

B-177/76-3

ODPISANO

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

1976

Letnik 23

3

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, MAJ 1976

Glavni urednik: Gabrijel Tomšič; **odgovorni urednik:** Janez Strnad.

Uredniški odbor: France Avsec, gimnazija Kranj; Robert Blinc, FNT; France Kvaternik, tehniška šola za lesarstvo, Ljubljana; Jože Lep, VTS, Maribor; Anton Moljk, FNT; Jože Pahor, FNT; Mitja Rosina, FNT; Tomaž Skulj, gimnazija Moste, Ljubljana; Janez Strnad (urednik za fiziko), FNT; Anton Suhadolc (urednik za matematiko), FNT; Ciril Velkovich (tehnični urednik), FNT; Ivan Vidav, FNT; jezikovni pregled Marija Janežič, Institut za slovenski jezik SAZU. Slike je narisal Berto Žitko.

Naročnina: za posameznike 120.— din (za člane društva je že vračunana članarina 20.— din, za dijake in študente 50.— din, za ustanove in podjetja 150.— din, za tujino 10 \$ = 170.— din, posamezna številka 20.— din, dvojna številka 40.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: **Komisija za tisk DMFA SRS**, 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p. p. 227, tel. št. 61-564/53, žiro račun 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki 50100-620-107-900.

Tiska tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani, Kopitarjeva ul. 2. Naklada 1600 izvodov.

Izdajo revije sofinancirata Izobraževalna skupnost Slovenije in Raziskovalna skupnost Slovenije.

VSEBINA

Članka	Stran
O robnih problemih za nelinearne diferencialne enačbe drugega reda (Milan Hladnik)	73
Rombergova tabela (Mirko Dobovišek)	81
Novica	
Spektroskopija ionskih curkov (Janez Strnad)	86
Utrinek (Ivan Kuščer)	89
Šola	
Meritev absorpcijskega koeficienta zemeljskega ozračja (Marjan Prosen)	90
Domače vesti	
Letno poročilo oddelka za matematiko IMFM za študijsko leto 1974/75 (Jože Vrabec)	93
Pravila o urejanju in izdajanju publikacij KT pri DMFA SRS (Ciril Velkovich)	97
Kratko razmišljanje o krožkih ob zaključku šolskega leta (Dušan Repovš)	100
Šesti kongres matematikov, fizikov in astronomov Jugoslavije (Ciril Velkovich)	101
Prejeli smo v oceno (Andrej Čadež)	102
Nove knjige (Z. Bohte, J. Kozak, F. Lebedinec)	103
Seznam publikacij KT pri DMFA SRS v letu 1975 (Ciril Velkovich)	III
Oblikovanje prodajne cene matematičnim knjigam (Ciril Velkovich)	IV
Obvestila (Ciril Velkovich, Špela Bratož)	89, IV

CONTENTS

Articles	Page
On boundary value problems for nonlinear second order differential equations (Milan Hladnik)	73
Romberg table (Mirko Dobovišek)	81
News	86
School	90
Home news	93
New books	103

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

VSEBINA

Članki

Deseti Hilbertov problem (Jože Grasselli)	1
Mikroskopska teorija tekočih kristalov (Franc Pušnik)	4
Morski valovi (Karl Bajc)	15
Nekaj o algebrski topologiji. C — popravek (Peter Petek)	31
Zakaj biofizika? (A. V. Hill, prev. Seta Oblak)	33
Enakomerno kroženje (Mitja Kregar)	38
Skrivnost nevtrinov s Sonca — popravek (Gregor Cevc)	45
Uvod v mehaniko tekočin (Peter Gosar)	65
Brezvrtinčno gibanje nestisljive tekočine (Lovro Pičman)	72
Vrtinčasto gibanje neviskozne tekočine (Rudi Kladnik)	80
Gibanje viskoznih tekočin (Darko Jamnik)	87
Upor in vzgon v tekočinah (Mitja Rosina)	93
Valovanje na vodni površini (Gabrijel Kernel)	98
Zvok v tekočinah (Sergej Pahor)	109
Pojavi pri nadzvočnih hitrostih in udarni valovi (Janez Strnad)	114
Dinamika atmosfere (Zdravko Petkovšek)	121
Računalništvo in njegov odnos do matematike. 1. d. (Donald E. Knuth, prev. Tamara Bohte)	129
Senzorji za infrardečo svetlobo (Peter Gosar)	139
Računalništvo in njegov odnos do matematike. 2. d. (Donald E. Knuth, prev. Tamara Bohte)	161
O kolokaciji (Anton Suhadolc)	168
Trije preprosti ekonomski modeli (Jože Čibej)	172
Delci Ψ v modelu kvarkov (Bojan Golli)	193

Novice

Iskanje tahionov (Janez Strnad)	21
Enoelektronski oscilator (Janez Strnad)	24
Nova delca (Janez Strnad)	42
Barvni kvarki (Bojan Golli)	198
O predvidljivosti dogajanj v atmosferi (Jože Rakovec)	201
Ali so odkrili delec z magnetnim nabojem? (Janez Strnad)	204

Šola

Uvedenje novog nastavnog programa nastave matematike u srednje škole SR Hrvatske (Božena Ercegovac i Milan Mišina)	46
Konec nedoslednosti pri enotah (Franc Kvaternik)	52
Gravitacijski radij (Janez Strnad)	146
Načelo nedoločenosti (Janez Strnad)	177
Ocenjivanje znanja učenika (Ignacije Smolec)	210
K članku »Ocenjivanje znanja učenika« I. Smolca (Aleksander Cokan)	220

Terminologija

Prispevek Križaničeve knjige o diferencialnih enačbah k izpopolnitvi matematične terminologije (Alojzij Vadnal)	147
---	-----

Jezikoslovje

Nenavadna ruska števnik sorok (40) in devjanosto (90) (France Jakopin)	184
--	-----

Domače vesti

Poročilo o delu oddelka za matematiko IMFM v šolskem letu 1973/74 (Zvonimir Bohte)	27
Koledar V. tekmovanja za Vegova priznanja (Pavel Zajc)	28
8. seminar iz fizike... Mehanika tekočin — vabilo (Martina Koman)	IV/1
26. občni zbor DMFA SRS (Dušan Modic)	53
Finančno poročilo društva v letu 1974 (Iva Mulec)	60
Finančno poročilo komisije za tisk v letu 1974 (Ciril Velkovrh)	60

Matic Koprivec — umrl (Franc Kvaternik)	63
Komisija za tisk DMFA SRS v letu 1974 (Ciril Velkovrh)	64
VI. kongres matematikov, fizikov in astronomov Jugoslavije — prvo obvestilo (Ciril Velkovrh)	IV/2
Seminar iz fizike »Mehanika tekočin« (Martina Koman)	III/3
VI. Kongres DMFAJ. 2. obvestilo (Ciril Velkovrh)	IV/3
Nagrajenci Sklada Borisa Kidriča v letu 1975 (Ciril Velkovrh)	150
Razpis nagrad (Martina Koman)	151
Seznam diplomantov prve, druge in tretje stopnje iz matematike in fizike ter rezimeji doktorskih disertacij v letu 1974 (Ciril Velkovrh)	152
VII. zvezno tekmovanje študentov matematike, Beograd 1974 (Dušan Repovš)	156
S sej upravnega odbora DMFA SRS (Marjan Hribar)	158
Poročilo o delu študentskega seminarja elementarne matematike LAAR GETNI (Dušan Repovš)	167
25-letnica Zveze društev matematikov, fizikov in astronomov Jugoslavije (Dušan Modic)	185
Kako tekmujejo srednješolci v Sovjetski zvezi (Dušan Repovš)	186
VIII. zvezno in I. mednarodno tekmovanje študentov matematike, Beograd, 4.—7. april 1975 (Dušan Repovš)	222
Seznam novih članov Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije (Vinko Pavlič in Ciril Velkovrh)	III/6
Nove knjige	
Dostopnejše nove knjige v matematični knjižnici (Stanislav Zorko)	32
Ivan Kuščer in Slobodan Žumer, Termodinamika (Sergej Pahor)	159
Janez Strnad, Fazna, skupinska, signalna hitrost (Alojz Kodre)	159
Knjižnica Sigma (Ciril Velkovrh)	160
Nastava matematike, nova serija, 1 1974 št. 2 (Ciril Velkovrh)	160
V letu 1974 smo prejeli naslednje revije v zameno za Obzornik za matematiko in fiziko (Stanislav Zorko)	III/4
Naročite se na Presek (Peter Petek)	IV/4
Kje in kaj? (Dušan Repovš)	190
Časopisi v Jugoslaviji (Tomaž Fortuna)	192
I. Bratko in U. Rajkovič, Uvod v računalništvo (Jernej Kozak)	221
Prejeli smo v oceno	
Evar D. Nering, Elementary Linear Algebra (Anton Suhadolc)	29
I. Adler, Fizika (Alojz Kodre)	29
Nuclear structure study with neutrons (Franc Cvelbar)	30
N. N. Bogolyubov, A Method fot Studying Model Hamiltonians (Lovro Pičman)	31
Gy. A. Nagy and M. Szilagyi, Introduction to the theory of space-charge optics (Janez Strnad)	187
K. Dransfeld, P. Kenele, H. Vonach, Physik I, Newtonsche und relativistische Mechanik (Janez Strnad)	188
Bruno de Finetti, Die Kunst des Sehens in der Mathematik (Peter Petek)	188
BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft (Ciril Velkovrh)	189
Kahan B. C., Mathematical Techniques for Engineers and Scientists (Gabrijel Tomšič)	189
R. L. Plackett, The Analysis of Categorical Data (Rajko Jamnik)	189
Vprašanja	
108 (Tik-tak)	37
109 (Ciril Velkovrh)	37
Odgovori	
109 (Dušan Repovš)	171
Utrinki	
Ali je Vseved zares vse vedel?	30
»Moderna matematika« — Jean Dieudonne (Ciril Velkovrh)	31
Okrog leta 700... (Peter Petek)	145
Obvestila	
Obvestilo naročnikom Obzornika (Ciril Velkovrh)	63
Srečanje matematikov in fizikov	III/2
Srečno novo leto 1976	IV/6

Glavni urednik, Gabrijel Tomšič; odgovorni urednik, Janez Strnad.

Uredniški odbor : France Avsec, gimnazija Kranj; Robert Blinc, FNT; France Kvaternik, gimnazija Poljane, Ljubljana; Jože Lep, VTŠ, Maribor; Anton Moljk, FNT; Jože Pahor, FNT; Mitja Rosina, FNT; Tomaž Skulj, gimnazija Moste, Ljubljana; Janez Strnad (urednik za fiziko), FNT; Anton Suhadolc (urednik za matematiko), FNT; Ciril Velkovrh (tehnični urednik), FNT; Ivan Vidav, FNT; jezikovni pregled Marija Janežič, Institut za slovenski jezik SAZU.

Naročnina : za posameznike 60.— din (za člane društva je že vračunana članarina 10.— din), za dijake in študente 25.— din, za ustanove in podjetja 100.— din, za tujino 7 \$ = 119.— din, posamezna številka 10.— din, dvojna številka 20.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: **Komisija za tisk DMFA SRS**, 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p. p. 227, tel. št. 61-564/53, žiro račun 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki 50100-620-107-900.

Tiska tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani, Kopitarjeva ul. 2.

Izdajo revije sofinancirata Izobraževalna skupnost Slovenije in Raziskovalna skupnost Slovenije.

O ROBNIH PROBLEMIH ZA NELINEARNE DIFERENCIALNE ENAČBE DRUGEGA REDA*

MILAN HLADNIK

AMS Subj. Class (1970) 34 B 15

V članku opiše avtor robne probleme za nelinearne diferencialne enačbe drugega reda. Na kratko pokaže, kakšna sredstva so potrebna za dokaz eksistence rešitve in za edinost rešitve. Teorijo ilustrira z več primeri.

ON BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR NONLINEAR SECOND ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS

In the paper the two-point boundary value problem for nonlinear differential equations of second order is considered. A method to prove existence and uniqueness of solutions is briefly described and also some examples are treated.

Osnovno teoretično vprašanje, ki si ga zastavljamo pri obravnavi diferencialne enačbe, se tiče eksistence njene rešitve. Pri tem ne iščemo poljubne rešitve, ampak tako, ki zadošča enačbi in izpolnjuje še druge pogoje. *Začetni problem*, pri katerem so dodatni pogoji podani le v eni točki, je do konca obdelan v vsej splošnosti in cela vrsta eksistenčnih izrekov podaja poleg zagotovila o obstoju rešitve tudi njene lokalne in globalne lastnosti. (Glej npr. [1], drugo poglavje). Drugačna je stvar z *robnim problemom*, ko so pogoji predpisani v več točkah (navadno v dveh). Doslej še ni uspelo izdelati teorije, ki bi splošno obravnavala njegovo rešljivost. Seveda pa so v nekaterih posebnih primerih matematiki tudi ta problem ugnali. Tak za uporabo pomemben primer nastopi, če so enačba in robni pogoji linearni. Rezultati so že dolgo znani in se s pridom uporabljajo npr. v fiziki. Žal pa zveze med fizikalnimi količinami niso vedno linearne. Želja po natančnejšem opisu razmer nas sili k upoštevanju nelinearnosti in zanimanje za nelinearne probleme iz leta v leto narašča.

V članku si bomo ogledali preprost primer diferencialnih enačb drugega reda in tudi robni pogoji bodo zelo enostavni. Pri njih je namreč mogoče z dokaj elementarnimi sredstvi robni problem precej natančno obravnavati, pokažejo pa se tudi že nekatere težave, ki jih pri začetnem problemu ni.

Iskali bomo rešitev naslednjega problema

$$y''(t) + f(t, y(t), y'(t)) = 0 \quad (1)$$

$$y(a) = A, \quad y(b) = B \quad (1a)$$

Imenovali ga bomo robni problem *prve vrste*. Včasih bo namesto pogoja (1a) pogoj

$$y(a) = A, \quad y'(b) = m \quad (1b)$$

ali pogoj

$$y'(a) = m, \quad y(b) = B \quad (1c)$$

Tedaj bomo rekli, da imamo opraviti z robnim problemom *druge vrste*. Vzeli bomo, da je f zvezna funkcija treh spremenljivk v notranjosti svojega definicijskega območja. Rešitev

* Tvarino tega članka je avtor, asistent na odseku za matematiko, izčrpno obravnaval v diplomskem delu in je bil zanj tudi nagrajen s Prešernovo nagrado za študente.

je potem na intervalu $[a, b]$ dvakrat odvedljiva funkcija $y(t)$, ki zadošča robnim pogojem in reši diferencialno enačbo. Iz oblike enačbe je razvidno, da so tedaj $y(t)$, $y'(t)$ in $y''(t)$ zvezne funkcije na $[a, b]$.

O smiselnosti problema se ni težko prepričati. Že za linearne enačbe vemo, da včasih nimajo rešitve, ki bi zadoščala poljubnim robnim pogojem: npr. vsaka rešitev enačbe $y'' + y = 0$, ki je v točki 0 enaka 0, ima naslednjo ničlo pri π in noben problem s pogoji $y(0) = 0$, $y(\pi) \neq 0$ ni rešljiv. Če pa b ni cel mnogokratnik števila π , rešitev problema s pogoji $y(0) = 0$, $y(b) = B$ eksistira za vsak B . Lastnost, da rešitve ni le za posamezne diskretne vrednosti b , velja pri linearnih enačbah vedno. Pri nelinearnih pa se lahko zgodi, da robni problem ni rešljiv, brž ko je interval prevelik. Preprost primer za ilustracijo predstavlja problem

$$y''(t) + |y(t)| = 0 \quad (2)$$

$$y(0) = 0, \quad y(b) = B \quad (2a)$$

ki je za $b < \pi$ enolično rešljiv za vsak B . Če pa je $b > \pi$, nastopi več možnosti: za $B > 0$ rešitve ni, za $B = 0$ je samo trivialna, za $B < 0$ pa sta natanko dve

$$y_1(t) = \frac{B}{\operatorname{sh} b} \operatorname{sh} t, \quad y_2(t) = \begin{cases} \frac{-B}{\operatorname{sh}(b - \pi)} \sin t, & 0 \leq t \leq \pi \\ \frac{B}{\operatorname{sh}(b - \pi)} \operatorname{sh}(t - \pi), & \pi \leq t \leq b \end{cases}$$

o čemer se lahko hitro prepričamo.

V skladu z gornjim premislekom si nalogo zastavimo takole: poiskati čim večji interval, na katerem bo zagotovljena eksistenca in enoličnost rešitve za določen razred problemov. Pri tem želimo, da rezultati veljajo tudi za linearne enačbe.

Pogosto obravnavamo razred enačb, v katerih funkcija f zadošča Lipschitzovemu pogoju

$$|f(t, y, z) - f(t, x, u)| \leq K |y - x| + L |z - u|$$

Temu je ekvivalenten pogoj, ki ga bomo zdajle vpeljali. Rekli bomo, da spada enačba $y'' + f(t, y, y') = 0$ v razred $\mathcal{L}(K_1, K_2, L_1, L_2)$, če je funkcija f zvezna in eksistirajo konstante K_1, K_2, L_1, L_2 , tako da na območju $[a, b] \times (-\infty, \infty) \times (-\infty, \infty)$ velja

$$G_1(y - x, z - u) \leq f(t, y, z) - f(t, x, u) \leq G_2(y - x, z - u) \quad (L)$$

za vsak $t \in [a, b]$ in vsak x, y, z in u , kjer je

$$G_1(y, z) = \begin{cases} K_1 y + L_1 z, & y \geq 0, \quad z \geq 0 \\ K_1 y + L_2 z, & y \geq 0, \quad z \leq 0 \\ K_2 y + L_2 z, & y \leq 0, \quad z \leq 0 \\ K_2 y + L_1 z, & y \leq 0, \quad z \geq 0 \end{cases}$$

funkcijo $G_2(y, z)$ pa dobimo iz $G_1(y, z)$ tako, da povsod zamenjamo indeksa 1 in 2.

Do cilja vodita dve poti:

a) Prva pelje preko zaporedja *linearnih robnih* problemov. Njihove rešitve predstavljajo približke k rešitvi robnega problema. Glavno orožje pri obravnavi je princip skrčenih slik ali drugi izreki o fiksni točki.

b) Druga pot se v svojem odločilnem koraku naslanja na *nelinearen začetni* problem. S pomočjo t. i. primerjalnih izrekov primerjamo rešitve sorodnih enačb z istimi začetnimi ali robnimi pogoji.

Prva metoda je dovolj splošna, lahko jo uporabimo tudi pri enačbah višjega reda, druga, ki pa je prilagojena prav enačbam drugega reda, nam daje nekoliko boljše rezultate. Te si bomo na kratko ogledali. Obe metodi imata tudi praktično vrednost, mogoče ju je uporabiti pri numeričnem reševanju robnih problemov.

Predno se lotimo naloge, vpeljimo oznako, ki nastopa v formulaciji eksistenčnih izrekov. Če je $u(t)$ rešitev homogene linearne enačbe s konstantnimi koeficienti

$$u''(t) + Lu'(t) + Ku(t) = 0$$

označimo z $d(L, K)$ razdaljo med ničlo funkcije $u(t)$ in prvo naslednjo ničlo odvoda $u'(t)$. (Rešitev homogene linearne enačbe s konstantnimi koeficienti ima same enostavne ničle.) Zamenjajmo v enačbi neodvisno spremenljivko t z $-t$, pa vidimo, da tedaj $d(-L, K)$ zaznamuje razdaljo med ničlo funkcije $u(t)$ in predhodno ničlo njenega odvoda. Količine $d(L, K)$ ni težko izračunati v vsakem primeru posebej, zaradi konkretnih zgledov, ki jih bomo obravnavali na koncu članka, pa le navedimo, kako se d splošno izraža z L in K

$$d(L, K) = \begin{cases} (2/\sqrt{4K - L^2}) \arccos (L/2\sqrt{K}) & 4K - L^2 > 0 \\ (2/\sqrt{L^2 - 4K}) \operatorname{Ar ch} (L/2\sqrt{K}) & 4K - L^2 < 0 \\ 2/L & K > 0, L > 0 \\ \infty & 4K - L^2 = 0, L > 0 \\ & \text{sicer} \end{cases}$$

Najprej se zanimajmo samo za *enoličnost*. Osnovna ideja je v naslednjem premisleku. Če ima robni problem prve vrste (1), (1a) za katerokoli enačbo iz $\mathcal{L}(K_1, K_2, L_1, L_2)$ dve različni rešitvi $y_1(t)$ in $y_2(t)$ na intervalu $[a, b]$, ima enačba $u''(t) + F(t, u(t), u'(t)) = 0$ iz istega razreda, taka da je $F(t, 0, 0) = 0$, netrivialno rešitev z dvema ničloma na intervalu. (Taka je enačba, ki ji zadošča razlika $u(t) = y_1(t) - y_2(t)$.) Obratno: če je robni problem enolično rešljiv za vse enačbe iz razreda, mora imeti tudi vsaka enačba $u''(t) + f(t, u(t), u'(t)) = 0$, $f(t, 0, 0) = 0$ samo trivialno rešitev.

