DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

177/77 2

ODPISANO

# OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

1977
Letnik 24
2

LETNIK 24. — ŠTEVILKA 2

# OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, MAREC 1977

**Glavni in odgovorni urednik:** Janez Strnad.

**Uredniški odbor:** France Avsec, gimnazija Kranj; Robert Blinc, FNT; Alojz Kodre, FNT; France Kvaternik, tehniška šola za lesarstvo, Ljubljana; Jože Lep, VTŠ, Maribor; Anton Moljk, FNT; Mitja Rosina, FNT; Tomaž Skulj, gimnazija Moste, Ljubljana; Janez Strnad (urednik za fiziko), FNT; Anton Suhadolc (urednik za matematiko), FNT; Ciril Velkovrh (tehnični urednik), FNT; Ivan Vidav, FNT; jezikovni pregled Marija Janežič, inštitut za slovenski jezik SAZU. Slike je narisal Marjan Turk.

**Naročnina:** za posameznike 140.— din (za člane društva je že vračunana članarina 20.— din), za dijake in študente 60.— din, za ustanove in podjetja 180.— din, za tujino 12 $ = 216.— din, posamezna številka 25.— din, dvojna številka 50.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: **Komisija za tisk DMFA SRS,** 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p. p. 227, tel. št. 65-061/53, žiro račun 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki 50100-620-107-900.

**Tiska** tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani, Kopitarjeva ul. 2. Naklada 1500 izvodov.

Izdajo revije sofinancirata Izobraževalna skupnost Slovenije in Raziskovalna skupnost Slovenije.

YU ISSN 0473-7466

## VSEBINA

**Članki** Stran

Regularni kolobarji. I (Niko Prijatelj) ..... 33
Dva najpomembnejša morska tokova (Karel Bajc) ..... 42

**Novice**

Supertežka jedra? (Janez Strnad) ..... 48
Do vse boljše ločljivosti (Marjan Prosen) ..... 54

**Domače vesti**

Jubilej publicistične dejavnosti DMFA SRS (Ciril Velkovrh) ..... 56
France Ahlin, 24. 9. 1905—2. 2. 1977 (Ivan Kuščer in Ciril Velkovrh) ..... 58
28. občni zbor DMFA SRS, 23. 10. 1976, Hotel Bernardin, Portorož (Marjan Hribar) ..... 60
Finančno poročilo Komisije za tisk DMFA SRS od 15. 11. 1975 do 1. 9. 1976 (Janez Markelj) 62

**Prejeli smo v oceno** (Ivan Pucelj, Peter Legiša, Jože Grasselli) ..... 41, 64

**Nove knjige** (Rajko Jamnik, Milan Hladnik, Ciril Velkovrh) ..... III

**Utrinki** ..... 61

**Obvestilo** UO Komisije za tisk DMFA SRS ..... 63

## CONTENTS

**Articles** Page

On regular rings (Niko Prijatelj) ..... 33
Two most important sea currents (Karel Bajc) ..... 42
**News** ..... 48
**Home news** ..... 56
**Reviews** ..... 41, 64
**New books** ..... III

Obzornik mat. fiz. 24 (1977) 2

# REGULARNI KOLOBARJI • I

NIKO PRIJATELJ

AMS Subj. Class. (1970) 16 A 30

V članku podaja avtor pregled osnovnih rezultatov teorije von Neumannovih regularnih kolobarjev.

## ON REGULAR RINGS

Abstract. This is an expository article about elementary results in the theory of von Neumann regular rings.

Regularne kolobarje je uvedel leta 1936 von Neumann [1] z naslednjo definicijo:

Asociativni kolobar $K$ z enoto 1 je regularen,* če obstaja za vsak $a \in K$ tak $x \in K$, da je

$$a = axa \tag{1}$$

Eksistenca takih kolobarjev je neposredno očitna, saj je vsak obseg gotovo regularen kolobar. V tem primeru lahko namreč vzamemo v enačbi (1) za element $x$ kar $a^{-1}$, če je $a \neq 0$, za $a = 0$ pa je kajpak dober sploh vsak $x \in K$.

Pomen teh kolobarjev pa je razviden že iz naslednjega izreka:

($I_1$) *Kolobar $L_F(V)$ vseh endomorfizmov vektorskega prostora $V$ nad poljubnim, tudi nekomutativnim, obsegom $F$ je regularen.*

Ker je za ničelni endomorfizem enačba (1) trivialno rešljiva, izberimo torej kak neničelni element $A \in L_F(V)$. Potem je jedro tega endomorfizma

$$\mathrm{Ker}\ (A) = \{v \in V, \quad Av = 0\} \tag{2}$$

pravi podprostor prostora $V$. Naj bo $B_A$ baza tega podprostora. Če je $A$ monomorfizem, je seveda $\mathrm{Ker}(A) = \{0\}$ in v tem primeru je $B_A$ pač prazna množica $\emptyset$. Kakor vemo, lahko množico $B_A$ vedno dopolnimo v bazo $B$ prostora $V$ s tem, da ji dodamo še neprazno množico $C$ linearno neodvisnih vektorjev. Naj bo torej

$$B = B_A \cup C \tag{3}$$

taka baza prostora $V$ in napravimo množico

$$A(C) = \{Av, \quad v \in C\} \tag{4}$$

Brž spoznamo, da je tudi $A(C)$ množica linearno neodvisnih vektorjev. Pa vzemimo poljubne različne elemente $Av_1, Av_2, \ldots Av_n \in A(C)$ in naj bodo $k_1, k_2, \ldots k_n \in F$ taki, da je $k_1Av_1 + k_2Av_2 + \ldots + k_nAv_n = 0$. Potem je $A(k_1v_1 + k_2v_2 + \ldots + k_nv_n) = 0$, torej $k_1v_1 + k_2v_2 + \ldots + k_hv_h \in \mathrm{Ker}\ (A)$, se pravi, da je ta vsota enaka neki linearni kombinaciji elementov iz $B_A$, oziroma enaka 0, če je $B_A = \emptyset$. Ker so seveda pri tem tudi elementi $v_1, v_2, \ldots v_n \in C$ vsi različni, dobimo tako tudi neko linearno kombinacijo elementov baze $B$ prostora $V$. Odtod pa sledi, da mora biti $k_1 = k_2 = \ldots = k_n = 0$. Potemtakem moremo tudi množico

---

* Nekateri avtorji imenujejo tako tudi kolobar brez enote, če velja (1).

$A(C)$ dopolniti v neko bazo $B_1$ prostora $V$ s tem, da ji po potrebi dodamo še kakšno množico $D$ linearno neodvisnih vektorjev. Pa naj bo

$$B_1 = A(C) \cup D \tag{5}$$

ta nova baza prostora $V$. Ker je vsak endomorfizem natanko določen že s svojimi vrednostmi za bazne vektorje in te vrednosti lahko svobodno izbiramo, obstaja torej tudi tak $X \in L_F(V)$, da je

$$X(Av) = v \quad \text{za vsak} \quad Av \in A(C) \tag{6}$$

Če množica $D$ ni prazna, s tem endomorfizem $X$ niti ni enolično določen, saj njegove vrednosti za bazne vektorje iz $D$ lahko še po volji izberemo. Toda za vsak $X \in L_F(V)$, ki ustreza (6), zavzame endomorfizem $AXA$ v baznih vektorjih stare baze $B$ iste vrednosti kot $A$. Če je namreč $v \in B_A$, je seveda tudi $v \in \text{Ker}\,(A)$ in zato je

$$AXAv = 0 = Av$$

In če je $v \in C$, je zaradi (4) in (6)

$$AXAv = A(XAv) = Av$$

Odtod pa seveda sledi, da je

$$AXA = A$$

in tako je rešljivost enačbe (1) v kolobarju endomorfizmov $L_F(V)$ izpričana.

Če je vektorski prostor $V$ končnodimenzionalen, nam torej izrek ($I_1$) pove:

Za vsako naravno število $n \geqq 1$ in za vsak obseg $F$ je kolobar vseh kvadratnih matrik $K_n$ reda $n$ z elementi iz $F$ regularen.

V nadaljevanju bomo opisali nekaj osnovnih lastnosti regularnih kolobarjev.

Najprej razvidimo iz enakosti (1), da sta

$$e = ax \quad \text{in} \quad f = xa \tag{7}$$

dempotentna elementa kolobarja $K$, saj je očitno

$$e^2 = (ax)\,(ax) = (axa)x = ax = e \quad \text{in} \quad f^2 = (xa)\,(xa) = x(axa) = xa = f$$

Ker ima kolobar $K$ enoto, je glavni levi (desni) ideal, generiran s kakim elementom $a \in K$, množica

$$Ka = \{ya, y \in K\} \quad (aK = \{ay, y \in K\}) \tag{8}$$

Pa naj bo $a = axa, e = ax$ in $f = xa$. Potem je $f \in Ka$ in zato je $Kf \subseteq Ka$. Zaradi $a = a(xa) = af$ pa je tudi $a \in Kf$, se pravi, da je tudi $Ka \subseteq Kf$. Potemtakem je $Ka = Kf$ in podobno se izkaže, da je $aK = eK$. Torej smo ugotovili:

($I_2$) *V regularnem kolobarju je vsak glavni levi (desni) ideal generiran z nekim idempotentom.*

Naj bo zdaj $K$ poljuben asociativen kolobar z enoto, v katerem je vsak glavni levi (desni) ideal generiran z nekim idempotentom. Izberimo torej kak $a \in K$ in naj bo $Ka = Kf$ in $f^2 = f$. Potem je očitno tudi $(1 - f)^2 = 1 - 2f + f^2 = 1 - f$, se pravi, da je tudi $1 - f$ idempotent. Ker je za vsak $x \in K$ očitno $x = xf + x(1 - f)$, je $K = Kf + K(1 - f)$. Toda iz $z \in Kf \cap K(1 - f)$, se pravi $z = xf = y(1 - f)$ za primerna $x, y \in K$, sledi takoj, da je $zf = xf^2 = xf = y(1 - f)f = y(f - f^2) = 0$, torej je $z = xf = 0$ in zato $Kf \cap K(1 - f) = \{0\}$. Potemtakem je $K$ direktna vsota levih idealov $Kf$ in $K(1 - f)$, torej $K = Kf \oplus K(1 - f)$. Podobno dobimo iz $aK = eK$ in $e^2 = e$, da je $K = eK \oplus (1 - e)K$. Odtod:

($I_3$) *Če je v asociativnem kolobarju $K$ z enoto vsak levi (desni) glavni ideal generiran z nekim idempotentom, potem obstaja za vsak $a \in K$ tak $b \in K (c \in K)$, da je $K = Ka \oplus Kb$ $(K = aK \oplus cK)$.*

Neposredna posledica tega izreka je kajpak tale precej »ohlapnejša« trditev:

($I_4$) *Če je v asociativnem kolobarju $K$ z enoto vsak levi (desni) glavni ideal generiran z nekim idempotentom, potem obstaja za vsak $a \in K$ tak levi ideal $I_l$ (desni ideal $I_d$), da je $K = Ka \oplus$ $\oplus I_l (K = aK \oplus I_d)$.*

Pa naj bo zdaj $K$ poljuben asociativen kolobar z enoto, v katerem eksistira za vsak $a \in K$ tak levi ideal $I_l$, da je $K = Ka \oplus I_l$. Potem je $1 = xa + b$ za določena $x \in K$ in $b \in I_l$ in zato $a = axa + ab$. Toda iz $ab = (1 - ax)a$ vidimo, da je $ab$ hkrati v obeh direktnih sumandih $I_l$ in $Ka$. Potemtakem je $ab = 0$ in $a = axa$, se pravi, da je kolobar $K$ regularen. Enak rezultat dobimo, če izhajamo iz desnih idealov. Torej:

($I_5$) *Vsak asociativen kolobar $K$ z enoto, v katerem obstaja za vsak $a \in K$ tak levi ideal $I_l$ (desni ideal $I_d$), da je $K = Ka \oplus I_l (K = aK \oplus I_d)$, je regularen.*

Iz izrekov ($I_2$)—($I_5$) vidimo, da je vsaka izmed navedenih lastnosti za regularne kolobarje karakteristična.

Glede idealov lahko pokažemo tole:

($I_6$) *V regularnem kolobarju $K$ je vsak končno generiran levi (desni) ideal glavni levi (desni) ideal.*

Očitno je povsem dovolj, če pokažemo, da je vsak levi (desni) ideal, ki je generiran z dvema elementoma $a, b \in K$, glavni ideal. Če se lotimo spet levih idealov, potem je ideal, ki je generiran z elementoma $a, b \in K$, množica

$$Ka + Kb = \{xa + yb, x, y \in K\} \tag{9}$$

Po ($I_2$) obstajata idempotenta $f_1, f_2$, da je $Ka = Kf_1$ in $Kb = Kf_2$, se pravi, da je

$$Ka + Kb = Kf_1 + Kf_2 \tag{10}$$

Toda za poljubna $x, y \in K$ je

$$xf_1 + yf_2 = (x + yf_2)f_1 + y(f_2 - f_2f_1) \quad \text{in} \quad xf_1 + y(f_2 - f_2f_1) = (x - yf_2)f_1 + yf_2$$

in zato je

$$Kf_1 + Kf_2 = Kf_1 + K(f_2 - f_2f_1) \tag{11}$$

Naj bo $x \in K$ tak, da je po (1): $f_2 - f_2f_1 = (f_2 - f_2f_1)x(f_2 - f_2f_1)$. Potem je po (7) in razmisleku, ki nas je vodil do izreka ($I_2$), element $f_3 = x(f_2 - f_2f_1)$ tak idempotent, da je $K(f_2 - f_2f_1) = Kf_3$ in zato je

$$Kf_1 + K(f_2 - f_2f_1) = Kf_1 + Kf_3 \tag{12}$$

Ker je $f_1^2 = f_1$, je $f_3f_1 = x(f_2 - f_2f_1)f_1 = x(f_2f_1 - f_2f_1) = 0$ in tako je za poljubna $x, y \in K$, če upoštevamo, da je tudi $f_3^2 = f_3$, $xf_1 + yf_3 = (xf_1 + yf_3)(f_1 + f_3 - f_1f_3)$ in $x(f_1 + f_3 - f_1f_3) = xf_1 + (x - xf_1)f_3$. Potemtakem je

$$Kf_1 + Kf_3 = K(f_1 + f_3 - f_1f_3) \tag{13}$$

Iz enakosti (10)—(13) dobimo naposled, da je

$$Ka + Kb = K(f_1 + f_3 - f_1f_3)$$

in s tem je trditev dokazana. Podobno dokažemo tudi za desne ideale.

Na podlagi tega izreka lahko torej v ($I_4$) in ($I_5$) nadomestimo glavni ideal s končno generiranim idealom in pridemo tako do še ene karakterizacije regularnosti:

($I_7$) *Kolobar $K$ je regularen natanko tedaj, kadar obstaja za vsak končno generiran levi (desni) ideal $J$ tak levi ideal $I_l$ (desni ideal $I_d$), da je $K = J \oplus I_l$ $(K = J \oplus I_d)$.*

V splošni teoriji kolobarjev imajo pomembno vlogo tako imenovani anihilatorji. Če je $K$ poljuben asociativen kolobar, je za vsako podmnožico $A \subseteq K$ levi (desni) anihilator podmnožice $A$ množica

$$\begin{aligned} L(A) &= \{z \in K,\ za = 0 \text{ za vsak } a \in A\} \\ (D(A) &= \{z \in K,\ az = 0 \text{ za vsak } a \in A\}) \end{aligned} \tag{14}$$

Ker očitno veljata sklepa

$$z_1, z_2 \in L(A) \Rightarrow z_1 - z_2 \in L(A) \quad \text{ter} \quad x \in K \quad \text{in} \quad z \in L(A) \Rightarrow xz \in L(A),$$

je vsak levi anihilator levi ideal. Enako dobimo, da je seveda vsak desni anihilator desni ideal kolobarja $K$. Asociativen kolobar $K$ imenujemo Rickartov kolobar, kadar obstajata za vsak $a \in K$ taka idempotenta $e, f \in K$, da je

$$L(\{a\}) = Kf \quad \text{in} \quad D(\{a\}) = eK \tag{15}$$

Brž spoznamo, da ima vsak Rickartov kolobar $K$ enoto. Ker je kajpak $L(\{0\}) = D(\{0\}) = K$, eksistirata po (15) idempotenta $e, f \in K$, da je

$$K = Kf \quad \text{in} \quad K = eK \tag{16}$$

Iz prve enakosti vidimo, da je za vsak $x \in K$

$$x = yf \Rightarrow xf = yf^2 = yf \Rightarrow x = xf$$

se pravi, da je $f$ desna enota kolobarja $K$. Iz druge pa dobimo podobno, da je $e$ leva enota v $K$. Zato je $e = ef = f$ enota kolobarja $K$.

Zdaj pa pokažimo:

($I_8$) *Vsak regularen kolobar $K$ je Rickartov kolobar.*

Naj bo $a \in K$ in vzemimo tak idempotent $e \in K$, da je po ($I_2$)

$$aK = eK \tag{17}$$

Ker ima kolobar $K$ enoto, je očitno $L(\{a\}) = L(aK)$ za vsak $a \in K$. Potemtakem je na podlagi (17)

$$L(\{a\}) = L(aK) = L(eK) = L(\{e\}) \tag{18}$$

Toda

$$L(\{e\}) = K(1 - e) \tag{19}$$

saj velja

$$x \in L(\{e\}) \Rightarrow xe = 0 \Rightarrow x = x - xe \Rightarrow x = x(1 - e) \Rightarrow x \in K(1 - e)$$

in ker je seveda tudi $1 - e$ idempotent, velja tudi sklep

$$x \in K(1 - e) \Rightarrow x = x(1 - e) \Rightarrow xe = 0 \Rightarrow x \in L(\{e\})$$

Iz (18) in (19) pa dobimo, da je

$$L(\{a\}) = K(1 - e)$$

In če je $f \in K$ tak idempotent, da je po ($I_2$)

$$Ka = Kf$$

$$\begin{array}{c} \\ \dfrac{n}{2^k-n}\left(\begin{array}{c|c} A, & B \\ \hline C, & D \end{array}\right)- \end{array} \quad \begin{array}{c} n \mid 2^k-n \\ \\ \end{array} \tag{34}$$

in priredimo vsaki matriki $A$ reda $n$ matriko

$$\begin{pmatrix} A, 0 \\ 0, 0 \end{pmatrix} \tag{35}$$

reda $2^k$, smo kolobar $K_n$ očitno izomorfno preslikali na podkolobar natanko tistih matrik kolobarja $K_2{}^k$, ki imajo obliko (35). Potemtakem nam je treba le še spoznati, da je ta podkolobar regularen. Če je $I$ enotna matrika reda $n$, takoj vidimo, da je njena izomorfna slika

$$\begin{pmatrix} I, 0 \\ 0, 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I, 0 \\ 0, 0 \end{pmatrix}^2 \tag{36}$$

Idempotentni element v kolobarju $K_2{}^k$. Toda za vsako matriko reda $2^k$, ki jo pišemo v obliki (34), tudi velja

$$\begin{pmatrix} I, 0 \\ 0, 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A, B \\ C, D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I, 0 \\ 0, 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A, 0 \\ 0, 0 \end{pmatrix}$$

Odtod pa sledi, da je podkolobar vseh matrik oblike (35) kotni kolobar kolobarja $K_2{}^k$. in ker iz drugega dela dokaza že vemo, da je kolobar $K_2{}^k$ regularen, je po ($I_{17}$) regularen tudi podkolobar vseh matrik oblike (35). S tem je izrek ($I_{18}$) v celoti dokazan.

