

R. 177/75-6

ODPISANO

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

1975

Letnik 22

6

22. LETNIK — ŠTEVILKA 6
OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
LJUBLJANA, NOVEMBER 1975

Glavni urednik: Gabrijel Tomšič; odgovorni urednik: Janez Strnad.

Uredniški odbor: France Avsec, gimnazija Kranj; Robert Blinc, FNT; France Kvaternik, tehniška šola za lesarstvo, Ljubljana; Jože Lep, VTŠ, Maribor; Anton Moljk, FNT; Jože Pahor, FNT; Mitja Rosina, FNT; Tomaž Skulj, gimnazija Moste, Ljubljana; Janez Strnad (urednik za fiziko), FNT; Anton Suhadolc (urednik za matematiko), FNT; Ciril Velkovich (tehnični urednik), FNT; Ivan Vidav, FNT; jezikovni pregled Marija Janežič, Institut za slovenski jezik SAZU; slike je narisal Rudi Zaman.

Naročnina: za posameznike 60.— din (za člane društva je že vračunana članarina 10. — din, za dijake in študente 25.— din, za ustanove in podjetja 100.— din, za tujino 7 \$ = 119.— din, posamezna številka 10.— din, dvojna številka 20.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Komisija za tisk DMFA SRS, 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p. p. 227, tel. št. 61-564/53, žiro račun 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki 50100-620-107-900.

Tiska tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani, Kopitarjeva ul. 2. Naklada 1600 izvodov.

Izdajo revije sofinancirata Izobraževalna skupnost Slovenije in Raziskovalna skupnost Slovenije.

VSEBINA

Članki	Stran
Delci Ψ v modelu kvarkov (Bojan Golli)	193
Novice	
Barvni kvarki (Bojan Golli)	198
O predvidljivosti dogajanj v atmosferi (Jože Rakovec)	201
Ali so odkrili monopol? (Janez Strnad)	204
Šola	
Ocenjivanje znanja učenika (Ignacije Smolec)	210
K članku I. Smolca »Ocenjivanje znanja učenika« (Aleksander Cokan)	220
Nove knjige	221
Domače vesti	
VIII. zvezno in I. mednarodno tekmovanje študentov matematike, Beograd, 4.—7. april 1975 (Dušan Repovš)	222
Seznam novih članov Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije (Vinko Pavlič in Ciril Velkovich)	III

CONTENTS

Article	Page
The quark-model hypothesis for Ψ particles (Bojan Golli)	193
News	198
School	210
New books	221

DELCI ψ V MODELU KVARKOV

BOJAN GOLLI

UDK 539.12

V članku prikažemo nekatere možne razlage za delce ψ . Razlage temeljijo na predpostavki o obstoju kvarkov. Obravnavamo konvencionalno domnevo, ki delce ψ razlaga kot vezana stanja sistema bariona in antibariona, domnevo barvnih mezonov, ki razlaga delce na podlagi novih kvantnih števil barve, in domnevo, ki povezuje delce ψ z novim kvantnim številom čarom.

THE QUARK-MODEL HYPOTHESES FOR ψ PARTICLES

Three hypotheses for possible quark-model explanations of ψ particles are reviewed: the conventional hypothesis in which the new particles are baryon-antibaryon bound states, the hypothesis of coloured mesons, based on the existence of coloured quarks, and the hypothesis of charmed mesons, which supposes the existence of a new quantum number-charm.

1. Uvod

Nepričakovano odkritje delcev ψ [1] je postavilo fiziko elementarnih delcev pred novo preskušnjo. V modelu kvarkov, ki vsaj kvalitativno dobro pojasni številne lastnosti hadronov, za delce ψ ni prostora. Nekatere teorije sicer napovedujejo nove delce, vendar so delci ψ tako dolgoživi, da jih je težko vgraditi v katero od obstoječih teorij.

