, s_1, s_2, \ldots$, kot vidimo iz grafika. Negativnih ničel $-s_n$ ni treba upoštevati, ker dajo iste λ_n in iste lastne rešitve enačbe (4) kot pozitivne rešitve s_n. Ustrezne rešitve diferencialne enačbe (4) označimo takole

$$y_n(x) = \sin s_n x$$



Dobili smo torej zaporedje pozitivnih lastnih vrednosti in pripadajočih lastnih rešitev problema (4)

$$\begin{matrix} \lambda_0, & \lambda_1, & \lambda_2, & \ldots \\ y_0, & y_1, & y_2, & \ldots \end{matrix} \tag{7}$$

S tem smo odgovorili delno na vprašanje 1. Ne vemo namreč zagotovo, ali so v tabeli (7) zajete vse lastne rešitve in lastne vrednosti problema (4). Pri drugem vprašanju je težava v tem, da lastni funkciji y_n in y_m, $n \neq m$, nista ortogonalni v skalarnem produktu $(f, g) = \int_0^\pi f(x)\overline{g(x)}dx$. V našem primeru torej ne moremo ravnati pri določitvi koeficientov v razvoju (6) »kot običajno«, tako, da skalarno pomnožimo obe strani enačbe (6) z y_n.

Izpeljimo nekaj lastnosti problema (4).

1. Vse lastne vrednosti problema (4) so pozitivne.

Naj bo λ_0 lastna vrednost in y_0 lastna funkcija problema (4). Ta zadošča torej obema robnima pogojema iz enačbe (4). Enačbo

$$y_0'' + \lambda_0 y_0 = 0$$

množimo z $\overline{y_0}$ in dobljeno integrirajmo od 0 do π. Prvi člen dobljene enačbe obdelamo per partes

$$y_0'\overline{y_0}\Big|_0^\pi - \int_0^\pi |y_0'|^2 dx + \lambda_0 \int_0^\pi |y_0|^2 dx = 0$$

Ker je $y_0(0) = 0$, dobimo, upoštevaje še drugi robni pogoj v enačbi (4), $y_0'(\pi) = \frac{\lambda}{\beta} y_0(\pi)$

$$\lambda_0 \left(\frac{|y_0(\pi)|^2}{\beta} + \int_0^\pi |y_0|^2 dx \right) = \int_0^\pi |y_0'|^2 dx$$

Ker sta oba integrala pozitivni števili, prav tako $|y_0(\pi)|^2$, mora biti tudi λ_0 pozitivno število. Pri pozitivnih λ pa smemo predpostaviti, da so tudi rešitve enačbe (4) realne funkcije. Smemo torej privzeti, da so vse y_n realne. Od tod sledi, da so v tabeli (7) že vse lastne funkcije in lastne vrednosti, saj enačba $s \sin s\pi = \beta \cos s\pi$ po pravkar dokazanem nima kompleksnih korenov.

2. Naj bosta λ_1 in λ_2 različni lastni vrednosti, y_1 in y_2 pripadajoči lastni funkciji. Tedaj velja

$$\int_0^\pi y_1(x)y_2(x)dx + (1/\beta)y_1(\pi)y_2(\pi) = 0 \tag{8}$$

Iz predpostavk namreč sledi

$$y_1'' + \lambda_1 y_1 = 0$$

To enačbo množimo z y_2 in integriramo dobljeno od 0 do π. Prvi integral obdelamo dvakrat per partes

$$y_1'y_2\Big|_0^\pi - y_1y_2'\Big|_0^\pi + \int_0^\pi y_1y_2''dx + \lambda_1 \int_0^\pi y_1y_2dx = 0$$

Ker je y_2 tudi rešitev enačbe (4) pri λ_2, moremo v prvem integralu nadomestiti y_2'' z $-\lambda_2 y_2$. Pri izintegriranih členih upoštevamo robne pogoje in dobimo

$$(\lambda_1 - \lambda_2)\frac{y_1(\pi)y_2(\pi)}{\beta} + (\lambda_1 - \lambda_2)\int_0^\pi y_1(x)y_2(x)\,dx = 0$$

Ker je $\lambda_1 \neq \lambda_2$, smemo deliti z $\lambda_1 - \lambda_2$; tako dobimo enačbo (8). Razumeti jo moremo kot ortogonalnostno relacijo med lastnimi funkcijami za nov skalarni produkt

$$[f, g] = \int_0^\pi f(x)\,g(x)dx + (1/\beta)f(\pi)g(\pi) \tag{9}$$

ki je gotovo definiran na prostoru realnih zveznih funkcij na intervalu $[0, \pi]$. Od tu moremo čisto formalno izpeljati izraz za koeficiente a_n v formuli (6). Obe strani enačbe (6) množimo skalarno v smislu skalarnega produkta (9) z lastno funkcijo y_m

$$[f, y_m] = \sum_{n=0}^{\infty} a_n[y_n, y_m]$$

Ker velja za $m \neq n$ formula (8), so nič vsi členi na desni razen m-tega

$$a_m = \frac{[f, y_m]}{[y_m, y_m]} = \frac{\int_0^\pi f(x)y_m(x)dx + (1/\beta)f(\pi)y_m(\pi)}{\int_0^\pi y_m(x)^2dx + (1/\beta)y_m(\pi)^2}$$

$$m = 0, 1, 2, \ldots$$

Kratek račun nam da $\int_0^\pi y_m^2(x)dx + \frac{1}{\beta}y_m^2(\pi) = \frac{\pi}{2} - \frac{\sin 2s_m\pi}{4s_m} + \frac{1}{\beta}\sin^2 s_m\pi.$

Če še upoštevamo enačbo, ki določa števila s_m, moremo to izraziti v obliki

$$[y_m, y_m] = \pi/2 + \beta/(2(\lambda_m + \beta^2)) > 0 \tag{10}$$

Ta formalna izpeljava seveda nič ne pove o konvergenci vrste (6).

3. **Naj bo $f(x)$ zvezno odvedljiva funkcija na intervalu $[0, \pi]$. Tedaj konvergira vrsta**

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\int_0^{\pi} f(t) \sin s_n t \, dt}{[\sin s_n t, \ \sin s_n t]} \sin s_n x = f(x) \tag{11}$$

k $f(x)$ enakomerno na vsakem intervalu $[a, b]$ znotraj intervala $(0, \pi)$.

Trditev lahko povemo tudi takole: množica lastnih funkcij $\{y_n(x)\}$ tvori kompleten sistem, ki pa ni ortogonalen v običajnem smislu, temveč v skalarnem produktu (9).

Dokaz tega izreka je precej zamotan, čeprav so sredstva preprosta, elementarna analiza in poznavanje izreka o residuih iz teorije funkcij kompleksne spremenljivke. Ideja dokaza izvira od matematika D. Hilberta, če ni še starejša. Najprej konstruiramo dve rešitvi diferencialne enačbe (4), ki zadoščata začetnima pogojema

$$\varphi(0, \lambda) = 0, \quad \varphi'(0, \lambda) = -1 \tag{12}$$

$$\varkappa(\pi, \lambda) = \beta, \quad \varkappa'(\pi, \lambda) = \lambda \tag{13}$$

Rešitvi zlahka izračunamo

$$\begin{aligned} \varphi(x, \lambda) &= -(\sin sx)/s \\ \varkappa(x, \lambda) &= \beta \cos s(\pi - x) - s \sin s(\pi - x) \end{aligned} \tag{14}$$

Determinanto Wronskega teh dveh rešitev definiramo kot

$$\omega(\lambda) = \varphi(x)\varkappa'(x) - \varphi'(x)\varkappa(x)$$

Kratek račun pokaže, da je

$$\omega(\lambda) = \beta \cos s\pi - s \sin s\pi, \quad s = \sqrt{\lambda} \tag{15}$$

Naslednji korak je konstrukcija Greenovega operatorja. Lastnosti in motivacijo za to najdemo npr. v knjigi [2], str. 5—6. Definiramo

$$\Phi(x, \lambda) = \varkappa(x, \lambda)/\omega(\lambda) \int_0^x f(t)\varphi(t, \lambda)dt + \varphi(x, \lambda)/\omega(x) \int_x^{\pi} f(t)\varkappa(t, \lambda)dt \tag{16}$$

Iz formul (14) in (15) je razvidno, da so φ, $\varkappa$ in ω analitične funkcije spremenljivke λ na vsej kompleksni ravnini. Prepričajmo se o tem npr. za funkcijo $\varphi(x, \lambda)$:

$$\begin{aligned} \varphi(x, \lambda) &= -\sin sx/s = -(1/s) \sum_0^{\infty} (-1)^n (sx)^{2n+1}/((2n+1)!) = \\ &= -\sum_0^{\infty} (-1)^n (x^{2n+1}/(2n+1)!)\lambda^n \end{aligned}$$

Zadnja vrsta konvergira pri fiksnem x za vse kompleksne λ, torej je res analitična funkcija na vsej kompleksni ravnini spremenljivke λ. Podobno pokažemo za ostali funkciji. Funkcija $\omega(\lambda)$ ima v kompleksni ravnini ničle $\lambda_0, \lambda_1, \ldots$, saj so koreni funkcije $\omega(\lambda)$ isti kot koreni enačbe $\operatorname{tg} s\pi = \beta/s$, $\lambda = s^2$. Vidi se tudi, da so koreni enačbe (1) enostavni, kratek račun namreč pokaže, da velja

$$\omega'(\lambda_n) = -(\pi\sqrt{\beta^2 + \lambda_n} + \beta/\sqrt{\beta^2 + \lambda_n^2})/2s_n \neq 0 \tag{17}$$

Vzemimo v ravnini kompleksne spremenljivke λ sklenjeno krivuljo G_n, ki objema prvih $n+1$ ničel funkcije $\omega(\lambda)$ in integrirajmo enačbo (16) vzdolž te krivulje

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{G_n}\Phi(x,\lambda)d\lambda=\frac{1}{2\pi i}\int_{G_n}\left[\frac{\varkappa(x,\lambda)}{\omega(\lambda)}\int_0^x f(t)\varphi(t,\lambda)dt+\frac{\varphi(x,\lambda)}{\omega(\lambda)}\int_x^\pi f(t)\varkappa(t,\lambda)dt\right]d\lambda$$

Desna stran je enaka vsoti residuov v ničlah imenovalca, torej v točkah $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_n$, števci pa so analitične funkcije:

$$1/(2\pi i)\int_{G_n}\Phi(x,\lambda)d\lambda=\sum_0^n\left[\varkappa(x,\lambda_k)\int_0^x f(t)\varphi(t,\lambda_k)dt+\varphi(x,\lambda_k)\int_x^\pi f(t)\varkappa(t,\lambda_k)dt\right]\Big/\omega'(\lambda_k)$$

V točkah λ_k, kjer je $\omega(\lambda)=0$, sta rešitvi $\varkappa(x,\lambda_k)$ in $\varphi(x,\lambda_k)$ linearno odvisni, glej npr. [1], str. 164. Zato je $\varkappa(x,\lambda_k)=M_k\varphi(x,\lambda_k)$. Proporcionalnostno konstanto izračunamo tako, da vstavimo v to enakost npr. $x=\pi$

$$M_k=\varkappa(\pi,\lambda_k)/\varphi(\pi,\lambda_k)=-\beta s_k/\sin s_k\pi \tag{18}$$

Upoštevali smo robni pogoj (13) in enačbo (14). Zgornji integral dobi sedaj obliko

$$\frac{1}{2\pi i}\oint_{G_n}\Phi(x,\lambda)d\lambda=\sum_0^n\frac{M_k\varphi(x,\lambda_k)}{\omega'(\lambda_k)}\int_0^\pi f(t)\varphi(t,\lambda_k)dt$$

Tu upoštevamo še formule (17), (18) in (14), pa dobimo

$$\frac{1}{2\pi i}\oint_{G_n}\Phi(x,\lambda)d\lambda=\sum_0^n\frac{2(\beta^2+\lambda_k)}{\pi(\beta^2+\lambda_k)+\beta}\sin s_kx\int_0^\pi f(t)\sin s_kt\,dt \tag{19}$$

Funkcije $\sin s_kx$ so prav lastne funkcije y_k problema (4). Najbolj zahtevni del dokaza trditve 3 je tale. Pri primerni izbiri krivulje G_n se da dokazati, da konvergira leva stran v formuli (19) proti $f(x)$ za vse x znotraj intervala $(0,\pi)$, vrsta na desni strani te enačbe pa postane neskončna vrsta

$$f(x)=\sum_0^\infty\frac{2(\beta^2+\lambda_n)}{\pi(\beta^2+\lambda_n)+\beta}\sin s_nx\int_0^\pi f(t)\sin s_nt\,dt$$

Konvergenca je celo enakomerna na vsakem intervalu $[a,b]$, ki leži znotraj intervala $(0,\pi)$. Ta del dokaza bomo opustili, bralec ga v bistvu najde v [2], str. 13—15.

Zgornji enačbi damo enostavnejšo obliko. Primerjava prvega faktorja v vrsti s formulo (10) pokaže, da je

$$f(x)=\sum_0^\infty\frac{\sin s_nx}{[\sin s_nx,\ \sin s_nx]}\int_0^\pi f(t)\sin s_nt\,dt \tag{20}$$

Lastne funkcije normiramo takole

$$\psi_n(x) = \frac{\sin s_n x}{[\sin s_n x, \sin s_n x]^{1/2}} \tag{21}$$

pa dobi formula (20) obliko

$$f(x) = \sum_0^\infty \left(\int_0^\pi f(t)\psi_n(t)dt \right) \psi_n(x), \quad 0 < x < \pi \tag{22}$$

Upoštevajmo v tej vsoti definicijo (9) in dobimo

$$f(x) = \sum_0^\infty [f, \psi_n]\psi_n(x) - (1/\beta)f(\pi) \sum_0^\infty \psi_n(\pi)\psi_n(x)$$

Vpeljimo novo funkcijo $g(x)$

$$(1/\beta) \sum_0^\infty \psi_n(\pi)\psi_n(x) = g(x)$$

in dobimo

$$\sum_0^\infty [f, \psi_n]\psi_n(x) = g(x)f(\pi) + f(x) \tag{23}$$

Tu je f še poljubna odvedljiva funkcija. Vzemimo posebni primer $f(x) = \psi_m(x)$. Tedaj je $[\psi_m, \psi_n] = 0$ za $m \neq n$, kot povesta enačbi (8) in (9). Pri $n = m$ je $[\psi_m, \psi_n] = 1$, kot spoznamo iz definicije (21) lastnih funkcij $\psi_k(x)$. V vrsti na levi ostane tako le m-ti člen

$$\psi_m(x) = g(x)\psi_m(\pi) + \psi_m(x)$$

Ker $\psi_m(\pi) \neq 0$, sledi iz zgornje enačbe $g(x) = 0$ za $0 < x < \pi$; imamo torej

4. $$\sum_0^\infty \psi_n(\pi)\psi_n(x) = 0, \quad 0 \leq x < \pi \tag{24}$$

Ta lastnost lastnih funkcij se najbolj razlikuje od običajnih primerov kompletnih sistemov lastnih funkcij, ki nastopajo pri reševanju parcialnih diferencialnih enačb z metodo separacije spremenljivk. Razvoj (24) imenujemo razvoj ničle po lastnih funkcijah. Doslej ni znana zadovoljiva fizikalna interpretacija tega rezultata. Ima pa nenavadno posledico: ker je $g(x) = 0$, dobimo iz formule (23)

$$\sum_0^\infty [f, \psi_n]\psi_n(x) = f(x), \quad 0 < x < \pi \tag{25}$$

velja pa tudi enačba (22)

$$\sum_0^\infty \left(\int_0^\pi f(t)\psi_n(t)dt \right) \psi_n(x) = f(x), \quad 0 < x < \pi$$

Vsako dovolj gladko funkcijo moremo torej razviti v vrsto po lastnih funkcijah na več načinov.