## BIBLIOGRAFIJA


[1] von Neumann, *On regular Rings*, Proceedings of the National Academy of Sciences, 22 (1936).
[2] von Neumann, *Continuous Geometry*, Princeton University, 1960.
[3] I. Kaplansky, *Fields and Rings*, Chicago Lectures, 1972.


# PREJELI SMO V OCENO

**Th. Bröcker, Differentiable Germs and Catastrophes, London Mathematical Society Lecture Note Series 17, Cambridge University press, London 1975, cena £ 4.25**

Knjiga podaja matematične osnove teorije katastrof. Teorija je nastala v tem desetletju, njen začetnik pa je R. Thom. Zbudila je veliko zanimanje, ker pojasnjuje nenadne dogodke (»katastrofe«), do katerih pride z zveznim spreminjanjem parametrov, in ker obeta uporabo v fiziki, tehniki, biologiji in ekonomiki.

Knjiga se začne z razlago osnovnih pojmov teorije gladkih mnogoterosti in gladkih preslikav. Nato avtor uvede osnovna pripomočka, Sardov izrek in Malgrange-Matherjev »pripravljalni izrek«, ter pokaže njun pomen z nekaj zgledi. V drugi polovici knjige razvije Matherjevo teorijo razgrinjanja singularnosti in njeno uporabo v teoriji katastrof. Na koncu podrobneje obdela elementarne katastrofe.

Knjiga je napisana za matematike; predvsem je primerna za podiplomske študente.

Obzornik mat. fiz. **24** (1977) 2

# DVA NAJPOMEMBNEJŠA MORSKA TOKOVA

KAREL BAJC

UDK 551.465.5.001.5

V članku sta obdelana modela dveh morskih tokov, ki sta najpomembnejša v praksi in sta v teoriji izhodišče za bolj zapletene modele. To sta geostrofski tok in nepospešeni vetrni tok v neskončnem homogenem oceanu.

## TWO MOST IMPORTANT SEA CURRENTS

Two sea current models, important practically as well as theoretically as starting points for more complicated ones, are discussed. These are the geostrophic current and the unaccelerated wind-driven current in an infinite homogeneous ocean.

## Uvod

Teorija morskih tokov se ukvarja s pojavi, ki potekajo hkrati v oceanu in ozračju. Vetrovi in tokovi so sklopljeni deli iste celote; delujejo drugi na druge v obeh smereh. Veter povzroča tokove, ti pa imajo velik vpliv na podnebje in vreme, torej na vetrove.

V praksi se je treba bolj ali manj omejiti na enega od obeh delov celote. V našem primeru se omejimo na ocean. Drugega dela sploh ne upoštevamo (pri geostrofskem toku) ali pa ga upoštevamo le pri vrhnjem robnem pogoju (pri vetrnem toku).

## Osnovne enačbe

Osnovne enačbe hidrodinamike priredimo za neinercialni sistem vrteče se Zemlje:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \mathbf{0} \tag{2.1}$$

$$\partial \mathbf{v}/\partial t + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\rho^{-1}\nabla p + 2\boldsymbol{\gamma} \times \boldsymbol{\omega} + \mathbf{g} + \mu \nabla^2 \mathbf{v} \tag{2.2}$$

Enačba (2.1) je posledica nestisljivosti. V enačbi (2.2) pa je pospešek vodnega delca izenačen z rezultanto vseh sil na masno enoto. Te so gradient tlaka, sistemska Coriolisova sila, teža in sila vrtinčne viskoznosti [1]. V kartezijskem koordinatnem sistemu, izbranem tako, da kaže os $x$ proti vzhodu, os $y$ proti severu in os $z$ navpično navzgor, zapišemo Coriolisovo silo kot

$$2\omega(v \sin\varphi - w \cos\varphi, -u \sin\varphi, u \cos\varphi) \simeq (fv, -fu, 0) = f\mathbf{v}_h \times \mathbf{k} \tag{2.3}$$

$\varphi$ je zemljepisna širina, $f = 2\omega \sin\varphi$, $\mathbf{v}_h$ vodoravna hitrost in $\mathbf{k}$ enotni vektor v navpični smeri. Količine $\varphi$, $f$ in $\mathbf{k}$ imamo za konstantne. To pomeni, da se omejimo na tokove, ki niso preveč razsežni. V enačbi (2.3) smo izpustili drugi člen prve komponente, ker je v morju navpična komponenta hitrosti mnogo manjša od vodoravne ($w \ll v$). To izvira iz dejstva, da so razsežnosti v navpični smeri-globini ($\sim 10^3$ m) mnogo manjše od razsežnosti v vodoravni smeri ($10^5$—$10^6$ m). Izpustili smo tudi tretjo komponento Coriolisove sile, ker je majhna v primeri z $g$ in $\rho^{-1}\partial p/\partial z$.

Nič manj kot za tokove bi enačbe lahko rabile tudi za vetrove [1]. Zares je zrak stisljiv, voda pa praktično nestisljiva, vendar se vpliv stisljivosti začne javljati šele pri hitrostih blizu zvočne. Pač pa so razlike med morjem in ozračjem v robnih pogojih: pri obravnavanju splošne cirkulacije so ti lažji za ozračje kot za morje. Tudi vpliv soli, raztopljenih

v morju, se precej razlikuje od vpliva vodne pare in ogljikovega dioksida v zraku. Dalje je delovanje Sonca na ozračje mnogo bolj neposredno od delovanja na morje.

V nadaljevanju si bomo ogledali dva najpreprostejša, a praktično najpomembnejša modela za morske tokove. Sorodnega, a težjega problema splošne oceanske cirkulacije, to je poskusa sinteze celotnega hitrostnega polja dejanskih oceanskih tokov v realnih oceanskih bazenih, se ne mislimo dotakniti [2].

## Geostrofski tok

Velike tokove, kot npr. Zalivski tok ali Kurošijo, opazovalec vidi kot orjaške reke, katerih gibanje (s hitrostjo, ki ponekod doseže 2,5 m/sek) je vsaj na prvi pogled in za krajši čas stacionarno. V enačbi (2.2) pomeni to, da je prvi člen na levi strani enak nič. Napravimo še korak in vzemimo, da je gibanje nepospešeno, kar pomeni, da je vsa leva stran enaka nič in da so sile v ravnovesju. Viskoznost zanemarimo. Dobljeni nepospešeni tok brez trenja, ko se uravnovesita gradient tlaka in Coriolisova sila, se imenuje *geostrofski tok* (v meteorologiji mu ustreza geostrofski veter [1]). Enačba (2.2) preide v

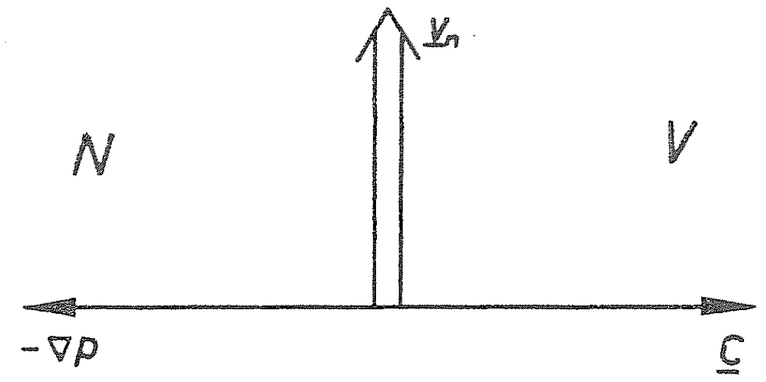
$$\rho^{-1} \nabla p = f \mathbf{v}_h \times \mathbf{k} + \mathbf{g} \tag{3.1}$$

To razcepimo na vodoravno in navpično komponento,

$$\mathbf{v}_h = (\rho f)^{-1} \mathbf{k} \times \nabla_h p \tag{3.2}$$

$$\partial p/\partial z = -g\rho \tag{3.3}$$

Iz enačbe (3.2) razberemo smer hitrosti. Na severni polobli jo določa pravilo: če gleda opazovalec v smeri toka $\mathbf{v}_h$, ima visoki tlak na svoji desni (sl. 1). (Na južni polobli je smer nasprotna.)




Slika 1: Hitrost $v$ pri geostrofskem toku na severni polobli. $C$ je Coriosova sila, $-\nabla p$ je gradient tlaka, V visok tlak, N nizek

Z integracijo enačbe (3.3) med poljubno globino $z$ in gladino $z = \eta$ dobimo hidrostatični tlak $p - p(\eta) = g \int_z^\eta \rho \, dz$. Odtod sledi, če predpostavimo, da je atmosferski tlak $p(\eta)$ po vsej gladini konstanten:

$$\nabla_h p = g \int_z^\eta \nabla_h \rho \, dz + g\rho(\eta) \nabla_h \eta \tag{3.4}$$

Končni rezultat je močno odvisen od tega, ali vzamemo vodo za homogeno ($\rho$ = konst.) ali ne. Tako je npr. v polarnih vodah morje približno homogeno. Prvi člen na desni v enačbi (3.4) odpade: hitrost je le malo odvisna od globine in praktično enaka $(g/f)\,\mathbf{k} \times \nabla_h \eta$, sorazmerna torej nagibu gladine in pravokotna nanj (vzporedna izohipsam).

V srednjih zemljepisnih širinah pa morje navadno ni homogeno. Če delujemo na enačbo (3.2) z $\partial/\partial z$, na (3.3) pa z $\nabla_h$ in še enkrat uporabimo enačbo (3.2), dobimo

$$\partial \mathbf{v}_h/\partial z = -\rho^{-1} \mathbf{v}_h \, \partial\rho/\partial z - g\,(\rho f)^{-1} \mathbf{k} \times \nabla_h \rho \tag{3.5}$$

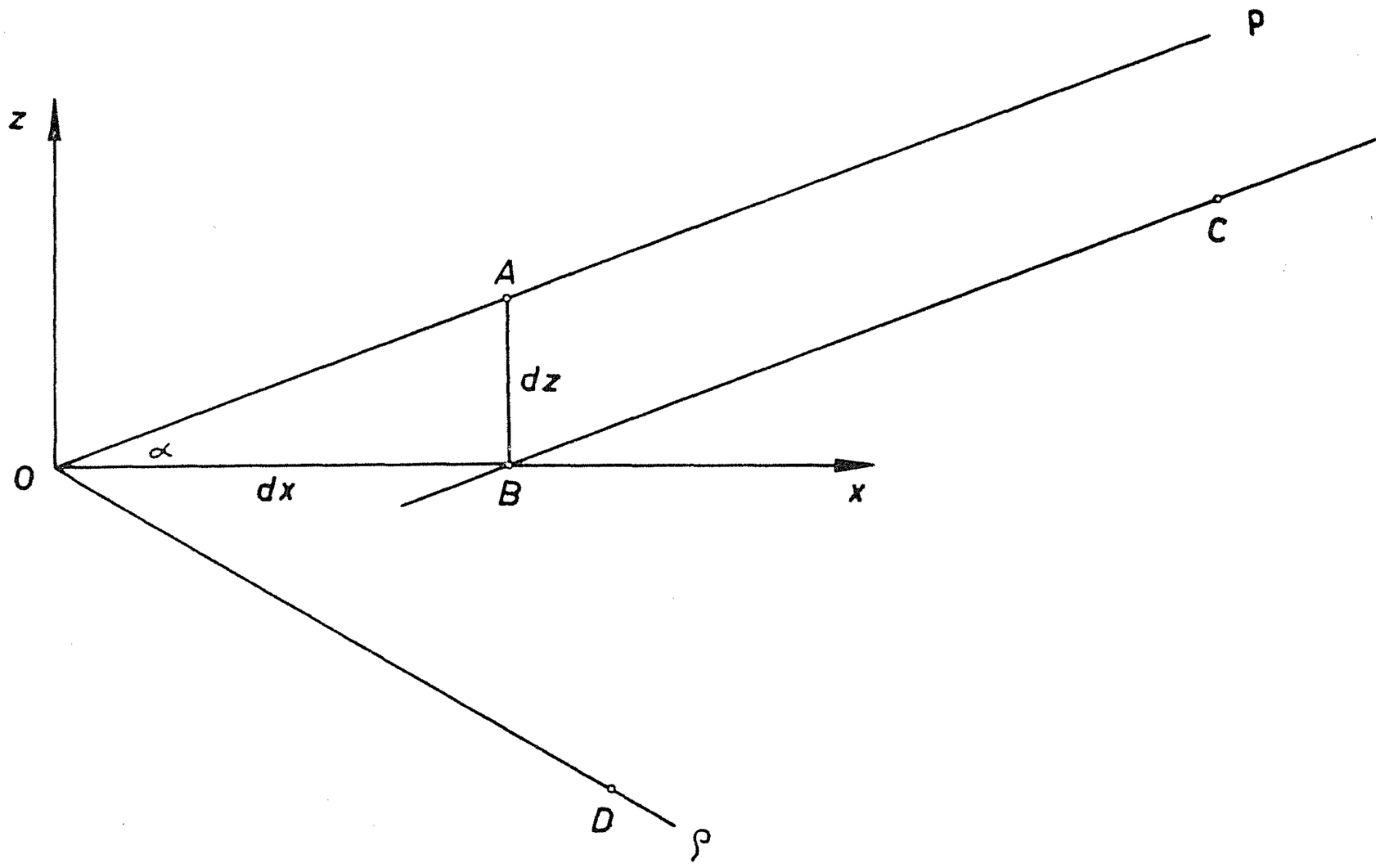
Prvi člen na desni je mnogo manjši od drugega, čeprav je $\partial\rho/\partial z \gg \nabla_h \rho$. Za tipične vrednosti $v_h = 10^2$ cm/s, $f = 10^{-4}$ s$^{-1}$, $g = 10^3$ cm/s$^2$, $\partial\rho/\partial z = 10^3 \, \nabla_h \rho$ je prvi člen stokrat manjši od drugega. Zato je približno

$$\partial \mathbf{v}_h/\partial z = (g/f\rho) \, \nabla_h \rho \times \mathbf{k} \tag{3.6}$$

Če izvzamemo vrhnjo plast, pada $v_h$ z globino. Zato ima $\partial \mathbf{v}_h/\partial z$ približno isto smer kot $\nabla_h$. Po primerjavi (3.2) in (3.6), ugotovimo: opazovalec, ki gleda v smeri toka, ima veliko gostoto na svoji levi. Izopikne ploskve (ploskve z enako gostoto) so nagnjene v nasprotni smeri kot izobarne ploskve.

Kot $\alpha$ med izobarno ploskvijo (pri konstantnem zračnem tlaku je tudi gladina ena izmed izobarnih ploskev) in vodoravno (ekvipotencialno) ploskvijo določimo takole (sl. 2):

$$\operatorname{tg} \alpha = \mathrm{AB}/\mathrm{OB} = dz/dx = \rho g\, dz/\rho g\, dx = dp/\rho g\, dx = |\ \nabla_h p\ |/\rho g = (f/g) v_h \qquad (3.7)$$




Slika 2: Kot $\alpha$ med izobarno in ekvipotencialno ploskvijo. OA in BC izobarni ploskvi, OB ekvipotencialna ploskev, OD izopikna ploskev

Vidimo, da ima ta kot velikostno stopnjo $10^{-2}$. To ni merljivo. Tako je v Rokavskem prelivu [3] povprečna hitrost toka iz Atlantika v Severno morje 6,6 cm/s. Iz (3.7) dobimo $\alpha = 7{,}4 \cdot 10^{-7}$. Ker je širina 35 km, pomeni, da je povprečna gladina morja na francoski obali za kakih 2,6 cm višja od gladine na angleški.

Zlahka dokažemo, da so izobare (preseki izobarnih ploskev z vodoravnimi ravninami) in izopikne (preseki izopiknih ploskev z vodoravnimi ravninami) med seboj vzporedne. Tako so izobare vzporedne s tokom. Tudi izopikne so vzporedne s tokom. O tem se prepričamo, če pomnožimo enačbo (3.2) z $\rho$ in nato delujemo nanjo z $\nabla_h$:

$$\nabla_h \rho \cdot \mathbf{v}_h + \rho \nabla_h \cdot \mathbf{v}_h = f^{-1} \nabla_h \cdot (\mathbf{k} \times \nabla_h p)$$

Drugi člen na levi strani je zaradi (2.1) enak nič, ker ni navpičnih tokov. Prav tako je desna stran, ki jo lahko predelamo v $f^{-2} \nabla_h p \cdot (\nabla_h \times \mathbf{k})$, zaradi privzetka $\mathbf{k} =$ konst. enaka nič. Iz tega sledi navedena trditev.

