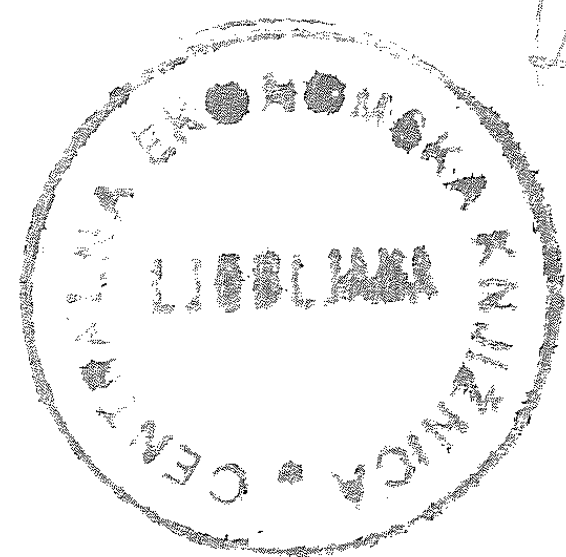




2-111
ODPISANO

1979

Letnik 26

2

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO



LETNIK 26. — ŠTEVILKA 2
OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
LJUBLJANA, MAREC 1979

Glavni in odgovorni urednik: Janez Strnad.

Uredniški odbor: France Avsec, gimnazija Kranj; Robert Blinc, FNT; Alojz Kodre, FNT; France Kvaternik, tehniška šola za lesarstvo, Ljubljana; Peter Legiša, FNT; Jože Lep, VTŠ, Maribor; Anton Moljk, FNT; Mitja Rosina, FNT; Tomaž Skulj, Iskra, Ljubljana; Janez Strnad (urednik za fiziko), FNT; Anton Suhadolc (urednik za matematiko), FNT; Ciril Velkovich (urednik), FNT; Ivan Vidav, FNT; jezikovni pregled Marija Janežič, inštitut za slovenski jezik SAZU. Slike je narisal Marjan Turk.

Naročnina: za posameznike 200.— din (za člane društva je že vračunana članarina), za dijake in študente 100.— din, za ustanove in podjetja 250.— din, za tujino 18 \$ = 324.— din, posamezna številka 40.— din, dvojna številka 80.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: **Komisija za tisk DMFA SRS**, 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p.p. 227, tel. št. 265-061/53, žiro račun 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki 32009-007-900.

Tiska tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani, Kopitarjeva ul. 2. Naklada 1400 izvodov.

Izdajo revije sofinancirata Izobraževalna skupnost Slovenije in Raziskovalna skupnost Slovenije.

© 1979 DMFA SRS — 380

YU ISSN 0473-7466

VSEBINA

Članki

- Smeri razvoja v čisti matematiki (Michael F. Atiyah, prev. Tamara Bohte) . 33
Množice v prvem razredu osemletke (Izidor Hafner) 42

Domače vesti

- Sedemdesetletnica profesorja Antona Peterlina (France Križanič, Janez Strnad) 47
Letno poročilo oddelka za matematiko IMFM za študijsko leto 1977/78 (Jože Vrabec) 49
Raziskovalne naloge matematičnega oddelka IMFM v letu 1978 (Gabrijel Tomšič) 54
Učitelji matematike na srednjih šolah v Sloveniji (Stanko Uršič) 56
Letovanje v Plemljevem domu na Bledu (Dušan Modic) IV

Utrinki

- Uvod v posplošeno logiko (Prev. Samo Kuščer) 58

- Prejeli smo v oceno** (Niko Prijatelj, Peter Legiša, Zvonimir Bohte, Marko Kranjc, Janez Rakovec) 61

- Nove knjige** (Alojzij Vadnal, Peter Gosar, Bojan Magajna, Ciril Velkovich) 64, IV

CONTENTS

Articles

- Trends in pure mathematics (Michael F. Atiyah) 33
Sets in the first class of elementary school (Izidor Hafner) 42

- Home news** 47, IV

- Reviews** 61

- New books** 64, IV

Na ovitku: Plemljev dom na Bledu (Foto Ciril Velkovich)

SMERI RAZVOJA V ČISTI MATEMATIKI*

MICHAEL F. ATIYAH**

AMS Subj. Class. (1970): 00A05, 96A99, 98A99

Sestavek je prevod predavanja, ki ga je imel avtor na Tretjem mednarodnem kongresu za matematično izobraževanje v Karlsruhe leta 1976.

TRENDS IN PURE MATHEMATICS

The article is the translation of the author's lecture at the 3rd International Congress on Mathematical Education in Karlsruhe in 1976.

1. Uvod

V tem članku nameravam opisati razvoj matematike v precej dolgi dobi. Za probleme matematičnega izobraževanja, ki je glavna skrb tega kongresa, so odločilne le dolgotrajne smeri razvoja. Danes poteka raziskovanje v matematiki tako kot na mnogih drugih področjih z vedno hitrejšim tempom. Predmeti se v kratkem času korenito spremenijo, pridejo z vznemirjajočo naglico v modo in iz mode in bilo bi popolnoma nemogoče, da bi matematično izobraževanje poskušalo odsevati ta nihanja na mejah predmeta. Dejansko lahko naredimo veliko škode, če poskušamo iti prehitro s časom in vsiliti znanstvenemu svetu nekaj trenutnega navdušenja. S tem pa ne nameravam nakazovati, da je vsaka sprememba v izobraževanju slaba in da bi Evklid moral ostati osnova vsega poučevanja matematike. Hočem le poudariti, da bi na poučevanje predmeta morali vplivati le najpomembnejši vidiki matematičnega razvoja.

Zato bi rad pregledal matematiko v zadnjih sto letih in na splošno opisal glavne spremembe, ki so se zgodile v tem času. Seveda pa bo v mojem opisu element subjektivne pristranosti: ne morem enako oceniti vseh vej matematike in se že naprej opravičujem za mnoge opustitve in posplošitve.

Večkrat slišimo trditev, da je moderna matematika popolnoma različna od tradicionalne matematike — tako po duhu kot po vsebini. To točko bom pregledal podrobno, zaradi enostavnosti pa bom mejno črto potegnil približno na začetku tega stoletja. To je seveda zelo grobo in medtem ko lepo zaokrožena stoletja morda naredijo vtis na zgodovinarje, matematiki ne bi smeli biti tako nes pametni. Nedvomno imajo nove ideje, značilne za moderno matematiko, korenine globoko v preteklosti in veliko klasične matematike uspeva še danes, toda v dobi po letu 1900 je bilo opaziti splošen premik.

* Prevod članka Trends in Pure Mathematics, ki je izšel v Proceedings of the Third International Congress on Mathematical Education, Karlsruhe 1977, 61—74. Zahvaljujemo se avtorju in organizacijskemu odboru kongresa, da sta dovolila prevod. Prevedla T. Bohte.

** Avtor Michael F. Atiyah je eden vodilnih matematikov druge polovice 20. stoletja. Leta 1966 je dobil na mednarodnem kongresu matematikov v Moskvi Fieldsovo medaljo. Sedaj je profesor v Oxfordu (Velika Britanija) in Princetonu (ZDA).

2. Klasična matematika

Zelo na kratko bom povzel probleme in dosežke matematikov pred koncem devetnajstega stoletja. Na splošno lahko rečemo, da je matematika nastala iz praktičnih problemov v zvezi s štetjem, geometrijo in fiziko. Razvoj primernega pojma števila in pravilno razumevanje njegove zveze z geometrijo in fiziko je bilo prvo večje opravilo matematikov stoletja dolgo. Prav je, da se spomnimo, da so probleme, ki so povzročali težave Grkom, kot na primer Zenonov paradoks in Evklidov postulat o vzporednicah, razložili šele v devetnajstem stoletju. V tem času so realna števila dobila osnovo, ki je bila neodvisna od geometrije, geometrija spet pa se je osvobodila fizike, kar je bilo posledica dela Bolyaia in Lobačevskega.

Lahko rečemo, da je bil na najzgodnejši stopnji matematični problem v določitvi vrednosti za neko neznano količino x . V svoji najjasnejši obliki se problem lahko zreducira na iskanje korena polinomske enačbe $p(x) = 0$ in seveda je imel ta problem več stoletij glavno vlogo. Narava problema je postala razumljiva šele z delom Galoisa in Abela v začetku devetnajstega stoletja.

Drugi nivo matematičnega problema, ki je imel od Descartesovega in Newtonovega časa vedno večjo vlogo, je bil poiskati neznano *funkcijo* $f(x)$. Geometrično je graf $y = f(x)$ lahko krivulja z želenimi lastnostmi ali — fizikalno — krivulja delca, ki se giblje pod vplivom danih sil. Neznana funkcija f bi bila po pravilu rešitev diferencialne enačbe in proučevanje diferencialnih enačb je ostala najizrazitejša uporaba matematike v fiziki. Žal pa je tudi najtežavnejša in problemi še vedno obstajajo.

Veliki uspeh klasične matematike, ki je dosegel višek v delu velikih analitikov devetnajstega stoletja, je bil v obvladanju problemov neskončnosti, ki so osnovni pri našem pojmu realne spremenljivke x in funkcij $f(x)$. S temi pravilno zastavljenimi osnovami se matematiki lahko polni upanja lotijo večjih stvari.

3. Več spremenljivk

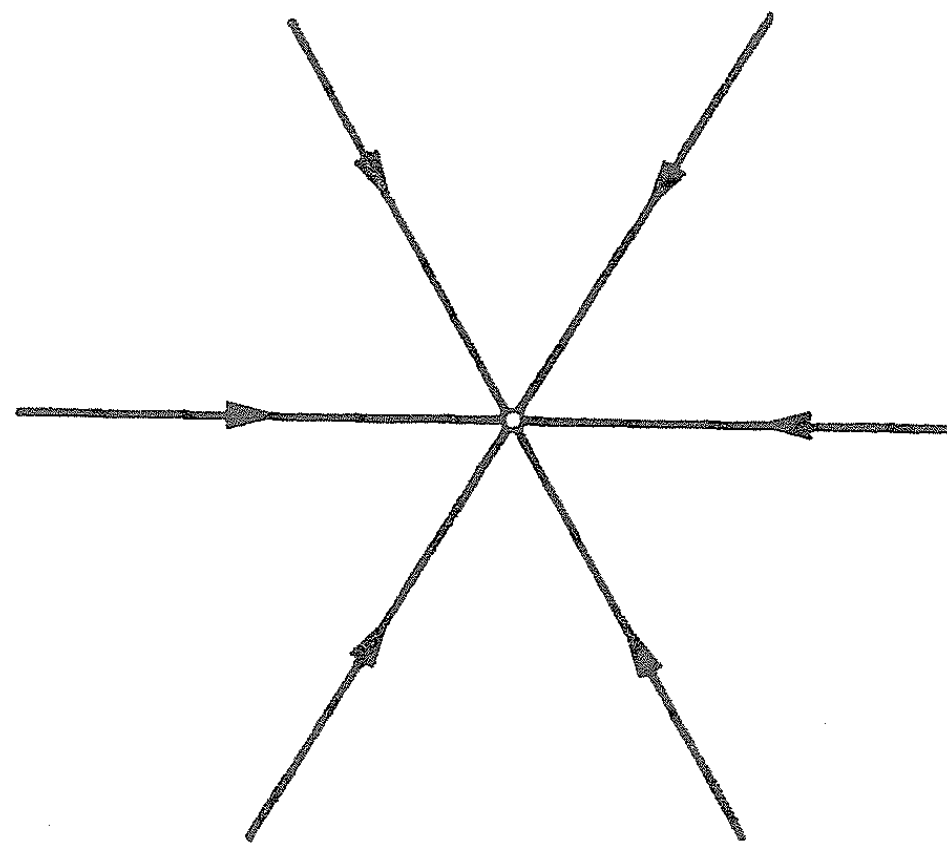
Kje naj bi bile te večje stvari? Po mojem je odgovor preprost, tipičen, a daleč segajoč; smer, ki naj bi se je držali, naj bi vodila k več spremenljivkam $x_1, \dots, x_n$ in k funkcijam $f(x_1, \dots, x_n)$ več spremenljivk. Če iščemo *en sam večji dejavnik*, ki ločuje matematiko devetnajstega stoletja od matematike dvajsetega stoletja, menim, da je to vedno večja pomembnost proučevanja funkcij več spremenljivk.

Seveda nas ne preseneča, da postanejo matematiki bolj ambiciozni, ko nekako obvladajo eno spremenljivko, in da se lotijo več spremenljivk. Nedvomno obsegajo matematični problemi, ki nastanejo iz fizikalnega sveta, navadno vsaj tri dimenzije! Jasno je, da obstaja potreba po takem razvoju, ni pa jasno, zakaj naj bi skok od ene k več spremenljivkam povzročal kake bistvene težave ali zakaj naj bi zahteval vpeljavo tolikih novih idej in metod.

To lahko razložimo s tem, da je razlika med eno spremenljivko x in več spremenljivkami $(x_1, \dots, x_n)$ v bistvu *geometrijska*. Pravzaprav lahko rečemo, da je geometrija na premici trivialna (ker so realna števila *urejena*) in da morajo imeti geometrijski pojmi vsaj dve ali tri dimenzije, da postanejo pomembni. To bom razložil na tri različne načine.

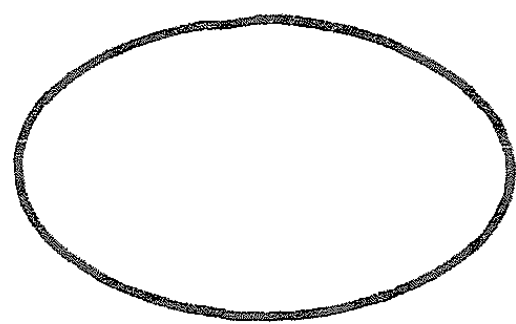
(i) Lokalno

V izhodišču premice sta samo dve smeri, v izhodišču ravnine pa je neskončno mnogo smeri.

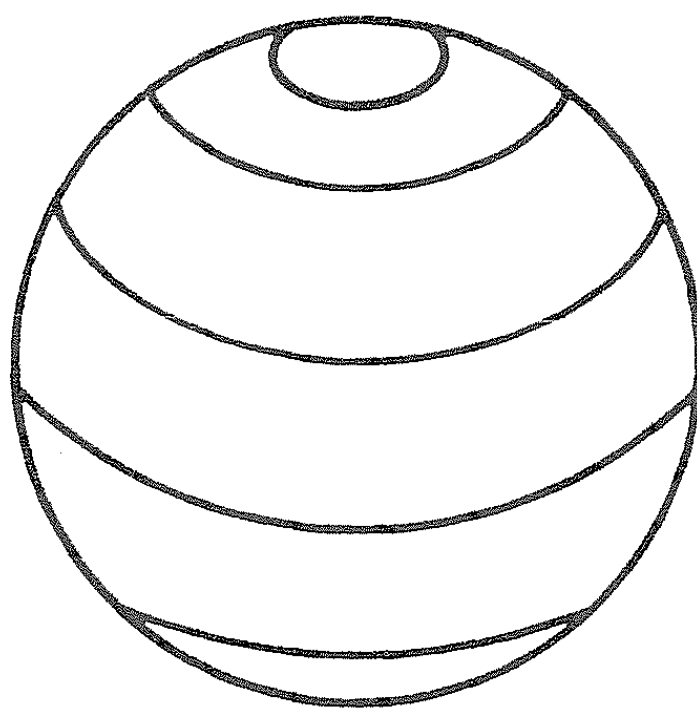


(ii) Globalno

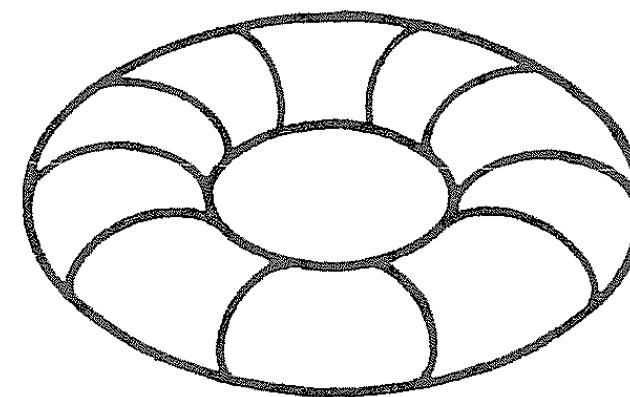
Premico lahko zvijemo v sklenjeno krivuljo samo na en način: v krog, iz ravnine pa lahko napravimo več različnih sklenjenih ploskev, npr. kroglo (s stereografsko projekcijo) ali torus (z identifikacijo nasprotnih strani kvadrata).



KROG



KROGLA



TORUS

(iii) Algebrajsko

Na premici ni togih zasukov. V dveh ali treh dimenzijah pa je neskončno mnogo zasukov. V dveh dimenzijah jih merimo s kotom in med seboj komutirajo, v treh dimenzijah pa ne komutirajo vedno.