S tem smo odgovorili na vprašanji 2 in 3 v začetku sestavka. Ne bomo pa izpeljali pogojev, pri katerih smemo vrsto (6) členoma odvajati.

Navedimo še nekaj zanimivih lastnosti vrst (22) in (25).

5. **Vrsti (22) in (25) konvergirata tudi po normi prostora** $L^2(0, \pi)$.

6. **Za koeficiente** $b_n = \int_0^\pi f(t)\psi_n(t)dy$ **velja Parsevalova enačba**

$$\sum_0^\infty |b_n|^2 = \int_0^\pi |f(t)|^2 dy$$

Zato smemo imeti tako definirane koeficiente razvoja dane funkcije $f(x)$ v vrsto po lastnih funkcijah za najbolj naravne. Dobimo jih torej kot običajno Fourierove koeficiente po sistemu funkcij $\{\psi_n\}$, ki pa so normirane po normi $\int_0^\pi \psi_n(x)^2 dx + (1/\beta)\psi_n(\pi)^2 = 1$ in ne po formuli $\int_0^\pi \psi_n(x)^2 dx = 1$, kot je to v običajnih primerih.

7. **Med lastnimi funkcijami velja zveza**

$$\sum_0^\infty \psi_n(\pi)^2 = \beta$$

ali bolj na dolgo, upoštevaje definicijo (21)

$$\beta \sum_0^\infty 1/(\pi/2\,(\beta^2 + \lambda_n) + \beta/2) = 1$$

Dokazi trditev 5—7 niso težavni, a jih bomo kljub temu opustili.

Opomba. Kot zanimivost naj navedemo še tole. Po svoji fizikalni naravi je konstanta β pozitivna. V primeru $\beta < 0$ se dajo za čuda dobiti skoraj enaki rezultati kot za primer $\beta > 0$. Vse lastne vrednosti so realne razen morda enega para konjugirano kompleksnih lastnih vrednosti. Ortogonalnostna relacija (8) še velja za vse lastne funkcije razen para, ki pripada konjugirano kompleksnima lastnima vrednostma. Izraz (10) ni nujno pozitiven, ker je $\beta < 0$, predpis (9) torej ni pravi skalarni produkt. Ustrezni vrsti (25) in (22) še konvergirata k $f(x)$. Dokaz dela teh trditev pa ni elementaren.

LITERATURA

[1] Križanič, F.: *Navadne diferencialne enačbe in variacijski račun,* DZS, Ljubljana, 1974.

[2] Titchmarsh, E. C.: *Eigenfunction expansions I.*, Sec. edition, Oxford, 1962.

Obzornik mat. fiz. 27 (1980) 5

GALILEO GALILEI IN POSKUSI S PROSTIM PADOM

JANEZ STRNAD

UDK 531.52(091)

Članek obravnava novejša dognanja o Galilejevem odkritju enačb za prosti pad in oceni vlogo poskusov pri tem odkritju.

GALILEO GALILEI AND THE EXPERIMENTS ON FREE FALL

In the article a report is made of new evidence concerning Galileo's discovery of the law of free fall and the role of experiments in this discovery is reviewed.

Zgodovina fizike je bila dolgo zapostavljena. S tem ne mislimo na navajanje rojstnih podatkov znamenitih fizikov in podatkov o tem, kdo je kdaj odkril kak zakon, ampak na preučevanje razvoja in medsebojne povezanosti fizikalnih pojmov in teorij. Taka zgodovina ni bila dovolj privlačna za zgodovinarje s pomanjkljivim znanjem fizike ne za večino fizikov s pomanjkljivim znanjem zgodovine in brez sposobnosti za vživljanje v zgodovinske razmere.

Temu je najbrž mogoče pripisati številne zgodovinske zablode v fizikalnih knjigah. Posebno v učbenikih fizike je zgodovina včasih tako ponarejena, da je zanjo upravičen vzdevek *kvazi zgodovina* [1]. Tega ni težko razumeti. Pri poučevanju ali popularizaciji fizike so v ospredju fizikalni razlogi za kako novo zamisel ali zakon. Tedanje razmere in neuspešni poskusi so postranskega pomena.

Mikaven zgled te vrste je *prosti pad.* V zadnjem času ga na široko obravnavajo tuje revije, namenjene pouku in popularizaciji fizike. Galilei ni spuščal teles s poševnega stolpa v Pizi, ni z merjenjem ugotovil, da padajo vsa telesa enako in da je pri tem pot sorazmerna s kvadratom časa. Aristotel kot fizik ne zasluži svojega slabega slovesa. Sestavek poskuša osvetliti ozadje in pojasniti, kako je prišlo do navedenih predsodkov.

> ...Dante, torej povprečno visok človek, je z velikanom v razmerju kot 3 : 44. Ker je razmerje med človekom in velikanom enako razmerju med velikanom in Luciferjevo roko..., ugotovimo, da meri slednja 645 sežnjev (to je 44 . 44/3). Dolžina iztegnjene roke je tretjina višine telesa, tako da je Lucifer visok 1935 sežnjev, kar je 645 . 3... Smiselno je vzeti, da je Lucifer visok 2000 sežnjev. Če je tako, je razdalja od njegovega popka do sredine prsi 500 sežnjev, torej četrtina telesa, enaka radiju najmanjše sfere...
>
> G. Galilei, predavanje o Dantejevem peklu na univerzi v Pizi, po G. Galilei, *Vorlesung über Dantes Hölle,* Phys. Blätter **11** (1955) 3.

Galilei je bil rojen v Pizi leta 1564. Po študiju v Firencah (1585—1589) je učil na univerzi v Pizi (1589—1592). Potem je prešel na univerzo v Padovi, od leta 1610 do smrti leta 1642 je živel in delal v Firencah [2]. S prostim padom se je začel ukvarjati kot mlad predavatelj v Pizi. Na začetku je bil še popolnoma pod vplivom nauka Aristotelovih posnemovalcev. Tedaj je živel v veri, da padajo telesa s konstantno hitrostjo, ki je tem večja, čim večja je teža

telesa, merjena v zraku. Ni mu prišlo na misel, da bi bilo to mogoče ugotoviti s poskusi, ker je sodil, da najprej gostejše telo zaostane za redkejšim in ga šele pozneje prehiti [3].

> ... Splošno sklepamo, da je za telesa iz različnih snovi, če so po velikosti enaka, razmerje njihovih hitrosti (pri naravnem gibanju navpično navzdol) enako razmerju njihovih tež — a ne tež kot takih, ampak tež, ki jih dobimo pri tehtanju v sredstvu, po katerem se gibljejo ...
> ... Podobno je v vakuumu hitrost gibanja odvisna od razlike med lastno težo in težo sredstva. Ker je slednja enaka nič ..., je razlika enaka polni teži telesa. Zato je hitrost gibanja v vakuumu odvisna od njegove polne teže ...
>
> G. Galilei, *O gibanju* [3].

Ta Galilejeva stališča so manj znana. Povzeta so iz rokopisa *O gibanju*, ki ga je napisal med učiteljevanjem v Pizi, a je bil prvič natisnjen leta 1854, več kot dvesto let po njegovi smrti.

Po tem je mogoče sklepati, da Galilei ni spuščal teles s poševnega stolpa. Dokler je živel v Pizi, sploh ni mislil, da padajo vsa telesa enako hitro in v tej zvezi ni pričakoval koristi od poskusov. Izid poskusa bi verjetno Galileja takrat — še bolj pa pozneje — presenetil.

Poskus, ki ga po krivici pripisujejo Galileiu, so naredili v novejšem času. C. A. Adler in B. L. Coulter sta na primer istočasno spustila enako veliki krogli z maso 6 kg in $\frac{1}{8}$ kg z višine 33 m. Lažja krogla je bila še okoli 5 m visoko, ko je težja krogla padla na tla [4]. To je posledica zračnega upora, ki ga je mogoče zajeti s preprostim računom [5]. Pri padcu s 54 m visokega poševnega stolpa v Pizi bi bila lesena krogla z radijem 2,5 cm še okoli 14 m nad tlemi, ko bi enako velika železna krogla s trinajstkrat večjo maso (0,5 kg) padla na tla (glej dodatek 2).

Prvi uspeh pri preučevanju enakomerno pospešenega gibanja je dosegel Galilei leta 1604. Tedaj so o tem pojavu vedeli bolj malo. Arhimed je v 3. stoletju pred našim štetjem vpeljal hitrost kot razmerje poti in časa, a izrecno samo za enakomerno gibanje. (Računanje z razmerji je sodilo v njegovem času in pozneje med standardne postopke.) Raziskovalci v antiki in v srednjem veku so se vedno vprašali najprej »zakaj«. To jih je odvračalo od podrobnejšega opisa pojavov in od vprašanja »kako«. Za prosti pad so imeli v 14. stoletju delovne domneve v duhu prvega vprašanja. J. Buridan je na primer razlagal prosti pad in poševni met z *impetusom* (impetus, lat. napad, silovita težnja). Pod tem si je predstavljal nekakšno od gibanja telesa neodvisno količino, sorazmerno s hitrostjo telesa in množino snovi. Poleg tega tedaj niso znali obvladati zvezno se spreminjajočih količin, saj niso poznali pojma funkcije. V Parizu in Mertonskem koledžu v Oxfordu so v 14. stoletju sicer obravnavali enakomerno pospešeno gibanje. Poznali so tudi že *mertonsko pravilo,* da so pri tem prirastki poti v enakih časovnih razmikih v razmerju lihih števil. Vendar rezultata niso poskusili spraviti v zvezo s prostim padom in tudi niso ugotovili, da je v tem primeru pot sorazmerna s kvadratom časa.

Morda je Galilei poznal mertonsko pravilo iz knjig, ki so bile tedaj v Italiji precej razširjene, in leta 1604 s seštevanjem delnih vsot v zaporedju lihih števil ugotovil, da je pot sorazmerna s kvadratom časa. Morda pa je prišel do tega rezultata naravnost z merjenjem — čeprav nenatančnim — s kroglico, ki se kotali po položnem klancu. S. Drake, ki je podrobno preučeval Galilejeve

rokopise v narodni centralni knjižnici v Firencah, je zavrgel obe možnosti [6]. Zares so Galilejevi zapiski izšli že proti koncu prejšnjega stoletja. Vendar listov brez besedila — samo z računi — niso objavili. V enem izmed svežnjev je S. Drake najprej po vodnem znamenju v papirju in po primerjavi pisav datiral liste. Na enem od listov iz leta 1604 je našel zanimiv, do tedaj neopažen račun. Po njem je sklepal, da je Galilei sorazmernost poti in kvadrata časa uganil. Pri tem je imel srečo, da je izbral za preskušanje kvadrata 4 in 9 in se je med računanjem celo zmotil.

Drakova presenetljiva ugotovitev utegne pojasniti nekaj doslej nerešenih vprašanj. Galilei je namreč leta 1604 v pismu poročal prijatelju Sartiju o svojem dognanju in med drugim zapisal, da je pot sorazmerna s hitrostjo — in ne s kvadratom hitrosti. Kaže torej, da sploh ni poznal ozadja mertonskega pravila. Po Draku je Galilei pač preskušal razne preproste odvisnosti. Ker hitrost pri neenakomernem gibanju sploh ni imela jasnega pomena, jo je pač poskusil tako vpeljati. Drugi pripisujejo temu spodrsljaju večji pomen [7]. Galilei je pozneje priznal, da precej časa ni jasno videl razločka med potjo in hitrostjo. Vsekakor je napačno domnevo sam zavrgel, češ da se po njej telo sploh ne bi začelo gibati, če bi na začetku mirovalo v izhodišču.*

Galilei ni zaupal svojim ugibanjem in si je prizadeval, da bi jih potrdil. V ta namen je delal poskuse s kroglicami, ki so se kotalile po položnem klancu. S. Drake je pri preučevanju rokopisov ugotovil, da si je pri začetnih merjenjih pomagal s petjem [8]. To ni presentljivo, saj je bil njegov oče znan glasbenik. Pevec menda lahko drži takt konstanten na 0,1 s ali manj. Ob ponavljanju ritmično izrazitega napeva je Galilei v enakih časovnih razmikih zaznamoval lego kroglice na klancu. V označeni legi je ovil okoli klanca struno iz živalskega črevesa. Ko je kroglica preskočila struno, se je zaslišal rahel udarec. Toliko časa je premikal strune po klancu, da so si sledili udarci kroglice v taktu napeva.

Vendar se opisani način za primerjanje časovnih razmikov Galileiu morda ni zdel dovolj prepričljiv, čeprav je dal zadovoljivo ujemanje z napovedmi. Zato je pozneje uporabil drugega. Čas za gibanje kroglice po izbranem odseku klanca je izmeril s tehtanjem vode, ki se je natekla iz večje posode skozi drobno cevko v merilno posodico.

Poskusa s petjem Galilei ni opisal, ta poskus pa je. Tako ga je lahko ponovil T. B. Settle s pomagali, s kakršnimi je razpolagal Galilei [9]. Na klanec je v izbrani razdalji od začetka postavil prečno deščico. Ko je spustil kroglico, je odprl cevko, po kateri se je natakala voda v merilno posodico. Ko je kroglica udarila v deščico in se je zaslišal udarec, je cevčico zaprl. Z nekaj vaje je dobil rezultate, ki so se dobro ujemali z napovedmi. Pokazalo se je, da je mogoče primerjati časovne razmike na 0,1 s natančno, čeprav prej nekateri tega niso verjeli. Pomembno je bilo, da ni bilo treba meriti časa, ampak samo razmerje časovnih razmikov, se pravi razmerje tež vode, in ustrezno razmerje

Merilne metode, s katerimi je razpolagal Galilei, so bile tako nepopolne, da je lahko samo najdrznejša spekulacija premostila špranjo med merskimi podatki. Tako na primer ni bilo mogoče meriti časov, krajših od sekunde...