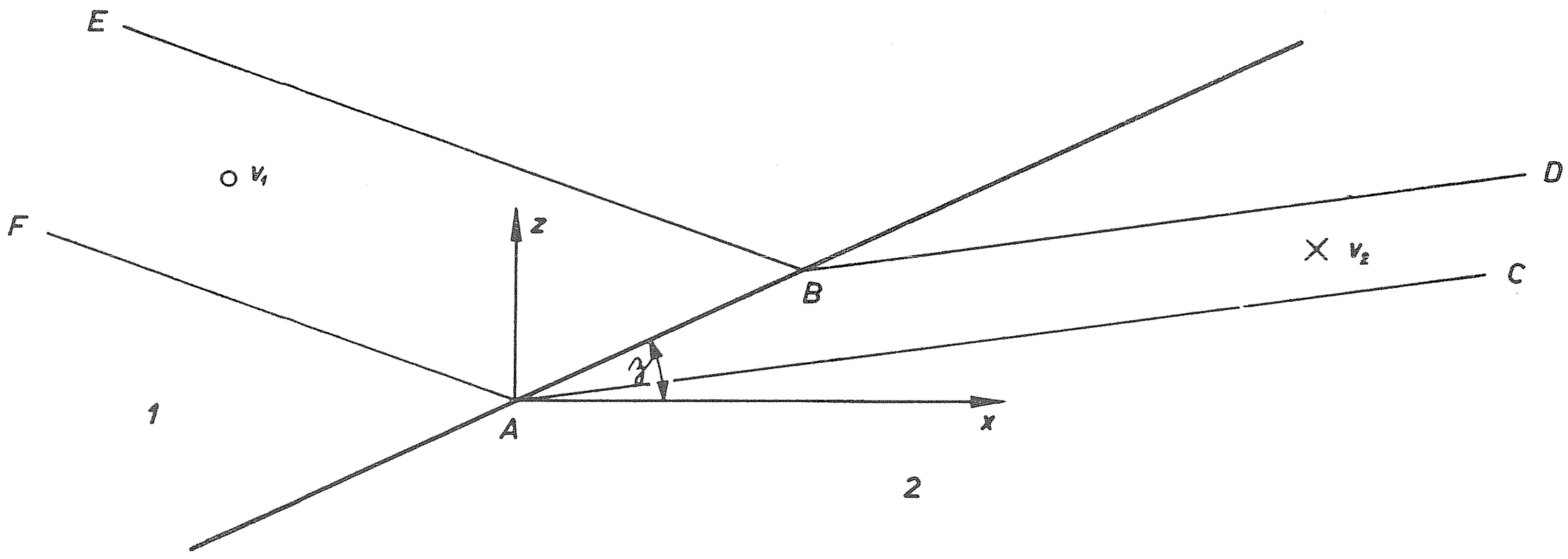
O uporabi enačbe (3.4) pri izračunavanju tokov — tako imenovani *dinamični metodi* — bi bilo mogoče na široko razpravljati [4]. Tukaj se zadovoljimo z najnujnejšimi pripombami. V zaporednih postajah istega profila danega morja izmerimo v raznih globinah temperaturo $T$ in slanost $S$. (Slednje napravimo navadno z analizo vzorcev, redkeje *in situ* po merjenju električne prevodnosti morske vode.) Iz tabelirane zveze $\rho = \rho\,(T, S)$ določimo gostoto.

Absolutne hitrosti, ki jih dobimo iz (3.2) in (3.4), vsebujejo neznani nagib morske gladine $\nabla_h n$. Pri relativni hitrosti dane postaje glede na drugo (na isti vertikali) $v_h - v_{h2}$ pa ta odpade. Zato delajo oceanografi vedno z relativnimi hitrostmi. Od njih preidejo

na absolutne takole: če je od neke dovolj velike globine navzdol v omejenem območju $v_{h2} - v_{h2} = 0$, sklepajo, da velja $v_{h2} = v_{h2} = 0$ po vsej globini. Dosegli so tako imenovano *mirno plast*. V nasprotnem primeru bi imeli opravek z razsežnim enakomernim tokom v globini, proti čemur govori izkušnja. Začasno dobljene relativne hitrosti v višjih plasteh preračunamo na mirno plast, pa imamo vse hitrostno polje.

Ob ekvatorju je $f = 0$ in enačba (3.6) ne velja več. Opazovanja v njegovi bližini kažejo, da se tokovi tam zelo hitro spreminjajo v navpični smeri. To kaže, da velja enačba (3.6) bolj splošno, kot bi se zdelo na prvi pogled.

Pa še nekaj se dogaja v majhnih zemljepisnih širinah: $\partial\rho/\partial z$ je tam v nekaterih globinah — v tako imenovanem *termoklinu* — zelo velik. Take primere lahko shematiziramo z modelom *dvojne plasti*. V zgornji, homogeni plasti je gostota $\rho_1$ majhna, v spodnji, prav tako homogeni, pa je gostota $\rho_2$ velika. Meja med plastema ustreza fronti v meteorologiji in je kot tam nagnjena proti vodoravni ploskvi (sl. 3).




Slika 3: Nagib fronte nad vodoravnico. AB je fronta, AF in BE izobari v gornji plasti, AC in BD izobari v spodnji plasti 2. Krogec (o) pomeni tok navpično navzgor, križec (×) pa tok navpično navzdol (v list)

Izračunajmo kot $\beta$ med to mejo in vodoravno ravnino. Tlaka v A in B sta povezana takole:

$$p_1(B) = p_1(A) + (\partial p/\partial x)_1\, dx + (\partial p/\partial z)_1\, dz$$

Indeks 1 se nanaša na zgornjo plast. Za spodnjo plast velja:

$$p_2(B) = p_2(A) + (\partial p/\partial x)_2\, dx + (\partial p/\partial z)_2\, dz$$

Zvezna količina pri prehodu čez fronto v A ali B je tlak. Nista pa zvezna njegova odvoda, saj je $\partial p/\partial z = -\rho g$ in $\partial p/\partial x = |\nabla_h p|$. V geostrofskem približku je $|\nabla_h p|$ sorazmeren z $v_h$. Če upoštevamo zveznost tlakov, dobimo za $\operatorname{tg}\beta = dz/dx$:

$$\operatorname{tg}\beta = -[(\partial p/\partial x)_2 - (\partial p/\partial x)_1]/[(\partial p/\partial z)_2 - (\partial p/\partial z)_1]$$

Vstavimo enačbi (3.2) in (3.3) za geostrofski tok, pa sledi

$$\operatorname{tg}\beta = (f/g)\,(\rho_2 v_{h_2} - \rho_1 v_{h_1})/(\rho_2 - \rho_1) \tag{3.8}$$

Lažja voda plava na težji. Tako mora veljati $\operatorname{tg}\beta > 0$ in zaradi $\rho_2 - \rho_1 > 0$ še $\rho_2 v_{h_2} - \rho_1 v_{h_1} > 0$. Temu je zadoščeno, če je

1. $v_{h_1} < 0$ in $v_{h_2} > 0$ (kot na sl. 3)

2. $v_{h_2} > (\rho_1/\rho_2) v_{h_1} > 0$. Toka v obeh plasteh sta enako usmerjena; tok v gostejši plasti pa mora biti precej močan.

3. $v_{h_1} < 0$ in $v_{h_2} < 0$; $|v_{h_2}| < (\rho_1/\rho_2)\,|v_{h_1}|$. Toka sta enako usmerjena, tok v gostejši plasti pa ne sme biti prevelik.

Enačba (3.8) je uporabna tudi v meteorologiji; tam jo imenujejo Margulesova enačba. Resnici na ljubo povejmo, da jo je prvi izpeljal Witte za ocean po analizi podatkov s križarjenja oceanografske ladje Challenger [5].

## Vetrni tokovi

Ne dvomimo o zvezi med vetrovi in morskimi tokovi, a je ne poznamo natančno. Med izmerljivo hitrostjo vetra v določeni višini nad gladino $V$ in silo vetra na ploskovno enoto morske gladine $\tau$, velja empirična zveza: $\tau = \rho' C(V)\, V^2$. Tu je $\rho'$ gostota zraka, približno $1{,}25 \cdot 10^{-3}$ g/cm³ in $C(V)$ neznana funkcija hitrosti vetra $V$. Ker ni izdelane teorije, privzamemo $C(V) = \text{konst.} = 2{,}6 \cdot 10^{-3}$. To ustreza višini anemometra kakih 15 m ob hitrosti vetra okrog 20 m/s. Za manjše hitrosti pa je to zagotovo le grob približek. $\tau$ je namreč odvisen še od stabilnosti zračne plasti nad gladino (njenega Richardsonovega števila) ter od hidrodinamične »hrapavosti« gladine same (torej od valov). Odvisnost valov od trajanja vetra se zato prenese na tokove. Podobno so odvisni valovi in z njimi tokovi še od površine morske gladine, nad katero piha veter, od tako imenovanega *fetcha*.

Gibalna količina vetra se preko sile na ploskovno enoto $\tau$ prenese iz ozračja na morje. Del gibalne količine gre na račun valov, ostanek spravi v gibanje vrhnje plasti morja. Te vlečejo zaradi notranjega trenja za sabo nižje plasti. Sila na plast je enaka $\mu \partial^2 v/\partial z^2$, če je $\mu$ vertikalni koeficient vrtinčne viskoznosti. Tudi ta količina se precej spreminja z globino in tipično hitrostjo toka.

Znova privzemimo, da je gibanje nepospešeno, da so obale in dno dovolj daleč, $\nabla_h p = 0$. Poleg tega naj traja veter dovolj dolgo in naj bo njegov fetch dovolj velik. Preostane ravnovesje med Coriolisovo silo in trenjem med plastmi:

$$f\rho u = \mu \partial^2 v^2/\partial z^2 \qquad -f\rho v = \mu \partial^2 u/\partial z^2$$

Robna pogoja sta

$$\tau = \mu \partial \mathrm{v}/\partial z \quad (z = 0) \qquad \mathrm{v} = 0 \quad (z \to -\infty)$$

Za kompleksno hitrost $w = u + \mathrm{i}v$ mora tedaj veljati enačba

$$\partial^2 w/\partial z^2 = (\mathrm{i} f\rho/\mu)\, w \tag{4.1}$$

z robnima pogojema

$$\lim_{z \to -\infty} w = 0 \tag{4.2}$$

$$\mu \partial w/\partial z = \tau \qquad (z = 0) \tag{4.3}$$

Rešitev enačbe (4.1) z robnim pogojem (4.2) je $w = A \exp(x\, \mathrm{i}^{1/2} z)$, če vpeljemo $(\rho f/\mu)^{1/2} = x$. Izberimo koordinatni sistem tako, da je $\tau_x = 0$, $\tau = \mathrm{i}\, \tau_y$. Iz robnega pogoja (4.3) sledi

$$w = (\tau_y/\mu x)\mathrm{i}^{1/2} \exp(x\, \mathrm{i}^{1/2}\, z)$$

$$u = \mathrm{Re}\, w = (\tau_y/\mu x) \exp(x\, 2^{-1/2}\, z) \cos(x\, 2^{-1/2}\, z + \tfrac{1}{4}\pi)$$
$$v = \mathrm{Im}\, w = (\tau_y/\mu x) \exp(x\, 2^{-1/2}\, z) \sin(x\, 2^{-1/2}\, z + \tfrac{1}{4}\pi) \tag{4.4}$$

Ob gladini ($z = 0$) je tok obrnjen 45° proti desni glede na veter. Njegova absolutna vrednost je $V_0 = \tau_y (\rho f \mu)^{-1/2}$. Tok v večjih globinah se manjša po absolutni vrednosti in zavija še bolj proti desni: konice tokovnih vektorjev na isti vertikali opišejo logaritemsko spiralo — *Ekmanovo spiralo*.

Zares se ledene gore na severni polobli ne gibljejo v smeri vetra, temveč pod kotom 20° do 40° proti njegovi smeri na desno. Tudi odvisnost vrhnjega toka $V_0$ od zemljepisne širine ($\alpha\, (\sin\varphi)^{-1/2}$) so potrdila opazovanja. Za pravilnost teorije pa najbolj govorita *izviranje* (upwelling) in *ugrezanje* (sinking). To sta tokova z izdatno navpično komponento, prvi navzgor, drugi navzdol. Preden se ju dotaknemo, izračunajmo masni transport od gladine do dna:

$$\int_{-\infty}^{o} \rho\, w\, dz = (\rho \tau_y/\mu x)\, \mathrm{i}^{1/2} \int_{-\infty}^{z} \exp(x\, i^{1/2}\, z)\, dz = \tau_y/f$$

Celotni masni transport je torej pravokoten na smer vetra, ni odvisen od $\mu$ in kaže proti njegovi desni (na južni polobli proti njegovi levi).

Vzemimo, da piha veter vzporedno z obalo tako, da jo ima na svoji levi. Njegov Ekmanov transport je usmerjen proti njegovi desni, torej od obale ven. Voda, ki naj nadomesti ta transport, ne more prihajati od drugod kot iz globine. Tok mora torej imeti veliko komponento navpično navzgor: to je izviranje (upwelling). Pojav je zelo pomemben za morsko biologijo: Navpični tokovi prinesejo na površje z minerali bogato vodo, ki bi sicer v globini zaradi pomanjkanja sončnega sevanja ostala za življenjske procese neizkoriščena. Zato imajo take obalne vode (npr. perujska) zelo bogato morsko rastlinstvo, dosti rib in ptičev, ki se hranijo z ribami. (Po vsem svetu je znano naravno gnojilo, *guano*, ki ga ti ptiči v velikanskih množinah odlagajo na perujskih obalah.) Ker je voda hladna, navadno hladnejša od zraka, ob teh obalah rada nastane megla — *garúa*.

Če ima veter obalo na svoji desni, pride do nasprotnega pojava, to je do ugrezanja (sinking).

Kar povzroči obala, lahko povzroči tudi nasproten veter. Transport prvega vetra je nasprotno usmerjen transportu drugega vetra. Opravek imamo s kopičenjem (konvergenco) vode, kar povzroči dvig gladine in ugrezanje. Tako ob 30° severne širine, ob *konjskih širinah* (zaradi tamkajšnjega zatišja so se morale jadrnice odpovedati tovorom konj) menja veter smer: severno od njih piha jugozahodnik, južno od njih pa severovzhodnik. Prvi veter povzroči tok s transportom proti jugovzhodu, drugi pa tok s transportom proti severozahodu. Dvig gladine, ki je posledica obeh vetrov, cenijo na kakih 60 cm.

Izviranja in ugrezanja ne moremo študirati z dosedanjim modelom. Gradienta tlaka ne smemo več zanemariti, če so obale blizu ali če se veter spreminja s krajem. Tudi bližina dna zahteva drugačen robni pogoj kot (4.2). V Ekmanovi rešitvi nastopa »naravna enota« za globino, *globina učinkovanja trenja* $D = \pi\sqrt{2}/x = \pi(2\mu/\rho f)^{1/2}$. Navadno meri kakih 50 do 100 m, odvisna pa je še od zemljepisne širine in od vertikalnega koeficienta vrtinčne viskoznosti. V globini $D$ se tok zmanjša na $\exp(-\pi) = 1/23$ vrednosti na površini in se mu spremeni smer (logaritemska spirala je zasukana za 180°).

Poleg trenja »od zgoraj« nastopi pri plitvem morju še trenje »od spodaj«, ki izvira od dna. Rešitev v globini $d$ je odvisna od števila $d/D$. Zaradi novega robnega pogoja nastopajo hiperbolične funkcije namesto eksponentnih. Tudi kot $\gamma$ med vrhnjim tokom in smerjo vetra je odvisen od $d/D$:

$$\operatorname{tg}\gamma = [\operatorname{sh}(2\pi d/D) - \sin(2\pi d/D)]/[\operatorname{sh}(2\pi d/D) + \sin(2\pi d/D)]$$

Za $d/D \to \infty$ je $\gamma = 45°$. V zelo plitvem morju ($d/D \to 0$) pa gre $\gamma$ proti nič. V drugem primeru ni več sledu o kaki spirali, gibanje je dvodimenzionalno v navpičnih ravninah.

Če se odpovemo neskončnemu trajanju vetra, dobimo drugačne rešitve. Izkaže se, da je na začetku, to je za majhne vrednosti $t/(\text{dan}/\sin\varphi)$, smer toka vzporedna vetru. Nato se kot neprestano veča.

Tudi če se odpovemo omejitvi, ki jo prinaša homogenost, so rešitve lahko precej drugačne. Pri termoklinu, ki ga približno opišemo z dvojno plastjo gostote, se lahko zgodi, da gornja plast drsi nad spodnjo in da je učinek vetra lokaliziran v prvi od obeh.

## LITERATURA


[1] Z. Petkovšek, *Dinamika atmosfere*, Obzornik mat. fiz., 22 (1975) 3.

[2] A. R. Robinson, *Wind-driven ocean circulation*, New York, Blaisdell Publ. Co. 1963.

[3] J. Proudman, *Dynamical Oceanography*, London, Methuen 1953.

[4] L. M. Fomin, *The dynamic method in oceanography*, Amsterdam, Elsevier Scientific Publ. Co. 1964.

[5] G. Neumann, *Ocean currents*, Amsterdam, Elsevier Scientific Publ. Co. 1968.

## SUPERTEŽKA JEDRA?

V naravi je kakih tristo vrst atomskih jeder. Nekaj jih je radioaktivnih z razpadnim časom, ki ga je mogoče primerjati s starostjo Zemlje okoli 4,5 milijarde let. Precej bolj kratkoživa jedra dobimo umetno pri jedrskih reakcijah med hitrimi delci iz pospeševalnikov in drugimi jedri. V naravi pa jih najdemo le, če nastajajo z razpadom dolgoživih jeder ali ob reakcijah kozmičnih delcev z drugimi jedri.