O delcih ψ vemo za sedaj tole: delca ψ (3.1) z lastno energijo 3095 MeV in ψ (3.7) z lastno energijo 3684 MeV sta zelo dolgoživa — razpadni čas je večji kot 10^{-21} s — v primerjavi z resonancami pri teh lastnih energijah. Pred kratkim so opazili še kratkoživ delec z lastno energijo 4.15 GeV [2]. Delci ψ razpadajo v hadrone in v elektronske in mionske pare. Razpad delcev ψ (3.1) in ψ (3.7) v hadrone po močni interakciji je močno oviran. Delec ψ (3.7) razpade v polovici vseh razpadov v delec ψ (3.1) z emisijo dveh pionov. Delci ψ so bozoni, merjenja kotne porazdelitve mionskih parov kažejo na spin 1 in negativno parnost [2], [3].

Čeprav še ni zadovoljive teorije delcev ψ , ki bi zdržala vse ugovore, je bilo več poskusov, da bi pojasnili njihov obstoj. O treh najpomembnejših poročah ta članek. Njihova skupna značilnost je, da predpostavljajo obstoj kvarkov.

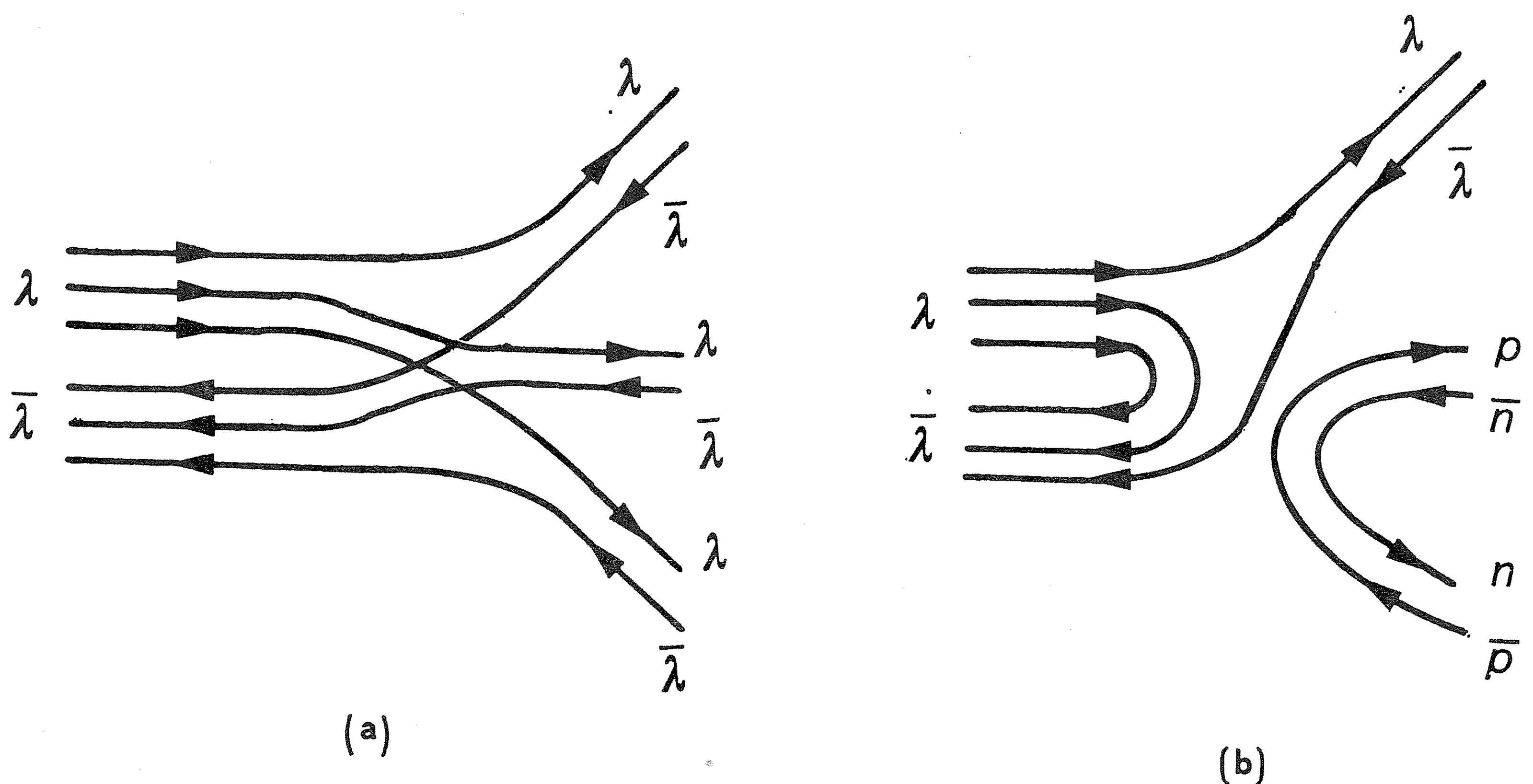
2. Konvencionalna domneva o delcih ψ

Konvencionalna domneva poskuša pojasniti obstoj delcev brez vpeljave novih kvantnih števil [4]. Po tej domnevi so delci ψ *vezana stanja bariona in antibariona* [4], [5], [6]. Edini kandidat za ta barion je delec Ω (1672 MeV). Delec ψ (3.1) bi ustrezal osnovnemu stanju sistema $\Omega\bar{\Omega}$, drugi delci ψ pa vzbujenim stanjem. Sistem $\Omega\bar{\Omega}$ razpada po močni interakciji. V tem tiči glavna slabost tega modela. Za vezana barionska stanja, ki razpadajo po močni interakciji, pričakujemo v tem energijskem območju razpadni čas pod 10^{-23} s. Delca ψ (3.1) in ψ (3.7) pa živita približno tisočkrat dlje. Velik razpadni čas bi lahko pojasnili v okviru modela kvarkov, če bi razpad sistema $\Omega\bar{\Omega}$ prekršil dinamična izbirna pravila za kvarke in bi bil zato malo verjeten.

