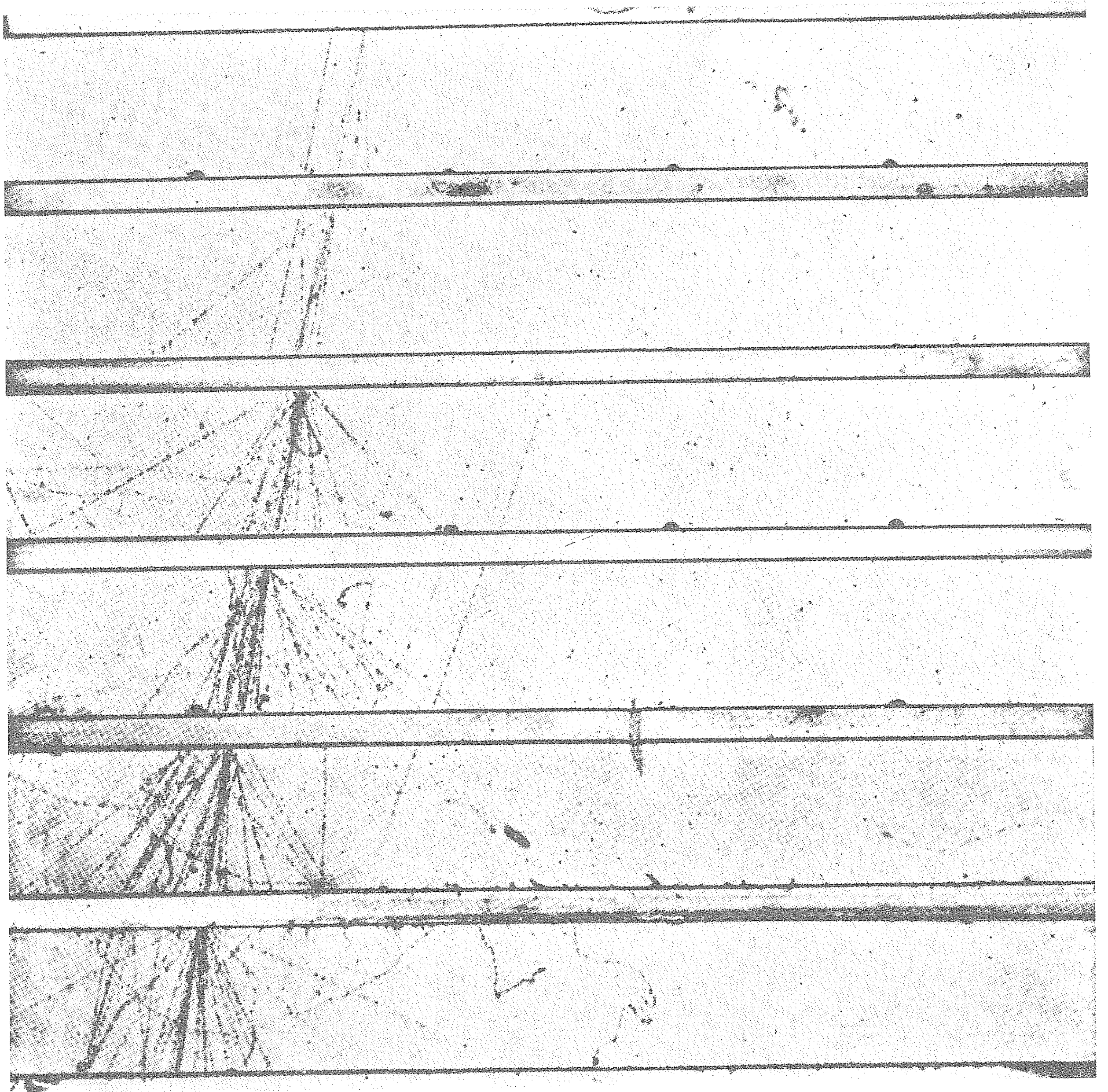


R. **ODPISANO**
178-3

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

1978
Letnik 25
3



OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, MAJ 1978

Glavni in odgovorni urednik: Janez Strnad.

Uredniški odbor: France Avsec, gimnazija Kranj; Robert Blinc, FNT; Alojz Kodre, FNT; France Kvaternik, tehniška šola za lesarstvo, Ljubljana; Legiša Peter, FNT; Jože Lep, VTŠ, Maribor; Anton Moljk, FNT; Mitja Rosina, FNT; Tomaž Skulj, gimnazija Moste, Ljubljana; Janez Strnad (urednik za fiziko), FNT; Anton Suhadolc (urednik za matematiko), FNT; Ciril Velkovrh (urednik), FNT; Ivan Vidav, FNT; jezikovni pregled Marija Janežič, inštitut za slovenski jezik SAZU. Slike je narisal Miro Lozej.

Naročnina: za posameznike 170.— din (za člane društva je že vračunana članarina), za dijake in študente 80.— din, za ustanove in podjetja 215.— din, za tujino 15 \$ = 270.— din, posamezna številka 30.— din, dvojna številka 60.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: **Komisija za tisk DMFA SRS**, 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p. p. 227, tel. št. 265-061/53, žiro račun 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki 32009-007-900.

Tiska tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani, Kopitarjeva ul. 2. Naklada 1500 izvodov.

Izdajo revije sofinancirata Izobraževalna skupnost Slovenije in Raziskovalna skupnost Slovenije.

YU ISSN 0473-7466

VSEBINA

Članki	Stran
Kozmični delci (Mirko Cvahte)	97
Merjenje zornih kotov zvezd pri Luninem zakritju (Marijan Prosén)	102
Novice	
Termični šum (Janez Žitnik)	106
Šola	
Študij matematike na moskovski univerzi M. V. Lomonosova (Dušan Repovš)	109
Uporaba analognega računalnika v šoli (Zlatko Bradač)	112
Sij razsežnega svetila (Marijan Prosen)	120
Odgovori — 108 (Gorazd Cvetič)	121
Domače vesti	
Letno poročilo oddelka za matematiko IMFM za študijsko leto 1976/77 (Jože Vrabec)	122
Raziskovalne naloge matematičnega oddelka IMFM v letu 1977 (Gabrijel Tomšič)	125
Prejeli smo v oceno (Marko Kranjc, Janez Rakovec, Boris Vedlin, Peter Petek, Jože Vrabec, Peter Legiša, Vladimir Batagelj)	127
Utrinki (Dušan Repovš, Janez Strnad, Dušan Repovš)	105, 108, 126
Obvestilo	101
Vabilo	IV

CONTENTS

Articles	Page
Cosmic rays (Mirko Cvahte)	97
Angular diameters of stars from lunar occultation (Marijan Prosén)	102
News	106
School	109
Answers	121
Home news	122
Reviews	127

Na ovitku: Fotografija sledi elektronov v meglični celici z vodoravnimi svinčenimi ploščami. Vrhno ploščo je zadel en sam hitri elektron. Podobno nastane plaz sekundarnih kozmičnih delcev v ozračju. Danes megličnih celic ne uporabljajo več za raziskovanje kozmičnih delcev. Posnetek je napravil W. B. Fretter s kalifornijske univerze.

KOZMIČNI DELCI

MIRKO CVAHTE

UDK 523.165

Članek opisuje najpomembnejše lastnosti kozmičnih delcev. Zajema glavne eksperimentalne podatke o primarnih in sekundarnih kozmičnih delcih. Na koncu omeni možne izvire kozmičnih delcev.

COSMIC RAYS

The article deals with basic properties of cosmic rays. The most important experimental results of primary and secondary cosmic rays are described. Finally possible cosmic ray sources are mentioned.

Uvod

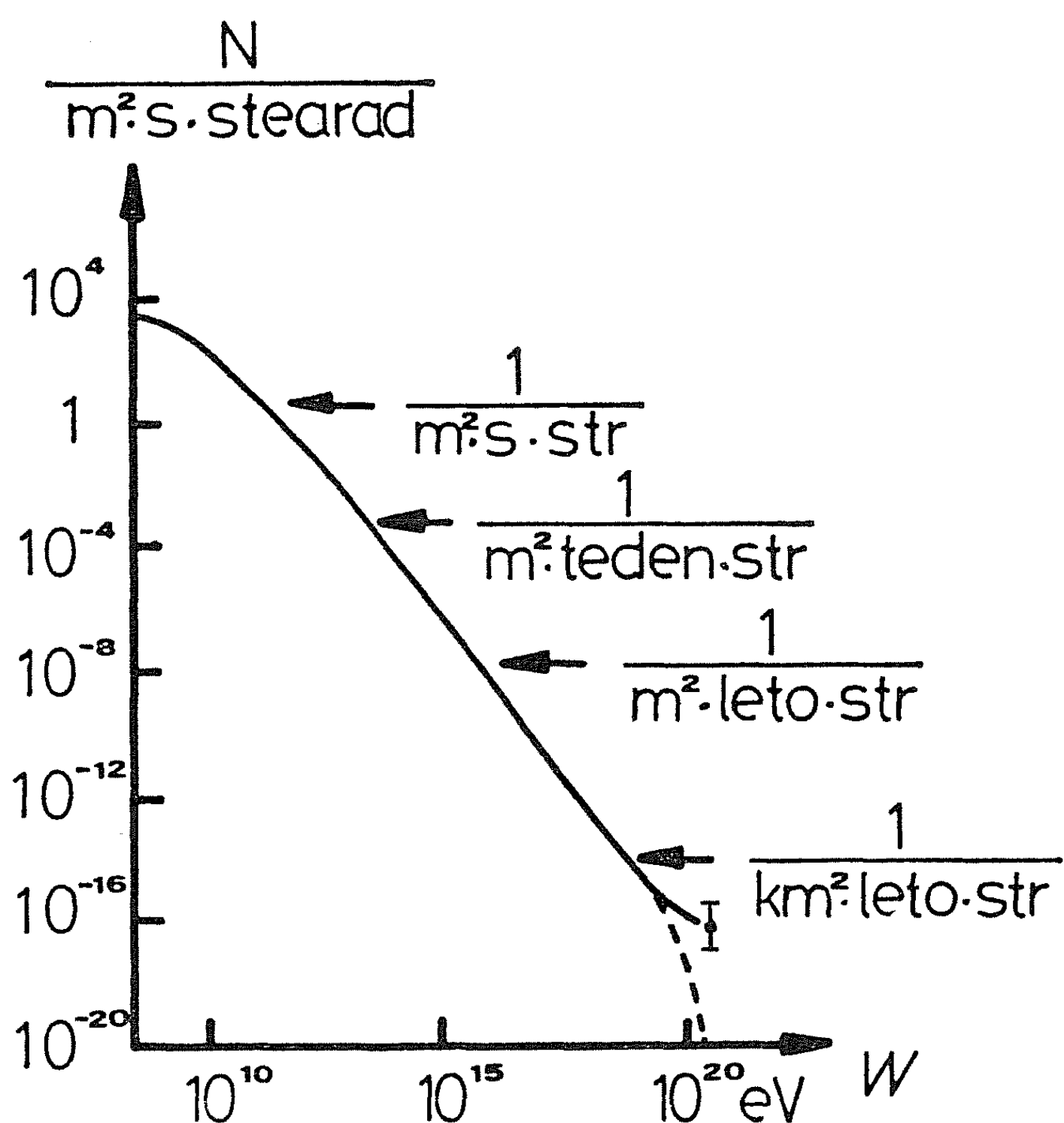
Zemljo neprestano zadevajo nabiti delci iz vesolja. Prvič so ta pojav zaznali okrog leta 1900, ko so opazili, da se dobro izoliran elektroskop zaradi ioniziranosti zraka počasi prazni. Pojav so pripisovali sevanju radioaktivnih snovi iz okolice. 1912 pa je Viktor Hess s poskusom pokazal, da zrak ionizirajo delci iz vesolja. Z balonom se je dvignil na višino 5000 m in ugotovil, da je v višjih legah zrak mnogo bolj ioniziran. 1932 so med kozmičnimi delci odkrili nov osnovni delec — pozitron. V naslednjih dvajsetih letih so pri reakcijah kozmičnih delcev z jedri odkrili še miona, mezone π in K in nekatere hiperone. Večina raziskav kozmičnih delcev je bila usmerjena v proučevanje novo odkritih osnovnih delcev, saj takrat še ni bilo zmogljivih pospeševalnikov. 1948 so ugotovili, da kozmičnih delcev nad ozračjem ne sestavljajo samo protoni, ampak tudi težja atomska jedra. Najbolj presenečajo energije kozmičnih delcev, saj so zaznali delce z energijo nad 10^{20} eV, to pa je mnogo več, kot zmorejo največji obstoječi pospeševalniki.

Primarni kozmični delci

Primarni kozmični delci, ki zadenejo vrh ozračja, so potovali po medzvezdni snovi z gostoto približno 1 atom/cm^3 in po medgalaktični snovi z gostoto pod $10^{-5} \text{ atoma/cm}^3$, če izvirajo iz drugih galaksij. Sestavlja jih slabih 90% protonov in nekaj manj kot 9% helijevih jeder. Preostanek — okoli 1,5% — so težja jedra. K nam prihajajo izotropno porazdeljeni. Meritve so pokazale, da se gostota toka delcev ne spreminja s časom. Na vrhu ozračja meri nekaj delcev/ $\text{cm}^2 \text{ s}$.

Energijski spekter primarnih delcev je odvisen od geomagnetne širine, saj zemeljsko magnetno polje odklanja delce z majhnimi kinetičnimi energijami, in sicer najbolj na ekvatorju. Na delce z energijo nekaj GeV pa nima več močnega vpliva. *Integralni energijski spekter kozmičnih delcev* (sl. 1) je število vseh delcev z večjo kinetično energijo od izbrane

energije W : $N(W) = \int_W^{\infty} (dN/dW) dW$. Meritve se nanašajo na vrh ozračja. Pod 10^9 eV je spekter zelo nezanesljiv zaradi aktivnosti Sonca. Sonce ves čas oddaja sončni veter, to je tok ionov z majhno kinetično energijo, ki nosi s sabo turbulentno magnetno polje. To polje odkloni delce z majhno kinetično energijo in pokvari s tem njihov prvotni spekter. Spekter je nezanesljiv tudi nad energijami okrog 10^{19} eV, saj je nad to energijo gostota toka delcev približno $1 \text{ delec/km}^2 \text{ leto}$. Doslej so opazili le nekaj delcev z večjo energijo kot 10^{20} eV. Nad to energijo gostota toka delcev močno pade zaradi reakcij kozmičnih



Sl. 1. Integralni energijski spekter kozmičnih delcev. Črtkasti del predstavlja napoved, ki pa še ni eksperimentalno potrjena [3]

polno in lastno energijo protona $W/W_0 = 10^{11}$. Velja torej $W = T = Pc$, kjer je T kinetična energija in P gibalna količina protona.

Pred trkom ima proton polno energijo W , foton pa energijo $h\nu$ in se giblje v nasprotni smeri kot proton. Na koncu proton in pion mirujeta v svojem težiščnem sistemu. Zaradi invariantnosti skalarnega produkta skupnega četverca gibalne količine s samim seboj velja $(cP_s)^2 - W_s^2 = -W_s'^2$. Pri tem se količine brez črtice nanašajo na laboratorijski sistem, količine s črtico pa na težiščni sistem.

Vstavimo $cP_s = T - h\nu$ in $W_s = T + h\nu$ ter $W_s' = m_p c^2 + m_\pi c^2$ in dobimo:

$$(T - h\nu)^2 - (T + h\nu)^2 = -(m_p c^2 + m_\pi c^2)^2$$

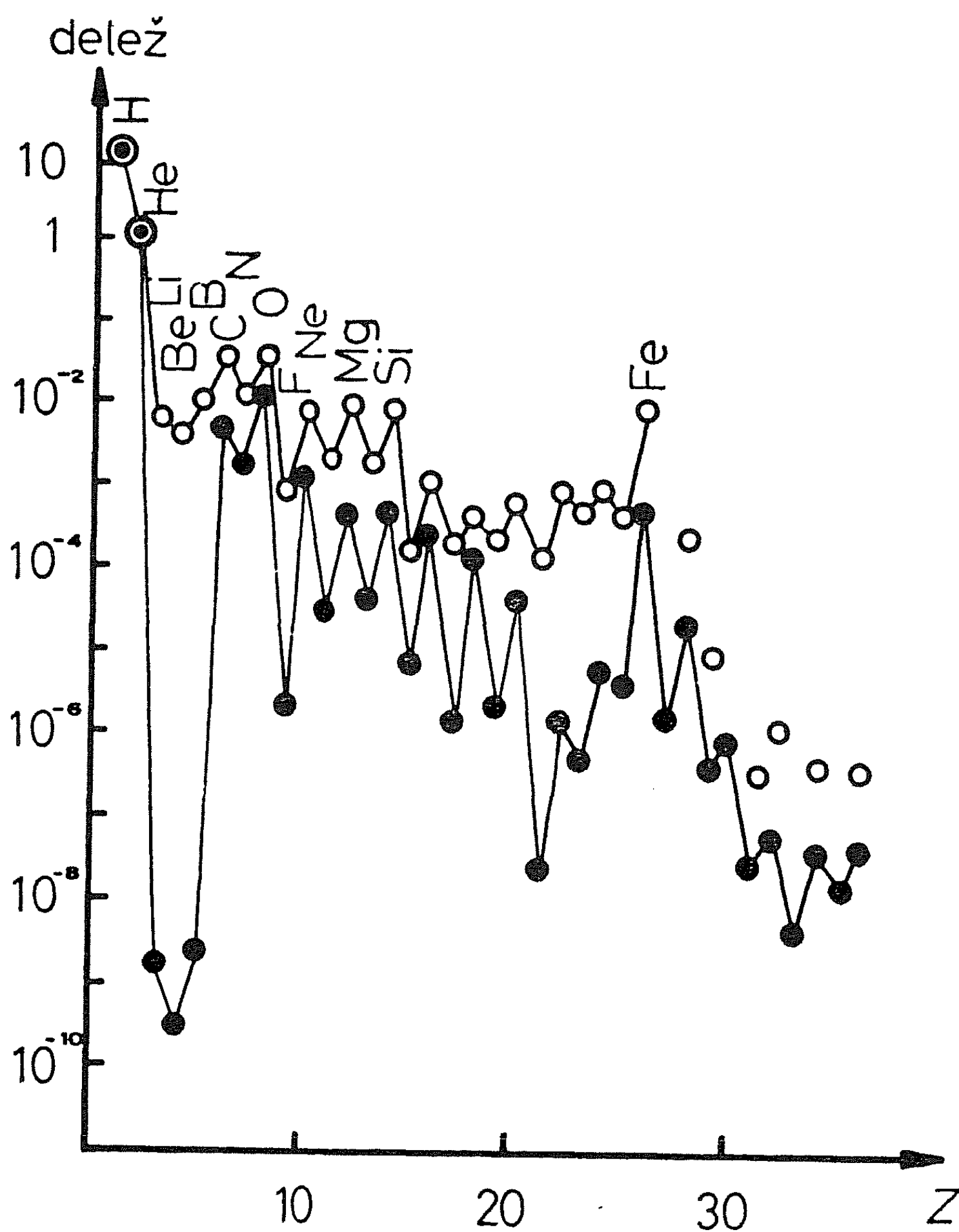
Iz tega sledi

$$T = (m_p + m_\pi)^2 c^4 / 4h\nu = 2,4 \cdot 10^{20} \text{ eV}$$

Zanesljivejši računi so pokazali, da se protonu z energijo nad $5 \cdot 10^{19} \text{ eV}$ [3] ob trkih s fotoni prasevanja energija znatno zmanjša. Zato gostota toka delcev nad to energijo močno pade.

Pomemben podatek o primarnih kozmičnih delcih je *masni spekter*. Sl. 2 kaže ta spekter in za primerjavo še masni spekter snovi v Osončju [2]. Z izjemo vodika je delež posameznega elementa med kozmičnimi delci večji kot delež istega elementa v Osončju. Med kozmičnimi delci so elementi litij, berilij, bor zastopani približno 10^7 -krat izdatneje kot v Osončju.

Ugotoviti poskušajo, če so med kozmičnimi delci tudi antijedra, sestavljena iz anti-



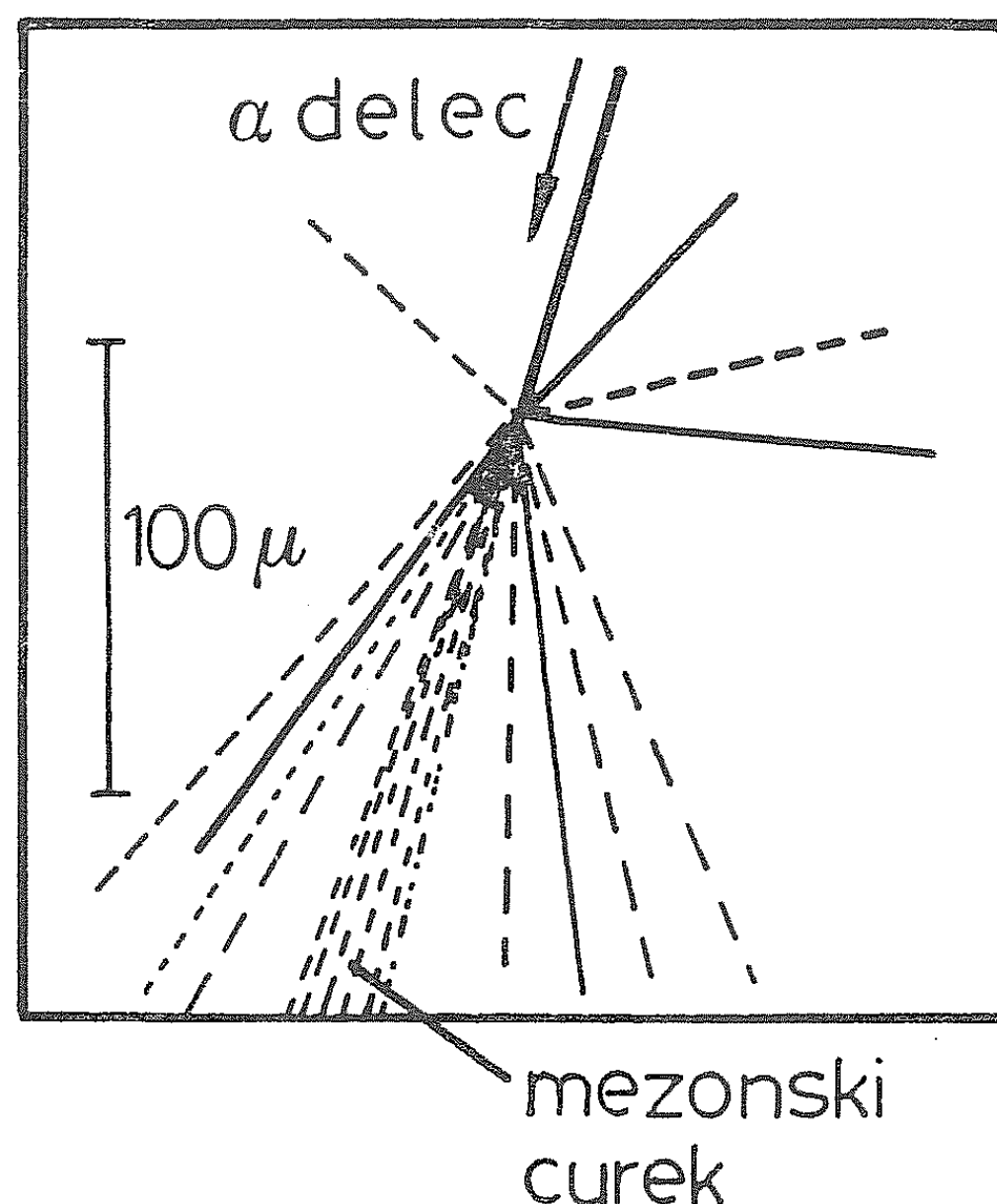
Sl. 2. Masni spekter snovi v Osončju (polni krogi) in v kozmičnih delcih (prazni krogi) [2]. Na ordinatno os je nanesen delež glede na helij

protonov in antinevtronov. To bi pričalo, da so nekateri deli vesolja iz antimaterije. Zaznali so pozitrone in antiprotone, vendar le toliko, kolikor jih lahko nastane pri reakcijah med kozmičnimi delci in medzvezdnim plinom. Doslej ni uspelo zaslediti niti enega anti-jedra.

Sekundarni kozmični delci

Ko primarni kozmični delci prilete v ozračje, reagirajo z atomi v zraku. Zaradi trkov z atomskimi jedri primarni kozmični delci ne pridejo do zemeljske površine. Z merjenji so ugotovili, da ustreza prosti poti za protone v zraku 80 g/cm^2 , za jedra železa 23 g/cm^2 , vsej višini ozračja pa ustreza približno 1000 g/cm^2 . Pri trkih kozmičnih delcev z jedri nastanejo *plazovi sekundarnih kozmičnih delcev*, med katerimi so najštevilneje zastopani mezoni. V plazu je lahko tudi do 10^{12} delcev.