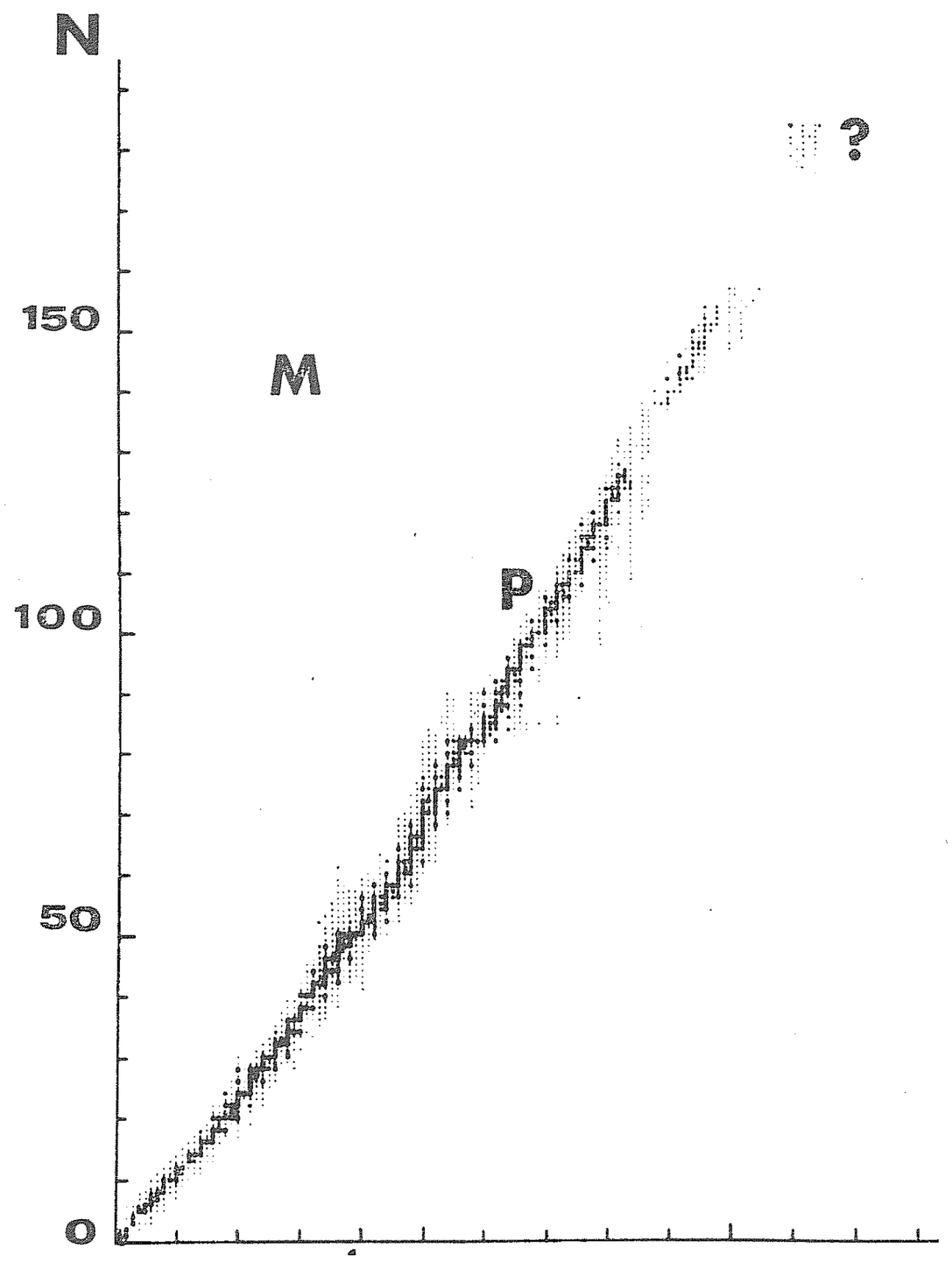
Okvirni pregled nad obstojnimi jedri dobimo po *vezavni energiji*, to je razliki med lastno energijo jedra in skupno lastno energijo protonov in nevtronov, ki ga sestavljajo. Jedra z večjo absolutno vrednostjo vezavne energije so močneje vezana in bolj obstojna. Najpreprosteje je izračunati vezavno energijo s *semiempirično masno formulo* kot funkcijo števila protonov (vrstnega števila elementa) $Z$ in števila nevtronov $N$. Nazoren je diagram, v katerem nanesemo absolutno vrednost vezavne energije kot višino v ravnini $ZN$. V njem dobimo gorovje, katerega greben z najobstojnejšimi jedri poteka v loku najprej proti severovzhodu in zavije nato nekoliko proti severu. Najmočneje vezana lahka jedra imajo enako število protonov in nevtronov, v težjih jedrih pa mora zaradi Coulombovega odboja med protoni število nevtronov vse bolj presegati število protonov.

Presek gorovja pri konstantnem masnem številu $A = Z + N$ je paraboličen. Pri lihem $A$ je obstojno eno jedro, pri sodem pa eno ali dve. Jedra severno od grebena, ki imajo preveč nevtronov, razpadejo z *razpadom* $\beta^-$, jedra južno od grebena, ki imajo preveč protonov, pa z *razpadom* $\beta^+$ ali z *zajetjem elektrona*. Najtežja jedra so neobstojna proti razdelitvi na dva dela: pri *razpadu* $\alpha$ odda jedro delec $\alpha$, to je jedro helija, pri *spontani cepitvi* pa se razcepi na dve srednjetežki jedri. Z razpadom $\alpha$ razpadajo vsa jedra z vrstnim številom nad 83.

Semiempirična masna formula upošteva lastnosti jeder le v povprečju. Merjenja vezavnih energij pokažejo, da so jedra, ki imajo *magično število* protonov ali nevtronov 2, 8, 20, 28, 40, 50, 82, 126, še posebno močno vezana. Ta števila je mogoče reproducirati v *lupinskem modelu jeder*. Pri tem obravnavamo v okviru kvantne mehanike gibanje izbranega protona ali nevtrona v krogelno simetričnem potencialu vseh drugih nukleonov v jedru. Magična števila spominjajo tedaj po izvoru na števila elektronov v atomih žlahtnih plinov. Pred leti so prišli na misel, da bi utegnila biti obstojna ali vsaj dovolj dolgoživa *supertežka jedra* okoli večjih magičnih števil. Za protone so napovedali magično število 114 (in ne 126) in za nevtrone 184 [1].

Pregled nad obstojnimi jedri, dobljen z vezavno energijo, je zelo koristen, a je le okviren. Najzanesljivejši podatek je pač *razpadni čas*. Zato upoštevajmo v diagramu namesto absolutne vrednosti vezavne energije raje negativno obratno vrednost razpadnega časa. Za obstojna jedra je ta količina enaka nič, neobstojna jedra pa ležijo v diagramu tem globlje, čim manjši je njihov razpadni čas. Izberimo mejni čas $t_0$ in si pri $-1/t_0$ mislimo gladino morja. Tako nastane iz gorovja polotok s približno enako lego, imenovan *polotok obstojnosti* (sl. 1). Koliko polotoka gleda iz morja, je odvisno od izbire mejnega časa $t_0$. Ta se ravna po namenu: če obravnavamo jedra, ki jih pričakujemo v naravi, mora biti čas $t_0$ del starosti Zemlje, a če obravnavamo jedra, ki nastanejo pri jedrskih reakcijah, je lahko znatno manjši, recimo 1 minuta. Supertežka jedra naj bi ležala na *otoku obstojnosti*, ki bi ga od polotoka ločil *preliv neobstojnosti*. Čeprav so slutili, kje utegne ležati ta otok, niso vedeli, ali zares gleda iz morja ali gre samo za podvodno čer. Računi so bili premalo zanesljivi, da bi si pomagali z njimi. Zelo majhne spremembe parametrov v modelu so povzročile

zelo velike spremembe napovedi za razpadni čas. Da bi odkrili supertežka jedra, so zgradili več pospeševalnikov za težke ione. Obetali so si namreč, da bodo nastala pri obstreljevanju najtežjih obstojnih jeder s težkimi ioni. A poskusi so bili brezuspešni in zanimanje za supertežka jedra je začelo plahneti.



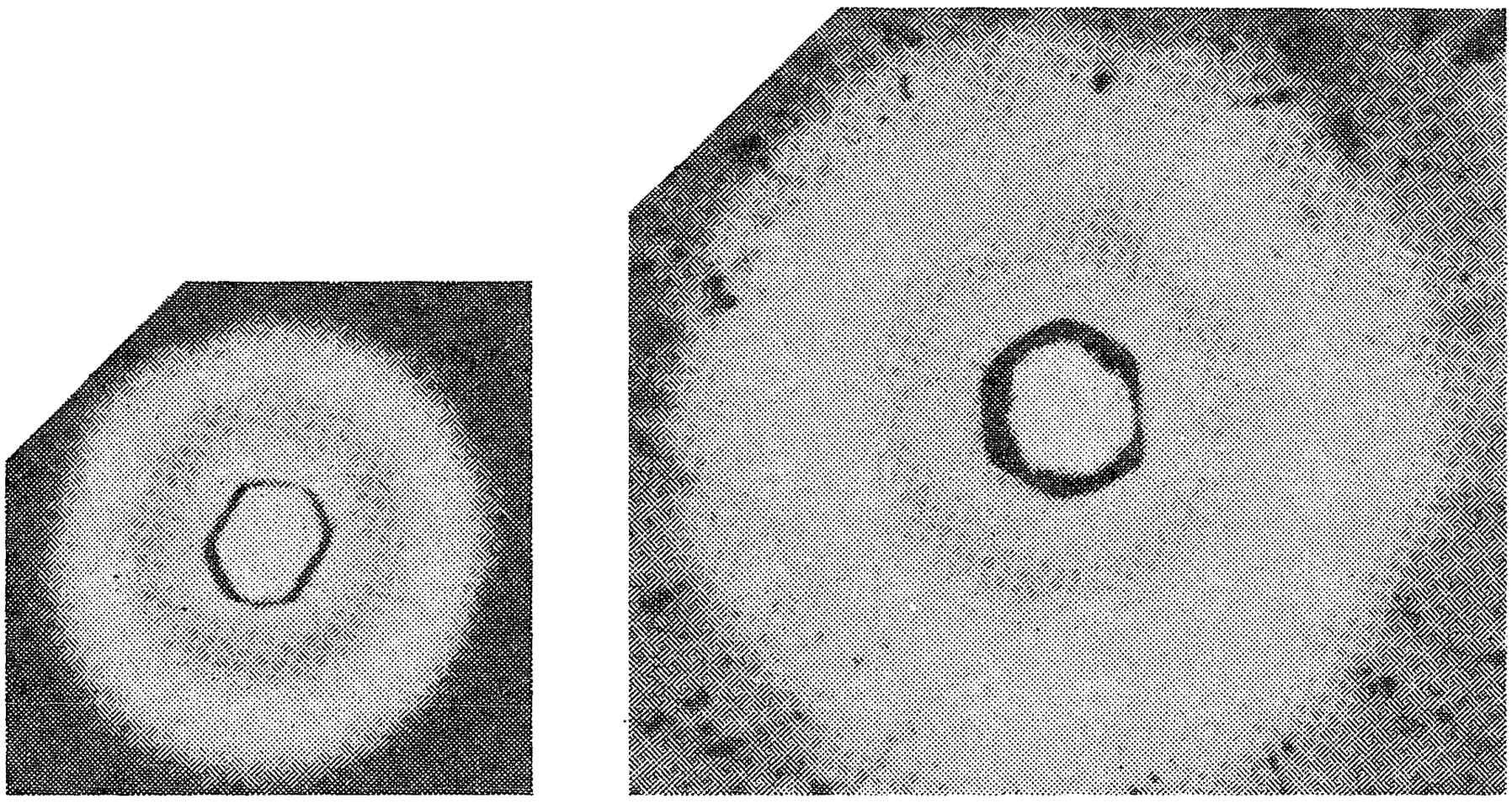

Sl. 1: Pregled jeder. Obstojna jedra označujejo največje točke, neobstojna jedra z razpadnim časom nad 1,45 leta (razpolovnim časom nad 1 letom) srednjevelike točke in neobstojna jedra z manjšim, a še vedno neposredno merljivim razpadnim časom, najmanjše točke [1]. M Morje neobstojnosti, P Polotok obstojnosti, ? Otok obstojnosti

Tako je zbudilo veliko pozornost poročilo o obstoju elementov z vrstnima številoma 126, 116 in še nekaterih drugih v naravi [2], [3]. Zadnji naravni element renij so odkrili pred več kot pol stoletja, najtežji znani element, ki precej hitro razpada, pa ima vrstno število 106. 1974 so ga odkrili sovjetski fiziki pri obstreljevanju jeder svinca z ioni kroma in ameriški fiziki pri obstreljevanju jeder kalifornija z ioni kisika.

Čeprav je postal njihov obstoj v zadnjem času hudo sporen, je zgodba o supertežkih elementih dovolj zanimiva, da kaže o njej kratko poročati. R. V. Gentry iz državnega laboratorija v Oak Ridgu (ZDA) se je že dalj časa ukvarjal z vključki monacita, to je fosfata kalcija, redkih zemelj, aktinidov... v biotitni sljudi z Madagaskarja [4]. Te vključke s premerom več 10 $\mu$m poznajo geologi že skoraj sto let. Nekatere od njih obdaja tanka plast razbarvane sljude. Sljuda se da z lahkoto klati in na razkolni ploskvi, ki gre skozi vključek, je vidna ta plast kot *kolobar* (»*halo*«). Kolobar napravijo delci $\alpha$. ki jih oddajajo jedra radioaktivnih elementov v vključku. Debelino kolobarja določa doseg delcev $\alpha$, ki je odvisen od njihove kinetične energije. *Navadni kolobarji* ustrezajo delcem $\alpha$ s kinetično energijo do 7 MeV. Nekako vsak tisoči vključek pa obdaja *velik kolobar* s približno dvakrat večjo debelino (sl. 2). Taka debelina bi ustrezala delcem z $\alpha$ mnogo večjo kinetično energijo. Nobeden od sevalcev $\alpha$ v naravi ne seva delcev $\alpha$ s tolikšno kinetično energijo.

R. V. Gentryja so zanimali predvsem ti veliki kolobarji. Morda seva delce $\alpha$ s tolikšno kinetično energijo katero izmed supertežkih jeder? Preiskava vsebine vključka z masnim spektrografom ni pokazala nič nenavadnega. Zato se je povezal s skupino s floridske državne univerze, ki je proučevala onesnaženje zraka in analizirala nečistoče v njem. Pri

tem je obstreljevala vzorce s protoni s kinetično energijo več megaelektronvoltov iz pospeševalnika in opazovala rentgensko svetlobo, ki je izhajala iz vzorcev. Protoni z veliko verjetnostjo izbijejo najmočneje vezane elektrone iz podlupin v sredici elektronskega ovoja atomov. Izpraznjeno mesto zasede elektron iz podlupine z višjo energijo; pri tem se izseva foton z energijo, ki je značilna za vrstno število atoma. Z merjenjem take svetlobe je G. J. Moseley pred dobrimi šestdesetimi leti zanesljivo določil vrstna števila elementov.



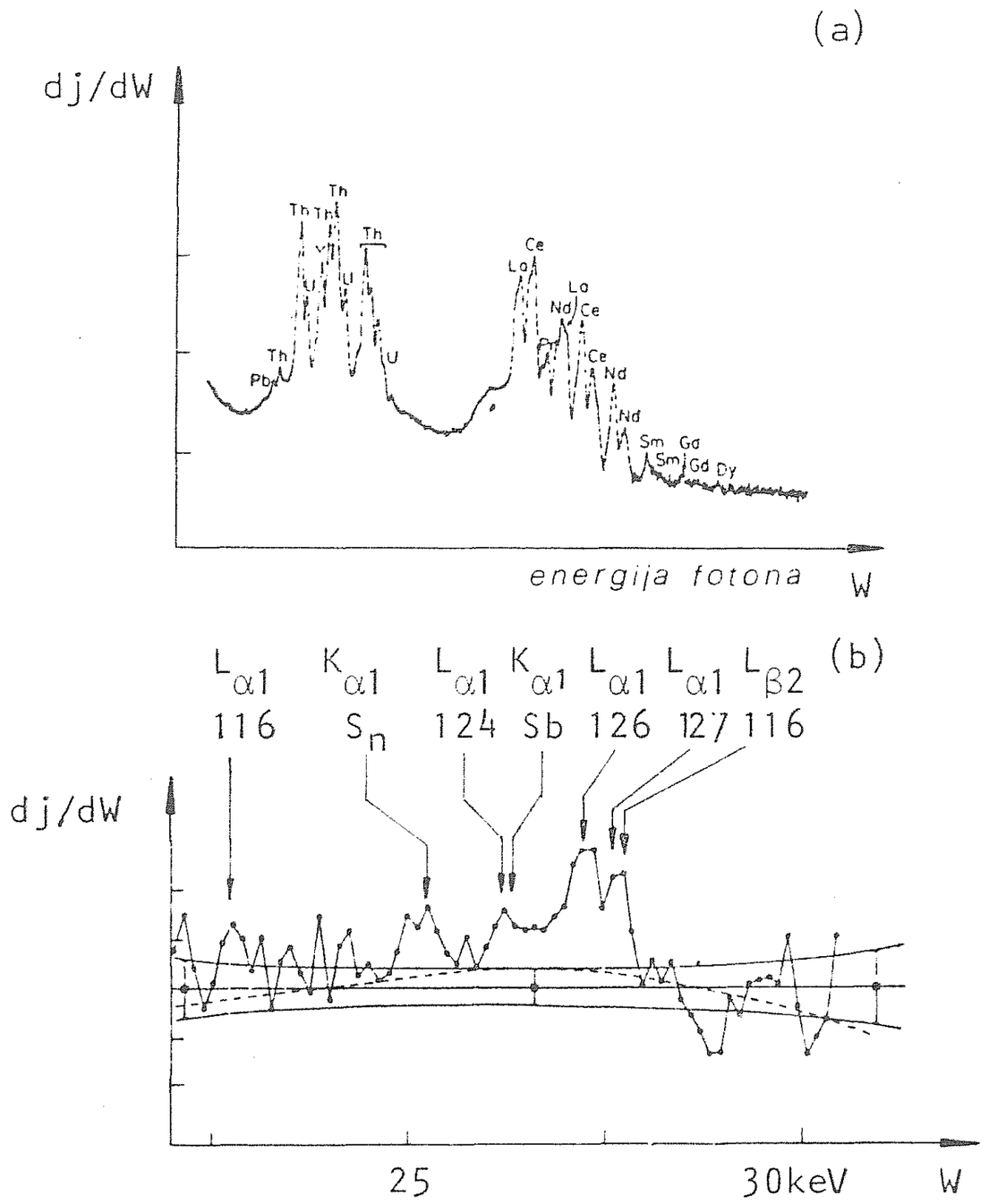
Sl. 2: Z mikroskopom dobljena fotografija vključkov v sljudi z Madagaskarja: vključek, ki vsebuje uran, z navadnim kolobarjem z debelino kolobarja okoli 50 $\mu$m (levo) in vključek z velikim kolobarjem z debelino kolobarja nad 100 $\mu$m (desno) [4]

R. V. Gentry in sodelavci so prenesli vsebino vključka — ne brez težav — na zelo tanek nosilec iz ogljika. Nanjo so usmerili curek protonov, ki so ga s kvadrupolnimi lečami posebej zožili, da je imel premer samo 30 $\mu$m. Protoni so imeli pri nekaterih poskusih kinetično energijo 4,7 MeV, pri drugih pa 5,7 MeV. Rentgensko svetlobo so zaznavali s polprevodniškim števcem iz silicija s primesjo litija in dosegli ločljivost $\pm$ 20 eV. Premerili so spektre rentgenske svetlobe vključkov z navadnimi kolobarji in vključkov z velikimi kolobarji. Na prvi pogled so bili spektri obojih enaki. V njih so opazili črte urana, torija in redkih zemelj. Med črto L urana pri energiji 21,54 keV in črto K lantana pri energiji 33,03 keV je bilo območje dozdevno brez črt (sl. 3a). Na tem območju so pričakovali črte L supertežkih elementov.