Problem je torej: poiskati čimvečji interval, na katerem nobena enačba iz razreda $\mathcal{L}(K_1, K_2, L_1, L_2)$, za katero je $f(t, 0, 0) = 0$, nima rešitve z dvema ničloma na intervalu. Povsem analogen premislek velja za problem druge vrste (1), (1b) ali (1), (1c). V tem primeru je treba poiskati maksimalen interval, na katerem nobena enačba iz razreda z lastnostjo $f(t, 0, 0) = 0$ ne bo imela take netrivialne rešitve, ki bi imela na intervalu ničlo, hkrati pa bi imel ničlo tudi njen odvod.

Opisano nalogo lahko uženemo s pomočjo lemme o linearnih neenačbah, katere dokaz najde bralec v [2])

LEMMA. Naj bodo za dvakrat odvedljivi funkciji $u(t)$ in $v(t)$ na intervalu $[a, b]$ izpolnjene neenačbe $u(t) \geq 0$, $v(t) \geq 0$, $u''(t) + Lu'(t) + Ku(t) \geq 0$, $v''(t) + Lv'(t) + Kv(t) \leq 0$, kjer sta L in K konstanti.

a) Če za neko točko $t_0 \in [a, b]$ velja $u(t_0) = v(t_0)$, $u'(t_0) = v'(t_0) > 0$, ima desno od točke t_0 $v'(t)$ prej ničlo kot $u'(t)$.

b) Če za neko točko $t_0 \in [a, b]$ velja $u(t_0) = v(t_0)$, $u'(t_0) = v'(t_0) < 0$, ima levo od točke t_0 $v'(t)$ prej ničlo kot $u'(t)$.

Lemma nam omogoča primerjavo rešitve enačbe (1), če eksistira, z rešitvami enačb $y''(t) + G_1(t, y(t), y'(t)) = 0$ in $y''(t) + G_2(t, y(t), y'(t)) = 0$. Rezultati so naslednji:

Če je robni problem druge vrste (1), (1b) rešljiv na intervalu $[a, b]$ z dolžino $b - a < d(L_2, K_2)$, je rešitev ena sama.

Podobno dobimo tudi za problem (1), (1c):

Če je robni problem druge vrste (1), (1c) rešljiv na intervalu $[a, b]$ z dolžino $b - a < d(-L_1, K_2)$, je rešitev ena sama.

In še za robni problem prve vrste:

Če je robni problem prve vrste (1), (1a) rešljiv na intervalu $[a, b]$ z dolžino $b - a < d(L_2, K_2) + d(-L_1, K_2)$, je rešitev ena sama.

Intervalov v zgornjih trditvah ne moremo še bolj razširiti, ker je preprosto možno konstruirati več različnih rešitev linearnih (ali skoraj linearnih) enačb iz $\mathcal{L}(K_1, K_2, L_1, L_2)$, ki vse na maksimalnem intervalu zadoščajo robnim pogojem. V prvem primeru npr. poleg trivialne še neskončno drugih rešitev linearne enačbe

$$y''(t) + L_2 y'(t) + K_2 y(t) = 0$$

zadošča pogojem $y(a) = 0$, $y'(b) = 0$, kjer je $b = a + d(L_2, K_2)$. Rezultati so tako najboljši od mogočih.

Vprašanje *eksistence* je nekoliko bolj zahtevno. Rabimo nekatere posplošitve Lemme, ki jih imenujemo s skupnim imenom primerjalni izreki. Ti trdijo za nelinearne enačbe pod primernimi pogoji nekaj podobnega kot Lemma za linearne. Izrekov je več in so tudi sami po sebi dovolj zanimivi, navedimo pa le enega za ilustracijo. Dokaz zanj in za ostale najde bralec v [2].

PRIMERJALNI IZREK. *Izpolnjene naj bodo predpostavke*

- a) $h(t, y, z)$ je zvezna funkcija za vsak $t \in [a, b]$ in vsak y, z .
- b) Vsi začetni problemi za enačbo $y'' + h(t, y, y') = 0$ so na $[a, b]$ enolično rešljivi.
- c) Če je katerikoli problem druge vrste za enačbo $y'' + h(t, y, y') = 0$ na $[a, b]$ rešljiv, je rešitev ena sama.

Tedaj velja:

Če je $v(t)$ dvakrat zvezno odvedljiva funkcija, ki na $[a, b]$ zadošča neenačbi $v''(t) + h(t, v(t), v'(t)) \geq 0$, in $u(t)$ taka rešitev enačbe $u''(t) + h(t, u(t), u'(t)) = 0$, da je $u(a) = v(a)$ in $u'(a) = v'(a)$, veljata na vsem intervalu $[a, b]$ neenakosti $v(t) \geq u(t)$ in $v'(t) \geq u'(t)$. Vse neenačaje lahko obrnemo.

Zaradi pogoja (L) velja za funkcijo f iz (1) na $[a, b]$ ocena $G_1(y, z) - N \leq f(t, y, z) \leq G_2(y, z) + N$, kjer je $|f(t, 0, 0)| \leq N$. Če označimo $G_1(y, z) - N$ s $h_1(y, z)$ in $G_2(y, z) + N$ s $h_2(y, z)$, zadošča vsaka rešitev $y(t)$ enačbe (1) tudi neenačbama $y'' + h_1(y, y') \leq 0$ in $y'' + h_2(y, y') \geq 0$. Lahko se je prepričati, da so za funkciji h_1 in h_2 vse predpostavke primerjalnega izreka izpolnjene, če je le interval dovolj majhen. Nadaljnja obravnava je v podrobnostih še precej zamotana, zato se ji odpovejmo. Osnovna ideja je v tem, da najprej dokažemo eksistenco rešitve ustreznih robnih problemov za enačbi $u'' + G_1(u, u') - N = 0$ in $v'' + G_2(v, v') + N = 0$, nato pa rešimo primerno izbran začetni problem za enačbo (1). Primerjanje rešitev nam da

IZREK O REŠLJIVOSTI ROBNEGA PROBLEMA DRUGE VRSTE. *Funkcija $f(t, y, z)$ naj bo zvezna in naj zadošča Lipschitzovemu pogoju (L) na območju $[a, b] \times (-\infty, \infty) \times (-\infty, \infty)$.*

Če je $0 < b - a < d(L_2, K_2)$, je robni problem druge vrste

$$y''(t) + f(t, y(t), y'(t)) = 0$$

$$y(a) = A, \quad y'(b) = m$$

enolično rešljiv.

Če je $0 < b - a < d(-L_1, K_2)$, je robni problem druge vrste

$$y''(t) + f(t, y(t), y'(t)) = 0$$

$$y'(a) = m, \quad y(b) = B$$

enolično rešljiv.

Že kot posledico najdemo potem še

IZREK O REŠLJIVOSTI ROBNEGA PROBLEMA PRVE VRSTE. Funkcija $f(t, y, z)$ naj bo zvezna in naj zadošča Lipschitzovemu pogoju (L) na območju $[a, b] \times (-\infty, \infty) \times (-\infty, \infty)$.

Če je $0 < b - a < d(L_2, K_2) + d(-L_1, K_2)$, je robni problem prve vrste

$$y''(t) + f(t, y(t), y'(t)) = 0$$

$$y(a) = A, \quad y(b) = B$$

enolično rešljiv.

Oba eksistenčna izreka sta najboljša od mogočih v tem smislu, da eksistenčnih intervalov ne moremo povečati. Možno ju je posplošiti v nekaterih smereh, vendar taka, kot sta, predstavljata osnovni rezultat, ki ga daje opisana teorija. Pomagata nam včasih tudi tedaj, ko enačba ne spada ravno v opisani razred problemov. Na tak primer bomo naleteli pri zadnjem izmed zgledov, ki si jih bomo sedaj ogledali.

1. Za enačbo (2), ki smo jo navedli v začetku članka, so konstante $L_1 = L_2 = 0$, $-K_1 = K_2 = 1$ in $d(L_2, K_2) = d(-L_1, K_2) = d(0, 1) = \pi/2$. Robni problem prve vrste je zanj enolično rešljiv, če je $b - a < \pi$.

2. Za linearno enačbo $y'' + y = 0$ je $L_1 = L_2 = 0$, $K_1 = K_2 = 1$, eksistenčni interval $b - a < \pi$, za enačbo $y'' - y = 0$ pa je $L_1 = L_2 = 0$, $K_1 = K_2 = -1$ in eksistenčni interval poljuben. Kot vidimo, eksistenčni izrek loči med obema enačbama.

3. V tretjem primeru si oglejmo uklon pokončnega nosilca pod lastno težo. Koordinatno izhodišče postavimo v točko, kjer je pritrjen na podlago, abscisno os pa usmerimo navpično navzgor v smeri neuklonjene palice. Za $p = \frac{dy}{dx}$ dobimo linearno enačbo

$$p''(x) + \frac{mg}{EI} \frac{l-x}{l} p(x) = 0$$

kjer je mg teža nosilca, l njegova dolžina, E prožnostni modul in I vztrajnostni moment preseka, ki naj bo konstanten. (Primerjaj [1], stran 252). Nosilec naj bo zgoraj prost, tako da so robni pogoji $p(0) = 0$, $p'(l) = 0$. (Obravnavamo le majhne upogibe.) Problem spada v razred problemov, ki jih obravnava opisana teorija. Konstante so $L_1 = L_2 = 0$, $K_1 = 0$, $K_2 = \frac{mg}{EI}$, zato ima problem eno samo rešitev, če je $l < d(0, K_2) = \frac{\pi}{2\sqrt{K_2}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{EI}{mg}}$. To

pomeni, da se palica ne ukloni, če je krajša od $1,57 \sqrt{\frac{EI}{mg}}$. Ta rezultat pa ni prav natančen.

Problem se da namreč eksaktno obravnavati, saj je enačba v sorodu z Besselovo. Izkaže se, da je palica stabilna, če je $l < x_0^{3/2} \sqrt{\frac{EI}{mg}}$, kjer je x_0 najmanjša ničla Airyjeve funkcije.

x_0 je približno enaka 2, torej je kritična dolžina palice okrog $2,8 \sqrt{\frac{EI}{mg}}$.

4. Eden najbolj znanih primerov nelinearne enačbe drugega reda v fiziki je enačba matematičnega nihala. Vsiljeno nihanje opisuje enačba

$$\varphi''(t) + \frac{g}{l} \sin \varphi(t) = F(t)$$

kjer je g težni pospešek, l dolžina nihala, $\varphi(t)$ odklon iz mirovne lege v času t , funkcija $F(t)$ pa predstavlja zunanjo silo. Če je $F(t)$ zvezna, je zvezna tudi funkcija $f(t, \varphi) = \frac{g}{l} \sin \varphi - F(t)$ in zadošča Lipschitzovemu pogoju s konstantami $L_1 = L_2 = 0$, $-K_1 = K_2 = \frac{g}{l}$. Tedaj je $d(L_2, K_2) = d(-L_1, K_2) = d\left(0, \frac{g}{l}\right) = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{l}{g}}$ in robni problem prve vrste ima na vsakem intervalu z dolžino, manjšo od $\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, eno samo rešitev.

Če je funkcija $F(t)$ liha in periodična s periodo $2T$ (npr. $F(t) = A \sin \frac{\pi}{T}t$, je zanimivo vedeti, če obstajajo tudi lihe periodične rešitve z isto periodo. Vsaka taka rešitev zadošča pogojem $\varphi(0) = 0$, $\varphi(T) = 0$, če naj bo zvezna. Tudi obratno je res. Če rešitev robnega problema

$$\begin{aligned} \varphi''(t) + \frac{g}{l} \sin \varphi(t) &= F(t) \\ \varphi(0) &= 0, \quad \varphi(T) = 0 \end{aligned}$$

ki jo dobimo na intervalu $[0, T]$, nadaljujemo najprej liho na interval $[-T, 0]$, nato pa s periodo $2T$ na vso realno os, dobljena funkcija tudi zadošča pri vsakem $t \in \mathbb{R}$ enačbi $\varphi''(t) + \frac{g}{l} \sin \varphi(t) = F(t)$. Če je $T < \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, nam splošna teorija pove, da obstajajo lihe rešitve zgornje enačbe, ki imajo periodo $2T$.

5. Za konec še nekoliko bolj zapleten zgled*. Stacionarno porazdelitev temperature v steni okrogle cevi opisuje enačba

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\lambda} \frac{d\lambda}{dr} \right) \frac{dT}{dr} = 0$$

λ je tu toplotna prevodnost. Cev naj ima notranji polmer r_1 in zunanji r_2 . V notranjosti naj bo ves čas stalna temperatura T_1 , zunaj cevi pa $T_2 > T_1$. Tako imamo opraviti z robnim problemom s pogoji $T(r_1) = T_1$, $T(r_2) = T_2$.

Vzemimo, da je toplotna prevodnost cevi linearno odvisna od temperature: $\lambda = a_1 + a_2 T$, $a_1, a_2 > 0$. Pišimo

$$\frac{x}{a} = \frac{r}{r_1}, \quad b = \frac{r_2}{r_1} a, \quad u = (T + a_1/a_2)/T_1, \quad A' = (T_1 + a_1/a_2)/T_1, \quad B' = (T_2 + a_1/a_2)/T_1$$

pa najdemo enačbo

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{u} \frac{du}{dx} \right) \frac{du}{dx} = 0$$

* Primer mi je posredoval kolega Matjaž Poljšak, dipl. ing. fizike.

in pogoje

$$u(a) = A, \quad u(b) = B$$

kjer je $0 < a < b$ in $0 < A < B$. Enačbo še nekoliko preuredimo. Pričakovati je, da bo funkcija u pozitivna, zato postavimo $u = e^{y/2}$. Robni problem za y se potem glasi

$$y''(x) + \left(\frac{1}{x} + y'(x) \right) y'(x) = 0 \quad (3)$$

$$y(a) = A, \quad y(b) = B \quad (3a)$$

kjer pomeni $A = 2 \ln A'$ in $B = 2 \ln B'$. Omejili se bomo na primer, ko je $B - A < 1$, ker je smiselno predpostaviti, da se prevodnost s temperaturo le malo spreminja, da je torej a_2 majhen.

Enačba (3) ne spada v opisani razred problemov; funkcija $f(x, z) = \left(\frac{1}{x} + z \right) z$ namreč ne zadošča Lipschitzovemu pogoju (L). V tem primeru si pomagamo takole: uvedemo novo funkcijo

$$F_C(x, z) = \begin{cases} \left(\frac{1}{x} + C \right) z, & z > C \\ \left(\frac{1}{x} + z \right) z, & |z| \leq C \\ \left(\frac{1}{x} - C \right) z, & z < -C \end{cases}$$

kjer je C pozitivna konstanta. $F_C(x, z)$ je zvezna funkcija na $[a, b] \times (-\infty, \infty)$ in zadošča Lipschitzovemu pogoju s konstantami $K_1 = K_2 = 0$, $L_1 = \frac{1}{b} - 2C$, $L_2 = \frac{1}{a} + 2C$. Ker je $d(-L_1, K_2) = d(L_2, K_2) = \infty$, nam splošna teorija pove, da je problem

$$y''(x) + F_C(x, y'(x)) = 0 \quad (4)$$

$$y(a) = A, \quad y(b) = B \quad (4a)$$

enolično rešljiv za vsak A, B na poljubnem intervalu $[a, b]$, takem da je $0 < a < b$. To velja pri vsaki izbiri konstante C .

Če hočemo ugotoviti rešljivost prvotnega problema (3), (3a) se je treba prepričati, da za rešitev y gornjega problema (4), (4a) pri dovolj velikem C velja $|y'(x)| \leq C$ za vsak $x \in [a, b]$. To pa je res. Najprej je očitno, da je na intervalu $[a, b]$ ves čas $y'(x) > 0$ zaradi $A < B$. $y'(x)$ namreč nima ničle desno od a , sicer bi imel robni problem prve vrste (4), $y(a) = A$ in $y'(c) = 0$, $c > a$, dve rešitvi: poleg y še konstanto A , kar pa ni mogoče zaradi $d(L_2, K_2) = \infty$. Nadalje je za vsak $C > 0$ funkcija $F_C(x, z)$ na območju $x > 0$, $z > 0$ pozitivna, zato doseže $y'(x)$ največjo vrednost pri $x = a$. Sedaj pa se lahko prepričamo še o tem, da je $y'(x) \leq C$, če je le C dovolj velik. Izberimo si C tako, da bo $(B - A) e^{-aC} \left(aC \int_a^b \frac{e^{-at}}{t} dt \right)^{-1} \leq 1$. To lahko storimo, ker je

$$\lim_{C \rightarrow +\infty} e^{-aC} \left(aC \int_a^b \frac{e^{-at}}{t} dt \right)^{-1} = 1$$

in $B - A < 1$. Naj bo $y(x)$ pri tem C rešitev problema (4), (4a). Poiščemo še rešitev začetnega problema

$$v''(x) + \left(\frac{1}{x} + C\right) v'(x) = 0$$

$$v(a) = A, \quad v'(a) = y'(a)$$

Iz primerjalnega izreka takoj sledi, da je na $[a, b]$ $v(x) \leq y(x)$. Torej je $v(x)$ rešitev tudi robnega problema *prve* vrste

$$v''(x) + \left(\frac{1}{x} + C\right) v'(x) = 0$$

$$v(a) = A, \quad v(b) = B_1$$

kjer je $A < B_1 \leq B$. Ta pa je neposredno rešljiv, ker je enačba linearna. Rešitev je

$$v(x) = A + \alpha_C \int_a^x \frac{e^{-Ct}}{t} dt$$

kjer je

$$\alpha_C = (B_1 - A) \left(\int_a^b \frac{e^{-Ct}}{t} dt \right)^{-1}$$

Pri teh pogojih zaradi izbire konstante C velja $\frac{v'(a)}{C} = \alpha_C \frac{e^{-aC}}{aC} \leq 1$, torej $y'(a) = v'(a) \leq C$.

Tedaj je $y'(x) \leq C$ za vsak $x \in [a, b]$ in y je tako rešitev prvotnega problema (3), (3a). Ker lahko izberemo C še poljubno velik, je ta rešitev edina.

Opisani primer je treba razumeti kot ilustracijo k uporabi splošne teorije. Tako bi ravnali, če ne bi poznali fizikalnega ozadja. Fizik seveda ne bi dvomil o enolični rešljivosti problema. Pa tudi sicer je v konkretnem primeru zgornja obravnava odveč, ker se da enačba (3) neposredno rešiti. Bralec naj se sam prepriča, da je edina rešitev problema (3), (3a)

$$y(x) = \ln(\alpha \ln \beta x)$$

kjer je $\alpha = (e^B - e^A)/\ln(b/a)$ in $\beta = \frac{1}{a} \exp(e^A/a)$.

LITERATURA

- [1] F. Križanič, *Navadne diferencialne enačbe in variacijski račun*, Ljubljana, DZS 1972
- [2] P. B. Bailey, L. F. Shampine, P. E. Waltman, *Nonlinear Two Point Boundary Value Problems*, New York and London, Acad. Press 1968.

ROMBERGOVA TABELA

MIRKO DOBOVIŠEK

AMS Subj, Class. 65D30

V članku je podana osnovna ideja Rombergove tabele. Opisan je postopek, kako pri numerični integraciji z njo popravimo rezultat in kako nam pomaga, na popolnoma drugem področju, pri računanju števila π .

ROMBERG TABLE

In the article the principal idea of Romberg table is described. Using this idea we can get better approximation in numerical integration and in the calculation of π .