A. Einstein v predgovoru k angleškemu prevodu Galilejeve knjige *Dialog o dveh glavnih svetovnih sestavih* [8].

---

* Danes bi rekli, da iz $z = \gamma v = \gamma dz/dt$ sledi $z(t) = z_0 e^{\gamma t}$ in $z(t) = 0$, če je $z_0 = 0$.

odsekov klanca. (Tedaj ni bilo dobro definirane enote za čas. Galilei je uporabljal kot zasilno enoto periodo bitja srca.) Po opisu poskusa je mogoče sklepati, da je meril nagib klanca β od 1^0 do 2^0. Galilei ga ni izmeril. Prav tako ni izmeril pospeška, da bi ugotovil, ali se ujema z napovedjo $g \sin \beta$. Težnega pospeška g ni poznal in bi ga lahko izmeril le po opisani posredni poti. Neposredno — pri prostem padu — ga z razpoložljivimi merskimi napravami ne bi mogel izmeriti. Čeprav pa s prostim padom ni delal poskusov, ga je imel za enakomerno pospešeno gibanje, če je zanemaril zračni upor.

Ugotovitve o tem je objavil Galilei v svoji zadnji in najimenitnejši knjigi *Pogovori o dveh novih znanostih* leta 1638. Enakomernemu in enakomerno pospešenemu gibanju in prostemu padu je posvetil ves tretji dan (od predvidenih šestih, a petega in šestega ni dokončal) [2].

> Salviati: Zelo dvomim, da se je Aristotel kdaj prepričal s poskusom, da imata kamna, od katerih tehta prvi desetkrat več kot drugi, če začneta padati istočasno, z višine, vzemimo, 100 sežnjev, tako različni hitrosti, da prvi doseže tla, ko drugi ne pade za več kot 10 sežnjev...
>
> Sagredo: Naredil sem poskus in ti zagotavljam, da topovska krogla, ki tehta sto ali dvesto funtov ali celo več, ne doseže tal več kot ped pred kroglo za mušketo, ki tehta le pol funta... ...Na osnovi tega menim, da padajo vse snovi enako hitro, če popolnoma odstranimo upor sredstva...
>
> G. Galilei, *Pogovori o dveh novih znanostih*, 1638 [3].

Galileiu so pripisali poskus s poševnega stolpa v Pizi verjetno po zaslugi njegovega učenca Vivianija. Le-ta je omenil poskus prvič leta 1654, dvanajst let po Galilejevi smrti. Rokopis *O gibanju* je tedaj že popolnoma zatonil v pozabo, spomin na *Pogovore o dveh novih znanostih* pa je bil še živ. Viviani je v dobri veri povezal Galilejev čas v Pizi z več let poznejšim spoznanjem. Sagredova izjava o tem, da zaostane mušketna krogla za stokrat težjo topovsko kroglo le za ped (ponekod beremo: za dva prsta) še posebej govori za to, da Galilei ni naredil poskusa s prostim padom. Tolikšna razlika poti nastane namreč že pri padu z višine kakih 14 m.

> Ne privzamem nič drugega kot definicijo gibanja, ki ga želim obravnavati in katerega lastnosti potem pokažem... Povem, da želim preiskati bistvo gibanja telesa, ki miruje in se potem giblje s hitrostjo, enakomerno naraščajočo z naraščajočim časom... Dokažem, da so dolžine, ki jih preide telo, v razmerju kvadratov časa... Izhajam iz privzetka o gibanju in četudi posledice ne bi ustrezale naravnemu gibanju, me to ne bi prizadelo... Toda lahko rečem, da sem imel glede tega srečo, ker se gibanje težkih teles in njegove lastnosti točka za točko ujema z lastnostmi, ki sem jih ugotovil.
>
> G. Galilei v pismu prijatelju Sartiju o knjigi *Pogovori o dveh novih znanostih*, 1639 [6].

Nova dognanja o razlagi prostega pada niti malo ne zmanjšajo Galilejevih zaslug. Galilei je prvi uporabil sodobno metodo v fiziki in prav pri razlagi prostega pada je naredil prvi korak. Poleg tega je Galilei dosegel še mnogo drugega [2]. Treba pa se je zavedati, da pri tem ni začel s poskusi. Prav nasprotno: najprej si je zamislil teorijo, iz katere je razbral, kakšne abstrakcije so umestne in kaj naj opazuje. Le taka povezava eksperimenta in teorije vodi do novih spoznanj [10]. Galilei je uspel pri obojem. Namesto da bi opazoval prosti pad, pri katerem bi motil zračni upor in bi razpoložljivi merski načini odpovedali, je delal poskuse s položnim klancem. Uporabil je

abstrakcijo vakuuma; ne gre mu zameriti, če je pri tem nekoliko pretiraval. Različni pisci poudarjajo različne njegove zasluge. Pri enakomerno pospešenem gibanju v nobenem primeru ne moremo mimo prehoda od diskretnih količin k zveznim. Ko je privzel, da se hitrost enakomerno spreminja s časom, se je zadovoljil z matematičnim opisom pojava, ne da bi se po tedanji navadi vprašal po vzroku. Tako je odgovoril na vprašanje »kako«, ne da bi se mudil ob vprašanju »zakaj«, ki bi bilo v njegovem času prezahtevno. S tem je naredil korak, ki ga ni bil zmožen nihče od njegovih sodobnikov.

Galilei je pripisal Aristotelu (384—322 pr. n. š.) trditev, da pada telo z desetkrat večjo težo desetkrat hitreje. Vendar takšno trditev zaman iščemo v Aristotelovem delu. Zares se zdijo dandanes Aristotelovi osnovni pogledi na naravo nekoliko nenavadni. Po njegovem prepričanju so telesa na Zemlji sestavljena iz štirih elementov: zemlje, vode, zraka in ognja. Kamen, ki je v glavnem iz zemlje, se giblje, če je prost, proti svoji ravnovesni legi navpično navzdol. Vroč zrak, sestavljen iz zraka in ognja, pa se giblje proti svoji ravnovesni legi navpično navzgor.

> ...Uvidimo, da se telo z dano težo giblje hitreje ali počasneje zaradi enega od dveh razlogov: ali zaradi razlike v sredstvu (na primer v zemlji, vodi ali zraku) ali zaradi razlike teles, tako da je eno težje ali lažje od drugega, če sta telesi sicer po drugih lastnostih enaki...
>
> ...Tako se bo telo (T) skozi sredstvo, na primer vodo (V), gibalo določen čas ($Č_V$) in skozi redkejše sredstvo, na primer zrak (Z), določen čas ($Č_Z$), namreč v razmerju z gostoto ovirajočega sredstva.
>
> ...Ni mogoče reči, zakaj naj bi se zaustavilo na tem ali na onem kraju telo, ki se giblje v vakuumu. Tedaj bo nujno ostalo na miru ali se bo neskončno gibalo, če se giblje, dokler ne bo zadelo v kako oviro...
>
> Aristotel, *Fizika* [3].

Resnici na ljubo je treba priznati, da je mogoče najti tudi manj ugodne izjave in manj ugodne prevode* navedenih izjav. Vendar Aristotelovih izjav ne gre trgati iz besedila in na zgledih, za katere niso bile mišljene, z današnjega gledišča kazati, kako se je motil. Pri skrbnem branju je mogoče v njegovih delih najti zasnove zakona upora, prvega Newtonovega zakona ali Galilejevega načela relativnosti, izreka o paralelogramu sil itd. S kritično uporabo njegovih zamisli je mogoče celo sestaviti v sebi skladno in zadovoljivo teorijo prostega pada [11, 12]. Seveda pa večina njegovih količin ni nedvoumno definirana, posebno še ne tiste, ki se zvezno spreminjajo. Treba se je pač zavedati časa, v katerem je živel.

Ob tem se zavemo, da za velik del nerazpoloženja, ki ga čutimo do Aristotela kot fizika, pravzaprav nimamo strokovnih razlogov. Tega, da so se nanj sklicevali — pogosto v popačeni obliki — v srednjem veku, zagotovo ni kriv sam. Mračnjaštvo se ga je prijelo popolnoma nezasluženo. Na drugi strani pa Galileia še bolj cenimo, ker je prispeval svoj delež k zmagi nad mračnjaštvom. Da je Galilei zelo cenjen tudi zunaj strokovnih krogov, so se na svoji koži prepričali C. G. Odler, B. L. Coulter in G. Bissinger, ki so leta 1976

---

* S prevodi so težave: prevajalec navadno ni fizik, fizik pa navadno ne obvlada fines grščine ali latinščine. Ni dovolj, da prevedemo en odstavek; treba je zajeti večji kos besedila. Tako je mogoče dobiti v angleščini različne prevode ene in iste izjave. Posebno nevarni so dvojni prevodi, na primer naši iz grščine v angleščino in iz te v slovenščino.

posneli poučen film o poskusu s prostim padom. V filmu, ki ga posoja ameriško združenje učiteljev fizike, so pokazali, da telesa v zraku ne padajo enako hitro in da Galilei ne bi bil zadovoljen z izidom poskusa. Ob izidu filma so izdali obvestilo za javnost. Tedaj se je nanje zgrnil pravi plaz očitkov, da sramotijo Galileia in da postavljajo fiziko v čudno luč [13].

Vse to nas opozori na težave, do katerih lahko privede naslonitev pouka fizike na zgodovinski razvoj. Ta ni tekel tako naravnost, kot naj bi tekla razprava pri pouku ali v učbeniku. Razvoja ne smemo preveč poenostaviti, če ne želimo zaiti v kvazi zgodovino. Za skrben oris razvoja pa ni časa ali

> ...V svojih poskusih o pospešku prosto padajočih teles je dal Galilei enako težo različnih snovi v natančno enake škatle. Tako je bil zračni upor v vseh primerih pri enaki hitrosti enak. Škatle, od katerih je vsaka vsebovala različno snov, so spustili istočasno z vrha poševnega stolpa v Pizi in poskušali ugotoviti razliko časov, v katerih bodo padle na tla. Kolikor je bilo mogoče opaziti, so dosegle vse škatle tla istočasno, ne glede na vsebino. Zato so sklenili, da je pospešek prosto padajočega telesa neodvisen od njegove narave...
>
> H. Moore, *A textbook of intermediate physics*, New York 1923, str. 52 [13].

prostora. V takšnih okoliščinah ne kaže graditi pouka fizike neposredno na zgodovini. Glavne poteze zgodovine fizike, ki sodijo k splošni izobrazbi, je bolje podati kot opombe pozneje, ko so fizikalne osnove že jasne. Le tedaj je mogoče brez škode omeniti naključne zablode, spodrsljaje in napake, ki tako pogosto spremljajo nova odkritja v fiziki.

> ...Galileo in Einstein sta dala pečat vsak svojemu obdobju. Galilejevo veličino priznavamo vsi, kot priznavamo Einsteinovo. Toda v nasprotju s človekom, ki ga slavimo, je moral Galilei veliko prestati zaradi mož in ustanov Cerkve...
>
> Papež Janez Pavel II. na proslavi Papeške akademije znanosti v čast stoletnice rojstva Alberta Einsteina novembra 1979, po *Speeches on science*, CERN Courier, april 1980, str. 65.

Znanstveniki imajo Galileia večkrat za prvega modernega fizika. Zaradi nasprotij s katoliško cerkvijo vidijo v njem junaka, ki se je boril za neodvisnost znanosti. Brecht je v svoji drami Galilei naslikal Galileia drugače. Sliko je razvijal čez več inačic drame in jo končno porabil kot simbol za vse znanstvenike, ki odklanjajo socialno odgovornost za svoje delo...

Brechtova popačenja so samo sprevržene zlorabe, ki smo jih zakrivili, ko smo Galileia uporabili za simbol naše znanosti...

Toda Galilei ni bil eksperimentalist v današnjem pomenu, za kakršnega ga pogosto imajo. Mnogo poskusov, ki jih omenja ali ki mu jih na splošno pripisujemo, sploh ni mogel narediti. Ujemanje s teorijo, o katerem poroča, je pogosto nemogoče... Mnogi od poskusov so bili v resnici namišljeni poskusi...

> D. Schroeer, *Brecht's Galileo: A revisionist view*, Am. J. Phys. 48 (1980) 125.

> Do danes je ostal dvom o tem, ali je Galilei sploh delal skrbne poskuse in — če jih je — koliko jih je zares izvedel. Večina zgodovinarjev znanosti je bolj poudarjala njegov sholastični izvor: to je miselni poskus in hipotetično nasprotovanje Aristotelu. V resnici podatki o poskusih v Galilejevih objavah včasih ne zbujajo zaupanja ali pa so napačni...
>
> B. Teichmann, *Historisches im Physikunterricht*, Physik und Didaktik 4 (1979) 267.

Dodatek 1. **Enakomerno pospešeno gibanje in prosti pad.** Opazujmo telo, ki se giblje premo. Premico, ki je tir izbrane točke telesa, vzemimo za os z. Točka naj miruje v izhodišču $z = 0$ do začetka merjenja časa t v trenutku $t = 0$. Gibanje je enakomerno pospešeno, če narašča hitrost sorazmerno s časom: $v(t) = at$. Konstantni koeficient a je pospešek. Zaradi enakomernega naraščanja hitrosti je povprečna hitrost v časovnem razmiku $t - t'$ enaka srednji vrednosti $\bar{v} = \frac{1}{2}[v(t) - v(t')]$. Povprečna hitrost v razmiku od 0 do t je $\bar{v} = \frac{1}{2}v(t)$. Pot v času t je tolikšna, kot da bi se točka gibala enakomerno s povprečno hitrostjo:

$$z(t) = \bar{v}t = \tfrac{1}{2}v(t)t = \tfrac{1}{2}at^2$$

Preglednica 1. Pot v odvisnost od časa in pot v posameznih časovnih razmikih. Čas merimo v enotah t_0, hitrost v enotah $v_0 = at_0$ in pot v enotah $z_0 = \frac{1}{2}at_0^2$:

t/t_0	z/z_0	$\delta z/z_0$
0	0	1
1	1	3
2	4	5
3	9	7

Pri tem je $\delta z/z_0 = \bar{v}(\delta t/t_0)$ in $\delta t/t_0 = 1$.

René Descartes (1596—1650) je neodvisno od drugih ugotovil sorazmernost poti s kvadratom časa. Iskal je aritmetično zaporedje, katerega prvi in drugi člen, vsoti prvih dveh in drugih dveh členov, vsoti prvih treh in drugih treh členov..., sta v enakem razmerju. Ta zahteva je povezana z dejstvom, da lahko poljubno izberemo enoto za merjenje časa, namesto t_0 vzamemo $2t_0$ ali $3t_0$... Iz

$$A_1/A_2 = (A_1 + A_2)/(A_3 + A_4) = (A_1 + A_2 + A_3)/(A_4 + A_5 + A_6) = \ldots$$

sledi z $A_n = A_1 + (n-1)B$ rezultat $B = 2A_1$ in z $A_1 = 1$ zaporedje 1, 3, 5, 7, ... Galilei je leta 1615 pisal Sartiju, da je to zaporedje edino aritmetično zaporedje z želeno lastnostjo.