Primer (iii) kaže, da lahko pride do novih pojavov, če gremo iz dveh na tri dimenzije in na splošno postanejo vsi problemi z rastočo dimenzijo znatno težji, ker je več možnosti in lahko nepričakovano pride do novih pojavov. Na primer: pri (ii) se dajo z lahkoto opisati vsi mogoči načini pretvorbe ravnine v sklenjeno ploskev, toda v treh dimenzijah je problem nerešen.

Ali obstajajo splošni principi, ki lahko vodijo k poenostavitvam, če predpostavimo, da se te nove težave pojavijo? Obstajata najmanj dva, ki ju lahko z lahkoto razložimo in ki sta bila gonilna sila za precejšen del matematike dvajsetega stoletja. To sta:

(i) Simetrija

Če ima problem določene simetrične poteze, potem to lahko izkoristimo za njegovo poenostavitev. Na primer: če vemo, da je funkcija $f(x_1, x_2, x_3)$ središčno simetrična glede na izhodišče, potem jo lahko zapišemo kot funkcijo ene same spremenljivke, to je radialne funkcije

$$r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$$

Matematična formulacija simetrije spada v teorijo grup in ta pronica v vso moderno matematiko (in v velik del matematične fizike).

Kadar je problem preveč kompliciran, da bi dopuščal preprosto eksplisitno rešitev, se lahko zadovoljimo s kvalitativnim opisom celotnega obnašanja naše neznane funkcije. Matematična formulacija za ta pojem je topologija. Razlikovanje med kroglo in torusom je na primer najpreprostejši primer zanimivega topološkega pojava.

Da bi ta dva principa izkoristili, je bilo treba razviti primeren aparat. Razen tega je nastalo več standardnih metod tako v algebrski geometriji (študij polinomov več spremenljivk) kot tudi pri parcialnih diferencialnih enačbah (odvajanje na več spremenljivk).

4. Abstrakcija — Aksiomatično obdobje

Kot sem že nakazal, je pomembnejša razlika v vsebini med matematiko 20. in matematiko 19. stoletja v stopnji kompliciranosti, ki jo merimo s številom nastopajočih spremenljivk. Ta razlika v vsebini je vodila k razliki v ločevanju stvari z večjim poudarkom na splošnih principih in k široki uporabi aksiomske metode. Pogosto trdijo, da je značilna poteza moderne matematike prav svoboda, s katero gradi aksiomatične sisteme, kar pomeni, da zase stalno izumljamo nova pravila in se igramo igre, ki nimajo zveze s tradicionalnimi problemi matematike. Menim, da je to stališče zmotno, zato bom opisal vlogo aksiomatičnega pristopa, kot jo vidim jaz.

Najstarejši in najvplivnejši aksiomatični postopek v matematiki je seveda Evklidov, toda aksiomi evklidske geometrije so bili mišljeni kot očitne resnice, izpeljane iz fizikalnega izkustva. Dolgo je trajalo, da so matematiki spoznali, da so mogoče drugačne geometrije (kot na primer hiperbolična geometrija) in da je mogoče, da dajo te celo boljše opise fizikalnega prostora. Končno se jim je posvetilo, da je evklidska geometrija preprosto eden od več možnih modelov za geometrijo našega vesolja.

Opazili boste, da sem uporabljal besedi »model« in »aksiomi« skoraj brez razlike. Dejansko uporabljajo prvo uporabni matematiki, čisti matematiki pa imajo raje drugo, v bistvu pa obe besedi opisujeta isti proces. Kadar naredi uporabni matematik teoretični model za fizikalni proces, pomeni to, da določa, kateri fizikalni faktorji so pomembni in katere lahko prezremo (vsaj v prvem trenutku). Potem izpelje (če more) teoretične posledice svojih poenostavljajočih domnev in jih poln upanja primerja s fizikalno stvarnostjo.

Ko so se soočali z vedno bolj kompliciranimi matematičnimi problemi, so čisti matematiki v bistvu reagirali na isti način. Osredotočili so se na različne vidike svojih problemov, jih vdelali v svoje aksiome, potem pa proučevali njihove posledice. V fiziki na primer, je stvar presoje in izkustva spoznati, katere osnovne poteze, ki so skupne mnogim različnim problemom, lahko abstrahiramo in aksiomatiziramo. Nazadnje bi odločilni preizkus moral pokazati, ali so prvotni matematični problemi bolj jasni v novi luči.

Ni dvoma, da je to stoletje videlo razvoj mnogih novih abstraktnih vej matematike, toda nanje ne smemo gledati kot na neodvisna, vase zaključena telesa. Bolje da gledamo nanje kot na prikladne administrativne enote, od katerih vsaka je bila postavljena zato, da izpopolni in razvije določene tipe orodja, vse pa so potrebne pri naravnih problemih matematične narave.

Prva od teh novih abstraktnih vej, ki so se razvile, je bila algebra. To ni presenetljivo, saj je bila algebra že od vsega začetka abstrakcija s simboli za

števila ali za druge bolj komplicirane količine. Abstraktna ali moderna algebra je za stopnjo bolj abstraktna: simboli ne stoje namesto ničesar, pomembna so le njihova pravila za kombinacije in medsebojni odnosi. Lahko rečemo, da je algebra stroj za reševanje določenega tipa problemov, abstraktna algebra pa da je stroj za proizvajanje strojev.

Na splošno lahko rečemo, da se da moderna algebra razdeliti na dva dela: na komutativno in nekomutativno algebro. Pri prvi proučujemo polinome z več spremenljivkami, pri drugi pa se osredotočimo na teorijo grup, abstraktno proučevanje simetrije. Pomembnost obeh vrst pri večdimenzionalnih problemih bi morala biti zdaj jasna.

Druga večja abstrakcija tega stoletja je topologija, ki jo lahko opišemo kot abstraktno proučevanje zveznosti. Tako ni presenetljivo, da je topologija skrita v ozadju večine področij matematike.

Končno moram omeniti še eno pomembno abstraktno vejo, ki spada v funkcionalno ali linearno analizo. Pri tej je tipični osnovni predmet Hilbertov prostor, ki je evklidski prostor z neskončno mnogo dimenzijami. Točke tega prostora običajno predstavljajo funkcije f , toda naša geometrijska intuicija je tako močna, da se je pokazalo za koristno, da uporabljamo geometrijsko terminologijo. Razlika med algebraskimi enačbami za neznan x in diferencialnimi enačbami za neznano funkcijo f zdaj izgine — za ceno uvedbe neskončnega števila dimenzij v naš prostor. Seveda so vse geometrijske težave, ki zadevajo n dimenzij, še večje, kadar je $n = \infty$; to pomaga razložiti, zakaj predstavljajo diferencialne enačbe velikanske težave.

5. Druga stopnja — interakcija

Medtem ko bi bilo težavno določiti točen čas nastanka raznih abstraktnih vej, ki sem jih pravkar naštel, ni dosti narobe, če rečemo, da so nastale v prvih letih tega stoletja in so že kakih petdeset let trdno zasidrane. Na vseh področjih je opaziti velik napredek pri razvijanju metod in graditvi kompliciranih struktur. Težki tehnični problemi sicer ostajajo, lahko pa rečemo, da so glavne poteze jasne in da so posledice začetnih aksiomov temeljito obdelane.

Potem ko je šel vsak predmet skozi obdobje introspekcije in notranjega razvoja, je prišel čas za zunanjo interakcijo. To se je zgodilo na več področjih in iz različnih vzrokov.

Posebno aktivna je bila meja med algebro in topologijo. Vpliv algebre na topologijo je bil tako močan, da se je od topologije odcepila razpoznavna in močna veja, imenovana *algebrajska topologija*, pri kateri nastopa kvalitativna topološka informacija v algebraski obliki. Ilustrirajmo to s primeri ravnine ali tridimenzionalnega prostora, ki sta »sklenjena v neskončnosti«, kot sem pokazal v tretjem razdelku. Spomnimo se, da se da prostor »skleniti« na več načinov in problem je, kako razlikovati na algebraski način med različnimi možnostmi. Odgovor obsega gledanje na zanke v prostoru, ki jih lahko grobo opišemo kot sklenjene poti, ki gredo do neskončnosti in spet nazaj. Ne razlikujemo med dvema zankama, če se lahko ena zvezno deformira v drugo. V eni dimenziji, kjer je naš prostor krog, je zanka popolnoma določena s tem, kolikokrat gremo okoli središča in to lahko predstavimo s celim številom (negativna cela števila ustrezajo »hoji« nazaj). Na splošno lahko sledimo eni

zanki za drugo, da dobimo sestavljeno zanko in tako postanejo zanke *grupa* v smislu abstraktne algebre. V eni dimenziji je naša grupa množica celih števil glede na seštevanje. V višjih dimenzijah dobimo drugačne grupe (navadno nekomutativne) in ta fundamentalna grupa, kot jo imenujemo, je zelo pomembna značilnost našega prostora. V začetku 20. stoletja jo je vpeljal Poincaré in predstavlja izredno plodno vez med algebro in topologijo.

Sedaj menimo, da pomenijo grupe posplošitev simetrije, toda kje je simetrija v teh primerih? Oglejmo si najprej enodimenzionalen primer kroga. Krog lahko »odvijemo« v neomejeno ravno črto in lahko obravnavamo simetrije na premici, ki so podane s premiki za cela števila levo in desno. Potem dobimo krog iz premice z identifikacijo točke z vsemi njenimi premiki (z običajnimi simboli, $\theta \pm 2n\pi$). Večdimenzionalen primer je analogen: naš prostor lahko »odvijemo«, da dobimo tako imenovani univerzalni krovni prostor in fundamentalna grupa je grupa simetrij tega novega prostora.

Poleg algebrajske topologije se je pred kratkim pojavil še drug hibrid pod imenom *homološka algebra*. Tu se je pokazalo, da so ideje, ki so se razvile v topologiji, izredno primerne za proučevanje raznih delov algebre in zlasti polinomov več spremenljivk. V nekaj minutah bom skušal pokazati njene bistvene poteze. Najprej se bom povrnil k prostoru, ki smo si jih ogledali prej, in opisal splošno metodo, ki se uporablja v algebrajski topologiji. Ta obstoji v triangulaciji prostora, razdeli ga na trikotnike (ali tetraedre), potem pa opiše način, kako se trikotniki prilegajo na robovih. Prostor je jasno določen s tako kombinatorno shemo. Težava pa je, ker je mnogo različnih načinov triangulacije prostora, z drugimi besedami — naša kombinatorna shema vsebuje odvečno informacijo. Problem je izločiti informacijo, ki je neodvisna od triangulacije. Fundamentalna grupa je en košček take informacije, so pa še drugi, ki niso odvisni samo od robov, ampak tudi od trikotnikov (in večdimenzionalnih analogov), ki jih imenujemo homologija. Grobo rečeno, homologija šteje število lukenj v prostoru.

Zdaj se je pokazalo, da imajo metode homološke teorije številne uporabe v čisti algebri — odtod ime homološka algebra — in zlasti v algebrajskih enačbah. Da bomo videli, kako se to zgodi, si oglejmo sistem algebrajskih enačb

$$f_j(z_1, \dots, z_n) = 0, \quad j = 1, \dots, m$$

Zanimajo nas rešitve tega sistema — ki jih na kratko imenujemo ničle. Težava pa je, ker je mnogo sistemov polinomov f_j , ki vodijo k istim ničlam (razen kadar je $n = 1$, ko je f v bistvu en sam: tako imamo nov pojav, kadar je $n > 1$). Razen tega pa polinomi f_j niso nujno neodvisni, med njimi so lahko relacije, to je identitete oblike

$$\sum_{j=1}^m g_j f_j \equiv 0 \quad (*)$$

kjer je vsak g_j polinom v $(z_1, \dots, z_n)$.

Pomni: Če je katerikoli g_j od nič različna konstanta, potem lahko z njo delimo enačbo (*) in iz nje izračunamo ustrezni f_j . S splošnim polinomom namreč ne moremo deliti in ostati v okviru polinomov. Obstaja več takih relacij, toda znani Hilbertov izrek o bazi trdi, da so vse relacije kombinacije končnega števila bazičnih relacij.

Če z g_j^k ($j = 1, \dots, m$; $k = 1, \dots, s$) označimo koeficiente teh bazičnih relacij, potem so med njimi lahko identitete oblike

$$\sum_{k=1}^s h_k g_j^k = 0, \quad j = 1, \dots, m$$

Tako lahko še naprej vpeljujemo vse te relacije višjega reda in na koncu dobimo komplicirano algebrasko shemo polinomov ($f, g, h, \dots$), ki jo imamo lahko za analogno triangulaciji nekega prostora. Polinomi f ustrezajo ogliščem, polinomi g robovom, polinomi h trikotnikom itd. Spet je glavni problem izločiti informacijo o ničlah, ki je neodvisna od nabora polinomov in relacij, s katerimi jih opisujemo. Izkaže se, da omogočajo pojmi homologije odgovor na ta problem.

V teh primerih iz algebre in topologije se je pokazalo, da je metoda, ki se je razvila v izolaciji na kakem področju, uporabna v popolnoma drugi zvezi. Različen in bolj predvidljiv razvoj se je začel zaradi povratka k prvotnim matematičnim problemom iz predabstraktne dobe. Pri mnogih od teh problemov je situacija bolj komplicirana kot pri poenostavljenih začetnih abstrakcijah in razvile so se bolj komplicirane veje, ki naj bi jih obravnavale. Značilno je, da so v teh zlitih teorijah navzoči tako algebraski kot topološki in analitični vidiki. Na primer: simetrije, ki se pojavljajo v geometriji — kot so rotacijska grupa v tridimenzionalnem prostoru — obsegajo prav tako zveznost in so primeri topoloških (ali zveznih) grup. Za drug primer povežimo tokrat algebro in linearno analizo in si oglejmo več diferencialnih enačb in ne le ene. Algebranske relacije med temi enačbami so zdaj pomembne in to vodi k predmetu, ki ga lahko imenujemo algebraska analiza (običajno pa jo imenujemo algebra operatorjev). Kvantna mehanika daje najpomembnejše uporabe teh idej. Spomnim se, da imajo znane Heisenbergove komutacijske relacije obliko

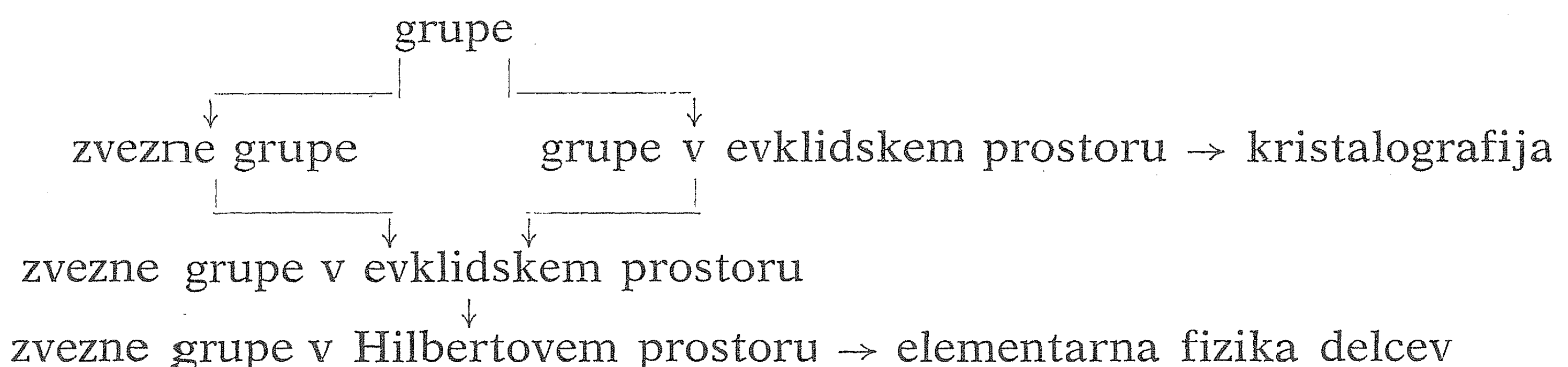
$$PQ - QP = 1,$$

kjer sta Q in P operatorja, ki ustrezata koordinati in momentu.

Navadno pomeni P odvajanje na x in Q množenje z x : P in Q sta operatorja v prostoru s kvadratom integrabilnih funkcij spremenljivke x .

Še drugačen razvoj se pojavi, kadar se izkaže, da nudi določena abstraktna teorija dober model za kak nov razred problemov. Primer za to daje teorija verjetnosti, ki je v moderni obliki posebna veja linearne analize. Kljub njeni pomembnosti o tem ne bom več govoril, ker tega področja dejansko ne obvladam.