Za to domnevo govori dejstvo, da so pred kratkim opazili zelo ozke resonance pri reakcijah protona in antiprotona [7]. Pripisali so jih razpadu vezanih stanj delca in antidelca. Ta sistem bi lahko imenovali *nukleonij* po zgledu vezanega sistema elektrona in pozitrona — *pozitronija*. Seveda pa veže proton in antiproton v nukleoniju močna interakcija. Majhna

širina teh resonanc in s tem povezani velik razpadni čas kažeta, da je v dinamiki razpadov takih sistemov nekaj, kar preprečuje takojšnjo anihilacijo.

Vezavna energija sistema $\Omega\bar{\Omega}$ je približno 240 MeV. To pomeni, da je sistem močno vezan. Potencial dveh barionov ima odbojno sredico. Toda za barion in antibarion je potencial privlačen tudi na majhnih medsebojnih razdaljah. V tem primeru vsekakor pričakujemo hitro anihilacijo. Anihilacija sistema $\Omega\bar{\Omega}$ pa bi bila lahko počasna zaradi tega, ker nosi delec Ω čudnost -3 . Po modelu kvarkov je delec Ω sestavljen iz treh kvarkov λ s čudnostjo po -1 , delec $\bar{\Omega}$ pa iz treh antikvarkov $\bar{\lambda}$. Pri razpadu po močni interakciji se mora čudnost ohraniti. To je mogoče, če se kvarki λ anihilirajo s svojimi antikvarki ali pa se preuredijo. Procesi, pri katerih se kvark anihilira s svojim antikvarkom, so prepo-vedani po Zweigovih dinamičnih pravilih [8]. Edini dinamično možni proces je preureditev kvarkov in antikvarkov v tri sisteme kvark-antikvark ($\lambda\bar{\lambda}$) (sl. 1). Stanju $\lambda\bar{\lambda}$ ustreza v glav-