Poglejmo, kaj se zgodi pri trku primarnega protona, ki ima energijo 10 GeV z jedrom. Tak proton ima hitrost $v = c(1 - W_0^2/W^2)^{1/2} = 0,996c$. Iz jedra izbija nukleone ali pa jedro popolnoma razbije. Pri trku nastanejo sekundarni delci. Mnogo hitrih pionov leti v ozkem curku v smeri primarnega protona. Drugi delci letijo v širšem curku z obliko stožca, najpočasnejši delci pa odletijo v vseh smereh. Podobno je pri trku težjega primarnega jedra. Sl. 3 kaže trk delca α z mirujočim jedrom.



Sl. 3. Trk α delca z mirujočim jedrom [4]

Glavne značilnosti sekundarnih kozmičnih delcev. Sekundarni nukleoni in nabiti pioni z dovolj visokimi energijami lahko še naprej razbijajo jedra, dokler imajo dovolj energije.

Sekundarni protoni izgubljajo energijo z ionizacijo in mnogi, ki imajo energijo pod GeV , se ustavijo.

Sekundarni nevtroni postanejo pri trkih z jedri termični, končno pa se skoraj vsi absorbirajo v jedrih dušika: $^{14}\text{N} + n \rightarrow ^{15}\text{N}$ ali $^{14}\text{N} + n \rightarrow ^{14}\text{C} + p$.

Nabiti pioni med letom razpadejo v mione: $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$, $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$. Lastni razpadni čas za ta razpad je $2,55 \cdot 10^{-8} \text{ s}$. Večina mionov nastane visoko v ozračju. Gostota zraka je tam majhna, zato so razpadi bolj verjetni kot jedrski trki. Ker mioni ne reagirajo z jedri in ker imajo zelo visoke energije, so zelo prodirni. Na morski gladini je 80% vseh kozmičnih delcev mionov, prodrejo pa lahko tudi več sto metrov pod zemljo.

V jedrskem plazu nastali nevtralni pioni zaradi zelo kratkega razpadnega časa $0,89 \cdot 10^{-16} \text{ s}$ v glavnem vsi razpadejo v dva fotona: $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. Fotoni γ pa v polju jeder rodijo elektronske pare.

V ozračju nastanejo še elektronski plazovi, ki so najizdatnejši na višinah od 15 do 20 km . Največ pozitronov in elektronov se rodi pri nastanku parov: $\gamma + X \rightarrow e^+ + e^- + X$.

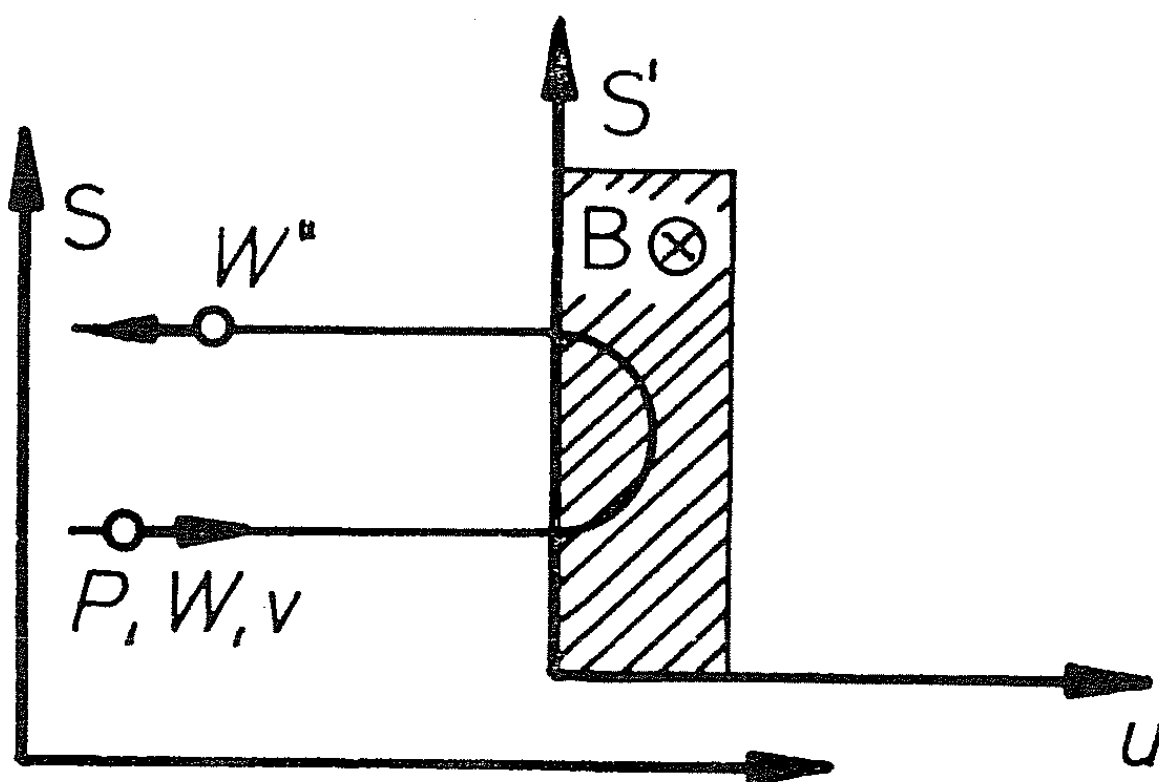
Elektroni se v električnem polju jeder zavrejo in zavorno sevajo fotone, ki lahko zopet rodijo elektronske pare, dokler imajo dovolj energije.

Po prodirnosti razdelimo sekundarne kozmične delce na *trdo* in *mehko komponento*, glede na to, ali prodrejo skozi okrog 10 cm debelo plast svinca ali ne. Mehko komponento sestavljajo elektroni, pozitroni in fotoni, trdo pa mioni.

Izvor kozmičnih delcev

Kozmični delci ne izvirajo iz teles z zelo visokimi temperaturami. Za energije, ki jih imajo, bi to morale biti temperature, pri katerih težka jedra niso obstojna. Kozmični delci se morajo torej pospeševati pri nekem pojavu, ki ga za zdaj še ne poznamo, a je najverjetneje elektromagnetne narave. Gostota energije kozmičnih delcev v medzvezdnem prostoru — okoli 1 eV/cm^3 — se približno ujema z gostoto kinetične energije medzvezdnega plina in gostoto energije galaktičnega magnetnega polja. To da misliti, da obstaja prehajanje energije med plinom, magnetnim poljem in kozmičnimi delci.

O izvoru kozmičnih delcev je razširjenih več domnev. Najtežje je razložiti, kako se delci pospešijo do tako visokih energij. Fermi je izdelal model, po katerem naj bi se delci pospeševali pri srečanjih z magnetnimi polji, ki jih po medzvezdnem prostoru prenašajo oblaki ioniziranega medzvezdnega plina. Delec zakroži po magnetnem polju in spremeni smer, kakor da bi se na polju odbil. Če se oblaki gibljejo v nasprotni smeri gibanja delcev, se delcem energija poveča, sicer pa zmanjša. Ker delec srečuje v povprečju več nasproti gibajočih se oblakov, se mu energija v povprečju povečuje. Kljub mnogim pomanjkljivostim — nekaterih se je zavedal Fermi sam — je *Fermijev mehanizem* pospeševanja kozmičnih delcev še vedno zanimiv. Zato si ga oglejmo malo podrobneje.



Sl. 4. Pospeševanje kozmičnega delca po Fermijevem mehanizmu

V »laboratorijskem« sistemu naj ima delec hitrost v , gibalno količino P in polno energijo W , oblak pa se giblje v isti smeri s hitrostjo u . Lorentzova transformacija pokaže, da ima v sistemu oblaka ta delec gibalno količino $P' = \gamma(P - uW/c^2)$ in polno energijo $W' = \gamma(W - uP)$, če je $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$. Pri trku z oblakom se energija W' ohranja, gibalna količina P' pa obrne smer: $-\gamma(P - uW/c^2)$. Po trku ima delec v »laboratorijskem« sistemu energijo $W'' = \gamma(W' + uP') = \gamma[\gamma(W - uP) - u\gamma(P - uW/c^2)] = \gamma^2[W(1 + u^2/c^2) - 2uP] = \gamma^2[W(1 + u^2/c^2) - 2uvW/c^2] = W + 2\gamma^2uW(u - v)/c^2$. Pri tem smo uporabili zvezi $P = \gamma mv$ in $W = \gamma mc^2$. Zmanjšanje energije pri trku v oblak od zadaj je torej $\Delta W = 2\gamma^2uW(v - u)/c^2$, verjetnost za tak trk pa je $(v - u)/2v$. Pri nasprotnem trku pa se energija poveča za $\Delta W = 2\gamma^2uW(v + u)/c^2$, verjetnost za trk pa je $(v + u)/2v$. V povprečju se delcu pri enem trku energija poveča za:

$$\begin{aligned} \langle \Delta W \rangle &= 2\gamma^2uW/c^2[(v + u) \cdot (v + u)/2v - (v - u) \cdot (v - u)/2v] = \\ &= 4\gamma^2(u^2/c^2)W = 4(u^2/c^2)W, \end{aligned}$$

če nazadnje upoštevamo, da je hitrost u majhna v primeri s hitrostjo svetlobe. Pri dN trkih se energija poveča za $dW = dN \langle \Delta W \rangle = dN \cdot 4(u^2/c^2)W$, tako da je po N trkih energija delca:

$$W = W_0 \exp [4(u^2/c^2)N]$$

Pri tem nismo upoštevali več stvari. Na prvem mestu omenimo izgubljanje energije z ionizacijo pri prehodu skozi medzvezdno snov. Pri majhnih hitrostih je ionizacija izdatnejša, zvečanje energije pri Fermijevih trkih pa majhno. Zato mora imeti delec določeno začetno energijo, da se začne pospeševati. Za proton je to energija 200 MeV, za delec α 1 GeV, za jedro železa pa že 300 GeV. Nekdaj so s tem pojasnjevali majhno zastopanost težkih jeder v kozmičnih delcih. Pri tem pa je ostal nepojasnen mehanizem, po katerem bi dobili delci dovolj visoko začetno energijo.

Da bi se po Fermijevem mehanizmu delec pospešil do zelo visokih energij, bi moral prepotovati velike razdalje in s tem tudi mnogo snovi. Danes pa vemo, da kozmični delci prepotujejo približno 5 g/cm² snovi [2]. Ta podatek se dobi s primerjavo masnega spektra snovi v izviru kozmičnih delcev in masnega spektra kozmičnih delcev na Zemlji. V izviru je delež jeder litija, berilija in bora — kot v snovi v vesolju nasploh — zelo majhen, med kozmičnimi delci pa so ta jedra izdatneje zastopana. Sklepamo, da so nastala pri reakcijah primarnih kozmičnih delcev s protoni v medzvezdnem prostoru, kot na primer: $^{12}\text{C} + p \rightarrow ^9\text{Be} + 3p + n$. Po deležu jeder litija, berilija in bora v kozmičnih delcih sklepamo, koliko snovi so delci prepotovali.

Sodobne teorije privzemajo, da izvirajo kozmični delci od pojavov v Galaksiji, pri katerih se sprosti ogromna energija. To so lahko eksplozije supernov, vrtenje nevtronskih zvezd z močnimi magnetnimi polji ali pojavi v jedru Galaksije. Posebno pomembno vlogo imajo po vsej verjetnosti pojavi v supernovah. Ob eksploziji se sprosti energija približno 10^{45} J. Delce naj bi pospeševal udarni val, ki nastane pri tem. V Galaksiji pride do eksplozije supernove povprečno vsakih 300 let in tako je energije dovolj, da se pojasni izmerjena gostota energije kozmičnih delcev.

Čeprav govori več razlogov za galaktični izvor kozmičnih delcev, zastopajo nekateri stališče, da nastane velika večina kozmičnih delcev za mejami naše Galaksije. Za zdaj te domneve ni mogoče z gotovostjo ovreči. V vsakem primeru pa nastanejo kozmični delci z energijo 10^{19} eV ali več zunaj Galaksije.

LITERATURA

- [1] S. Hayakawa, *Cosmic Ray Physics*, Wiley Interscience, New York 1969.
- [2] J. Audouze, M. Meneguzzi, *L'origine du Rayonnement Cosmique*, Recherche 4 (1973) 549.
- [3] A. Waston, *Whence Cosmic Rays*, New Scientist 73 (1977) 408.
- [4] R. B. Leighton, *Principles of Modern Physics*, Mc Graw Hill, New York 1959.

OBVESTILO

Naročnike Obzornika za matematiko in fiziko vljudno prosimo, da čimprej nakažejo naročnino. Prilagamo položnico za nakazilo ustreznega zneska na naš žiro račun (glej 2. stran ovitka). Naročnino lahko plačajo tudi v pisarni Komisije za tisk DMFA SRS, Ljubljana, Jadranska c. 19, vsak delovnik razen sobote od 9—12^h. Člani sekcije za starejše člane lahko vplačajo naročnino le pri poverjenici Milici Potisek, Ljubljana, Škrabčeva 8, študenti pa pri poverjenikih.

Uredništvo

MERJENJE ZORNIH KOTOV ZVEZD PRI LUNINEM ZAKRITJU

MARIJAN PROSÉN

UDK 522.6

Članek obravnava merjenje zornih kotov zvezd, ki jih zakrije Luna. Na kratko oriše tudi osnovne poteze tega merilnega načina, ki je proti pričakovanju dokaj uspešen.

ANGULAR DIAMETERS OF STARS FROM LUNAR OCCULTATION

The article deals with the measurements of angular diameters of stars occulted by the Moon. It describes also elementary lines of this measuring method which is pretty successful, contrary to expectation.

Uvod

Kmalu po odkritju daljnogleda so astronomi opazili, da zvezde, ki jih *zakrije* (*okultira*) Luna, praktično v hipu izginejo. Na osnovi tega so domnevali — to so potrjevala tudi opazovanja zvezd z vedno zmogljivejšimi daljnogledi — da je zorni kot zvezd izredno majhen [1]. Šele na začetku našega stoletja so poskusili iz časovne odvisnosti svetlobnega toka zvezde ob *Luninem zakritju* (*okultaciji*) določiti zorni kot zvezde. Zavedali so se, da je pri tem zelo pomemben uklon. A. E. Whitford je 1938 prvi fotometrično opazoval časovni potek zakritja zvezde in pri tem dobil uklonsko sliko [2]. J. D. Williams pa je opozoril na teoretično možnost, da bi bilo iz opazovanja uklonske slike zvezde ob Luninem zakritju mogoče določiti zorni kot zvezde [3]. Po drugi svetovni vojni so nadaljevali s fotoelektričnimi opazovanji zakritij zvezd. Tako so izmerili zorni kot Antaresa [4], [5]. Kazalo je, da bodo s takimi meritvami prenehali, saj so v tem času razvili merjenje zornih kotov z intenzitetnim interferometrom [6]. Zgodilo pa se je nasprotno.

Osnovne poteze teorije

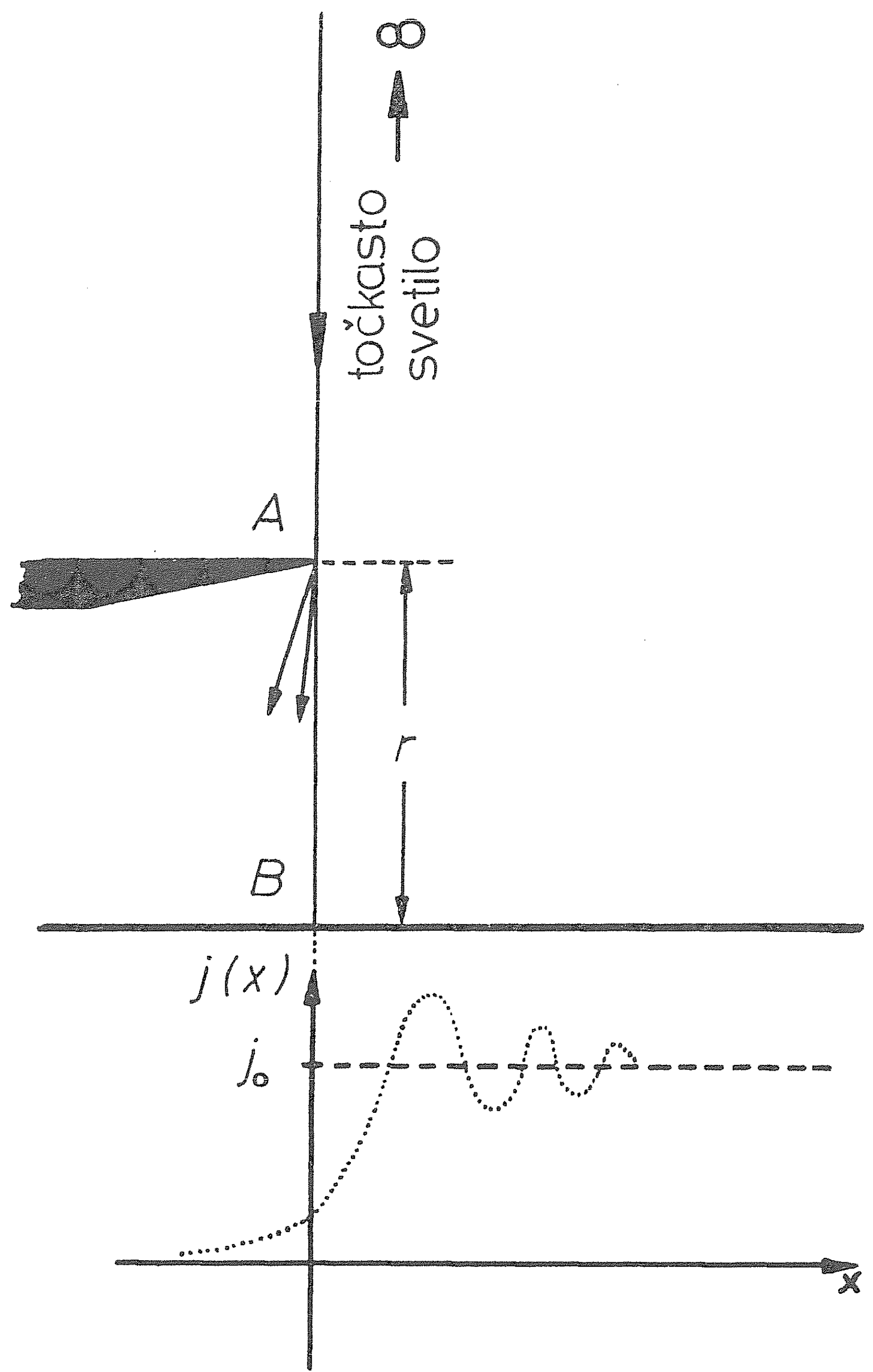
Svetloba se ob ravnih, ostrih in neprozornih ovirah uklanja. Vzemimo točkasto svetilo neskončno daleč pred oviro A. Na zaslonu B v razdalji r za oviro dobimo uklonsko sliko [7] (sl. 1). Ta je sestavljena iz svetlih in temnih prog, vzporednih z robom, ki so tem ožje in tem manj izrazite, čim dalj so od roba geometrijske sence. Razporeditev gostote svetlobnega toka $j(x)$ za točkasto svetilo v okolici meje geometrijske sence pri uklonu na polravnini je

$$j(x) = \frac{1}{2} \cdot j_0 \left[\left(\frac{1}{2} + F_1(x) \right)^2 + \left(\frac{1}{2} + F_2(x) \right)^2 \right]$$

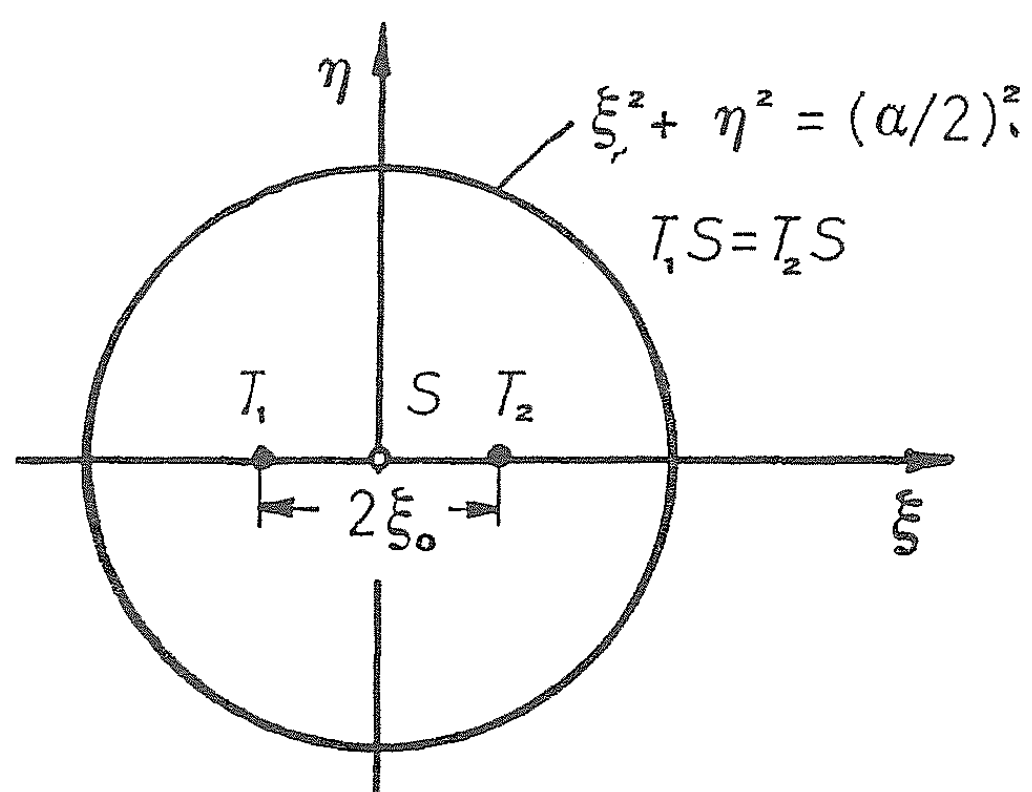
x je razdalja od meje geometrijske sence, $F_1(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{1}{2}\pi t^2\right) dt$ in $F_2(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{1}{2}\pi t^2\right) dt$ sta Fresnelova integrala, j_0 pa gostota svetlobnega toka na osvetljenem delu zaslona (sl. 1) [8], [9], [10]. Na meji geometrijske sence ($x = 0$) je $j(x) = \frac{1}{4}j_0$. Znotraj sence ($x < 0$) $j(x)$ monotonno pada proti nič, zunaj ($x > 0$) pa so relativni maksimumi pri $x_{maks} = \left[\frac{1}{2}\lambda r \cdot \left(\frac{3}{2} + 4n\right)\right]^{1/2}$ in relativni minimumi pri $x_{min} = \left[\frac{1}{2}\lambda r \cdot \left(\frac{7}{2} + 4n\right)\right]^{1/2}$, če je $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ in λ valovna dolžina svetlobe. Za prve tri maksimume je $1,34j_0$; $1,20j_0$ in $1,16j_0$, za prve tri minimume pa $0,78j_0$; $0,84j_0$ in $0,87j_0$.

Zamenjajmo točkasto svetilo z zvezdo, oviro z Luno, zaslon pa naj bo zemeljsko površje. Tudi rob Lune je za svetlobo z zvezde v prvem približku ravna ovira. Ko Luna zakrije ali odkrije zvezdo, dobimo enak uklon. V laboratoriju so s točkastim svetilom v neskončnosti pri valovni dolžini $5 \cdot 10^{-7}$ m in razdalji med zaslonom in oviro 4 m namerili za razmik med zaznavnimi progami malo več kot 1 mm. Če pa je ovira v razdalji Lune $3,8 \cdot 10^8$ m, je razmik prog že čez 10 m.