Če se še enkrat povrnemo k teoriji grup, lahko vidimo vse tipe medsebojnega delovanja. Situacijo si lahko diagramsko predočimo takole:



Grupe simetrij mrež v evklidskem prostoru so zelo pomembne in uporabne v kristalografiji. Pred kratkim je postalo jasno, da so simetrije Lorentzove grupe v Hilbertovem prostoru (tj. evklidski prostor z neskončno mnogo dimen-

zijami) temeljne v kvantni teoriji elementarnih delcev. Ker so jih spodbodli fiziki, se matematiki zavzeto ukvarjajo s simetrijami Hilbertovega prostora — predmetom, ki je popolno zlitje algebre, topologije in linearne analize.

Do druge pomembne interakcije je prišlo med topologijo in klasično teorijo funkcij kompleksne spremenljivke. Pri poskusih razširiti to lepo teorijo na funkcije več kompleksnih spremenljivk so matematiki odkrili nekatere popolnoma nove pojave. Na primer: pri eni spremenljivki ima analitična funkcija lahko izolirano singularnost v eni točki. Pri več spremenljivkah se to ne more zgoditi ali pa se da singularnost vedno odpraviti. Pri tem so dosegli veliko uspeha v tridesetih letih dvajsetega stoletja, ostalo pa je precej težav. Potem pa se je v petdesetih letih izkazalo, da dajejo nove metode, ki so jih odkrili v topologiji, natančno tisto potrebno orodje, ki razjasni vso teorijo več kompleksnih spremenljivk. To je bil zelo pomemben dosežek. Dovolj zanimivo in povsem nepričakovano je, da se zdi ta topološka teorija funkcij kompleksnih spremenljivk ravno pravi jezik za proučevanje določenih modelov splošne relativnosti, ki so zdaj v modi. Prezgodaj je še, da bi povedali, če bo imela ta nova uporaba geometrije v fiziki isti učinek, kot ga je imela Riemannova geometrija na Einsteinovo teorijo relativnosti.

Ta kratki pregled interakcije različnih področij bi rad končal z nekaj splošnimi pripombami.

(1) Ni treba, da bi razvoj različnih specialnih področij, od katerih je vsako zgrajeno na omejeni množici aksiomov in daje natančno izdelano tehniško orodje, oviral plodno interakcijo med različnimi področji. Nasprotno, s tem da vodi k boljši organizaciji, dejansko lahko pomaga morebitnim uporabnikom. To je skoraj tako, kot če gremo v veliko moderno veleblagovnico, kjer je vse blago pravilno razporejeno. Potem je razmeroma lahko najti, kar želiš.

(2) Prav presenetljivo je, kako daleč lahko prideš z majhno množico aksiomov (kot v teoriji grup ali topologiji), toda pride čas, ko je interakcija z drugimi področji plodnejša.

(3) Na vsakem danem področju matematike je vedno nekaj trdih orehov, ki izredno privlačijo specialiste na tistem področju, drugih matematikov pa običajno ne zanimajo. Vzemimo analogijo: če hočemo kupiti ročno izdelano lončeno posodo, nas navadno ne zanima, če je lončar uporabljal dve roki ali samo eno, čeprav bi bil lončar brez dvoma zelo ponosen na izdelek, ki bi ga naredil samo z eno roko. Matematični rezultati, ki imajo najširši učinek, na splošno niso tehnično najtežji.

6. Zaključki za izobraževanje

Kot ste že gotovo ugotovili, je moja glavna téma ta, da moderna matematika ni tako zelo ločena od tradicionalne, kot je včasih nakazano. Matematiki so porazdelili svoje sile in jih razširili v različne smeri, toda osnovni cilji so še vedno skoraj isti. Razlika je bolj v načinu kot v snovi in če bi se med nami pojavila Newton ali Gauss, bi potrebovala samo kratek osvežitveni tečaj, da bi razumela probleme, s katerimi se ukvarja sedanja generacija matematikov.

Kakšni naj bodo torej sklepi glede matematičnega izobraževanja, če se strinjate s tem stališčem? Dovolite mi, da navedem nekaj svojih predlogov.

(1) Menim, da je napačno dajati prevelik poudarek formalnim strukturam matematike. Nisem na primer prepričan, da je zaželeno vpeljati v osnovno šolo množice ter zakone komutativnosti in distributivnosti.

(2) Abstrakcija ima pomen samo na trdni osnovi izkustva. Še več, kadar vpeljemo abstraktne ideje, moramo prikazati njihovo koristnost na konkretnih problemih.

(3) Najboljši vidik moderne matematike je, da poudarja nekaj osnovnih idej, kot so simetrija, zveznost in linearnost, ki imajo zelo široko uporabo. To bi se moralo odražati pri poučevanju, kadarkoli je mogoče.

(4) Končno bi rad povedal še nekaj besed o geometriji. Potem ko je bila cela stoletja močen vir neobdelane matematične snovi in steber šolske matematike, so jo zdaj potisnili v zadnjo vrsto: Evklida so odstavili s prestola. Velike bitke devetnajstega stoletja so imele za posledico zmagoslavje algebre in analize in to je končno pripeljalo do dejanske smrti geometrije v šolah in na univerzah. To se mi zdi izredno neprimerno iz raznih razlogov. Prvič: to dejstvo izvira iz nerazumevanja sprememb, ki so se zgodile v matematiki. Kot sem poskušal pokazati, se matematika tega stoletja v veliki meri spoprijema s težavami, ki so v bistvu geometrijskega značaja, tj. nastajajo iz proučevanja večdimenzionalnih problemov. Seveda je evklidska geometrija preozek okvir za ta bolj splošni vidik geometrije, toda pogosto se je zgodilo, da so evklidsko geometrijo odpravili, ne da bi na njeno mesto dali kaj drugega. Drugi vzrok, zaradi katerega mi je žal, da ima geometrija vse manjšo vlogo, pa je ta, da je geometrijska intuicija še vedno najmočnejši kanal za matematično razumevanje in bi jo zato morali pospeševati in gojiti. Moral bi pojasniti, da ne vsiljujem vključitve kakega posebnega geometrijskega predmeta. Želim samo apelirati, da bi se geometrijsko mišljenje čim bolj uporabljalo na vseh nivojih.

Možno je, da pridigam spreobrnjencem in da je moja informacija o tem, kar se dogaja v svetu izobraževanja, nezadostna. Vsekakor sem vam razkril svoje osebne poglede na razvoj matematike in upam, da se bo pokazalo, da bo to nekaterim v pomoč pri oblikovanju splošnega ozadja za delo — pa če je še tako impresionistično.

Ob koncu naj spet povem, da bi smelo imeti to, kar se dogaja na mejah matematike, le oddaljen vpliv na izobraževanje. Popolnoma se zavedam velikega števila praktičnih, socialnih in pedagoških razglabljanj, ki imajo upravičeno veliko bolj direktno zvezo s tem, kar se poučuje ali kar bi se moralo poučevati.

TELEFON: KOPER 066 21-760
TELEX: 034-118
POŠTA: 6001 KOPER, P. P. 124

TOVARNA MOTORNIH VOZIL
TOMOS KOPER, n. sol. o.
JUGOSLAVIJA

TOMOS

TOZD INŠTITUT ZA RAZVOJ IN RAZISKAVE KOPER, o. sub. o.

MNOŽICE V PRVEM RAZREDU OSEMLETKE

IZIDOR HAFNER

AMS Subj. Class. (1970) 96 — xx

Članek opozarja na nejasnosti pri uvajanju množic v prvem razredu osnovne šole.

SETS IN THE FIRST CLASS OF ELEMENTARY SCHOOL

The article points to the confusion in the introduction of sets in the first class of elementary school.

V tem sestavku želimo opozoriti na nekaj problemov, ki jih prinaša ,nova matematika'. Videli bomo, da osnovni pojem, to je pojem *množice*, niti samim avtorjem učbenika [2] ni jasen, toliko manj ga najbrž razumejo otroci, ki ta učbenik uporabljajo. Za razumevanje tega sestavka mora biti bralec seznanjen z učbenikom [2] ter osnovnimi pojmi teorije množic, ki jih lahko najdemo v knjižici Nika Prijatelja [1].

1. V priročniku [3] najdemo na straneh 25 in 45 naslednja odstavka:

Primer: Dana je množica otroških igrač. Imamo jo lahko pred sabo na klopi, lahko imamo te igrače v obliki aplikativ, lahko samo njihovo sliko, lahko pa elemente te množice, tj. otroške igrače, le naštejemo, ne da bi jih sploh videli.

Začnemo z množico matematičnih ploščic. Vsak učenec ima svojo zbirko. Najprej učenci ponavljajo tisto, kar znajo že od prej. Učitelj jih sprašuje, kako imenujemo to množico, in pokaže škatlo z matematičnimi ploščicami v njej. Učenci bodo odgovorili nekako takole: To je množica matematičnih ploščic.

Vidimo torej, da imamo lahko ,množico' pred sabo. Vzemimo sedaj, da so avtorji učbenika pred nami, pokažimo na njihove čevlje in jih vprašajmo: »Kako imenujemo to ,množico'?« Eden od avtorjev bo odgovoril nekako takole: »To je množica čevljev.« Drugi pa bo morda odgovoril: »To je množica parov čevljev.«

Ista stvar je torej hkrati ,množica' s šestimi elementi in ,množica' s tremi elementi. To ne bi bilo mogoče, če bi uporabljali besedo »množica« v pravem pomenu.

Za množico namreč nikoli ne moremo reči, da je pred nami. Celo množica konkretnih predmetov je vedno abstrakcija. Avtorji učbenika pa tu istovetijo pojem množice s pojmom celote, kot ta nastopa v trditvi:

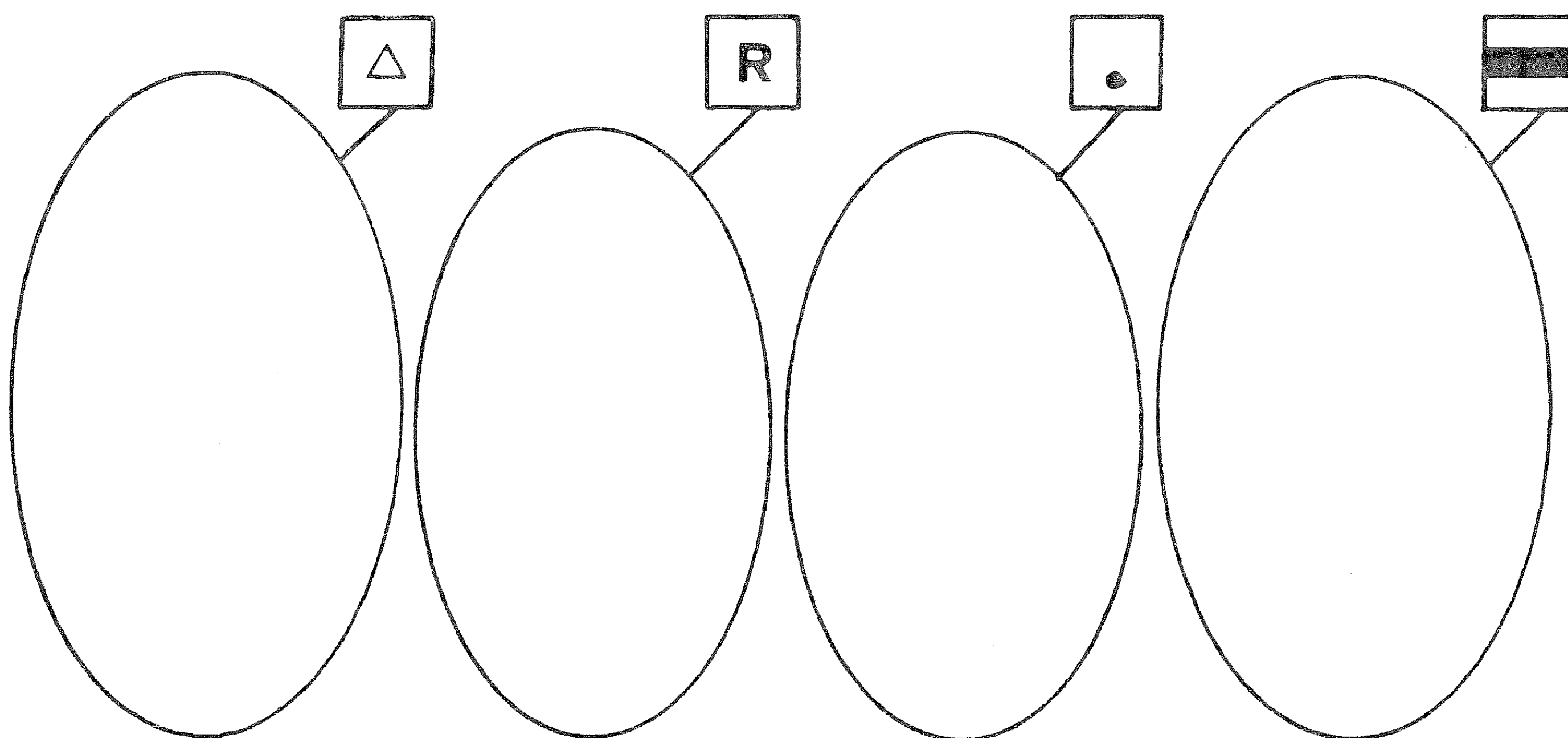
»V prejšnjem primeru lahko isti objekt opišemo kot celoto, sestavljeno iz šestih čevljev, in kot celoto, sestavljeno iz treh parov čevljev. Pri tem so ti čevlji in pari deli te celote.«

Vprašanje »Katera je ta množica pred nami?« je nedopustno, saj je vsak odgovor oblike »To je množica ...« nepravilen.

Če torej pokažemo na kup jabolk na mizi in na vprašanje »Kaj je to?« dobimo od otroka odgovor »To je množica jabolk,« smo ga spet naučili nekaj napačnega, čeprav je otrok že dolgo pred šolo vedel pravilni odgovor: »To so jabolka.«

2. Neki popolnoma nov pomen besede »množica« pa nastopa v nalogi [2, stran 17]:

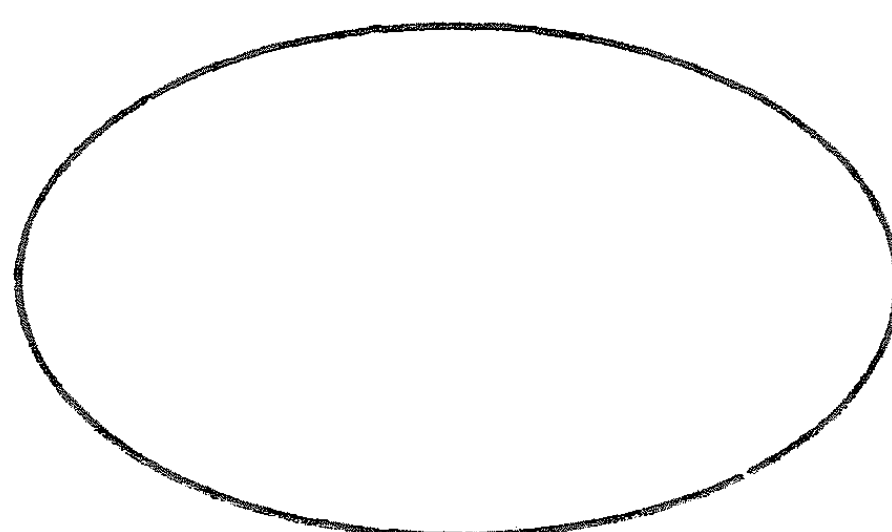
47. NARIŠI V VSAKO MNOŽICO NEKAJ USTREZNIH PLOŠČIC!



V priročniku na strani 36 najdemo ,rešitev':

Pri nalogi 47 naj učitelj spodbuja učence k raznolikosti dela. V prvo množico z znakom trikotnika učenci načrtujejo s pomočjo šablon trikotnike, v novo množico rdeče like itd. Pri tem pa naj učitelj reče učencem npr.: Ali boste v prvo množico načrtovali samo male trikotnike? Ali bodo samo rumeni? Na koncu naj posamezni učenci spet pripovedujejo, npr.: V prvi množici imam velik rdeč trikotnik, majhen rumen trikotnik itd.

To zdaj primerjajmo še z uvedbo ,prazne množice' [2, stran 9]:



PRAZNA MNOŽICA

Zdaj nismo daleč od tega, da dobimo na vprašanje »Koliko je ,praznih množic' v nal. 47?« odgovor »Štiri.« To trditev podkrepi tudi naslov »Prazne množice« v [2, stran 85]. Taka ,množica' je lahko na začetku prazna, ko pa vanjo narišemo nekaj ustreznih elementov, seveda ni več taka; tako kot kozarec, ki je lahko enkrat prazen, drugič pa napolnjen.

3. Na strani 19 priročnika je definiran izraz »določilna lastnost množice«:

Ko otroci sestavijo številne množice konkretnih predmetov in pri vsaki ugotove skupno lastnost predmetov (elementov), ki sestavljajo posamezno množico, uvedemo zelo pomemben pojem: določilna lastnost množice.