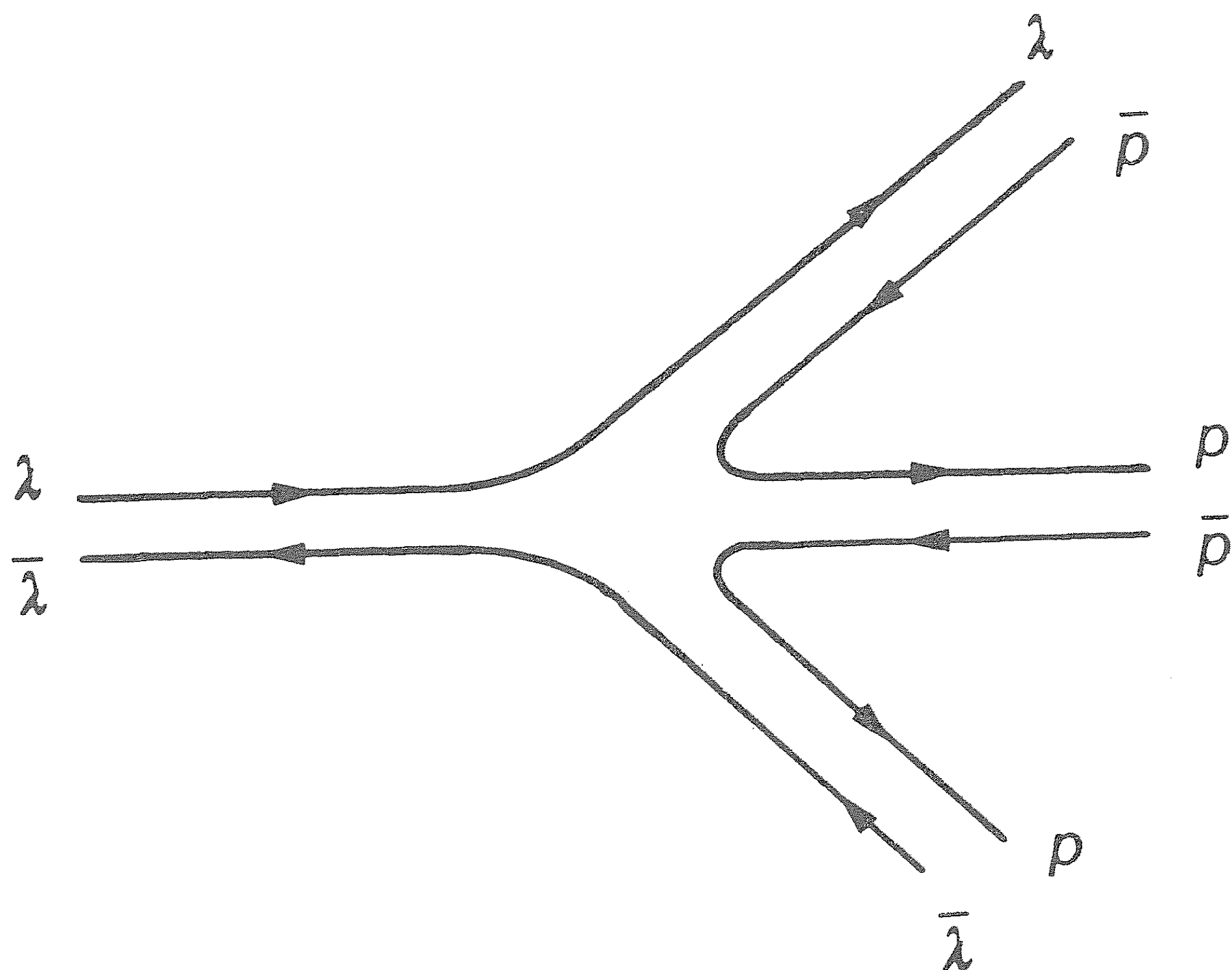


Sl. 1. Graf (a) kaže dinamično dovoljen razpad sistema $\Omega\bar{\Omega}$, graf (b) pa prepovedan razpad