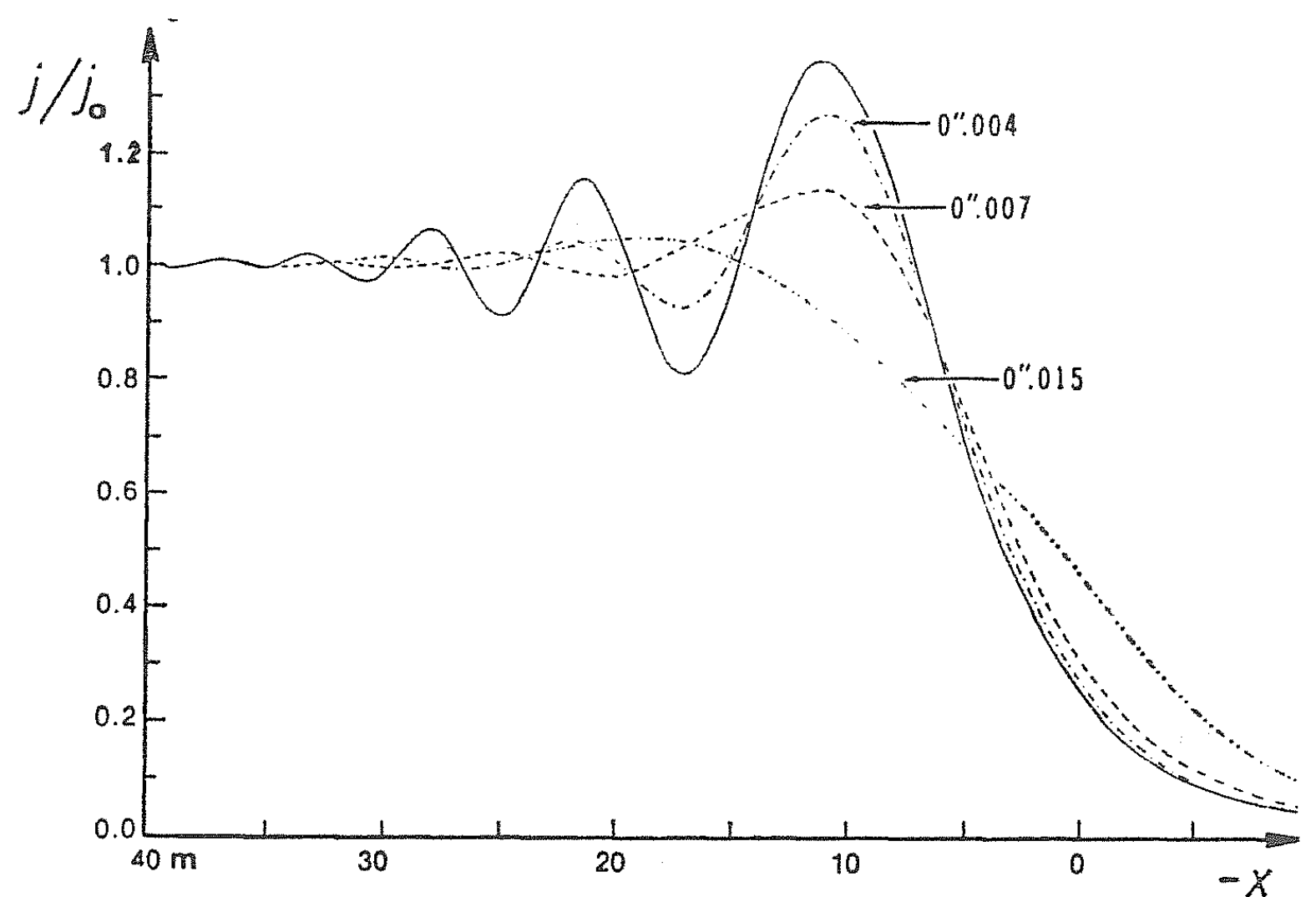
Zvezde niso točkasta svetila. Uklonska slika razsežne zvezde je v glavnem odvisna od zornega kota zvezde. Če torej določimo uklonsko sliko $j(x)$ ob Luninem zakritju izbrane zvezde, lahko po sliki ugotovimo zorni kot zvezde. Naj bo zvezda vidna kot enakomerno svetla okrogla ploskvice z zornim kotom α . Vsako njeno polovico si lahko mislimo nadomeščeno s točkastim svetilom v enaki razdalji od središča S navidezne zvezdne ploskvice (sl. 2). Račun* pokaže, da je zorni kot med nadomestnima točkastima svetiloma $0,42 \alpha$. Rezultat je tak, kot da bi dobili dve enaki uklonski sliki, ki sta premaknjeni druga proti drugi. Vsota obeh pa da uklonsko sliko zvezde z določenim zornim kotom. Svetle in temne proge v uklonski sliki na zaslonu so tem manj izrazite, čim večji je zorni kot zvezde (sl. 3). To velja nekako do kota okoli $0,02''$. Pri večjih kotih pa pri zakritju praktično ni več mogoče opazovati svetlejših in temnejših prog. Pri njih je odločilna kar strmina izmerjene krivulje $j(x)$. Opazovanja so sicer po-



Sl. 1. Uklon svetlobe na ravni ostri neprozorni oviri za neskončno oddaljeno točkasto svetilo; spodaj potek $j(x)$



Sl. 2. T_1 in T_2 sta nadomestni točkasti svetili (»svetlobni težišči«) vsake polovice enakomerno svetle okrogle ploskvice



Sl. 3. Uklonske slike pri Luninem zakritju točkastega svetila (izvlečena krivulja) in zvezd z zornim kotom $0,004''$, $0,007''$ in $0,015''$

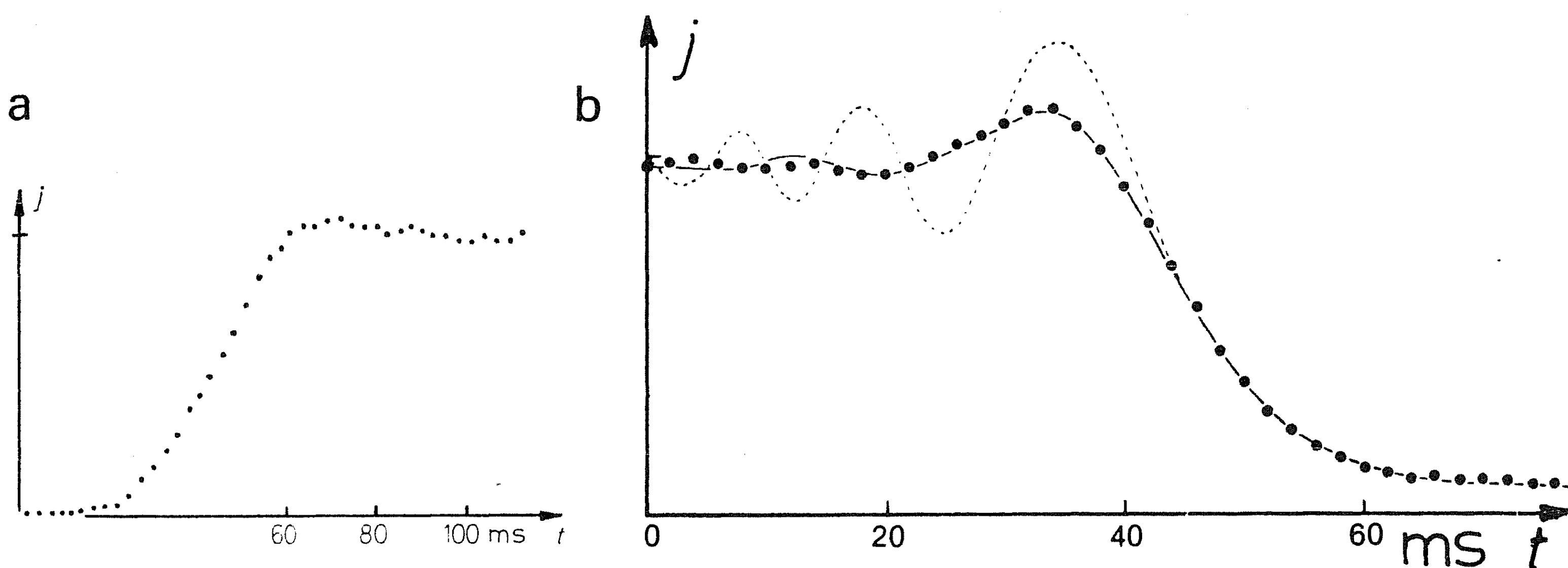
* Zorni kot med nadomestnima točkastima svetiloma $2\xi_0$ je $2\xi_0 = 2 \int_0^{a/2} 2 [(\frac{1}{2}a)^2 - \xi^2]^{1/2} \xi \cdot d\xi / \frac{1}{2}\pi(\frac{1}{2}a)^2$. Vpeljemo $\xi = \frac{1}{2}a \sin \varphi$ in dobimo $2\xi_0 = 4a/3\pi = 0,42a$.

kazala, da je uklonska slika zvezde ob zakritju odvisna še od nekaterih drugih okoliščin*, vendar smemo obravnavati zvezdo vedno kot enakomerno svetlo okroglo ploskvico, ki jo zakrije ravni rob Lune.

Merjenja

Zornemu kotu $0,02''$ ustreza v razdalji Lune približno 40 m. Luna se giblje po tiru s hitrostjo okoli 1 km/s. Lunin rob pokrije tako zvezdo približno v 0,04 s. Zakritje ali odkritje zvezde se torej zgodi v nekaj stotinkah sekunde in v tem času je treba izvesti fotometrične meritve. Danes merijo čas na tisočinko sekunde zanesljivo.

Očesu se zdi, da pade gostota svetlobnega toka ob zakritju zvezde takoj na nič. Fotopomnoževalka, osciloskop in filmska kamera pa zabeležijo že okoli 0,02 sekunde pred zakritjem oziroma odkritjem spremembo gostote vpadnega svetlobnega toka zvezde zaradi uklona na Luninem robu. Svetlobo z zvezde ob zakritju izmerijo v goriščni ravnini objektiva daljnogleda. Tam postavijo okroglo odprtino s premerom okoli 1 mm tako, da pade slika zvezde vanjo. Tik za odprtino je fotopomnoževalka. Končni tok s fotopomnoževalke napeljejo na osciloskop. Gibanje pege na zaslonu osciloskopa lahko slikajo s filmsko kamero. Tako dobijo uklonsko sliko zvezde. To opazovano sliko primerjajo s teoretično in ugotove zorni kot zvezde. Fotoelektrični zapisi opazovanih Luninih zakritij svetlejših zvezd se pri dobrih opazovalnih razmerah zelo dobro ujemajo s teoretičnimi slikami. S primerjavo opazovane in teoretične uklonske slike je tako mogoče ugotoviti zorni kot zvezde (sl. 4). Merjenja opravijo večinoma na temni strani Luninega roba, da tako čimbolj zmanjšajo vpliv Lunine svetlobe.



Sl. 4. Levo: slika fotoelektričnega opazovanja odkritja zvezde Antares (13. IV. 1952); desno: opazovana uklonska slika (črne pike) zvezde Lambda Vodnarja se dobro ujema s teoretično uklonsko sliko (izvlečena krivulja) za Lunino zakritje zvezde z zornim kotom $0,0074''$. Pikčasto je podana teoretična uklonska slika za zakritje točkastega svetila

S prvimi merjenji zornega kota zvezd iz Luninih zakritij je začel Whitford s 250-centimetrskim mountwilsonskim reflektorjem [2]. Ugotovil je nekaj zornih kotov zvezd med $0,005''$ in $0,018''$. 1950 se je začelo obdobje Luninih zakritij za zvezdo Antares. Zorni kot $0,04''$ te zvezde je bil znan že od prej. Iz šestih fotoelektričnih merjenj (1950—1953) Antaresa so ugotovili zorni kot $0,041''$ in tako potrdili prejšnjo vrednost. Slike opazovanih Luninih zakritij in odkritij so za to zvezdo pokazale, da pri zvezdah z zornim kotom okoli $0,04''$ zares ni mogoče zaslediti svetlejših in temnejših prog.

* Mednje sodijo npr. neravnost Luninega roba, atmosferske spremembe, sipanje Lunine svetlobe, robna zatemnitev zvezde, spektralna občutljivost fotopomnoževalke, odbojnost zrcala, ki ga uporabijo pri merjenju itd.

Pred desetimi leti so na mcdonaldskem observatoriju v Teksasu začeli z množičnimi fotoelektričnimi opazovanji Luninih zakritij in odkritij, iz katerih razen drugih parametrov zvezd (npr. robne zatemnitve, neravnosti površja, temperature itd.) določajo tudi njihove zorne kote*. Do zdaj so izmerili zorne kote 16 zvezd v mejah med $0,076''$ in $0,0025''$. Izmerijo pa lahko celo kot $0,002''$. Način merjenja vse bolj izpopolnjujejo. Tudi natančnost meritev je vzpodbudna, zato nadaljujejo z delom [11]. S tem načinom lahko izmerijo le zorni kot zvezd, ki jih na svoji navidezni poti zakrije Luna. Te zvezde ležijo v predelu neba z deklinacijo med $+28^\circ$ in -28° , kar je okoli 10% neba. Kaže, da bodo z Luninimi zakritji in odkritji izmerili zorne kote večjega števila zvezd kot z zvezdnim intenzitetnim interferometrom, katerega ločljivost in zmogljivost sta za zdaj omejeni le na svetlejše zvezde (do $2,5^m$).

* Tako uspešno odkrivajo tudi tesne dvojne zvezde z razmikom komponent pod $0,01''$.

LITERATURA

- [1] M. Prosén, *Dvojna reža pri meritvah zvezdnih premerov*, Obzornik mat. fiz. **15** (1968) 160.
- [2] A. E. Whitford, *Astrophys. J.* **89** (1939) 472; *Sky and Telescope* **6** (1946) 7.
- [3] J. D. Williams, *Astrophys. J.* **89** (1939) 467.
- [4] D. S. Evans, *Monthly Notices of RAS* **111** (1951) 64; *ibid.* **113** (1953) 781; *ibid.* **115** (1955) 468; *Astron. J.* **62** (1957) 83.
- [5] A. W. J. Cousins, *Monthly Notices of RAS* **113** (1953) 776.
- [6] M. Prosén, *Nove meritve zvezdnih premerov*, Obzornik mat. fiz. **15** (1968) 163.
- [7] S. Poberaj, *Eksperimentalna potrditev Fresnelove uklonske teorije*, Obzornik mat. fiz. **2** (1952) 75.
- [8] Drude, *Lehrbuch der Optik*, Leipzig 1900, 179.
- [9] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press 1959, 427—434.
- [10] D. Ja. Martynov, *Kurs praktičeskoj astrofiziki*, Moskva, Nauka 1977, 465—469.
- [11] D. S. Evans, *Photoelectric Observing of Occultations*, *Sky and Telescope* **54** (1977) 164, 289.

UTRINEK

NICOLAS BOURBAKI

Že vrsto let je »razkrita« skrivnostna identiteta francoskega matematika *Nicolas Bourbakija* [1]. Vseeno pa se skupina slovitih francoskih matematikov, ki se predstavlja pod tem psevdonimom, še vedno odločno bojuje za Bourbakijev »formalni obstoj«. Zadnji dokaz je najnovejši spisek članov francoskega matematičnega združenja (Société mathématique de France) [2], v katerem zasledimo naslednjo zaznambo:

1949 (leto vstopa v SMF). *BOURBAKI (Nicolas)*, Dir.libre Rech., c/o Mme Nocton Ec.Norm.Sup., 45 rue d'Ulm, 75230 Paris Cedex 05.

Nov dokaz, da Bourbaki med Francozi še živi, čeprav njegove knjige vse redkeje izhajajo.

Dušan Repovš

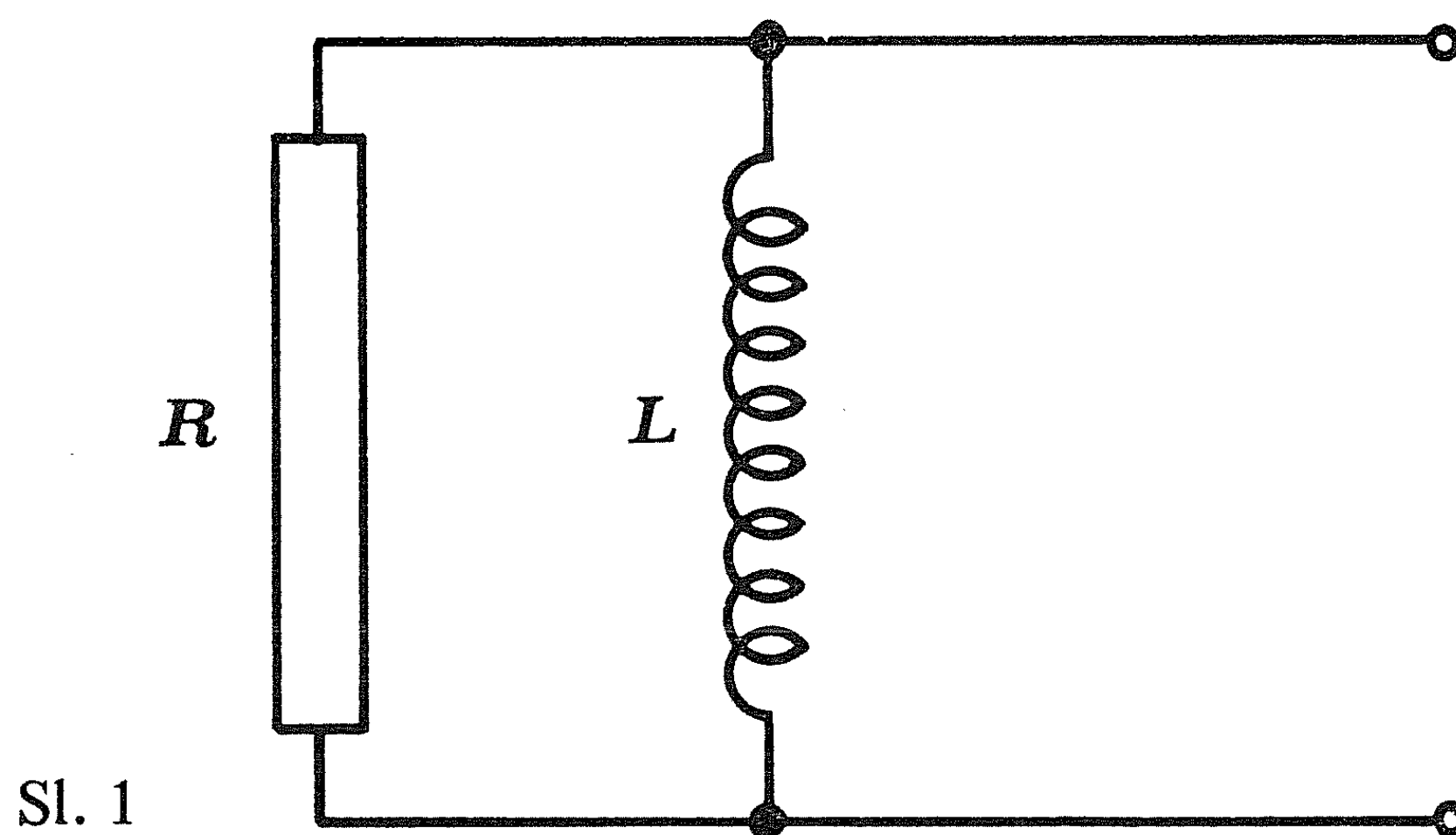
LITERATURA

- [1] Prijatelj N., *Nicolas Bourbaki*, Obzornik mat. fiz. **7** (1960), 145—150.
- [2] *Liste des membres de la société mathématique de France*, *Gazette des mathématiciens*, No. 9 — Oct. 1977, 3—75.

TERMIČNI ŠUM

V članku o merjenju majhnih svetlobnih tokov [3] je bil omenjen termični šum v uporniku in zapisana Nyquistova enačba za povprečno gostoto moči na enoto frekvenčnega intervala. Termični šum je tako zanimiv pojav, da si ga kaže ogledati nekoliko podrobneje.

Prevodniški elektroni v vodnikih in uporniku vezja, ki ga sestavljata tuljava in upornik (sl. 1), se namreč termično gibljejo, četudi v vezju ni posebnega generatorja. Zato teče po vezju slučajno se spreminjajoč *fluktuirajoči tok*. Pri termičnem šumu nas zanimata povprečna kvadrata fluktuirajočega toka in ustrezne fluktuirajoče napetosti ter spekter moči.



Za vezje iz upornika in tuljave brez upora (sl. 1) zapišemo enačbo, ki povezuje fluktuirajočo napetost $U(t)$ in fluktuirajoči tok $I(t)$:

$$dI(t)/dt + RI(t)/L = U(t)/L \quad (1)$$

R je skupni upor vodnikov in upornika, $U(t)$ pa fluktuirajoča napetost na tem uporu. Njena povprečna vrednost je enaka nič, povprečna vrednost njenega kvadrata pa je različna od nič, saj so v povprečju pozitivne in negativne fluktuacije enako verjetne. Rešitev enačbe (1) je

$$I(t) = I_0 \exp(-t/r) + L^{-1} \exp(-t/r) \int_0^t U(t') \exp(t'/r) dt' \quad (2)$$

Konstanta $r = R/L$ je *relaksacijski čas*.

Sestavimo *avtokorelacijsko funkcijo* $\varphi_I(\tau)$ za fluktuirajoči tok. Ta funkcija pove, kako je tok v poznejšem trenutku $t + \tau$ povezan s tokom v prejšnjem trenutku t ali po domače, kako se tok spomni preteklosti:

$$\begin{aligned} \varphi_I(\tau) &= \langle I(t)I(t + \tau) \rangle = \langle [I_0 \exp(-t/r) + L^{-1} \exp(-t/r) \int_0^t U(t') \exp(t'/r) dt'] \cdot \\ &\quad \cdot [I_0 \exp[-(t + \tau)/r] + L^{-1} \exp[-(t + \tau)/r] \int_0^{t+\tau} U(t'') \exp(t''/r) dt''] \rangle = \\ &= I_0^2 \exp[-(2t + \tau)/r] + L^{-2} \exp[-(2t + \tau)/r] \int_0^t dt' \int_0^{t+\tau} \varphi_U(s) \exp(t' + t'') dt'' \end{aligned} \quad (3)$$

Znak $\langle \rangle$ označuje povprečje po času. Pri tem smo upoštevali, da je $\langle U(t) \rangle = 0$. Tudi avtokorelacijska funkcija za napetost φ_U je odvisna samo od časovne razlike $s = t'' - t'$:

$$\varphi_U(s) = \langle U(t')U(t'') \rangle$$

Če je avtokorelacijska funkcija pri kakem slučajnem procesu za izbrani časovni razmik τ enaka 1, je pri tem razmiku proces *koherenten* s samim seboj, če je funkcija enaka nič, pa je popolnoma *nekoherenten*.

Hitro se lahko prepričamo, da je avtokorelacijska funkcija za tok ali napetost simetrična:

$$\varphi_f(\tau) = \langle f(t)f(t+\tau) \rangle = \langle f(t_1-\tau)f(t_1) \rangle = \langle f(t_1)f(t_1-\tau) \rangle = \varphi_f(-\tau)$$

Vstavili smo $t = t_1 - \tau$ in zaznamovali z f tok ali napetost. Z naraščajočim časovnim razmikom gre avtokorelacijska funkcija proti nič: $\varphi_f(\infty) = 0$. Noben realni sistem si namreč ne more »zapomniti«, kaj se je z njim dogajalo pred zelo dolgim časom.

V enačbi (3) uvedemo novo spremenljivko $p = t' + t''$ in zapišemo integral kot

$$\int_0^t dt' \cdot \int_0^{t+\tau} \varphi_U(s) \exp[(t' + t'')/r] dt'' = \frac{1}{2} \int_{\tau}^{2t+\tau} \exp(p/r) dp \int_{-\tau}^{+\tau} \varphi_U(s) ds \quad (4)$$

Avtokorelacijska funkcija ima oster vrh pri $s = 0$ in hitro pada z naraščajočim s . Zato lahko integracijske mere raztegemo na območje od $-\infty$ do $+\infty$. Avtokorelacijska funkcija za fluktuirajoči tok je potem

$$\varphi_I(\tau) = \langle I(t)I(t+\tau) \rangle = I_0^2 \exp[-(2t+\tau)/r] + (r/2L^2) [1 - \exp(-2t/r)] \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_U(s) ds$$

Ko gre $t \rightarrow 0$, sledi

$$\langle I(0)I(\tau) \rangle = I_0^2 \exp(-|\tau|/r) = I_0^2 \exp(-R|\tau|/L)$$

Ko je $t \gg \tau$, pa je

$$\langle I(0)I(\tau) \rangle = I_0^2 \exp(-2t/r) + (r/2L^2) [1 - \exp(-2t/r)] \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_U(s) ds$$

V limiti $t \rightarrow \infty$ dobimo za povprečni kvadrat fluktuirajočega toka

$$\langle I^2(t) \rangle = (r/2L^2) \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_U(s) ds$$

Uporabimo še ekviparticijski izrek [1], ki pravi: če lahko energijo sistema v termodinamičnem ravnovesju zapišemo kot vsoto neodvisnih kvadratnih členov, je povprečna vrednost vsakega člena $\frac{1}{2} kT$. Za naš primer je $\frac{1}{2} L \langle I^2(t) \rangle = \frac{1}{2} kT$. Tako dobimo zvezo med uporom upornika in avtokorelacijsko funkcijo za napetost:

$$R = (1/2kT) \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_U(s) ds$$

Za katero koli končno temperaturo je $\varphi_U(s)$ enako nič samo, če je upor enak nič.