Primer: Pojma, v katerega sodijo vsaj na primer reči *a*, *b* in *c*, ni težko najti. To je lahko pojem *nekaj*. Ustrezno lastnost *biti nekaj* imajo torej vsi trije objekti *a*, *b* in *c* in tudi vsaka druga reč. Torej je *biti nekaj* »določilna lastnost« množice, ki jo sestavljajo *a*, *b* in *c*. Mnogo pomembnejša za dano množico pa je taka lastnost, ki jo imajo samo reči *a*, *b* in *c*. Ena od takih lastnosti je *biti eden izmed a, b ali c* oziroma *biti ali a ali b ali c*. Poiskati lastnost, kakršna je *biti rdeč* in ki bi pripadala samo rečem *a*, *b* in *c*, je verjetno nemogoče. Če so *a*, *b* in *c* rdeči predmeti, to niso edini rdeči predmeti.

V tesni zvezi s tem je tudi aksiom o podmnožicah [1, str. 30]:

»Bodi dana kakšna množica *X* in lastnost *P*, ki je smiselna za elemente množice *X*. Potem eksistira neka množica *E*, ki ima za elemente natanko tiste elemente množice *X*, ki imajo lastnost *P*.«

Za ta primer se mi zdi primerna naslednja terminologija: Lastnost *P* je *določilna lastnost* množice *E* *glede na* množico *X* ali *relativna določilna lastnost*, *imeti lastnost P in biti element množice X* pa je *določilna lastnost* množice *E*.

Dobro je znano, da uporaba podobnega principa, kot je aksiom o podmnožicah, brez omejitve na neko množico *X* pripelje do protislovja [1, stran 34].

4. Poglavji »spoznavanje velikosti«, »primerjanje in označevanje velikosti« sta namenjeni predvsem za kasnejšo rabo pri matematičnih ploščicah. Otrok tu rešuje naloge, kot je na primer tale [2, stran 27]:

»S križcem označi značilnosti ploščic!«

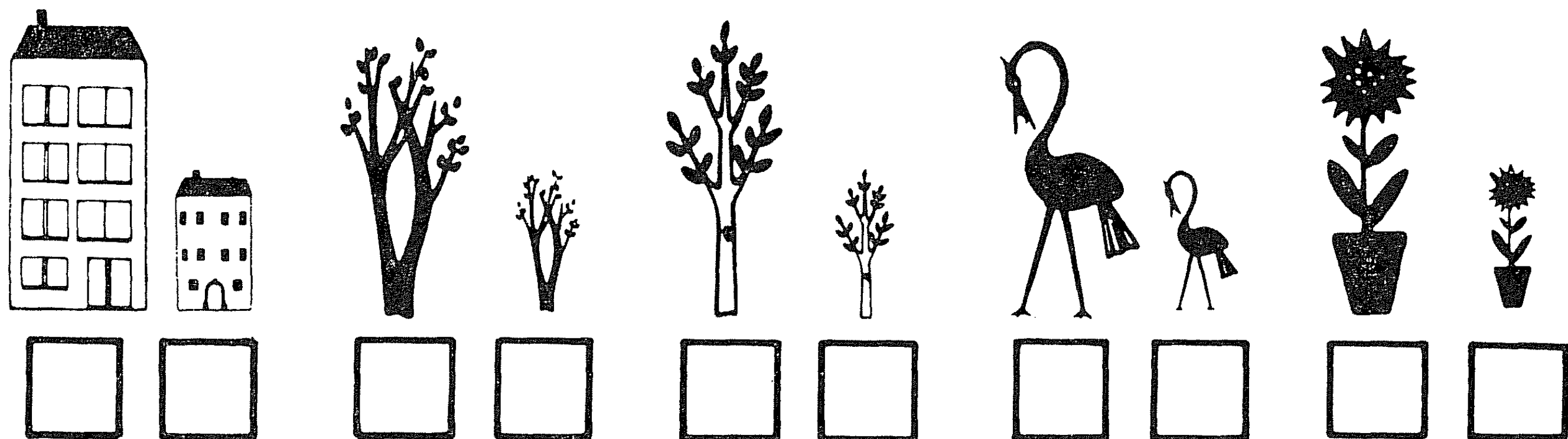
Mogoči so takile odgovori:

Ploščica je majhna, debela, rdeča in trikotna.

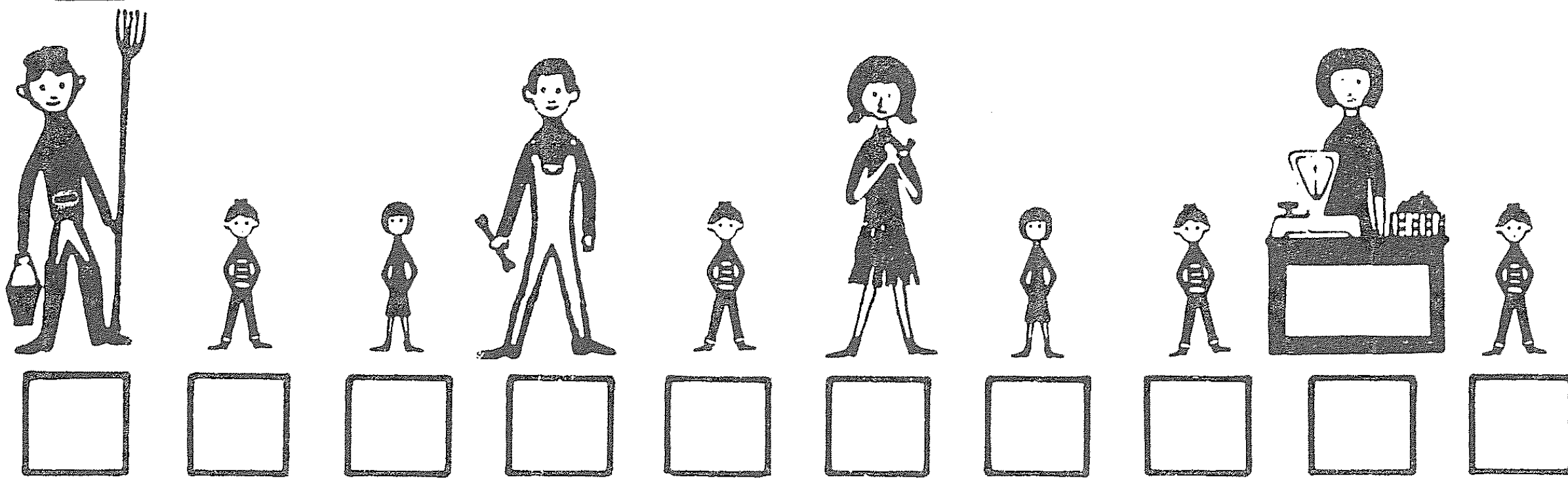
Ploščica je velika, tanka, rumena in okrogla.

Besede »majhna«, »velika«, »tanka«, »debela«, itn. vse označujejo lastnosti ploščic. Od kod te lastnosti izhajajo, nas tu ne zanima in verjetno otrok nima nobenih težav pri vprašanju: »Kakšna je po velikosti ploščica, ki jo imam v roki?« Odgovoril bo na primer: »Ta ploščica je velika.« Da bi to dosegli, so v omenjenih poglavjih zastavljene take naloge (strani 13—14):

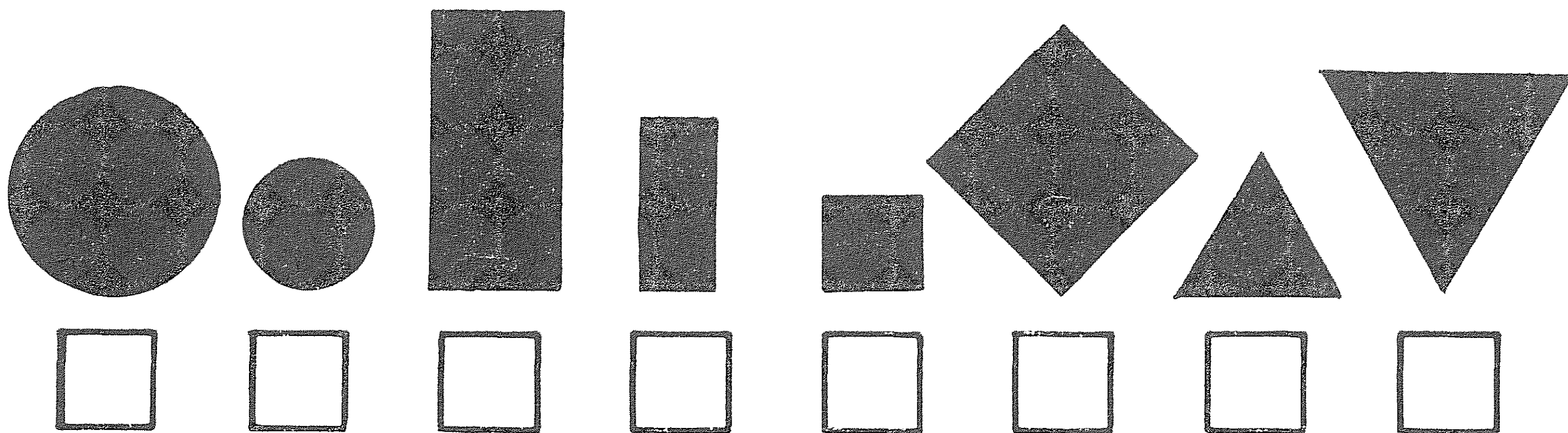
32. NAPIŠI POD VSAKO SLIKO ZNAK ☐, ČE JE REČ VEČJA IN ZNAK ☐. ČE JE REČ MANJŠA!



33. NAPIŠI POD VSAKO SLIKO ZNAK ☐ , ČE JE ČLOVEK VELIK, IN ZNAK ☐ , ČE JE ČLOVEK MAJHEN!



34. NAPIŠI POD VSAKO PLOŠČICO, ALI JE VELIKA ☐ ALI MAJHNA ☐ !



Preden se lotimo obravnave, preberimo še pojasnilo v priročniku.

Otrok mora izkustveno priti do spoznanja, da je nekaj veliko samo v odnosu do majhnega. To spoznanje je za otroka zelo dragoceno in ga spodbuja k relacijskemu mišljenju.

Prvo spoznanje in ocenjevanje velikostnih odnosov naj se začne s predmeti iz okolja, s katerimi se otrok pogosto srečuje. Ko primerja dva predmeta različne velikosti, ugotovi, da je eden velik, drugi pa v primerjavi s prvim majhen. Ko pa k prvemu predmetu doda še en večji predmet, ugotovi, da je sedaj ta v odnosu do dodanega majhen. Takih in podobnih ocenjevanj naj opravi otrok čimveč, da teh odnosov ne bo pojmoval kot nekaj konstantnega.

Pri teh primerjavah gre vedno za hkratno primerjanje dveh predmetov, od katerih mora biti eden velik v primeri z drugim. Ne smemo torej primerjati hkrati treh različno velikih predmetov, ker bi prišli do stopnjevanja: velik, večji, največji ali majhen, manjši, najmanjši. Seveda se bo učitelju primerilo, da bodo učenci pri primerjanju dveh predmetov rekli velik, večji in ne velik, majhen ipd. To je sicer kar v redu, toda če učitelj hoče, da bo zagotovo dobil odgovor "majhen-velik", mora vprašati bolj določno: Katera od teh dveh živali (predmetov) je velika in katera je majhna? Podobno seveda tudi pri drugih rečeh ali stvareh.

V nalogi 32 gre seveda za velikostni odnos med dvema rečema in bi se morala glasiti:

»Napiši med obe sliki znak $<$, če je stvar, ki je naslikana na levi, manjša kot stvar na desni sliki, sicer pa npr. $\neq$.« Če pa sprašujemo »Ali je človek na sliki velik?« potem ne gre za primerjavo med dvema človekoma, temveč gre za lastnost, da nekdo odstopa po velikosti od povprečja.

V nalogi 34 pa gre za lastnost ploščic, ki so se je otroci naučili takole: »Tele ploščice bomo imenovali velike, tele pa majhne,« pri tem pa smo vse ploščice razdelili ustrezno na dva kupa.

Pri vseh treh primerih pa ni jasno, kako iz slike ugotovimo lastnosti stvari, saj imamo lahko na primer majhno sliko velikega predmeta. Ob pravilni rabi slovenskega jezika bi torej imeli tri različne pomene za znak $\perp$ v teh nalogah.

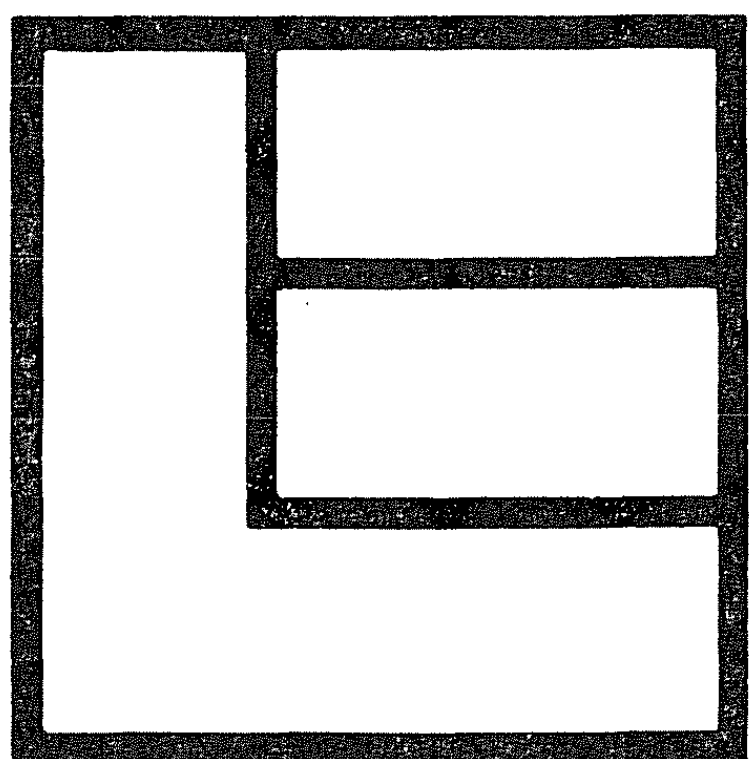
Če avtorji mislijo, da vse to navaja otroka k relacijskemu mišljenju, se motijo. Nasprotno, otrok se bo čudil takemu mešanju lastnosti in odnosa, dokler tega tudi sam ne bo začel zamenjevati.

LITERATURA

[1] N. Prijatelj, *Matematične strukture I*, Ljubljana, Mladinska knjiga 1969 (Knjižnica Sigma; 9 a).

[2] A. Tomič, S. Uršič, J. Vogrinc, *Matematika za 1. razred osnovne šole*, Ljubljana, Zavod za šolstvo SR Slovenije 1977.

[3] A. Tomič, S. Uršič, J. Vogrinc, *Matematika za 1. razred osnovne šole, Priročnik za učitelje*, Ljubljana, Zavod za šolstvo SR Slovenije 1977.



ELEKTROTEHNA

PROIZVODNJA, INŽINIRING, SERVISI

TOZD za računalništvo DIGITAL

LJUBLJANA, Linhartova 62 a

telefon: 323-585, 324-241 — telex: 31-578 yu ELDEC

DELTA SISTEMI

so družina računalnikov za splošno rabo. Uporabljati jih je mogoče v razne namene, priključiti na različne periferne enote in izkoristiti raznovrstne programske pakete. Izkažejo se pri reševanju posebnih problemov v industriji, naravoslovju, medicini, obdelavi podatkov in drugod. Sistemi DELTA vam bodo pomagali povečati storilnost, zmanjšati stroške in zagotoviti hitro in pravočasno izpolnjevanje nalog. Zaradi možnosti neposrednega pogovora med človekom in računalnikom so se sistemi DELTA hitro uveljavili. Sestavljiva izvedba delov in programskih paketov in možnost dela v mreži s sistemi DELTA ali izdelki drugih proizvajalcev zagotavlja izredne možnosti za prihodnje razširitve. Stroji so majhni in odporni, tako da so zahteve glede prostora, delovnih pogojev in napajanja zelo skromne. Sistemi DELTA enako dobro delujejo v industrijskih in pisarniških razmerah ali celo v premičnih enotah. Gospodarnost pri nakupu in pri uporabi je skupna lastnost vseh sistemov DELTA.

SEDEMDESETLETNICA PROFESORJA ANTONA PETERLINA

Lansko jesen je, daleč od domovine, praznoval svoj visoki jubilej akademik profesor Anton Peterlin, slovenski fizik.

Strma rast slovenske družbe v socializmu je pognala kvišku tudi našo znanost. Različne veje so se povzpele različno visoko. Kakorkoli že merimo, fiziki gre med njimi eno prvih mest. Z vsem se lahko pohvali: z odličnimi delavci, z močnimi organizacijami, z vezmi, ki jo uveljavljajo doma: v gospodarstvu, na stikih z drugimi znanostmi.