Prosti pad je enakomerno pospešeno gibanje s *težnim pospeškom (pospeškom prostega pada)* $a = g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$. Pri tem zanemarimo zračni upor (in vzgon v zraku).

V *Pogovorih* navaja Galilei za dokaz, da je prosti pad neodvisen od teže, znano nasprotje. Vzemimo, da pada telo tem hitreje, čim večjo težo ima. Iz lažjega in težjega telesa sestavimo novo telo. Na eni strani sklepamo, da pada to telo najhitreje, saj ima največjo težo. Na drugi strani pa sklepamo, da je njegova hitrost povprečje hitrosti osamljenega lažjega in osamljenega težjega telesa: prvo namreč zavira drugo in drugo sili prvo navzdol. To nasprotje izvira že od B. Benedettija iz leta 1585.

Dodatek 2. **Zračni upor.** Upoštevajmo za telo v obliki krogle z radijem r pri prostem padu zračni upor. Če je gostota krogle ϱ v primeri z gostoto zraka ϱ_z dovolj velika, smemo vzeti za ves čas padanja kvadratni zakon upora $F_u = \frac{1}{2}c_u\varrho_z v^2 \,.\, \pi r^2$. Pri tem je $c_u = \frac{1}{2}$ koeficient upora za kroglo in πr^2 njen čelni presek. Newtonov zakon $mg - F_u = ma = m\,dv/dt$ predelamo v enačbo

$$dv = g\,dt - 3\alpha v^2 dt \qquad \alpha = \varrho_z/16\varrho r$$

Pri tem upoštevamo, da je masa krogle $m = \frac{4}{3}\pi r^3\varrho$ in štejemo pot z, hitrost v in pospešek a pozitivno navpično navzdol. V začetnem približku zanemarimo drugi člen, ki je navadno znatno manjši od prvega, in vzamemo, da je $dv_1 = g\,dt$ in $v_1 = gt$. To vstavimo v drugi člen in imamo

$$dv = g\,dt - 3\alpha g^2 t^2 dt$$

Integriramo na levi od 0 do $v(t) = v$ in na desni od 0 do t:

$$dz/dt = v = gt - \alpha g^2 t^3$$

Enačbo pomnožimo z dt in integriramo na levi od 0 do $z(t) = z$ in na desni od 0 do t:

$$z = \tfrac{1}{2}gt^2 - \tfrac{1}{4}\alpha g^2 t^4 = z_1 - \alpha z_1^2$$

Pri tem je $z_1 = \frac{1}{2}gt^2$ ustrezna pot pri prostem padu brez zračnega upora.

Istočasno naj začneta padati krogli z radijem r iz snovi z gostoto ϱ in z radijem r' iz snovi z gostoto ϱ'. Razlika poti je

$$z - z' = (\alpha' - \alpha) z_1^2$$

Izračunajmo še časovni razmik med trenutkoma, ko padeta krogli na tla. Iz začetne enačbe $z = \frac{1}{2}gt^2 - \alpha z_1^2$ sledi

$$t = (2z_1/g)^{1/2} (1 + \alpha z_1)^{1/2} = (2z_1/g)^{1/2} (1 + \tfrac{1}{2}\alpha z_1)$$

in naposled

$$t' - t = (2z_1/g)^{1/2} \cdot \tfrac{1}{2} z_1 (\alpha' - \alpha) = (z - z')/(2gz_1)^{1/2}$$

Preglednica 2. Podatki o parih krogel pri padu z višine 54 m. (Pri 54 m visokem poševnem stolpu v Pizi bi morali v resnici računati z nekoliko manjšo višino.) Za gostoto železa vzamemo $7{,}8 \cdot 10^3$ kg/m³, za gostoto lesa pa $0{,}6 \cdot 10^3$ kg/m³.

Snov	masa	radij	$\alpha' - \alpha$	$z - z'$	$t' - t$
železo železo	50 kg 0,5	5,84 cm 2,48	$0{,}3 \cdot 10^{-3}$ m^{-1}	0,89	0,027 s
železo les	0,5 0,5	2,48 5,84	1,75	5,1	0,16
železo les	0,5 0,038	2,48 2,48	4,65	13,6	0,42

Približek, ki smo ga uporabili, zadostuje za navedene zglede in za podobne zglede. Z njim je bil račun kolikor mogoče preprost. Vendar lahko prebijemo tudi brez približka. Začetno enačbo zapišemo nekoliko drugače:

$$dv/(1 - v^2/\beta^2) = g\,dt \qquad \beta^2 = 16 g\varrho r / 2\varrho_z$$

Prva integracija da

$$v = \beta \operatorname{arth} (gt/\beta)$$

in druga [5]

$$z = (\beta^2/g) \operatorname{lnch} (gt/\beta)$$

Doslej smo upoštevali zračni upor s kvadratnim zakonom. Pri večini praktično zanimivih zgledov se lahko s tem zadovoljimo. Na začetku gibanja, pri dovolj majhnem Reynoldsovem številu, pa velja linearni zakon upora. Mejo veljavnosti obeh zakonov določa Reynoldsovo število, se pravi produkt radija krogle in njene hitrosti (gostota in viskoznost zraka sta dani). Mejna hitrost je za krogle z različnimi radiji različna. Krogle iz različnih snovi in z različnimi radiji jo dosežejo po različno dolgem padu. B. L. Coulter in C. G. Adler sta se lotila vprašanja z nekoliko podrobnejšim računom [14]. Izračunala sta, da na primer železna krogla z radijem 5 cm najprej za okoli 2 cm prehiti leseno kroglo z radijem 25 cm (po slabih 2 s padanja), nato lesena krogla prehiti železno za okoli 20 cm (po dobrih 4 s padanja) in šele po 5 s padanja železna krogla dokončno prehiti leseno. Račun pa velja natančno le za gladki krogli in v popolnoma mirnem zraku. Razlike poti na začetku padanja pri kroglah, katerih radija se ne razlikujeta znatno, so zelo majhne. Pa tudi pri večji razliki radijev se jih ni dalo nedvoumno opaziti. Majhne razlike pri poskusu je bilo mogoče pripisati napaki naprave za istočasno spuščanje krogel. Časovni razmik manj kot 0,02 s je že povzročil opazno razliko. Dvomljivo je, da bi mogel Galilei to opaziti, čeprav je tako namignil v rokopisu *O gibanju*.

LITERATURA

[1] M. A. B. Whitaker, *History and quasi-history in physics education,* Phys. Education **14** (1979) 108, 239.

[2] F. Dominko, *Galileo Galilei, njegova osebnost in znanstveno delo,* Obzornik mat. fiz. **11** (1964) 49.

[3] C. G. Adler, B. L. Coulter, *Galileo and the tower of Pisa experiment,* Am. J. Phys. **46** (1978) 199.

[4] C. G. Adler, B. L. Coulter, *Aristotle: villain or victim?* Phys. Teacher **13** (1975) 35.

[5] G. Feinberg, *Fall of bodies near the earth,* Am. J. Phys. **33** (1965) 501.

[6] S. Drake, *Galileo's discovery of the law of free fall,* Scientific American **228** (1973) 84 (5).

[7] J. Della Valle, *Search in science — an approach for nonscience students,* Phys. Teacher 30.

[8] S. Drake, *The role of music in Galileo's experiments,* Scientific American **232** (1975) 98 (6).

[9] T. B. Settle, *An experiment in the history of science,* Science **133** (1961) 19.

[10] W. Kuhn, *Razvojne težnje didaktike fizike v Zvezni republiki Nemčiji,* Obzornik mat. fiz. **27** (1980) 108.

[11] B. M. Casper, *Galileo and the fall of Aristotle: a case of historical injustice?* Am. J. Phys. **45** (1977) 325.

[12] A. Franklin, *Galileo and the leaning tower: an Aristotelian interpretation,* Phys. Education **14** (1979) 60.

[13] C. G. Adler, B. L. Coulter, *Quasi-history revisited,* Phys. Education **14** (1979) 398.

[14] B. L. Coulter, C. G. Adler, *Can a body pass a body falling through the air,* Am. J. Phys. **47** (1979) 841.

NOVE KNJIGE

P. Landshoff and A. Metherel, Simple Quantum Mechanics, Cambridge University Press, Cambridge 1979, 177 str. Cena 3,50 £.

Učbenikov kvantne mehanike v zadnjem času zares ne manjka. Knjižica, o kateri poročamo, se med njimi odlikuje po nekaterih lastnostih. Je kratka, preględna in matematično kolikor mogoče neoporečna. Narejena je po predavanjih za študente matematike in fizike na univerzi v Cambridgu. Tako je posvečena uvodu v kvantno mehaniko za študente teh strok. Avtorja sta se morala pri snovi nekoliko omejiti in spustiti nekatere odstavke, ki jih sicer obdelajo v podobnih učbenikih. Tako na primer nista obdelala spina in sipanja pa tudi vrtilno količino sta odpravila bolj na kratko. Na drugi strani pa sta v knjigo vključila nekaj odstavkov, ki jih po navadi v podobnih knjigah ni. O tem nas prepričajo naslovi poglavij: uvod, Schrödingerjeva enačba, posebne rešitve, superpozicijsko načelo, vodikov atom, vodikova molekula, uvod v teorijo motenj, prehodi s sevanjem, maserji in laserji, energijski pasovi v kristalih, tranzistorji. Dodatek na kratko obdela še rešitve diferencialnih enačb z vrstami, Diracov delta in Fourierove transformacije, operatorje za tirno vrtilno količino, elektrodinamiko in naposled Blochove funkcije. Po vsakem poglavju je več nalog in na koncu knjige so namigi za njihovo rešitev. Na sredi knjige je seznam vprašanj za preskus znanja.

Po vsebini in po načinu podajanja je knjižica nekje na sredi med učbeniki moderne fizike in učbeniki kvantne mehanike. Za nekoga, ki že pozna osnove kvantne mehanike, je prijetno branje. Nekatere izpeljave v njej so zelo preproste, tako da bralec hitro razume njihovo bistvo. Za naše študente fizike v drugem letniku je nekoliko prezahtevna in pisana preveč zgoščeno. Študenti v tretjem in četrtem letniku pa jo utegnejo s pridom uporabiti kot dopolnilno branje.

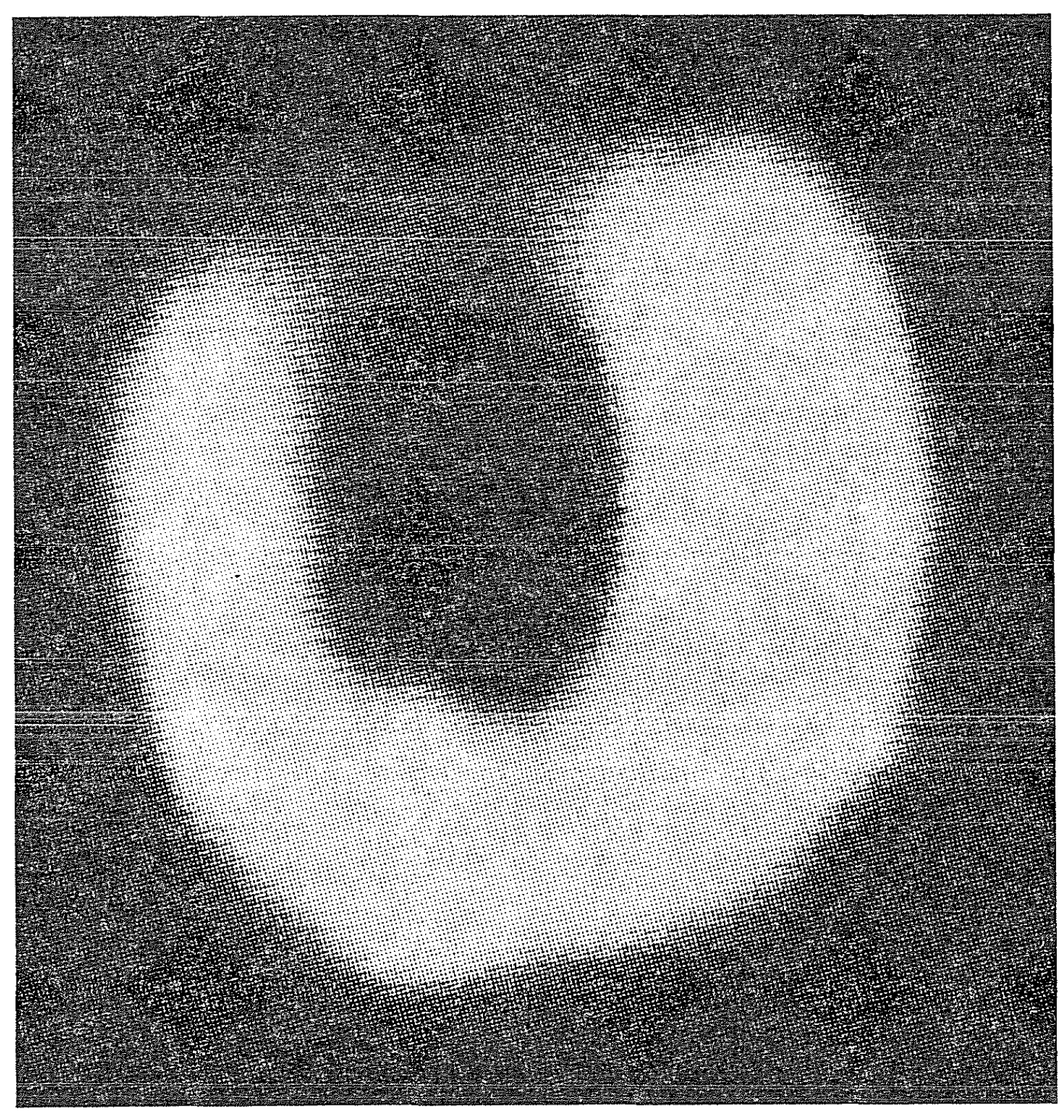
Janez Strnad

NOVICE

URANOVI KOLOBARJI

Misel, da lahko razen Saturna tudi druge planete velikane obkrožajo kolobarji, sestavljeni iz majhnih teles kometne ali meteoritne narave, je stara četrt stoletja (S. K. Vsehsvjatskij). Ko so 10. marca 1977 opazovali Uranovo zakritje (okultacijo) neke šibke zvezde, so pri Uranu res odkrili kolobarje. Preden je namreč Uran zakril opazovano zvezdo, je sij te zvezde nekajkrat rahlo oslabel. Sprva so poročali o petih kolobarjih α, β, γ, δ in ε [1], nove raziskave še drugih Uranovih zakritij zvezd pa so pokazale, da se okrog Urana razprostira najmanj devet šibkih kolobarjev [2], [3] (Preglednica!). Albedo kolobarjev v optičnem pasu je skrajno majhen. Zato menijo, da niso sestavljeni iz ledenih delčkov kot Saturnovi, ampak iz kamenčkov in saj. V primeri s Saturnovimi kolobarji, od katerih je vsak širok približno 20 000 km, so Uranovi široki le okoli 10 km.