Izračunati moramo še spektralno gostoto moči. Pomagamo si z Wiener-Hinčinovim izrekom [2], ki trdi, da sta avtokorelacijska funkcija slučajnega procesa in ustrezna spektralna gostota moči $\Phi(\omega)$ povezani s Fourierovo transformacijo:

$$\Phi(\omega) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\tau) \exp(i\omega\tau) d\tau$$

in

$$\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\omega) \exp(-i\omega\tau) d\omega$$

Ker je avtokorelacijska funkcija za tok

$$\varphi_I(\tau) = (kT/L) \exp(-|\tau|/r)$$

takoj sledi za spektralno gostoto moči

$$\Phi(\omega) = (1/2\pi) \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_I(\tau) \exp(i\omega\tau) d\tau = (kT/\pi L) \int_0^{\infty} \exp(-\tau/r) \exp(i\omega\tau) d\tau$$

in končno

$$\Phi(\omega) = (kTr/\pi L)/(1 + \omega^2 r^2) = (kTR/\pi)/(R^2 + \omega^2 L^2)$$

Spektralna gostota moči in povprečni kvadrat fluktuirajočega toka sta povezana s Parsevalovo enačbo [2]. Ta enačba pove, da je kvadrat povprečne vrednosti periodične funkcije $f(t)$ enak vsoti kvadratov posameznih harmoničnih komponent A_n te funkcije:

$$t_0^{-1} \int_0^{t_0} [f(t)]^2 dt = \sum_{-\infty}^{+\infty} |A_n|^2$$

Enačbo zapišemo za slučajne procese kot

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \langle |f(t)|^2 \rangle dt = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \langle |f(\omega)|^2 \rangle d\omega = 2 \int_0^{\infty} \Phi(\omega) d\omega$$

V našem primeru je Parsevalova enačba kar

$$\langle I^2(\omega) \rangle = 2 \int_0^{\infty} \Phi(\omega) d\omega$$

Povprečna moč na enoto frekvenčnega intervala se potem izraža s povprečno gostoto moči takole: $d\langle P \rangle/d\nu = 2\pi R \cdot 2\Phi(\omega)$. Tako je potem:

$$d\langle P \rangle/d\nu = 4kTR^2/(R^2 + \omega^2 L^2) \quad (5)$$

Če v vezju nimamo tuljave, sledi iz (5) Nyquistov rezultat $d\langle P \rangle/d\nu = 4kT$ (enačba (9) v [3]).

Če hočemo opazovati fluktuirajočo napetost, jo moramo ojačiti, ker je zelo majhna. Vezje priklopimo na vhod idealnega ojačevalnika in ojačeni signal opazujemo na osciloskopu. Če nimamo osciloskopa, pa lahko na izhod ojačevalnika priklopimo zvočnik. Tedaj slišimo šum, ki ga oddaja zvočnik (od tod ime pojava).

Janez Žitnik

LITERATURA

- [1] F. Reif, *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics*, McGraw-Hill-Kogakusha, Tokyo 1965.
- [2] I. Kuščer, *Matematične naloge iz fizike*, Univerza v Ljubljani 1970.
- [3] J. Žitnik, *Merjenje majhnih svetlobnih tokov*, Obzornik mat. fiz. **24** (1977) 208.

UTRINEK

»FIZIKA IN FILOZOFIJA«

»... Poudariti je treba, da sklepi, ki jih izvajamo iz opazovanj in jih potem vgradimo v teorijo, niso deduktivni. Večino jih je mogoče razporediti na tri zvrsti: indukcijo, domnevo ali analogijo. Vse tri izvirajo z neznanstvenih območij, kakršna so navade, tradicija, estetski pogledi ali ideologija...«

J. M. Jauch: *Are Quanta Real?*
Bloomington, Indiana University Press 1973.
(Izbral in prevedel J. Strnad)

ŠTUDIJ MATEMATIKE NA MOSKOVSKI UNIVERZI M. V. LOMONOSOVA

Moskovska državna univerza (MGU) je bila ustanovljena leta 1755 na pobudo velikega znanstvenika M. V. Lomonosova. Spočetka je bila nameščena na današnjem Rdečem trgu, kasneje na Prospektu Marksa, leta 1953 pa se je preselila na Leninske gore, v ogromen dvorec, bodoči hram znanosti. Zgodovina univerze je sila razgibana, na njej so se izšolali mnogi znameniti ljudje. Danes je MGU eno največjih univerzitetnih središč na svetu in eno najvažnejših znanstvenih središč Sovjetske zveze.

Fakulteta za matematiko in mehaniko

Fakulteta ima dva oddelka: a) na *oddelku matematike* so naslednje katedre:

1. *Matematična analiza*
2. *Višja algebra*
3. *Višja geometrija in topologija*
4. *Diferencialna geometrija*
5. *Verjetnostni račun*
6. *Splošni problemi upravljanja*
7. *Teorija števil*
8. *Diferencialne enačbe*
9. *Funkcionalna analiza*
10. *Matematična logika*
11. *Matematična statistika*

b) na *oddelku mehanike* pa naslednje katedre:

1. *Teoretična mehanika*
2. *Aeromehanika in plinska dinamika*
3. *Teorija prožnosti*
4. *Hidromehanika*
5. *Uporabna mehanika*
6. *Plinska in valovna dinamika*
7. *Teorija plastičnosti*

Poleg tega je na fakulteti še *znanstveno-raziskovalni inštitut mehanike, medkatedrski laboratorij računalniških metod in kabinet za zgodovino matematike in mehanike.*



Fakulteta računalniške matematike in kibernetike

Ustanovili so jo dokaj pozno, šele leta 1970. Na fakulteti delujejo naslednje katedre:

1. *Računalniška matematika*
2. *Matematična statistika*
3. *Optimalno upravljanje*
4. *Raziskovanje operacij*
5. *Splošna matematika*
6. *Teorija avtomatov in matematična logika*
7. *Algoritemski jeziki*
8. *Sistemsko programiranje*
9. *Avtomatizacija sistemov računalniških kompleksov*

Fizikalna fakulteta

Na fakulteti je 6 oddelkov, vsak s svojim katedrami:

a) Eksperimentalna in teoretična fizika:

1. Teoretična fizika
2. Kvantna statistika
3. Optika in spektroskopija
4. Molekulska fizika
5. Matematika
6. Splošna fizika za kemijsko fakulteto
7. Biofizika

b) Fizika trdne snovi

1. Fizika trdne snovi
2. Fizika polprevodnikov
3. Fizika kristalov
4. Magnetizem
5. Fizika nizkih temperatur
6. Splošna fizika za fizikalno fakulteto
7. Splošna fizika za biološko in druge fakultete
8. Kvantna teorija

c) Jedrska fizika

1. Atomska fizika
2. Teorija atomskega jedra
3. Kozmični delci
4. Pospeševalniki
5. Osnovni delci
6. Eksperimentalna jedrska fizika
7. Fizika visokih energij

č) Radiofizika in elektronika

1. Fizika nihanj
2. Akustika
3. Radiotehnika
4. Fizika valovnih procesov
5. Elektronika
6. Splošna fizika za fakulteto matematike in mehanike (statistična radiofizika)

d) Geofizika

1. Fizika Zemlje
2. Fizika atmosfere
3. Fizika morja in kopenskih voda

e) Astronomija

1. Zvezdna astronomija in astrometrija
2. Nebesna mehanika in gravimetrija
3. Astrofizika

Študij matematike

Oglejmo si program za š. l. 1975/76.

Pouk traja od 9^h do 17^h vsak dan razen nedelje. V tretjem letniku si študent izbere katedro in mentorja, ki ga vodi vsa tri leta in pri katerem dela diplomu. Začenši od tretjega leta mora študent vsako leto izdelati samostojno raziskovalno nalogo pod mentorjevim vodstvom. Na matični katedri študent posluša seminarje in specialne tečaje, nekaj seminarjev pa mora vpisati tudi na drugih katedrah. Kateder je veliko, zato je seminarjev čez sto.

Zabeležil sem jih le nekaj — iz topologije:

1. P. S. Aleksandrov: *Osrednji seminar katedre — za splošno topologijo* (za aspirante in znanstvene sodelavce)
2. A. T. Fomenko: *Geometrijska topologija Sullivana* (za aspirante in znanstvene sodelavce)
3. A. M. Vinogradov: *Kohomologija in integracija* (za aspirante in znanstvene sodelavce)
4. E. G. Skljarenko: *Homologija in kohomologija* (za aspirante in znanstvene sodelavce)
5. Ju. M. Smirnov: *Teorija retraktov in teorija oblik* (za aspirante in znanstvene sodelavce)
6. M. M. Postnikov: *Algebrska topologija* (za aspirante in znanstvene sodelavce)
7. A. V. Arhangelski: *Teorija kardinalnih topoloških invariant* (specialni dvoletni tečaj naivne teorije množic in splošne topologije za I.—III. letnike)
8. A. V. Arhangelski: *Kardinalna števila in bikompakti* (specialni tečaj za III. in IV. letnike)
9. A. V. Arhangelski: *Specialni tečaj za začetnike v topologiji*
10. Ju. M. Smirnov: *Topologija* (specialni tečaj za I.—III. letnike)

Študentje študirajo v čitalnicah znanstvene knjižnice A. M. Gorkega na univerzi. Čitalnice so odprte praktično ves čas, ob izpitih tudi v nedeljo. Učbenike sposojajo za ves semester.

Semester/Predmet	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Analiza	4/4	4/4	4/4	4/4	4/2	4/2				
Algebra	3/2		2/2							
Analitična geometrija	4/3									
Linearna algebra		4/4								
Matematična logika		2/2								
Navadne diferencialne enačbe			2/2	2/2						
Verjetnostni račun				2/2	1/1					
Geometrija in topologija			2/2	2/2	2/2					
Računalniki in programiranje			2/2	—/2						
Teorija analitičnih funkcij					2/2	2/2				
Teoretična mehanika					2/2	2/2	2/2	2/2	2/2	
Parcialne diferencialne enačbe						2/2	2/2			
Fizika							2/2	2/2	2/2	
Teorija optimalnega upravljanja							2/2	2/2		
Numerična analiza							2/2	—/2		
Računski praktikum							—/2	—/2		
Zgodovina in metodika matematike									2/—	
Diplomsko delo									—/8	—/8
Izbrana specializacija							6/—	6/—	4/—	4/—
Uvod v delo posameznih kateder									—/12	—/12
Predstavitev dela posameznih kateder	2/—									
Družboslovni in drugi predmeti	3/6	3/6	3/10	3/10	2/6	2/6	4/10	4/10		

Predavanja so zelo zahtevna in študentje dobivajo obsežne domače naloge in referate. Povprečno ima prvoletnik 31 ur, drugoletnik pa 37 ur obveznosti tedensko. Izpiti so semestralni. Pogoji za vpis na podiplomski študij je med drugim vsaj ena samostojna raziskovalna naloga, objavljena v eni od matematičnih revij. Študij na III. stopnji traja najmanj 3 leta. V tem času mora študent opraviti predpisano število izpitov pri svojem mentorju* in napisati samostojno

raziskovalno delo. Po uspešno opravljeni skušnji dobi naziv *kandidata fizikalno-matematičnih znanosti* in pravico do univerzitetnega naziva *docent*.

To bi bilo na kratko nekaj o Moskovski državni univerzi. Kogar zanima kaj več o MGU, oziroma nasploh o visokošolskem študiju v SZ, ga vabim, da si ogleda knjižico [1], ki jo vsako leto izda univerza za maturante-dijake 10. razredov, in pa članek [2].

Dušan Repovš

* Npr. moj kolega Szücz András je pri M. M. Postnikovu moral predelati naslednje knjige:

1. R. E. Mosher, M. C. Tangora: *Cohomology Operations and Applications in Homotopy Theory*, Harper & Row, New York 1968
2. R. E. Stong: *Notes on Cobordism Theory*, Princeton University Press, Princeton 1968
3. P. E. Conner, E. E. Floyd: *Differentiable Periodic Maps*, Springer Verlag, Berlin 1964
5. D. B. Fuks, A. T. Fomenko, V. L. Gutenmacher: *Gomotopičeskaja topologija*, Izd. Moskov. Univ., Moskva 1969

LITERATURA

- [1] *Spravočnik dlja postupajuščih v Moskovskij Universitet*, Izd. Moskov. Univ., Moskva 1975.
- [2] B. V. Gnedenko: *Mathematical Education in the U.S.S.R.*, Americ. math. Month. **64** (1957) 6, 389—409.

UPORABA ANALOGNEGA RAČUNALNIKA V ŠOLI

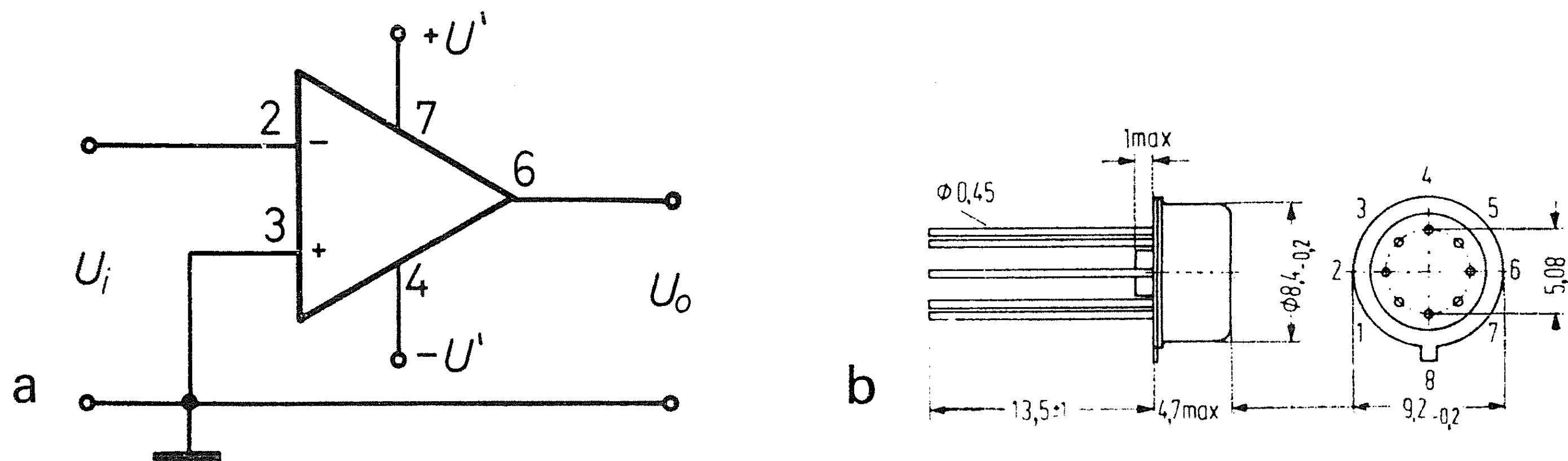
Ni še dolgo, ko sta bila televizija in žepni računalnik redkost. Danes si brez podobnih pripomočkov, ki jih je omogočil razvoj elektronike, ne znamo predstavljati življenja. Žal pa prihajajo v šolo elektronski pripomočki s precejšnjo zamudo, čeprav je cena osnovnih elementov dostopna. Z malo truda in dobre volje lahko v šolski delavnici naredimo elektronska vezja, ki ne bodo mnogo zaostajala za dragimi industrijskimi izdelki.

V šoli večkrat naletimo na fizikalni problem, ki privede do diferencialne enačbe. Pri tem si lahko pomagamo z *analognim računalnikom*. To je električno vezje, s katerim rešujemo diferencialne enačbe, če je rezultat lahko nenatančen na nekaj procentov. Z osnovnimi enotami računalnika seštevamo, množimo in integriramo napetosti, ki ustrezajo fizikalnim količinam. S kombiniranjem enot sestavimo analogni računalnik, ki reši izbrano enačbo in prikaže rezultat na pisalniku ali oscilografu. Enote je mogoče uporabiti v velikem številu primerov, kar je za šolo posebno ugodno.

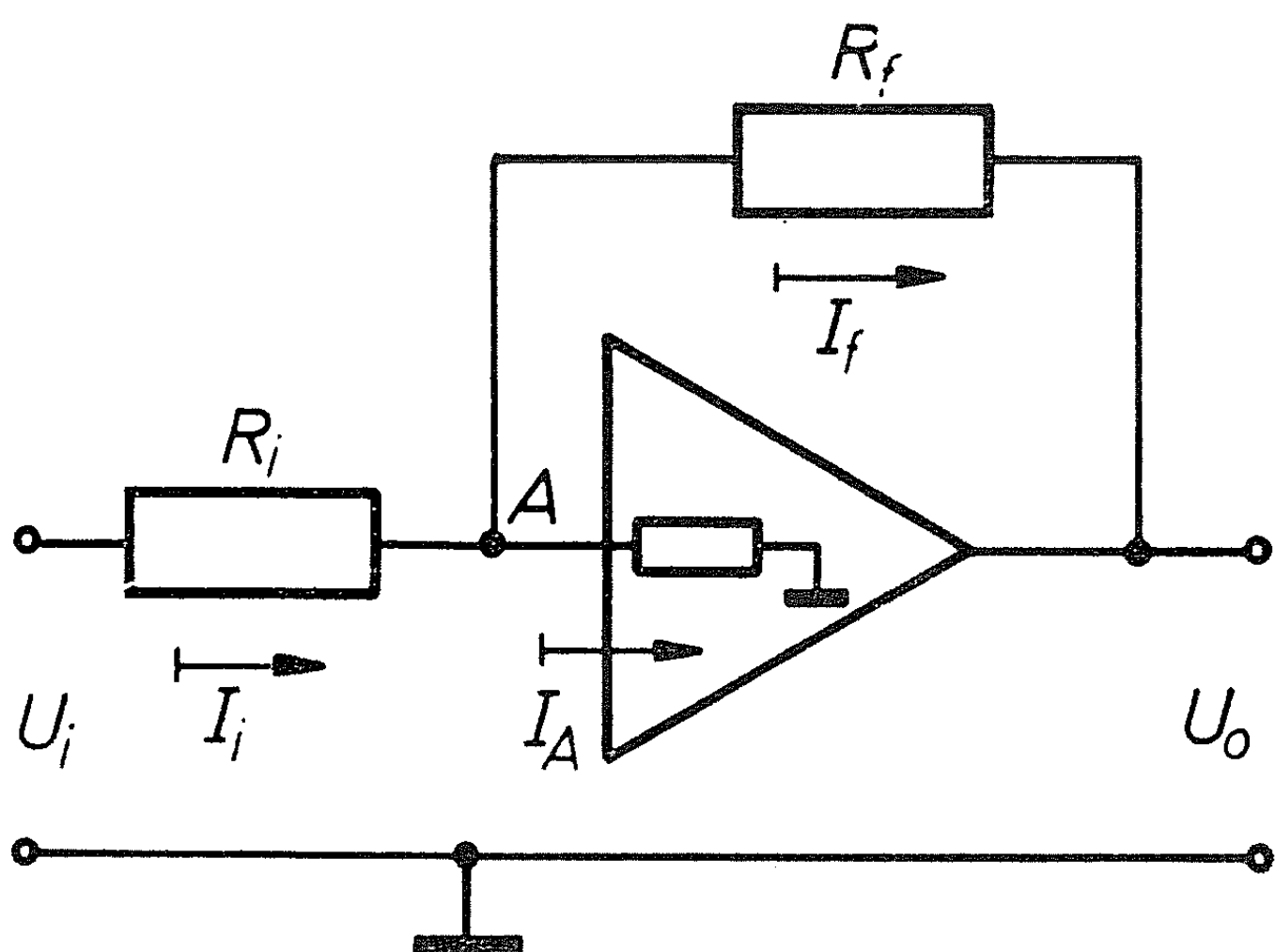
Sestavljanje osnovnih enot v analogni računalnik je razumljivo že srednješolcu. Z analognim računalnikom bomo učenca vzpodbudili k reševanju novih problemov, saj bo matematične težave preskočil. Sestavljanje takšnih vezij daje tudi vpogled v sodobno elektroniko, ki ga sedanji pouk fizike pogosto zanemarja.

Osnovne enote analognega računalnika

Za reševanje diferencialnih enačb s konstantnimi koeficienti potrebujemo množilnike s konstanto, seštevavnike in integratorje. Osnovni element teh enot je operacijski ojačevalnik (sl. 1), ki ima ojačenje z velikostno stopnjo 10^5 , vhodni upor okoli megaohma, izhodni upor nekaj ohmov in vhodni tok 100 nA ali manj. Napetost, s katero napajamo operacijski ojačevalnik, je največkrat ± 12 V; v teh mejah sta tudi vhodna in izhodna



Sl. 1. Znak za operacijski ojačevalnik (a) in ohišje operacijskega ojačevalnika v naravni velikosti (b)



Sl. 2. Množilnik s konstanto

napetost. S kombinacijo pasivnih elementov (upornikov, kondenzatorjev) in operacijskega ojačevalnika sestavimo enote, ki rešijo diferencialno enačbo.

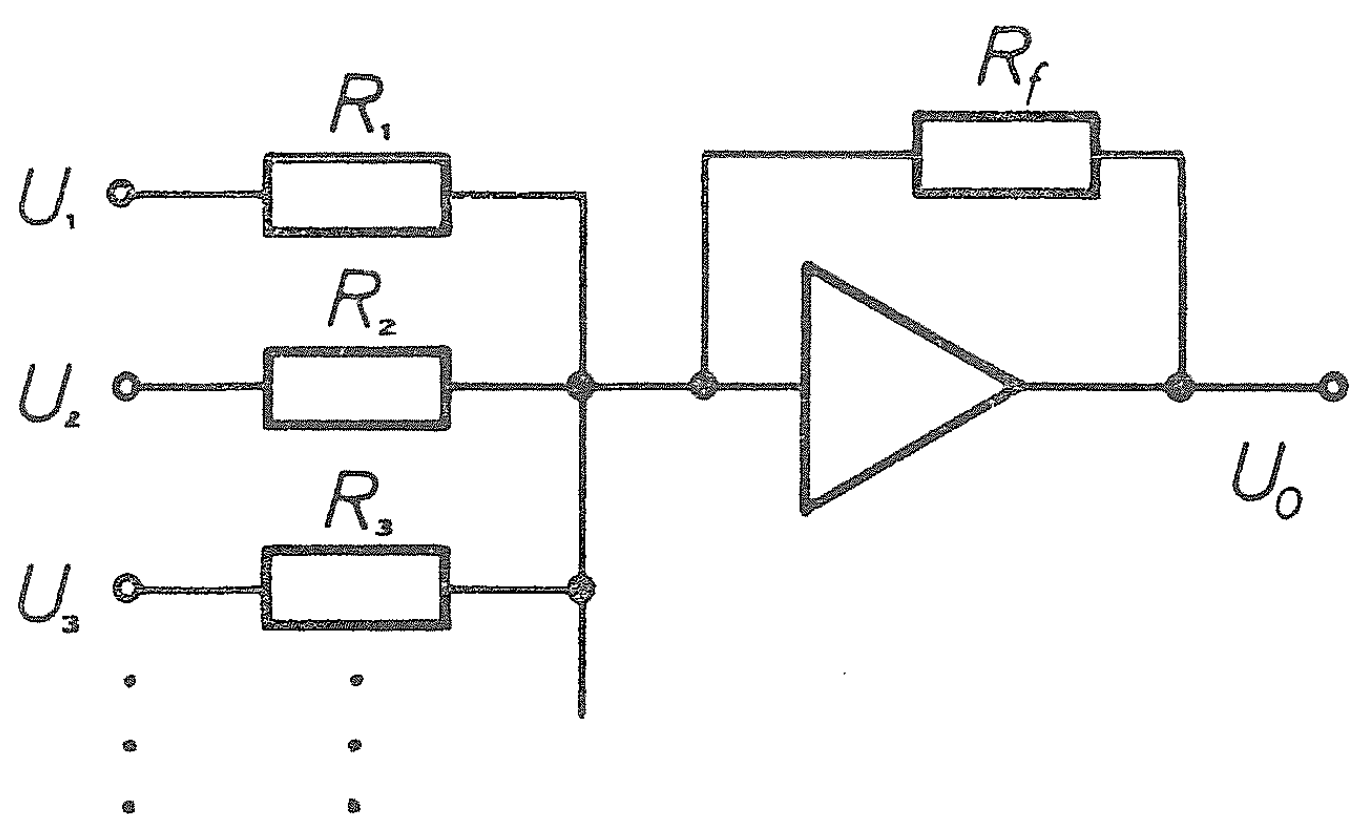
Vse napetosti pri teh enotah so merjene glede na zemljo. Pri risanju vezij pa znak za zemljo večkrat izpustimo, da je slika preglednejša. Prav tako ne rišemo priključkov za napajanje operacijskega ojačevalnika.