Ob izviru te bistre in deroče reke je stal profesor Anton Peterlin kot človek, kot učitelj, kot znanstvenik, kot organizator. S tankim posluhom za novo, z velikim znanjem, z darom učitelja in z darom raziskovalca, z izredno energijo in z organizacijskimi sposobnostmi je bil poklican za veliko nalogo. V tistih romantičnih časih, ko so se odprle zapornice duha in je veliki snovalec Boris Kidrič dobro vedel, da ne more biti socialističnega razvoja brez razvite znanosti, je profesorju Peterlinu zaupal skrb za fiziko, za šolo in za znanstveni obrat.

Vsi, kar nas je tista povojna leta sedlo v klopi fizikalne predavalnice in matematičnega seminarja v stari univerzitetni zgradbi — fiziki, matematiki pa

tudi tehniki vseh vrst — smo se od profesorja Peterlina veliko in z užitkom naučili. Njegova »Fizika«, podolgovata ciklostirana skripta, prvi slovenski visokošolski učbenik fizike, je za skromno zunanostjo skrivala mojstrski uvod; marsikomu izmed nas se je vtisnila globoko v spomin. Središče in glavna opora študija fizike pa so bila predavanja iz teorijske fizike. Tam se nismo učili le fizike, doživeli smo tudi veliko matematike. Resda v fizikalni preobleki, a vendar so nam budila zanimanje za sodobna matematična poglavja, ki jih danes poznamo pod imenom funkcionalna analiza. Predavanja profesorja Peterlina niso skrivala, da sta matematika in fizika, čeprav samostojni, tesno povezani.

Smisel za povezanost, zavest o povezanosti je vodila profesorja Peterlina tudi pri ustanavljanju inštituta, ki nosi danes ime J. Stefana. Vodilna misel zasnove je bila, da je znanstveno in pedagoško delo tesno povezano, da so tvorno povezane različne raziskovalne veje. Danes je Inštitut J. Stefan med največjimi in najprodornejšimi raziskovalnimi ustanovami v naši republiki, v njem se fizika, eksperimentalna in teorijska, neposredno povezuje s kemijo, z biologijo, z elektroniko, z uporabno matematiko. Prav na pobudo profesorja Peterlina je v okrilju inštituta stekel prvi podiplomski tečaj matematike za tehnike in fizike in tam smo začeli tudi s prvim študijem računalnikov pri nas.

Profesor Peterlin je po vojni veliko storil za popularizacijo naravoslovja nasploh in fizike posebej. Dve leti je urejeval *Proteus* in je tedaj in pozneje napisal veliko sestavkov iz fizike pa tudi iz matematike in astronomije.

Dela v povojni graditvi se je profesor Peterlin lotil že kot zrel in priznan znanstvenik. Preletimo njegovo razgibano življenjsko pot. Rojen je bil 25. septembra 1908 v Ljubljani, tu je tudi maturiral in leta 1930 na filozofski fakulteti dosegel diplomu iz matematične predmetne skupine. In seveda: pomožni asistent, potem asistent in kot asistent že predavatelj, zaupano mu je bilo uvodno predavanje iz fizike. Doktoriral je leta 1937 na Humboldtovi univerzi v Berlinu pri profesorju H. A. Stuartu. Zadnja predvojna leta je bil docent, najprej na tehnični, potem na filozofski fakulteti. Med vojno so ga zaprli Italijani, nato domobranci, Nemci pa konfinirali.

Leta 1945 je postal izredni, leta 1947 pa redni profesor za fiziko; istega leta je bil izbran za dopisnega, dve leti nato pa za rednega člana SAZU.

Leta 1960 je odšel profesor Peterlin v tujino. Najprej je bil leto dni profesor in predstojnik inštituta za fiziko tehnične univerze v Münchnu. Nato je odšel v Združene države in bil do leta 1973 direktor laboratorija Camille Dreyfus in profesor na univerzi Duke v Durhamu (Severna Karolina). Leta 1973 je prešel na National Bureau of Standards, kjer je bil do leta 1975 fizik in pozneje namestnik predstojnika v oddelku za polimere.

Znanstveno delo profesorja Peterlina je izredno obsežno. Njegova bibliografija obsega čez 350 člankov. Najprej se je zanimal za sipanje rentgenske svetlobe v kapljevinah. V doktorskem delu in v nekaterih poznejših delih pa je obravnaval hidrodinamične in optične lastnosti raztopin snovi z velikimi molekulami. Pozneje se je začel ukvarjati še s polimeri. Obravnaval je plastično deformacijo kristaliničnih polimerov ter transportne lastnosti, termodinamiko, kristalizacijo, morfologijo, jedrsko in elektronsko magnetno resonanco v polimernih trdninah. Nekaj časa je vmes posvetil — v zvezi z načrtom zvezne komisije za jedrsko energijo — reaktorski fiziki in jo vpeljal pri nas.

Profesor Peterlin je član ali častni član mnogih tujih strokovnih združenj in akademij, med njimi: ameriškega društva za napredek znanosti, ameriškega kemijskega društva, ameriškega fizikalnega društva, nemškega fizikalnega društva ter newyorške in washingtonske akademije znanosti. Dobil je več odlikovanj in priznanj; omenimo samo Binghamovo medaljo reološkega društva v ZDA (1970) in nagrado Fordove družbe ameriškega fizikalnega društva (1972). Je urednik ali član uredniškega odbora številnih mednarodnih znanstvenih revij: *Macromolecular Reviews* (urednik), *Makromolekulare Chemie* (so-urednik), *Journal of Macromolecular Science*, *Journal of Material Science*, *Journal of Polymer Science — Polymer Physics Edition* (pri zadnjih treh je član svetovalnega odbora).

Usoda je profesorja Peterlina za dolgi desetletji odtrgala od domovine. A ne popolnoma. Rad se vrača, saj kot malokdo pozna in doživlja lepoto slovenske pokrajine, z zanimanjem prisluhne vsaki vesti, ki mu jo prinesejo iz domačih krajev. Tako od daleč spremlja tudi rast slovenske fizike, šole in inštituta.

Ob njegovem visokem jubileju mu v imenu Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS in posebej v imenu vseh, ki jih je učil in navdušil za stroko, čestitamo in želimo, da bi še delal dolgo vrsto let zdrav in z uspehom kakor doslej.

France Križanič in Janez Strnad

LETNO POROČILO ODDELKA ZA MATEMATIKO IMFM ZA ŠTUDIJSKO LETO 1977/78

1. Raziskovalno delo

Člani oddelka za matematiko smo v letu 1977 izdelali štiri raziskovalne naloge (zaporedne številke 43—46) in konec leta oddali poročila naročniku Raziskovalni skupnosti Slovenije. Izvlečki iz teh poročil so bili objavljeni v *Obzorniku mat. fiz.* 25 (1978) 125—126. V letu 1978 smo delali pri sedmih raziskovalnih nalogah (št. 47—53). Izvlečki iz teh poročil so v tej številki *Obzornika* na str. 54—55.

Za prihodnje leto smo predlagali RSS za financiranje tele raziskave:

54. Z. Bohte: *Numerično reševanje večparametričnih problemov lastnih vrednosti*
55. J. Globevnik: *Interpolacija z analitičnimi funkcijami v neskončno dimenzijah*
56. J. Kozak: *Aproksimacija linearnih omejenih funkcionalov v numerični analizi*
57. P. Legiša: *Izometrična struktura Banachovih prostorov*
58. A. Suhadolc: *Lastni problem za linearne diferencialne operatorje*
59. I. Vidav: *Invariantni podprostorji omejenih linearnih operatorjev v Banachovem prostoru*
60. J. Vrabec: *Razrešitev vozlov pri povečanju dimenzije ambienta*
61. J. Vukman: *Realne Banachove algebre z involucijo*
62. J. Povšič: *Bibliografiji Franca Hočevarja in Riharda Zupančiča.*

Prvih osem nalog je bilo sprejetih, zadnja pa je bila zaradi napake v proceduri ali nesporazuma odložena.

Fotokopirane rokopise znanstvenih člankov svojih članov objavljamo v brošuri Preprint Series of the Department of Mathematics. Podatki o že objavljenih delih pa so na razpolago v dokumentaciji inštituta.

2. Seminarji

a) *Topološki seminar*, ki ga je vodil J. Vrabec, je preteklo leto posvetil študiju matematičnih osnov teorije katastrof, v 1. semestru po knjigi Postona in Stewarta *Taylor Expansions and Catastrophes*, v 2. semestru pa po Bröckerjevi knjigi *Differentiable Germs and Catastrophes*. Seminarja se je po kratkotrajni začetni plimi udeleževalo 7 naših članov, predavali pa so: A. Blejcek (4 ure), W. Heil (8 ur), M. Kranjc (6 ur), P. Legiša (6 ur), B. Magajna (6 ur), Z. Magajna (4 ure), J. Rakovec (2 uri), A. Vitek (2 uri), J. Vrabec (8 ur).

b) *Seminar za računalniško in numerično matematiko* je imel okoli 15 udeležencev, vodil pa ga je V. Bagatelj. Po 2 uri so predavali:

E. Zakrajšek: *Invariantne vložitve in navadne diferencialne enačbe.*

I. Bratko: *Programiranje strategij in dokazovanje njihove pravilnosti.*

Z. Bohte: *Numerično reševanje dvoparametričnega problema lastnih vrednosti.*

E. Zakrajšek: *O največjih krožnih tokovih.*

J. Kozak: *Pomen zlepkov v numerični analizi (B-zlepki).*

D. Marušič: *Simetrični grafi.*

T. Pisanski: *Simetrični in permutacijski grafi.*

E. Zakrajšek: *O aproksimaciji elementarnih funkcij.*

J. Kozak: *Najboljša aproksimacija v Hilbertovih prostorih.*

J. Zupan: *Kriptografija na prelomu.*

E. Zakrajšek: *Sistemi diferenčnih enačb.*

T. Pisanski: *O rodu regularnih bipartitnih grafov.*

A. Vitek: *Algoritmi kalkulatorjev za izračun nekaterih matematičnih funkcij.*

A. Čadež: *Izometrične vložitve ploskev v E^3 .*

E. Zakrajšek: *Veseličeva naloga.*

M. Antunac-Majcen: *Direktne metode rešavanja sistema linearnih enačb za probleme s končnim elementima.*

V. Batagelj: *Optimizacijske naloge (osnovni pojmi).*

R. Vidmar: *Urednik.*

E. Zakrajšek: *Nesimetrične matrike.*

J. Kozak: *Izbira dodatnih vozlov pri uporabi B-zlepkov.*

J. Kozak: *O povprečni interpolaciji.*

M. Lozej: *Sistemi linearnih enačb.*

Za večino predavanj so udeleženci dobili razmnožene predavateljeve zapiske.

c) *Seminar za kompleksno analizo* je imel 6 udeležencev, vodil pa ga je J. Globevnik. Predavali so:

G. Lešnjak: *Carlesonov dokaz Mergelyanovega izreka (7 ur).*

A. Založnik: *O lastnosti multiplikativne razširitve za funkcijske algebre* (6 ur).

G. Lešnjak: *Aproksimacija funkcij z vrednostmi v vektorskih prostorih* (11 ur).

J. A. Čibej: *Problem holomorfnega dviga* (23 ur).

d) *Seminar za funkcije več kompleksnih spremenljivk* je nadaljeval študij knjige Gunninga in Rossija *Functions of Several Complex Variables*. Seminar sta vodila J. Globevnik in J. Vrabec, udeleževalo pa se ga je povprečno 6 naših članov. Predavali so: M. Dobovišek (2 uri), J. Globevnik (10 ur), P. Legiša (8 ur), G. Lešnjak (7 ur), M. Omladič (6 ur), J. Vrabec (7 ur). A. Založnik (6 ur).

e) V preteklem letu je spet oživel *seminar za topologijo nizkih dimenzij*. Imel je v povprečju 4 udeležence, vodil pa ga je W. Heil. Na sporedu je bil ciklus predavanj o grupah kit po knjigi Joan Birmanove *Braids, Links, and Mapping Class Groups* — W. Heil (10 ur), M. Kranjc (5 ur), J. Vrabec (6 ur) — poleg tega pa so bila na sporedu še tale predavanja:

W. Heil: *Surgery along a link* (5 ur).

W. Heil: *Branched covers around a knot* (7 ur).

W. Heil: *Foliations of 3-manifolds* (1 ura).

W. Heil: *Heegaard splittings of Seifert fiber spaces* (2 uri).

J. Rakovec: *Johannson's results on 3-manifolds* (3 ure).

J. Rakovec: *Classification of 3-manifolds* (1 ura).

J. Vrabec: *Homeomorphisms of surfaces* (3 ure).

J. Vrabec: *Construction and cobordism of 3-manifolds* (1 ura).

f) *Seminar za topologijo Zagreb-Ljubljana* sta vodila I. Ivanšić iz Zagreba in J. Vrabec iz Ljubljane. Sestal se je 5-krat v Ljubljani in 4-krat v Zagrebu. V Ljubljani so predavali:

W. Heil: *Homotopy involutions of certain 3-manifolds* (2 uri).

W. Heil: *On Nielsen's theorem for certain 3-manifolds* (2 uri).

M. Kranjc: *Immersions of smooth manifolds* (6 ur).

M. Kranjc: *Obstructions for extending cross-sections and characteristic classes* (2 uri).

B. Magajna: *The algebraic and topological group K_0* (2 uri).

Z. Magajna: *H-fibrations* (2 uri).

M. Kranjc: *Gromov's theorem*.

J. Vrabec: *Embedding manifolds in euclidean spaces in the first critical dimension* (2 uri).

V Zagrebu pa so predavali:

I. Ivanšić: *Embeddings and concordances of embeddings up to shape* (2 uri).

M. Krecl: *Finiteness conditions for CW-complexes* (4 ure).

I. Ivanšić: *Dimension theory for compacta in euclidean spaces* (4 ure).

Z. Čerin: *Spaces that are C_p -movable at infinity* (2 uri).

B. Gray: *Cobordism of immersions* (2 uri).

K. Horvatić: *The double suspension theorem* (2 uri).

3. Udeležba na znanstvenih in strokovnih srečanjih ter obiski na tujih znanstvenih ustanovah

A. Suhadolc je bil vse študijsko leto kot gostujoči profesor na Floridski državni univerzi v Tallahasseeju, Florida, ZDA.

Applications of Numerical Software — Needs and Availability (University of Sussex, Brighton, Vel. Britanija, 19.—22. septembra 1977). Konferenca se je udeležil Z. Bohte.

INFORMATICA 77 (Bled, 3.—8. oktobra 1977). Simpozija se je udeležil J. Grad in imel na njem (skupaj z R. Matkom) referat z naslovom *Strukturno programiranje linearnega programiranja*.

J. Grad je bil v dneh od 17. do 21. oktobra 1977 na obisku na Regensburški univerzi v ZRN.

Simpozij iz operacijskega raziskovanja — SYM-OP-IS '77 (Hercegnovi, 19.—21. oktobra 1977). Simpozija se je udeležil S. Indihar in imel na njem referat z naslovom *Multilinearno programiranje*.

Mathematik und Kybernetik in der Ökonomie (Berlin, NDR, 21.—23. novembra 1977). Srečanja se je udeležil S. Indihar in imel na njem referat z naslovom *Bilineare Optimierung mit einigen Anwendungen*.

Computers in Education and Research (International Executive Centre, Saint-Paul-de-Vence, Francija, 22.—24. novembra 1977). Simpozija se je udeležil J. Grad.

Sectional Meeting of the Mathematical Association of America (Tallahassee, Florida, ZDA, december 1977). Srečanja se je udeležil A. Suhadolc.

84th Annual Meeting of the American Mathematical Society (Atlanta, Georgia, ZDA, 3.—8. januarja 1978). Srečanja se je udeležil A. Suhadolc.

Fourth European Meeting on Cybernetics and Systems Research (Linz, Avstrija, 27. marca—1. aprila 1978). Srečanja se je udeležil M. Ribarič.

Third Oxford Topology Symposium (Oxford, Vel. Britanija, 27.—29. junija 1978). Simpozija sta se udeležila M. Kranjc in J. Vrabec.

International Congress of Mathematicians (Helsinki, Finska, 15.—23. avgusta 1978). Kongresa sta se udeležila J. Globevnik in J. Vrabec.

4. Obiski tujih znanstvenikov

Wolfgang Heil (Florida State University, Tallahassee, Florida, ZDA) je bil vse študijsko leto gostujoči profesor na odseku za matematiko FNT. Zelo veliko je pa tudi prispeval k znanstvenemu delu na oddelku za matematiko IMFM. Vodil je seminar za topologijo nizkih dimenzij in bil eden najrednejših in najaktivnejših članov tudi pri drugih dveh topoloških seminarjih. Na vseh seminarjih skupaj je predaval 37 ur in to je precej več kot katerikoli član našega oddelka.

Brayton Gray (University of Illinois, Chicago, ZDA), 24.—25. februarja 1978. Dne 24. februarja je imel pri nas predavanje z naslovom *The J-homomorphism and its applications to geometric topology*.