Kolobar	Radij
	$42{,}0.10^3$ km
	42,4
	42,7
α	44,8
β	45,8
	47,3
γ	47,7
δ	48,4
ε	51,0



Sl. 1. Prva fotografija Uranovih kolobarjev. Dobili so jo s 5-metrskim reflektorjem na Mt. Palomarju 18. maja 1978 v infrardeči svetlobi pri valovni dolžini 2200 nm. Pri tej valovni dolžini je Uran (v sredini) skoraj črn [2].

Za primerjavo: radij Urana je $23{,}8.10^3$ km.

Marijan Prosén

LITERATURA

[1] Elliot, J. L. in drugi: *Discovering the Rings of Uranus,* Sky and Telescope **53** (1977) 412.

[2] *First Glimpse of Uranus' Rings,* Sky and Telescope **56** (1978) 497.

[3] Bronšten, V. A.: *Novye issledovanija planet i sputnikov,* Astronomičeskij kalendar' 1980, Moskva, Nauka 1979, 177.

ODGOVORI

Vprašanje 3 (Obzornik mat. fiz. **15** (1968) 48).

Izračunaj spekter lastnih frekvenc neenakomerno debele strune, katere presek se spreminja kot $S = S_0/(1 + \alpha x/l)^2$, kjer je S_0 presek strune na sredi in α majhen parameter. Kako je v limitnem primeru, ko gre α proti 0?

Nihanje te strune opišemo z enačbo, ki velja tudi za enakomerno debelo struno:

$$F\, \partial^2 u/\partial x^2 = \varrho\, S\, \partial^2 u/\partial t^2$$

Za struno s spremenljivim presekom dobimo

$$(1 + \alpha x/l)^2\, \partial^2 u/\partial x^2 = (\varrho\, S_0/F)\, \partial^2 u/\partial t^2$$

F je sila, s katero je napeta struna, ϱ je gostota snovi. Ker struna na obeh pritrdiščih pri $x = 0$ in $x = l$ miruje, je robni pogoj $u(0) = u(l) = 0$. Vpeljemo novo spremenljivko $\xi^2 = (1 + \alpha x/l)^2$, upoštevamo $\partial/\partial x = (\alpha/l)\, \partial/\partial \xi$ in dobimo

$$\xi^2\, \partial^2 u/\partial \xi^2 = (\varrho\, S_0\, l^2/F\, \alpha^2)\, \partial^2 u/\partial t^2$$

Zanima nas sinusno nihanje, zato iščemo rešitev v obliki $u = X(\xi)\, e^{i\omega t}$. Krajšajmo z eksponentnim faktorjem in vpeljimo konstanto $K^2 = \varrho\, S_0\, l^2/F\, \alpha^2$, pa imamo

$$\xi^2\, d^2 X/d\, \xi^2 + \omega^2 K^2 X = 0$$

To je *Eulerjeva homogena diferencialna enačba.*

Rešitev iščemo z nastavkom $X = \xi^n$ in dobimo za n kvadratno enačbo $n^2 - n + \eta^2 = 0$ z rešitvama $n = \frac{1}{2} \pm (\frac{1}{4} - \eta^2)^{1/2} = \frac{1}{2} \pm i(\eta^2 - \frac{1}{4})^{1/2} = \frac{1}{2} \pm i\lambda$. Vpeljali smo $\eta^2 = \omega^2 K^2$ in $\lambda = (\eta^2 - \frac{1}{4})^{1/2}$. Rešitev zapišemo v obliki

$$X = \xi^{1/2}(A\, \xi^{i\lambda} + B\, \xi^{-i\lambda})$$

Na prvi pogled rešitev nima nobene zveze z nihanjem in tudi ne ustreza robnemu pogoju. Vendar jo preoblikujemo:

$$X = \xi^{1/2}(A\, e^{i\lambda \ln \xi} + B\, e^{-i\lambda \ln \xi})$$

Novi konstanti a in b sta povezani z A in B z enačbama $A = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b/i$ in $B = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b/i$, tako da je

$$X = \xi^{1/2}[\tfrac{1}{2}a(e^{i\lambda \ln \xi} + e^{-i\lambda \ln \xi}) + \tfrac{1}{2}b(e^{i\lambda \ln \xi} - e^{-i\lambda \ln \xi})/i]$$

V okroglih oklepajih uvedemo kotne funkcije

$$X = \xi^{1/2}[a \cos(\lambda \ln \xi) + b \sin(\lambda \ln \xi)]$$

Novi robni pogoj je $X(1) = X(1 + \alpha) = 0$. Iz tega sledi $a = 0$ in še $(1 + \alpha)^{1/2}\, b \sin[\lambda \ln(1 + \alpha)] = 0$. Iz zadnjega pogoja izhaja

$$\lambda \ln(1 + \alpha) = n\pi \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

Če upoštevamo zvezo med λ in ω, dobimo enačbo za lastne frekvence

$$\omega_n^2 = (F\, \alpha^2/\varrho\, S_0\, l^2)\, [\tfrac{1}{4} + n^2 \pi^2/ln^2(1 + \alpha)] \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

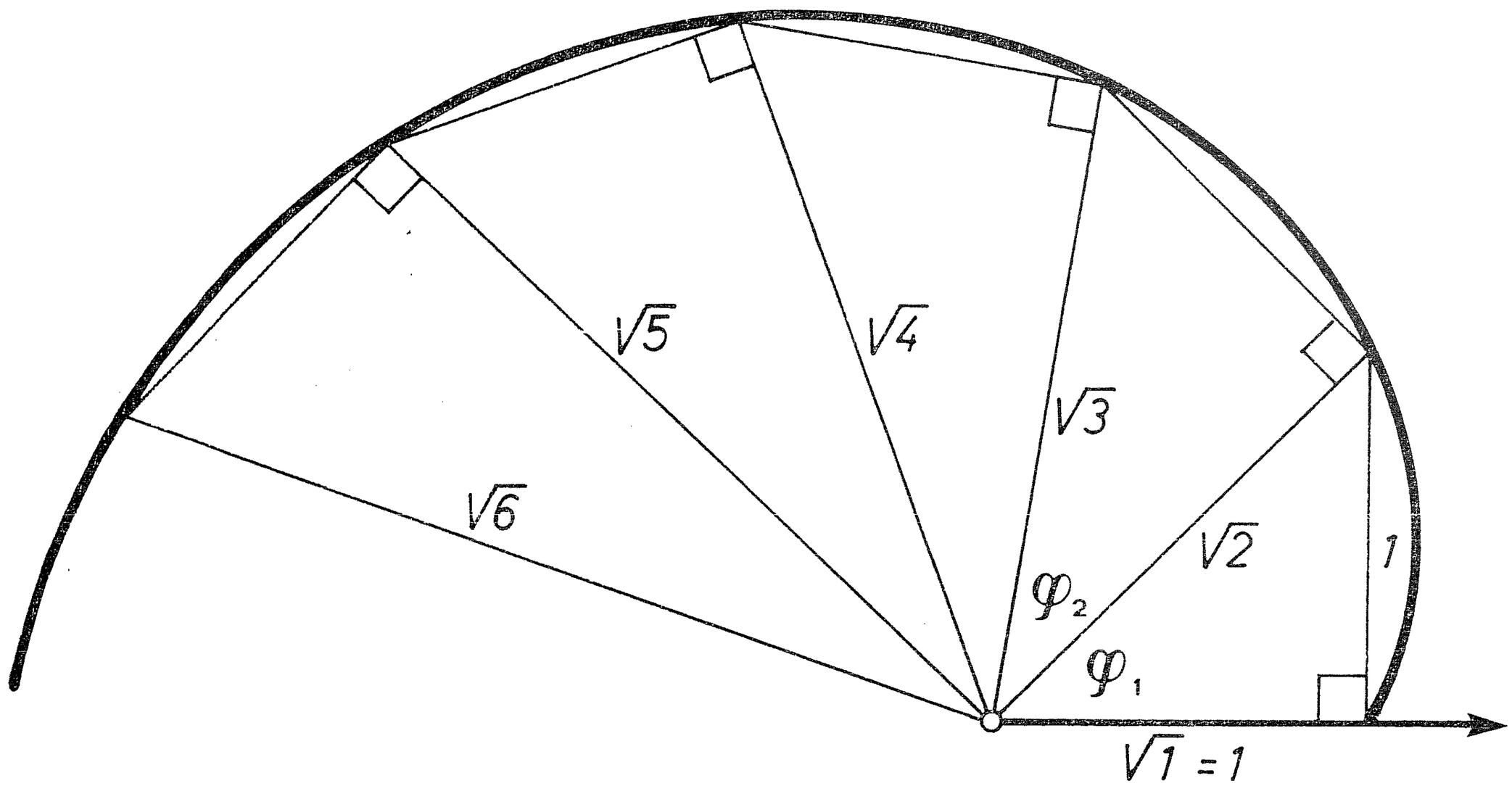
V limiti $\alpha \to 0$ je $\ln(1 + \alpha) = \alpha$ in preostane v oglatem oklepaju le $n^2 \pi^2/\alpha^2$, tako da preide enačba v znano enačbo za lastne frekvence enakomerno debele strune: $\omega_{n0}^2 = n^2 \pi^2 F/\varrho\, S_0\, l$.

Janez Žitnik

VPRAŠANJA

Vprašanje 117

Po Pitagorovem izreku moremo grafično konstruirati zaporedje števil 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, ... po postopku, ki je razviden s slike. Točke T_n imajo v polarnem koordinatnem sistemu koordinate (ψ_n, n), kjer je $\psi_n = \sum_{k=1}^{n-1} \varphi_k$, $\operatorname{arc\,tg} \varphi_k = \sqrt{k}$. Ob tej konstrukciji si moremo zastaviti več vprašanj.



1. Ali obstaja kakšna elementarna funkcija $r = r(\varphi)$, na katere grafu leže vse točke T_n?

Ali velja zgornja konstrukcija $\sqrt{n}$ tudi za vsa necela pozitivna števila za kakšno od spiral, ki gre skozi točke T_n?

2. Pokaži, da se točke T_n z rastočim n bližajo spirali $r = c\,\varphi$ za primeren c. Izpelji kakšno aproksimativno formulo za kot ψ_n.

France Avčin

Opomba: Na vprašanje 1. uredništvo ne pozna odgovora.

NOVE KNJIGE

F. Ahlin, M. Hribar, I. Kuščer, S. Pahor in J. Stepišnik, Fizikalni praktikum I, Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS, Ljubljana 1980, 128 str. Zbirka Izbrana poglavja iz fizike 17. Cena 125.— din (100.— din).

Študenti fizike in nekaterih drugih tehniških strok, ki imajo laboratorijske vaje iz fizike, se bodo razveselili nove, predelane izdaje skript za fizikalni praktikum I. Prav na željo študentov bodo v zbirki Izbrana poglavja iz fizike izšla skripta za vse laboratorijske vaje, torej še za fizikalni praktikum II in III in za elektronski praktikum.

Skripta za fizikalni praktikum I je sestavil J. Stepišnik po prvi izdaji iz leta 1947, ki jo je pripravil I. Kuščer, in po drugi izdaji iz leta 1966, ki so jo pripravili F. Ahlin, M. Hribar, I. Kuščer in S. Pahor. Po kratkem uvodu, ki vsebuje splošna navodila za delo pri eksperimentalnih vajah, in zapisu o merskih napakah sledi podroben opis 35 vaj z navodili za izvedbo. Z leti so vaje neprestano dopolnjevali in izločali stare. To je mogoče razbrati tudi po tem, da številke vaj ne teko po vrsti. Tisti, ki so delali vaje že pred leti, lahko po seznamu vaj spoznajo stopnjo spremembe: težni pospešek, vrtenje togega telesa, Pitotova cev, Bernoullijeva enačba, sila curka, težno nihalo, prožnostni modul, površinska napetost vode, viskoznost, raztezanje trdne snovi, specifična toplota vode, specifična toplota trdne snovi, balistično nihalo, torzijsko nihalo, sklopljeno nihanje, strunjak, hitrost zvoka v plinu, Wheatstonov most, uporovni termometer, kompenzacijsko merjenje napetosti, vsiljeno nihanje nihajnega kroga, sila na vodnik v magnetnem polju, tuljava v magnetnem polju, moč elektromotorja, sila med ploščama ploščatega kondenzatorja, osciloskop, prehodni pojavi v električnih krogih, polprevodniška dioda, modeli optičnih naprav, meritev spektra z uklonsko mrežico, spektroskop na prizmo, merjenje debelin z interferenco, Michelsonov interferometer, fotoefekt, absorpcija gama žarkov.

Navodila za kako tretjino vaj so napisana na novo, druga pa so nekoliko predelana. Navodila so kratka in razumljiva. Pri nekaterih vajah so navedena še dodatna vprašanja, ki spodbujajo k razmišljanju. Študentom bo knjižica v veliko pomoč. Ne samo da jim ne bo treba prepisovati navodil za vaje, tudi bolje bodo pripravljeni na delo v laboratoriju. Pikolovci se bodo spotaknili tu in tam ob pravopisne napake. Čeprav grafična izvedba ni brez napak, pa je boljša kot pri prejšnjih izdajah.

Delo J. Stepišnika in prejšnjih sestavljalcev in denarni prispevek Oddelka za fiziko, ki je omogočil izid knjižice, sta v tem primeru vsekakor dobro naložena.

Janez Strnad

Presekova knjižnica

Presekova knjižnica, ki vsebuje večinoma pete redne številke Preseka, šteje že šest drobnih brošur. Le-te prinašajo enotno vsebino in jo priporočamo učencem in učiteljem v prostem času in pri šolskem delu. Pri Komisiji za tisk lahko naročite še naslednje:

1. Vidav Ivan, JOSIP PLEMELJ — Ob stoletnici rojstva, Presek **3** (1975) 5. 10.— din (12,50 din).
3. Prosen Marijan, ASTRONOMSKA OPAZOVANJA — Kako v astronomiji s preprostimi napravami opazujemo in merimo, Presek **5** (1978) 5. 24.— din (30.— din).
4. Strnad Janez, ZAČETKI SODOBNE FIZIKE — Od elektrona do jedrske cepitve, Presek **6** (1979) 5. 32.— din (40.— din).
5. Strnad Janez, RELATIVNOST ZA ZAČETNIKE — Odlomki iz posebne in splošne teorije relativnosti za srednješolce 1979. 48.— din (60.— din).
6. Landau L. D., J. B. Rumer, KAJ JE TEORIJA RELATIVNOSTI — Nobelovec predstavlja spremenjen pogled na prostor, čas in maso, Presek **7** (1979) 5. 48.— din (60.— din).