Črta K ustreza svetlobi, ki nastane pri prehodu elektrona na izpraznjeno mesto v najnižji podlupini ($1s_{1/2}$) z glavnim kvantnim številom 1. Sestavlja jo več bližnjih črt: črta $K_{\alpha 1}$ ustreza prehodu z nivojev $2p_{3/2}$, črta $K_{\alpha 2}$ prehodu z nivojev $2p_{1/2}$, črta $K_{\beta 1}$ prehodu z nivojev $3p_{3/2}$ ..., črta L ustreza svetlobi, ki nastane pri prehodu elektrona na izpraznjeno mesto v podlupini z glavnim kvantnim številom 2. Sestavlja jo več bližnjih črt: črta $L_{\alpha 1}$ ustreza prehodu z nivojev $3d_{5/2}$ na nivoje $2p_{3/2}$, črta $L_{\beta 1}$ prehodu z nivojev $3d_{5/2}$ na nivoje $2p_{1/2}$, črta $L_{\beta 2}$ prehodu z nivojev $3d_{3/2}$ na nivoje $2p_{1/2}$ ... Energije, izrazitosti in širine teh črt so napovedali teoretiki že prej na osnovi zapletenih numeričnih računov, v katerih so upoštevali relativistične popravke.

Merjenje z najboljšo ločljivostjo je pokazalo, da se spektri vključkov z velikimi kolobarji razlikujejo od spektrov vključkov z navadnimi kolobarji. V prvih so zasledili na območju med 21 keV in 33 keV več šibkih spektralnih črt, ki jih v drugih ni bilo. Izrazitejše med njimi so segale za pet efektivnih odmikov nad ozadje (sl. 3b).

Najprej so se prepričali, da te črte ne izvirajo od fotonov, ki bi nastali pri jedrskih reakcijah ali pri kakem drugem stranskem pojavu. Črto pri energiji 27250 eV so pripisali črti $L_{\alpha 1}$ elementa z vrstnim številom 126. Blizu te črte bi sicer lahko ležala črta $K_{\beta 1}$ indija, vendar opazovana črta ni mogla izvirati od indija, ker ni bilo njegovih črt $K_{\alpha}$. Podobno ni moglo iti za telurovi črti $K_{\alpha}$, ker ni bilo telurove črte $K_{\beta 1}$, ali za črto $L_{\beta 2}$ elementa z vrstnim številom 115, ker ni bilo ustrezne črte $L_{\alpha 1}$. Tako so sklepali, da je v vključku element z vrstnim številom 126.




Sl. 3: Spekter rentgenske svetlobe, ki jo seva vključek z velikim kolobarjem pri obstreljevanju s hitrimi protoni, kot ga da večkanalni analizator (na ordinatno os je naneseno število sunkov na kanal). V spektru, posnetem s slabo ločljivostjo, je med črto L urana in črto K lantana območje, na katerem dozdevno ni spektralnih črt (a). Pri tej ločljivosti ni opazne razlike med spektrom vključka z velikim kolobarjem in spektrom vključka z navadnim kolobarjem. V istem spektru, posnetem z najboljšo ločljivostjo, pa naj bi bile opazne šibke spektralne črte, ki jih ni v spektru vključka z navadnim kolobarjem (b). Od spektra na risbi (a) je odšteto »ozadje« brez črt, ki je posledica zavornega sevanja. Sklenjeni črti kažeta efektivni odmik, navpične puščice pa energije predvidenih spekralnih črt [3]

Na podoben način — a nekoliko manj zanesljivo so sklepali še na druge supertežke elemente. Črto z energijo 27730 eV bi lahko pripisali črti $L_{\beta 2}$ elementa z vrstnim številom 116 ali črti $L_{\alpha 1}$ elementa z vrstnim številom 127. Za element z vrstnim številom 116 govori še druga šibka črta, ki ustreza črti $L_{\alpha 1}$. Morda pa sta v vključkih oba ta elementa. Precej manj zanesljivejši so dokazi za obstoj elementa z vrstnim številom 124 in še manj zanesljivi za elementa z vrstnima številoma 114 in 125. Zelo šibke črte obeh slednjih so zasledili samo v posameznih vključkih z velikimi kolobarji.

Odkod delci $\alpha$ s kinetično energijo do 14 MeV, še ne vedo. Mogoče je, da nastanejo z razpadom $\beta$ supertežka jedra z velikim presežkom protonov ali nevtronov in ta sevajo delce $\alpha$ z nenavadno veliko kinetično energijo. Mogoče pa je, da velikih kolobarjev sploh ne napravijo delci $\alpha$.

Število supertežkih atomov v vključku so cenili po izračunanih presekih za vzbuditev črt L na okoli $10^{11}$, čemur naj bi ustrezala masa več $10^{-10}$ g. Z orjaškim masnim spektrografom (pravzaprav separatorjem) calutronom nameravajo dobiti zadostno maso supertežkih elementov za kemijska merjenja in jedrske reakcije. Posebno jih zanima število nevtronov v teh jedrih v zvezi z vprašanjem, ali so opazovana jedra v bližini dvojno magičnega jedra. Najnovejši računi [5] kažejo, da je 126 morda le magično število za protone. Pri teh elementih bi tedaj lahko šlo za jedra v bližini dvojno magičnega jedra s 126 protoni in 184 ali 228 nevtroni. Posebno verjetna se zdi možnost: 126 protonov in 228 nevtronov. Na drugi strani napovedujejo za supertežke elemente presenetljive lastnosti. Element s

114 protoni in s 184 nevtroni naj bi imel na primer gostoto 14 g/cm³, tališče 67 °C in vrelišče 147 °C [1].

Poročilo o obstoju supertežkih elementov je povzročilo živahno eksperimentalno dejavnost. Nemška skupina je ponovila poskus Gentryja in sodelavcev [3]. Kljub zelo skrbnemu merjenju niso mogli zaslediti v rentgenskem spektru nobene črte, ki bi jo lahko pripisali kakemu supertežkemu elementu [7]. Najizrazitejša črta, ki so jo prej pripisali elementu z vrstnim številom 126 [3], pa bi lahko izvirala od fotonov $\gamma$, ki jih sevajo jedra prazeodima $^{140}$Pr pri prehodu iz prvega vzbujenega stanja v osnovno stanje. Jedra $^{140}$Pr v prvem vzbujenem stanju nastanejo pri reakciji $^{140}$Ce (p, n)$^{140}$Pr, saj je v monacitu nekaj cera.

Te nevarnosti so se zavedli tudi fiziki, ki so poročali o obstoju supertežkih elementov. Prišli pa so do prepričanja, da bi moral biti ves cer na površini vključka, če naj bi nastalo pri reakciji dovolj fotonov $\gamma$ [6].

Poljsko-francoska skupina je uporabila poseben prijem [8]. Gram monacita z Madagaskarja so najprej analizirali z masnim spektrografom, v katerem so namesto fotografske plošče uporabili kremenovo ploščico. Ploščico, na kateri so zbrali po masi razvrščene ione, so potem en teden obsevali z nevtroni v reaktorju. Nevtroni naj bi povzročili cepitev supertežkih jeder, nastali lažji jedri pa bi se zarili v kremen in ga na svoji poti ionizirali. Po jedkanju bi se pokazale na tistem kraju jedkalne jamice. Vendar na ustreznem kraju ni bilo nobenih jedkalnih jamic. Koncentracija supertežkih jeder v monacitu po tem ne more biti večja kot $10^{-12}$.

Ameriška skupina iz Oak Ridga je poskušala najti supertežka jedra po spontani cepitvi [9]. S tridesetimi števci na $^{3}$He, ki so bili razporejeni po plašču valja, so šteli nevtrone. Ti naj bi po dva ali več hkrati spremljali spontano cepitev supertežkih jeder. Novi računi so namreč namigovali, da bi bil element z vrstnim številom 126 lahko obstojen proti razpadu $\beta$, medtem ko naj bi meril razpolovni čas za razpad $\alpha$ okoli 20 let, razpolovni čas za spontano cepitev pa samo del sekunde. Pri poskusu z več kot sto grami monacita pa niso mogli zaslediti nevtronov, ki naj bi spremljali spontano cepitev supertežkih jeder.

Skupina iz Oxforda je obstreljevala aluminijasto tarčo, na kateri je bil nalepljen monacitni prah, z ioni $^{32}$S s kinetično energijo 42 MeV [10]. S polprevodniškima števcema so zaznavali ione, ki so se sipali nazaj. Kinetična energija odbitih ionov z maso $m_1$ in začetno kinetično energijo $W_1$ je $(M - m_1)W_1/(M + m_1)^2$, če se sipajo na atomih z maso $M$. Izstrelki se na atomu z manjšo maso ($M < m_1$) sploh ne odbijejo. V energijskem spektru ionov, ki so se sipali pod kotom 165°, so opazili dve zelo izraziti stopnici. Prva je ustrezala ionom, ki so se sipali na jedrih cera ali lantana, druga pa ionom, ki so se sipali na jedrih torija ali urana. Pri energiji, ki bi ustrezala sipanju na supertežkih jedrih, ni bilo sipanih ionov. Koncentracija supertežkih elementov bi morala biti po tem vsaj stokrat manjša, kakor so prvotno sklepali [3].

C. Holbrow je proučil vključke monacita z velikimi kolobarji [11]. Prišel je do sklepa, da bi bil lahko za nastanek velikih kolobarjev kriv izotop plutonija $^{244}$Pu. Ob nastanku sljude bi lahko bilo v nekaterih vključkih dovolj tega izotopa s sorazmerno kratkim razpolovnim časom 82,8 milijonov let. Velike kolobarje bi povzročili delci $\alpha$, ki nastanejo ob razpadu jeder $^{244}$Pu ali pa spremljajo spontano cepitev teh jeder. Dokaz sledi izotopa $^{244}$Pu v vključkih z velikimi kolobarji bi potrdil to domnevo. Holbrow je omenil tudi možnost, da izvira izrazita rentgenska črta, ki so jo pripisali supertežkemu elementu z vrstnim številom 126 [3], od atomov tehnecija. Ti nastanejo ob spontani cepitvi težkih jeder.

Fiziki, ki so objavili poročilo o obstoju supertežkih elementov [3], poudarjajo, da se njihove ugotovitve nanašajo na monacit iz vključkov z velikimi kolobarji v sljudi. Vse nove poskuse pa so napravili z navadnim monacitom. Vendar priznavajo, da se zdijo zdaj dokazi za obstoj supertežkih jeder mnogo manj trdni, kot so se zdeli prej.

O večini navedenih del so predhodno poročali že na posvetovanju o fiziki s težkimi ioni v Caenu septembra 1976. Na tem posvetovanju so poročali tudi o poskusih, da bi sintetizirali supertežka jedra z obstreljevanjem težkih obstojnih jeder s težkimi ioni. V Berkeleyu so obstreljevali kirij z ioni kalcija z energijo 303 MeV in v Darmstadtu uran z ioni urana. Vsa prizadevanja so bila zaman: obstoja supertežkih elementov ni mogla potrditi do danes niti ena skupina. Pač pa je sovjetskim fizikom uspelo pri obstreljevanju bizmuta z ioni kroma z osmimi pozitivnimi osnovnimi naboji in s kinetično energijo 290 MeV dobiti za zdaj najtežji element z vrstnim številom 107 in s 154 nevtroni. Nastanek tega jedra so potrdili tudi z drugimi reakcijami. Razpolovni čas jedra pri razpadu $\alpha$ meri samo $2 \cdot 10^{-2}$ s [12]. Ameriški fiziki pa sodijo, da je sovjetsko poročilo o odkritju preuranjeno.

Na račun poročila o obstoju supertežkih jeder se je v zadnje pol leta zelo oživilo zanimanje zanje. V tem pogledu je imelo »odkritje« koristne posledice, četudi se bo pokazalo, da supertežkih jeder ni. Sprožilo je val raziskav, ki so privedle do novih ali izpopolnjenih merilnih načinov in do nekaterih novih spoznanj.*

*Janez Strnad*

## LITERATURA


[1] J. R. Nix, *Predictions for superheavy nuclei*, Phys. Today **25** (4) (1972) 30.

[2] R. Walgate, *New world beyond uranium*, New Scientist **70** (1976) 696.

[3] R. V. Gentry, T. A. Cahill, N. R. Fletcher, H. C. Kaufmann, L. R. Medsker, J. W. Nelson, R. G. Flocchini, *Evidence for Primordial Superheavy Elements*, Phys. Rev. Letters **37** (1976) 11.

[4] R. V. Gentry, *Radioactive Haloes*, Ann. Rev. Nucl. Sci. **23** (1976) 347.

[5] F. Petrovich, R. J. Philpot, D. Robson, J. J. Bevelacqua, M. Golin, D. Stanley, *Comments on Primordial Superheavy Elements*, Phys. Rev. Letters **37** (1976) 558.

[6] J. D. Fox, W. J. Courtney, K. W. Kemper, A. D. Lumkin, N. R. Fletcher, L. R. Medsker, *Comments on Evidence for Primordial Superheavy Elements*, Phys. Rev. Letters **37** (1976) 629.

[7] F. Bosch, E. el Goresy, W. Krätschmer, B. Martin, B. Povh, R. Nobiling, K. Traxel, D. Schwalm, *Comment on the Reported Evidence for Primordial Superheavy Elements*, Phys. Rev. Letters **37** (1976) 1515; *On the Possible Existence of Superheavy Elements in Monazite*, Z. Physik A **280** (1977) 39.

[8] C. Stephan, M. Epherre, E. Ciešlak, M. Sowinski, J. Tys, *Search for Superheavy Elements in Ore from Madagaskar*, Phys. Rev. Letters **37** (1976) 1534.

[9] B. H. Ketelle, G. D. O'Kelley, R. W. Stroughton, J. Halperin, *Search for Superheavy Element Decay in Samples of Madagaskar Monazite*, Phys. Rev. Letters **37** (1976) 1734.

[10] N. A. Jelley, G. A. Jones, A. A. Pilt, J. D. Silver, J. W. Arden, D. G. Fraser, E. J. Whittaker, *Search for Superheavy Elements in Monazite by Rutherford backscattering*, Nature **265** (1977) 35.

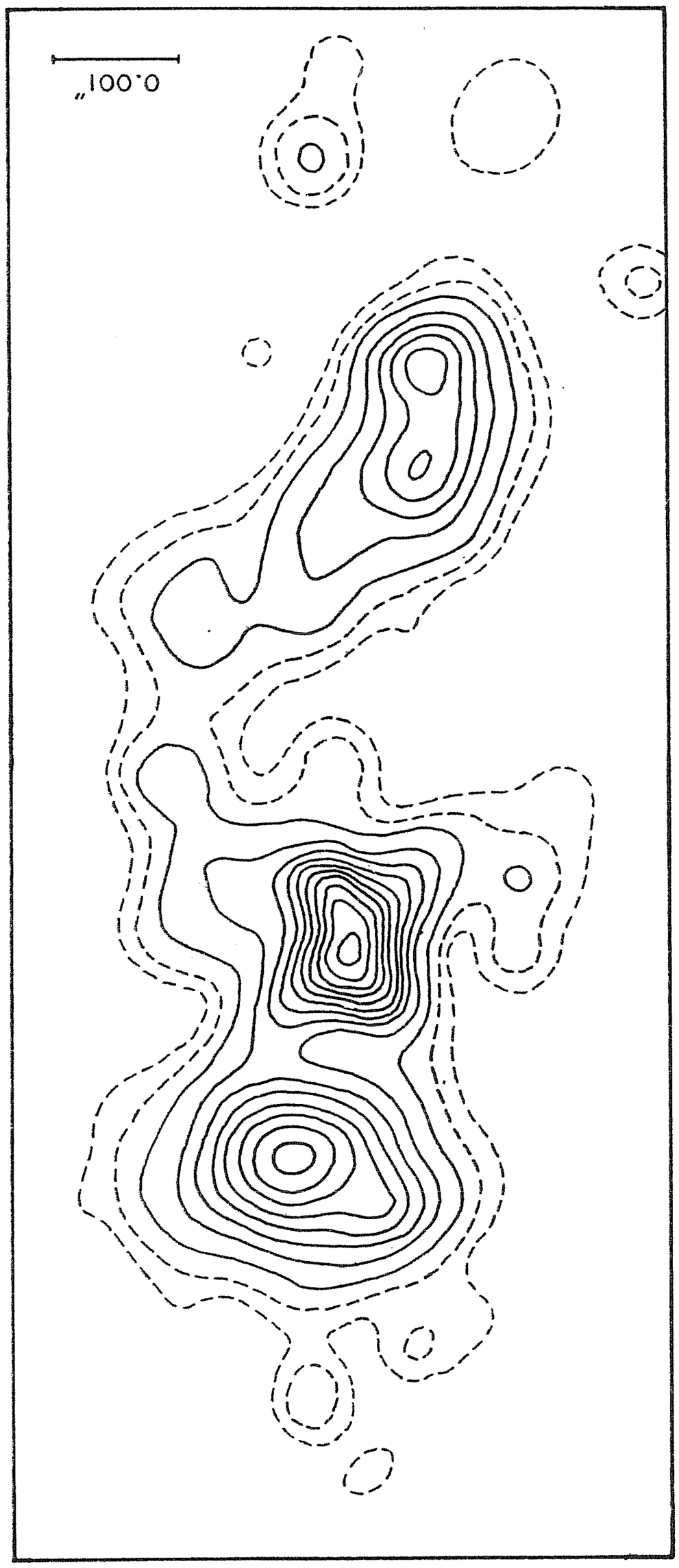
[11] C. H. Holbrow, *Haloes from plutonium minerals and fission alphas*, Nature **265** (1977) 504.

[12] J. C. Oganesjan, A. G. Demin, N. A. Danilov, M. P. Ivanov, A. S. Il'inov, N. N. Kolesnikov, B. N. Markov, V. M. Plomko, S. P. Tret'jakova, G. N. Flerov, *Eksperimenty po sintezu elementa s porjadkovym nomerom* 107, Pis'ma v ŽETF **23** (1976) 206.


* Pozorni bralec bo v novici, ki je bila večkrat predelana, zasledil nekaj plasti: od začetnega navdušenja ob »odkritju« preko poznejše zadržanosti do končnega resnega dvoma. Najnovejše ugotovitve kažejo, da v naravi zelo verjetno ni supertežkih jeder. O tem bo *Obzornik* na kratko poročal v naslednji številki.