Julian Ławrinowicz (Poljska akademija znanosti, Łódź, Poljska), 28.—30. marca 1978. Dne 30. marca je imel pri nas predavanje *Physical motivations for conformal and biholomorphic moduli*.

Andrzej Kirkor (Poljska akademija znanosti, Varšava, Poljska), 26. aprila 1978. Predstavil se je s predavanjem *A class of embeddings for ANR's*.

C. Edmund Burgess (University of Utah, Salt Lake City, ZDA), 25.—26. maja 1978. Dne 25. maja je imel predavanje z naslovom *Recognizing topological cubes*.

5. Tisk

V študijskem letu 1977/78 je IMFM izdal ali soizdal te matematične publikacije:

Preprint Series of the Department of Mathematics, št. 15; zvezek vsebuje fotokopije rokopisov osmih znanstvenih člankov naših članov.

A. Suhadolc: *Sebi adjungirani operatorji* (zbirka Izbrana poglavja iz matematike).

V zbirki univerzних učbenikov in monografij Matematika-fizika sta izšla dva ponatisa: I. Vidav, *Višja matematika I*, in Z. Bohte, *Numerične metode*.

6. Organizacijsko delo

V preteklem študijskem letu se je dvakrat sestala komisija za razvoj matematike pri IMFM. Na prvem sestanku smo sprejeli idejni načrt za razvoj Centra za matematiko in osnove tehnike v okviru usmerjenega izobraževanja, na drugem pa smo razpravljali o kadrovskih vprašanjih matematike na naši univerzi, predvsem o problemu asistentov.

Celotni oddelek za matematiko običajno nima več kot en sestanek letno, ker se pač posvečamo predvsem strokovnemu delu. Letos pa smo imeli kar tri sestanke. Izvolili smo novega predstojnika oddelka dr. Josipa Globevnika, ki naj bi prevzel posle poleti 1978; ker pa je bil kasneje Globevniku odobren za leto 1978/79 študijski dopust, je bil dosedanjemu predstojniku J. Vrabcu mandat podaljšan za eno leto.

Glavna tema na vseh sestankih pa je bil pereči položaj Matematične knjižnice. Ta je bila že več let finančno nedohranjena, vendar smo upali, da se bo že kako izkopala iz težav. Lani pa je primanjkljaj, ki je že več let počasi rasel, poskočil na 280 000 din; to pa je bil že približni znesek enoletne dotacije Raziskovalne skupnosti Slovenije. Ker v vsej Sloveniji edino naša Matematična knjižnica sistematično skrbi za nabavo matematične literature (in je, mimogrede povedano, predvsem glede urejenosti verjetno najboljša knjižnica te vrste v Jugoslaviji), smo bili prepričani, da lahko računamo na družbeno podporo. Na sestanku je bilo sklenjeno, da bomo s kritičnim položajem seznanili čim več družbeno-političnih dejavnikov in poizkusili dobiti pomoč. Sklep je bil izveden, vendar brez pravega uspeha. Pri tistih tovariših in tovarišicah, ki so utegnili sprejeti našo delegacijo, smo sicer dobili vso moralno podporo, toda nobenega denarja. Po priporočilu sveta inštituta smo nato sprožili široko akcijo zbiranja denarja za knjižnico pri uporabnikih v proizvodnji. Izid: izkazalo se je, da na Slovenskem matematika skoraj nima uporabnikov, Inštitut Jožef Štefan, ki ga seveda ne moremo šteti med proizvodne organizacije, pa nam je priskočil na pomoč s ponudbo, da bo vsako leto odkupil nekaj diplomskih del, ki jih bodo študentje matematike izdelali po naročilu ali predlogu IJS.

V preteklem študijskem letu je z oddelka za matematiko izstopil en član, dobili pa smo 5 novih: Dušana Repovša, Jožeta Povšiča, Gorazda Lešnjaka, Bojana Magajno in Zlatana Magajno. Oddelek ima tako zdaj 59 članov.

Jože Vrabec

47. Analiza zaokrožitvenih napak pri razcepu pozitivno definitnih matrik

Nosilec naloge Zvonimir Bohte, sodelavca Edvard Kramar, Miro Lozej

V delu, ki je nadaljevanje raziskovalne naloge Analiza zaokrožitvenih napak pri nekaterih algebraičnih procesih, je podrobno analizirana metoda Choleskega za reševanje sistemov linearnih enačb s pozitivno definitno matriko. Doslej znana analiza na osnovi direktnega razcepa matrike je primerjana z na novo formulirano metodo Choleskega kot zaporedjem posebnih elementarnih neortogonalnih transformacij. Izkaže se, da so — neglede na različne formulacije — ocene zaokrožitvenih napak v vseh primerih istega reda velikosti. V delu je še pokazano, da je Gaußova metoda brez pivotiranja pri pozitivno definitnih matrikah absolutno stabilna. Dobljeni rezultati so prispevek k tehniki analiziranja zaokrožitvenih napak.

48. Interpolacijske lastnosti vektorskih analitičnih funkcij

Nosilec Josip Globevnik, sodelavci Mirko Dobovišek, Milan Hladnik, Peter Legiša, Gorazd Lešnjak, Matjaž Omladič, Aleš Založnik

Raziskovalna naloga obravnava interpolacijo zveznih funkcij na podmnožicah mere nič enotne krožnice $\partial \Delta$ z analitičnimi funkcijami na enotnem krogu Δ . V poljubnem kompleksnem Banachovem prostoru X bodi $\mathcal{A}(X)$ družina nepraznih množic P , z lastnostjo, da za vsako zaprto množico $F \subset \partial \Delta$ mere 0 in vsako zvezno funkcijo $f: F \rightarrow P$ obstaja zvezna analitična razširitev $\tilde{f}: \bar{\Delta} \rightarrow P$. $\mathcal{S}\mathcal{A}(X)$ bodi poddružina množic v $\mathcal{A}(X)$, za katere se da razširitev $\tilde{f}$ izbrati tako, da je $\tilde{f}(\bar{\Delta} - F) \subset \text{Int } P$. Namen raziskave je bil topološka opredelitev družin $\mathcal{S}\mathcal{A}(X)$ in $\mathcal{A}(X)$ in v zvezi s tem študij zalog vrednosti analitičnih funkcij. Poleg vrste rezultatov je avtorjem uspelo posplošiti Rudin-Carlesonov izrek.

49. Nastanek, pomen in osnove matematike

Nosilec Izidor Hafner, sodelavec Borut Jurčič

V delu so pokazane prednosti ontologije (logika imen) Leśniewskega pred predikatnim računom za formaliziranje matematičnih teorij. Obravnavana je kompleksnost problema odločljivosti za prototetiko (razširjeni izjavni račun) in formalizacija Bolzanove definicije naravnih števil v mereologiji (teorija relacije del-celota) Leśniewskega. V razpravi je navedenih še nekaj napak v učbenikih za gimnazije in problemov »nove matematike«. Na koncu pa sta se avtorja posvetila še vlogi števnikov v naravnih jezikih in tako hotela podpreti ustrezne formalne definicije naravnih števil.

50. Nekateri novi rezultati iz kohomologije simetričnih grup

Nosilec Peter Petek, sodelavca Bojan Magajna, Zlatan Magajna

V delu je računana struktura kohomološkega kolobarja $H^*(S(16); \mathbb{Z}_2)$ z dve-ma metodama, metodo jedra in rekurzivno metodo. Prva metoda daje iskani kohomološki kolobar kot podalgebro tenzorske algebre nad algebro R^* , ki je dualna algebri Dyer-Lashofa. Metoda lepo pokaže, kako nastanejo generatorji kot vsote tenzorskih produktov osnovnih generatorjev, končni rezultati pa so bolj nepregledni. Druga metoda uporablja že izračunano strukturo kohomološkega kolobarja simetrične grupe $S(8)$. Po tej poti so dobljeni rezultati

preglednejši, je pa težje slediti strukturo nastalih generatorjev. Po obeh metodah pa obseg računanja močno naraste v primeru s $H^*(S(8))$, zato bi nadaljevanje zahtevalo nove prijeme in metode v sedanji obliki ne bi prišli v poštev.

51. Večparametrični problemi lastnih vrednosti

Nosilec Gabrijel Tomšič, sodelavci Tomaž Slivnik, Zvonimir Bohte, Anton Suhadolc

V delu je opisana klasifikacija večparametričnih problemov in način povezanosti sistemov, ki opisujejo večparametrične probleme, redukcija šibko povezanih sistemov na tenzorski produkt prostorov. Obdelani so šibko povezani sistemi in sredstva, ki se pri študiju teh sistemov največ uporabljajo, in pokazana je uporaba Fredholmove teorije za take probleme. Obravnavani so tudi večparametrični problemi, ki so opisani s krepko povezanimi sistemi. Posebej je obdelano še numerično reševanje dvoparametričnega problema pri matrikah in diferencialnih enačbah.

52. Involucija v algebri omejenih linearnih operatorjev Banachovega prostora

Nosilec Ivan Vidav, sodelavec Joso Vukman

V raziskovalni nalogi je obravnavan problem involucije v algebri omejenih linearnih operatorjev $L(X)$ realnega ali kompleksnega Banachovega prostora X . Avtorja študirata vpliv involucije, definirane na $L(X)$ na strukturo Banachovega prostora. Pokazane so tri možnosti, in sicer: če je na $L(X)$ definirana involucija brez kakršnih koli dodatnih zahtev, potem je X Banachov prostor s semi-skalarnim produktom; če od involucije zahtevamo primerne algebraične lastnosti, potem je prostor X izomorfen Hilbertovemu prostoru in če ima involucija ustrezne metrične lastnosti, je prostor X kar Hilbertov.

Iz te tematike je soavtor izdelal doktorsko disertacijo.

53. Ovire za vložitev in izotopijo

Nosilec naloge Jože Vrabec, sodelavci Marko Kranjc, Jože Malešič, Janez Rakovec

V algebraični topologiji je znanih mnogo primerov, da kakemu splošnemu geometrijskotopološkemu problemu priredimo pravilo, po katerem vsakemu konkretnemu primerku danega splošnega problema pripada element kake grupe G , ki je seveda odvisna od danega splošnega problema. Če je predpis tak, da je konkretni problem rešljiv le tedaj, ko je pripadajoči element grupe G enak 0, imenujemo problemu prirejeni element v G oviro za rešljivost problema. Najbolj smo zadovoljni, če je opazovana ovira natančno merilo za rešljivost problema, tj. če je konkretni primerek splošnega problema rešljiv natanko tedaj, ko ima ovira vrednost 0. Tedaj pravimo, da je opazovana ovira edina ovira za rešljivost problema. Problemu, vložiti topološki prostor X v evklidski prostor R^q (ali v kako q -mnogoterost), so razni avtorji priredili razne ovire. Ker ima vsaka ovira svoje lastnosti, je zelo zanimivo vedeti, ali je med njimi kaka zveza. V tej raziskovalni nalogi je bila res najdena taka zveza in podobne zveze s še nekaterimi drugimi ovirami za vložitev. Podobno so bile primerjane razne ovire za izotopnost dveh danih vložitev prostora X v R^q .

Vse raziskovalne naloge je v celoti financirala Raziskovalna skupnost Slovenije.

Gabrijel Tomšič

UČITELJI MATEMATIKE NA SREDNJIH ŠOLAH V SLOVENIJI

Pri ugotavljanju števila učiteljev matematike na srednjih šolah v Sloveniji sem v glavnem uporabil statistične podatke Izobraževalne skupnosti Slovenije; tam so za šolsko leto 1977/78 številčno prikazani vsi učitelji srednjih šol, njihova usposobljenost, starost in za vsakega učitelja število službenih let.

V tem pregledu zajemam le učitelje, ki poučujejo matematično-fizikalno skupino predmetov, posebej pa še učitelje matematike.

TABELA I

Zaporedna številka	Organizacijska enota	Matematika	Fizika	Mehanika	Opisna geometrija	Tehnična fizika	Toplota	Računalništvo	Skupaj
1.	Murska Sobota	24	12	2	—	—	1	2	41
2.	Maribor	118	46	10	7	—	2	7	190
3.	Dravograd	21	13	1	—	—	1	2	38
4.	Celje	76	33	12	2	—	4	2	129
5.	Ljubljana	195	104	17	10	1	6	25	358
6.	Kranj	63	32	11	—	—	3	7	116
7.	Novo mesto	40	19	6	1	—	2	3	71
8.	Nova Gorica	32	13	4	—	—	2	1	52
9.	Koper	52	20	4	2	2	1	4	85
SKUPAJ:		621	292	67	22	3	22	53	1080

Tabela I prikazuje število učiteljev po organizacijskih enotah zavoda SR Slovenije za šolstvo in po predmetih matematično-fizikalne skupine. Pri vsakem učnem predmetu je navedeno število tistih učiteljev, ki poučujejo *pretežno* ta predmet.

Na vseh šolah se poučujejo predmeti te skupine glede na predmetnik v nezmanjšanem številu ur, zato lahko sklepamo, da so dejanske potrebe po učiteljih teh predmetov najmanj tolikšne, kot so navedene v tabeli.

TABELA II

	Število učiteljev			Visoka izobrazba		Strokovni izpit		Ravnatelji	Delovno razmer. za NDČ		Starost nad 50 let	
	skupaj	žensk	%	štev.	%	štev.	%		štev.	%	štev.	%
1. Murska Sobota	41	3	7	21	51	18	44	5	21	51	5	12
2. Maribor	190	69	36	95	50	112	59	7	96	51	30	16
3. Dravograd	38	12	32	23	61	12	32	2	11	29	4	11
4. Celje	129	42	33	70	54	77	60	12	101	78	11	9
5. Ljubljana	358	156	44	221	62	186	52	10	222	62	63	18

6. Kranj	116	33	28	69	59	64	55	6	69	59	15	13
7. Novo mesto	71	18	25	43	61	40	56	7	38	54	4	6
8. Nova Gorica	52	13	25	31	60	24	46	1	35	67	4	8
9. Koper	85	26	31	65	76	51	60	9	60	71	10	12
SKUPAJ:	1080	372	34	638	59	584	54	59	653	60	146	14

Tabela II prikazuje število učiteljev po spolu, izobrazbi glede na to, ali imajo strokovni izpit, koliko teh je ravnateljev, koliko jih je v delovnem razmerju za nedoločen delovni čas in koliko teh učiteljev je starih nad 50 let.

Od skupnega števila učiteljev 1080 je žensk 372 ali 34 %. Med učitelji v skupini matematično-fizikalnih predmetov je torej 2/3 moških in 1/3 žensk.

Visoke izobrazbe nima 442 učiteljev ali 41 %. Ta odstotek pomeni, da okrog 250 učiteljev matematike nima ustrezne strokovne izobrazbe in da bi moralo vsaj toliko učiteljev matematike diplomirati na visoki šoli. Ta potreba po učiteljih z ustrezno izobrazbo bo še nekoliko večja v usmerjenem izobraževanju, ker bo tudi globalno število ur matematike (posebej še v 1. letu) nekoliko večje.

Najslabša je kvalifikacijska sestava učiteljev v organizacijskih enotah Maribor in Murska Sobota; tam ima komaj polovica učiteljev predpisano izobrazbo. Le malo bolje je na področju organizacijske enote Celje (54 %). Druge organizacijske enote so glede tega na republiškem povprečju, razen učiteljev na področju organizacijske enote Koper, saj ima tam čez 3/4 učiteljev ustrezno izobrazbo za pouk matematike v srednjih šolah.

Strokovni izpit ima 584 učiteljev ali 59 % od celotnega števila.

Med matematiki in fiziki je 59 ravnateljev in ti večinoma ne poučujejo.

V delovnem razmerju za nedoločen delovni čas je 653 učiteljev, to je 60 % vseh. Drugih 427 učiteljev poučuje začasno, ker nimajo ustrezne strokovne ali pedagoške izobrazbe. Med njimi bodo v nekaj letih diplomirali absolventi fakultete za naravoslovje in tehnologijo ter predmetni učitelji, ki si pridobivajo fakultetno izobrazbo, ker so jim šole postavile roke za dosego kvalifikacije.

Od 1080 učiteljev je 146 ali 14 % starih nad 50 let in se bodo v 10 letih upokojili.

Če upoštevamo vsa navedena dejstva, bi danes potrebovali vsaj 250 učiteljev matematike, ker so ta mesta sedaj zasedena z učitelji z neustrezno strokovno ali pedagoško izobrazbo. In če poleg tega upoštevamo še dejstvo, da se vsako leto nekaj učiteljev upokoji (povprečno 8 učiteljev matematike letno), lahko trdimo, da bi bilo v naslednjih petih letih potrebnih vsaj 150 novih učiteljev matematike z visoko izobrazbo, v tem času pa bi moralo diplomirati 100 učiteljev matematike, ki že poučujejo.

Pri tem sem upošteval samo potrebe učiteljev za redni pouk matematike v srednjih šolah, ne pa za dodatni in dopolnilni pouk in za razne druge fakultativne dejavnosti.