Množilnik s konstanto je najpreprostejše vezje (sl. 2). Ker je izhodna napetost U_0 vsaj 10^5 -krat večja od napetosti U_A v točki A, velja: $I_f = (U_0 - U_A)/R_f = U_0/R_f$. Po drugi

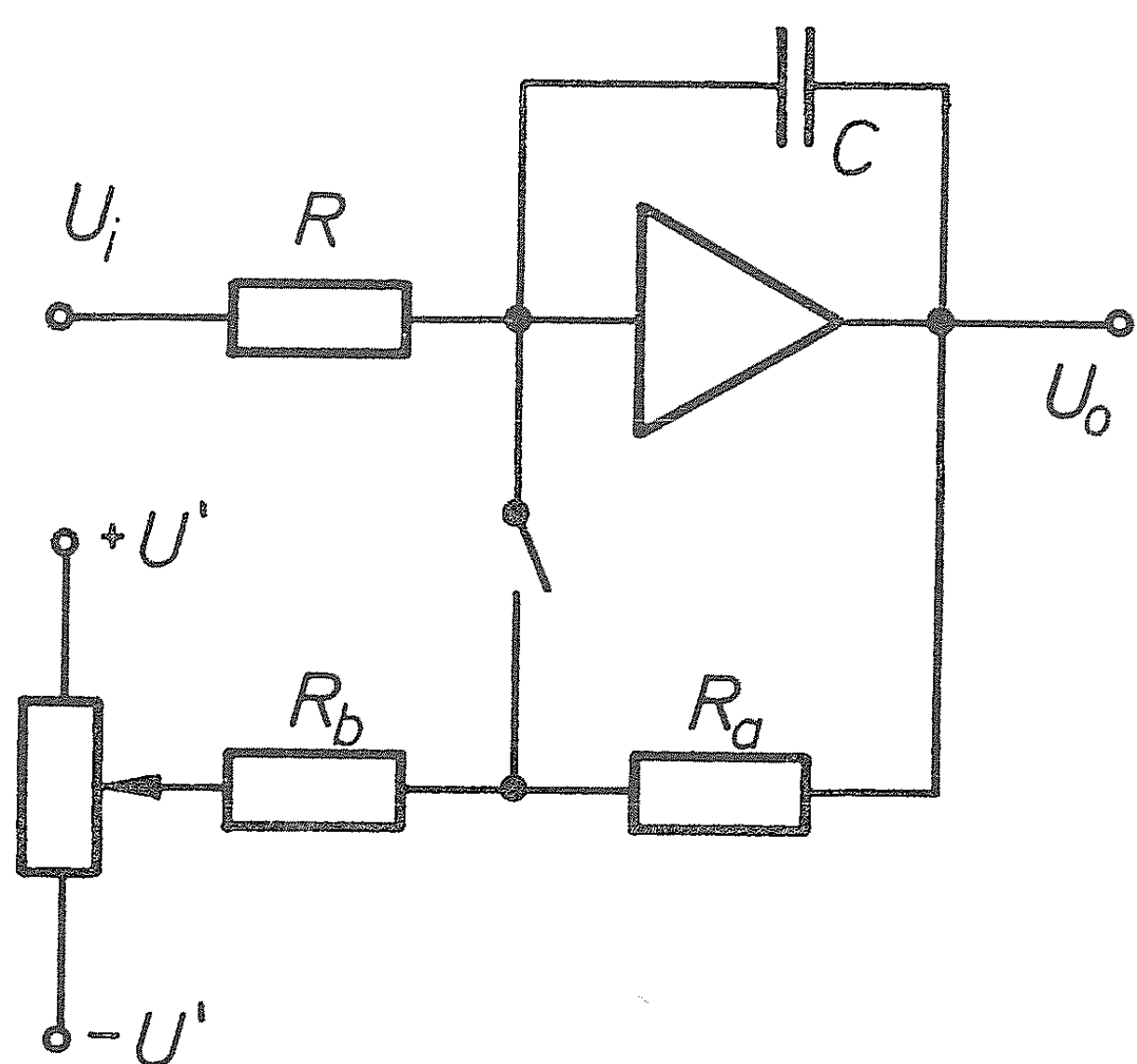
strani pa iz Kirchhoffovega izreka sledi: $I_i + I_f + I_A = 0$. Vhodni tok I_A operacijskega ojačevalnika je vsaj 10^3 -krat manjši od toka I_f in ga zanemarimo. Iz tega sledi, da teče enak tok skozi upornika R_f in R_i . Če sta upora približno enaka, sta tudi napetosti U_0 in U_i približno enaki, pa smemo zanemariti tudi U_A proti U_i . Operacijski ojačevalnik poskrbi, da je napetost v točki A enaka 0, ne glede na vhodno napetost in da teče enak tok skozi upornika R_i in R_f . Ti ugotovitvi sta bistveni pri razumevanju delovanja osnovnih enot analognega računalnika.

Poiskati želimo zvezo med vhodno in izhodno napetostjo. Ker velja $U_i/R_i + U_0/R_f = 0$, je iskana zveza $U_0 = -(R_f/R_i)U_i$. S primerno izbranim uporoma določimo konstanto, s katero množimo vhodno napetost. Če sta upora enaka, vezje le spremeni znak vhodne napetosti. Takšno enoto imenujemo inverter.

Seštevalnik seštevaja vhodne napetosti, ki jih preko uporov ($R_1, R_2, R_3, \dots$) priključimo na vhod operacijskega ojačevalnika (sl. 3). Z enakim premislekom kot pri množilniku ugotovimo, da je vsota vseh vhodnih tokov nasprotno enaka toku skozi upornik R_f . Tako dobimo enačbo: $U_0 = -(R_f U_1/R_1 + R_f U_2/R_2 + R_f U_3/R_3 + \dots)$.



Sl. 3. Seštevalnik



Sl. 4. Integrator z vezjem za nastavljanje začetnega pogoja

Pri integriranju je v povratni zanki kondenzator (sl. 4). Operacijski ojačevalnik zopet poskrbi, da je napetost v točki A zanemarljiva. Tako je tok skozi upor odvisen le od vhodne napetosti, ne pa od napetosti na kondenzatorju.

Kirchhoffov izrek za točko A da $U_i/R_i + C dU_0/dt = 0$. Iz tega sledi

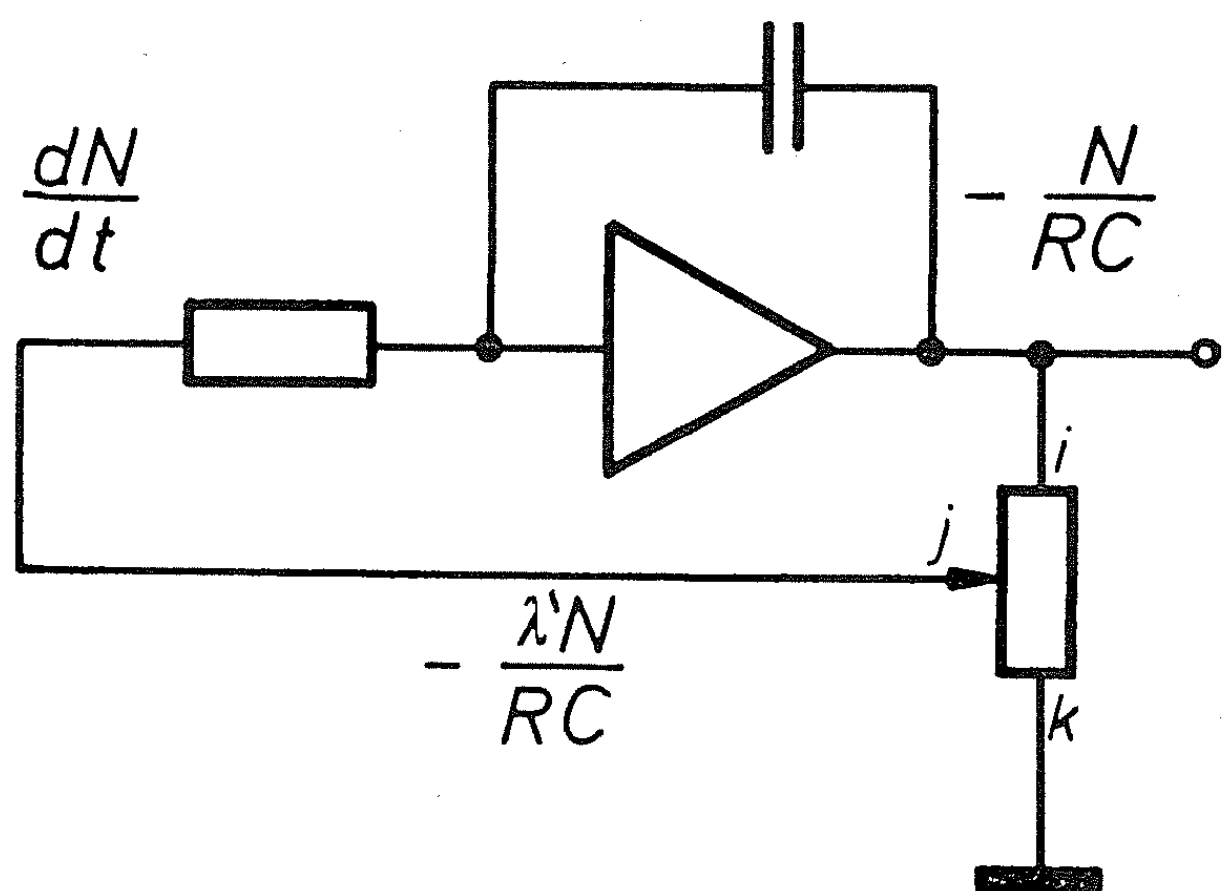
$$U_0 = -(1/RC) \int U_i dt.$$

Začetni pogoj za izhodno napetost nastavimo s potenciometrom in dvema uporoma, ki imata dovolj majhen upor v primeri z R_i . Tako vpliva na izhodno napetost le napetost U_p na drsnem priključku potenciometra in je $U_0 = -R_a U_p/R_b$. Ko začnemo z analognim računanjem, preklopimo stikalo. Ker pri tem naboja na kondenzatorju ne spremenimo, bo ob pričetku računanja $U_0(t = 0) = -R_a U_p/R_b$.

Radioaktivni razpad

Za povprečno število preostalih radioaktivnih jeder velja enačba $dN/dt = -\lambda N$. To enačbo bi radi rešili z enotami, ki smo jih doslej spoznali. Izhodna napetost je povezana preko delilnika napetosti z vhodom (sl. 5). Torej je $U_i = \lambda' U_0$, če je $\lambda' = R_{jk}/R_{ik}$.

Spoznali smo, da velja za integrator enačba $U_i = -(RC)dU_0/dt$. Iz obeh enačb sledi $dU_0/dt = -(\lambda'/RC)U_0$. Izhodna napetost je rešitev te enačbe. Z opisanim vezjem rešimo tudi enačbo $dN/dt = -\lambda N$. Izhodna napetost je kar sorazmerna s številom jeder. Razpadni



Sl. 5. Radioaktivni razpad

konstanti λ ustreza v vezju λ'/RC . Konstanta RC je določena z izbiro elementov vezja.

Če je recipročna razpadna konstanta mnogo manjša kot čas t_i risanja pisalnika okoli 10 s, bo graf funkcije $N = N(t)$ slab. Že na začetku risanja grafa bodo namreč vsa jedra razpadla. Nasprotno velja, če je recipročna razpadna konstanta mnogo večja kot čas risanja pisalnika. Ko bomo risanje grafa končali, bo povprečno razpadel majhen del začetnega števila jeder. V takšnih primerih prilagodimo brezdimenzijsko konstanto λ' času t_i , tako da se RC/λ' približno ujema s t_i . Enoto na časovni

osi pa določimo, ko je graf že narisan. Na grafu poiščemo točko, v kateri je $N = \frac{1}{2} N_0$. Ustrezni čas je zato razpolovni čas.

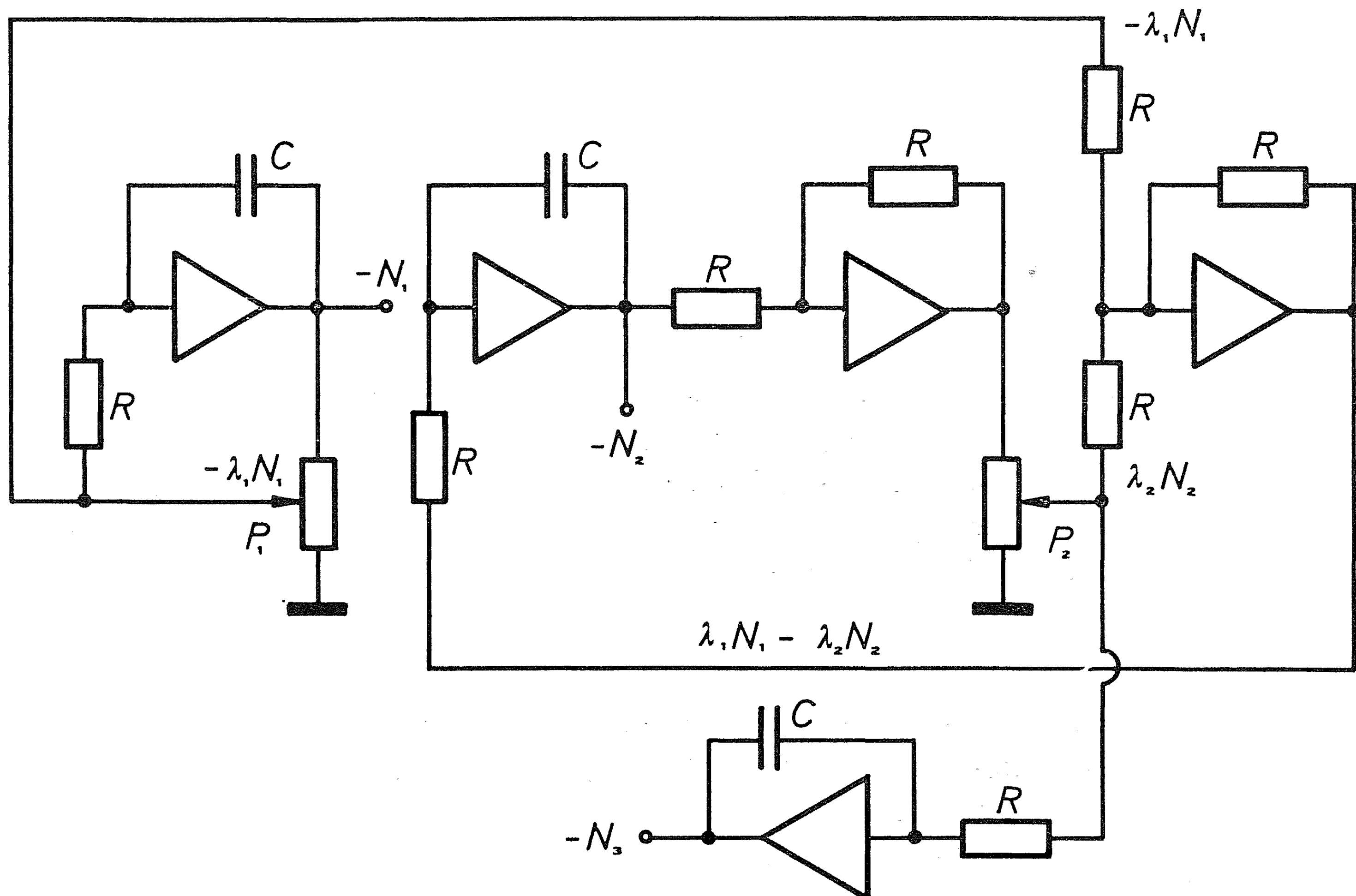
Dvostopenjski radioaktivni razpad

Oglejmo si naslednji primer — razpad radioaktivnega elementa v verigo potomcev. Omejimo se na dve stopnji, zlahka pa sestavimo računalnik tudi za večstopenjski razpad. Takšen razpad opisujejo enačbe:

$$dN_1/dt = -\lambda_1 N_1 \quad dN_2/dt = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \quad dN_3/dt = \lambda_2 N_2$$

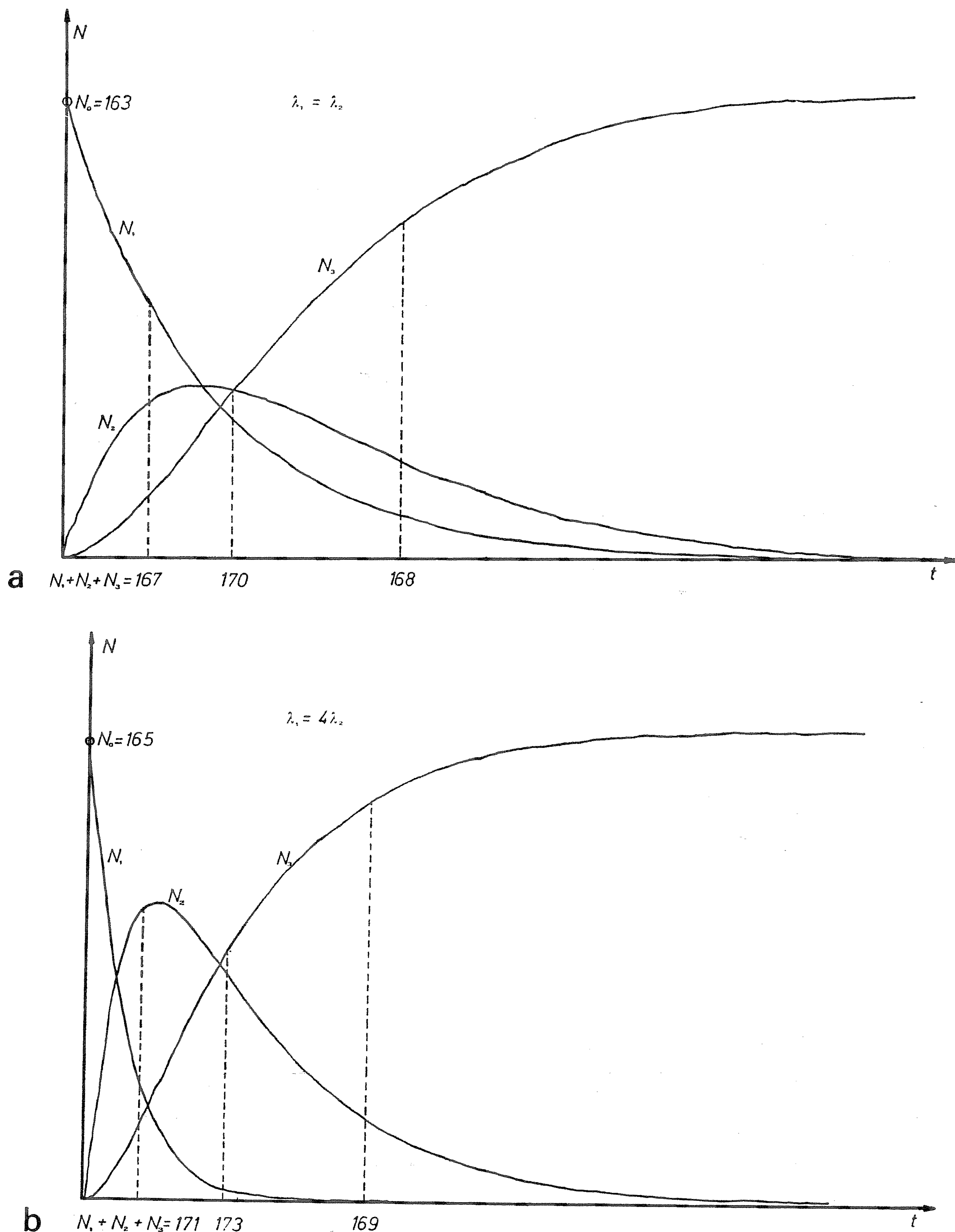
Sistem enačb rešimo s tremi integratorji, saj moramo izračunati tri neznanke (N_1, N_2, N_3) iz treh odvodov ($dN_1/dt, dN_2/dt, dN_3/dt$). Za vsako enačbo sestavimo posebno vezje in upoštevamo medsebojne povezave (sl. 6).

Vezje, ki reši prvo enačbo, je enako kot pri enostopenjskem razpadu. Tudi vezji za drugo in tretjo enačbo sta podobni prvemu. Desna stran druge enačbe je sestavljena iz



Sl. 6. Dvostopenjski radioaktivni razpad

dveh členov. Zato uporabimo seštevalnik, ki sešteje člena $-\lambda_1 N_1$ iz prvega vezja in $\lambda_2 N_2$ iz drugega vezja. Ker je ta razlika enaka dN_2/dt , priključimo izhod seštevalnika na vhod drugega integratorja. Člen $\lambda_2 N_2$ je desna stran tretje enačbe. Zato priključimo vhod tretjega integratorja (dN_3/dt) na ustrezeni vhod seštevalnika. Pri sestavljanju smo upoštevali, da so izhodne napetosti osnovnih enot nasprotnega predznaka kot vhodne napetosti. Konstanto λ_1 nastavimo s potenciometrom P_1 , konstanto λ_2 pa s potenciometrom P_2 . Začetni pogoji $N_1(t=0) = N_0$, $N_2(t=0) = 0$, $N_3(t=0) = 0$ nastavimo tako, da kratko sklenemo kondenzatorja v integratorjih za N_2 in N_3 in nabijemo kondenzator v prvem integratorju na napetost U_z , ki je merilo za N_0 . Rešitve za $\lambda_1 = \lambda_2$ in $\lambda_1 = 4\lambda_2$ kaže sl. 7.

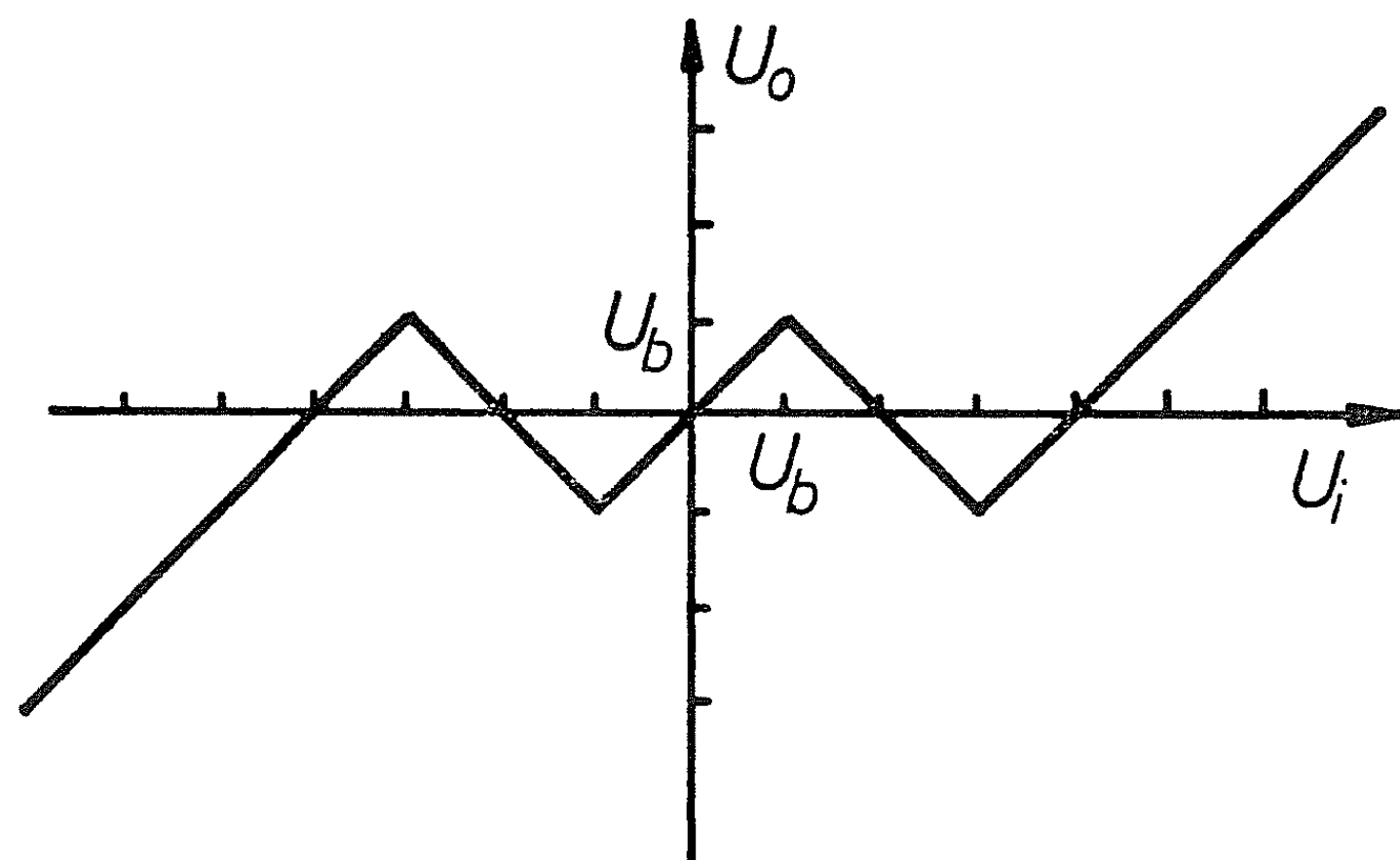


Sl. 7. Diagrama, ki ju je narisal pisalnik za dvostopenjski razpad ($\lambda_1 = \lambda_2$, $\lambda_1 = 4\lambda_2$)

Nihanje dušenega anharmoničnega nihala

Doslej smo sestavljali linearne enote. Naslednji primer pokaže, kako rešimo z analognim računalnikom nelinearno diferencialno enačbo. Za reševanje teh enačb potrebujemo nelinearni pretvornik $x \rightarrow f(x)$. Uporabimo diodni funkcijski generator (glej dodatek), ki nadomesti zahtevano funkcijo z odsekoma linearno funkcijo.