nem mezon ϕ . Po tem naj bi bil najpomembnejši razpad sistema $\Omega\bar{\Omega}$ v tri mezone ϕ . Mezon ϕ ima lastno energijo 1020 MeV, tako da je skupna lastna energija treh mezonov ϕ 3060 MeV. Pri razpadu delca ψ (3.1) imajo nastali mezoni ϕ na voljo skupaj le 35 MeV kinetične energije. To pomeni, da je razpad malo verjeten. Ocenjena razpolovna širina za tak razpad je okrog 30 keV [4]. Glede na to, da naj bi bil to najverjetnejši razpad, ta vrednost ni daleč od eksperimentalne vrednosti 60 keV.

Delec ψ (3.7) ustreza v tem modelu vzbujenemu stanju sistema $\Omega\bar{\Omega}$ s kvantnim številom tirne vrtilne količine $l = 2$. To stanje lahko razpada v osnovno stanje — delec ψ (3.1) — z elektromagnetnim razpadom ali preko razpada, pri katerem nastaneta dva piona. Za slednjega bi pričakovali, da bo močno prevladoval, ker je za tri mezone ϕ v tem primeru na voljo veliko kinetične energije. Vendar je anihilacija možna le v stanju s tirno vrtilno količino $l = 0$, v delcu ψ (3.7) pa naj bi bila komponenta z $l = 0$ le slabo zastopana. (Tirno kvatno število ni dobro kvantno število in sistem $\Omega\bar{\Omega}$ vsebuje primesi različnih l , v delcu ψ (3.7) naj bi prevladovala komponenta z $l = 2$).

Kratkoživi delec z lastno energijo 4.15 GeV bi v tem modelu lahko pripisali kakemu višjemu vzbujenemu stanju sistema $\Omega\bar{\Omega}$.



Sl. 2. Dinamično dovoljen razpad hipotetičnega mezona $[\varphi, 3]$. V resnici bi ustrezala razpadu superpozicija takih procesov, v katerih bi nastopale vse tri barve, namesto kvarka p pa bi se pojavil tudi kvark n

Dokončne sodbe o tej domnevi ne moremo izreči, dokler poznamo le okvirne poteze dinamike osnovnih delcev. Lahko bi jo podprlo odkritje drugih vezanih sistemov tipa barion-antibarion pri energijah, ki so le malo nad pragom za dinamično dovoljen razpad. Po zgornjem razmišljanju bi morala imeti ta stanja zelo ozke resonance.