Ciril Velkovrh

Peter Petek, Vaje iz diferencialnih enačb, DMFA SRS, 1979, 216 str. (Zbirka izbranih poglavij iz matematike; 13.) Cena 225.— din (180.— din).

Ko sem v drugem letniku matematike študiral predmet *diferencialne enačbe,* ni bilo niti slovenskega učbenika niti slovenske zbirke vaj. Kasneje je prišel učbenik, zdaj so pred nami naloge. Le predmeta s tem imenom ni več. No, v resnici predmet še vedno je, le drugačno ime nosi. Zato so bojazni, da bi Petkovo delo ne imelo odjemalcev med študenti matematike, popolnoma odveč. Še več, ne bodo samo matematiki radi segali po tej zbirki vaj. Nadvse bo dobrodošla študentom fizike, in tudi študentom vseh tehniških fakultet.

Zbirka je toliko bolj privlačna, ker so naloge v njej rešene. Posebno razsežnost ji dajejo slike, ki jih je mojstrsko izdelal Miha Štalec. Zato bo prava poslastica za vedno bolj razvajene študente. Seveda pa zbirka ni v sebi zaključena celota. Naslanja se na učbenik Franceta Križaniča: *Navadne diferencialne enačbe in variacijski račun.* To je popolnoma razumljivo, saj je Petek nabral snov za zbirko v letih 1972—1975, ko je pri profesorju Križaniču vodil za študente matematike vaje iz diferencialnih enačb.

Še najbolje bo, da knjigo predstavimo s kazalom: Predgovor. — I. Uvodene naloge. Družine krivulj. Obravnava z izoklinami. — II. Enačbe z ločljivimi spremenljivkami. — III. Enačbe s homogeno desno stranjo. — IV. Linearne diferencialne enačbe prvega reda. — V. Bernoullijeve in Riccatijeve enačbe. — VI. Popolni diferencialni in integrirajoči množitelj. — VII. Enačbe Lagrangeovega in Clairautovega tipa. — VIII. Enačbe višjih redov. — IX. Eksistenčni izrek in aproksimacije. — X. Linearne diferencialne enačbe s konstantnimi koeficienti. Eulerjeve enačbe. — XI. Linearne diferencialne enačbe drugega reda. — XII. Linearni dinamični sistemi drugega reda. — XIII. Variacijske naloge. — XIV. Pfaffova enačba. Parcialne diferencialne enačbe prvega reda. — Dodatek Programi. — Literatura.

Tomaž Pisanski

Pomožni učbeniki za študente matematike in fizike.

Študentom matematike in fizike priporočamo, da se pri študiju poslužujejo tudi učbenikov, ki jih je izdala fakulteta za elektrotehniko:

	Cena v din
1. Avsec D., *Tehnična mehanika,* 1. del, *Statika,* 2. del, *Trdnost.* 200 str.	112.—
2. Bratkovič F., *Metode programiranja.* 286 str.	90.—
3. Divjak S., *Računalniška grafika.* 106 str.	48.—
4. Gyergyek L., *Statistične metode v teoriji sistemov, teorija o informacijah.* 580 str.	200.—
5. Gyergyek L., *Teorija linearnih električnih vezij in električni filtri: sinteza,* 1. zvezek. 416 str.	110.—
6. 2. zvezek. 393 str.	
7. Gyergyek L., *Teorija vezij in sistemov.* 896 str.	300.—
8. Skubic T., *Višja matematika,* 1. del. 339 str.	170.—
9. Virant J., *Logično snovanje računalniških struktur in sistemov: uvajanje modularnih MSI-, LSI- in VLSI- gradnikov.* 352 str.	274.—
10. Virant J., *Uvod v računalništvo.* 370 str.	136.—
11. Vodovnik L., *Osnove biokibernetike.* 476 str.	90.—

Vse te učbenike si lahko ogledate v matematični knjižnici, kupite pa jih lahko na fakulteti za elektrotehniko, prodaja knjig in skript, vsak dan od 10. do 12. ure.

Ciril Velkovrh

Ib Madsen, R. James Milgram, The Classifying Spaces for Surgery and Cobordism of Manifolds, Annals of Mathematics Studies 92, Princeton Univ. Press, Princeton, N. J., 1979.

Téma, ki jo obravnava ta knjiga in ki je podana v naslovu, je zavzemala osrednje mesto v geometrični in algebraični topologiji v zadnjih dveh desetletjih in je še vedno deležna velike pozornosti. Problemi, ki jih knjiga obravnava, so v osnovi geometrično-topološki — gre za klasifikacijo mnogoterosti, predvsem kosoma linearnih in topoloških — toda ob naskakovanju teh problemov so raziskovalci uporabljali najtežjo »artilerijo« algebraične topologije in mnogo tega »orožja« izdelali posebej v ta namen. Razmeroma nedavno je bilo rešenih več važnih problemov in naša avtorja sta se odločila napisati zaokrožen prikaz teorije.

Povejmo v nekaj besedah, za kaj gre. Osnovni problem je ugotoviti, ali obstaja kaka mnogoterost danega homotopskega tipa in, če obstaja, pregledati vse mnogoterosti tega tipa. Avtorja sta pokazala, kako prevedemo ta problem na študij sferičnih vlaknenj in njihovih redukcij v svežnje, to pa dalje na študij homotopskih lastnosti klasifikacijskih prostorov sferičnih vlaknenj in svežnjev. Treba je poudariti, da je marsikaj, kar knjiga vsebuje, prej obstajalo samo v skicah ali kot ustna informacija in je zdaj prvič izšlo v tisku v popolni obliki. To pomeni, da je ta knjiga tako rekoč na današnji matematični fronti. Že ta podatek zadostuje, da jo človek vzame v roke z nekakšnim spoštljivim strahom, in tudi pregledovanje kazala ga najbrž nič ne opogumi. Pa je strah nepotreben. Madsen in Milgram sta napisala odlično delo, ki se sier res ne more šteti za poljudno, vendar ni dostopno samo specialistom-raziskovalcem omenjenih teorij, ampak se ga lahko popolnoma uspešno loti že podiplomski študent po 1- do 2-letnem intenzivnem študiju algebraične in geometrične topologije.

Jože Vrabec

V. W. Guillemin, M. Kashiwara and T. Kawai, Seminar on micro-local analysis. Annals of mathematics studies Nr. 93, Princeton Univ. Press, Princeton 1979. VIII + + 140 str.

Knjiga je zapis dela snovi, ki so jo obravnavali na seminarju o mikrolokalni analizi na Institute for Advanced Studies v Princetonu, ZDA, v šolskem letu 1977/78. Mikrolokalna analiza ima svoj izvor v delih Cauchyja, Riemanna in Hadamarda, ki so študirali singularnosti rešitev parcialnih diferencialnih enačb. Mikrolokalna analiza služi torej za detajlno raziskavo takih singularnosti. Iz naslovov poglavij še jasneje spoznamo smer, v katero išče.

1. Uvod v teorijo hiperfunkcij. 2. Uporaba robnih problemov za eliptične sisteme linearnih diferencialnih enačb. 3. Izreki Szögejevega tipa za simetrične prostore. 4. Mikrolokalni aspekti analize na kompaktnih simetričnih prostorih. 5. O holonomnih sistemih z regularnimi singularnostmi. 6. Mikrolokalna analiza Feynmanovih amplitud.

Anton Suhadolc

J. O. Bird, A. J. C. May, Mathematics for electrical technicians, Level 3. Longman, London, New York 1980, 221 str., broš.

Knjižica spada v zbirko, katere namen je na dokaj preprost način pokazati uporabo matematike v tehniki. Večino snovi, ki je obdelana v knjigi, poznajo (vsaj za zdaj) pri nas že srednješolci. Na nazoren način — predvsem s primeri in če se le da iz elektrotehnike — so obdelana tale poglavja: trigonometrija, kompleksna števila, matrike in determinante, binomska formula, binomska, Poissonova in zvezna porazdelitev; številski sistemi s kodiranjem in nekaj Boolove algebre pa uvajajo matematično obravnavo logičnih vezij. Poleg dovolj podrobno obdelanih zgledov je še več kot 400 nalog z rešitvami. Tako je delo primerno bodisi za pomožni učbenik ali za neke vrste priročnik.

Gabrijel Tomšič

DOMAČE VESTI

LETNO POROČILO ODDELKA ZA MATEMATIKO IMFM ZA ŠTUDIJSKO LETO 1978/79

Ker je oddelek 1. septembra 1979 dobil novega predstojnika dr. Josipa Globevnika, je morda primerno, da hkrati z razmeroma podrobnim poročilom o zadnjem letu podamo tudi prav kratek pregled dela v zadnjih petih letih.

1. Raziskovalno delo

Obseg raziskovalnega dela na našem oddelku se razveseljivo povečuje; število raziskovalnih nalog, ki jih financira Raziskovalna skupnost Slovenije, narašča, čeprav ne monotono. V letu 1974 smo opravili tri raziskovalne naloge, v 1975 šest, v 1976 osem, v 1977 štiri, v 1978 sedem (zaporedne št. 47—53; izvlečki so bili objavljeni v Obzorniku mat. fiz. **26** (1979) 54—55), v 1979 osem (št. 54—61; izvlečki bodo objavljeni v eni od prihodnjih številk Obzornika); za leto 1980 pa je RSS sprejela v financiranje enajst naših raziskovalnih nalog, ki smo jih razdelili v štiri tematske skupine:

1. skupina: *Osnove, razvoj in zgodovina matematike* (vodja skupine I. Hafner):
62. I. Hafner: *Osnove matematike po Bolzanu in Lèsniewskem;*
63. J. Povšič: *Bibliografiji Franca Hočevarja in Riharda Zupančiča.*

2. skupina: *Funkcionalna analiza v linearnih topoloških prostorih* (vodja I. Vidav):
64. J. Globevnik: *Analitične razširitve in selekcije;*
65. E. Kramar: *Linearni operatorji na lokalno konveksnem linearnem prostoru s hilbertskimi polnormami.*

3. skupina: *Kosoma linearne mnogoterosti* (vodja J. Vrabec):
66. J. Rakovec: *Grupe ploskev z robom v grupah 3-mnogoterosti;*
67. J. Vrabec: *Vložitev sklenjene mnogotiroste v evklidski prostor prve kritične dimenzije.*

4. skupina: *Analiza nekaterih metod uporabne matematike* (vodja A. Suhadolc):
68. Z. Bohte: *Analiza zaokrožitvenih napak pri računanju odvoda determinante;*
69. E. Zakrajšek: *Pogojenost problemov linearne algebre;*
70. J. Kozak: *Polinomska ekstrapolacija v numerični analizi;*
71. P. Petek: *Lastne vrednosti Laplaceovega operatorja v ravnini;*
72. S. Indihar: *Multilinearno programiranje.*

Fotokopirane rokopise znanstvenih člankov svojih članov objavljamo v brošuri *Preprint Series of the Department of Mathematics*. Podatki o že objavljenih delih pa so na razpolago v dokumentaciji inštituta.

2. Seminarji

a) *Topološki seminar* je naš najstarejši specializirani seminar. Vodi ga J. Vrabec. V zadnjih petih letih je bilo v njem skupaj 250 ur predavanj. V preteklem študijskem letu je nadaljeval v prejšnjem letu začeti študij matematičnih osnov teorije katastrof po Bröckerjevi knjigi *Differentiable Germs and Catastrophes*, konec leta pa se je posvetil še analizi na mnogoterostih. Seminarja se je udeleževalo v poprečju 6 naših članov, predavali pa so: A. Blejec (10 ur), P. Legiša (11 ur), B. Magajna (10 ur), Z. Magajna (8 ur), J. Rakovec (3 ure), J. Vrabec (10 ur).

b) *Seminar za računalniško in numerično matematiko* je naš najbolje obiskani in najživahnejši seminar. V začetku ga je vodil Z. Bohte, zadnja tri leta pa je bil njegov vodja V. Batagelj. V zadnjih petih letih je bilo v njem skupaj 252 ur predavanj. V preteklem letu so bila na sporedu tale dvourna predavanja:

V. Batagelj: *Hišne številke;*
D. Marušič: *Vertex symmetric graphs;*
E. Zakrajšek: *Daljnovod;*
Z. Bohte: *Numerična knjižnica NAG;*
E. Zakrajšek: *Generalized inverses;*

V. Batagelj: *Koncept programa za ličen izpis tekstov;*
A. Čadež: *A note on outgoing-wave boundary conditions;*
E. Zakrajšek: *Optimalne gradientne metode;*
I. Dolinšek: *Generiranje razporedov proizvodnih procesov;*
V. Batagelj: *Optimizacijske naloge / Algoritem Pijavskij-Shuberta za določanje globalnih ekstremov;*
R. Vidmar: *Popravki v Pascalu;*
V. Batagelj: *Končne vrste / Posplošene geometrične in geometrijske vrste;*
T. Pisanski: *Ljubljanski študent na ameriški univerzi;*
J. Stare: *Dvojno adaptivna Clenshaw-Curtisova kvadraturna metoda;*
J. Kozak: *O Rombergovi ekstrapolaciji;*
J. Lesjak: *Računalnik STAR;*
T. Jagrič: *Fortran 77;*
B. Mohar: *Posplošitev Sachsovega izreka in aciklični polinomi V-grafov;*
E. Zakrajšek: *O Laplaceovi transformaciji;*
R. Reinhardt: *Editorji;*
M. Lozej: *Petrijeve mreže;*
B. Orel: *Euler-Maclaurinova sumacijska formula in njena uporaba v numeričnem integriranju;*
D. Marušič: *Complete groups;*
A. Vitek, I. Kovačič: *Grafični paket za risalnik;*
A. Vitek: *Posplošena metoda konjugiranih gradientov;*
V. Batagelj: *Optimizacijske naloge / Ekvivalentne, prirejene in dualne naloge;*
V. Batagelj: *Optimizacijske naloge / Lagrangeova prirejenost; metoda zunanje točke;*
E. Zakrajšek: *Dualnost pri linearnem programiranju;*
E. Zakrajšek: *Devetnajst dvomljivih načinov računanja matrične eksponentne funkcije;*
R. Vidmar: *Fantom DEC-10;*
R. Reinhardt: *Načini izračuna funkcij;*
V. Batagelj: *Uvod v lambda-račun;*
V. Batagelj: *Kako narišemo pravilni mnogokotnik.*

c) *Seminar za kompleksno analizo* je osnoval J. Globevnik v letu 1975/76. Lani ta seminar zaradi odsotnosti vodje ni deloval. V prejšnjih treh letih pa je bilo v njem skupaj 93 ur predavanj.

d) *Seminar za funkcije več kompleksnih spremenljivk* je bil osnovan v letu 1976/77. Skupaj ga vodita J. Globevnik in J. Vrabec. Tudi ta seminar v zadnjem letu zaradi Globevnikove odsotnosti ni deloval, v prejšnjih dveh letih pa je bilo v njem skupaj 80 ur predavanj.

e) Ob glavnem topološkem seminarju je v letih 1974/75 in 1977/78 deloval še *seminar za topologijo nizkih dimenzij.* Prvič ga je vodil J. Vrabec, drugič pa W. Heil. V njem je bilo skupaj 89 ur predavanj.

f) *Seminar za topologijo Zagreb—Ljubljana* je skupni topološki seminar našega inštituta in zagrebškega Instituta za matematiku. Deluje že od leta 1974/75, vodita pa ga S. Mardešić iz Zagreba in J. Vrabec iz Ljubljane. Sestaja se praviloma dvakrat na mesec, enkrat v Zagrebu in enkrat v Ljubljani. V minulih petih letih je bilo v njem 220 ur predavanj, 112 v Ljubljani in 108 v Zagrebu. V zadnjem študijskem letu so v Ljubljani predavali:

J. Vrabec: *Homotopske grupe prostorov PL vložitev* (4 ure);
J. Rakovec: *Grupe ploskev v grupah 3-mnogoterosti* (4 ure);
Z. Magajna: *Vozlanje torusov v hiperravninah* (2 uri);
B. Magajna: *Svežnji in snopi v kategoriji Banachovih prostorov* (4 ure);
Z. Magajna: *Mikrosvežnji* (2 uri);
J. Vrabec: *PL bordizem* (2 uri);
R. Geoghegan: *Ends of groups in shape and proper homotopy* (2 uri).