Iz vseh teh podatkov lahko sklenemo, da bi moralo v naslednjih petih letih vsako leto diplomirati na visoki šoli 50 študentov.

Stanko Uršič

UVOD V POSPLOŠENO LOGIKO*

V zadnjih sto letih je matematika doživela veličasten razvoj v zapletenosti in prefinjenosti. Ta razvoj zahteva za dokazovanje izrekov bolj prožne metode od zastarelih težavnih, zamudnih in natančnih »rigoroznih« metod, ki so jih njega dni tako cenili. Zahtevi je ugodila *posplošena logika*, sedaj že dodobra razvita veja matematike. Naj pojasnim nekaj izrazov. V klasični logiki sestoji izrek iz *resnične* trditve, za katero obstaja *klasičen* dokaz. V posplošeni logiki obe omejitvi sprostimo: posplošeni izrek sestoji iz trditve, za katero obstaja *posplošeni* dokaz. Menim, da je pomen teh izrazov dovolj jasen in so zamudne definicije nepotrebne.

Uporaba posplošenih dokazov bo očitna. Profesionalni pisci učbenikov jih uporabljajo brez zadržkov, še posebno kadar dokazujejo matematične rezultate v fizikalnih gradivih. Učitelji in predavatelji so ugotovili, da jim pridejo taki dokazi prav, kadar hočejo zapletene ideje približati študentom na nižji stopnji izobraževanja (ne da bi jih moral razumeti predavatelj). Raziskovalci, ki se jim mudi, da prvi objavijo nov rezultat, ali pa nimajo časa in potrpljenja, da bi bili natančni, uporabljajo pri pisanju svojih člankov posplošene dokaze. V tej zvezi imajo posplošeni dokazi nadaljnjo prednost, da pravilnost rezultatov ni nujna, kar odstrani dolgočasno (in zdaj nepotrebno) omejitev za razvoj matematike.

Naj pretehtam nekatere dokazne metode, ki jih je omogočila posplošena logika. Posvetil se bom predvsem načinom uporabe pri predavanjih; za uporabo v učbenikih in člankih jih je treba le malenkostno prirediti.

Posebej je vredno omeniti metode *reduciranja*. Kot vsakdo ve, obstajata dve taki metodi: *reductio ad nauseam* in *reductio ad erratum*. Obe imata enak začetek: matematik zanika rezultat, ki ga skuša dokazati, in zapiše vse posledice tega zanikanja, ki se jih le more spomniti. Metodi sta najbolj učinkoviti, če te posledice zapiše brez vsakršnega reda, po možnost v prazne ko-tičke table.

Čeprav imata metodi enak začetek, sta njuna cilja popolnoma različna. Pri *reductio ad nauseam* si predavatelj prizadeva doseči, da vsi poslušalci zaspijo in si predavanj ne zapisujejo. (Slednje je mnogo zahtevnejši pogoj.) Predavatelj mora potem le zbrisati tablo in izjaviti: »Tako pridemo do protislovja in izrek je dokazan.« Ni treba kričati, saj je podzavest vseh navzočih čakala prav na ta signal. Ves letnik se bo prebudil, se pretegnil in sklenil, da bo zadnji del dokaza prepisal od koga drugega. Če so si vsi prenehali zapisovati, »koga drugega« ni in izrek je dokazan.

Pri *reductio ad erratum* je cilj bolj skrit. Če je izpeljava dovolj zapletena in brez pomena, se bo nujno pojavila napaka. Pozorni poslušalci bodo nekaj takih napak odkrili, toda prej ali slej se bo katera izmuznila. Nekaj časa bo spala globoko v izpeljavi, a končno bo splavala na površje in najavila svojo navzočnost s spodbijanjem prejšnjih trditev. Izrek je tedaj dokazan.

Omeniti moramo, da ni treba, da bi se pri metodi *reductio ad erratum* predavatelj zavedal slučajne napake ali tega, kako jo je uporabil. Najboljši uporabniki te metode znajo že po nekaj vrstah izpeljave ustvariti globoke in pre-

* Anonimen esej, ki kroži po California Institute of Technology.

finjene napake ter jih priversti na površje po nekaj minutah, pri čemer poteka vse po instinktivnem postopku, ki se ga nikoli ne zavedajo. Sladokuscu, ki ve, na kaj naj pazi, lahko podzavestno ustvarjanje takega virtuoza vzame sapo.

Celo vrsto metod je mogoče uporabiti, kadar zna predavatelj priti od začetnih privzetkov P do izreka A ter od nekega drugega izreka B do zaključka Z, ne zna pa premostiti vrzeli med A in B. Predrznemu predavatelju je v tej stiski na razpolago več načinov. Zapiše lahko A in brez obotavljanja »torej B«. Če je izrek dovolj dolgočasen, je malo verjetno, da bo kdo podvomil o tistem »torej«. To je metoda *dokaza z opustitvijo*; s to metodo se nenavadno lahko izmažeš. (Oprostite, hotel sem reči: nenavadno lahko jo je uspešno uporabiti.)

Alternativna metoda je *dokaz z zapeljavo*, v katerem izvajalec dokaže izrek, ki je navidez podoben trditvi »A, torej B«. Skoraj brez nevarnosti je dokazati obratno, se pravi »B, torej A«; poslušalce prvega letnika bo to vedno zadovoljilo. Če predavatelja ne preganja čas, lahko uporabi takemu dokazu analogen števeno neskončen *dokaz s konvergentnimi irelevancami*.

Včasih uporabljajo *dokaz z definicijo*: predavatelj definira množico elementov S, za katere velja B, in izjavi, da ga bodo v prihodnje zanimali le še elementi iz S. Še celo nadarjeni študentje bodo verjetno to sprejeli brez ugovorov, ne da bi se spraševali, ali ni morda množica S prazna.

Pripombe na *dokaz s trditvijo* niso mogoče. Če nejasno zamomljena trditev o tem, zakaj B drži, letnika ne zadovolji, predavatelj kratkomalo reče: »To bi moralo biti intuitivno jasno. Razložil sem razumljivo, kolikor je mogoče. Če še sedaj ne vidite, boste morali sami vse skupaj dobro razmisliti in boste videli, kako trivialno in očitno je.«

Za *dokaz s priznanjem nevednosti* je najbolj značilna izjava: »V nobenem učbeniku to ni jasno izpeljano. Rezultat je prav gotovo pravilen, ne vem pa, zakaj. Morali ga bomo sprejeti takega, kakršen je.« Ta drugače zadovoljiva metoda ima pomanjkljivost, da morda kdo med poslušalci ve, zakaj je rezultat pravilen (ali še huje, zakaj ni pravilen) in je pripravljen to tudi povedati.

K *dokazu z neobstoječim virom* bo imel pripombe le najbolj odločni nadležnež: »Dokaz tega izreka boste našli v Copsonu na strani 445«, kar je sredi kazala. Predavatelji lahko v parih izvajajo pomembno inačico te tehnike. Dr. Jones uporabi rezultat, katerega bo profesor Smith dokazal kasneje, profesor Smith pa, ki ima premalo časa, izrek izpusti z izgovorom, da ga je vzel že dr. Jones...

Dokaz s fizikalnim sklepanjem poskrbi za izreke o enoličnosti rešitev pri mnogih zapletenih sistemih diferencialnih enačb, ima pa še druge pomembne aplikacije. Kosinusni izrek lahko na primer dobimo z upoštevanjem ravnovesja mehničnega sistema. (Fiziki potem postopek obrnejo in izpeljejo ravnovesne pogoje iz kosinusnega izreka namesto iz poskusa.)

Najbolj neizpodbitna opora pa je seveda sama po sebi razumljiva tehnika *dokaza z določitvijo*. V učbenikih jo takoj spoznamo po tipičnih izrazih »Preprosto je dokazati, da...« ali »Bralcu pustimo za trivialno vajo, da dokaže, da...« (Besedi »preprosto« in »trivialno« sta bistveni sestavni del te tehnike.)

Kadar je treba dokazati težaven izrek, da iz B sledi A, pomaga očitna in učinkovita *zažasnjena lema*: »Trditev izrazimo v obliki leme, katere dokaz prihranimo za kasneje...« To nikakor ni brezplodno odlašanje. Nadaljevanje je mogoče v dveh smereh. V prvem primeru je mogoče kasneje s prvotnim izrekom lemo zares dokazati. Očitna induktivna posplošitev tega *dokaza s krož-*

nim sklicevanjem je veriga treh ali več izrekov. Nekaj zelo elegantnih rezultatov je mogoče dobiti, ko taka veriga medsebojno odvisnih izrekov postane neskončna.

Druga mogoča usoda zakasnjene leme je *dokaz z neskončnim zanemarjenjem*: učna ura se konča, preden je izrek dokazan. V nadaljnjih urah bosta izrek in lema kot njegov del privzeta seveda brez pripomb.

Zelo prefinjen način za dokazovanje izrekov je *dokaz z osmozo*. Pri tem ni izrek nikoli omenjen in o kakšnem dokazu ni ne duha ne sluha, na koncu učne ure pa je izrek kar privzet. Med vso uro lebdi izrek v zraku in princip, po katerem ga letnik vsrka, je dobro znani biološki pojav osmoze.

Metoda dokazovanja, ki se pri osnovah matematike žal prav malo uporablja, je *dokaz z estetiko* (»Rezultat je preveč lep, da bi bil lahko napačen.«) Fiziki se bodo spomnili, da je Dirac večkrat uporabil to metodo pri opravičevanju svojih teorij, ki drugače stojijo na precej majavih nogah. Njegova izjava »Pri enačbah je pomembneje, da so lepe, kot da se prilegajo poskusom«* je dosegla določen sloves.

Končno naj obravnavam še *dokaz z ustnim izročilom*. Iz te metode izhajajo slavni *ljudski izreki*, katerih primerek je Fermatov zadnji izrek. Klasični tip obstaja v knjigah le kot opomba pod črto, kjer piše, da se »da dokazati (glej neobjavljene zapiske preminulega profesorja Greena), da ...« Pri pregledu zapiskov preminulega profesorja Greena se izkaže, da le-ta v resnici nikoli ni videl dokaza, temveč mu je o njegovi veljavnosti sporočil veliki Sir Ernest White v pismu, ki se je od tistih časov že izgubilo. Kdor bi še naprej iskal izvor, bi ugotovil, da je Sir Ernest za rezultat zvedel pri jutranji kavi od svojega študenta, ki je dokaz zasledil v prvi številki neke švedske revije, ki ni nikoli doživela druge številke in je ni mogoče dobiti v knjižnicah. In tako dalje. Ni zelo presenetljivo, da se vsebina ljudskih izrekov dramatično spreminja, ko raziskujemo njihovo preteklost.

Nisem še omenil *specialnih metod*, kot so deljenje z ničlo, napačno korenjenje, ravnanje z divergentnimi vrstami in tako naprej. Te metode so zelo učinkovite, a so zadovoljivo opisane v standardni literaturi. Prav tako se nisem posvetil *osnovnemu izreku vse matematike*, ki pravi, da so vsa števila enaka nič. (Dokaz tega izreka bo zainteresiranemu bralcu nudil več ur zabave ter odlično vajo iz prej omenjenih metod.) Vendar je več kot očitno, kakšno bogastvo se skriva v študiju posplošene logike. Predlagam fakulteti, da čimprej uvede predavanja iz tega predmeta. Zaželeno bi bilo, da so predavanja že na drugi stopnji, da bodo tisti, ki gredo le s to izobrazbo učiti, dovolj seznanjeni s snovjo. Prav za gotovo v prihodnosti ne bo mogel nihče trditi, da ima matematično izobrazbo, če ne bo obvladal vsaj praktičnih aplikacij posplošene logike.

* P. A. M. Dirac. *The Evolution of the Physicist's Picture of Nature*, Scientific American, maj 1963, str. 47.

Prevedel Samo Kuščer

PREJELI SMO V OCENO

M. Albert Kaaz, *Elemente der mathematischen Logik für den gebrauch in Physik und Technik*, München-Wien, Oldenbourg Verlag, 1977, 234 str. Cena 50 DM.

V uvodu pravi avtor, da je knjiga nastala iz razmišljanj o novejšem razvoju izkustvenih znanosti, posebno tehnike, in o posledicah tega razvoja, ki se kažejo v osnovah teh znanosti. Pri tem naj bi se izkazala potreba po bolj matematično-logični usmeritvi sodobne tehnike, ki razpada na številne nove in zmeraj bolj samostojne discipline. V tej zvezi je po avtorjevem mnenju knjiga priročnik elementarnih logičnih pojmov in metod, ki naj služijo v uporabo usmerjenemu znanstveniku pri njegovem delu.

Koliko se je avtorju ta gotovo koristna pobuda tudi posrečila, bodo morali pač presoditi v uporabo usmerjeni znanstveniki sami. Podpisanemu, ki ne sodi k njim, se je žal zataknilo že kar na prvih straneh...

Prvo poglavje *Relevantni (?) pojmi algebre* ima v prvem razdelku Elementi algebre množic najprej našteje aksiome teorije množic, ki naj bi po avtorjevem mnenju predstavljali Zermelo-Fraenkelov sistem aksiomov, po našem mnenju pa prav gotov ne. Ti aksiomi so zapisani tudi v formalnem logičnem jeziku, ta pa je opisan šele v drugem poglavju. Prav tako nastopajo v teh aksiomih sicer enostavni pojmi, kot sta podmnožica in presek, ki sta tudi opredeljena šele kasneje. Sicer pa je zapisano takoj na začetku (str. 17): »Število aksiomov je majhno, ker jih pripoznamo za resnične, ne da bi njihovo veljavnost kakorkoli utemeljevali, po drugi plati pa, če je potrebno, v vsakem trenutku zlahka preverimo njihovo neprotislovnost.« Taka izjava očitno ne potrebuje nobene pripombe. Pri opredelitvi pojma podmnožice in relacije inkluzije na strani 23 pa beremo: »Če je inkluzija obrnljiva, imamo množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ za enaki; po aksiomu (A_1) imata namreč iste elemente. Če ni tako, potem je $\mathcal{A}$ prava podmnožica $\mathcal{B}$ ($\mathcal{A} \subset \mathcal{B}$), ali neprava podmnožica $\mathcal{B}$ ($\mathcal{A} \subseteq \mathcal{B}$).« Pri vsem spoštovanju, ki gre v uporabo usmerjenim znanstvenikom, se vendarle bojim, da takile razlagi tudi oni ne bodo kos. Podobnih razlag je v tekstu še na voljo. Morda še najhuje pa je, da so v knjigi definirani dovolj težki pojmi s pojmi, o katerih prej sploh ni bilo govora. Samo en primer. Na strani 30 je rečeno: »Matematične strukture (ali kakor smo včasih tudi navajeni reči: matematične domene) obstajajo iz nepraznih množic $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, ... kakor tudi iz določenih operacij o_i , ($i \in I$) in relacij r_j , ($j \in J$) na teh množicah.« Ne glede na že takó nejasno formulacijo ni bilo prej še nikjer povedano, kaj so to operacije, medtem ko je bila izmed relacij prej omenjena le binarna relacija delne urejenosti kot določena podmnožica kartezičnega produkta, ki pa spet ni bil prej nikjer opredeljen. Bodi tega sitnega opravila dovolj in sklenimo poročilo z navedbo še nadaljnjih poglavij te knjige: Smisel in ravnanje z matematično-logičnimi simboli in pojmi; Elementi izjavnega računa in njegova uporaba pri matematičnih dokazih; Aksiomatizacija m — vrednostnega ($m \geq 2$) izjavnega računa; Elementi predikatnega računa in njegova uporaba; Formalizirani deduktivni sistemi in teorije; Logični vidiki kvantne mehanike; Matematični stroji, programska struktura in algoritmična logika; Dodatek: a) strojno dokazovanje izrekov; b) princip eno- in večdimenzionalne indukcije.

Niko Prijatelj

Yu. I. Manin, A course in Mathematical Logic, New York—Heidelberg—Berlin, Springer-Verlag, 1977, 28 str. (Graduate texts in mathematics; 53). Cena 46 DM.