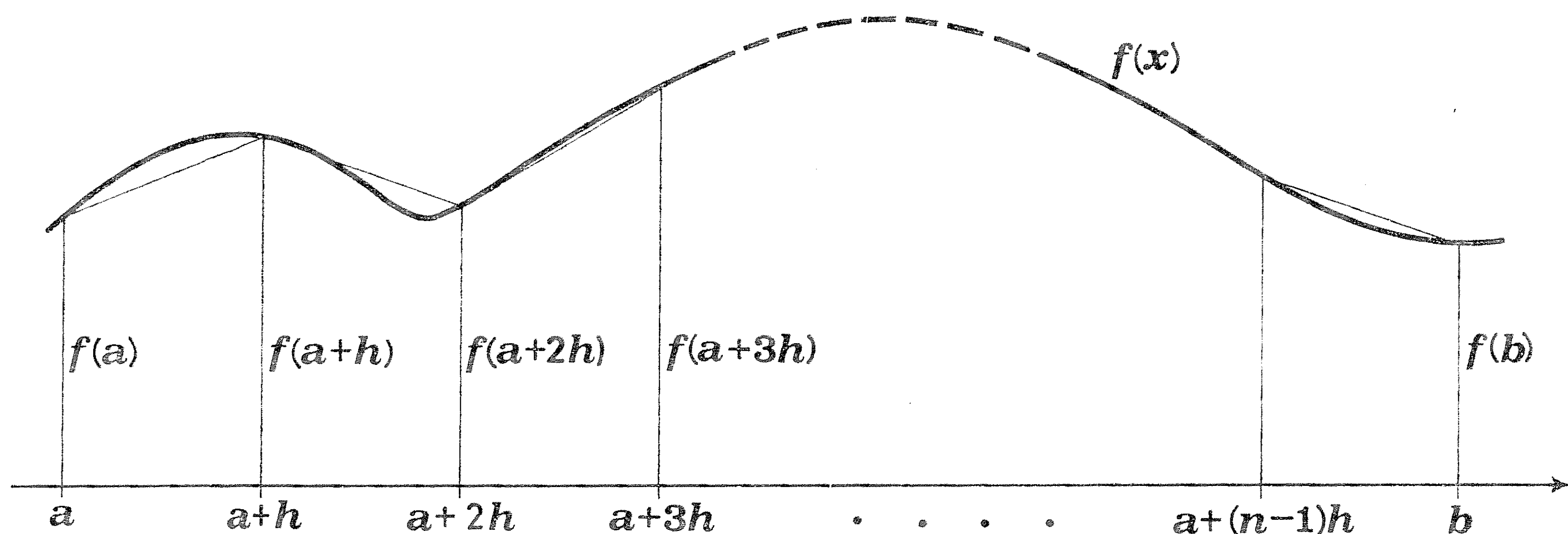
Ko numerično rešujemo kako nalogo, navadno računamo zaporedje približkov za rešitev. Za ekonomičen izračun je važno, kako hitro to zaporedje konvergira proti eksaktni rešitvi naloge, ki jo rešujemo. Lahko se zgodi, da je za nov približek potrebno veliko računanja. Takrat si pomagamo tako ali drugače, na primer tudi z Rombergovo tabelo.

Ideja je takale. Imamo zaporedje približkov, ki konvergira proti iskani vrednosti a . Če ima to zaporedje določene lastnosti, lahko iz tega zaporedja $\{a_n\}$ naredimo novo zaporedje $\{a_n^{(1)}\}$, ki konvergira hitreje proti a . No, in iz tega spet novo $\{a_n^{(2)}\}$, ki je še boljše. Kako dolgo to lahko počnemo, je odvisno od primera.

Računajmo vrednost integrala:

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

po trapeznem pravilu. Interval razdelimo na n enakih delov. Naj bo $h = (b - a)/n$.



Sl. 1

Če izračunamo ploščine trapezov nad intervali dolžine h in jih seštejemo (sl. 1), dobimo formulo:

$$T(h) = h/2 [f(a) + 2f(a+h) + 2f(a+2h) + \dots + f(b)]$$

Razlika $I - T(h)$ se izraža s formulo

$$I - T(h) = Ah^2 + Bh^4 + Ch^6 + \dots \quad (1)$$

kjer so $A, B, C, \dots$ konstante, neodvisne od h . Dokaz te trditve ni elementaren. Najdemo ga npr. v [1].

Če računamo vrednosti $T(h)$, $T(h/2)$, $T(h/4)$, $T(h/8)$, ..., s tem računamo zaporedje približkov za I . Razlika med pravo vrednostjo in približkom je reda h^2 .

Izračunajmo razliko (1) pri $h/2$:

$$I = T(h/2) + A \cdot (h/2)^2 + B \cdot (h/2)^4 + \dots \quad (2)$$

Pomnožimo enačbo (2) s 4, odštejemo enačbo (1) in izračunajmo I . Dobimo:

$$I = \frac{4T(h/2) - T(h)}{4 - 1} + A'h^4 + B'h^6 + \dots \quad (3)$$

kjer so A' , B' , ... spet konstante, neodvisne od h . Člena s h^2 pa smo se znebili. Če zdaj označimo

$$T(h, h/2) = \frac{4T(h/2) - T(h)}{4 - 1}$$

smo s tem dobili zaporedje približkov $T(h, h/2)$, katerih napake so reda h^4 , kar je precej bolje kot prej. Iz tega zaporedja dobimo spet novo, $T(h, h/2, h/4)$, tako da eliminiramo v formuli (3) člen s h^4 . Pridobivanje novih zaporedij podamo s tabelo (TABELA 1).

TABELA 1

a	$a^{(1)}$	$a^{(2)}$	$a^{(3)}$
$T(h)$	$T(h, h/2)$		
$T(h/2)$	$T(h/2, h/4)$	$T(h, h/2, h/4)$	$T(h, h/2, h/4, h/8)$
$T(h/4)$	$T(h/4, h/8)$	$T(h/2, h/4, h/8)$	$\vdots$
$T(h/8)$			$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Napake členov zaporedja a so reda h^2 , pri zaporedju $a^{(k)}$ pa reda h^{2k+2} .

Zapišimo še splošno formulo za člene zaporedja $a^{(k)}$:

$$T(h/2^i, h/2^{i+1}, \dots, h/2^{i+k}) = \frac{4^k T(h/2^{i+1}, \dots, h/2^{i+k}) - T(h/2^i, \dots, h/2^{i+k-1})}{4^k - 1}$$

Izrazimo $T(h, h/2)$ s funkcijskimi vrednostmi.

$$\begin{aligned} T(h, h/2) &= \frac{4T(h/2) - T(h)}{3} = \frac{1}{3} \{4h/4[f(a) + 2f(a + h/2) + 2f(a + h) + \dots + f(b)] - \\ &\quad - h/2[f(a) + 2f(a + h) + 2f(a + 2h) + \dots + f(b)]\} = \\ &= h/6[f(a) + 4f(a + h/2) + 2f(a + 2h/2) + 4f(a + 3h/2) + \dots + f(b)] \end{aligned}$$

To je Simpsonovo pravilo. Torej, če izračunamo vrednosti $T(h)$ in $T(h/2)$ in nato eliminiramo konstanto A , dobimo vrednost približka, izračunanega po Simpsonovem pravilu.

Primer: Izračunajmo integral $I = \int_0^1 (0.92 \operatorname{ch} x - \cos x) dx$.

Eksaktna vrednost integrala je 0.2397141.... Izračunani približki so navedeni v TABELI 2. Z mastnim tiskom so podane pravilne decimalke.

TABELA 2

$T(1) = 0.399666$	0.239778		
$T(1/2) = 0.279750$	0.239719	0.239715	0.239714
$T(1/4) = 0.249727$	0.239714	0.239714	
$T(1/8) = 0.242217$			

Devetkrat smo morali izračunati vrednost funkcije pod integralom, pa že imamo integral, izračunan na šest decimalk. Vrednosti zaporedja $T(h/2^k)$ so še daleč od pravega rezultata. Če bi hoteli izračunati nov približek $T(1/16)$, bi morali izračunati funkcijsko vrednost v 17 točkah. Rezultat bi bil natančen komaj na tri decimalke.

Največji h , s katerim tukaj lahko računamo, je 1, saj to je dolžina intervala, na katerem integriramo. Ker pa je funkcija soda, velja:

$$\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} f(x) dx \quad (4)$$

Drugega lahko izračunamo še s $h = 2$ in s pomočjo formule (4) s tem tudi prvega:

$$T(2) = \frac{2}{2} \cdot \frac{f(-1) + f(1)}{2} = f(1)$$

To vrednost smo izračunali že pri (1). Naredimo novo shemo (TABELA 3).

TABELA 3)

$T(2) = 0.879332$	0.239777		
$T(1) = 0.399666$	0.239778	0.239778	0.239714
$T(1/2) = 0.279750$	0.239719	0.239715	
$T(1/4) = 0.249727$			

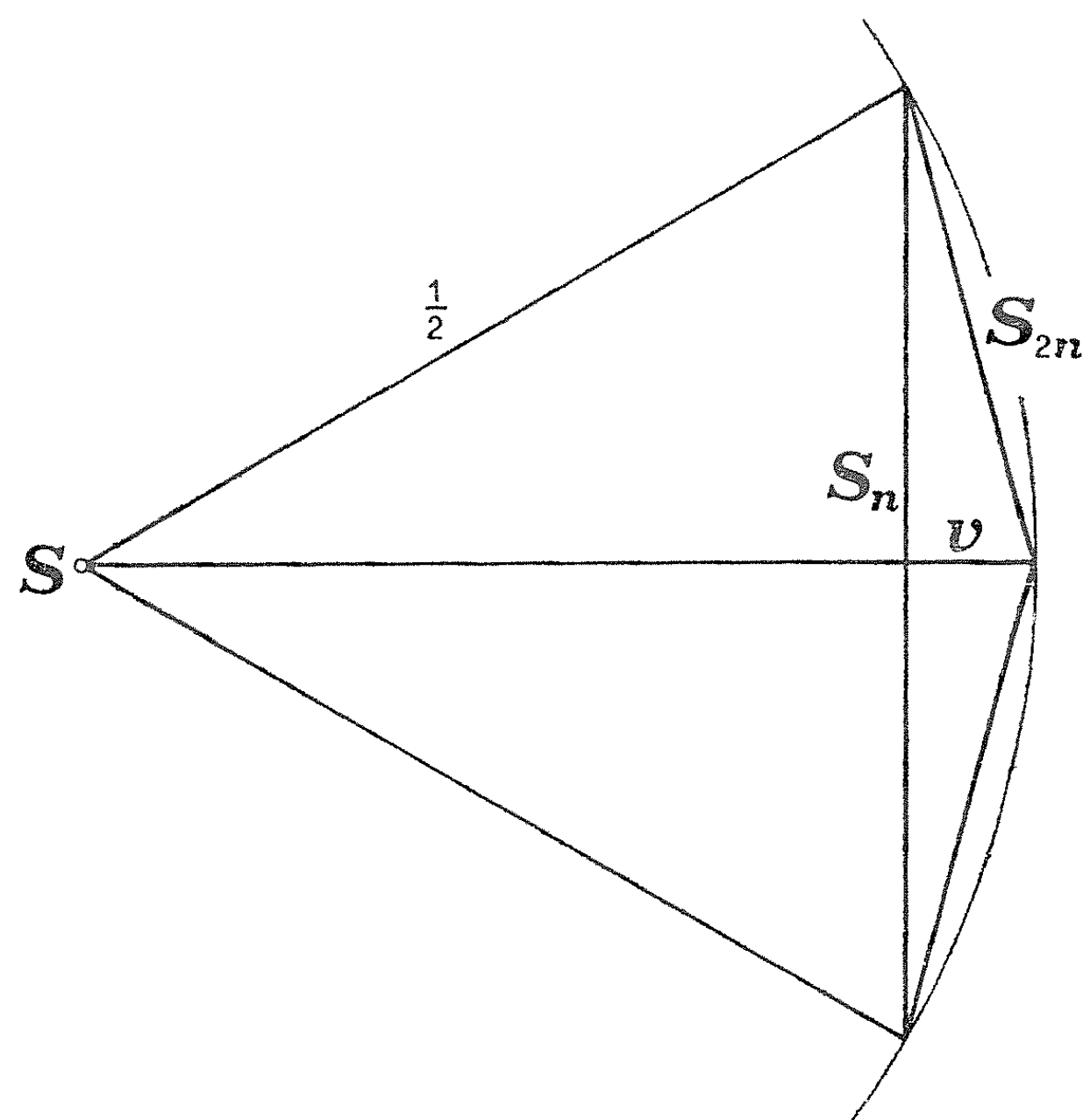
Tak korak nazaj nam je pomagal, da smo dobili šest pravih decimalk rezultata in pri tem izračunali le pet funkcijskih vrednosti $f(0)$, $f(1/4)$, $f(1/2)$, $f(3/4)$, $f(1)$.

To idejo lahko uporabimo še drugje. Računajmo število π . Ena najbolj elementarnih metod za računanje približkov za π je ta.

Krogu s polmerom $1/2$ včrtajmo pravilni mnogokotnik. Obseg kroga, ki je π , aproksimirajmo z obsegom mnogokotnika. Obseg pravilnega mnogokotnika je

$$O_n = n \sin(\pi/n) \quad (5)$$

in ko gre $n \rightarrow \infty$, gre $O_n \rightarrow \pi$. Obsegov O_n ne bomo računali po formuli (5), ampak elementarno. Začnimo s pravilnim šesterokotnikom. Njegova stranica je enaka polmeru kroga in je $1/2$. Označimo



Sl. 2

z s_n stranico pravilnega n -kotnika. Poiščimo zvezo med s_n in s_{2n} . S Pitagorovim izrekom dobimo (sl. 2):

$$v = 1/2 - (1/4 - (s_n/2)^2)^{1/2}$$

in

$$s_{2n}^2 = (s_n/2)^2 + v^2 = 1/2 - (1/4 - (s_n/2)^2)^{1/2}$$

Od tod sledi:

$$s_{2n} = [\frac{1}{2} (1 - (1 - s_n^2)^{1/2})]^{1/2} = \frac{s_n}{[2(1 + (1 - s_n^2)^{1/2})]^{1/2}} \quad (6)$$

Če to formulo obrnemo, lahko računamo tudi nazaj:

$$s_n = \sqrt{1 - (1 - 2s_{2n}^2)^2} \quad (7)$$

Obseg pravilnega mnogokotnika je $O_n = n s_n$.

Po drugi strani pa vemo, da je $O_n = n \sin(\pi/n)$. Ker poznamo vrsto za $\sin x$, vidimo, da mora veljati formula

$$\pi = O_n + A/n^2 + B/n^4 + C/n^6 + \dots \quad (8)$$

ker so $A, B, C, \dots$ neke konstante.

Tudi za $n/2$ velja ista formula

$$\pi = O_{n/2} + 4A/n^2 + 16B/n^4 + 64C/n^6 + \dots$$

Eliminirajmo A in izračunajmo π .

$$\pi = O_{n/2}^{(1)} - 4B/n^2 - 20C/n^2 - \dots$$

kjer je

$$O_{n/2}^{(1)} = \frac{4O_n - O_{n/2}}{4 - 1}$$

Ostanek je reda $1/n^4$. Kot prej naredimo Rombergovo tabelo (TABELA 4). Mastno so natiskane decimalke, ki se ujemajo s π .

TABELA 4

n	O_n	$O_n^{(1)}$	$O_n^{(2)}$	$O_n^{(3)}$
3	2.5980762114			
6	3.0000000000	3.1339745962		
12	3.1058285412	3.1411047216	3.1415800633	
24	3.1326286133	3.1415619707	3.1415924540	3.1415926507

Za ilustracijo navedimo še vrednosti O_n za večje n :

$$O_{48} = 3.139350$$

$$O_{96} = 3.141032$$

$$O_{192} = 3.141452$$

$$O_{384} = 3.141558$$

ki pa še zdaleč niso tako blizu π kot naš $O_3^{(3)}$.

Formule (5) — (8) veljajo tudi za $n = 3/2, 3/4, 3/8, \dots$. Ne moremo sicer opisati mnogokotnika s $3/2$ stranice, zgornje formule pa imajo pomen tudi za te vrednosti n .

Iz formule (5) dobimo:

$$O_{3/2} = \frac{1}{2} O_3, O_{3/4} = -\frac{1}{4} O_3, O_{3/8} = \frac{1}{8} O_3, \dots$$

Po svoje je mogoče razumljivo, da ima prvi mnogokotnik z manj kot eno stranico negativen obseg. Enako kot prej naredimo novo TABELO 5. Številke v njej pomenijo število decimalk, ki se ujemajo s π .

TABELA 5

n	O^n	$O_n^{(1)}$	$O_n^{(2)}$	$O_n^{(3)}$	$O_n^{(4)}$	$O_n^{(5)}$	$O_n^{(6)}$
3/8	0						
		0					
3/4	0		0				
		0		2			
3/2	0		2		4		
		1		4		8	
3	0		3		7		12
		2		6		11	
6	1		5		10		
		4		9			
12	2		7				
		5					
24	2						

Osnova je bila tukaj 3. Če začnemo s kvadratom, dobimo

$$O_4 = 2\sqrt{2}, O_2 = 2, O_1 = O_{1/2} = O_{1/4} = \dots = 0$$

Če računamo samo s temi petimi vrednostmi, dobimo za π vrednost 3.139 . Napaka je 0.07% ; to je dobro v primerjavi z napako 10% pri O_4 in 1.2% pri $O_2^{(1)}$.

Rombergovo idejo moremo uporabiti vedno, kadar poznamo vrsto za napako približne formule in potem postopno eliminiramo člene v tej vrsti.

LITERATURA

- [1] Anthony Ralston, *A First course in Numerical Analysis*, Tokyo McGraw-Hill Company 1965, str. 131.
- [2] L. Fox and D. F. Mayers, *Computing Methods for Scientists and Engineers*, Oxford, University Press 1968, str. 176.
- [3] L. Fox and Linda Hayes, *A further helping of π* , The Mathematical Gazette, **59** (1975) 38—40.
- [4] C. W. Puritz, *An elementary method of calculating π* , The Mathematical Gazette, **58** (1974) 102—108.
- [5] A. H. Stroud, *Numerical Quadrature and Solution of Ordinary Differential Equations*, New-York Springer-Verlag 1974, str. 145.

SPEKTROSKOPIJA IONSKIH CURKOV

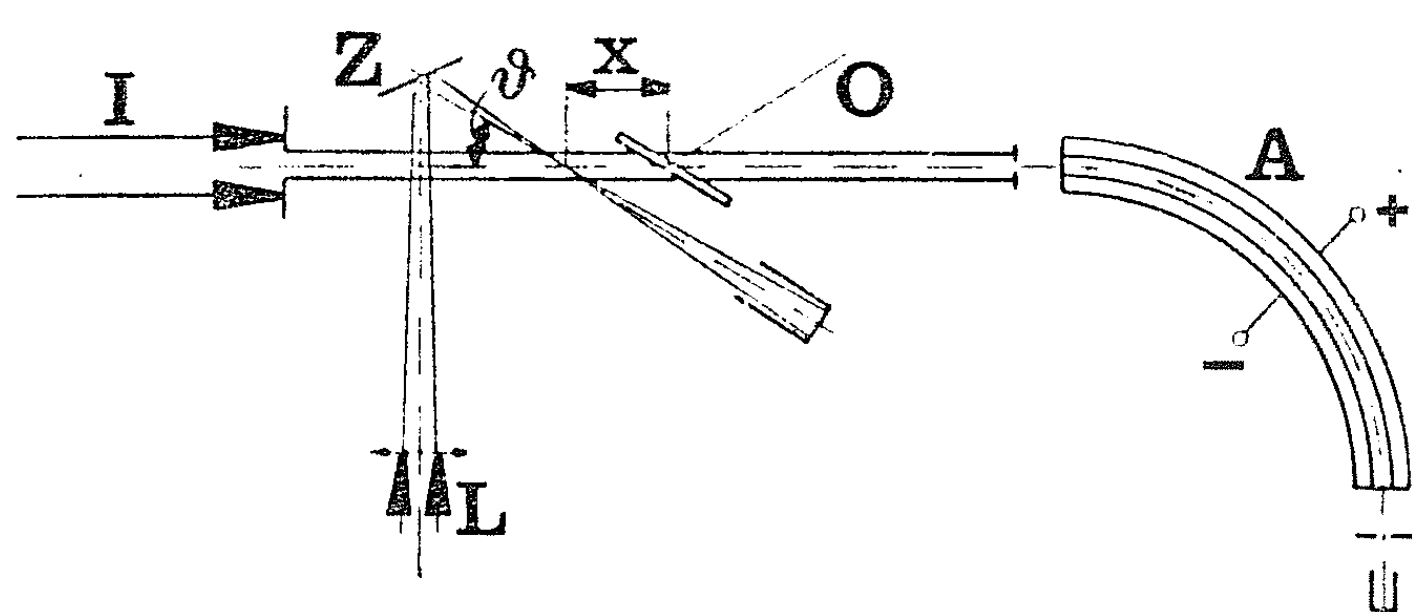
Atomska fizika je v zadnjem času zopet postala zelo privlačna, čeprav v njej ne pričakujejo kakih temeljnih novih odkritij. Ta privlačnost je v glavnem posledica številnih novih in zanesljivih merilnih načinov. O enem izmed njih poroča ta sestavek.