V Zagrebu pa so predavali:
Z. Čerin: *Fibracije oblika, F-stabilnost i FR-stabilnost* (2 uri);
S. Mardešić: *Fibracije oblika s različitim vlaknima* (4 ure);
Z. Čerin: *O celularnim dekompozicijama Q-mnogostrukosti* (2 uri);
S. Mardešić: *Homotopski tip ANR-ova za p-parakompaktne prostore* (2 uri);

Z. Čerin: *O Borsukovoj fundamentalnoj metrici* (2 uri);
S. Mardešić: *Rezolvente preslikavanja* (4 ure);
A. Šostak: *Collectionwise normality and extension of continous functions* (2 uri);
A. Šostak: *On perfect preimages of stratified spaces* (2 uri);
D. Svrtan: *Kohomologija od BU(n)* (2 uri);
M. Žabčić: *De Rhamova kohomologija glatkih mnogostrukosti* (2 uri).

3. Udeležba na znanstvenih in strokovnih srečanjih ter obiski na tujih znanstvenih ustanovah

V zadnjih petih letih se je 24 naših članov skupaj 79-krat udeležilo skupaj 51 simpozijev, kongresov, obiskov na tujih univerzah itd. in imelo skupaj 46 referatov ali predavanj. V zadnjem letu pa smo sodelovali pri tehle dogodkih:

J. Globevnik je študijsko leto 1978/79 preživel kot gostujoči docent na University of Washington v Seattlu v ZDA. Na poti tja je imel dne 15. septembra 1978 na University of Wisconsin v Madisonu (ZDA) vabljeno predavanje z naslovom *On the ranges of analytic maps in infinite dimensions.*

Informatica 78 (Bled, 2.—7. oktobra 1978). Simpozija se je udeležil J. Grad in imel na njem referat z naslovom *Določitev optimalne poti z metodo diskretnega dinamičnega programiranja.*

Jugoslovanska industrijska razstava (Peking, 19.—25. aprila 1979). Udeležil se je je A. Vadnal s predavanjema *Programming multi-phase processes* in *Location of circulatory roads.*

The 5th Symposium on Algorithms (Štrbske Pleso, ČSSR, 23.—27. aprila 1979). Simpozija sta se udeležila Z. Bohte in J. Grad. Imela sta skupen referat *On numerical methods for the solution of the generalized eigenvalue problem,* Bohte pa je imel povrhu še referat *On algorithms for the calculation of the derivative of the determinant.*

The 6th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science (Hannover, ZRN, 22.—29. avgusta 1979). Kongresa se je udeležil N. Prijatelj.

4. Obiski tujih znanstvenikov

V zadnjih petih letih nas je obiskalo skupaj 26 znanstvenikov iz tujine ali drugih krajev Jugoslavije (13 iz ZDA, 4 iz SZ, 3 s Poljskega ter po eden iz Avstrije, ČSSR, Jugoslavije, Kanade, Romunije in Vel. Britanije). Skoraj vsi so imeli pri nas najmanj eno predavanje. V zadnjem letu so nas obiskali tile:

Jindřich Bečvar (Univerza v Pragi, ČSSR) je bil v oktobru in novembru 1978 dva tedna gost oddelka za matematiko in mehaniko pri Fakulteti za naravoslovje in tehnologijo. Dne 2. novembra je imel za člane našega inštituta predavanje z naslovom *K-bistvene podgrupe Abelovih grup.*

Časlav V. Stanojević (University of Missouri, Rolla, ZDA), 8.—14. maja 1979. Pri nas je imel dve predavanji: *L^1-konvergenca Fourierovih vrst* (9. maja) in *Harmonske lastnosti norm* (14. maja).

Ross Geoghegan (State University of New York, Binghamton in Institute for Advanced Study, Princeton, ZDA), 17.—20. maja 1979. Za člane našega inštituta je imel 18. maja predavanje *Splitting homotopy idempotents,* naslednji dan pa še eno predavanje v okviru seminarja za topologijo Zagreb—Ljubljana (glej zgoraj).

Rudolf Z. Domiaty (Technische Universität, Gradec, Avstrija), 6.—7. junija 1979. Dne 7. junija je imel pri nas predavanje *Locally metrizable spaces.*

Hanna Patkowska (Universytet Warszawski, Varšava, Poljska), 23. junija 1979. Imela je predavanje *Quasi-homeomorphisms of compacta and quasi-embeddings into euclidean spaces.*

Frank Harary (University of Michigan, Ann Arbor, ZDA), 23.—27. junija 1979. Dne 25. junija je imel predavanje *Selected recent results in graph theory,* naslednji dan pa še *Some graph theoretic models in computer science.*

Harold Hastings (Hofstra University, Hampstead, N. Y., ZDA), 17.—19. julija 1979. Ker je bil njegov obisk že zunaj »sezone«, pri nas ni predaval.

5. Tisk

IMFM izdaja ali soizdaja tele matematične publikacije:

Preprint Series of the Department of Mathematics (prej *Publications of the Department of Mathematics*). V zadnjih petih letih je v tej zbirki izšlo 10 zvezkov. V zadnjem letu je izšla (zaostala) št. 13 z naslovom *Publications...*, ki vsebuje fotokopije 10 že objavljenih člankov naših članov, in št. 16 z naslovom *Preprint Series...*, v kateri so fotokopije rokopisov 8 znanstvenih člankov naših članov.

Postdiplomski seminar iz matematike (skripta). V zadnjih petih letih je tu izšlo 8 zvezkov, od tega 2 (št. 11 in 12) v zadnjem letu.

Zbirka izbranih poglavij iz matematike (skripta). V zadnjih petih letih je izšlo 10 zvezkov, od tega 2 (št. 7 in 11) v zadnjem letu.

Seminar za računalniško in numerično matematiko. Tu izhajajo (nekatera) razmnožena predavanja z našega istoimenskega seminarja. Doslej je izšlo 70 teh predavanj, od tega v zadnjem letu 5.

Matematika-fizika (zbirka univerzitetnih učbenikov in monografij). V zadnjih petih letih sta tu izšli dve zelo obsežni matematični knjigi, nobena v zadnjem letu.

Poleg omenjenh prvih izdaj je izšlo v zadnjih petih letih še 11 ponatisov, od tega v zadnjem letu štirje.

6. Organizacijsko delo

Lani smo na tem mestu poročali o finančni krizi v Matematični knjižnici. Redna dotacija, ki nam jo daje RSS za knjižnico, se je v letu 1979 dvignila malo bolj kot prejšnja leta, tako da bi zadostovala za normalno poslovanje v tem letu (ne pa tudi za razširitev in izboljšave dela, ki bi bile že nujno potrebne in ki jih terja tudi komisija za INDOK pri RSS); žal pa nam je ostal velik primanjkljaj iz prejšnjih let.

V zadnjem letu smo dobili dva nova člana, dipl. inž. *Andreja Blejca* in *Aleša Založnika.* V zadnjih petih letih se je število članov oddelka za matematiko povzpelo od 49 na 61.

Jože Vrabec

NOVE KNJIGE

PRESEK

Naročnikom Obzornika za matematiko in fiziko priporočamo, da se naročijo tudi na Presek, list za mlade matematike, fizike in astronome. Tega vam želimo predstaviti z vsebino prve številke, ki je pravkar izšla:

Matematika (Zanimiva matematika?, Celi trikotniki, Število razdelitev enakih predmetov na skupine, Enačba Srca), Fizika (Mpembov pojav ali zmrzovanje vroče in hladne vode), Astronomija (Fotografija zvezdnega neba), Križanka, Premisli in reši, Poskusi — premisli — odgovori, Bistrovidec, Pisma bralcev, Tekmovanja — naloge (Zvezno tekmovanje mladih fizikov v Zadru, 24. republiško tekmovanje in predtekmovanje mladih matematikov srednješolcev), Nove knjige, Naloge, Bolj za šalo kot zares. Cena letnika, v katerem bo izšlo 5 številk, je 60.— din.

Ciril Velkovrh

NAGRAJENCI SKLADA BORISA KIDRIČA V LETU 1980*

Sklad Borisa Kidriča pri Raziskovalni skupnosti Slovenije je v letošnjem letu podelil šest Kidričevih nagrad, sedemnajst nagrad sklada Borisa Kidriča ter triindvajset nagrad za izume in izpopolnitve. Med nagrajenci so tudi trije člani našega društva, ki so dobili nagrade sklada Borisa Kidriča za uspešno delo v fiziki.

Prof. dr. BOŠTJAN ŽEKŠ — za pomembne raziskovalne dosežke na področju faznih prehodov v kondenzirani materiji, podane v 19 objavljenih delih v letih 1978 in 1979.

Raziskave faznih prehodov sodijo med najaktivnejša področja statistične mehanike in fizike kondenzirane materije nasploh. Spontano prehajanje materije iz stanja z dano kristalno simetrijo v stanje z drugo kristalno simetrijo je zanimivo za fundamentalno razumevanje naravnih pojavov in za uporabo v kemiji, metalurgiji, elektroniki pa tudi biologiji in medicini. Dr. Žekš je v zadnjih dveh letih objavil skupaj s sodelavci 19 del iz teorije faznih prehodov v bioloških membranah, tekočih kristalih, feromagnetikih in feroelektrikih. Izdelal je teorijo statističnih in dinamičnih kritičnih pojavov pri strukturnih faznih prehodih v psevdo-dvodimenzionalnih perovskitih. Predlagal je prvi mikroskopski model faznih prehodov v modelih bioloških membran. Uspelo mu je pojasniti značilnosti koeksistenčne krivulje v odvisnosti lateralnega tlaka od površine enojne lipidne plasti. Izdelal je teorijo širine feromagnetnih polaritonov, ki so posledica sklopitve med fononi in magnoni v urejenih magnetnih sistemih. Izračunal je spekter fluktuacij parametra reda inkomenzurabilne helikoidalne feroelektrične smektične C faze. Delo ni pomembno samo za fiziko kondenzirane materije, temveč tudi za biološke vede in uporabo tekočih kristalov v elektroniki.

Doc. dr. SLOBODAN ŽUMER — za pomembne raziskovalne dosežke s področja jedrske spin-mrežne relaksacije, objavljene v letih 1978 in 1979.

Šest publikacij, objavljenih v letih 1978 in 1979, predstavlja zaključek večletnih raziskav jedrske spin-mrežne relaksacije, prikazanih v 16 publikacijah in 8 objavljenih referatih na mednarodnih kongresih. Dr. Žumer je prvi raziskal vpliv anizotropije translacijske difuzije na spin-mrežno relaksacijo v psevdo dvodimenzionalnih in psevdo enodimenzionalnih smektičnih in drugih sistemih ter omogočil uvedbo nove metode za meritev difuzijskih koeficientov v področju, ki je klasičnim merskim metodam težko dostopno. Dr. Žumer je prav tako raziskal jedrsko spin-mrežno relaksacijo zaradi fluktuacij parametra reda v psevdo enodimenzionalnih sistemih in ugotovil, da klasično kritično upočasnitev zaradi kolektivnih ekscitacij spremlja še močna dodatna upočasnitev zaradi enodimenzionalne narave sklopitve. Rezultati so pomembni za raziskavo mikroskopskega mehanizma jedrske spin-mrežne relaksacije v kristalih.

---

* Seznam lanskih nagrajencev smo objavili v Obzornik mat. fiz. **26** (1979) 93—94.

Mag. Rado Ilić, dr. Mitja Najžer, mag. JOŽE RANT, Marjan Humar in prof. dr. Anton Podgornik — za pomembne raziskovalne dosežke s področja avtoradiografije z detektorji jedrskih sledi in nevtronske radiografije v metalurgiji.

Skupina Ilić, Najžer, Rant, Humar in Podgornik je s svojimi deli, objavljenimi v zadnjih letih, postala ena izmed vodilnih skupin v visokoločljivostni nevtronski radiografiji. K uspehu je pripomogla domiselna uvedba novih detekcijskih metod (želatinske plasti, iskrnega števca), pa tudi temeljit modelni študij vpliva fizikalno-kemijskih procesov, ki spremljajo nastanek sledi v detektorjih in ki vplivajo na kvaliteto posnetka.

Dosegli so izredno ločljivost 1—2 μm in s tem omogočili nova raziskovanja v metalografiji, ki sicer ne bi bila izvedljiva. Pri tem gre predvsem za zasledovanje mikroskopske porazdelitve nukleatov bora in titana pri kristalizaciji aluminija.

POROČILO O SEMINARJU ZANIMIVA MATEMATIKA

Seminar *Zanimiva matematika* smo organizirali s precejšnjo mero negotovosti glede udeležbe. Med zimskimi počitnicami je bil namreč obvezni seminar iz fizike. Ker precej učiteljev poučuje matematiko in fiziko, je bil dvom več kot upravičen. Toda udeležba je prekosila vsa optimistična pričakovanja. Kar 110 udeležencev je pritegnila zanimiva matematika; med nami je bil tudi kolega, ki poučuje na slovenski gimnaziji v Celovcu. Zaradi »razpršenih« zimskih počitnic smo skušali izbrati ustrezni datum, da seminarja ne bi ponavljali. Kaže, da smo termin 25. in 26. januar primerno izbrali. Nekaj kolegov se nam je zaradi obveznega dopoldanskega dela v šoli pridružilo šele v petek popoldne.