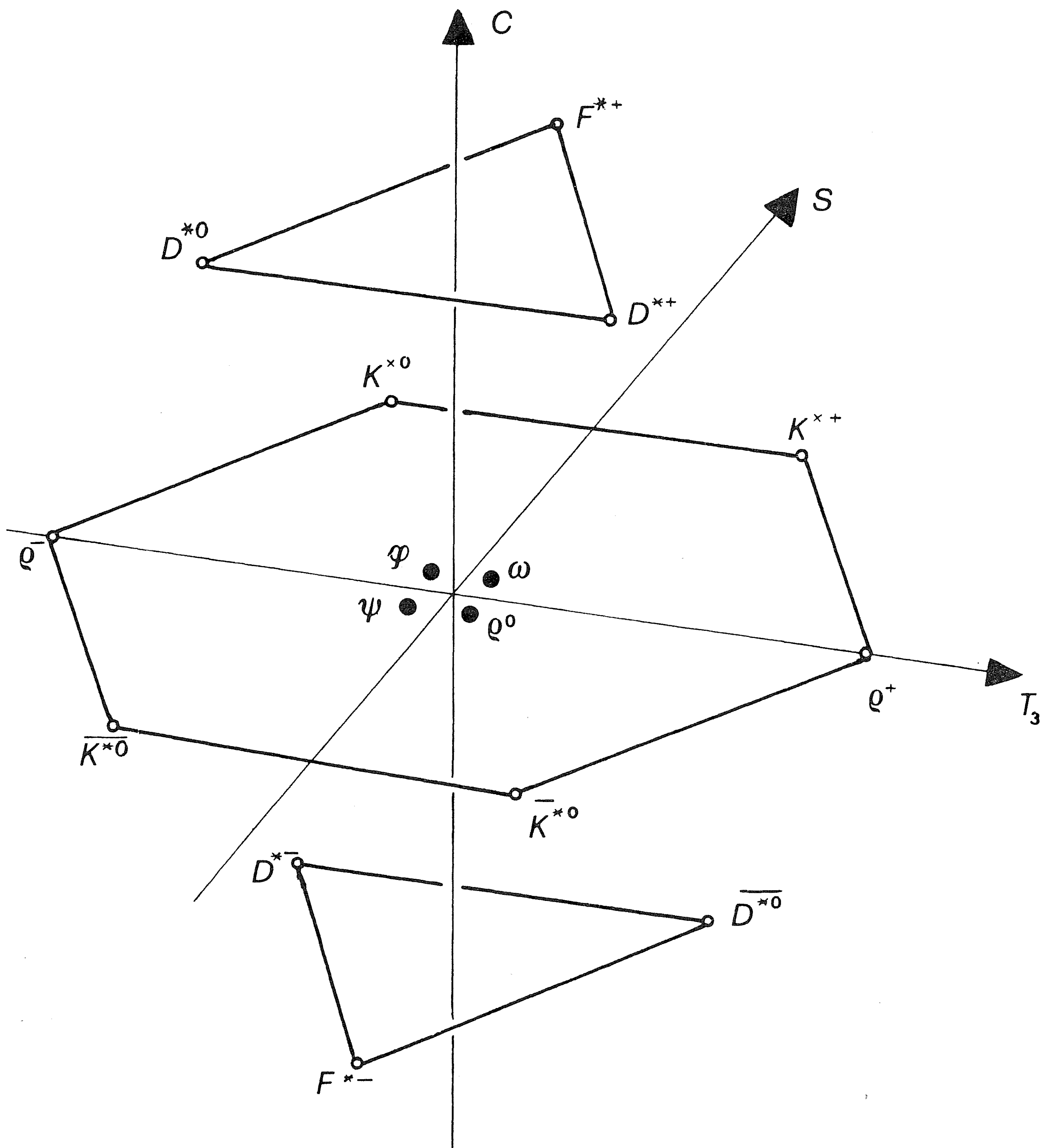
3. Barvni mezoni

Domneva *barvnih mezonov* temelji na *Han-Nambujevem modelu barvnih kvarkov* [8]. Delcem ψ priredimo *bela stanja* v barvnem oktetu mezonov [9], [10].