Ta knjiga je izšla kot 53. zvezek zdaj že uveljavljene Springerjeve zbirke *Graduate texts in Mathematics*, in sicer v prevodu Neala Koblitza. Ruski avtor je knjigo namenil matematikom, ki se žele seznaniti tudi z najpomembnejšimi odkritji na področju matematične logike v zadnjih desetih letih. Kljub temu pa je delo pisano celovito, se pravi, da ne predpostavlja nikakršnega predznanja iz matematične logike, čeprav je kajpada način obravnave dokaj zahteven, kakor to pač ustreza opisovani snovi in ne nazadnje tudi imenu zbirke, v kateri je knjiga izšla. Čeravno to nikakor ni edina knjiga z opisanim namenom in metodo, pa ji vendar ni mogoče odreči nekega posebnega čara, ki izvira iz avtorjevega odnosa do predstavljene snovi. Profesor Manin se je namreč začel ukvarjati z matematično logiko šele po večdesetletnem ustvarjanju na drugih področjih matematike, in sicer iz želje, da bi pogledal na svoje delo s kakšnega »zunanjega« gledišča, in iz prepričanja, da je za ta namen matematična logika ravno pravšnji vidik. Zato je najti v knjigi poleg sistematične obravnave osrednjih problemov logike tudi drobne, toda zelo zanimive pripombe v zvezi z imeni, sintakso, logiko naravnih jezikov pa vse do logike kvantne mehanike, ki ji je odmerjen celo poseben razdelek. Mimo vabila k branju te knjige naj v tem kratkem zapisu navedemo le še njeno temeljno notranjo strukturo, ki je razvidna iz naslednjega izvlečka kazala:

V prvem delu, ki nosi naslov *Dokazljivost*, je govor o formalnih jezikih, o resnici in izpeljivosti, o problemu kontinuumu in vsiljenih pogojih pa še o kontinuumu in o konstruktibilnih množicah.

Drugi del ima naslov *Izračunljivost* in obsega poglavji o rekurzivnih funkcijah in Churchevi tezi ter o diofantskih množicah in algoritmični neodločljivosti.

Tretji del pod združenim naslovom *Dokazljivost in izračunljivost* pa govori o Gödelovem izreku o nepopolnosti in o rekurzivnih grupah.

Niko Prijatelj

Richard B. Holmes, Geometric Functional Analysis and its Applications, Graduate Texts in Mathematics 24, Springer Verlag, New York—Heidelberg—Berlin 1975, 246 str.

Knjiga je izšla v novi, a že uveljavljeni Springerjevi seriji Graduate Texts in Mathematics. Avtor sam pravi, da je učbenik sad njegovega dela v funkcionalni analizi in uporabi funkcionalne analize. Opozoriti moram predvsem na to »uporabno« orientacijo dela. Diplomant naše tretje stopnje iz funkcionalne analize lahko odpre tekst kjerkoli, ne da bi se preveč ustrašil podane teorije. Še več, knjiga ne zahteva predznanja funkcionalne analize. O tem pričajo že naslovi poglavij: Konveksnost v linearnih prostorih, Konveksnost v linearnih topoloških prostorih, Principi Banachovih prostorov, Konjugirani prostori in univerzalni prostori. Vsi, ki bi radi zvedeli čimveč o konveksnosti v funkcionalni analizi, bodo tu našli skoraj vse važnejše pojme in rezultate ter množico nalog različne teže. Spoznali pa bodo tudi uporabo pri abstraktnem konveksnem programiranju, najboljši aproksimaciji, pri oceni napak v numerični analizi, zlepkah itd. Omeniti velja tudi številne komentarje, ki segajo čez okvir dela in naj bi napotili bravca k nadaljnjemu študiju.

Peter Legiša

Larry Smith, Linear algebra, Springer-Verlag, New York 1978. Cena 26,10 DM.

Knjiga je eden izmed mnogih elementarnih besedil linearne algebre, ki so namenjeni študentom prvega letnika matematike in tehnike. Snov je omejena na realne končno razsežne vektorske prostore. Glavni namen knjige je priprava osnovnih pojmov in izrekov, ki so potrebni za razumevanje drugih matematičnih predmetov, kot so diferencialne enačbe, analiza funkcij več spremenljivk, algebra in funkcionalna analiza. Končni cilj pa je bil avtorju izrek o diagonalizaciji simetričnih matrik. Razlago spremljajo številni zgledi in več kot 200 nalog. Snov je razdeljena na 16 poglavij, ki skupaj štejejo 280 strani.

Zvonimir Bohte

W. Klingenberg, A Course in Differential Geometry, Springer-Verlag, 178 strani. (Graduate texts in mathematics; 51.) Cena 32,20 DM.

Knjiga je sicer po snovi podobna klasičnim učbenikom diferencialne geometrije, vendar pa jo odlikujeta moderen jezik, dobro izbrani primeri in kopica problemov, od katerih nekateri posegajo prav v moderno raziskovalno delo.

Večina obravnave poteka zaradi nazornosti na ploskvah, čeprav bi se pisava dostikrat glasila prav tako na poljubni mnogoterosti: taka je na primer snov v zvezi z geodetskimi krivuljami. Tudi tangentni sveženj in diferencialne forme definira avtor samo za dvodimenzionalni primer.

Knjiga je pisana dovolj geometrijsko nazorno: definiciji običajno sledi primer ali izrek, ki razkriva njeno geometrijsko vsebino.

Vsekakor je to delo dober uvod v diferencialno geometrijo in že boljšim študentom tretjega letnika ne bo pretežko branje.

Marko Kranjc

M. Kac - S. Ulam, Matematika i logika. Retrospektiva i perspektive. Iz angleščine prevedel D. Veljan. Moderna matematika, šolska knjiga, Zagreb 1977, 228 str., 20 cm.

Delo je nastalo na pobudo Britanske enciklopedije in daje zaokroženo podobo današnje matematike v vsej njeni raznovrstnosti in hkrati celovitosti. Med matematična izvajanja vpletata avtorja zgodovino matematike ter govorita o matematičnem razmišljanju in ustvarjanju. Posebej poudarjata pomen logike za aksiomatično zasnovano matematiko.

Prvo, najdaljše poglavje vsebuje različne primere matematičnih teorij, problemov in metod raziskovanja. Posega v teorijo števil, kombinatoriko, algebro, geometrijo, topologijo, verjetnostni račun, teorijo relativnosti itd. Drugo poglavje nam pokaže težnjo po sintezi vseh področij matematike v njenem novejšem razvoju. Ob tem zvemo veliko o matematični logiki, prav do Gödelovega spoznanja o nepopolnosti formalnih sistemov. Tretje poglavje govori o povezavi med matematiko in drugimi vedami, posebej fiziko, ter o pomenu medsebojnih vplivov. Zadnje, četrto poglavje povzema značilnosti matematične misli in usmerja pogled v prihodnost matematike.

Knjiga je namenjena širokemu krogu bralcev, ki se zanimajo za matematiko, od srednješolcev do strokovnjakov v drugih vedah. Kdor se je že поблиže seznanil z matematiko, pa bo to delo bral še z večjim zadovoljstvom.

Janez Rakovec

Jože Povšič, Bibliografija Franca Hočevarja. Ljubljana, SAZU, 1978, 36 str.

Bibliografijo krasi na začetku fotografija F. Hočevarja. V uvodu podaja avtor njegovo izčrpno biografijo in ocenjuje njegovo znanstveno ter pedagoško dejavnost. V tem delu je avtor izkoristil priložnost, da je osvetlil tedanje razmere v bivši avstroogrski monarhiji, ki so bili glede položaja slovenščine v šolah vseh vrst skrajno neugodne. Prav zaradi takih razmer ni najti med bogato Hočevarjevo bibliografijo nobenega dela, ki bi bilo napisano v slovenščini ali ki bi bilo vsaj v naš jezik prevedeno.

Bibliografija se deli na dva dela. V prvem navaja avtor 30 razprav in člankov izključno samo v nemščini. V drugem delu pa našteva v kronološkem redu učbenike iz aritmetike in geometrije za srednje šole. Teh je izšlo skupaj s ponatisi 91 v nemščini, 96 v srbohrvatskem prevodu, 5 v italijanskem prevodu in 2 v angleškem prevodu.

Bibliografija se zaključuje s seznamom ocen o Hočevarjevih učbenikih in s seznamom uporabljene literature.

Uvod je v celoti preveden v angleščino.

V tem delu je avtor podal nad vse natančen prikaz kulturnega delovanja našega rojaka, ki pa je žal obogatil samo tujejezično matematično literaturo.

Po podatkih, ki jih je navedel J. Povšič, je očito, da so morali biti Hočevarjevi učbeniki za tiste čase izredno dobri, saj bi sicer ne mogli doživeti toliko ponovnih izdaj in toliko prevodov. V čem se ti učbeniki tako odlikujejo? Da odgovorim na to vprašanje, sem prebral za vzorec Hočevarjev učbenik *Lehr- und Übungsbuch der Arithmetik für Realschulen, Mittelstufe*; v Povšičevi Bibliografiji nosi ta učbenik številko 99. Obsega v glavnem učno snov iz aritmetike in algebre, ki se dandanes obravnava v osmem razredu osnovne šole in v prvem razredu srednje šole.

F. Hočevar je obogatil učbenik s številnimi zgodovinskimi vložki o obravnavani učni stvari; to je vpletal v tekst neprisiljeno nekako tako, kot da to zahteva smotrno obravnavanje stvarine. Posebno skrb je posvečal terminološki strani teksta in po potrebi pojasnjeval rabljene termine tudi etimološko.

Pojem funkcije je Hočevar uvedel dokaj površno, pozneje pa ni zamudil nobene priložnosti, da ne bi vzgajal učenca v funkcionalnem mišljenju.

Števne sisteme je obdelal podobno, kot jih obravnavamo dandanes; za tedanji čas pa je zanimivo, da je dokaj izčrpno obdelal tudi diadni sistem. Poglavja, ki obravnavajo pojme mnogokratnik, mera, deljivost, praštevilo, verižno deljenje itd., je Hočevar obdelal izčrpno in z vso potrebno matematično natančnostjo. Kot zanimivost je opisal tudi Eratostenovo rešeto.

Tudi že za tiste čase je precej površno Hočevarjevo lotevanje pojma limite; ne začne z limito zaporedja, ampak kar takoj z limito funkcije. To uvede samo na primerih pri najbolj enostavnih funkcijah. Problematičnosti v zvezi z limito in drugimi osnovnimi pojmi infinitezimalnega računa se je Hočevar zavedal in razmišljal, ali spada pouk infinitezimalnega računa v srednjo šolo; o tej dilemi je tudi pisal (Bibliografija, št. 27 in 28). O njej so pozneje še dolgo in dosti razmišljali; dandanes pa je že popolnoma jasno, da spada tudi infinitezimalni račun v srednjo šolo. Ob načinu, kako je Hočevar uvajal infinitezimalni račun, pa bi raje pritegnili mnenju, da ne sodi v srednjo šolo.

Ivan Kuščer, Wignerjeve porazdelitve, 28 str. Ljubljana: DMZA SRS, 1979. (Postdiplomski seminar iz fizike; 6.)

Profesor Ivan Kuščer je imel leta 1970/71 predavanje o Wignerjevih porazdelitvah za podiplomske študente fizike kot del ciklusa izbranih poglavij. Skripta so sedaj, žal z veliko zamudo, izšla. Wignerjeva metoda se uporablja predvsem v kvantni statistični mehaniki, ker omogoča neposredno primerjavo kvantnih in klasičnih rezultatov in tudi daje napotke za približne izračune razlik obojih vrednosti. Metoda obstaja v bistvu iz predpisa, kako v faznem prostoru smiselno prirediti operatorskim funkcijam ustrezne klasične funkcije. Uvodnemu poglavju o primerjavi klasičnega in kvantnega računa poprečij sledi izpeljava Weylovega in Wignerjevega predpisa, ki predstavlja osnovo za študij Wignerjevih porazdelitvenih funkcij za statistični operator. Potem ko avtor na primeru harmoničnega oscilatorja nazorno dokumentira nekatere značilne lastnosti Wignerjevih porazdelitev, se v drugi polovici dela loti zahtevnejših problemov. Tu se najprej seznanimo z wigneriziranim produktom dveh operatorjev. Sledi poglavje o Wignerjevih porazdelitvah za sisteme enakih delcev, fermionov ali bozonov. Skripta zaključujeta zanimivi poglavji o Liouvilleovi enačbi za Wignerjevo porazdelitveno funkcijo in o kanoničnih porazdelitvah.

Skripta so napisana vzorno. Odlikuje jih odličen didaktičen pristop in preciznost pri formulaciji posameznih zakonitosti in ugotovitev. Splošne ugotovitve avtor vedno ilustrira s preprostimi, vendar poučnimi primeri. Študij skript, ki uporabljajo dokaj zahteven matematičen formalizem kvantne in statistične mehanike, pa seveda ni lahak in zahteva od bralca precej zbranosti in tudi lastnega dela.

Peter Gosar

Ivan Vidav, Banachove Algebre, Postdiplomski seminar iz matematike 11, IMFM, Ljubljana 1978. 132 str. Cena 40 din (50 din).

Skripta so nastala iz predavanj, ki jih je imel avtor v okviru podiplomskega študija l. 1977/78. Delo je kratek in zgoščen prikaz splošne teorije Banachovih algeber. Preglejmo na kratko vsebino po poglavjih.

Na začetku vpelje knjiga splošne pojme o Banachovih algebrah, poda klasifikacijo normiranih obsegov, obravnava še omejene grupe in hermitske elemente.

Drugo poglavje se omeji na komutativne algebre: obravnava Gelfandovo reprezentacijo. V množico multiplikativnih funkcionalov komutativne Banachove algebre vpelje poleg običajne šibke topologije še topologijo strukturnega prostora in obravnava odnos med njima. Strukturni prostor se da posplošiti tudi na nekomutativne algebre, namesto maksimalnih idealov je treba vzeti primitivne ideale. Primitivni ideal je jedro kake ireducibilne reprezentacije; s tem se ukvarja tretje poglavje. Le-to vsebuje tudi dokaz Jacobsonovega izreka o gostoti in Johnsonovega izreka o zveznosti ireducibilnih reprezentacij.

Četrto poglavje je usmerjeno v podrobnejšo obravnavo anihilatorskih algeber. Peto — zadnje poglavje pa je posvečeno Banachovim algebram z involucijo in njihovim reprezentacijam.

Za razumevanje vsebine te knjige je treba poznati osnovne pojme funkcionalne analize in algebre. Delo je napisano v natančnem in jasnem slogu, zato je to učbenik, po katerem radi sežemo. Čeprav je namenjeno predvsem podiplomskim študentom, je primerno tudi za vse tiste študente, ki jih zanima funkcionalna analiza.

Bojan Magajna

LETOVANJE V PLEMLJEVEM DOMU NA BLEDU

Vabimo člane društva, da del svojega letnega dopusta preživijo v Plempljevem domu na Bledu, Prešernova 39, kjer je na razpolago več sob z dvema ali tremi posteljami (če je potrebno — tudi s pomožnim ležiščem). V vsakem nadstropju je kuhinja z vso potrebno opremo za kuhanje. Gostje jo uporabljajo po medsebojnem dogovoru. Nočnina za eno ležišče (brez posteljnega perila) je 50 din, za pomožno 30 din. Otroci do 10 let starosti se ne štejejo. Gostje se morajo prijaviti tudi pri Turističnem društvu na Bledu, da plačajo turistično takso.

Iz tehničnih razlogov je letovanje od 15. julija do 27. avgusta organizirano v izmenah, ki se zamenjajo v nedeljo (prva) 15. 7., v ponedeljek 23. 7., v sredo 1. 8., v petek 10. 8. in v nedeljo 19. 8., zaključi se v ponedeljek 27. 8.

Prihod v dom je po 15. uri, odhod dopoldne do 9. ure.

Gostje pospravljajo sami, ob menjavi je organizirano temeljitejše čiščenje.

PRIJAVITE SE Z DOPISNICO do 25. junija 1979 na naslov: Dušan Modic, 61104 Ljubljana, p. p. 20, Šaranovičeva 5.

Navedite rok, v katerem želite letovati, število nočitev (dni), število oseb (starih nad 10 let in posebej pod 10 let zaradi dodelitve primerne prostora) oz. število potrebnih ležišč. Vsak prijavljenec bo do 29. 6. obveščen o sprejemu in dodeljenem prostoru. Obvestilu bo priložena položnica, s katero je treba nakazati celotno nočnino na naslov: **DMFA SRS, Ljubljana, ž. r. št. 50101-678-47233**. S potrdilom o plačani nočnini bo vsak gost dobil pri vratarju hiše za fiziko v Ljubljani, Jadranska 19 ključ od vežnih vrat in stopnišča. Ključe je treba vrniti v Ljubljani; tam se tudi prijavijo morebitne pomanjkljivosti in napake, če niso mogle biti odpravljene že na Bledu.

Dušan Modic

INDEX TO THE AMS (MOS) SUBJECT CLASSIFICATION SCHEME

The Mathematical Library of the University of Ljubljana, Yugoslavia, has prepared a comprehensive key word index to AMS (MOS) CLASSIFICATION SCHEME (1970).

The booklet contains 96 pages (size A-4). Each significant word used in the classification scheme is listed along with the subject number and the full text of the line in which it appears.

Those interested in obtaining copies can order them by paying 15 \$ (216 din for Yugoslavia) for each copy to the account No. 32009 — 007 — 900 for Komisija za tisk DMFA SRS, Ljubljana, at Ljubljanska banka, Ljubljana.

All inquiries should be made to Mr. Ciril Velkovrh, Librarian, Department of Mathematics, University of Ljubljana, 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, pp 543, Yugoslavia.