Seminar se je začel z majhno slovesnostjo. Zveza društev matematikov, fizikov in astronomov Jugoslavije je ob 30-letnici ustanovitve podelila priznanja nekaterim članom. Članom našega društva je ta priznanja ob začetku seminarja izročil predsednik DMFA SRS *Anton Suhadolc*. Priznanja so prejeli: Fran Dominko, Jožica Dolenšek, Ludovik Gabrovšek, Franc Galič, Marjan Hribar, Bogomila Kolenko, Martina Koman, France Križanič, Janez Markelj, Anton Moljk, France Plevnik, Milica Potisek, Niko Prijatelj, Jože Povšič, Janez Strnad, Gabriel Tomšič, Alojzij Vadnal, Marjan Vagaja, Ivan Vidav.

Prvo predavanje na seminarju ni vključevalo igre, ampak je bilo čisto matematično. V predavanju *Ivana Vidava* je bil govor o funkciji $[x]$ in komplementarnih zaporedij naravnih števil. Predavanje je bilo do potankosti dodelano ne samo v strokovnem pogledu, ampak tudi v načinu podajanja, popeljalo nas je v svojski svet lepote matematičnih dokazov.

Predavanje *Vladimirja Batagelja* Popotovanja je bolj opravičilo naslov seminarja. Igra o šahovskem konjičku nas je pripeljala do »resne matematike«, do Hamiltonovih grafov, ki nam pomagajo rešiti še marsikatero zanimivo nalogo.

V petek popoldne je bil dveurni razgovor o matematiki v šoli in zunaj nje. V skladu s snovjo seminarja je beseda tekla o matematiki v krožkih, o obšolskih dejavnostih in o usmerjenem izobraževanju. V razpravi, ki jo je

vodil *Tomaž Pisanski,* so sodelovali predsednik društva *Anton Suhadolc,* urednik Preseka *Zvone Trontelj* in svetovalec za matematiko in računalništvo pri Zavodu za šolstvo *Aleksander Cokan.* Tomaž Pisanski je v uvodnih besedah nakazal delo društva v zvezi s popularizacijo matematike med mladino. Prav sedaj v drugem polletju bodo znova zaživela predavanja za srednješolce, sprva samo v Ljubljani, kasneje morda tudi drugod po Sloveniji. Tudi tekmovanja, ki jih organizira društvo, naj bi prispevala k zanimanju za matematiko. Za Presek pa lahko rečemo, da je uspešnica društva in Komisije za tisk, čeprav se tudi tu pokažejo občasne težave pri izbiri ustreznega gradiva. Presek dopolnjuje znanje, ki ga dobijo učenci v šoli pri matematiki, fiziki in astronomiji. Premalo izvemo, kako mladi sprejemajo ta časopis. Ali preberejo vse članke? Koliko je prezahtevnih? Da bi Presek postal pestrejši, potrebuje širši krog sodelavcev. Mnenja udeležencev so bila, naj Presek prinaša tudi naloge za pripravo na tekmovanje.

Razprava o tekmovanjih je bila dokaj razgibana, saj je s tekmovanji tesno povezano delo v krožkih. Mnogi krožki se bolj posvečajo tekmovanju kot sami matematiki. Če je v športu tekmovanje najmanj pozitivni del, to velja še bolj za matematiko. Zato naj bo delo v krožkih tako organizirano, da ne pripravlja samo tekmovanja. Delo v krožkih je otežkočeno zlasti v centrih, ker imajo učenci bistveno različno predznanje. Zaželeno bi bilo, da bi društvo s predavanji pomagalo krožkom. To je sedaj težko izvedljivo, ker to nima toliko aktivnih sodelavcev. S pretežkimi nalogami lahko zgrešimo cilj tekmovanja, učence odvrnemo od nadaljnjega prizadevanja. Poskrbeti bo treba tudi za pravilno sestavo tekmovalnih komisij. Srednješolskih učiteljev v tej komisiji je čedalje manj, a prav ti bi morali odločati, ali so naloge primerne. S Presekom imamo možnosti, da bi tekmovanje razvijali na drugačnem nivoju. Naloge naj bi reševali doma, rešitve bi objavili.

Uvodne misli o usmerjenem izobraževanju je podal Aleksander Cokan. Osnutek zakona o usmerjenem izobraževanju predvideva, da bo to izobraževanje zaživelo v šolskem letu 1980/81. Zato bo Zavod za šolstvo organiziral uvajalne seminarje, ki so namenjeni strokovno-metodični zasnovanosti pouka predmetov. Osnutek zakona o usmerjenem izobraževanju predvideva izobraževanje za pridobitev strokovne izobrazbe, za izpopolnjevanje strokovne izobrazbe in usposabljanje na delu in z delom. Vzgojno-izobraževalni programi se bodo oblikovali po strokah in usmeritvah. Za zdaj je predvidenih okrog 50 usmeritev. Skupna vzgojno-izobrazbena osnova za vse usmeritve je prvi dve leti, v prvem letu ta zavzema celotni fond ur, v 2. letu še približno 50 % od števila ur, drugo je izbirni del. Skupna vzgojno-izobrazbena osnova je bila pripravljena ob sodelovanju visokih šol, inštitutov, republiškega komiteja za vzgojo in izobraževanje, strokovnih društev, praktikov in drugih. V okviru vzgojno-izobraževalnih področij so delovale predmetne komisije, njihovo delo pa je koordinirala osrednja komisija. Učni načrti so bili sprejeti delno julija 1979, celotna zgradba pa septembra. Sama struktura SVIO kaže, da je koncept splošne izobrazbe širše zasnovan. V SVIO so nekateri predmeti dvoletni, drugi, med njimi tudi matematika in fizika, so predvideni samo v 1. letniku. Celotni fond ur je preračunan na 35 tednov v letu. Na lanskih poletnih seminarjih smo bili seznanjeni z učnimi načrti iz matematike. Učbenik iz matematike je v recenzijskem postopku, ima pa nekatere novosti, npr. vektorski pristop k geometriji.

Ob tej reformi bo treba posodobiti metode pri pouku. Individualizacija in diferencializacija pouka naj bi omogočali optimalni razvoj učenca, v zvezi s tem je predviden obvezni in prostovoljni dopolnilni pouk. Podlaga za visokošolski študij je srednješolski študij iste usmeritve in nadaljevalni izpit.

Razprava je bila živahna, pripombe kritične, kar kaže, da se učitelji zavedajo velike odgovornosti pri uvajanju usmerjenega izobraževanja. Opozorili so na dejstvo, da še danes ne vemo, kako bo potekalo izobraževanje na štiri leta. Težko je imeti isti učni načrt za tiste, ki jim to pomeni vrh, in za tiste, ki jim to pomeni dno. Motivacija za pouk matematike v 1. letniku bo slabša. Pouk matematike in strokovnih predmetov naj bi tekel paralelno. Že pri učnem načrtu je fizika narekovala večji tempo matematiki. Zato je bil odvod in integral predviden že v drugem letniku.

Realizacija učnega načrta je odvisna od pisca učbenika. V učbeniku bodo nakazane različne poti skozi snov. Ne smemo pa si domišljati, da bo sedanji gimnazijski nivo primeren za vse šole. Udeležence seminarja so zanimale rešitve drobnih, a bistvenih problemov: koliko učencev je predvidenih v razredu, kolikšna bo učna obveznost učiteljev, kako je z reformo v drugih republikah. Ali smo poskrbeli, da bomo upoštevali njihove izkušnje pri uvajanju reforme.

Tudi na družabnem večeru smo bili zvesti naslovu seminarja. Še tu smo med zabavo vpletli delo. Udeležencev je bilo bolj malo, toda kljub temu smo nadaljevali razpravo o usmerjenem izobraževanju. Kolegi iz Velenja so to razpravo duhovito zaključili.

V soboto dopoldne udeležba na seminarju ni bila nič manjša. Zaradi bolezni *Romana Rojka* — ta je predavanji pripravil — sta predavala *Gorazd Lešnjak* O trikotnih številih in *Bojan Mohar* Igra nim. Nelahko nalogo zadnji hip prevzeti predavanje sta dobro opravila. Trikotna in tudi večkotna števila definiramo z aritmetičnim zaporedjem. Trikotna števila najdemo v znanem Pascalovem trikotniku. Trikotna števila imajo zanimive lastnosti; z nekaterimi smo se seznanili. Igra nim je takšna, da lahko pri pravilnem igranju vnaprej napovemo zmagovalca, torej kot igra ni zanimiva. Zanimiva pa je pot — strategija, ki vodi do zmage, in s to smo se seznanili.

Tomaž Pisanski je imel dve predavanji: o celih trikotnikih in o Pellovi enačbi. Nekatere trikotnike s celimi stranicami in še z dodatnimi zahtevami že poznamo — za pravokotne imenujemo rešitve pitagorejske trojice. Znani so tudi Heronovi trikotniki; ploščina je tu celo število. Lahko pa iščemo cele trikotnike z drugačno dodatno zahtevo.

Do Pellove enačbe pogosto pridemo pri iskanju posebnih celih trikotnikov. Zato splošna rešitev Pellove enačbe omogoča razrešitev marsikatere naloge.

Lahko rečemo, da so bila predavanja na seminarju dobro izbrana in da so odlično izpolnila glavno nalogo: učiteljem pomagati pri delu v krožkih, saj je ta snov zanimiva, dovolj lahka in ne čisto šolska.

Prav zaradi omahovanja, ali bi seminar sploh organizirali, je imel vodja Tomaž Pisanski toliko bolj zahtevno nalogo: v kratkem času oblikovati seminar in poiskati predavatelje. Ti so se potrudili, da so predavanja pravočasno napisali, člani Komisije za tisk pa so poskrbeli, da so udeleženci dobili na seminarju skripta s predavanji. Njim gre priznanje, da so bili udeleženci s seminarjem resnično zadovoljni.

Martina Koman

OBISK V TRSTU

Na slovenskem Učiteljišču A. M. Slomšek v Trstu je bilo v sredo 16. aprila prijetno srečanje med rojaki matematiki.

Delegacija Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS, ki so jo sestavljali njegov predsednik prof. A. Suhadolc, prof. J. Strnad s soprogo in M. Hrovathova, je prinesla tržaškim in goriškim slovenskim šolam knjižno darilo, ki ga je financiral Republiški komite za vzgojo in izobraževanje. Obdarovanje je bilo združeno s predavanjem prof. A. Suhadolca o slovenskih matematikih. Del organizacije tega srečanja je prevzelo pred dvema letoma ustanovljeno tržaško Društvo naravoslovcev in tehnikov Tone Penko.

Po uvodnih pozdravnih besedah predsednika tržaškega društva prof. Volčiča je prof. Suhadolc izredno lepo spregovoril o slovenskih matematikih. Omejil se je na štiri matematike evropskega slovesa: na Jurija Vego, Franca Močnika, Franca Hočevarja in Josipa Plemlja.

Na kulturnozgodovinskem predavanju, ki je pritegnilo tudi nematematike, smo med drugim izvedeli, kako je matematik, vojak in baron Jurij Vega iz hvaležnosti do Ljubljane vzdrževal z njo redne zveze tako, da je tja sproti pošiljal kopije svojih diplom in drugih odličij. Dalje — kako smo imeli Slovenci po zaslugi F. Močnika in F. Hočevarja ob prelomu stoletja za nekaj desetletij tako rekoč monopol (celo do 90 %) nad srednješolskimi matematičnimi učbeniki bivše monarhije. Ti učbeniki so doživeli na stotine izdaj v vrsti tujih jezikov. In končno — kako je trma, ki si jo je nabral v svoji težki mladosti, usposobila Josipa Plemlja za reševanje dotlej nerešenih matematičnih problemov.

Razdelitvi knjižnih daril je sledila družabnost z zakusko, ki je prijetno razpoloženje še stopnjevala.

Karel Bajc

STEREOLOŠKA SEKCIJA ZDRUŽENJA ANATOMOV JUGOSLAVIJE

prireja s sodelovanjem

UNIVERZE EDVARDA KARDELJA V LJUBLJANI,
INŠTITUTA J. STEFAN
SLOVENSKE AKADEMIJE ZNANOSTI IN UMETNOSTI

3. EVROPSKI SIMPOZIJ ZA STEREOLOGIJO

ki bo od 22. do 27. junija 1981 v Ljubljani

Na simpoziju bodo naslednje sekcije:

1. matematika 2. biološke znanosti 3. znanost o materialih
4. instrumentacija 5. razno

Interesenti naj se za vsa nadaljnja pojasnila obračajo na naslov:

Prof. dr. Miroslav Kališnik, Zavod za histologijo in embriologijo, 61105 Ljubljana, pp 10

OBČNI ZBOR — DNEVNI RED

1. Otvoritev
2. Poročila o delu društva
3. Razdelitev društvenih priznanj
4. Razprava o poročilih
5. Poročilo nadzornega odbora
6. Volitve novega odbora
7. Pregled sklepov in razno

V prostorih hotela Jama bo prodajna razstava zadnjih društvenih publikacij. Ob tem boste lahko vplačali članarino in naročnino za Obzornik za matematiko in fiziko za leto 1980, morebitne starejše dolgove ter posamezno in skupinsko naročnino za Presek.

Za UO Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS
Predsednik Anton Suhadolc

Prijavite se s spodnjim odrezkom do 10. 10. 1980

Odrežite

PRIJAVA

Prijavljam se na občni zbor DMFA SRS 24. in 25. 10. 1980 v Postojni

....
(priimek in ime) (točen naslov)

Rezervirajte mi, prosim, prenočišče za ..... oseb v hotelu Jama — B kategorija (ustrezno obkrožite):

1. enopostelja soba:
   a) prenočišče z zajtrkom 225 din
   b) polpenzion 270 din
   c) polni penzion 315 din
2. dvopostelja soba (po osebi):
   a) prenočišče z zajtrkom 170 din
   b) polpenzion 215 din
   c) polni penzion 260 din

Druge želje: .....

....
(kraj) (datum) (podpis)

Upravni odbor Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS vabi na

POSVETOVANJE O USMERJENEM IZOBRAŽEVANJU,

strokovno predavanje O TEORIJI KATASTROF in na

32. OBČNI ZBOR DRUŠTVA, ki bo 24. in 25. oktobra 1980 v Postojni

Petek, 24. 10. 1980	
— 12.00 in dalje	Prijave v recepciji hotela Jama
— 15.30	Predavanje v prostorih hotela Jama, J. Vrabec: O teoriji katastrof
— 17.00	Posvetovanje o usmerjenem izobraževanju, vodil ga bo F. Galič
— 19.30	Večerja in družabni večer v restavraciji hotela Jama
Sobota, 25. 10. 1980	
— 9.00	Občni zbor v prostorih hotela Jama
— 13.00	Kosilo v restavraciji hotela Jama
	Popoldan sta predvidena izleta v Planinsko jamo in v Lipico

Profesorica
MARTINA KOMAN
Gimnazija
Trg padlih borcev 1a
66239 POSTOJNA