# DO VSE BOLJŠE LOČLJIVOSTI

*Ločljivost daljnogleda* je določena z najmanjšim zornim kotom, pod katerim z daljnogledom še ločimo dva točkasta predmeta (npr. zvezdi). Daljnogled s premerom objektiva $D$ ima ločljivost $\alpha = 1{,}22\ \lambda/D$; pri tem je $\lambda$ valovna dolžina svetlobe. Če pred objektiv daljnogleda postavimo zaslon z dvema glede na optično os simetrično ležečima režama, dobimo *optični interferometer* z boljšo ločljivostjo $\alpha = \frac{1}{2} \cdot \lambda/b$; pri tem je $b$ razmik med režama (*baza*) [1]. Pri razmiku 25 cm in valovni dolžini 5500 Å je ločljivost interferometra 0,2″.




Sl. 1. Galaksija NGC 1275 v oddaljenosti $110 \cdot 10^6$ pc a (l). Karta jedra galaksije NGC 1275 (Perzej A), radijskega izvira z energijskim tokom, večjim od $10^{33}$ W (d). Krivulje povezujejo točke enakega radijskega sevanja. »Zemljevid« so izdelali na podlagi istočasnih interferometričnih opazovanj v mreži štirih radijskih teleskopov v Evropi in ZDA [4]. Pri valovni dolžini 2,8 cm sodosegli ločljivost $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ kotne sekunde

S 25-centimetrskim daljnogledom npr. ne razločimo dveh zvezd, ki sta razmaknjeni za manj od 0,5″. Z režama pred istim objektivom pa ju ločimo.

V najugodnejšem primeru je ločljivost daljnogledov pri neposrednem opazovanju nekaj desetink kotne sekunde. Po Michelsonovi zamisli so na 2,5-metrskem reflektorju z dvema ravnima zrcaloma povečali razmik rež na 6 metrov in dosegli ločljivost okoli 0,02″ (1920) [2].

V zadnjem času pa so z *intenzitetnim interferometrom* v Narrabriju v Avstraliji dosegli ločljivost približno $5{,}5 \cdot 10^{-4}$ kotne sekunde [3]. Merili so (v mejah od $4{,}2 \cdot 10^{-4}$ do $5{,}9 \cdot 10^{-3}$ kotne sekunde) zorne kote okoli tridesetim zvezdam in kotno razdaljo med komponentama spektroskopske dvojne zvezde Spike ($\alpha$ Vir). Ta podvig lahko primerjamo z meritvami zornih kotov zvezd in kotne razdalje komponent tesne dvojne zvezde Kapele ($\alpha$ Aur) z 2,5-metrskim reflektorjem (1920 do 1930). Uporaba intenzitetnega interferometra je omejena za zdaj le na svetlejše zvezde (do $+2{,}5^m$). Načrtujejo pa nov večji intenzitetni interferometer z večjo občutljivostjo (do $+4{,}5^m$) in večjo ločljivostjo. Če bi to uspelo, bi bilo mogoče meriti celo spremenljivi premer kefeid.

Ker je valovna dolžina radijskih valov mnogo večja od valovne dolžine vidne svetlobe, je ločljivost *radijskih teleskopov* kljub mnogo večjemu premeru mnogo manjša. Antena bi morala imeti več tisočkrat večji premer od premera daljnogledovega objektiva, če bi hoteli doseči pri radijskem teleskopu enako ločljivost. Radijskega teleskopa s premerom antene več kilometrov, ki bi imel enako ločljivost kot najboljši daljnogledi, pa za zdaj še ni mogoče zgraditi. Ločljivost radijskega teleskopa s premerom zrcala nekaj deset metrov je okoli 1′, kar se ujema z ločljivostjo človeškega očesa in je slabša od ločljivosti Galilejevega daljnogleda. 1960 so z *radijskim interferometrom* že dosegli ločljivost 1″. Sestavljata ga dva radijska teleskopa v čim večjem razmiku. Njegova ločljivost je določena — kot pri optičnem interferometru — z razmikom anten. Tako je npr. ločljivost radijskega interferometra za valovno dolžino 5 cm pri bazi 100 km okoli 0,1″. Boljšo ločljivost dobijo z radijskimi interferometri zelo velikih baz (*very-long-baseline radiointerferometry*). Govorimo lahko že o medcelinski radijski interferometriji.

Kotne razsežnosti večine izvengalaktičnih objektov so nekaj kotnih sekund, podrobnosti na njih pa okoli desetinke kotne sekunde. Da bi npr. lahko raziskali s centimetrskimi valovnimi dolžinami objekte, ki jih vidimo pod zornim kotom stotinke, tisočinke in nekaj desettisočink kotne sekunde (kvazarje, jedra radijskih galaksij itd.), bi bil potreben razmik zrcal $\sim 10^4$ km. To so že dosegli npr. z radijskim interferometrom s teleskopoma v Green Banku (ZDA) in Parkes (Avstralija) z bazo okoli $1{,}2 \cdot 10^4$ km. Že pred 1970 so z radijskim interferometrom, ki sta ga sestavljala 43-metrski radijski teleskop v Green Banku in 22-metrski radijski teleskop na Krimu pri razmiku zrcal $8.10^3$ km in valovni dolžini 2,8 cm, raziskovali jedro kvazarja 3C 273. Ločljivost je bila manjša kot $5.10^{-4}$ kotne sekunde in je bila še preslaba, da bi ločili najbolj drobne potankosti v jedrih galaksij. Razširitev meritev z radijskimi interferometri pa predstavlja *mreža* več med seboj zelo razmaknjenih radijskih teleskopov. Vsak par radijskih teleskopov v mreži deluje kot radijski interferometer [4]. S takimi opazovanji dosežejo zelo dobro ločljivost in izdelajo »zemljevid« opazovanega nebesnega objekta (sl. 1). Danes z radijskimi interferometri dosežejo ločljivost $10^{-4}$ kotne sekunde [5].

Kje je meja ločljivosti? Da bi dosegli še boljšo ločljivost, bi bilo treba preiti h krajšim valovnim dolžinam (v milimetrski pas) in še večjemu razmiku zrcal, od katerih naj bi bil eden na Zemlji, drugi pa zunaj nje, npr. na Luni.

*Marijan Prosén*

## LITERATURA


[1] D. Ja. Martynov, *Kurs praktičeskoj astrofiziki*, Moskva, Nauka 1967, str. 460 do 466.
[2] M. Prosén, *Dvojna reža pri meritvah zvezdnih premerov*, Obzornik mat. fiz. **15** (1968) 160.
[3] M. Prosén, *Nove meritve zvezdnih premerov*, Obzornik mat. fiz. **15** (1968) 164.
[4] Sky and Telescope, **51** (1976) (6) 380.
[5] B. Bova, *Novaja astronomija*, Moskva, Mir 1976, str. 58 do 62.

# DOMAČE VESTI

## JUBILEJ PUBLICISTIČNE DEJAVNOSTI DRUŠTVA MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

Druga številka 24. letnika Obzornika za matematiko in fiziko je že tristota izdaja Komisije za tisk DMFA SRS. Poleg tega je letošnji letnik Obzornika za matematiko in fiziko že 150. publikacija z matematično, fizikalno ali astronomsko vsebino.

Obzornik je bil tudi prva publikacija. Izhajati je začel že leta 1951, samo dve leti po ustanovitvi društva. Dalj časa je bil tudi edina publikacija, saj je bilo utiranje novih poti težavno. Od leta 1960 izhaja redno vsaj v štirih številkah letno.

Delo društvene komisije, ki se je ukvarjala z mladimi matematiki in fiziki iz srednjih šol, je rodilo prve zapiske predavanj; izhajati so začeli v obliki skript leta 1956. Kasneje so skripta prinašala zbirke nalog iz matematike in fizike, leta 1972 tudi za učence osmih razredov osnovnih šol.

Zanimanje mladih je vzpodbudilo avtorje k pisanju krajših, manj zahtevnih, a strokovno neoporečnih tekstov, ki so pričeli izhajati 1959 v zbirki Knjižnica Sigma pri Mladinski knjigi. Do danes je izšlo že 26 različnih del, s ponatisi skupaj pa že 50 izdaj. Ta uspeh smo v zadnjih letih dosegli tudi zaradi dobrega sodelovanja z Državno založbo Slovenije. Prvim knjigam so se kasneje pridružili pomožni učbeniki za študente matematike in fizike. V zadnjem času je izšlo tudi nekaj priročnikov za dijake srednjih šol; med njimi so tri zbirke nalog, ki so jih dijaki reševali na tekmovanjih iz matematike in fizike. Zbirka je opravila pomembno vlogo med srednješolci in je gotovo pripomogla k povečanemu vpisu na oddelek za matematiko in na oddelku za fiziko.

Zaradi povečanega zanimanja za matematična in fizikalna dela je komisija za tisk DMFA SRS ob sodelovanju inštituta za matematiko, fiziko in mehaniko ter fakultete za naravoslovje in tehnologijo prevzela organizacijo izdaj teh ustanov. Pri oddelku za matematiko IMFM je leta 1966 pričela izhajati Matematika — zbirka univerzitetnih učbenikov in monografij; danes šteje že osem obsežnih del. Študentom fakultete za naravoslovje in tehnologijo so v pomoč zapiski predavanj v Zbirki izbranih poglavij iz matematike in fizike. Zahtevnejši krajši teksti pa izhajajo v Podiplomskem seminarju iz matematike in fizike. Teh je izšlo že enajst.

Predavanja na seminarjih za učitelje matematike in fizike smo izdali v obliki skript prvič leta 1967 in kasneje še sedemkrat. V zadnjem času pa so predavanja izhajala po končanem seminarju tudi v Obzorniku za matematiko in fiziko.

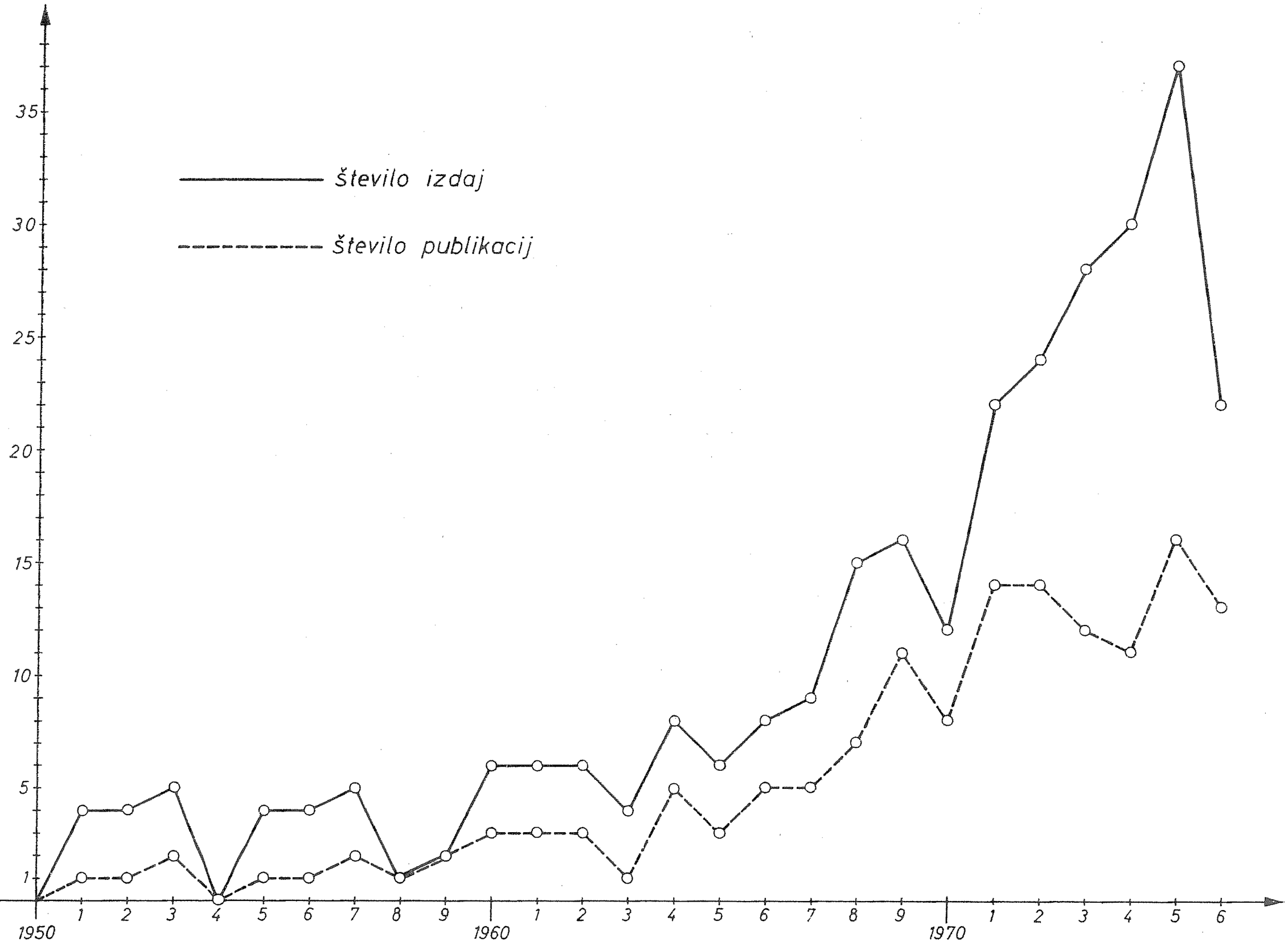
Ko so pri modernizaciji pouka matematike v srednji šoli učitelji in učenci dobili nove učbenike, zbirk nalog pa ne, se je društvo odločilo, da s kolektivnim delom pripravi in izda take zbirke za vse štiri razrede gimnazij. Zbirke so prvotno izhajale v obliki skript, po izpopolnitvi z več ponatisi pa v knjižni izdaji.

Mladi navdušenci so si zamislili Presek — list za mlade matematike, fizike in astronome, katerega prva poskusna številka je izšla leta 1972. Od tedaj izhaja redno štirikrat letno. Posebno veseli smo dejstva, da pri tem listu sodeluje vse več avtorjev (okrog 30 pri vsaki številki) in da je število naročnikov vsako leto večje (letos že 19.000).

Ob stoletnici rojstva prvega častnega člana društva prof. Josipa Plemlja sta izšli dve publikaciji: Integral, differential and functional equations — resumeji predavanj na mednarodnem simpoziju na Bledu — ter kratka biografija prof. Plemlja. V njegov spomin sta bili izdani tudi dve razglednici ter stenska slika, pet let prej pa že razglednica in prospekt ob spominu na J. Vego.

Delo terminološke komisije je bilo z uspehom zaključeno z izdajo dveh del: Terminološkega slovarja opisne geometrije ter Matematične terminologije, katere prva krajša izdaja je izšla že leta 1953.

Da bo spisek popoln, naj omenimo še Publications of the department of mathematics, katerega prvi del je prinesel tri doktorske disertacije, kasnejše številke pa ponatise člankov, ki so jih člani oddelka za matematiko IMFM objavili v tujih znanstvenih revijah. V letošnjem letu je revija spremenila vsebino in naslov v Preprint series of the department of mathematics. V letih od 1969 do 1971 smo izdali v manjši nakladi magistrska dela asistentov matematike. Od leta 1971 do letos je ob vsakokratnem občnem zboru izšel tudi Bilten DMFA SRS.

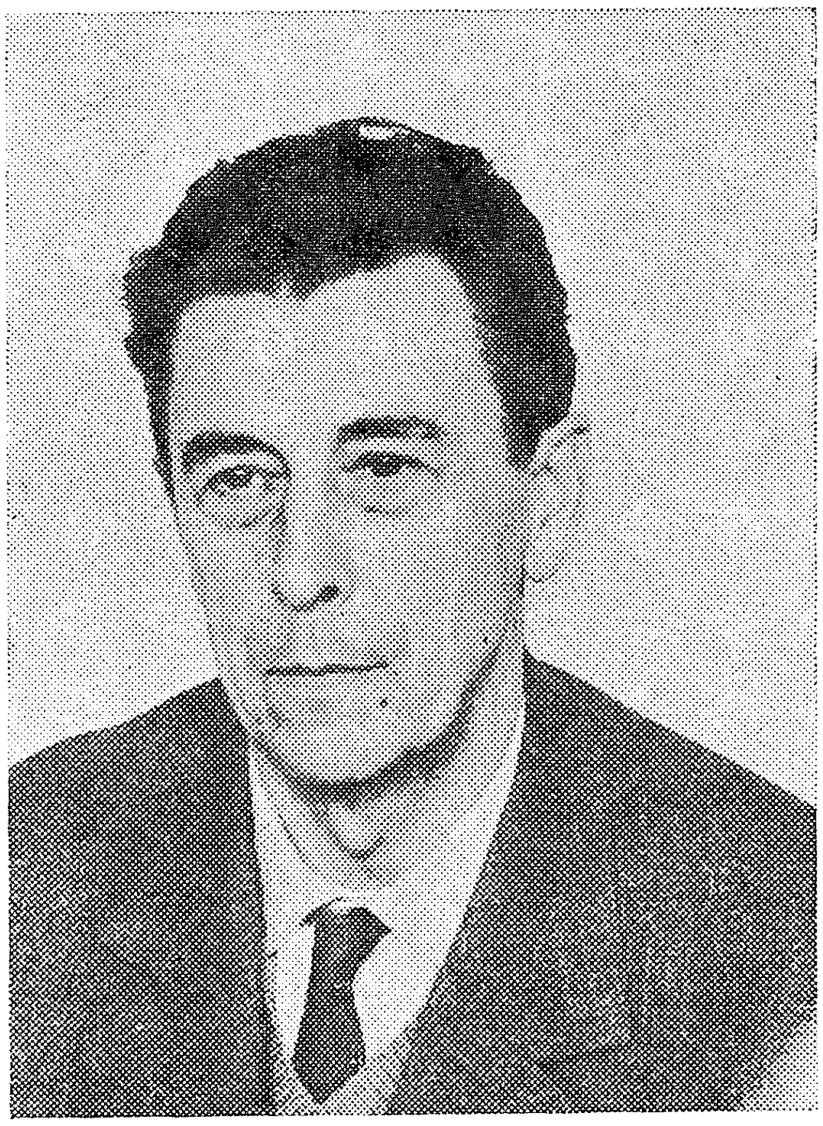



Grafikon prikazuje porast števila publikacij na leto KT DMFA SRS od leta 1951 do 1976 ter vsakoletno število izdaj (če štejemo vsako številko revije posebej in vse ponatise)

Društvo, inštitut ter fakulteta se morajo za uspešno delo zahvaliti tudi skupnostim, ki so subvencionirale izdaje, predvsem Republiškemu skladu za pospeševanje založništva, Skladu Borisa Kidriča, Izobraževalni skupnosti Slovenije, Kulturni skupnosti Slovenije ter Raziskovalni skupnosti Slovenije. Zahvala pa velja tudi tiskarnam Ljudske pravice, Dela in Slovenije ter njihovim delavcem, ki so se vsa leta trudili s težkim matematičnim stavkom.