Nihanje dušenega težnega nihala opišemo z enačbo:



$$d^2\varphi/dt^2 + 2\beta(d\varphi/dt) + \omega^2 \sin \varphi = 0$$

Potrebujemo torej nelinearni pretvornik za funkcijo $U_0 = U_b \sin (U_i/U_b)$.

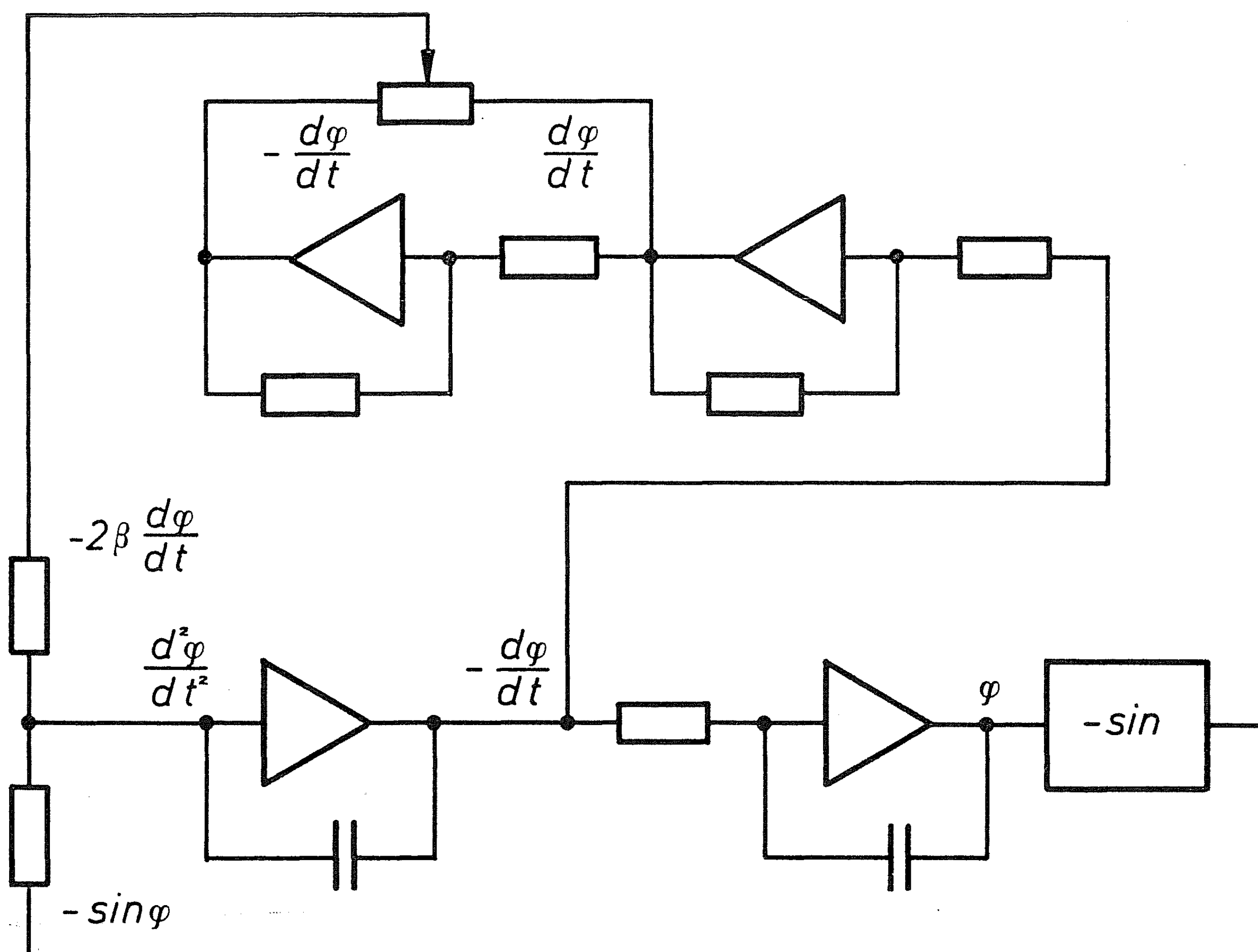
Število odsekov, ki jih dobimo z diodnim funkcijskim generatorjem, je vsekakor omejeno. Za šolski poskus uporabimo namesto sinusne krivulje, pri kateri bi za dober približek potrebovali večje število odsekov, takšnele funkcijo (sl. 8):

Sl. 8. $U_0 = U_0(U_i)$ za diodni funkcijski generator

$$\begin{aligned} U_0 &= U_i & \text{za } -U_b < U_i < U_b \\ U_0 &= U_i - 4U_b & \text{za } U_i \geq 3U_b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_0 &= U_i + 4U_b & \text{za } U_i \leq -3U_b \\ U_0 &= -U_i - 2U_b & \text{za } -3U_b < U_i \leq -U_b \\ U_0 &= -U_i + 2U_b & \text{za } U_b \leq U_i < 3U_b \end{aligned}$$

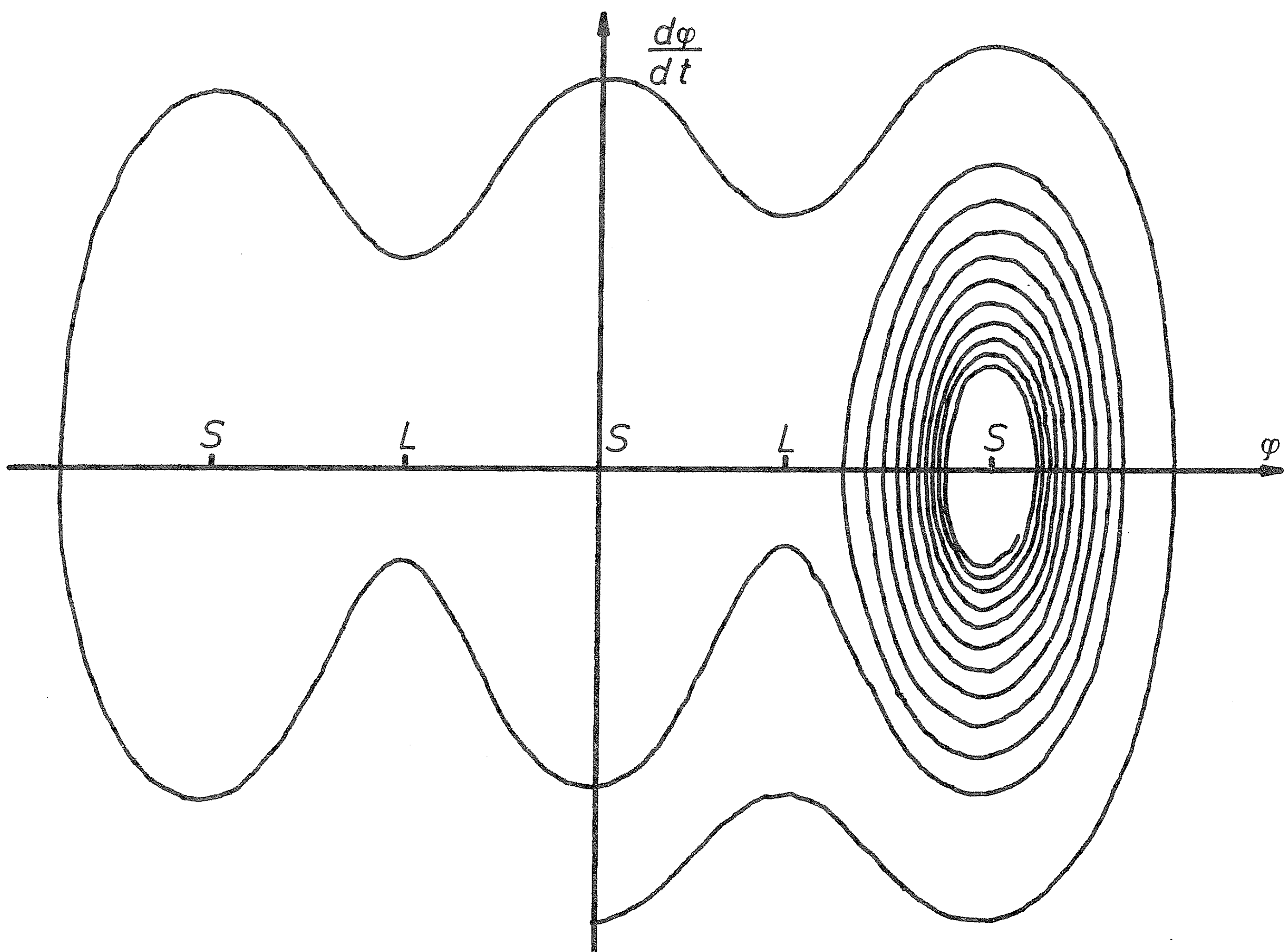
Ohranili smo samo dve periodi sinusne funkcije v intervalu $(-5\pi/2, 5\pi/2)$. Ker ustreza v enačbi nihanja ta funkcija navoru teže, je nihanje omejeno na dve periodi navora. Pri preveliki začetni hitrosti se težno nihalo kar naprej vrti. Ker pa želimo opazovati vpliv



Sl. 9. Nihanje težnega nihala

dušenja na nihanje, naravno navor pri večjih odmikih ($|\varphi| > 5/2\pi$) tako, da močno naraste in nihalo vrne v območje periodičnosti. Sl. 9 kaže vezje, ki reši dano enačbo. Začetno hitrost nastavimo na prvem integratorju, začetni odmik pa na drugem. S potenciometrom P nastavimo dušenje, ki je lahko tudi negativno.

Zelo pregledno pokažemo dobljeno nihanje v faznem prostoru ($\varphi, d\varphi/dt$). Napetost, ki ustreza odmiku φ , priključimo na vhod x , tisto za $d\varphi/dt$ pa na vhod y pisalnega instrumenta (sl. 10).



Sl. 10. Diagram, ki ga je narisal pisalnik za nihanje težnega nihala v faznem prostoru

Da dobimo enačbo krivulje v faznem prostoru, zapišimo enačbo nihanja nekoliko drugače:

$$d^2\varphi/dt^2 + f(\varphi, d\varphi/dt) = 0 \quad (1)$$

V našem primeru je

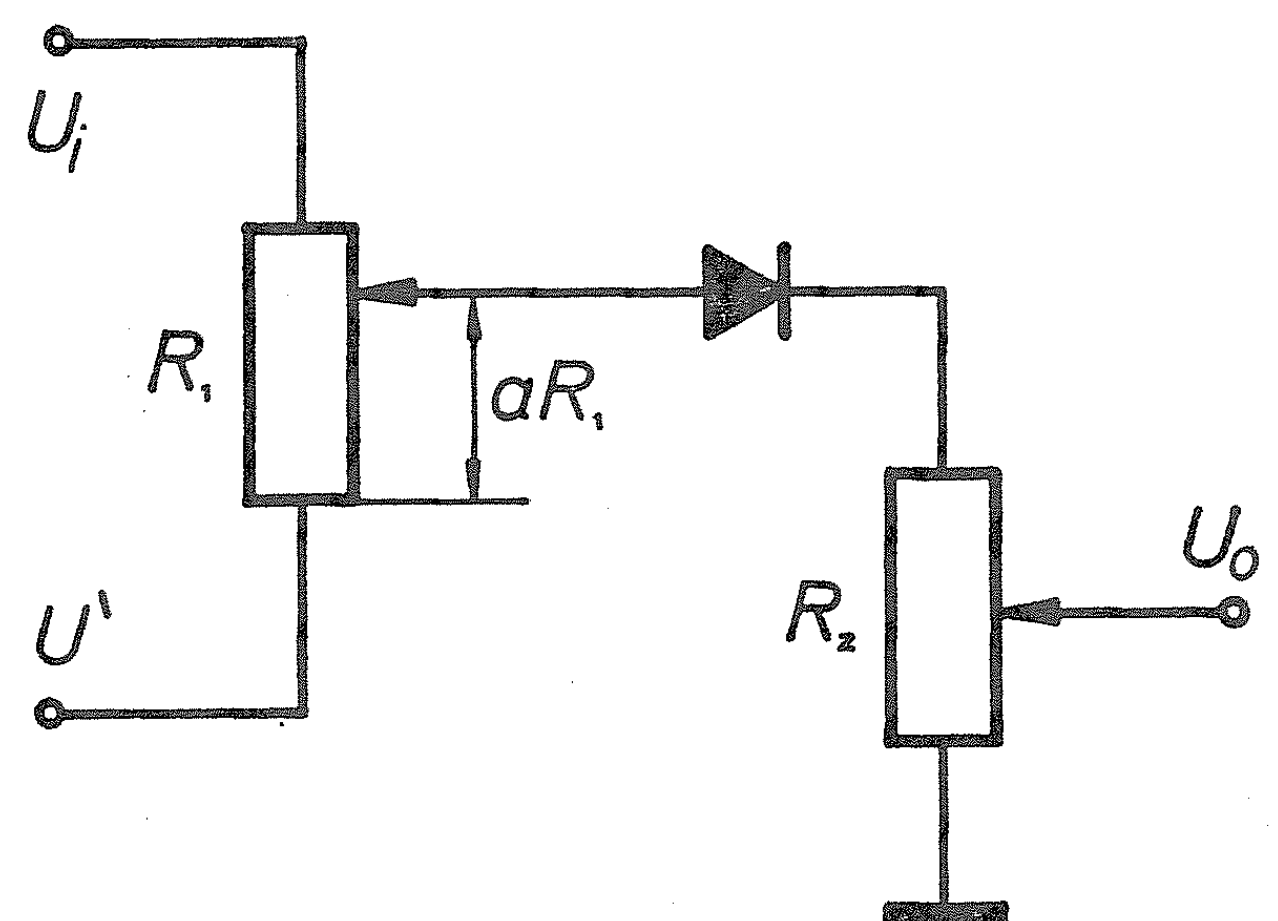
$$f(\varphi, d\varphi/dt) = 2\beta(d\varphi/dt) + \omega^2 \sin \varphi$$

Enačbo krivulje v faznem prostoru dobimo z deljenjem enačbe (1) z $d\varphi/dt$:

$$d(d\varphi/dt)/d\varphi = -f(\varphi, d\varphi/dt)/(d\varphi/dt)$$

Točke, za katere velja $d\varphi/dt = 0$ in $\sin \varphi = 0$ ali $f(\varphi, d\varphi/dt) = 0$ so ravnovesne točke. Na sl. 11 so ravnovesne točke pri $d\varphi/dt = 0$ in $\sin \varphi = 0$ ali $\varphi = N\pi$.

Točke S (sod N) ustrezajo stabilnemu ravno-
vesju, ker so v gorišču faznih krivulj in nobena



Sl. 11. Linearni pretvornik K-

krivulja ne vsebuje te točke. V eni teh točk se krivulja konča. Tedaj je potencialna energija nihala minimalna. Točke L (lih N) ustrezajo labilnemu ravnovesju, saj je v teh točkah potencialna energija nihala največja.

Zaključek

Izbrali smo si dva fizikalna problema in njun matematični del rešili z analognim računalnikom. Problemov, ki jih lahko tako rešimo, pa je še veliko. Omenimo jih še nekaj: gibanje avtomobila po luknjasti cesti, gibanje nabitega delca v homogenem električnem in magnetnem polju, poševni met z upoštevanjem zračnega upora.

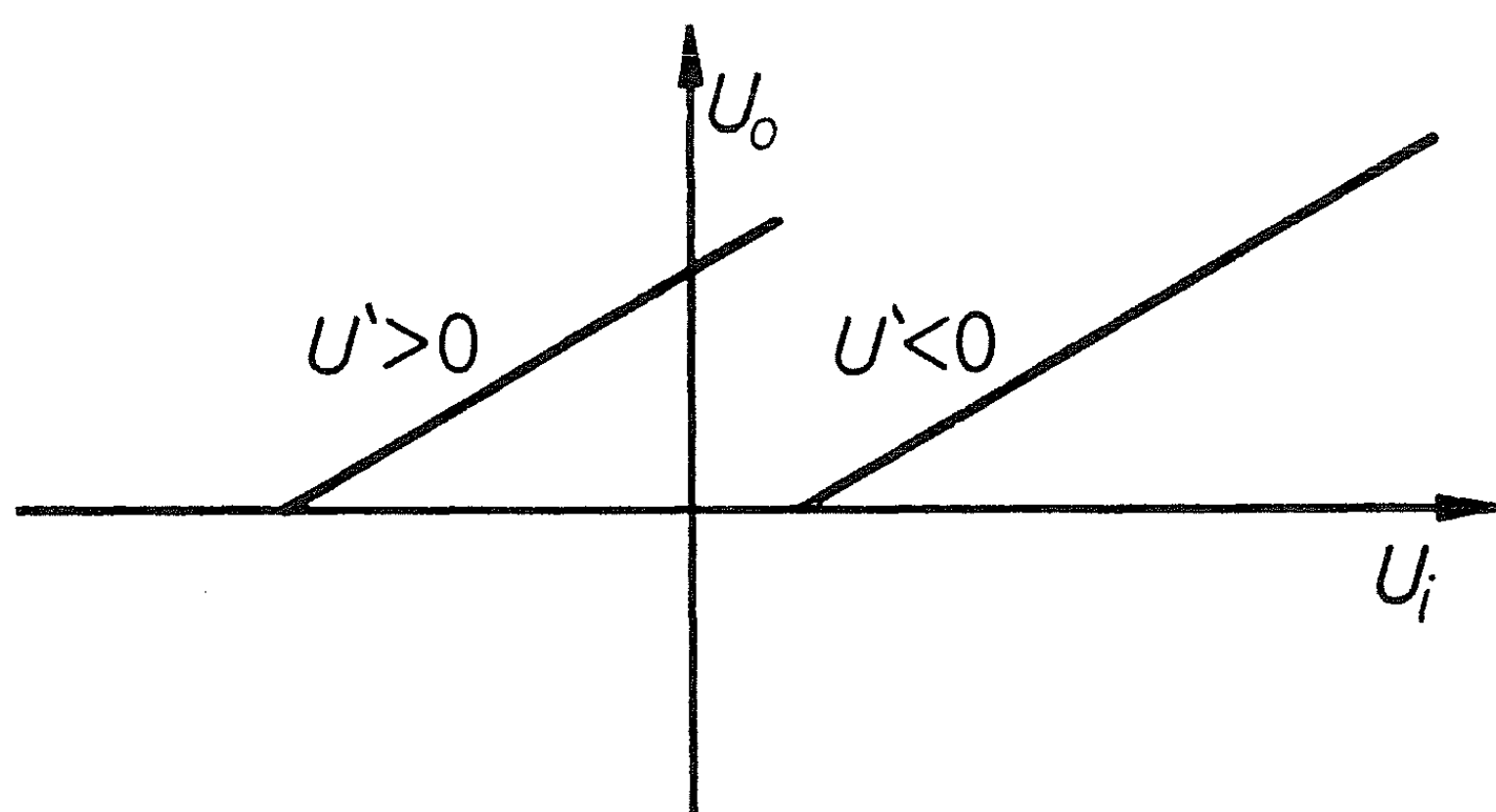
Videli smo, da je treba sestaviti nekaj integratorjev, nekaj seštevalnikov in nekaj množilnikov, pa lahko sestavimo analogni računalnik. Osnovni sestavni del vseh teh enot je operacijski ojačevalnik. Pri nas ga izdeluje RIZ z oznako IL 709, kar je ekvivalentno SN 72709 (Texas Instruments) ali TAA 521 (Siemens). Operacijski ojačevalnik, ki je nadvse uporaben elektronski gradnik, stane okoli 70 dinarjev, prodajajo pa ga v trgovinah Iskre. Tam lahko kupimo tudi pasivne elemente, ki pa so precej cenejši.

Dodatek

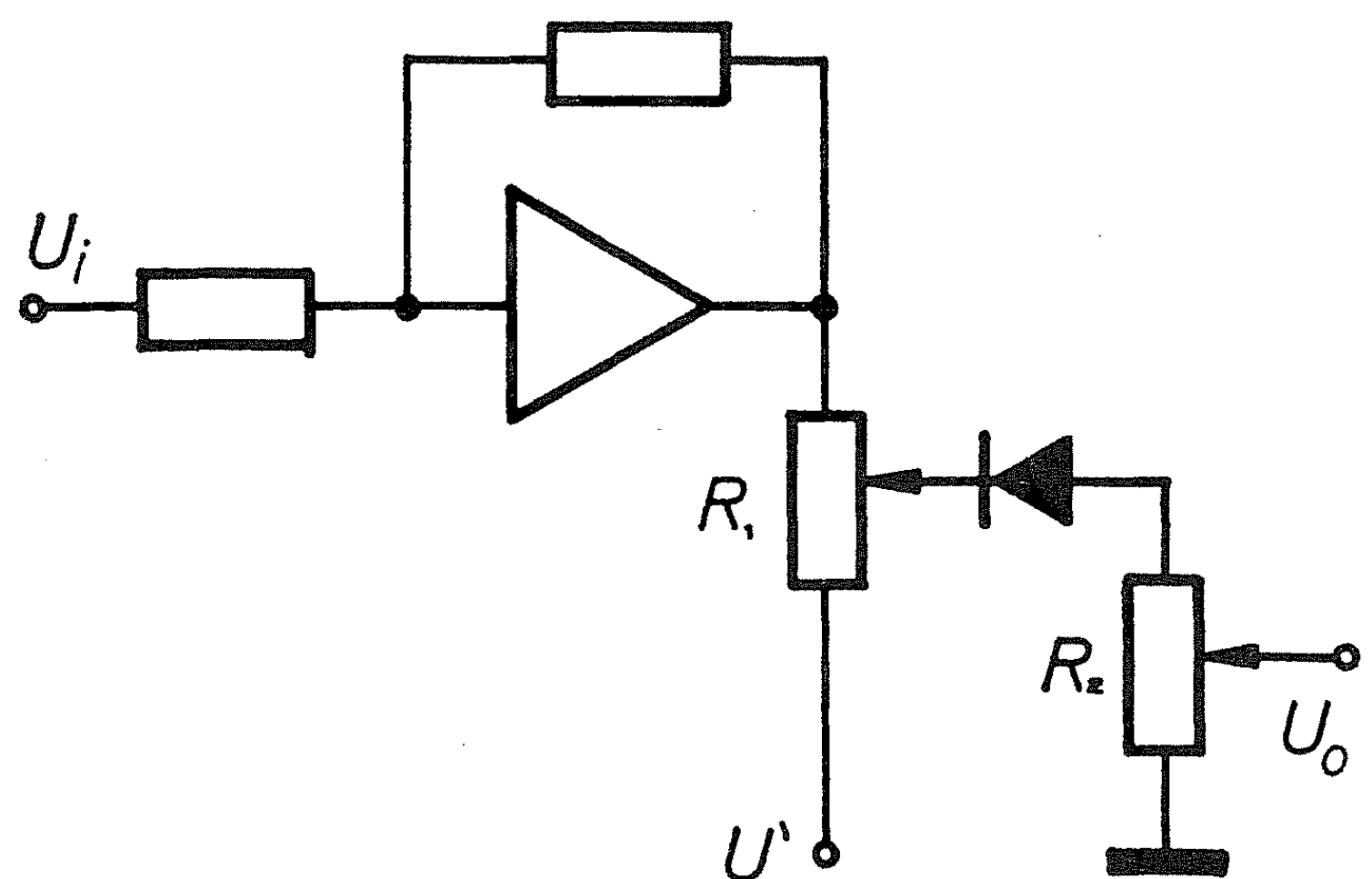
1. Diodni funkcijski generator

Za reševanje nelinearne diferencialne enačbe potrebujemo nelinearni pretvornik $x \rightarrow f(x)$. Zahtevano funkcijo nadomestimo z odsekoma linearno funkcijo.