Osnovna zamisel je preprosta. Atome v curku nenadoma vzbudijo iz osnovnega stanja v prvo vzbujeno stanje in opazujejo njihovo sevanje ob vračanju v osnovno stanje v odvisnosti od časa. Število atomov v vzbujenem stanju pojema eksponentno in tako pojema tudi izsevani svetlobni tok. Časovno odvisnost opazujejo posredno preko krajevne. Atomi v curku imajo določeno hitrost in določenemu času, ki ga preživijo v vzbujenem stanju, ustreza določena pot. Zato pojema izsevani svetlobni tok eksponentno tudi v odvisnosti od razdalje med delom curka, kjer so atomi prešli v vzbujeno stanje, in delom curka, ki ga opazuje merilnik svetlobe. Iz tega eksponentnega pojemanja je mogoče izluščiti razpadni čas. Pred desetletjem se je zdelo tako merjenje še neizvedljivo.

Dovolj dobro časovno ločljivost pri razpadnih časih z velikostno stopnjo nanosekunde dosežejo le pri dovolj veliki hitrosti atomov. Zato so uporabni za merjenja le curki ionov, ki jih z električnim poljem pospešijo do hitrosti sto kilometrov na sekundo in več. Osrednje vprašanje je, kako nenadoma vzbuditi ione iz osnovnega stanja v prvo vzbujeno stanje. Najuspešnejša in z najmanj neželenimi stranskimi učinki zvezana je vzbuditev s curkom laserske svetlobe. V laboratorijih brez dovolj močnega laserja z nastavljivo valovno dolžino pa je ta vzbuditev možna le za izbrane ione. Valovna dolžina laserske svetlobe mora namreč biti blizu valovne dolžine svetlobe, ki jo sevajo ioni pri prehodu iz prvega vzbujenega stanja v osnovno. Ni treba, da bi se valovni dolžini natančno ujemali. Razliko nekaj ångströmov lahko premostijo z Dopplerjevim pojavom. Curek laserske svetlobe usmerijo na ionski curek pod tolikšnim kotom, da ima laserska svetloba zaradi Dopplerjevega premika glede na ione pravo valovno dolžino [1], [2], [3].

Prve poskuse so delali z ioni barija $^{138}\text{Ba}^+$ [1]. Spektrum tega iona je podoben spektru alkalijskih atomov. Pri prehodu iz prvega vzbujenega stanja $6p\ ^2P_{3/2}$ v osnovno stanje $6s\ ^2S_{1/2}$ sevajo ioni značilno črto D_2 z valovno dolžino 4554 Å . Ta je dovolj blizu valovne dolžine 4545 Å argonskega ionskega laserja. Ione barija so pospešili z napetostjo 285 kV , da so imeli hitrost $6,31 \cdot 10^5\text{ m/s}$. Laserski curek so z vrtljivim zrcalom usmerili proti ionskemu curku. Na nekaj milimetrov dolgem območju sta se curka križala (sl. 1). Tam so ioni absorbirali fotone in prešli v prvo vzbujeno stanje. Nato so prehajali s sevanjem nazaj v osnovno stanje, ne da bi motili trki z drugimi ioni ter vzbujena emisija in ponovna absorpcija v curku.

Sevanje pod pravim kotom proti ionskemu curku je zajel spektrometer z ločljivostjo 6 Å , ki je bil naravnan na valovno dolžino 4554 Å . S tem — spektrometer je rabil pravzaprav



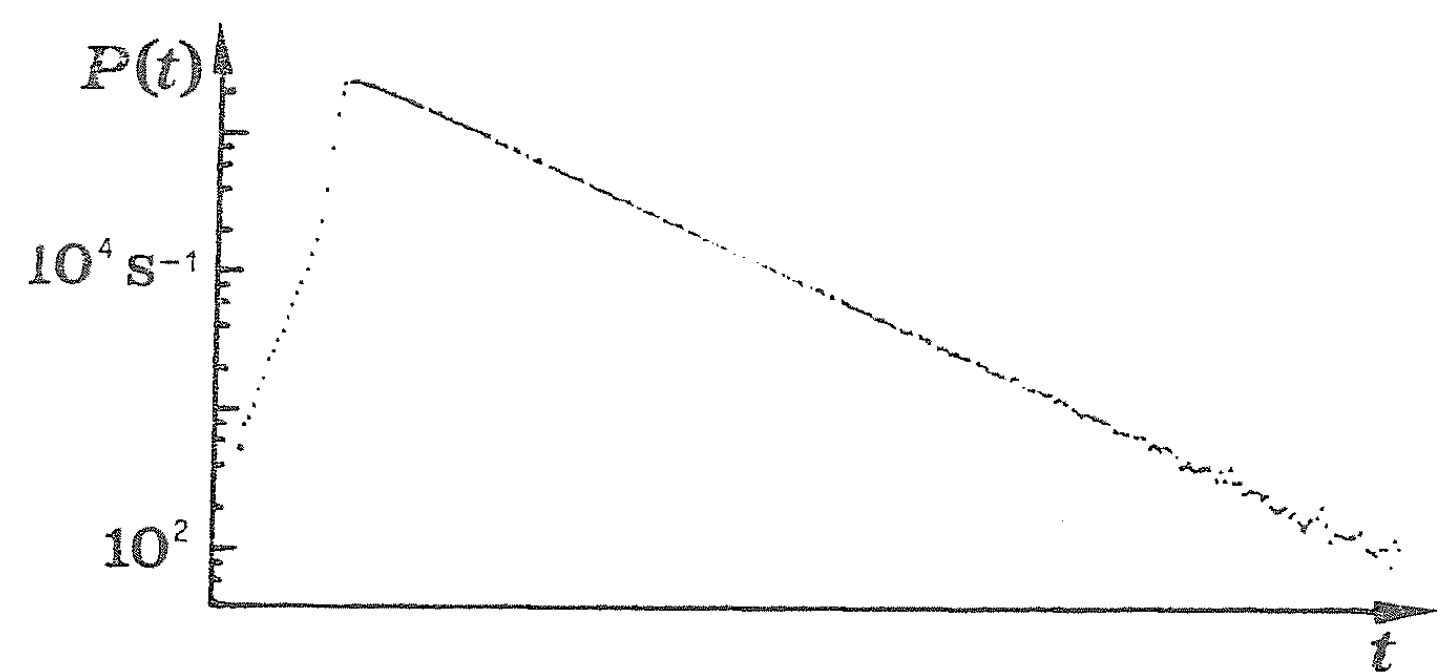
Sl. 1. Poenostavljena risba izpopolnjene merilne naprave za lasersko spektroskopijo curkov: I curek ionov $^{138}\text{Ba}^+$, L laserski curek, Z vrtljivo zrcalo, O okence, na katerega je usmerjen spektrometer. V tem primeru niso predstavljali vzdolž ionskega curka vrtljivega zrcala, ampak okence. Merili so razdaljo x od sredine območja, na katerem sta se križala curka, do sredine okenca. Da je bil rezultat zanesljivejši, so posebej določili hitrost ionskega curka z elektrostatskim analizatorjem hitrosti A [3]

le kot monokromator — so dosegli, da ni motila laserska svetloba, ki se je sipala na ionih v curku. Najprej so sukali vrtljivo zrcalo, dokler ni fotopomnoževalka v spektrometru zaznala največ fotonov, okoli 13000 na sekundo. Tedaj je zadel curek laserske svetlobe ionski curek pod kotom 23° in je bila za ione v curku valovna dolžina svetlobe $\lambda' = \lambda(1 + v \cos \beta/c) = 4545 \text{ \AA} + 9 \text{ \AA}$ ravno prava. Nato so prestavljali zrcalo, ne da bi ga zasukali, v korakih po 0,4 mm vzdolž curka. Ugotovljeno krajevno odvisnost izsevanega svetlobnega toka so z upoštevanjem hitrosti ionov spremenili v časovno odvisnost. Tej so prilagodili funkcijo

$$P(t) = P_0 e^{-t/\tau} + P_1$$

(sl. 2) in iz nje izračunali razpadni čas τ . Dobili so $6,21 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ z relativno napako pod $\pm 1\%$.

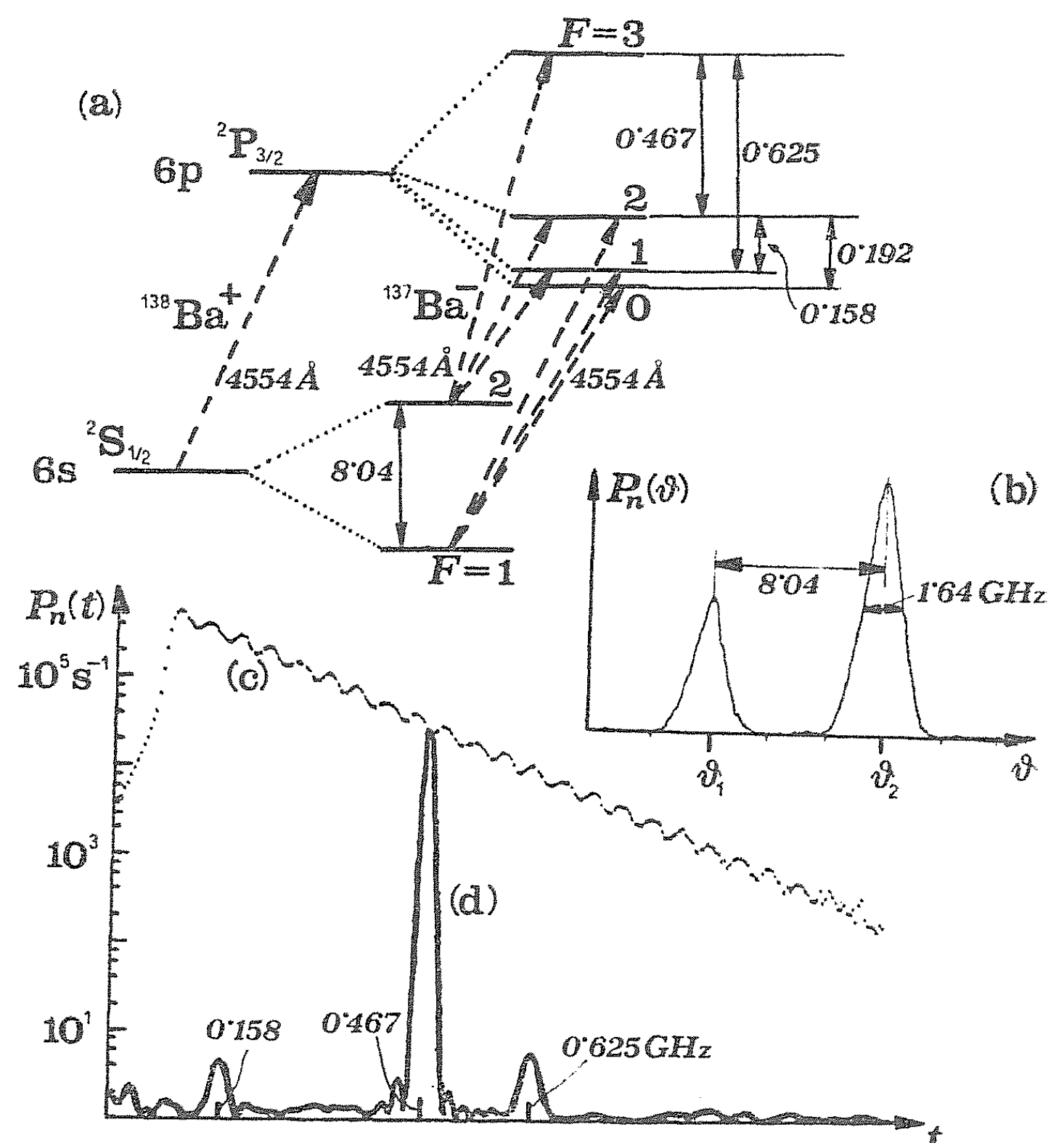
Sl. 2. Eksponentno pojemanje izsevanega svetlobnega toka $P(t)$ pri poskusu s sl. 1. Svetlobni tok je merjen v fotonih na sekundo. S hitrostjo ionov, ki jo je dal hitrostni analizator, so krajevno odvisnost $P(x)$ spremenili v časovno $P(t)$. Merjenje so ob izboljšavah naprave večkrat ponovili. Leta 1973 so dobili za razpadni čas $(6,21 \pm 0,06) \text{ ns}$, 1974 pa $(6,33 \pm 0,03) \text{ ns}$ [3]



Tako merjenje odpira možnosti za ugotavljanje razpadnih časov z zanesljivostjo, ki je z drugimi merilnimi načini ni mogoče doseči. Z njim je mogoče tudi preiskovati spektrum, na primer hiperfino razcepitev osnovnega in prvega vzbujenega stanja. Kot zgled opišimo enega izmed začetnih poskusov [3]. Namesto ionov $^{138}\text{Ba}^+$ s spinom jedra 0, pri katerem ni hiperfine razcepitve, so vzeli ione $^{137}\text{Ba}^+$, s spinom jedra 3/2.

Zaradi medsebojnega vpliva magnetnega momenta jedra in magnetnega momenta elektrona pride do hiperfine razcepitve. Osnovno stanje se razcepi na dublet stanj s skupnima spinoma elektrona in jedra $3/2 + 1/2 = 2$ in $3/2 - 1/2 = 1$, prvo vzbujeno stanje pa na kvadruplet stanj s skupnimi spini med $3/2 + 3/2 = 3$ in $3/2 - 3/2 = 0$, to je 3, 2, 1 in 0. Za izid poskusa je bistveno, da je nedoločenost energije δW zaradi kratkega časa δt , v katerem se vzbudijo ioni v curku, večja kot energijski razcep kvadrupleta $W_{1,F=3} - W_{1,F=0}$. Z načelom nedoločenosti v obliki $\delta t \delta W = \hbar$ sledi tedaj zahteva $\delta t = \hbar / \delta W > \hbar / (W_{1,F=3} - W_{1,F=0}) = 1/\omega_{ba}$. Razcepitev dubleta, ki ji ustreza energija $3,33 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$

Sl. 3. Shema stanj s prehodi pri ionih $^{138}\text{Ba}^+$ in $^{137}\text{Ba}^+$ (risba ni v merilu, energijske razlike so navedene v gigahertzih, 1 GHz ustreza $4,1 \cdot 10^{-6} \text{ eV}$) (a), odvisnost izsevanega svetlobnega toka od zasuka zrcala ϑ (b), časovna odvisnost izsevanega svetlobnega toka $P_u(t)$ pri kotu ϑ_1 (c) in njen Fourierov obrat kar na istem diagramu z označenimi »spektralnimi črtami« (d) [3]. Širina črte (b) je odvisna od relativne nedoločenosti hitrosti ionov, divergence laserskega in ionskega curka in širine območja, na katerem se križata oba curka



ali frekvenca 8,04 GHz, je več kot desetkrat večja od razcepitve kvadrupleta (sl. 3a). Zato nastopata stanji dubleta kot popolnoma ločeni.

Pri merjenju so uporabili linearno polarizirano svetlobo z jakostjo električnega polja pravokotno na ravnino curkov. V odvisnosti izsevanega svetlobnega toka od zasuka zrcala ϑ sta nastopila dva ločena vrhova (sl. 3b). Pri kotu ϑ_1 , ki je ustrezal prvemu vrhu, so se vzbudili samo ioni v stanju dubleta s skupnim spinom 2 in z višjo energijo in prešli v tri stanja kvadrupleta s skupnimi spini 3, 2 in 1. Izbirno pravilo namreč zahteva, da se pri takem prehodu spremeni skupni spin za eno enoto ali se ne spremeni. Pri kotu ϑ_2 , ki je ustrezal drugemu vrhu, so se vzbudili samo ioni v stanju dubleta s skupnim spinom 1 in z nižjo energijo in prešli v tri stanja kvadrupleta s skupnimi spini 2, 1 in 0.

V časovnem poteku izsevanega svetlobnega toka pri prehodu iz prve trojice stanj ali iz druge trojice vzbujenih stanj v eno od stanj dubleta opazijo zanimiv pojav: na eksponentno pojevanje so naložena še nihanja (sl. 3c). Ta pojav je znan kot *kvantno utripanje*. S Fourierovo transformacijo časovnega poteka, iz katerega so izločili eksponentno pojevanje, so dobili spektrum svetlobe, ki jo sevajo ioni (sl. 3d).

*

Kvantnega utripanja ni težko pojasniti. Da bo razmišljanje lažje, vzemimo, da je osnovno stanje nerazcepljeno in da je prvo vzbujeno stanje razcepljeno na dublet. Začetno stanje, ki nastane z nenadno vzbuditvijo iona, opišemo z valovno funkcijo

$$R_1(\mathbf{r}, t) = aR_{1a}(\mathbf{r})e^{-iW_{1a}t/\hbar}e^{-t/2\tau} + bR_{1b}(\mathbf{r})e^{-iW_{1b}t/\hbar}e^{-t/2\tau} \quad (1)$$

Za posamezen ion namreč ne moremo povedati, ali je v stanju dubleta z manjšo energijo W_{1a} ali v stanju dubleta z večjo energijo W_{1b} . (Lahko ugotovimo kvečjemu, s kolikšno verjetnostjo sta zastopani obe stanji.) Zato moramo uporabiti valovno funkcijo, ki je mešanica valovnih funkcij za stanji dubleta. Končno stanje pa je osnovno stanje, ki ga opišemo z valovno funkcijo $R_0(\mathbf{r})e^{-iW_0t/\hbar}$.

Izsevani svetlobni tok je sorazmeren z verjetnostjo za prehod iz začetnega stanja v končno stanje na časovno enoto, ta pa s kvadratom absolutne vrednosti matričnega elementa operatorja električnega dipolnega momenta med navedenima stanjema. Po kratkem računu dobimo

$$P_u(t) \propto \left| \int R_0^* e^{iW_0t/\hbar} \mathbf{e} \mathbf{r} R_1(\mathbf{r}, t) d^3r \right|^2 = e^{-t/\tau} (A + B \cos \omega_{ba}t) \quad (2)$$

Krožna frekvenca utripanja

$$\omega_{ba} = (W_{1b} - W_{1a})/\hbar$$

je v zvezi s prehanjem med obema stanjema dubleta, konstanti A in B pa z matričnima elementoma za prehod iz stanj z energijama W_{1a} in W_{1b} v osnovno stanje in z začetnima zasedenostma teh stanj, ki ju določata parametra a in b :

$$A = a^2 \left| \int R_0^* \mathbf{e} \mathbf{r} R_{1a} d^3r \right|^2 + b^2 \left| \int R_0^* \mathbf{e} \mathbf{r} R_{1b} d^3r \right|^2 \quad B = 2ab \left(\int R_0^* \mathbf{e} \mathbf{r} R_{1a} d^3r \right)^* \int R_0^* \mathbf{e} \mathbf{r} R_{1b} d^3r$$

Valovna funkcija (1) je uporaben približek, če se ioni v curku vzbudijo v času δt , ki je majhen v primeri z obratno vrednostjo krožne frekvence ω_{ba} , in če razpadata obe stanji dubleta enako hitro. Prvo zahtevo smo že razčlenili. Razlika je v tem, da imamo pri merjenju na začetku mešanico treh stanj, zato v končnem izrazu ne nastopi en sam nihajni člen.