Stanja v oktetu mezonov označimo s številkami: stanja v ogliščih šesterokotnika z 1, 2, 4, 5, 6 in 7, stanji v središču pa s 3 in 8. Singlet označimo z 0. Barvne mezone označujemo z $[i, j]$; pri tem zavzameta i in j cela števila od 0 do 8. Prvi indeks teče po stanjih navadnih mezonov, drugi indeks pa po barvnih stanjih. Zaradi preglednosti prvi indeks nadomestimo kar z oznako za navadne mezone. Tako je npr. $[8, 0]$ ali $[\omega, 0]$ navadni mezon ω (barvni singlet). Stanja $[i, 3]$ in $[i, 8]$ so bela, ker so sestavljena iz parov barve in njene antibarve in imajo kvatno število barve enako 0. To velja tudi za navadne mezone. Druga stanja imajo kvantno število barve različno od 0. Močna interakcija ohranja barvo, kar pomeni, da morejo nebela stanja nastajati v parih s svojimi antidelci, bela stanja pa lahko nastajajo posamič. Pri anihilaciji elektrona in pozitrona pričakujemo predvsem stanja $[\omega, 3]$, $[\omega, 8]$, $[\varphi, 3]$ in $[\varphi, 8]$. Ker ima običajni mezon ω nižjo lastno energijo kot mezon φ , pripišemo delcu ψ (3.1) stanje $[\omega, 3]$, delcu ψ (3.7) pa $[\omega, 8]$. Lastno energijo naslednjega stanja $[\varphi, 3]$ lahko napovemo, če predpostavimo, da stanje $[\varphi, 3]$ razpade v stanje $[\omega, 3]$. Ta razpad lahko poteka le z emisijo para kaon-antikaon. Od tod dobimo oceno za razliko energij $E([\varphi, 3]) - E([\omega, 3]) \geq 2 E(K) \approx 1 \text{ GeV}$. Če bi ležalo stanje $[\varphi, 3]$ nad 4.1 GeV, bi torej imelo široko resonanco, saj bi razpadalo po dinamično dovoljenem procesu. To sklepanje dopušča možnost, da obstaja kratkoživ delec z lastno energijo 4.15 GeV, o katerem so pred kratkim poročali. Ker napovedujejo obstoj tega delca tudi druge domneve, to še ni noben dokaz za pravilnost domneve o barvnih mezoni. Močan argument pa bi bilo odkritje nebelih mezonov s kvantnim številom barve različnim od 0.

4. Mezoni iz čarobnih kvarkov

Danes je v središču zanimanja tretja domneva. Temelji na *modelu štirih kvarkov*, v katerem nosi četrti — čarobni — kvark novo kvantno število *čar* [8]. V tem modelu imamo pri izbranem spinu in parnosti 16 mezonov. Najlepše jih ponazorimo v razvrstitvi po kvantnih številih tretje komponente izospina T_3 , čudnosti S in čara C (sl. 3). V ravnini T_3, S je poleg devetih navadnih mezonov [8] nov mezon, sestavljen iz čarobnega kvarka in čarobnega antikvarka, torej s skupnim čarom 0. Zunaj te ravnine so trije mezoni s čarom 1 in trije mezoni s čarom -1 . Tretja domneva povezuje delec ψ (3.1) z novim mezonom, sestavljenim iz čarobnega kvarka in čarobnega antikvarka ($c\bar{c}$) [11]. Fizikalna stanja v čisti simetriji SU (4) bi morali opisati kot superpozicije vseh štirih stanj kvarka in antikvarka.



Sl. 3. Mezoni s spinom 1 in negativno parnostjo v modelu štirih kvarkov. V trirazsežnem koordinatnem sistemu sta na obe koordinatni osi v vodoravni ravnini nanescena čudnost S in tretja komponenta izospina T_3 , na navpično os pa čar C

Ker pa se lastna energija delca ψ (3.1) precej razlikuje od energij navadnih mezonov, predpostavimo, da ustreza delec ψ (3.1) izključno stanju $c\bar{c}$. Podobne so razmere pri mezonu ϕ , ki je sestavljen skoraj samo iz čudnega kvarka in čudnega antikvarka. V tej domnevi ustreza drugi delec ψ (3.7) radialnemu vzbujenemu stanju sistema $c\bar{c}$. Po podobnosti s pozitronijem imenujemo sistem čarobnega kvarka in čarobnega antikvarka *čarmonij*.