*Ciril Velkovrh*

# FRANCE AHLIN, 24. 9. 1905—2. 2. 1977



Mnogih kolegov, ki so začeli z našim društvom in Obzornikom in ki so s trdnim optimizmom vztrajali, da prvi zalet ni opešal, ni več med nami. Zdaj nas je zapustil še France Ahlin, ki je bil več kot dve desetletji med najbolj zvestimi in delavnimi v društvu.

France je študiral v Ljubljani in diplomiral leta 1929. Kljub odlično opravljeni šoli matematik in fizik v tedanjih revnih razmerah ni mogel misliti na nadaljnji študij in doktorat, ampak je moral takoj v poklic. Poučevanju na srednji šoli pa se je France zapisal že od vsega začetka; bil je strasten učitelj. Učil je v Banja Luki, Kranju, Novem mestu in Ljubljani. Po osvoboditvi je bil tri leta ravnatelj I. gimnazije v Ljubljani, dve leti inšpektor na ministrstvu za prosveto Slovenije, nato pa profesor matematike in fizike na Višji pedagoški šoli v Ljubljani. Leta 1960 smo ga naprosili, da se je kot višji predavatelj pridružil Oddelku za fiziko na Univerzi. Poučeval je osnovni kurz fizike za več oddelkov tehniških fakultet in zadnja leta metodiko fizike. Dosti svojega znanja in izkušenj je tu dal bodočim učiteljem srednjih šol. Bili smo prepadeni, ko je leta 1972 šel v pokoj, ker ga je dotlej trdno zdravje izdalo. Upali pa smo, da mu bo mir na lepem domu, ki si ga je zgradil s svojo družino, vrnil življenjske sile.

Suhi podatki ne morejo povedati, kaj je France res bil in kaj nam je pomenil. Veliko je prispeval k širjenju matematičnega in fizikalnega znanja — preko šole, društva, krožkov in Obzornika ter s knjigami, ki jih je napisal. Kot sourednik je delal pri Matematičko-fizičkem listu. Začel je z našimi srednješolskimi tekmovanji iz matematike in fizike, ki imajo zdaj že četrtstoletno tradicijo in ki jih društvo po pravici šteje med svoje največje uspehe.

Zaljubljenost v stroko ni v ničemer omejevala njegovih pogledov, kajti imel je široko srce. Znal se je veseliti vsega lepega, zlasti pa narave naših krajev. Srečavali smo se v zasavskih hribih, ki jih je imel France posebno rad. S kako hudomušno, a nikoli neprijazno zbadljivko je znal spraviti vso družbo v dobro voljo. Kdor ga je poznal, ne bo pozabil mladeniško vedrega obraza, ki so ga šele kasneje zasenčile nesreče v družini in nazadnje bolezen.

Kljub tankemu čutu za načela, ki se jih je trdno držal, je prizanašal omahljivcem. Ljudi je sodil po značaju in dejanjih, nikoli po tem, če so mislili drugače. Vselej je našel čas za razgovor in ljubezniv nasvet. Kadar v kaki kočljivi zadevi nisem vedel, kaj je prav in kaj ni, sem ga rad povprašal, ker sem se zanesel na njegovo presojo. Ljudem je zaupal in sem pričakoval enako zaupanje. Zelo se je razsrdil, ko tega ni našel pri birokratu, ki je bolj spoštoval vijoličasto štampiljko kot moško besedo.

Z vsem srcem je bil France socialist in v duhu te misli živel in delal ves čas, tudi ko je bilo najhuje, ne da bi si kdaj koval korist. Prepričanja, da gre vsakomur enaka pravica, si ni dal omajati. Z vsemi je bil enak; ljudi ni ločeval na imenitnike in navadne zemljane. Življenje bi nam bilo lažje in lepše, če bi se zgledovali po Francetu.

*Ivan Kuščer*

# BIBLIOGRAFIJA PROF. FRANCETA AHLINA

## Knjige

1. Fr. Ahlin, Fr. Jeran, O. Sajovic, Analitična geometrija v ravnini. Naloge. DZS 1947, 1948. 108 str.
2. — Trigonometrija. Naloge. DZS 1947, 1948. 142 str.
3. — Trigonometrija za srednje šole. DZS 1951, 1952. 202 str.
4. — Analitična geometrija v ravnini za srednje šole. DZS 1952. 224 str.
5. France Ahlin, Fran Jeran, Analitična geometrija v ravnini za srednje šole. DZS 1957, 1959, 1962. 226 str.
6. France Ahlin, Oton Sajovic, Trigonometrija za srednje šole. DZS 1958, 1960, 1963. 214 str.

## Prevod

Einstein A., Infeld L., Razvoj fizike od Newtona do kvantne teorije. Prevedel France Ahlin. Mladinska knjiga 1962, 224 str. Knjižnica Kosmos 2.

## Skripta

1. Srednješolski tečaj iz matematike. Zbirka nalog. 2. del. 1958/59. Napisali: F. Ahlin, J. Grasselli, F. Križanič, N. Prijatelj, A. Vadnal in I. Vidav. DMFA SRS 1958. 35 str.
2. Zbirka poskusov iz fizike na tečaju za nižjo stopnjo v juniju 1960. Poskuse so pripravili: France Ahlin, Ivan Molinaro, France Šušteršič, Stanko Uršič, France Plevnik, Ivan Štalec, Evald Bračko, Franc Kvaternik, Davorin Tomažič. Zavod za proučevanje izobraževanja odraslih, Ljubljana 1960. 52 str.
3. Izpitna vprašanja iz fizike. [Napisali]: F. Ahlin, I. Kuščer, A. Moljk in J. Strnad. FNT 1963. 29 str., 1969. 34 str., 1972. 55 str.
4. Fizikalni praktikum I. [Sestavili]: F. Ahlin, M. Hribar, I. Kuščer in S. Pahor. FNT in IMFM 1969. 174 str.
5. Zbirka nalog iz fizike za srednješolce. 1. del. Zbrali: F. Ahlin, M. Simončič, A. Čadež, P. Gspan in J. Strnad. DMFA SRS 1966. 22 str.
6. Zbirka nalog iz fizike za srednješolce. 2. del. Zbrali: F. Ahlin, M. Hribar, A. Kodre, P. Gspan in G. Lahajnar. DMFA SRS 1967. 24 str.
7. Zbirka nalog iz fizike za srednješolce. 3. del. Napisali: F. Ahlin, D. Justin, A. Kodre in G. Lahajnar. DMFA SRS 1968. 20 str.
8. Poglavja iz fizikalne optike. Izbrana poglavja iz fizike. 6. seminar iz fizike. Napisali: J. Strnad, G. Kernel, D. Jamnik, J. Pahor, L. Pičman, A. Moljk, F. Ahlin, S. Pahor, R. Blinc, P. Gosar, R. Kladnik in F. Cvelbar. DMFA SRS 1971. 152 str.

## Članki

1. Supraprevodnost. (Prir. po F. Zirkler) Obzornik mat. fiz. (OMF) 3 (1953) 155—162.
2. Predlog za izboljšanje pouka fizike na srednjih šolah. OMF 3 (1953) 124—125.
3. K obravnavanju toka skozi kondenzator v srednji šoli. OMF 4 (1955) 84.
4. Nazornost v šoli. OMF 4 (1955) 85—86.
5. Tečaj za fizikalno eksperimentiranje. OMF 5 (1956) 42—43.
6. Osnutek predmetnika in učnega načrta matematike za gimnazije. OMF 6 (1959) 177—181.
7. O programih matematično fizikalne skupine na višji pedagoški šoli. OMF 7 (1960) 44—46.
8. Ponazoritev vozlov in hrbtov v piščali z žarečo žico. OMF 8 (1961) 46.
9. Deset obrazcev za razreševanje pravokotnega sfernega trikotnika. OMF 8 (1961) 47.
10. Ciklus predavanj iz eksperimentalne fizike. OMF 9 (1962) 91—92.
11. Označba količin iz fizike, ustaljena v SR Sloveniji; merski sistem MKSA. Nastava matematike i fizike 12 (1963) 93—97.
12. Republiško tekmovanje v fiziki. OMF 11 (1964) 45—48.
13. Tekmovanje mladih fizikov. OMF 12 (1965) 84—86.
14. Akcija za usmerjanje mladine pri izbiri študija na visokih šolah. OMF 13 (1966) 39—41.
15. Več pozornosti vzgoji učiteljev fizike. OMF 17 (1970) 132—134.

Manjši prispevki F. Ahlina so še v Obzorniku mat. fiz.:
2 (1952) 40, 7 (1960) 47, 7 (1960) 182, 8 (1961) 96, 12 (1965) 86, 2 (1952) 89, 3 (1953) 179, 4 (1955) 84.

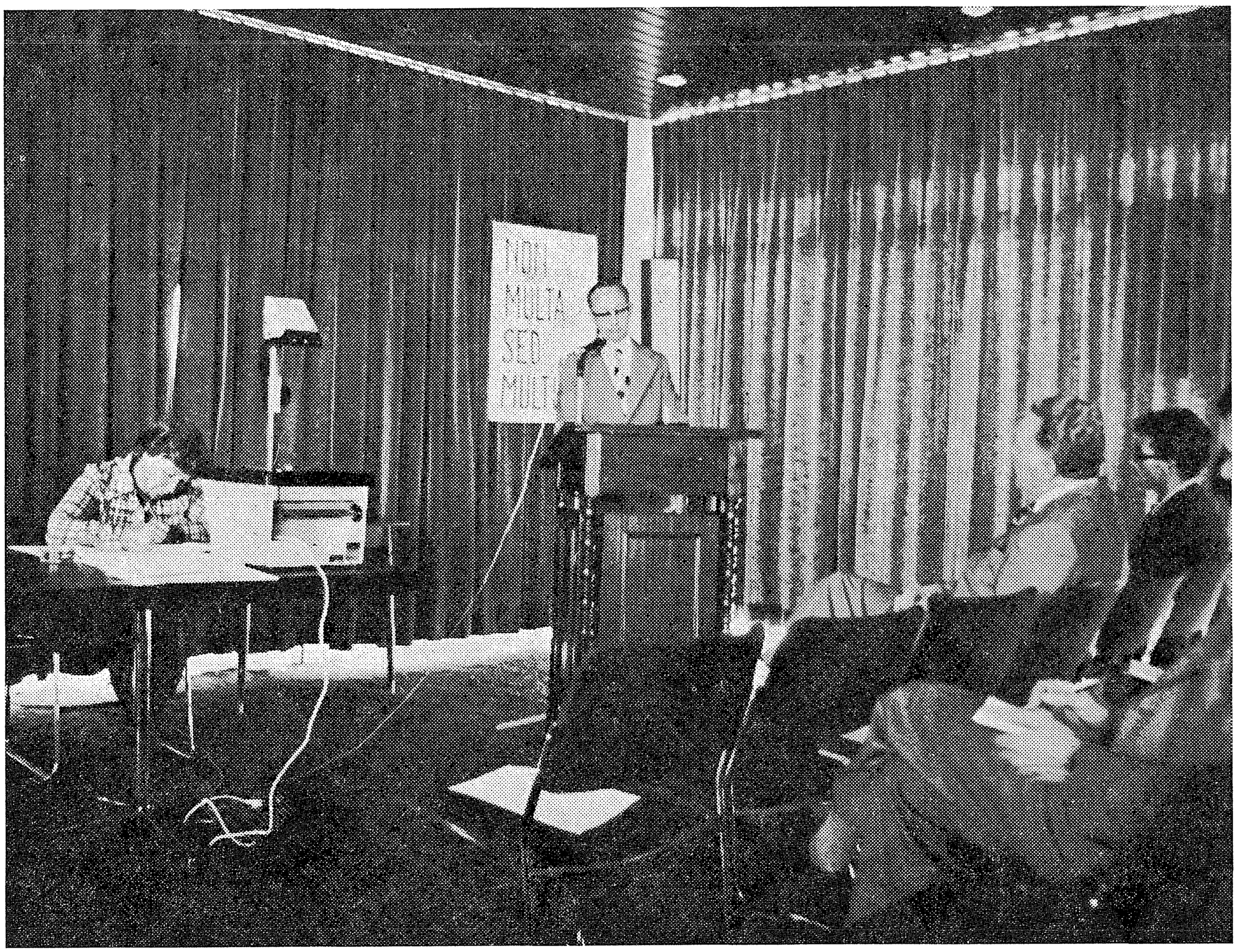
*Ciril Velkovrh*

## 28. OBČNI ZBOR DMFA SRS 23. 10. 1976, HOTEL BERNARDIN, POPTOROŽ

V prisotnosti okoli 230 članov društva je začel občni zbor predsednik društva prof. Niko Prijatelj. Na njegov predlog so bili v delovno predsedstvo izvoljeni Peter Petek kot predsednik ter Bogomila Kolenko in Miro Bornšek kot člana. Na predlog delovnega predsednika je občni zbor sprejel dnevni red, kakor ga je predlagal upravni odbor. V uvodnem delu je nato v imenu obalne izobraževalne skupnosti prisotne pozdravil predsednik Dark Opara, v imenu Prirodoslovnega društva Slovenije pa podpredsednik Alojzij Vadnal. Pismene pozdrave občnemu zboru sta poslala častni član društva Lavo Čermelj in generalni sekretar Zveze društev MFA Jugoslavije Jevrem Janjić. Miro Bornšek je prebral protestno pismo Zveznemu sekretariatu za zunanje zadeve proti manjšinski politiki avstrijske vlade.

Tako kot pretekla leta so bile tudi letos razdeljena društvena priznanja učiteljem matematike na srednjih in osnovnih šolah za prizadevno mentorsko delo z mladino. Priznanja so dobili Franjo Jakhel s Pedagoške akademije v Mariboru, Karel Šmigoc z osnovne šole Šmarje pri Jelšah, Fedor Tomažič z gimnazije v Ajdovščini, Anita Zornada z osnovne šole v Izoli in Ivana Žunič z osnovne šole v Črnomlju. V imenu nagrajencev se je za priznanje zahvalil Franjo Jakhel.

Ker so člani društva dobili podrobna poročila o delu že vnaprej v biltenu, so člani upravnega odbora in komisij podali le potrebna dopolnila. V razpravi, ki je sledila, so člani društva ugotovili, da je delo upravnega odbora in komisij izredno obsežno. Zato brez pro-



(Foto C. Velkovrh

NON MULTA SED MULTUM
na občnem zboru Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS

fesionalnih moči ne bi kazalo širiti dejavnosti društva. Člani so podprli prizadevanje terminološke sekcije društva pri pripravah na izdelavo trijezičnega slovensko-nemško-italijanskega matematičnega slovarja, ki bi bil v veliko pomoč Slovencem v zamejstvu. Razprava je bila tudi o stanju Plemljevega doma na Bledu, za katerega bi morali najti oskrbnika.

Po poročilu nadzornega odbora, ki je ugotovil, da je bilo poslovanje društva pravilno in ažurno, je občni zbor sprejel razrešnico staremu upravnemu odboru in komisijam. Predlog za nove organe društva je podal dosedanji predsednik Niko Prijatelj:

Upravni odbor DMFA SRS: predsednik Sergej Pahor, podpredsednik Dušan Modic, tajnik Marjan Hribar, blagajnik Agica Tiegl.

Komisije: za popularizacijo: Edi Kramar (matematika), Andrej Likar (fizika), Pavle Zajc (osnovna šola), za pedagoško dejavnost: Martina Koman, za tisk: Janez Strnad.

Sekcije: za bibliografijo: Jože Povšič, za terminologijo: Alojzij Vadnal, za tehnične matematike: Marko Kranjc, za tehnične fizike: Zvonko Trontelj in Janez Stepišnik, za starejše člane: Milica Potisek.

Komisija za tisk DMFA SRS: predsednik in glavni urednik: Janez Strnad, podpredsednik: Anton Suhadolc, tajnik: Ciril Velkovrh, blagajnik: Janez Markelj, računovodja: Ciril Velkovrh, člani: Peter Petek, Jože Kotnik in Gabrijel Tomšič.

Odgovorni uredniki: Obzornik za matematiko in fiziko: Janez Strnad, Presek: Peter Petek, Knjižnica Sigma in Zbirka izbranih poglavij iz matematike: Ivan Vidav, Matematika-Fizika — Zbirka univerzitetnih učbenikov in monografij ter Postdiplomski seminar iz matematike: France Križanič, Zbirka izbranih poglavij iz fizike in Postdiplomski seminar iz fizike: Janez Strnad.

Predlog je bil soglasno sprejet.

V prosti razpravi so člani govorili o možnostih za strokovno napredovanje učiteljev matematike in fizike v osnovnih šolah. Po zgledu kemije naj bi tudi oddelek za matematiko in oddelek za fiziko pripravila študij ob delu za diplomo II. stopnje. Omogočili naj bi prost prehod s pedagoške akademije v tretja letnika ustreznih študijskih smeri. Razprava se je dotaknila tudi posvetovanja o težnjah v pouku matematike in fizike, ki je bilo dan prej. Prevladalo je mnenje, da bi bilo o posameznih temah vredno razpravljati v aktivih.

Na koncu je občni zbor pooblastil novi upravni odbor, da po lastni presoji izbere kraj za naslednji občni zbor, ki naj bo v oktobru 1977.

Popoldanski čas so mnogi člani društva izkoristili za prijeten avtobusni izlet po Istri, ki so ga pripravili člani koprske podružnice društva. Prizadevnim Koprčanom gre tudi sicer zahvala za dobro organizacijo občnega zbora kljub težavam zaradi velikega števila udeležencev.

*Marjan Hribar*

# UTRINEK

*Bernard Shaw:*

Kdor zna, ta sam naredi, kdor ne zna sam narediti, uči druge, kdor ne zna ne enega in ne drugega, uči, kako bi bilo treba učiti.