*

Omenimo, da se je opisana *laserska spektroskopija ionskih curkov* (ang. beam-laser spectroscopy) razvila iz *spektroskopije ionskih curkov s folijami* (angl. beam-foil spectroscopy). Pri slednji ne vzbudijo ionov v curku z laserjem, ampak tako, da jih pošljejo skozi

tanek listič snovi. Ob prehodu skozi listič iz dane snovi s predpisano debelino preide znaten delež ionov v kratkem času okoli 10^{-14} s v prvo vzbujeno stanje. Izberejo na primer listič iz ogljika, katerega kvadratni centimeter ima maso samo deset mikrogramov. Taka vzbuditev je preprosta in učinkovita, a ima v primeri z lasersko vzbuditvijo več pomanjkljivosti. Čeprav je spektroskopija s folijami že doživela močan razmah, kaže, da jo bo laserska spektroskopija zasenčila.

Janez Strnad

LITERATURA

[1] H. J. Andrä, A. Gaupp, W. Wittmann, *New Method for Precission Lifetime Measurements by Laser Excitation of Fast-Moving Atoms*, Phys. Rev. Letters **31** (1973) 501.

[2] H. J. Andrä, A. Gaupp, K. Tillmann, W. Wittmann, *Doppler-Tuned Beam-Laser Spectroscopy*, Nucl. Instr. & Meth. **110** (1973) 453.

[3] H. J. Andrä, *Quantum-Beats and Laser Excitation in Fast-Beam Spectroscopy*, v knjigi *Atomic Physics 4*, ur. G. zu Putlitz, E. W. Weber, A. Winnacker, New York (Plenum Press), 1975, str. 635.

UTRINEK

STAROSTNE MEJE

Obravnavani model črne škatle in ustrezni matematični formalizem predstavljata nov jezik teorijske fizike... Ker je jezik nov, je lahko treba nekaj mesecev, da ga obvladaš, pri tem pa je prvi pogoj, da razumeš duha funkcionalne analize. Nemara obstaja pri tem tudi starostna meja za sposobnost dojetanja in priučitve nove matematične tehnike, kot je to avtor spoznal pri več kot enoletnem nič kaj uspešnem iskanju koga, ki bi bil kompetenten in sposoben prebrati dokončani rokopis.

Vzeto iz predgovora v knjigi Marjana Ribariča, »Thermodynamics of Linear Transport Processes« (Slovenska akademija znanosti in umetnosti ter Institut Jožef Stefan, Ljubljana 1975).

Pripomba. Starost ni edina mogoča razlaga za to, da povabljeni bralci niso prebrali rokopisa. Vprašanje je še, ali obstaja starostna meja tudi za pisanje knjig, ki jih nihče noče brati.

Ivan Kuščer

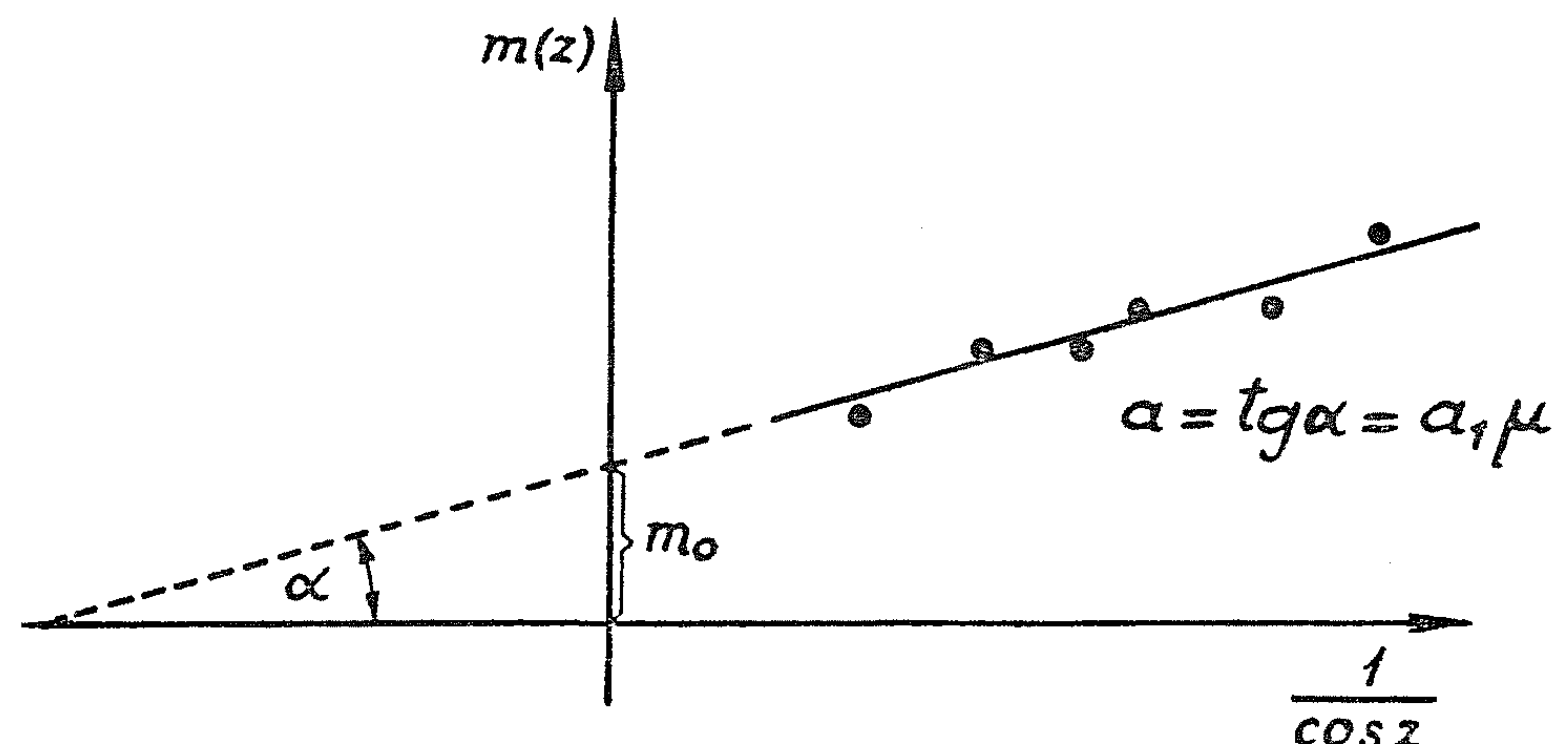
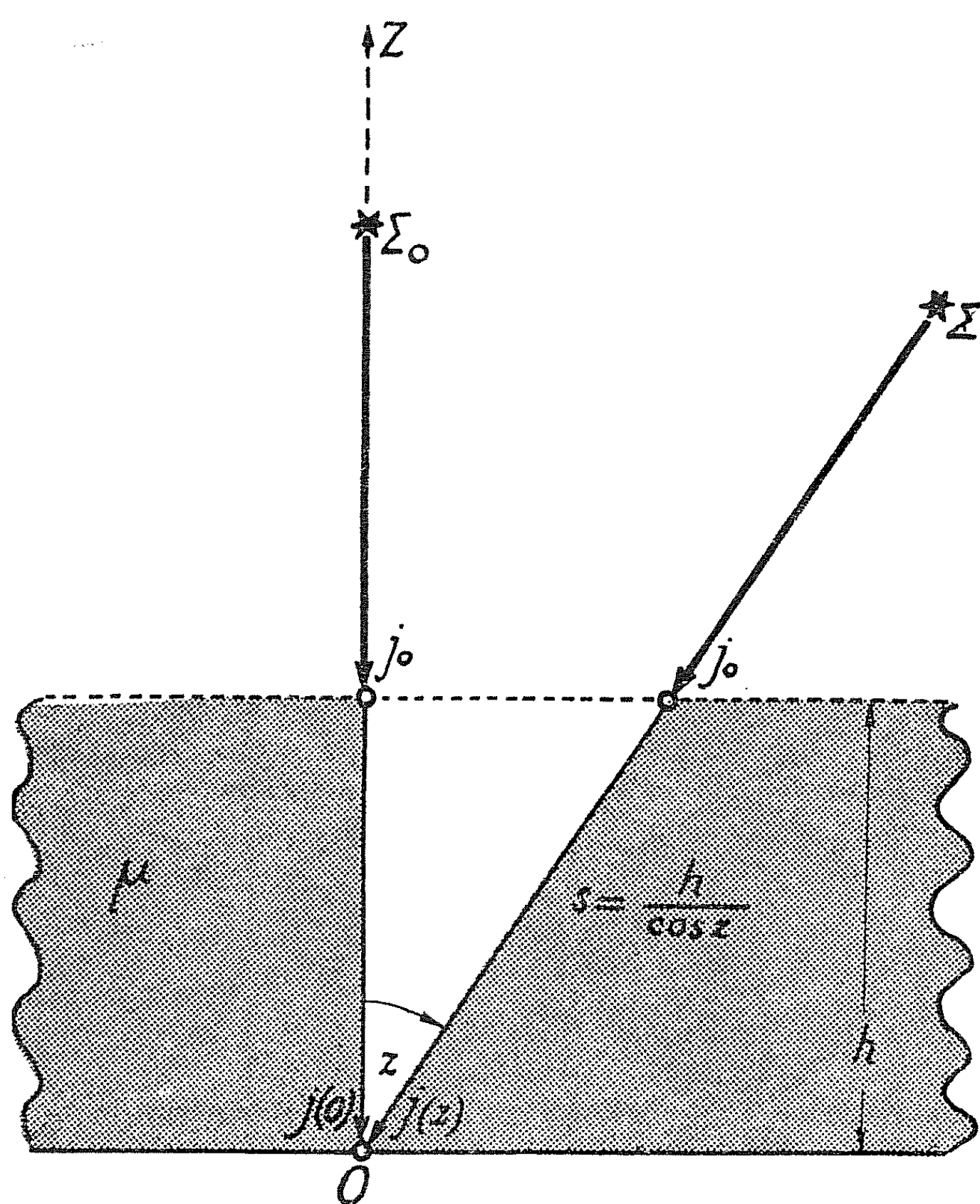
OBVESTILO NAROČNIKOM OBZORNIKA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

V tretji številki Obzornika za matematiko in fiziko smo priložili položnico z odtisnjnim žigom naslova in številko ŽR Komisije za tisk DMFA SRS. Vse naročnike vljudno prosimo, da nam novo naročnino čimprej nakažejo. Ker smo izdali že več kot polovico obsega za letošnje leto, subvencionerji pa nam še niso odobrili niti nakazali v letošnjem letu še nobenega zneska, nujno potrebujemo denar za redno plačevanje tiskarskih stroškov in avtorskih honorarjev. Zahvaljujemo se vam za razumevanje ter vas vabimo, da se s prispevki oglasite v našem časopisu.

Ciril Velkovrh

MERITEV ABSORPCIJSKEGA KOEFICIENTA ZEMELJSKEGA OZRAČJA*

Večino meritev opravijo astronomi še vedno z zemeljskega površja. Pri prehodu svetlobe z zvezde skozi zemeljsko ozračje do opazovalne naprave zrak v ozračju absorbira svetlobo in ji z lomom spremeni smer. Vzemimo v najpreprostejšem primeru ozračje za homogeno plast z višino $h = 8 \cdot 10^3$ m in s povprečnim absorpcijskim koeficientom μ nad izbranim opazovališčem, ki je neodvisen od valovne dolžine, in ne upoštevajmo loma: Ta grobi približek smemo uporabiti pri fotometričnih meritvah zvezd, to je pri merjenju sijev zvezd, do zenitne razdalje 70° (sl. 1a). Absorpcijo gostote svetlobnega toka v plasti homogene snovi z debelino s podaja enačba $j = j_0 e^{-\mu s}$. Pri tem je j_0 gostota vpadnega svetlobnega toka, μ pa absorpcijski koeficient snovi [1], [2]. Za svetlobo z zvezde je s pot svetlobe v ozračju, j_0 pa gostota svetlobnega toka ob vstopu v ozračje. Z zvezde na zenitni razdalji z , to je zvezde, ki jo vidimo pod kotom z proti navpičnici, pride do opazovališča gostota svetlobnega toka $j(z) = j_0 e^{-\mu h / \cos z}$.



Sl. 1 b. V mirni noči brez lune in na čistem nebu merimo sij kake zvezde pri različnih zenitnih razdaljah. Izmerjeni sij $m(z)$ zvezde nanese kot funkcijo $1/\cos z$. Vsaka meritev da eno točko. Iz strmine a premice skozi dobljene točke nato določimo povprečni absorpcijski koeficient $\mu = a/a_1$ nad izbranim opazovališčem

Sl. 1 a. Pot svetlobe z zvezde do opazovališča za planparalelno ozračje; O — opazovališče, Σ — zvezda na zenitni razdalji z , Σ_0 — ista zvezda v zenitu ($z = 0$), Z — zenit

S fotometrično formulo [3], ki povezuje sija m_1 in m_2 dveh zvezd, z gostotama svetlobnega toka j_1 in j_2 s teh zvezd $j_1/j_2 = 10^{-0,4(m_1 - m_2)}$ dobimo:

$$j(z) = j_0 \cdot 10^{-0,4[m(z) - m_0]}$$

Tu je $m(z)$ sij zvezde na zenitni razdalji z , m_0 pa konstantni sij iste zvezde zunaj ozračja. Iz zveze

$$10^{-0,4[m(z) - m_0]} = e^{-\mu h / \cos z}$$

sledi po logaritmiranju:

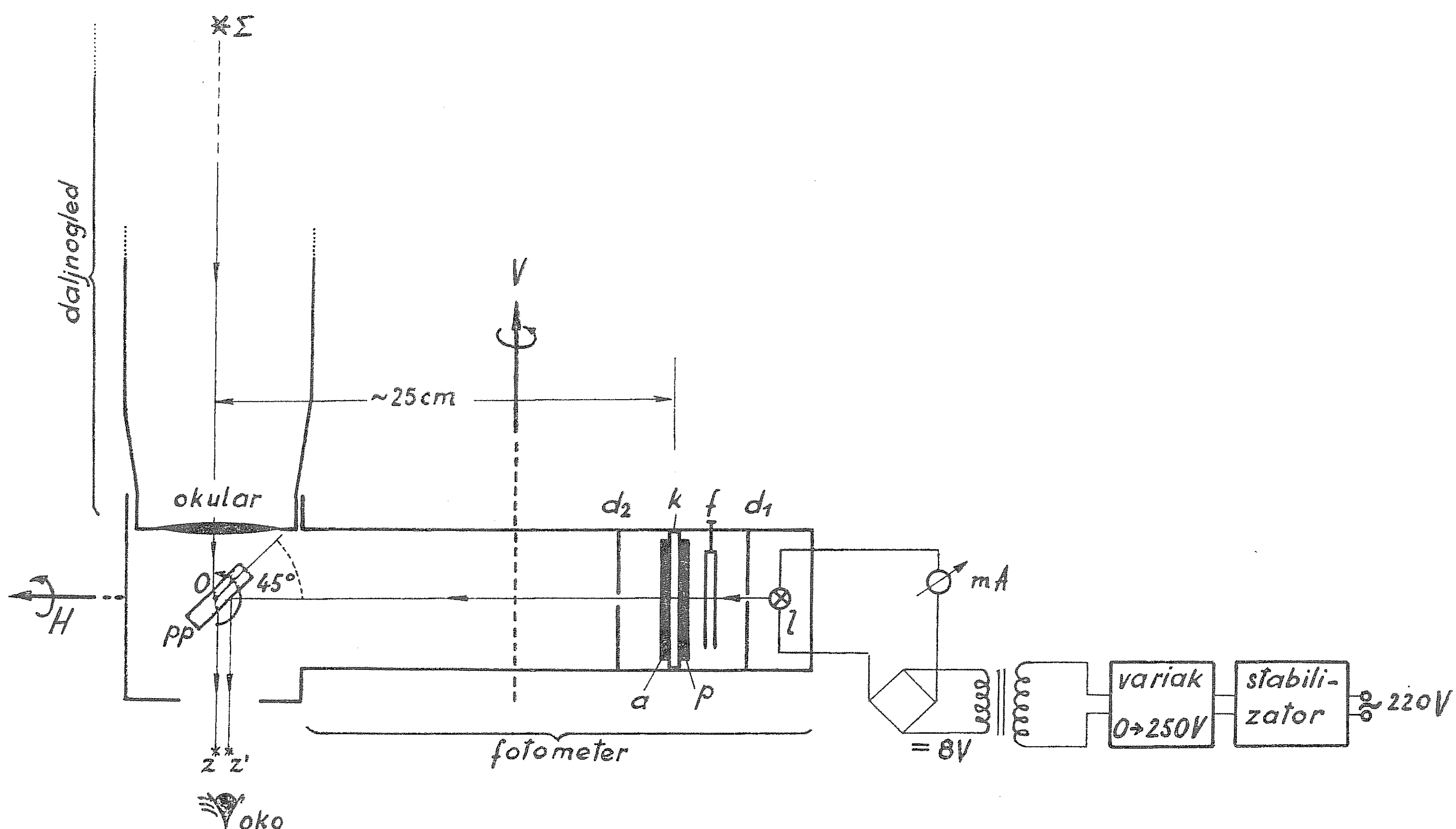
$$m(z) = m_0 + a / \cos z$$

Tu je $a = 1,086 \mu h = a_1 \mu$ in $a_1 = 8,7 \cdot 10^3$ m.

* Prispevek je namenjen mentorjem pri delu z dijaki v matematično fizikalnih oddelkih in krožkih na srednjih šolah.

Sij $m(z)$ zvezde je funkcija zenitne razdalje. V mirnih in jasnih nočeh ob mlaju izmerimo sij zvezde na različnih zenitnih razdaljah. Načrtamo sij $m(z)$ kot funkcijo $1/\cos z$. Dobimo premico (sl. 1b) in iz njene strmine a določimo povprečni absorpcijski koeficient nad izbranim opazovališčem. Ta način določanja povprečnega absorpcijskega koeficienta nad opazovališčem je za šolo primeren, a ni uporaben pri zanesljivejših fotometričnih meritvah.

Z malo večjim trudom si moremo sestaviti preprost astrofotometer — pripravo za merjenje sija zvezd (sl. 2). Z njim merimo zanesljivo na okoli $\pm 0,1^m$. Dobljeni rezultat za povprečni absorpcijski koeficient je tem natančnejši, čim več zvezd premerimo in čim gosteje, to je pri čim več zenitnih razdaljah merimo. Povprečni absorpcijski koeficient zemeljskega ozračja je dandanes — ob močni onesnaženosti zraka — pomemben podatek za vsak kraj. Za meritve izbiramo svetle zvezde. Podatke o njih najdemo v *Astronomskih efemeridah*, ki jih vsako leto izda astronomsko-geofizikalni observatorij v Ljubljani.



Sl. 2. Shema astrofotometra, ki je primeren za šolo. Sestavljen je iz daljnogleda in fotometra. Daljnogled napravi sliko zvezde (z), fotometer pa sliko umetne (primerjalne) zvezde (z'), to je svetila (l) s konstantno svetilnostjo. Daljnogled mora biti vrtljiv okoli vodoravne osi (H). Daljnogled in fotometer sta na podstavku (okrogli plošči), ki se mora vrteti okoli navpične osi (V). Okular naj bo ves čas v isti višini

pp — planparalelna steklena ploščica z debelino okoli 5 mm, vrtljiva okoli O , a — analizator, p — polarizator, f — nevtralni (lahko tudi modri) filter z različno debelino za izravnavo barve umetne in prave zvezde, d_1 — zaslonka s točkasto odprtino, d_2 — pomožna zaslonka, k — krog, na katerem merimo kot α vsaj na 1° natančno. Pri meritvah uporabljamo žepno svetilko

Da določimo povprečni absorpcijski koeficient nad opazovališčem, moramo torej meriti sij in zenitno razdaljo zvezde.