Enostaven linearni pretvornik napetosti je delilnik napetosti ali potenciometer. En priključek potenciometra povežemo s konstantno napetostjo (U') ali ozemljimo. Napetost na drsnem priključku je linearno odvisna od napetosti na drugem priključku. Če na drsni



Sl. 12. $U_o = U_o(U_i)$ za vezje K^-



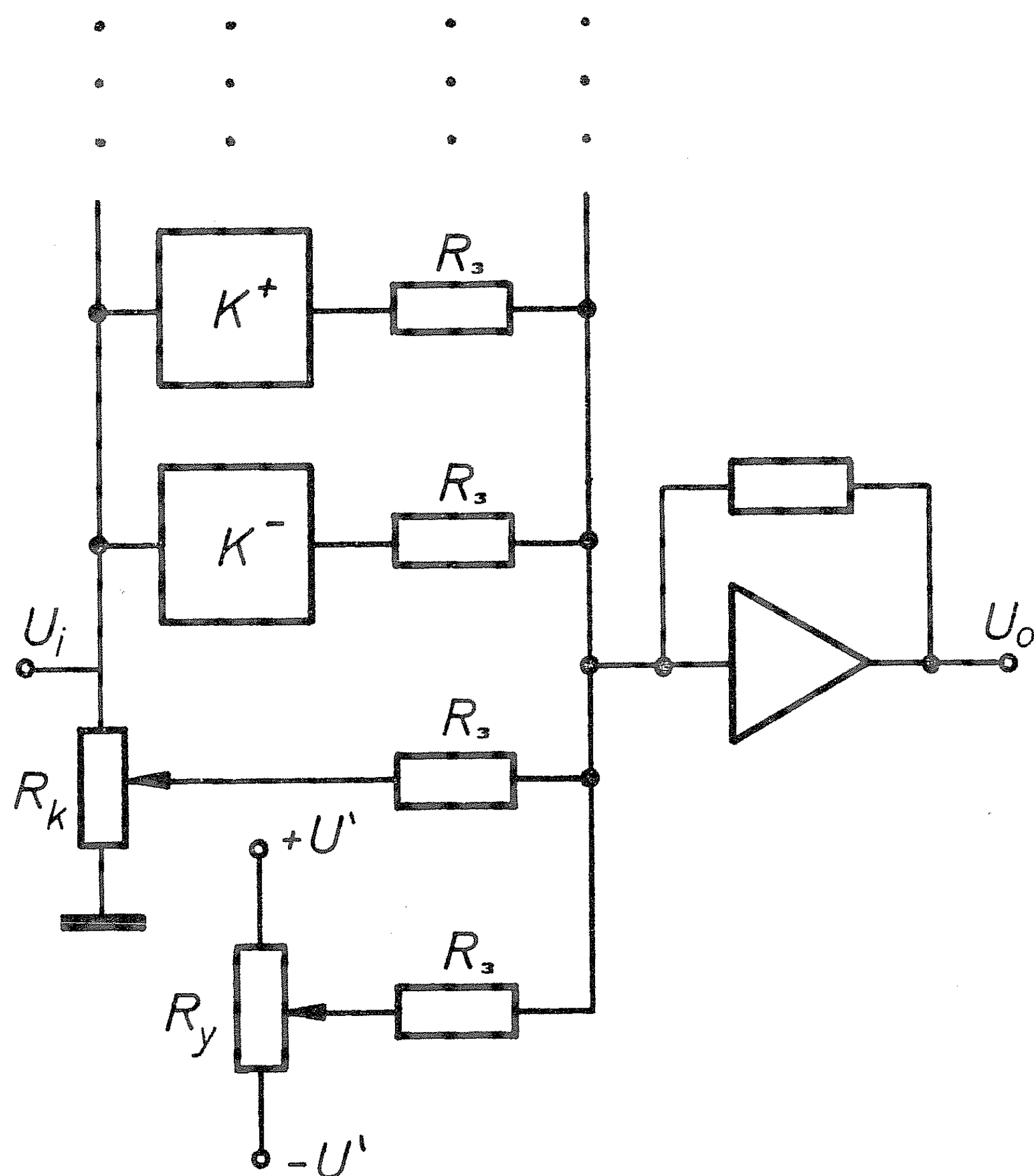
Sl. 13. Linearni pretvornik K^+

priključek pritaknemo še diodo, dobimo vezje z oznako K^- (sl. 12). Izhodna napetost je linearna funkcija vhodne pri pozitivni anodni napetosti in enaka 0 pri negativni anodni napetosti. Z enačbami opišemo ta linearni pretvornik tako:

$$U_o = kU_i + U_n \quad \text{za} \quad U_i > -U_n/k, \quad U_o = 0 \quad \text{za} \quad U_i \leq -U_n/k$$

Imamo dve možnosti: $U' > 0$ in $U' < 0$. Koleno krivulje dobimo v točki, ki je določena s pogojem, da začne dioda prevajati. Pogoj bo izpolnjen, če bo anodna napetost enaka 0 ali $(U_i - U')aR_1/R_1 + U' = 0$. Sledi, da bo iskana točka pri vhodni napetosti $U_i = U'(a-1)$.

Ker je $0 < a < 1$, dobimo za $U' > 0$ koleno pri $U_i < 0$, za $U' < 0$ pa pri $U_i > 0$ (sl. 12). Nagib določimo z R_2 , ki je veliko večji od R_1 . Če želimo krivuljo z negativnim nagibom, dodamo inverter, ki izhodni napetosti obrne znak. Zato obrnemo tudi diodo. To je vezje z oznako K^+ (sl. 14).



Sl. 14. Diodni funkcijski generator

Združimo več enot K^+ in K^- ter izhodne napetosti seštejmo (sl. 14). Ker seštevalnik obrne znak, bomo dobili z enotami K^+ pozitiven naklon krivulje, z enotami K^- pa negativnega. Ojačanje seštevalnika nadomesti izgube na uporih. Dodamo še dva upora. Z R_y prištejemo konstantno napetost. To pomeni premik krivulje v smeri osi y . Z R_k prištejemo premico $y = kx$. S tem spremenimo nagib krivulje kot celote. Z večjim številom enot K^+ in K^- lahko dobro ponazorimo preprostejše funkcije.

Zlatko Bradač

LITERATURA

- [1] L. N. Skunar, *Operational Amplifiers*, Phys. Education 6 (1973) 405.
- [2] D. I. Hinson, *Using Analogue Computers in Schools*, Phys. Education 1 (1974) 30.
- [3] D. B. Harland, *A Simple Analogue Model of a Car Suspension System*, Phys. Education 10 (1975) 370.
- [4] *Lineare Integrierte Schaltungen* (Siemensov prospekt, 1975).

SIJ RAZSEŽNEGA SVETILA

Sija m in m' dveh točkastih svetil, npr. zvezd sta z gostotama svetlobnega toka j in j' s teh svetil na površju Zemlje v zvezi [1], [2]:

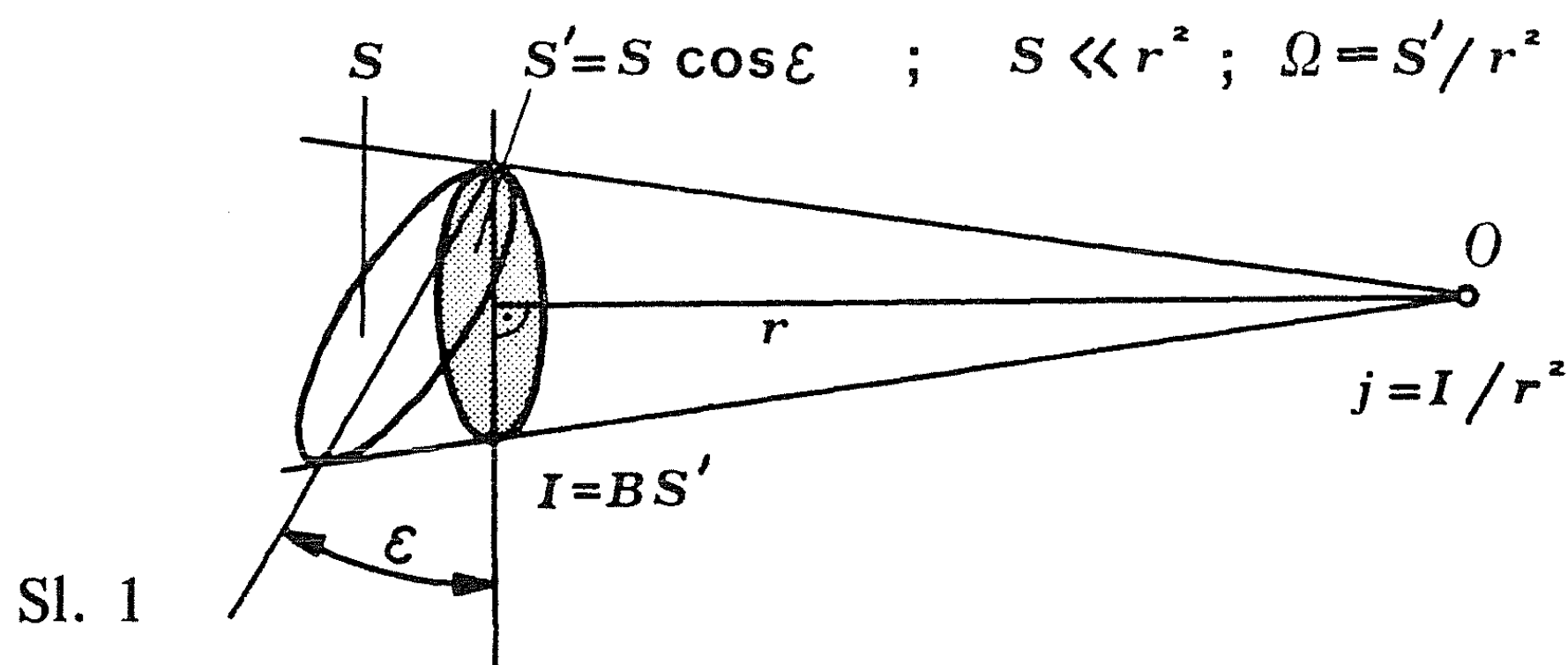
$$m - m' = -2,5 \log (j/j') \quad (1)$$

Enota za sij je magnituda, za gostoto svetlobnega toka pa W/m^2 . Meritve kažejo, da pošilja točkasto svetilo s sijem $+1^m$ na Zemljo gostoto svetlobnega toka 10^{-8} W/m^2 [2]:

$$m = -19,0^m - 2,5 \log (j/1 \text{ Wm}^{-2}) \quad (2)$$

Pogosto pa opazujemo razsežna svetila, npr. jedro kometa, navidezno ploskev Sonca ali planeta, kak svetlejši predel neba, meglico ali del meglice, jedro galaksije itd. Pri teh vpeljemo *sij na enoto prostorskega kota*, pod katerim vidimo razsežno svetilo. Namesto steradiana uporabljamo v astronomiji navadno manjšo enoto: *kvadratno stopinjo* (kvst)*. To je prostorski kot ob vrhu kvadratne piramide, pri kateri je kot med stranskima robovoma ob vrhu — ob opazovališču — 1° .

Enakomerno svetla navidezna ploskev S' s svetlostjo B ima svetilnost $I = BS'$ (sl. 1). Od ploskve v razdalji r pride do opazovališča O na Zemlji gostota svetlobnega toka $j = I/r^2 = BS'/r^2 = B\Omega$. Pri tem je $\Omega = S'/r^2$ prostorski kot svetila [3]. Če izmerimo j in Ω , lahko določimo svetlost razsežnega svetila. To je ugodno, kadar ne poznamo niti razdalje niti linearne razsežnosti svetila.



Sl. 1

Razsežno svetilo, ki ga vidimo kot okroglo ploskev z radijem R v razdalji r , ima prostorski kot $\Omega = \pi R^2/r^2 = \pi(a/2)^2$, če je $a = 2R/r$ zorni kot. Za dve razsežni svetili s sijema na enoto prostorskega kota μ in μ' in s svetlostma B in B' pa velja:

$$\mu - \mu' = -2,5 \log [(j/\Omega)/(j'\Omega')] = -2,5 \log (B/B')$$

ali

$$\mu = -19,0^m - 2,5 \log (B/1 \text{ Wm}^{-2}\text{kvsek}^{-1}) \quad (3)$$

Sij na enoto prostorskega kota izražamo v magnitudi na kvadratno sekundo, če je svetlost v $\text{W/m}^2\text{kvsek}$.

Pri razsežnih svetilih so uvedli še *integralni sij* m_i , ki bi ustrezal siju, če bi enakomerno svetlo razsežno svetilo preslikali v točkasto. Znana je zveza:

$$m_i - \mu = -2,5 \log [j/(j/\Omega)] = -2,5 \log \Omega \quad (4)$$

Oglejmo si nekaj preprostih zgledov:

1. Najsvetlejšje telo na nebu — Sonce — vidimo pod zornim kotom $0,5^\circ = 8,8 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$. Sij Sonca je $-26,8^m$.

* Še manjši enoti sta kvadratna minuta (kvmin) in kvadratna sekunda (kvsek); $1 \text{ kvst} = 60 \cdot 60 \text{ kvmin}$; $1 \text{ kvmin} = 60 \cdot 60 \text{ kvsek}$; $1 \text{ sterad} = (180/\pi)^2 \text{ kvst} = 3283 \text{ kvst} \doteq (2,1 \cdot 10^5)^2 \text{ kvsek}$.

Gostota svetlobnega toka na Zemlji sledi iz (1) in je 1350 W/m^2 . Če seva Sonce kot enakomerna svetla okrogla ploskev, je njegova svetlost $2,2 \cdot 10^7 \text{ W/m}^2 \text{ sterad} = 5,2 \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2 \text{ kvsek}$, iz (3) pa sledi $\mu = -10,8^m \text{ kvsek}$.

2. Galaksijo v Andromedi M 31 vidimo kot neenakomerno svetel puhast oblček. Jedro te galaksije bi približno lahko imeli za enakomerno svetlo. V okroglem jedru je nakopičenih približno polovica, to je 10^{11} zvezd galaksije. K svetlosti jedra naj prispeva polovica teh zvezd, od katerih naj vsaka sveti s svetilnostjo Sonca $3 \cdot 10^{25} \text{ W/sterad}$ [3]. Premer jedra je $\sim 5 \cdot 10^3 \text{ pc}$ ($1 \text{ pc} = 3 \cdot 10^{16} \text{ m}$), razdalja M 31 pa $7 \cdot 10^5 \text{ pc}$.

Za svetlost I/S' jedra dobimo $8,5 \cdot 10^{-5} \text{ W/m}^2 \text{ sterad} = 2 \cdot 10^{-15} \text{ W/m}^2 \text{ kvsek}$ in $\mu = +17,7^m/\text{kvsek}$, kar se ujema z merjenji [4].

3. Zvezde gledamo na ozadju nočnega neba, ki ima določeno svetlost. Vidljivost zvezd je odvisna od svetlosti neba. Pri določeni svetlosti zvezda na nebu »utone«. Pri popolnoma temnem nočnem nebu vidimo s prostim očesom zvezde skoraj do $+8^m$, pri svetlosti neba $10^{-6} \text{ W/m}^2 \text{ sterad}$ (to je svetlost neba v najugodnejšem primeru: v zenitu, brez zvezd in Lune ter daleč od mestnih luči) pa zvezde med $+5^m$ in $+6^m$.

Izračunamo, da je tedaj $\mu = +22,6^m/\text{kvsek}$, to je okoli $+5^m/\text{kvst}$.

4. Teoretična ločljivost palomarskega reflektorja je okoli $0,02''$. Zaradi motenj v ozračju je ločljivost več desetkrat slabša. Dosegli so $0,5''$. Naj zajame zvezda pri svetlosti nočnega neba $10^{-6} \text{ W/m}^2 \text{ sterad}$ notranjost četrтинke kvadratne sekunde. Tedaj je $\mu = 24,1^m/\frac{1}{4} \text{ kvsek}$. Glede na to svetlost nočnega neba je torej mejni sij nebesnega predmeta, ki ga zaznamo s fotografijo ali pa fotometrijo, manjši od $+25^m$.

Marijan Prosén

LITERATURA

- [1] D. Ja. Martynov, *Kurs praktičeskoj astrofiziki*, Moskva, Nauka 1967, 186 do 197.
- [2] F. Avsec in M. Prosén, *Astronomija*, Ljubljana, DZS 1975, 21.
- [3] J. Strnad, *Uvod v fiziko*, Ljubljana 1969, 633 do 638.
- [4] D. Ja. Martynov, *Kurs obščej astrofiziki*, Moskva, Nauka 1971, 410 do 412.

ODGOVOR

Vprašanje št. 108, Obzornik mat. fiz. 22 (1975) 2, str. 37

Na zastavljeno vprašanje *Z elementarno matematiko dokaži neenakost $\cos A + \sqrt{2}(\cos B + \cos C) \leq 2$, če so A, B, C koti trikotnika*, smo prejeli še dve elementarni rešitvi. Avtorja Gorazd Cvetič in Marjan Kromar sta dijaka iz 4. a razreda gimnazije M. Zidanška v Mariboru. Objavljamo rešitev Gorazda Cvetiča.

Naj bo $y = \cos A + \sqrt{2}(\cos B + \cos C)$, $A + B + C = \pi$. Iščem zgornjo mejo funkcije!

$$y = \cos A + 2\sqrt{2}(\cos((B+C)/2) \cdot \cos((B-C)/2))$$

$$y = \cos A + 2\sqrt{2}\cos(\pi/2 - A/2) \cdot \cos((B-C)/2)$$

Največja vrednost faktorja $\cos(B-C)/2$ je 1.

$y \leq 1 - 2\sin^2(A/2) + 2\sqrt{2}\sin(A/2)$, uvedemo novo spremenljivko $\sin(A/2) = x$ in dobimo neenačbo

$y \leq -2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1$, kvadratna funkcija ima maksimalno vrednost v točki $M(\sqrt{2}/2, 2)$, ki je v definicijskem območju funkcije, $0 < x < 1$. V neenačbi je enakost dosežena pri enakokrakem pravokotnem trikotniku. S tem je dokaz končan.

Gorazd Cvetič

LETNO POROČILO ODDDELKA ZA MATEMATIKO IMFM ZA ŠTUDIJSKO LETO 1976/77

1. Raziskovalno delo

Oddelek za matematiko je konec leta 1976 oddal financerju Raziskovalni skupnosti Slovenije poročila o osmih raziskovalnih nalogah (zaporedne številke 35—42). Izvlečki teh nalog so bili objavljeni v Obzorniku mat. fiz. 24 (1977) 94—96. Z letom 1977 pa smo začeli delati pri štirih novih raziskovalnih nalogah (št. 43—46; dozdej so bile dokončane že tudi te in njihovi izvlečki so objavljeni na str. 125—126 te številke Obzornika).

Za prihodnje leto je Raziskovalna skupnost Slovenije sprejela v financiranje vse predlagane raziskave, vendar so odobreni zneski znatno manjši od zahtevkov (v povprečju za 14,5%); te raziskave so:

47. Z. Bohte: Analiza zaokrožitvenih napak pri razcepu pozitivno definitnih matrik
48. J. Globevnik: Interpolacijske lastnosti vektorskih analitičnih funkcij
49. I. Hafner: Nastanek, pomen in osnove matematike
50. P. Petek: Nekateri novi rezultati iz kohomologije simetričnih grup
51. G. Tomšič: Večparametrični problemi lastnih vrednosti
52. I. Vidav: Involucije v algebri omejenih linearnih operatorjev Banachovega prostora
53. J. Vrabec: Ovire za vložitev in izotopijo.

V brošuri Publications of the Department of Mathematics — po novem Preprint Series of the Department of Mathematics — ponatiskujemo vse znanstvene članke naših članov.

2. Seminarji

a) Topološki seminar je v preteklem letu nadaljeval študij karakterističnih razredov. Vodil ga je J. Vrabec, udeleževalo pa se ga je v povprečju 6 do 7 naših članov in študentov. Predavali so: M. Kranjc (9 ur), P. Legiša (6 ur), B. Magajna (2 uri), Z. Magajna (5 ur), J. Malešič (8 ur), J. Rakovec (9 ur), J. Vrabec (9 ur).

b) Seminar za numerično in računalniško matematiko je imel 10 do 15 udeležencev, vodil pa ga je V. Batagelj. Namen seminarja je seznaniti zainteresirane z delom posameznih članov seminarja ter s pomembnejšimi rezultati, problemi in idejami iz računalništva in numerične analize. Predavali so (vsakič po dve uri):

- E. Zakrajšek: Rezanje plošč
- T. Pisanski: O planarnih grafih z 12 točkami stopnje 5
- J. Kozak: B-zlepki
- J. Komelj: Množenje matrik in sorodne operacije
- T. Pisanski: Vložitve grafov v sklenjene ploskve
- E. Zakrajšek: Integriranje po metodi Bartky
- V. Batagelj, T. Pisanski: Eulerjevi grafi I: delno usmerjeni Eulerjevi grafi; Eulerjevi grafi II: postopek za določanje Eulerjevih ciklov
- D. Marušič: Minimalni planarni grafi cikličnih grup
- R. Schiffman: Software engineering of engineering software
- J. Lesjak: Uniformni poliedri
- B. Orel: O spremenljivkah v programiranju
- R. Rojko: Analitično odvajanje

R. Vidmar: Dijkstrov pristop k semantiki programskih jezikov
 E. Zakrajšek: Primer uporabe simboličnega računanja
 Ž. Knap: Kombinatorična klasifikacija
 E. Zakrajšek: Kometi
 T. Pisanski: Polyjev izrek
 R. Rojko: Bloki v Simuli
 V. Batagelj: O operacijskih sistemih.

c) Seminar za kompleksno analizo, osnovan leta 1975, je v preteklem študijskem letu nadaljeval delo. Vodil ga je J. Globevnik, predavali pa so:

O. Kugonič: Linearne razširitve v prostorih zveznih funkcij (6 ur)
 G. Lešnjak: Analitične strukture v spektrih funkcijskih algeber (8 ur)
 A. Založnik: Interpolacija v funkcijskih algebrah (10 ur).

d) V preteklem študijskem letu je bil osnovan nov seminar, posvečen funkcijam več kompleksnih spremenljivk. Začel je študirati knjigo Gunninga in Rossija o teh funkcijah. Seminar sta vodila J. Globevnik in J. Vrabec, udeleževalo pa se ga je v povprečju 6 do 7 naših članov in študentov. Predavali so: M. Dobovišek (3 ure), J. Globevnik (10 ur), P. Legiša (5 ur), G. Lešnjak (3 ure), L. Polanec (6 ur), J. Vrabec (5 ur), A. Založnik (2 uri).

e) Seminar za topologijo Zagreb-Ljubljana sta vodila S. Mardešić iz Zagreba in J. Vrabec iz Ljubljane. Kot prejšnja leta, se je seminar sestajal dvakrat mesečno, in sicer izmenoma v Ljubljani in Zagrebu. V Ljubljani so predavali:

S. Zdravkovska: Stabilna homotopija i generalizirana kohomologija (2 uri)
 L. S. Husch: Homotopy groups of PL embedding spaces (4 ure)
 J. Vrabec: Listanja — foliations (10 ur)
 M. Kranjc: Pontrjaginovi razredi (2 uri)
 M. Kranjc: Bottova ovira za integrabilnost podsvežnja (2 uri)
 M. Kranjc: Haefligerjeve strukture in funktor Γ (2 uri)
 P. Petek: Adamsova stabilna homotopska kategorija (2 uri)
 J. Vrabec: Povezane vsote sfernih svežnjev in projektivnih prostorov (2 uri)
 M. Kranjc: Homotopnost Γ -struktur (2 uri).

V Zagrebu so predavali:

L. S. Husch: Homotopy groups of PL embedding spaces (4 ure)
 S. Mardešić: Shape fibrations (8 ur)
 L. S. Husch: Embedding up to shape (2 uri)
 L. S. Husch: Double suspension of Mazur's homology 3-sphere (2 uri)
 Š. Ungar: Teorem o reindeksiranju T-sistema (2 uri)
 D. Svrtan: Homologija s lokalnim koeficijentima (4 ure)
 Š. Ungar: Lokalno povezane grupe i lokalna n-povezanost (2 uri)
 S. Zdravkovska: Lokalizacija i popunjenje u teoriji homotopije (4 ure)

3. Udeležba na znanstvenih in strokovnih srečanjih ter obiski na tujih znanstvenih ustanovah

Tagung über Topologie (Oberwolfach, ZRN, 12.—18. septembra 1976). Srečanja se je udeležil J. Vrabec in imel predavanje z naslovom Knotting manifolds in euclidean spaces.