Izbral *Zvonimir Bohte*

# FINANČNO POROČILO KOMISIJE ZA TISK OD 15. 11. 1975 DO 1. 9. 1976

| | Dohodki | Izdatki | Saldo |
|---|---|---|---|
| Obzornik mat. fiz. | 225.334,70 | 219.477,80 | + 5.856,90[1] |
| Presek | 496.597,85 | 460.282,15 | + 36.315,70[2] |
| Matematika — fizika | 224.051,45 | 181.726,45 | + 42.325,00[3] |
| Sigma | 129.245,50 | 127.158,85 | + 2.086,65 |
| Izbrana poglavja mat. | 100.517,60 | 94.892,60 | + 5.625,00[4] |
| Izbrana poglavja fiz. | 25.038,50 | 14.026,00 | + 11.012,50 |
| Postdiplomski seminar | 29.151,70 | 19.881,70 | + 9.270,00 |
| Letno poročilo IMFM | 1.772,70 | 1.772,70 | — |
| Publications | — | 4.564,50 | — 4.564,50 |
| Terminološki slovar | 20.000,00 | 20.000,00 | — |
| Vegova priznanja | 14.400,00 | 29.578,00 | — 15.178,00[5] |
| Presekova značka | — | 66.960,00 | — 66.960,00[6] |
| Prodaja knjig in skript | 518.469,10 | 440.242,95 | + 78.226,15 |
| 10% režija | 191.123,35 | 130.546,30 | + 60.577,05[7] |
| Skupaj: | 1,975.702,45 | 1,811.110,00 | + 164.592,45 |
| Plemljev dom | 148.931,55 | 15.063,00 | + 133.868,55[9] |
| Plemljev muzej | 72.645,70 | 25.916,75 | 46.728,95 |
| Skupaj: | 2,187.784,70 | 1,842.594,75 | + 345.189,95 |

[1., 2.] Podrobna razčlenitev finančnega poslovanja za obe reviji je takale:

| | | OMF (št. 6-1975, 1/4-1976) | PRESEK (št. 2, 3, 4/III in 1/IV) |
|---|---|---|---|
| **Dohodki:** | | | |
| Saldo 1975 | | 34.445,70 | 167.652,65 |
| Raziskovalna skupnost SRS za | 1975 | 21.000,00 | 80.000,00 |
| | 1976 | 65.800,00 | 30.000,00 |
| IMFM | | 11.560,00 | |
| Republiški sekretariat za urbanizem | | | 20.000,00 |
| Oglasi ELAN, LB | | | 6.000,00 |
| Naročnine | | 92.529,00 | 192.945,20 |
| | Skupaj | 225.334,70 | 496.597,85 |
| **Izdatki:** | | | |
| Tiskarski stroški | | 115.643,25 | 353.906,20 |
| Avtorski honorarji | | 67.145,95 | 60.036,30 |
| Akontacija članarine DMFA SRS | | 18.166,00 | |
| Materialni izdatki | | | 4.458,50 |
| 10% režija | | 18.522,60 | 41.881,15 |
| | Skupaj | 219.477,80 | 460.282,15 |
| | Saldo | 5.856,90* | 36.315,70** |

[3] Namenska sredstva za Fiziko I
[4] Namenska sredstva za Ponatis Fortran in Rešene naloge iz analize I (že izšlo)
[5] Primanjkljaj bomo pokrili s prodajo priznanj
[6] Primanjkljaj smo že pokrili s prodajo značk
[7] Sredstva so namenjena za režijske stroške za zadnje četrtletje 1976 in prvo četrtletje 1977
[8] Do konca koledarskega leta smo imeli še 3.868,55 din stroškov tako, da je za popravilo strehe ostalo 130.000.— din namenskih sredstev.
* Za leto 1976 smo dobili še od RSS 28,200.— din, izdati pa smo morali številko 5/6.
** Do konca 1976 smo dobili še od RSS 150.000.— din, izdali pa smo še številko 5/III in 2/IV.

Število naročnikov v šolskem letu 1976/77:

| | OMF | | Presek |
|---|---|---|---|
| ČLANI | 863 | | |
| nečlani | 210 | posamezniki | 435 |
| študenti | 68 | dijaki, učenci | 19.009 |
| ustanove | 144 | ustanove | 66 |
| zamenjava | 101 | zamenjava | 17 |
| darila | 21 | darila | 67 |
| Skupaj | 1407 | | 19.594 |

V tej poslovni enoti se je prodaja še zmanjšala glede na leto 1975 (za 20%).

| Prodali smo: | število knjig | v vrednosti din |
|---|---|---|
| Sigma | 9.932 | 185.212.— |
| Matematika | 729 | 107.520.— |
| Izbrana poglavja iz matematike | 789 | 29.912.— |
| Univerzna skripta | 551 | 15.094.— |
| Druga skripta | 27 | 760.— |
| Spominske publikacije (J. Vega, J. Plemelj) | 649 | 2.203.— |
| Razne knjige | 205 | 10.271.— |
| Skupaj | 12.882 | 350.972.— |

| Dolžniki: | |
|---|---|
| OMF | 79.650.— din[1] |
| Presek | 2.448.— din |
| Sigma in druge knjige | 4.581.— din[2] |
| Skupaj | 86.679.— din |

| | |
|---|---|
| Zaloga: 49.660 knjig v vrednosti | 764.767.— din |
| Gotovina na žiro računu | 345.189,95 din |

Skupna vrednost našega imetja je 1,196.635,95 din.

[1] Vrednost starih dolgov (1975 in nazaj) je le 7.470 din.
[2] Do konca 1976 so dolžniki plačali 3.178 din, tako je vrednost starih dolgov samo 734 din!

*Janez Markelj*

# OBVESTILO

*Vse naročnike Obzornika za matematiko in fiziko vljudno prosimo, da s priloženo položnico nakažejo na naš ŽR naročnino za leto 1977 (potrebne podatke dobite v kolofonu).*

*Upravni odbor Komisije za tisk*

# PREJELI SMO V OCENO

**KÁRTESZI F., Introduction to finite geometries. Akadémiai Kiadó, Budapest 1976. XVIII + 226 str. Disquisitiones mathematicae Hungaricae 7**

Delo je plod več kot dvajsetletnega poučevanja (projektivne) geometrije in originalnega raziskovalnega dela. Avtor je v predavanjih med klasične teme sproti uvajal izbrane novosti iz področja končne geometrije, ki se ta čas intenzivno razvija. Zato je njegova (pravi, da eksperimentalna) knjiga zanimiva v znanstvenem in v didaktičnem pogledu, saj pisec ne pričakuje od aktivnega bralca kakega posebnega predznanja. V prvem poglavju (tu so dani osnovni pojmi) je predstavljena incidenčna relacija kar se da naravno v tabelah. Bralec lahko ob jasnem in ljubeznivem vodstvu hitro sledi čudoviti razlagi. Pisec takoj oblikuje glavni problem o eksistenci in klasifikaciji končnih ravnin in opozori, da spada bržkone med hude probleme sodobne matematike. Zanimivo je, da mu je uspelo predstaviti v drugem poglavju v osrednji temi knjige velik del Galoisovih končnih ravnin brez poznavanja raznih dejstev iz teorije končnih obsegov. Pisanje je sestavljeno vedno tako, da bralca izredno motivira in da se rad loti študija dotlej morda neznanih mu algebrskih struktur, ki potem ožive v geometriji v novi luči. Lepo so podane razlike med končnimi projektivnimi ravninami in (klasično) neskončno projektivno ravnino. V naslednjih treh poglavjih najdemo povezave končnih geometrij z grafi, spoznamo modele nekaterih končnih neevklidskih geometrij v kombinatoriki. Čeprav se avtor loti študija modelov, pa podajanje ni popolnoma sintetično, prevladuje geometrijsko-analitična metoda. V zadnjem poglavju najdemo Gleasonov (zadostni pogoj za to, da je končna projektivna ravnina Desarguesova) izrek in Levijev izrek (ta je v zvezi z Wedderburnovim izrekom). Na kraju knjige je v dodatku kar se da kratek pregled algebrskih pojmov. Bralec prav lahko popravi pohlevnega tiskarskega škrata, malo bolj poredni škrati pa ga čakajo med sedemdesetimi izbranimi nalogami, ki dopolnjujejo obravnavo; tu najdemo vaje, jih rešujemo »by trial and error«, pa tudi probleme, ki spodbujajo k samostojnemu raziskovanju. S tem delom bo dobil marsikateri mladi matematik in ljubitelj geometrije lepe spodbude za temeljitejši študij še nerešenih vprašanj geometrije.

*Ivan Pucelj*

**John Knopfmacher, Abstract Analytic Number Theory, North-Holland Publishing Company 1975, 322 str.**

Klasična analitična teorija števil preučuje aritmetične funkcije, največ takšne, ki so opredeljene na množici naravnih števil. Kot zgled naj omenimo znano asimptotično oceno za funkcijo $\pi(x)$ (funkcija $\pi(x)$ šteje, koliko je praštevil do $x$). Množica naravnih števil je komutativna polgrupa za množenje z enoto, za njene elemente velja enolična faktorizacija. Nastaja vprašanje, kako vpeljati aritmetične funkcije na abstraktni komutativni polgrupi z enolično faktorizacijo, in dalje, ali veljajo v tem primeru podobne lastnosti kot za aritmetične funkcije na množici naravnih števil. S takimi in podobnimi problemi so se v zadnjem času precej ukvarjali, pri njih reševanju je tudi avtor pričujoče knjige v obilni meri sodeloval. Knjiga obravnava dobljene izsledke in opozarja na mnoge še odprte probleme tega področja matematike.

*Jože Grasselli*

# NOVE KNJIGE

**Alojzij Vadnal, Rešeni problemi linearnega programiranja, ponatis, DZS, Ljubljana 1976, 208 strani, cena 105.— din (92.— din), (Knjižnica Sigma, 22 a).**

Delo je razdeljeno na osem poglavij. Prvo podaja kratek pregled tistih reči iz linearne algebre, ki so potrebne pri linearnem programiranju. Drugo razlaga osnovne pojme o konveksnih množicah v $R^n$, predvsem o konveksnih poliedrih. Osrednjo vlogo ima tretje poglavje. V njem so najprej navedene različne formulacije osnovne naloge v linearnem programiranju. Nato je razloženo, da pomeni ta naloga iskanje ekstrema linearnega funkcionala v $R^n$ na neki konveksni množici s končnim številom ekstremnih točk in da se ta ekstrem doseže, če sploh obstaja, v eni ali več ekstremnih točkah te konveksne množice. In nazadnje je nadrobno utemeljena simpleksna metoda, se pravi tako prehajanje iz ene ekstremne točke v drugo, da se pri tem vrednost funkcionala izboljšuje. V četrtem poglavju je popisano, kako se je lotiti računanja po simpleksni metodi, in postopek je ilustriran z dvema zgledoma (dietni in proizvodni problem). Peto poglavje je namenjeno degeneraciji, to je situaciji, ko naletimo pri simpleksni metodi na ekstremne točke s premalo pozitivnimi koordinatami. Šesto poglavje obravnava dualnost, najprej na splošno, nato pa še na zgledih. Sedmo poglavje opisuje grafične metode v linearnem programiranju, osmo pa transportno nalogo, predvsem načine reševanja, ki so v tem primeru ugodnejši od splošne simpleksne metode.

Knjiga je napisana jasno in lahko umljivo. K temu še posebej pripomorejo številni nadrobno izdelani zgledi. Delo je torej dostopno širokemu krogu interesentov. Da ta krog tudi obstaja, pa kaže okoliščina, da je bilo treba knjigo v kratkem presledku ponatisniti.

*Rajko Jamnik*

**France Križanič, Topološke grupe, 132 str., cena 12.— din (10.— din) Postdiplomski seminar iz matematike 6.**

Topološka grupa je tak matematični objekt, ki je hkrati grupa in tolopoški prostor, grupne operacije pa so zvezne, tako da sta obe strukturi — algebraična in topološka — med seboj lepo povezani. Temu fundamentalnemu pojmu, ki leži v osnovi mnogih pomembnih matematičnih struktur (linearni topološki prostori, Liejeve grupe itd.), je posvečen šesti zvezek zbirke Postdiplomski seminar iz matematike.

Zvezek obsega 132 strani, njegova vsebina je pravzaprav nekoliko razširjen zapis predavanj, ki jih je imel avtor v šol. letu 1972/73 za študente 3. stopnje na odseku za matematiko. Njim je tudi delo v prvi vrsti namenjeno, čeprav je primerno za vsakega matematika, ki se želi seznaniti z osnovnimi pojmi teorije topoloških grup. Pri tem naj opozorim, da avtor predpostavlja poznavanje algebrajske teorije grup, medtem ko vse potrebne topološke definicije in izreke v začetku na kratko izpelje, tako da je delo dostopno tudi bralcu, ki se morda prvič srečuje s splošno topologijo.

Snov je razdeljena takole: Začetek je, kot že rečeno, namenjen topologiji. Nato so podane definicija in osnovne lastnosti topoloških grup, podgrup in transformacijskih grup, med katerimi najdemo predstavnike klasičnih grup (splošno linearno grupo, posebno linearno grupo itd.). Osrednji del je posvečen funkcijam na grupi ter konstrukciji in glavnim lastnostim invariantnega (Haarovega) integrala na lokalno kompaktni grupi. Konec je spet topološki. Zadnji trije razdelki nosijo naslove: Fundamentalna grupa in prostor poti, Krovni prostori, Krovne grupe. Primeri. Obdelana snov je podana sicer zgoščeno, vendar dovolj pregledno in sistematično.

Na koncu je avtor navedel literaturo, ki mu je rabila za osnovo in je dostopna v mate-

## SEZNAM PUBLIKACIJ KOMISIJE ZA TISK DMFA SRS v letu 1976

1.—4. OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO 23 (1976) št. 1—6

5. Topologija — 6. seminar iz matematike. Obzornik mat. fiz. 23 (1976) 1/2

6.— 8. PRESEK 3 (1975/76) 3, 4, 5 (P. Zajc, Tekmujmo za Vegovo priznanje)

9.—10. 4 (1976/77) 1, 2

| | | |
|---|---|---|
| 11. | SIGMA: 25. V. Batagelj in T. Pisanski, Rešene naloge iz matematike z republiških tekmovanj. 2. d. 1967—1975 | 72.— |
| 12. | 26. A. Vadnal, Diskretno dinamično programiranje | 92.— |
| 13. | MATEMATIKA-FIZIKA: 6. I. Vidav, Višja matematika I. (5. izdaja) | 112.— |
| 14. | 8. I. Vidav, Višja matematika III. | 232.— |

Zbirka izbranih poglavij iz matematike

| | | |
|---|---|---|
| 15. | 3. E. Zakrajšek, Fortran (2. ponatis) | 48.— |
| 16. | 4. E. Zakrajšek, Programerski jezik PASCAL (ponatis) | 16.— |
| 17. | 5. R. Jamnik, Uvod v matematično statistiko | 56.— |
| 18. | I. Vidav, Afina in projektivna geometrija. Definicije in izreki. | 16.— |
| 19. | M. Dobovišek in M. Hladnik, Rešene naloge iz analize I., 2. del | 10.— |

Zbirka izbranih poglavij iz fizike

| | | |
|---|---|---|
| 20. | J. Strnad, Moderna fizika I. (ponatis) | 68.— |

Podiplomski seminar iz matematike

| | | |
|---|---|---|
| 21. | 8. F. Križanič, Liejeve grupe | 40.— |
| 22. | 9. M. Kranjc, Matroidi | 5.— |
| 23. | Publications of the Department of Mathematic, No. 11, 1975 | — |
| 24. | I. Štalec, Zbirka vaj iz aritmetike, algebre in analize za 1. razred gimnazije (6. natis) | |
| 25. | I. Štalec, Zbirka vaj iz aritmetike, algebre in analize za 2. razred gimnazije (4. natis) | |
| 26. | Zbirka nalog iz matematike pri zaključnih izpitih na gimnazijah v SR Sloveniji, 3. del | |
| 27. | Letno poročilo IMFM 1974/75 | — |
| 28. | Bilten DMFA SRS, 1976 | — |

*Ciril Velkovrh*

## SEZNAM PUBLIKACIJ KOMISIJE ZA TISK DMFA SRS v letu 1976

1.—4. OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO 23 (1976) št. 1—6

5. Topologija — 6. seminar iz matematike. Obzornik mat. fiz. 23 (1976) 1/2

6.— 8. PRESEK 3 (1975/76) 3, 4, 5 (P. Zajc, Tekmujmo za Vegovo priznanje)

9.—10. 4 (1976/77) 1, 2

| | | |
|---|---|---|
| 11. | SIGMA: 25. V. Batagelj in T. Pisanski, Rešene naloge iz matematike z republiških tekmovanj. 2. d. 1967—1975 | 72.— |
| 12. | 26. A. Vadnal, Diskretno dinamično programiranje | 92.— |
| 13. | MATEMATIKA-FIZIKA: 6. I. Vidav, Višja matematika I. (5. izdaja) | 112.— |
| 14. | 8. I. Vidav, Višja matematika III. | 232.— |

Zbirka izbranih poglavij iz matematike

| | | |
|---|---|---|
| 15. | 3. E. Zakrajšek, Fortran (2. ponatis) | 48.— |
| 16. | 4. E. Zakrajšek, Programerski jezik PASCAL (ponatis) | 16.— |
| 17. | 5. R. Jamnik, Uvod v matematično statistiko | 56.— |
| 18. | I. Vidav, Afina in projektivna geometrija. Definicije in izreki. | 16.— |
| 19. | M. Dobovišek in M. Hladnik, Rešene naloge iz analize I., 2. del | 10.— |

Zbirka izbranih poglavij iz fizike

| | | |
|---|---|---|
| 20. | J. Strnad, Moderna fizika I. (ponatis) | 68.— |

Podiplomski seminar iz matematike

| | | |
|---|---|---|
| 21. | 8. F. Križanič, Liejeve grupe | 40.— |
| 22. | 9. M. Kranjc, Matroidi | 5.— |
| 23. | Publications of the Department of Mathematic, No. 11, 1975 | — |
| 24. | I. Štalec, Zbirka vaj iz aritmetike, algebre in analize za 1. razred gimnazije (6. natis) | |
| 25. | I. Štalec, Zbirka vaj iz aritmetike, algebre in analize za 2. razred gimnazije (4. natis) | |
| 26. | Zbirka nalog iz matematike pri zaključnih izpitih na gimnazijah v SR Sloveniji, 3. del | |
| 27. | Letno poročilo IMFM 1974/75 | — |
| 28. | Bilten DMFA SRS, 1976 | — |

*Ciril Velkovrh*