Najprej pogledjmo, kako izmerimo sij zvezde. Z opisanim astrofotometrom primerjamo sij dveh zvezd: *prave* (na nebu na določeni zenitni razdalji) in *umetne* (svetila). Sij, se pravi gostoto svetlobnega toka umetne zvezde, spreminjamo tako, da vrtimo analizator glede na nepremičen polarizator. Polarizator svetlobo umetne zvezde linearno polarizira, nato jo analizator oslabi. Gostota svetlobnega toka j' , ki izhaja iz analizatorja, je $j' = \frac{1}{2} j_0' \cos^2 \alpha$, če je α kot med prepustnima smerema polarizatorja in analizatorja, j_0' pa gostota svetlobnega toka vpadne svetlobe na polarizator [1], [2]. S spreminjanjem kota α dose-

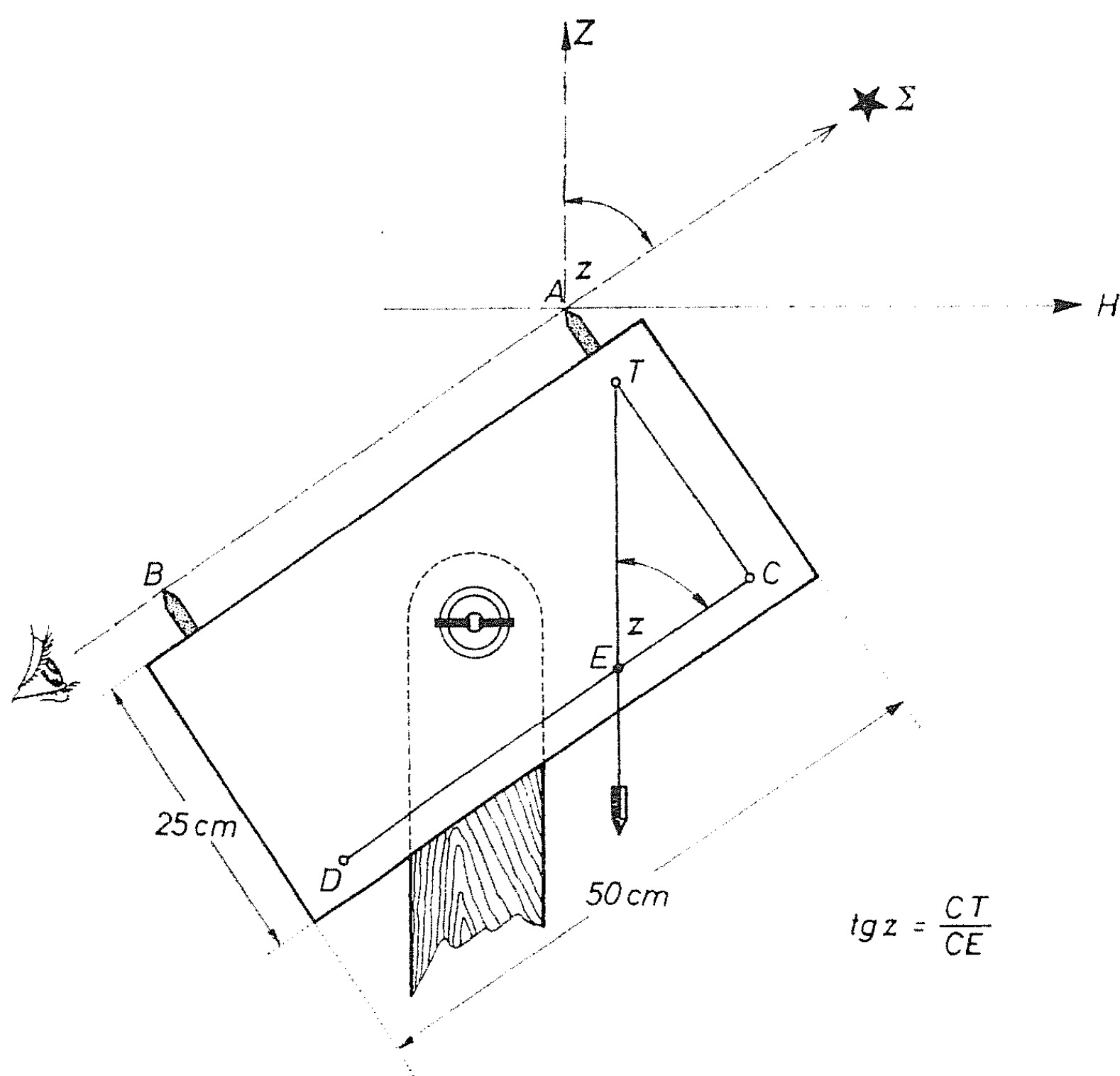
žemo, da je gostota svetlobnega toka j' umetne zvezde enaka gostoti svetlobnega toka j opazovane zvezde: $j = j' = \frac{1}{2} j_0' \cos^2 \alpha$. Kot α izmerimo. Nato opazujemo še Severnico. Ta je za določen kraj približno vedno na isti zenitni razdalji in ima tudi približno stalen sij $m_s = 2,1^m$. S spreminjanjem kota α zopet dosežemo, da je gostota svetlobnega toka j_s' umetne zvezde enaka gostoti svetlobnega toka j_s Severnice: $j_s = j_s' = \frac{1}{2} j_0' \cos^2 \alpha_s$. Izmerimo kot α_s . Razmerje $j/j_s = \cos^2 \alpha / \cos^2 \alpha_s$ pa zapišemo kot:

$$10^{-0,4 [m(z) - m_s]} = (\cos \alpha / \cos \alpha_s)^2$$

in dobimo izmerjeni sij $m(z)$ zvezde na zenitni razdalji z :

$$m(z) = 2,1^m + 5^m (\log \cos \alpha_s - \log \cos \alpha)$$

Zenitne razdalje zvezde najpreprosteje izmerimo s pripravo, ki jo kaže sl. 3 [4]. Zenitna razdalja z zvezde je $\angle \Sigma AZ = \angle CET$. Izračunamo jo iz $\tan z = CT/CE$.*



Sl. 3. Pravokotna deska $50 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$ za merjenje zenitne razdalje zvezde. Desko pritrdimo na trdno stojalo. Vrtljiva naj bo okoli vodoravnega vijaka. S krilno matico jo vpnemo v želeno smer. Zvezdo viziramo preko značk A in B. Svinčnica iz T gre skozi C, ko je deska vodoravna, kar dosežemo z libelo. $CT = 200 \text{ mm}$. Zenitna razdalja zvezde je $\angle CET$. Pri meritvah se izogibamo vetra

Meritev sija in zenitne razdalje opravimo v 10 do 15 minutah. Zenitno razdaljo izmerimo v sredini časovnega intervala, v katerem merimo sij zvezde.

Pri nekem takem merjenju z Golovca na Vegi, Denebu in Atairu sem 1970 dobil srednjo vrednost $m(0) - m_0 = a = 0,31^m$. Napaka je bila precejšnja: $\pm 0,08^m$. Iz tega je sledil absorpcijski koeficient $\mu = a/a_1 \doteq 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^{-1}$.

Vse to kaže, da so astronomske meritve dolgotrajne in naporne, rezultat pa večkrat ni zelo zanesljiv. Pri takih meritvah pač ne moremo spreminjati vseh okoliščin, kot jih lahko pri meritvah v laboratoriju.

Marijan Prosén

LITERATURA

- [1] D. Ja. Martynov: *Kurs praktičeskoj astrofiziki*, Moskva, Nauka 1967, str. 288 do 292.
- [2] J. Strnad: *Uvod v fiziko*, II. del, Ljubljana, FNT 1969, str. 609 in 639.
- [3] F. Avsec in M. Prosén: *Astronomija*, Ljubljana, DZS 1975, str. 21.
- [4] M. Prosén: *Nekaj enostavnih astronomskih meritev brez daljnogleda za srednjo šolo*, Proteus 35, (1972—73) 373.

* Zenitno razdaljo zvezde moremo izračunati tudi po enačbi sferne astronomije. Iz osnovnega nebesnega trikotnika (zvezda—pol—zenit) sledi: $\cos z = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi (\tan t^* - a)$; δ in a sta deklinacija in rektascenzija zvezde, φ geografska širina opazovališča, t^* pa krajevni zvezdni čas opazovanja. Potrebne podatke dobimo v *Astronomskih efemeridah*.

LETNO POROČILO ODDELKA ZA MATEMATIKO IMFM ZA ŠTUDIJSKO LETO 1974/75

1. Raziskovalno delo

Člani oddelka za matematiko so v preteklem študijskem letu končali tele raziskovalne naloge, ki jih je financiral Sklad Borisa Kidriča (pred vsako nalogo je navedena vrstna številka naloge na oddelku za matematiko):

- 17. Z. Bohte: Stabilnost numeričnih procesov linearne algebre (3-letna téma)
- 26. A. Suhadolc (M. Omladič): Nove kvadrature formule
- 28. I. Vidav, J. Globevnik, (G. Tomšič, P. Legiša): Metrične lastnosti analitičnih funkcij v Banachovih prostorih

V delu so tele naloge:

- 29. J. Vrabec (P. Petek, J. Rakovec, J. Šrekl): Aciklične mnogoterosti
- 30. I. Vidav (P. Mizori-Oblak): Cele analitične funkcije, katerih vrednosti so obrnljiv operatorji
- 31. A. Vadnal (V. Rupnik, S. Indihar, B. Gogala): Splošna metoda reševanja bilinearnih programov
- 32. J. Grad (E. Zakrajšek, Z. Breška, B. Žitko): Računalniško orientirane matematične metode III
- 33. J. Globevnik (A. Suhadolc, G. Tomšič, V. Lampret, M. Omladič, I. Hafner, M. Hladnik): Metrične lastnosti normiranih prostorov — posebnosti v kompleksnih prostorih
- 34. Z. Bohte (J. Kozak, A. Kmet): Iteracijske metode za reševanje sistemov linearnih enačb in teorija zlepkov.

Za prihodnje leto so bile odobrene vse predlagane naloge, in sicer:

- 35. J. Vrabec: Vložitve mnogoterosti v evklidske prostore
- 36. J. Globevnik: Analitične funkcije z vrednostmi v 1^p -prostorih
- 37. Z. Bohte: Analiza zaokrožitvenih napak pri nekaterih algebrskih procesih
- 38. P. Petek: Podalgebra simetričnih elementov v tenzorski algebri
- 39. B. Krušič: Študij in uporaba analitičnih, numeričnih in računalniških metod v dvodimenzionalni elastostatiki
- 40. I. Vidav: Hermitski operatorji in struktura Banachovih prostorov
- 41. J. Grad: Računalniško orientirane matematične metode IV
- 42. J. Kozak: Baza prostora zlepkov nad območji dvodimenzionalnega evklidskega prostora in njena uporaba v problemih numerične interpolacije.

Ker objavljamo ponatise znanstvenih del naših članov v Publikacijah oddelka za matematiko, jih tu ne bomo posebej naštevati.

2. Seminarji

V preteklem študijskem letu so bila na oddelku za matematiko v okviru petih seminarjev tale predavanja:

- a) Četrtekov seminar (vodja J. Vrabec, 15 udeležencev)
- R. M. Schori: Survey of infinite dimensional topology techniques in the theory of hyperspaces

A. Volčič: Daniellov integral
A. Suhadolc: O kolokaciji
E. Zakrajšek: Strukturno programiranje
F. Dacar: Problem štirih barv
R. Gabasov: Teorija optimal'nogo upravljenja
F. B. Jones: Homogeni kontinui.

b) Topološki seminar (vodja J. Vrabec, 8 udeležencev) Ciklus predavanj o svežnjih:
M. Kranjc (14 ur), P. Legiša (9 ur), J. Malešič (12 ur), P. Petek (1 ura), J. Rakovec (10 ur),
J. Vrabec (10 ur) — skupaj 56 ur.

c) Seminar za topologijo nizkih dimenzij (vodja J. Vrabec, povprečno 4 udeleženci)
J. Rakovec (25 ur): Eksistenca homeomorfizmov med 3-mnogoterostmi
T. Pisanski (10 ur): Vložitve grafov v ploskve
F. Dacar: (6 ur): Problem štirih barv
M. Kranjc: (4 ure): Krovni prostori

č) Seminar iz numerične in računalniške matematike (vodja Z. Bohte). Ker se je zanimanje za računalniško matematiko povečalo, se je ta seminar razširil s prejšnjih 2 ur tedensko na 4 ure tedensko v zimskem semestru in na 6 ur tedensko v letnem semestru. Na sporedu sta bila dva enosemestrski tečaja:

E. Zakrajšek (23 ur, 24 udeležencev): Algol 68
E. Zakrajšek (20 ur, 14 udeležencev): Metoda končnih elementov
in ciklus predavanj iz teorije računalništva:
V. Batagelj (12 ur, 13 udeležencev): Sheme programov

Poleg tega je bilo še 29 enkratnih predavanj s povprečno 12 udeleženci:

F. Dacar (2 uri): Perronov izrek
E. Zakrajšek (2 uri): O posplošenem problemu lastnih vrednosti
E. Zakrajšek (2 uri): Posplošena potenčna metoda
V. Batagelj (2 uri): Vrednostni grafi in minimalne poti
E. Zakrajšek (2 uri): Cauerjev problem
E. Zakrajšek (2 uri): O kožnem efektu
I. Bratko (4 ure): Umetna inteligenca in igre
J. Kozak (2 uri): Število pogojenosti matrike bazičnih zlepkov
V. Batagelj (4 ure): Eulerjeve in Hamiltonove poti
D. Marušič: (1 ura): O končnih cikličnih grupah
J. Kozak (2 uri): Konstrukcija interpolacijskih zlepkov nad dvodimenzionalnimi območji
V. Batagelj (2 uri): Računanje končnih vsot
A. Suhadolc (2 uri): O kolokaciji
V. Batagelj (2 uri): O semantiki programskih jezikov
M. Omladič (2 uri): Nove kvadraturene formule
F. Dacar (2 uri): Igre dveh igralcev s polno informacijo
R. Korfhage: (4 ure): On chromatic polynomials
T. Pisanski (2 uri): Grafi z rotacijami
J. Stare (2 uri): Rentgensko sipanje pod majhnimi koti
V. Batagelj (2 uri): Algoritmi za sortiranje
J. Kozak (2 uri): Strukturno programiranje
E. Zakrajšek (1 ura): Koncepti interaktivnega dela na računalniku Cyber 72
T. Pisanski (3 ure): Delo s terminalom
R. Korfhage (2 uri): On data structures

R. Korfhage (2 uri): Ideas for teaching programming
 J. Kozak (2 uri): O učenju programiranja
 T. Pisanski (2 uri): O problemu optimizacije programov
 V. Batagelj (2 uri): Razgovor o dokumentaciji programov
 V. Batagelj (2 uri): STRUCTURAN

Pri večini od teh predavanj so udeleženci dobili od predavatelja zapiske predavanja.

d) Seminar za topologijo Zagreb-Ljubljana (vodja S. Mardešić in J. Vrabec). To je bil skupni topološki seminar zagrebškega Instituta za matematiku in ljubljanskega IMFM. Seminar se je sestajal dvakrat mesečno po 4 ure, in sicer izmenoma v Ljubljani in Zagrebu. Na sestankih je bilo povprečno 11 udeležencev. V Ljubljani so bila tale predavanja:

P. Petek (2 uri): Simetrične grupe in njihove sylovske podgrupe
 J. Vrabec (2 uri): Izotopije PL mnogoterosti, ki mirujejo na nekem podpoliedru
 M. Kranjc (2 uri): Ovire za vložitve in izotopije gladkih mnogoterosti
 J. Rakovec (2 uri): Ovire za vložitve in izotopije PL mnogoterosti
 J. Vrabec (6 ur): Vozlanje k -povezane, sklenjene PL m -mnogoterosti v E^{2m-k}
 P. Petek (2 uri): $S(n)$ -prosti aciklični kompleksi
 P. Petek (2 uri): Homologija grup
 M. Kranjc (4 ure): Razstavitev kobordizma na ročaje
 J. Vrabec (6 ur): Geometrične homološke operacije.

V Zagrebu pa so predavali:

D. Svrtan (4 ure): Wallove grupe obstrukcija za kirurgiju
 D. Henč (2 uri): Teorem neprekidnosti za Čechovu homologijo
 D. Svrtan (2 uri): Poincaréov dualitet sa tordiranim koeficijentima
 M. Efendija (2 uri): O pravom obliku
 D. Svrtan (2 uri): Topološka klasifikacija linearnih endomorfizama na konačno-dimenzionalnim vektorskim prostorima
 D. Svrtan (2 uri): Stabilno slobodni moduli i Whiteheadova torzija
 Š. Ungar (4 ure): Teoremi suspenzije u teoriji oblika
 D. Svrtan (2 uri): Cijepanje (ko)homološkega niza para $(W, \partial W)$ s obzirom na dano preslikavanje stupnja 1
 M. Krecl (2 uri): Struktura stabilno slobodnih projektivnih modula
 Š. Ungar (2 uri): Homotopski tip prostora petlji.

3. Udeležba na znanstvenih in strokovnih srečanjih

Conference on Analytic Functions (Krakow, 3.—12. septembra 1974). Konferenca se je udeležil J. Globevnik (financiral IMFM) z referatom On analytic functions with values in 1^p -spaces.

Informatica 74 — Jugoslovanski mednarodni simpozij o obravnavanju podatkov (Bled, 7.—12. oktobra 1974). Simpozija so se udeležili V. Batagelj (financiral IJS), A. Kmet (financirala FNT), J. Kozak (financirala FNT), T. Pisanski (financiral IJS). Referati:

V. Batagelj: V-grafi

V. Batagelj, D. Poniž: Statistična analiza slovenskega jezika

J. Kozak, A. Kmet: The use of product B-spline basis in the problem of two dimensional interpolation over rectangular polygons

R. Murn, J. Korenini, T. Pisanski: Diagnostika kombinacijskih vezij v prisotnosti večkratnih napak.

Conference on the Mathematics of Finite Elements (London, 7.—10. aprila 1975).
Konference se je udeležil E. Zakrajšek (financiral Institut građevinarstva Hrvatske).

Infotech State of the Art Conference on Structured Programming (London, 10.—12. marca 1975). Konference sta se udeležila J. Kozak in E. Zakrajšek (financirala FNT).

Control Data Institute: The Seminar on Structured Programming (London, 17.—18. marca 1975)

The Seminar on Structured Design (London, 19.—21. marca 1975).

Seminarjev se je udeležil E. Zakrajšek (financiral RRC).

V. kongres psihologov Jugoslavije (Skopje, 12.—16. maja 1975). Kongresa se je udeležil E. Zakrajšek (financirala Visoka šola za telesno kulturo, Zagreb) z referatom: SS-programski sistem za multivariantno analizo podatkov.

Applied aspects of the Automata Theory 75 (Varna, junij 1975). Simpozija se je udeležil T. Pisanski (financiral IJS) z referatom:

T. Pisanski, P. Kolbezen: On the problem of program optimization

T. Pisanski, R. Murn: An application of fanout free network diagnosis to general combinatorial networks.

1975 International Symposium on Fault-Tolerant Computing (Pariz, 18.—20. junija 1975). Simpozija se je udeležil T. Pisanski (financiral IMFM) z referatom

T. Pisanski, R. Murn: A method for multiple fault diagnosis in fanout free networks.

Poleg tega so bili na dveh srečanjih v Jugoslaviji predstavljeni štirje referati, pri katerih je bil V. Batagelj soavtor.

4. Obiski tujih znanstvenikov

Richard M. Schori (Louisiana State University, Baton Rouge, La., ZDA) — julij 1974

James E. West (Cornell University, Ithaca, N. Y., ZDA) — marec 1975

Robert R. Korfhage (Southern Methodist University, Dallas, Tex., ZDA) — marec, april 1975

Rafail Gabasov (Fakulteta za uporabno matematiko, Minsk, Belorusija, ZSSR) — april 1975

F. Burton Jones (University of California, Riverside, Cal., ZDA) — junij 1975.

5. Tisk

V študijskem letu 1974/75 je IMFM izdal št. 7 in št. 8/9 Publications of the Department of Mathematics. V vsaki od teh dveh izdaj je bilo ponatisnjenih po 10 del članov oddelka za matematiko.

V zbirki Postdiplomski seminar iz matematike, ki jo tudi izdaja IMFM, sta v preteklem študijskem letu izšli številki

5. I. Vidav: Grupe K_0 , K_1 in K_2

6. F. Križanič: Topološke grupe.

Ponatisnjena so bila skripta Numerična analiza (Z. Bohteta) in Fortran (E. Zakrajška) — oboja skripta je izdal IMFM.