Od 6. do 12. oktobra 1976 je bil G. Tomšič na obisku na Matematičnem inštitutu Varšavske univerze.

Simpozij iz operacijskega raziskovanja — SYM-OP-IS '76 (Hercegnovi, 20. do 22. oktobra 1976). Simpozija se je udeležil S. Indihar in imel referat Bilinearno programiranje z nekimi aplikacijami.

2. jugoslovansko posvetovanje o uporabi računalnikov v bibliotekah (Zagreb, 28. do 30. marca 1977). Posvetovanja se je udeležil C. Velkovrh.

Symposium on Functional Analysis and its Applications (Tübingen, ZRN, 5. do 10. junija 1977). Simpozija so se udeležili J. Globevnik, P. Legiša in A. Suhadolc.

Conference on Vector Space Measures and Applications (Dublin, 26. junija do 2. julija 1977). Konferenca se je udeležil J. Globevnik in imel referat The ranges of analytic maps in infinite dimensions.

Logic Colloquium '77 (Wroclaw, 1. do 12. avgusta 1977). Kolokvija se je udeležil I. Hafner.

Theory of Sets, Foundations of Mathematics (Beograd, 29. avgusta do 2. septembra 1977). Simpozija se je udeležil I. Hafner.

Topology and its Applications (Beograd, 29. avgusta do 2. septembra 1977). Simpozija sta se udeležila M. Kranjc in J. Vrabec.

4. Obiski znanstvenikov iz drugih delov Jugoslavije in iz tujine

Smilka Zdravkowska (Univerzitet Kiril i Metodij, Skopje), 27. do 30. septembra 1976. Dne 27. 9. 1976 je imela predavanje z naslovom Adjungirani funktorji, dne 28. 9. 1976 pa še eno predavanje v okviru seminarja za topologijo Zagreb-Ljubljana (glej točko 2e).

V. E. Korziuk (Fakulteta za uporabno matematiko, Minsk), 23. do 28. aprila 1977. Dne 26. aprila je imel predavanje z naslovom O konjugiranih robnih problemih za parcialne diferencialne enačbe.

Paul Zweifel (Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Va., ZDA), 24. junija 1977. Imel je predavanje z naslovom Functional analytic methods in transport theory.

5. Tisk

V študijskem letu 1976/77 je IMFM izdal ali soizdal matematične publikacije:

a) Publications of the Department of Mathematics, št. 12; tu je bilo ponatisnjenih 14 znanstvenih člankov naših članov;

b) Preprint Series of the Department of Mathematics, št. 14; ta zvezek vsebuje fotokopije rokopisov 10 znanstvenih člankov naših članov;

c) Postdiplomski seminar iz matematike (skripta), št. 9 in 10;

d) Izbrana poglavja iz matematike (skripta), št. 6 (v dveh delih).

6. Organizacijsko delo

Oddelek za matematiko je imel v preteklem študijskem letu en sam sestanek, in sicer septembra. Na njem smo se pogovorili predvsem o delu v tem študijskem letu. O tekočih zadevah pa smo se na kratko pomenili še nekajkrat med letom ob predavanjih tujih gostov.

V IMFM se je v preteklem letu včlanil matematik ing. Dragan Marušič. Zdaj ima torej oddelek za matematiko 55 članov.

Jože Vrabec

43. Zaloge vrednosti vektorskih analitičnih funkcij

Nosilec naloge Josip Globevnik, sodelavci pa Mirko Dobovišek, Milan Hladnik, Peter Legiša, Matjaž Omladič, Aleš Založnik.

Raziskava odgovarja na problem, ki ga je postavil D. Patil l. 1973 na konferenci za neskončno razsežno holomorfijo. Problem se glasi: Naj bo Δ odprt enotni krog v kompleksni ravnini in naj bo X separabilen kompleksen Banachov prostor. Ali potem obstoji analitična funkcija $z \mapsto f(z)$ v X , katere zaloga vrednosti je vsebovana in gosta v enotni krogli prostora X ? Nosilec raziskave je s sodelavci dokazal dva izreka, ki dasta vsak zase pozitiven odgovor na Patilovo vprašanje. Tako velja: če je Δ odprt enotni krog v kompleksni ravnini in P neprazna odprta povezana množica v separabilnem kompleksnem Banachovem prostoru X , potem obstoji analitična funkcija $z \mapsto f(z)$ v X , katere zaloga vrednosti je vsebovana in gosta v P .

Iz obravnavane snovi je nosilec objavil tri članke: *Analytic Functions whose range is dense in a ball*, J. Funct. Anal. 22 (1976) 32—38, *The range of vector-valued analytic functions I, II* Arkiv for Mat. 14 (1976), 113—118, *ibid.* 297—298.

44. Izrek o pospešitvi v formalnih sistemih

Nosilec naloge Izidor Hafner, sodelavec N. Alkalaj

Obravnavana tema spada v področje formalne logike, oziroma v tisti njen del, ki obravnava formalne sisteme, v njih pa velja izrek o pospešitvi. V nalogi je opisan neki pod-sistem formalne teorije števil, v katerem izrek o pospešitvi velja; dalje je dokazana ekvivalenca aksiomov matematične in regresivne indukcije in končno še raziskan odnos med primitivno in regresivno rekurzijo. Iz rezultatov naloge je članek z naslovom *On some subtheory of formal arithmetic* sprejet za objavo.

45. Lokalno konveksni topološki vektorski prostori s Hilbertskimi polnormami

Nosilec naloge je Ivan Vidav, sodelavec Edvard Kramar

Precej obsežno delo obravnava lokalno konveksne topološke vektorske prostore, katerih polnorme se izražajo s polskalarnimi produkti. Take prostore običajno imenujemo H-lokalno konveksne prostore. V prvem delu avtorja proučujeta strukturo in lastnosti H-lokalno konveksnih prostorov. Definirana je ortogonalnost vektorjev in pokazano, kdaj se da vektor razcepiti na komponente iz ortogonalnih podprostorov. Velik del raziskave je posvečen študiju linearnih zveznih operatorjev v H-lokalno konveksnem prostoru, definiranih je adjungiran operator in spekter operatorja. Dalje avtorja obravnavata strukturo algebr operatorjev, ki delujejo v takem prostoru. Med temi algebrami je tako imenovana LMC*-algebra, za katero se izkaže, da je posplošitev C*-algebre. Na koncu so obravnavani še projektorji v H-lokalno konveksnem prostoru in pokazana je spektralna razčlenitev za poljuben sebi adjungiran operator.

Iz te tematike je sodelavec izdelal doktorsko disertacijo.

46. Vozlanje k-povezane m-mnogoterosti v E^{2m-k-1}

Nosilec naloge Jože Vrabec, sodelavci pa Marko Kranjc, Jože Malešič, Zlatan Magajna in Janez Rakovec

Naj E^n pomeni standardni n -razsežni evklidski prostor. Znano je da je vsako sklenjeno, k -povezano PL m -mnogoterost M mogoče vložiti v E^{2m-k} in da sta vsaki dve vložitvi take mnogoterosti M v E^n izotopni, če je $n \geq 2m - k + 1$. Znano je tudi, da nobene od omenjenih

dimenzijskih meja v splošnem ni mogoče znižati. V lanski raziskavi je avtor s sodelavci prišel do popolne izotopske klasifikacije vložitev mnogoterosti M v E^{2m-k} . V tej raziskavi avtorji študirajo izotopsko klasifikacijo vložitev mnogoterosti M v E^{2m-k-1} . Kratek opis naloge: Če iz M odstranimo notranjost kake m -celice je ostanek kompaktna, k -povezana mnogoterost N . Avtor je najprej analiziral strukturo množice izotopskih razredov vložite mnogoterosti N v E^{2m-k-1} in nato ugotovil, katere od teh vložitev je mogoče razširiti do vložitve mnogoterosti M . V nadaljevanju se je zaradi tehničnih težav omejil na mnogoterosti M , ki so produkti dveh sfer, in raziskal izotopije M v E^{2m-k-1} , ki na N mirujejo, podal ustrezno izotopsko klasifikacijo vložitev, potem pa ugotovil, kako se ta rezultat spremeni, če dovolimo, da se N med izotopijo premika. Nosilec naloge bo opisal rezultate v članku *Knotting a k -connected m -manifold in E^{2m-k-1}* .

Vse te naloge je financirala Raziskovalna skupnost Slovenije.

Gabrijel Tomšič

UTRINEK

ЕВГЕНИЙ ОНЕГИН

V odličnem, lahko bi dejali enciklopedičnem, delu slovitega matematika *P. S. Aleksandrova*^[1] zasledimo naslednjo zanimivo navodilo *kako si lahko zapomnimo izraz*

$$(ABCD) = \frac{\begin{vmatrix} x_1 & t_1 \\ x_3 & t_3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_2 & t_2 \\ x_4 & t_4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_1 & t_1 \\ x_4 & t_4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_2 & t_2 \\ x_3 & t_3 \end{vmatrix}} \quad (*)$$

Formule (*) si ni težko zapomniti — v števcu nastopata v prvi determinanti indeksa 1 in 3, v drugi determinanti pa indeksa 2 in 4. Prikličimo si v spomin kak odlomek iz slovite Puškinove pesnitve, kjer se rimata *prva in tretja* ter *druga in četrta* vrstica:

Меж тем Онегина явление
у Лариных произвело
На всех большое впечатление,
И всех соседей развлекло.

V imenovalcu (*) sta skupaj indeksa 1 in 4 ter 2 in 3, v naslednjem odlomku iz *Evgenija Onjegina* pa se rimata *prva in zadnja* ter *srednji dve* vrstici ...

Иные даже утверждали,
Что свадьба слажена совсем,
Но остановлена затем,
Что модных колец не достали.

Dušan Repovš

¹ Pojasnilo: Izraz (*) pomeni dvorazmerje štirih točk A_i ($i = 1, 2, 3, 4$) na premici, kjer so (x_i, t_i) njihove homogene koordinate.

[1] П. С. Александров: *Лекции по аналитической геометрии*, Наука, Москва 1968, стр. 621.

PREJELI SMO V OCENO

Morris W. Hirsch, *Differential Topology*, New York, Springer Verlag 1976, 221 str., cena 36,20 DM (Graduate texts in Mathematics; 33).

To je doslej verjetno najbolj obširna knjiga iz diferencialne topologije. Že v prvem poglavju je dokazan izrek, da se da vsaka sklenjena mnogoterost dimenzije n vložiti v $(2n + 1)$ -dimenzionalen evklidski prostor. V drugem poglavju študira avtor funkcijske prostore, to je prostore C^r -preslikav ene mnogoterosti v drugo, in prostore poganjkov (angl.: jets) ter dokaže, da se da v vsako C^r -mnogoterost za $r > 0$ ovesti gladka struktura. Tretje poglavje se ukvarja s transversalnostjo: poleg izrekov o transversalnosti preslikav dokazuje tudi transversalnostne izreke za poganjke. V četrtem poglavju je narejena klasifikacija vektorskih svežnjev nad mnogoterostmi. Poleg tega avtor študira cevaste okolice in eksistenco obrobka v mnogoterostih z robom. V petem poglavju sta definirana stopnja preslikave in presečno število. Avtor dokaže Hopfov izrek: dve preslikavi n -dimenzionalne sklenjene mnogoterosti M v S^n sta homotopni natanko takrat, ko imata isto stopnjo. Nadalje pokaže, da je samopresečno število mnogoterosti obstrukcija za eksistenco preza v svežnju. Šesto poglavje obravnava Morsovo teorijo: dokazan je izrek, da ima vsaka mnogoterost homotopski tip CW -kompleksa. Sedmo poglavje se ukvarja s teorijo kobordizmov — zaključí s Thomovim izrekom o grupi kobordizma. Osmo poglavje vsebuje tehnične izreke o izotopijah, v devetem poglavju pa je napravljena klasifikacija ploskev.

Knjiga je pisana zgoščeno in na dovolj visoki ravni. Za vsakim razdelkom je kup problemov, različnih po težavnostni stopnji in po namenu: nekateri so namenjeni utrjevanju teorije, drugi pa tudi uvajajo nove pojme. Veliko jih je prav težkih in zahtevajo včasih tudi orodje, ki presega vsebino knjige — avtor pravi, da jih je dal zaradi rezultatov, ki jih vsebujejo.

Poleg realnih mnogoterosti obravnava avtor bolj na kratko tudi analitične mnogoterosti.

Knjiga predstavlja marsikatera področja, ki so bila doslej le v člankih in bo zato v pomoč tistim, ki jih zanima diferencialna topologija.

Marko Kranjc

K. W. Gruenberg, A. J. Weir, *Linear Geometry*, Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1977, 198 str., 24 cm.

Delo je učbenik za dve sorodni področji hkrati: linearno algebro in na njej zasnovano geometrijo. Na začetno poglavje o vektorskih prostorih se naslanja obravnava afine in projektivne geometrije. Postopno se seznanimo z afinimi in projektivnimi transformacijami, linearnimi preslikavami in matrikami, bilinearnimi formami, stožernicami, evklidskimi in Hilbertovimi prostori ter moduli. Snov dopolnjuje nad 250 nalog oziroma problemov.

V tej knjigi se ves čas prepletata algebra in geometrija. Enotno obravnavo obeh so spodbudile številne prednosti algebraične zasnove geometrije in koristnost geometrijske motivacije v linearni algebri. Vendar pa avtorja tudi svetujeta najprimernejši izbor razdelkov za tistega, ki ga zanima predvsem linearna algebra (oziroma geometrija).

Študentje drugega letnika in višjih letnikov matematike bodo v knjigi našli veliko temeljnega za svojo strokovno izobrazbo. Omenimo še, da za branje ni potrebno dosti predznanja, po drugi strani pa je obravnavano snov ugodno povezati npr. z grupami, mrežami, funktorji in z elementarno topologijo.

Janez Rakovec

Proceedings of the summer school on optoelectronics and integrated optics, Marianske Lazne, Czechoslovakia, September 18—30, 1976, editor V. Prosser, P. 1—3, 1281 str., cena 100 kron (češkoslov.).

Zbornik treh knjig s skupnim naslovom *Optoelektronika in integrirana optika* je izšel kot povzetek predavanj poletne šole, ki jo je od 18. do 30. septembra 1976 v Pragi organiziral Inštitut za fiziko Karlove univerze v Pragi. Zbornik zajema 44 prispevkov pretežno češkoslovaških in sovjetskih avtorjev. Približno polovica prispevkov je pisana v angleškem jeziku, drugi pa v ruskem.

Zbornik je razdeljen na pet poglavij. Prvo obravnava fizikalne osnove optoelektronike, nelinearne optične pojave in lastnosti nekaterih snovi, ki so primerne za izdelavo optoelektronskih elementov. V drugem poglavju so obdelani izviri svetlobnega sevanja; poudarek je predvsem na laserjih. Prispevki tretjega dela obravnavajo različne detektorje svetlobe, prispevki četrtega pa pojasnjujejo osnovne pojme integrirane optike in optičnih valovnih vodnikov. Zadnje, peto poglavje obravnava optična vezja in uporabo optoelektronike. Precejšen je poudarek na optičnih spominih, to je elementih, ki omogočajo shranjevanje informacij.

Tretja knjiga zbornika vsebuje v svojem drugem delu tudi kratke prispevke, katerih vsebina sodi v različna področja optike in polprevodniške tehnologije.

V zborniku je zbranih veliko informacij. Teme so obravnavane zelo različno, kar je glede na veliko število avtorjev razumljivo. Prevladujejo pregledni sestavki. Citirana literatura zajema večino (tako zahodnoevropskih kot vzhodnoevropskih) za posamezno področje temeljnih knjig in člankov.

Boris Vedlin

W. S. Massey, *Algebraic Topology: An Introduction*. 4. izd. Springer-Verlag, New York Heidelberg, Berlin, 1977, XXI + 261 str. (Graduate Texts in Mathematics; 56).

Knjiga je učbenik algebrske topologije. Vendar daje pravzaprav zelo malo od obsežnega materiala algebrske topologije. Razlog je preprost. Avtor želi vpeljati študenta v področje, ne da bi ga prestrašil z gozdom definicij in zapletenih tehničnih konstrukcij. Več je poudarka na idejah in motivaciji kot na množici izrekov. Tekst je seveda primerno matematično koncizen in avtorju se je posrečilo, da bi nikjer žrtvoval strogosti na račun površne razumljivosti.

Od vse obsežne mašinerije algebrske topologije se je avtor omejil na fundamentalno grupo. V knjigi se prepletajo izreki iz topologije in teorije grup. Fundamentalna grupa je definirana običajno, po definiciji sta izračunani grupi za kontraktibilen prostor in krožnico. Obdelane so proste grupe in prosti produkti grup. Sledi Seifert-Van Kampenov izrek in za primer uporabe klasifikacija kompaktnih sklenjenih ploskev s pomočjo fundamentalne grupe. Poglavje je posvečeno krovnim prostorom. Nadalje avtor pove, kako izračunati fundamentalno grupo grafa in kako vpliva na to grupo »lepljenje«[»] višje dimenzionalnih celic.

Vsako poglavje je bogato opremljeno z nalogami, v uvodu in epilogu so nakazane poti do še drugih poglavij algebrske topologije, dva dodatka poskrbita za to, da je knjiga čimbolj zaključena. To omogoča, da lahko dela po njej študent brez mentorjeve pomoči, če le pozna osnove topologije in teorije grup.

Peter Petek

How to Write Mathematics, by N. E. Steenrod, P. R. Halmos, M. M. Schiffer and J. A. Dieudonné, American Mathematical Society 1975, 64 str., cena 5 \$.

Včasih se mi je zdelo, da napisati matematično knjigo ni nič posebnega, da je dovolj že dobro razumevanje snovi. (Nekoč sva s kolegom celo že začela pisati knjigo o integralnih enačbah, a je na srečo nisva dokončala.) Ščasoma pa sem spoznal, da je za dobro knjigo potrebno mnogo mnogo več kot jasno formulirani izreki in neoporečni dokazi. Tudi pisati se moraš naučiti. Učiš se pa navadno le z večkratnim ponavljanjem in še to samo, če se zaveš napak, ki si jih naredil prejšnjikrat; ker pa ne napišemo knjige vsak teden in ker se lastnih napak sami od sebe le redko zavemo, je tako samostojno učenje bolj počasno.

Da bi olajšalo in skrajšalo proces učenja, je Ameriško matematično društvo osnovalo skupino iz štirih znanih matematikov — to so naši štirje avtorji — ki naj bi napisala brošuro o pisanju matematičnih (daljših) obzornih člankov in knjig. Seveda za dobro pisanje ni preprostih receptov in tudi ni enotnih mnenj o tem, kaj je najboljše. Zato se je kmalu pokazalo, da vsa četverica ne more pripraviti enotnega teksta. Odločili so se, da bo vsak napisal svoj sestavek. Pa tudi to je uspelo le napol. Tako je knjižica, ki jo imamo pred seboj, sestavljena takole. Najdaljši (30 strani) in najbolj živahno in privlačno napisan je prispevek plodovitega matematičnega »pisatelja« Halmosa. Tudi Steenrodov sestavek (17 strani) je zelo zanimiv in sestoji (kot Halmosov) iz dokaj konkretnih nasvetov in komentarjev. Schiffer je napisal svoj sestavek (13 strani) bolj s stališča »bralca« kot »pisatelja« matematike, vendar ga zato ni nič manj vredno prebrati. Dieudonné pa se je omejil na stran in pol pripomb k drugim sestavkom.

Mislim, da bo vsak matematik prebral to knjižico z užitkom. Če pa se nameravate kdaj lotiti pisanja daljšega matematičnega teksta, vam jo celo nujno priporočam (tudi če niste več začetnik). Kot smo že rekli, ne smete pričakovati popolnih receptov za to, kako »skuhati« dobro knjigo. Imate pa edinstveno priložnost, da primerjate svoje mnenje, svoja načela in svoj okus s stališči avtorjev te knjižice. Zelo verjetno se ne boste strinjali z vsakim mnenjem in priporočilom; pravzaprav se ne boste mogli, ker so si naši štirje avtorji o nekaterih stvareh nasprotnih mišljenj (in tudi to je zelo poučno). Zelo verjetno pa je tudi, da boste le našli nasvet ali opozorilo, ki se vam bosta zdela vredna upoštevanja; morda se boste zaradi tega kasneje izognili kakemu pretiravanju, morda celo hujši napaki; morda boste znali kaj napraviti bolje, kot bi sicer; in morda si boste prihranili kaj časa in truda. Meni se celo zdi, da je vredno prebrati to knjižico več kot enkrat.

Jože Vrabec

Serge Lang, Complex analysis, Addison — Wesley 1977, 321 str.

Nova knjiga Sergeja Langa, enega najbolj plodovitih sodobnih matematičnih piscev, obravnava staro področje, funkcije ene kompleksne spremenljivke. Vsebina se približno ujema s tem, kar je predaval dozda profesor Vidav pri tečaju iz teorije analitičnih funkcij. (Že drugo leto bo ta snov vključena v predmet Analiza II in s tem seveda občutno skrčena.) Knjiga je pisana v prijetnem, razumljivem, na videz skorajda ležernem slogu, pri tem pa je obravnava zaključena in bliže sodobnemu matematičnemu okusu kot nekateri drugi standardni teksti. Vsakemu poglavju sledi tudi lepa zbirka nalog. Langova knjiga je nov in dober univerzitetni učbenik za teorijo analitičnih funkcij.

Peter Legiša

C. Berge, *Graphes et hypergraphes*. 2. ed. Dunod, Paris, 1973 (Dunod universite; 604).

Claude Berge, avtor knjige »Graphes et hypergraphes«, je eno najbolj znanih imen v teoriji grafov. Štejemo ga lahko med začetnike sodobne teorije grafov, h katere razvoju je pripomogel z vrsto prispevkov, predvsem pa s knjigo [1], ki predstavlja prvi prerez skozi teorijo grafov po Königovi knjigi [2]. Zanj je značilno relacijsko obravnavanje grafov: množico povezav enači z neko relacijo nad množico točk grafa. Zato se je za usmerjene grafe, v katerih vodi iz ene točke v drugo največ ena povezava, v literaturi udomačilo ime Bergeovi grafi.

Knjiga »Graphes et hypergraphes« vsebuje izčrpen in urejen pregled dosežkov do leta 1971 v večini (osrednjih) področij teorije grafov in njihove prosojitve — hipergrafov.

V prvem delu knjige, ki ima podnaslov »Graf«, so obdelana naslednja področja: cikli in drevesa, poti in povezanost, Eulerjeve in Hamiltonove poti, pretoki, prirejanja, pokritja, barvanja, dominantne (stabilne) množice, Grundyeva funkcija in igre nad grafi, ... Le malo, ali celo nič, pa izvemo o: topoloških in algebrskih lastnostih grafov (planarnost, vložitev, avtomorfizmi), neskončnih grafi, preštevanjih (Polyaev izrek), ... ki, po Bergeu (glej uvod v knjigo), sodijo med obrobna področja teorije grafov.

Drugi del knjige, s podnaslovom »Hipergrafi«, je posvečen hipergrafom in (njihovemu posebnemu primeru) matroidom [3]. Matroide je vpeljal že leta 1935 Whitney pri proučevanju lastnosti linearne neodvisnosti, toda svoj pravi razmah je to področje doživelo šele v zadnjem desetletju.

Glede na njeno naravo bi knjigo priporočil predvsem tistim, ki se s teorijo grafov ukvarjajo ali pa se nameravajo z njo temeljiteje seznaniti.

[1] C. Berge, *Théorie des graphes et ses applications*, Dunod, Paris, 1958.

[2] D. König, *Theorie der Endlichen und Unendlichen Graphen*. Akad. Verlag MBH, Leipzig, 1936.

[3] M. Kranjc, *Matroidi*. Postdiplomski seminar iz matematike 9, DMFA SRS, Ljubljana, 1976.

Vladimir Batagelj

VABILO

Študenti vabimo vas, spoštovani bralci, pa tudi vaše prijatelje, na

TRADICIONALNO SREČANJE MATEMATIKOV IN FIZIKOV

12. maja 1978, ob 20. uri, v pivnici »Zvezda« (poleg Maximarketa). Pripravili smo pester program s plesom in srečolovom. Vstopnice po 120.—din (vključeni sta vstopnina in večerja) so na voljo 10. in 11. maja od 13. do 17. ure, na Jadranski c. 19, soba 107. Vstopnice lahko rezervirate na naslov:

FNT — Matematika in mehanika (4. letnik), 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p.p. 543.

Za študente matematike in fizike

Rajko Sabo