Omeniti je še ponatise del I. Vidava: Rešeni in nerešeni problemi matematike (Knjižnica Sigma), Števila in matematične teorije (Knjižnica Sigma) in Josip Plemelj — ob stoletnici rojstva, ki jih je izdalo Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije.

Naši člani so poleg tega sodelovali s strokovnimi članki še v revijah Obzornik za matematiko in fiziko in Presek, ki ju izdaja DMFA.

6. Organizacijsko delo

Oddelek za matematiko je imel v preteklem študijskem letu samo en poseben sestanek. O tekočih zadevah smo se pogovorili po vsakem predavanju na četrtkovem seminarju.

Komisija za razvoj matematike se je sestala enkrat in sicer v razširjenem obsegu. Govorili smo o povezovanju matematike na ljubljanski univerzi, o reformi študija matematike in o načrtih RSS za nadzidavo stavbe na Jadranski 21. Glede 1. točke je komisija menila, da je v sedanjih razmerah mogoče le neformalno strokovno povezovanje in izrazila željo, da bi se tako povezovanje okrepilo. V zvezi s 3. točko pa je komisija ugotovila, da je za matematično skupnost edina možnost, da obdrži sedanje prostore in v prihodnosti sama nadzida omenjeno stavbo; zato je bila komisija odločno proti temu, da se nadzidava dovoli RSS.

V preteklem študijskem letu se je število članov oddelka za matematiko povečalo za 3:

ing. Vladimir BATAGELJ, asistent FNT

ing. Marko KRANJC, asistent FNT

dr. Aljoša VOLČIČ, matematični inštitut tržaške univerze.

Jože Vrabec

PRAVILA O UREJANJU IN IZDAJANJU PUBLIKACIJ KOMISIJE ZA TISK DMFA SRS

Leta 1973 je bil sprejet *zakon o javnem obveščanju* (Uradni list SRS 7/73), po katerem je moralo tudi naše društvo pripraviti in sprejeti pravila o urejanju in izdajanju publikacij.

26. septembra 1975 je bila ustanovna seja *izdajateljskega sveta*, na kateri so bila sprejeta pravila o urejanju in izdajanju vseh štirih publikacij društva. O njih so prej razpravljali uredniški odbori, upravni odbor Komisije za tisk, upravni odbor Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS in v okviru SZDL SRS. Objavljamo kratek izvleček iz pravil, iz sklepa o izdajateljskih odnosih ter temeljnih in vsebinskih zasnov publikacij.

Obzornik za matematiko in fiziko je glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov, SR Slovenije, namenjeno predvsem članom društva. *Presek* je list za mlade matematike, fizike in astronome. Obe reviji izideta vsaj štirikrat letno. V *Knjižnici Sigma* izdaja društvo strokovne tekste, v *Zbirki Matematika-Fizika* pa univerzitetne učbenike in monografije iz matematike in fizike. Društvo izdaja po potrebi tudi druge publikacije s svojega področja.

Organi upravljanja so:

— *Izdajateljski svet*, ki je družbeni organ upravljanja in je skupen za vse štiri publikacije. Delovanje izdajateljskega sveta ureja sklep o ureditvi izdajateljskih razmerij med Društvom matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije kot izdajateljem in Obzornikom za matematiko in fiziko, Presekom ter Knjižnico Sigma in Zbirko Matematika-Fizika, sprejet je bil na seji upravnega odbora Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije dne 19. 12. 1973. Izdajateljski svet sestavlja

— 9 notranjih članov, predstavnikov uredništev:

Obzornik za matematiko in fiziko: Janez Strnad (odgovorni urednik) in Anton Suhadolc

Presek: Marjan Hribar in Peter Petek (odgovorni urednik)

Sigma: Alojzij Vadnal in Ivan Vidav (odgovorni urednik)

Matematika-Fizika: France Križanič (odgovorni urednik) in Ivan Kuščer
ter glavni urednik Gabrijel Tomšič

— 12 zunanjih članov, predstavnikov Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije, ter zainteresiranih organizacij in skupnosti:

- Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije: Boris Žumer, Aleksander Cokan in Milan Kac
- Fakulteta za naravoslovje in tehnologijo: Andrej Blejec (študent) in Rajko Jamnik
- Inštitut za matematiko, fizikov in mehaniko: Jože Vrabec
- Inštitut Jožef Stefan: Marko Vakselj
- Raziskovalna skupnost Slovenije: Alenka Rismal
- Izobraževalna skupnost Slovenije (še ni imenovala delegata)
- Kulturna skupnost Slovenije (še ni imenovala delegata)
- Gospodarska zbornica Slovenije (še ni imenovala delegata)
- Radio-televizija Ljubljana: Breda Senčar in Joža Zagorc

Za predsednika izdajateljskega sveta je bil izvoljen Alojzij Vadnal.

Izdajateljski svet bo sprejemal odločitve z glasovanjem ločeno v obeh delegacijah. Odločitev bo sprejeta, če bo izglasovana z večino glasov v obeh delegacijah. Če se svet ne bi mogel dogovoriti, bo odločil upravni odbor DMFA SRS.

— *Upravni odbor Komisije za tisk DMFA SRS* prevzame skrb in odgovornost za izdajateljsko dejavnost pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije. Med drugim odloča o razdelitvi finančnih sredstev v soglasju z izdajateljskim svetom. Upravni odbor komisije za tisk vodi predsednik komisije za tisk, ki je obenem glavni urednik vseh publikacij. Izvoljen je na občnem zboru društva za dobo štirih let na predlog komisije za tisk.

— *Uredništva* so ločena za vsako od štirih publikacij. Vodijo jih odgovorni uredniki, ki so izvoljeni na občnem zboru društva za dobo štirih let na predlog upravnega odbora komisije za tisk. Glavni in odgovorni uredniki predlagajo člane, potrđita pa jih upravna odbora komisije za tisk in Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS. Uredništva sestavljajo poleg glavnega in odgovornega urednika vsaj še trije člani. Odgovorna so izdajatelju — Društvu matematikov, fizikov in astronomov SRS, upravnemu odboru Komisije za tisk ter Izdajateljskemu svetu.

— *Zbor delavcev* sestavljajo vsi avtorji, ki so v zadnjih petih letih objavljali v publikacijah društva.

— *Glavni urednik* predstavlja in zastopa publikacije društva, skrbi za zakonitost poslovanja, za finančno poslovanje, za koordinacijo med člani uredništev in podpisuje vse akte.

— *Odgovorni uredniki* neposredno vodijo, organizirajo, usklajujejo in nadzorujejo delo urednikov in izvajajo njihove odločitve. Glavni in odgovorni uredniki odgovarjajo izdajatelju — DMFA SRS, upravnemu odboru Komisije za tisk DMFA SRS in izdajateljskemu svetu.

Obzornik za matematiko in fiziko, Presek, Sigma in Matematika-Fizika se financirajo iz sredstev, ki jih namensko dobijo od Raziskovalne skupnosti Slovenije, Republiške in temeljnih izobraževalnih skupnosti v Sloveniji, Kulturne skupnosti Slovenije ter drugih zainteresiranih ustanov. Drugi viri dohodkov so: naročnine, dohodki od prodaje in drugo. O razdelitvi sredstev odloča upravni odbor Komisije za tisk DMFA SRS v soglasju z izdajateljskim svetom. Najmanj enkrat letno mora Komisija za tisk poročati na občnem zboru in objaviti v društveni reviji podatke o finančnem poslovanju in o vsem, kar je v zvezi z izdajanjem publikacij in je pomembno za javnost. Na vsakem izvodu publikacije mora biti navedeno naslednje: naziv in naslov izdajatelja, naziv in firma tiskarne, kraj in leto natisa ter ime in priimek odgovornega urednika.

Temeljne vsebinske zasnove vseh štirih publikacij so bile sprejete po razpravi na sejah uredniških odborov, med člani društva na občnem zboru 10. 12. 1973 na Bledu ter z drugimi zainteresiranimi v okviru Republiške konference SZDL, katere objavljamo v nadaljevanju.

Obzornik za matematiko in fiziko je glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije. Kot znanstvena in strokovna revija je namenjena članom, med katerimi je največ učiteljev matematike in fizike, in študentom teh ved. Poleg tega je namenjena vsem, ki se zanimajo za fiziko in matematiko. Obzornik skrbi za strokovno in pedagoško izpopolnjevanje svojih naročnikov in za stalno informiranje o dogajanjih v matematiki, fiziki in astronomiji. Zato izhajajo v Obzorniku za matematiko in fiziko znanstveni in strokovni prispevki. To so: članki, pregledi ter novice s področja matematike, fizike in astronomije in prispevki o vprašanjih pouka, učnih načrtih in programih, novih učnih metodah pri pouku, o učnih pripomočkih, učilih ter poročila z naših šol. Informativni del vsebuje razprave o aktualnih strokovnih problemih, koledar strokovnih konferenc, poročila o seminarjih in kongresih ter osebne vesti. Poseben del je rezerviran za poročila o društvenih dejavnostih in za rubriko Pisma bralcev.

Presek je list Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS za mlade matematike, fizike in astronome in je namenjen predvsem učencem zadnjih dveh razredov osemletnih šol in prvih razredov srednjih šol ter še drugim, ki se zanimajo za matematiko, fiziko in astronomijo.

Presek želi vzgajati mlade ljudi in jim nevsiljivo vzbujati ljubezen do matematike, fizike in astronomije. Objavlja članke iz matematike, fizike in astronomije, ki so napisani zanimivo, nezahtevno, vendar strokovno neoporečno. Poleg poročil s tekmovanj učencev osemletnih in srednjih šol, nalog in njihovih rešitev prinaša še druge zanimive naloge z navodili za reševanje in rešitvami. S prispevki iz laboratorija in z raziskovalnimi nalogami vzbuja Presek mladim raziskovalcem strast na raziskovalno delo in razpihuje ogenj mladostne vedoželjnosti. Z dopisnim tekmovanjem skuša učencem ob reševanju nalog iz matematike, fizike in astronomije razvijati trajno znanje, spretnosti in navade in jih tako spodbujati k spretnemu učenju, skrbnemu vodenju zapiskov ter k preglednosti in sistematičnosti pri reševanju in zastavljanju problemov. Presek prinaša še druge zanimivosti iz matematike, fizike in astronomije. Priporoča dobre matematične, fizikalne in astronomske knjige, opozarja na strokovno pomembne obletnice in dogodke doma in po svetu. Prinaša razgovore z bralci in vidnimi strokovnjaki. Povezuje matematiko, fiziko in astronomijo z drugimi naravoslovnimi vedami.

Sigma je knjižna zbirka Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS. Knjižice prinašajo pregled krajših poglavij iz matematike, fizike ali astronomije. Pisane so zanimivo in dostopno, toda strokovno neoporečno. V večini so namenjena predvsem boljšim dijakom v srednji šoli, med katerimi želimo popularizirati matematiko, fiziko in astronomijo. Druge predstavljajo pomožne učbenike ali priročnike za študente matematike, fizike in astronomije ter sploh tehničnih ved. Knjige iz zbirke SIGMA so dobrodošle tudi članom društva ter drugim strokovnjakom, ki sta jim matematika in fizika potrebni v poklicu ali sta jim kakorkoli drugače zanimivi.

Matematika-fizika je zbirka univerznih učbenikov in monografij. Dolgoročni cilj je zbirka učbenikov za pouk matematike in fizike na matičnih oddelkih in tam, kjer sta oba predmeta teorijska osnova študija. V svoji programski zamisli ti učbeniki ne bodo vezani na trenutni študijski program in ne bodo podrejeni predavanjem. Učbenik naj poda zaokroženo in izbrušeno podobo matematičnega ali fizikalnega poglavja, ki pogloblja morda le del takega fakultetnega predavanja ali pa povezuje različna predavanja in uporabo. Uredništvo namerava uporabljati strogo strokovna merila, kakršna so po svetu za tovrstne knjige splošno v navadi. Za poglavje, po katerem je dovolj povpraševanja, bo objavilo tudi več učbenikov, če bodo v njih zanimive in pomembne razlike v zasnovi in v podajanju snovi. Spodbujalo bo zlasti učbenike, ki preHITEvajo trenutni program univerze in tako odpirajo možnosti za hitrejšo posodobljenje pouka. Občasno bo v zbirko vključevalo tudi monografije — izvirne prikaze ožjih področij.

Temelji uredniške politike. Pri uredniški politiki Obzornika za matematiko in fiziko in drugih publikacij Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije si bodo uredništva prizadevala za čim bolj odprto uredniško politiko. K sodelovanju bodo skušala pritegniti čim več priznanih strokovnjakov, z objavljanjem prispevkov mladih matematikov, fizikov in astronomov pa bodo tem dajala možnost uveljavitve v strokovnem krogu. Uredniki bodo spodbujali k diskusiji strokovnjake s svojih področij in si bodo prizadevali, da bodo vse publikacije prispevale k razvoju matematike in fizike ter astronomije. V okviru dela komisije za tisk DMFA SRS si bodo prizadevali, da bo mlademu rodu omenjena literatura dostopna po zmernih cenah.

Ciril Velkovrh

KRATKO RAZMIŠLJANJE O KROŽKIH OB ZAKLJUČKU ŠOLSKEGA LETA

Oktobra 1974 sem se oglasil na gimnaziji v Šentvidu. Želeli so, da postavim na noge matematični krožek. Obljubili so mi vso podporo. Res, izpolnili so obljubo — dolžan sem jim iskreno zahvalo.

Dijakov je bilo spočetka veliko, okoli 12. Kasneje je seveda število padlo na polovico in je le tu in tam poskočilo, zato pa smo včasih modrovali malodane v troje. Sestanke smo imeli ob petkih zvečer, kar je očitno najmanj priljubljen čas. Zakaj sem potem tako izbral? Razlog je preprost — edino v petek dijaka ne more skrbeti, kaj bo v šoli naslednji dan in se zato rahlo sprosti. Poleg tega pridejo ob tem času samo najbolj vneti. No, drugih pa tako ne potrebujemo.

Režim je bil dokaj oster — najprej so pisali preizkusni test, nato pa vsaka dva meseca, oziroma mesec in pol, test, vsakič po 2 uri. Vsakih 14 dni so dobili razmnožene domače naloge. Ves ta material sem kasneje povezal in trije izvodi so na voljo radovednejšem v matematični knjižnici pri nas na Odseku. Vse naloge sem izbiral po istem ključu — morale so biti netipske in rešljive v 5 do 10 minutah, šteto od trenutka, ko najdemo zvižaco, seveda. Lahkih nalog sem se načelno izogibal in dijaki mi tega niso preveč zamerili. Glavni vir so mi bile ruske zbirke nalog in naša Matematiška Biblioteka. Lahko rečem, da je bilo za večino nalog dovolj, da je znal dijak seštevati in množiti. Dovolj o nalogah, skripta so na polici!

Uspeh kolokvijev je dokaj normalen — včasih so rešili po dve od treh zadanih nalog, enkrat celo nobene, največkrat pa samo po eno. Eden od mojih dijakov je šel na zvezno tekmovanje in celo v olimpijsko ekipo je vstopil. Zanimivo je, da pri teh testih največkrat sploh ni pretirano odstopal od poprečja, posebej na začetku leta (kasneje je seveda napredoval, ker je edini resno delal domače vaje). To pomeni, da je bilo v krožku še nekaj brihtnih glav, žal pa niso nikoli imele dovolj poguma, da bi se odpravile na kakšno tekmovanje (in samostojno delale doma). Mislim, da bi jih lahko v nekaj letih temeljito prevzgojil.

Dijakom sem dal referate. Neverjetno, kako so se jih otepali. Vsakdo je bil pripravljen kaj povedati pred katedrom največ enkrat. Zanimivo, mar ne? In sami so si lahko izbrali teme, nič ni bilo ukazov, samo predlogi. Komaj, da so se odpravili do matematične knjižnice, pa še tam so hoteli kar vsi isto (najlažjo) knjigo. In seveda — kvečjemu v srbohrvaščini. Angleških knjig jim še omeniti nisem smel, kaj šele ruskih in nemških (nemščino se učijo 4 leta). Sprašujem se, kakšni študentje bodo, ko niti v četrti gimnaziji ne zmorejo poljudnega čtiva v tujem jeziku. Mimogrede — pri nas smo imeli v 3. in 4. razredu referate iz raznih področij tehnike (tudi matematike in fizike) — v angleščini, sevé!

Domače naloge so dobivali, spravljali v predal in konec. Delal jih je kvečjemu eden. Skratka, ure so potekale tako, da sem jaz predaval o kakšni (upam) zanimivi temi, dijaki pa so me (upam) poslušali. Včasih smo reševali naloge in edino takrat sem jih malo razgibal. Ko pa je prišla pomlad, je zanimanje krepko upadlo in bolj ali manj smo životarili do konca.

Preden bo bralec sodil moje zasluge za to žalost, naj, prosim, pregleda blago, ki sem ga dijakom ponudil in naj razmisli o delovni morali slovenske srednješolske mladine. Še nekaj naj dodam — na začetku leta sem poslal vsem gimnazijam v Ljubljani prijazno pismo, v katerem sem jim sporočil, da smo na Šentvidu ustanovili krožek in da bomo silno počaščeni, če nas obišejo ali nam vsaj pišejo. Odgovora ni bilo in ga ne bo. Čemu?

Letos smo študentje organizirali priprave slovenskih srednješolcev na zvezno tekmovanje mladih matematikov. Potrudili smo se, da bi jim dali v skromnih dveh dneh največ kar se da koristnih napotkov za tekmovanje in se ves čas trudili, da jim pokažemo, kako lepa je matematika in kako široka in globoka znanost je to. Upamo, da so dojeli. Napotki

so namreč malo hasnili — na tekmovanju so bolj ali manj pogoreli. Resda nimamo matematičnih gimnazij, vendar bi lahko ravno z matematičnimi krožki dvignili raven znanja mladih ljudi, ki jih veseli matematika. Seveda pa morajo pri tem pomagati tudi šole. Žal niso povsod tako odprti rok kot v Šentvidu. Kdaj bomo odkrili skrivnost uspeha, ki so ga poželi recimo razredi prof. Štalca?...

Dušan Repovš

ŠESTI KONGRES MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV JUGOSLAVIJE

Šesti kongres matematikov, fizikov in astronomov Jugoslavije je bil od 28. avgusta do 2. septembra 1975 v Novem Sadu. Udeležilo se ga je skoraj 1100 matematikov, fizikov in astronomov iz vse Jugoslavije in 11 gostov iz tujine. Iz Slovenije je bilo na kongresu le 32 članov našega društva: 25 iz Ljubljane (14-fakulteta za naravoslovje in tehnologijo, 2-fakulteta za elektrotehniko, 1-inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko, 1-ekonomska fakulteta, 2-inštitut J. Stefan, 5-Zavod za šolstvo), ter 7 iz drugih krajev. Organizacijski odbor je izdal v dveh brošurah program kongresa in povzetke napovedanih predavanj ter pet biltenov med kongresom, iz katerih povzemamo podatke v teh kratkih poročilih:

Prvi dan so bila na sporedu enourna predavanja:

V. Devide: Od kje prihajamo, kje smo in kam gremo kot matematiki?

N. Cindro: Fizika 1970—1975. Izbrana poglavja

Dj. Teleki: Astronomija danes

Za nadaljevanje je bilo prijavljenih skoraj 500 referatov, od tega 215 iz matematike, 239 iz fizike in 39 iz astronomije. Slovenski predavatelji so imeli naslednje referate:

Matematika

S. Indihar: Splošna metoda reševanja bilinearnih programov

P. Legiša: Pravilno vloženi Hilbertovi prostori v C^* -algebrah

I. Meško: Dvostopenjski modeli stohastičnega programiranja

P. Petek: Kohomološki kolobarji simetričnih grup

T. Skubic: O reševanju parcialnih diferencialnih enačb z aproksimacijo Cebyševa

T. Skubic: O nekaterih problemih metodike pouka višje matematike na tehniških fakultetah

A. Suhadolc, M. Omladič in S. Pahor: O kvadraturi formuli novega tipa

G. Tomšič: Poševno simetrični operatorji v realnih (B) prostorih

A. Vadnal: O znanstveni vrednosti in nevarnostih matematičnega modeliranja v družbenih znanostih

I. Vidav: Grupe izometrij in struktura končnorazsežnega Banachovega prostora

J. Vrabec: Vozlanje k -povezane sklenjene PL m -mnogoterosti v E^{2m-k}

Fizika

P. Gspan in V. Marinković: Raziskovanje rasti tankih slojev zlata IV.—VI. spoj

S. Pahor in J. Strnad: Statika v specialni teoriji relativnosti

J. Pirnat: Jedrska kvadrupolna resonanca klora in mrežna dinamika v $NyClO_3$ nad sobno temperaturo

M. Ribarič: Osnovna enačba black-box modelov

J. Stepišnik: Nova metoda merjenja gibljivosti in difuzije molekul

A. Kodre in J. Strnad: Prehod svetlobe skozi pregrado kot model za tahione

Z. Trontelj, J. Pirnat in P. K. Kadaba: Študij paraelektrične faze tri-serkozin kalcijevega klorida $(CH_3NHCH_2COOH)_3CaCl_2$ z jedrsko kvadrupolno resonanco klora

Astronomija

B. Kilar: Današnje stanje geodetske astronomije

Med kongresom je bila 30. avgusta 1975 redna skupščina Zveze društev matematikov, fizikov in astronomov Jugoslavije, na kateri so po prebranih poročilih o delu Zveze, poročilih posameznih komisij, sekcij in republiških ter pokrajinskih društev izvolili nov odbor Zveze. Sestavljen je takole: predsednik: prof. dr. ing. Dragiša Ivanovič, Beograd, generalni sekretar: prof. dr. Jevrem Janjić, Novi Sad, blagajnik: prof. dr. Božidar Jovanović, Novi Sad, sekretar za matematiko: prof. dr. Mileva Prvanović, Novi Sad, sekretar za fiziko: prof. Živojin Čulum, Novi Sad, sekretar za astronomijo: prof. dr. Djordje Teleki, Beograd.

Sedež Zveze bo do prihodnjega kongresa v Novem Sadu.

Ciril Velkovrh

PREJELI SMO V OCENO

Proceedings of the First European Astronomical Meeting, Athens, September 4—9, 1972, Vol. 2., Stars and the Milky Way System, Vol. 3., Galaxies and Relativistic Astrophysics, Berlin, Springer-Verlag 1974.

(Zapiski s prve evropske konference o astronomiji, II. in III. del.)

Drugi del zapiskov s prve evropske konference o astronomiji, ki je bila v Atenah 1. 1972, ima naslov *Zvezde in sistem Rimske ceste*. Knjiga je sestavljena iz devetintridesetih prispevkov, ki so razvrščeni v poglavja — spremenljive zvezde, dvojne zvezde, prostorska porazdelitev in gibanja zvezd, medzvezdna snov, jedro Galaksije, kemijski razvoj Galaksije, infrardeča astronomija, instrumenti, problem treh teles in dinamika galaksij.

Kot poročilo s konference knjiga seveda ne more biti enotna ne po sestavu in ne po ravni zahtevnosti prispevkov. Članki so v večini strogo tehnični in poročajo o najnovejših izsledkih na ozkem specialističnem področju. Taki prispevki zato širšemu krogu bralcev brez dodatnega pojasnila niso razumljivi. Nekaj predavanj pa izstopa po kvaliteti in zanimivosti. Tako je npr. predavanje *Spremenljive zvezde in evolucija zvezd* zanimivo, ker se avtor originalno loti problema razvoja zvezd. R. Kippenhahn v svojem prispevku kritično oceni nekatere predlagane mehanizme, ki naj bi odločali o stabilnosti zvezd proti radialnim oscilacijam. Iz statistike spremenljivk lahko sklepa, po kateri poti je zvezda prišla v spremenljivo fazo. Ugotovitve so podprte z rezultati opazovanj.

Molekule kot sonde v medzvezdni snovi je pregledno predavanje P. G. Mezgerja, ki prikaže širše področje astrofizike in radijske astronomije. Avtor nas najprej seznani z načini in možnostmi meritev molekularnih spektrov v radijski astronomiji. Nato poda nekaj zanimivih rezultatov, ki sledijo iz meritev, kot so razsežnosti in lege medzvezdnih oblakov plina, pogostnosti elementov v teh oblakih itd. Iz predavanja izvemo, kakšne so razmere v področjih, kjer nastajajo nove zvezde in kako se proučuje globalna struktura naše Galaksije.

V knjigi *Zvezde in sistem Rimske ceste* najdemo tudi dober uvod v infrardečo astronomijo. M. J. Smyth prikaže razvoj metod za merjenje v infrardečem delu spektra, probleme, ki jih postavlja ta tehnika in probleme, ki jih infrardeča astronomija lahko reši.

Pozornost pritegnejo tudi predavanja o problemu treh teles. Med njimi najdemo pregledno predavanje o analitičnih in numeričnih metodah za reševanje problema treh teles in nekatere zanimive posebne primere problema več teles.

Tretji del Zapiskov s prve evropske konference o astronomiji nosi naslov *Galaksije in relativistična astrofizika*. Po sestavu je ta knjiga bolj homogena kot prejšnja. Vsebuje enaintrideset prispevkov, ki so razvrščeni v poglavjih *Opazovalni in teorijski pogledi na galaksije* in *Relativistična astrofizika in astrofizika visokih energij*.

Prvo predavanje Novejše raziskave bližnjih galaksij je pregledno in nas seznani z opazovanji bližnjih galaksij. J. H. Oort na kratko opiše opazovalne metode in instrumente, nato pa našteje nekaj sklepov, ki sledijo iz opazovanj jeder spiralnih galaksij, iz sinhrotronske emisije v spiralnih vejah in iz opazovanj nevtralnega vodika.

Predavanje Magellanova oblaka (B. E. Westerlund) nas preseneti z velikim bogastvom podatkov, ki jih je uspelo izluščiti iz opazovanj te nam najbližje »mini galaksije«.

V predavanju Jedra galaksij (L. M. Ozernoy) se seznanimo z modernimi teorijami o tem, kaj naj bi se dogajalo v teh najbolj skrivnostnih enotah v vesolju. Teorije so, skrivnosti objektov primerno, tudi same precej nenavadne. Čeprav se bodo morda izkazale za nepravilne, jim njihova duhovitost daje poseben čar in si jih je vredno ogledati.

V prispevku Pomen ekstragalaktičnih radijskih izvirov v astrofiziki avtor M. J. Rees predstavi nekatere teorije o mogočih mehanizmih za delovanje dvojnih radijskih izvirov. Ti sodijo med bolj zanimive objekte za radijske astronome, ker prekašajo vse do sedaj znane izvire po velikosti in po energiji, ki jo oddajajo. Predavanja ne obremenjujejo odvečne tehnične podrobnosti in daje zelo zanimivo sliko o današnjem razumevanju dvojnih radijskih izvirov.

Obe knjigi Zvezde in sistem Rimske ceste in Galaksije in relativistična astrofizika prikazujeta današnje stanje astronomije in astrofizike na nekaterih najbolj zanimivih področjih in ju zato vsekakor priporočamo vsakemu, ki hoče slediti razvoju astronomije.

Andrej Čadež

Gerrit L. Verschuur, The invisible universe. The Story of Radio Astronomy. (Nevidno vesolje. Pripoved o radijski astronomiji). London, The English University Press 1974. 173 str. Heidelberg Science Library. Vol. 20.

Radijska astronomija je že dosegla raven samostojne veje astronomije, zato se je prof. Gerrit Verschuur odločil, da jo predstavi širšemu občinstvu. To mu je zagotovo lepo uspelo, saj nam odkriva sredstva radijske astronomije preprosto in prijetno.

Kot je razvidno iz naslova, je knjiga organizirana kot pripoved, ki nas popelje od prvih začetkov radijske astronomije v letu 1933 do presenetljivih odkritij kvazarjev, organskih molekul, pulzarjev itd. Avtor je eden izmed pomembnih tvorcev te nove veje astronomije in si je zato upravičeno privoščil precej subjektiven slog pisanja. Radijsko astronomijo nam predstavi kot živo znanost, ki ji je posvetil večji del svojih misli in življenja.

Knjiga Nevidno vesolje je osvežujoč uvod v radijsko astronomijo. Napisana je poljudno, razumljivo in zanimivo. Grajena je tako, da avtor opisuje meritve, ki jih lahko opravimo z radijskimi teleskopi. Vsaka nova meritev je le za spoznanje težja od prejšnje, vendar prinese celo bogastvo novih spoznanj in idej. Vsakdo, ki rad bere dobre poljudnoznanstvene knjige, bo našel v Nevidnem vesolju zanimivo in prijetno branje.

Andrej Čadež

NOVE KNJIGE

Anton Suhadolc, O kolokaciji, Postdiplomski seminar iz matematike — 7., Ljubljana, DMFA SRS 1975, 34 str., Cena 10.— din.

Pred kratkim je izšel 7. zvezek v zbirki Postdiplomski seminar iz matematike, ki jo za Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko izdaja Komisija za tisk pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije. V tem zvezku, ki ima 34 strani, je en sam sestavek — O kolokaciji. Obsega tale poglavja: Uvod, Navedeno diferencialno enačbo z reálnimi koefi-

Fredholmova integralna enačba druge vrste. Navadna nelinearna diferencialna enačba. Uporaba zlepkov pri kolokaciji. Literatura.

Kolokacija je numerična metoda za reševanje diferencialnih in integralnih enačb, pri kateri dobimo približno rešitev iz zahteve, da naj bo enačba izpolnjena v nekaterih izbranih točkah. V sestavu je podan zgodovinski pregled razvoja te metode, njena uporaba pa je razložena na treh problemih: linearnem in nelinearnem robnem problemu pri navadnih diferencialnih enačbah in pri Fredholmovi integralni enačbi druge vrste. V vseh primerih je dokazan konvergenčni izrek. Na koncu je omenjena možnost uporabe zlepkov za konstrukcijo približne rešitve. Seznam literature obsega 37 del.

Zvonimir Bohte

Egon Zakrajšek, UPDATE, Ljubljana, DMFA SRS 1975, strani 73, Cena 20.— din.

Knjiga UPDATE je slovenski priročnik za uporabo programskega paketa UPDATE, ki v sistemu računalnikov družine CYBER skrbi za hranjenje nizov kartic v računalniškem počasnem pomnilniku. Povzeta je po zapiskih predavanj, ki jih je imel avtor v Republiškem računskem centru.

V posameznih poglavjih knjige preberemo, kako UPDATE pokličemo, kaj lahko programu ukažemo. Ukazi so razdeljeni v več skupin, tako da najprej preberemo skupine, ki jih najpogosteje uporabljamo. Način avtorjevega podajanja je izrazito osebno, avtoritativno nas vodi od ukaza k ukazu, opisovanje pa živo in obilno podkrepi s svojimi bogatimi praktičnimi izkušnjami. Z veseljem lahko ugotovimo, da je avtorju v knjigo uspelo vnesti duha programskega paketa in sistema računalnika v celoti, kar v priročnikih tako pogrešamo. Morda lahko avtorju malo očitamo le, da pri iskanju slovenskih strokovnih besed ni bil vedno najspretnější.

Knjogo vsekakor toplo priporočamo vsem, ki programirajo na računalnikih CYBER, saj programski paket UPDATE predstavlja enega osnovnih kamnov sistema, slovenski Priročnik pa je mnogo uporabnejše in primernejše navodilo kot skopi priročnik tvrdke Control Data Corporation.

Jernej Kozak

Oton Sajovic, Terminološki slovar opisne geometrije, Ljubljana, Državna založba Slovenije 1975, 165 strani, Cena 140.— din.

Slovar je plod dolgoletnega avtorjevega vsestranskega delovanja na področju opisne geometrije in strok, ki so z njo povezane, ter njegovega izostrenega čuta za lepoto in poznavanja razvoja slovenskega jezika. V njem ne najdemo zatorej samo opisnogeometričnega izrazja, pač pa v dobršni meri tudi izraze iz strok, ki so kakorkoli že, posredno ali neposredno, povezane z opisno geometrijo. Namen, pomen, predvsem pa vsebino je v uvodu najbolje obrazložil avtor sam. Preberimo si odstavek!

»V slovarju si sledijo po abecednem redu osnovna gesla, spremljana s sinonimi in delnimi sinonimi ter ob različnih prilikah uporabljanimi vzporednimi izrazi in izvedenkami, na vse to so pa navezane dvo- ali večbesedne zveze in uporabe. Ni namen tega slovarja, da bi bil strokovna enciklopedija ali učbenik, vendar so geslom in njih izvedenkam pridejane razlage. Te poskušajo biti preproste in točne, v glavnem pa ne težijo za tem, da bi pojme pojasnjevale popolno in v vsem obsegu, temveč želijo pojme le lokalizirati in jih toliko karakterizirati, da bi bile izločene dvoumnosti. Razlage pojmov, ki niso specifično opisnogeometrični, temveč splošno matematični ali spadajo v kako posebno matematično in tudi kako drugo področje, so često skope, ali jih niti ni, če pa so, so po pravilu prikrojene načinu dela in obsegu uporabe v opisni geometriji.«

Slovar ne bo v pomoč samo tistim, ki se v stroko šele uvajajo, temveč predvsem strokovnjakom in zlasti učiteljem, ki nemalokrat za te ali one pojme ne najdejo pravih izrazov.

OBLIKOVANJE PRODAJNE CENE MATEMATIČNIM KNJIGAM

V jeseni leta 1975 je izšla dolgo pričakovana knjiga Ivana Vidava Višja matematika II. Posamezna poglavja za spremenjeno in razširjeno izdajo (saj bo izšel tudi tretji del) so napisali različni avtorji. Cena knjige s 63 avtorskimi polami (avtorska pola ima 30000 udarcev na pisalnem stroju) oziroma 576 stranmi srednjega formata je po mnenju prenekaterih kupcev prevelika. Zato želimo v tem kratkem poročilu opisati, kako se oblikuje prodajna cena matematičnim knjigam. Skupni honorar avtorjem in drugim sodelavcem (odgovorni urednik, strokovni urednik, tehnični urednik, risar, oprema, branje tiskarskih korektur ter jezikovni korektor) znaša pri tej knjigi 106110.— dinarjev. Zaradi težkega matematičnega stavka z mnogimi formulami, ki jih je treba staviti ročno — kar je precej zamudno —, je račun za stavljenje in tiskanje precej velik, 343 350.— din; skupaj so neto stroški 449460.— dinarjev; z režijskimi stroški založbe in rabatom knjigarn bi znašali za 2500 knjig bruto stroški 844505.— din. Posamezna knjiga pa bi stala 334,00 din. Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS je oskrbelo pri zainteresiranih fakultetah (fakulteta za naravoslovje in tehnologijo, fakulteta za elektrotehniko, biotehniška fakulteta in strojna fakulteta) 25000.— din subvencije, pri republiških skladih pa še: 65000.— din od RSS, 10000.— din od KSS; 26110.— din sta prispevala društvo in inštitut iz lastnih sredstev. S tem smo znižali neto stroške za skupno 126110.— din. Tako znašajo neto stroški še 323 350.— din. Če upoštevamo omenjene režijske stroške založbe in rabat knjigarnam, so bruto stroški z subvencijami 611132.— din ali okroglo 250.— din na knjigo. Sporazumno smo določili maloprodajno ceno broširani knjigi 240.— din (2200 izvodov), vezani v celo platno pa 300.— din (300 izvodov). Urednikom je v zadnjem trenutku pred tiskom uspelo dvigniti naklado za 500 izvodov in s tem za 20% znižati ceno posameznemu izvodu. Prav tako pa društvo že vrsto let posreduje dijakom, študentom in svojim članom knjige z 20% popustom, tako da lahko pri Komisiji za tisk DMFA SRS, Ljubljana, Jadranska c. 19. dobite knjigo Višja matematika II po 192.— din (broširano).

Za primerjavo z univerzitetnimi učbeniki pa naj navedemo še sklep univerzitetne tiskovne komisije, po katerem naj ne bodo skripta za študente dražja kot 20 par za stran (16 strani tipkopisa je 1 a. p.). Po tem predlogu bi bila lahko broširana knjiga za študente preko 200.— din, pri tem pa moramo še poudariti, da je odtis pri knjigotisku mnogo kvalitetnejši kot pri skriptih.

Ciril Velkovrh

Člane Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije ter druge bralce Obzornika za matematiko in fiziko vljudno vabimo na tradicionalno

SREČANJE MATEMATIKOV IN FIZIKOV

dne 14. maja 1976 ob 19. uri v Klubu delegatov SRS, Puharjeva 7 v Ljubljani.

Večerja bo ob 19.30; sledi nastop umetniške plesne skupine, srečolov in ples pod taktirko ansambla MBT.

Vstopnice bodo v prodaji od 4. maja 1976 v pisarni odseka za matematiko fakultete za naravoslovje in tehnologijo v Ljubljani, Jadranska cesta 19, pritličje, soba 12, tel. št. 061—61-564.

Vljudno vabljeni!

Za organizacijski odbor

Špela Bratož

PUBLIKACIJE, KI SO IZŠLE PRI KOMISIJI ZA TISK DMFA SRS V LETU 1975

Cena za člane

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO 22 (1975) številke od 1—6,
224 str. 60.— din

PRESEK — list za mlade matematike in fizike 2 (1974/75) številke 3—4,
96 str., 3 (1975/76) številke 1—2, 96 strani 18.— din

MATEMATIKA — Zbirka univerzitetnih učbenikov in monografij
7. Ivan Vidav: *Višja matematika II*. 576 str. (Posamezna poglavja so na-
pisali različni avtorji) Vezana v celo platno 240.— din, broširana 192.— din

SIGMA

1b. Ivan Vidav: *Rešeni in nerešeni problemi matematike*, 3. ponatis,
136 str. 20.— din
11a. Ivan Vidav: *Števila in matematične teorije*, ponatis, 148 str. 20.— din
14a. Jože Grasselli: *Osnove teorije števil*, 2. predelana izdaja, 196 str. 80.— din
20č. Stanko Uršič: *Štirimestni logaritmi in druge tabele*, 4. ponatis, 148 str. 20.— din
21a. Marjan Hribar: *Rešene naloge iz fizike z republiških tekmovanj*,
ponatis, 168 str. 28.— din

Postdiplomski seminar iz matematike

7. Anton Suhadolc: *O kolokaciji*, 36 str. 8.— din
Računski seminar (Posamezna poglavja so napisali različni avtorji)

Publications of the Department of Mathematics, Nos 8/9, 10.

Zbirka izbranih poglavij iz matematike

2b. Zvonimir Bohte: *Numerična analiza*, 2. ponatis, 200 str. 28.— din
4. Egon Zakrajšek: *Programski jezik PASCAL*, 72 str. 16.— din
Egon Zakrajšek: *UPDATE*, 72 str. 16.— din
Milan Hladnik in Matjaž Omladič: *Rešene naloge iz analize I. I. d.*,
ponatis, 48 str. 5.— din

Postdiplomski seminar iz fizike

1. Janez Strnad: *Fazna, skupinska, signalna hitrost*, 32 str. 5.— din

Zbirka izbranih poglavij iz fizike

Janez Strnad: *Moderna fizika I. d.*, ponatis, 376 str. 68.— din
Fizikalni praktikum I., ponatis 16.— din

Učbeniki za srednjo šolo (so izšli pri Državni založbi Slovenije)

Ivan Štalec: *Zbirka rešenih vaj iz aritmetike, algebre in analize za III.*
razred gimnazij, ponatis

Ivan Štalec: *Zbirka rešenih vaj iz aritmetike, algebre in analize za IV. razred*
gimnazij

Fran Avsec in Marjan Prosen: *Astronomija*, ponatis

Oton Sajovic: *Terminološki slovar opisne geometrije*, 168 str., vezano 112.— din
broširano 80.— din

Razne publikacije

Mehanika tekočin, 8. seminar iz fizike, separaten odtis iz OMF, 64 str. 20.— din

Seminar o novostih iz matematike, fizike in astronomije in 27. redni občni
zbor Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije. Grad
Borl 1975

Ivan Vidav: *Josip Plemelj. Ob stoletnici rojstva*, ponatis, 64 str. 10.— din

Božidar Jakac: *Josip Plemelj*, razglednica 2.— din

Ciril Velkovich