Oglejmo si možne razpadne sheme čarmonija. Razpada bodi po elektromagnetni interakciji v leptonske pare bodi po močni interakciji v hadrone. Po velikem razpadnem času delcev ψ (3.1) in ψ (3.7) sklepamo, da je razpad po močni interakciji močno oviran. To si pojasnimo podobno kot pri prvi domnevi. Pri razpadu delcev ψ po močni interakciji se mora ohraniti čar 0. Dinamično so dovoljeni razpadi, ki ustrezajo povezanim grafom ([8], sl. 3). Vidimo, da dobimo pri dinamično dovoljenih procesih v končnih stanjih hadrone s čarom, različnim od 0, npr. dva mezona s čarom 1 in -1 . Da v končnih stanjih ne bi dobili hadronov s čarom, različnim od 0, bi morali skleniti kvarkovski črti v delcu ψ . Toda to bi bil dinamično prepovedan proces. Pri dovolj velikih lastnih energijah hadronov s čarom, različnim od 0, leži tedaj prag za nastanek teh hadronov nad lastno energijo delca ψ (3.7). Delca ψ (3.1) in ψ (3.7) tako razpadata v hadrone brez čara z dinamično prepovedanim procesom. To pojasni njun velik razpadni čas. Delec ψ (4.1) si v tem modelu predstavljamo kot eno izmed vzbujenih stanj sistema $c\bar{c}$. Njegov kratki razpadni čas si razložimo z dejstvom, da leži njegova lastna energija nad pragom za nastanek hadronov s čarom, različnim od 0. Ta delec naj bi razpadel v mezona D^0 in $\bar{D}^0$ s čarom 1 in -1 , ta dva pa s šibko interakcijo, ki čara ne ohranja, v hadrone brez čara [12]. Prav v delcih s čarom, različnim od 0, leži temeljni preskusni kamen te domneve. Odkritje takih delcev bi jo močno podprlo.

Model štirih kvarkov napoveduje tudi stanje čarmonija s spinom in s celotno vrtilno količino 0. Ustrezalo naj bi osnovnemu multipletu mezonov s spinom 0 in negativno parnostjo. V skladu z modelom štirih kvarkov bi ta multiplet sestavljalo 16 mezonov. To bi bila razširitev običajnega noneta mezonov s spinom 0 (η , π , K in X) po vpeljavi čarobnega kvarka. Podobno kot ločimo pri vodikovi molekuli dve stanji — paravodik, v katerem sta spina protonov sklopljena v spin 0, in ortovodik, v katerem sta sklopljena v spin 1, ločimo stanje čarmonija s spinom 0 — *paračarmonij* — od stanja s spinom 1 (ψ (3.1)) — *ortočarmonij*. Cenijo, da leži energija paračarmonija približno 65 MeV pod energijo ortočarmonija [13]. Razpadni čas paračarmonija naj bi bil precej velik, z njim povezana širina resonance pa tako majhna, da tega delca doslej še ni bilo mogoče opaziti. Tudi odkritje paračarmonija bi podprlo domnevo o obstoju čarobnih kvarkov.

LITERATURA

- [1] *Nova delca*, Obzornik mat. fiz. 22 (1975) 42.
- [2] *More data on the new particles: theory uncertain*, Phys. Today, 28 (3) (1975) 17.
- [3] A. M. Bogarski et al., *Quantum Numbers and Decay Width of the ψ* (3095), Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 1357.
- [4] D. H. Tow et al., *Conventional Hadronic Model for the New Particles at 3.1 and 3.7 GeV*, Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 499.
- [5] A. S. Goldhaber in M. Goldhaber, *Are the New Particles Baryon-Antibaryon Nuclei?*, Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 36.
- [6] H. P. Dürr, *Is the ψ (3100) a $\Omega\bar{\Omega}$ Compound?*, Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 422.
- [7] *Cosmion and the psi cross paths*, New Scientist 65 (1975) 549.
- [8] *Barvni mezoni*, Obz. mat. fiz., 22 (1975) 198.
- [9] B. G. Kenny et al., *Quark-Model Comparison on the Narrow e^+e^- Resonances*, Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 429.
- [10] A. I. Sanda in H. Terazawa, *Does the Fourth ψ Particle Exist at About 4.9 GeV*, Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 1403.
- [11] A. De Rujula in S. L. Glashow, *Is Bound Charm Found?*, Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 46.
- [12] A. Pais et al., *Comment on Nonleptonic Decays of Charmed Hadrons*, Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 707.
- [13] T. Appelquist et al., *Spectroscopy of the New Mesons*, Phys. Rev. Lett. 34 (1975) 365.

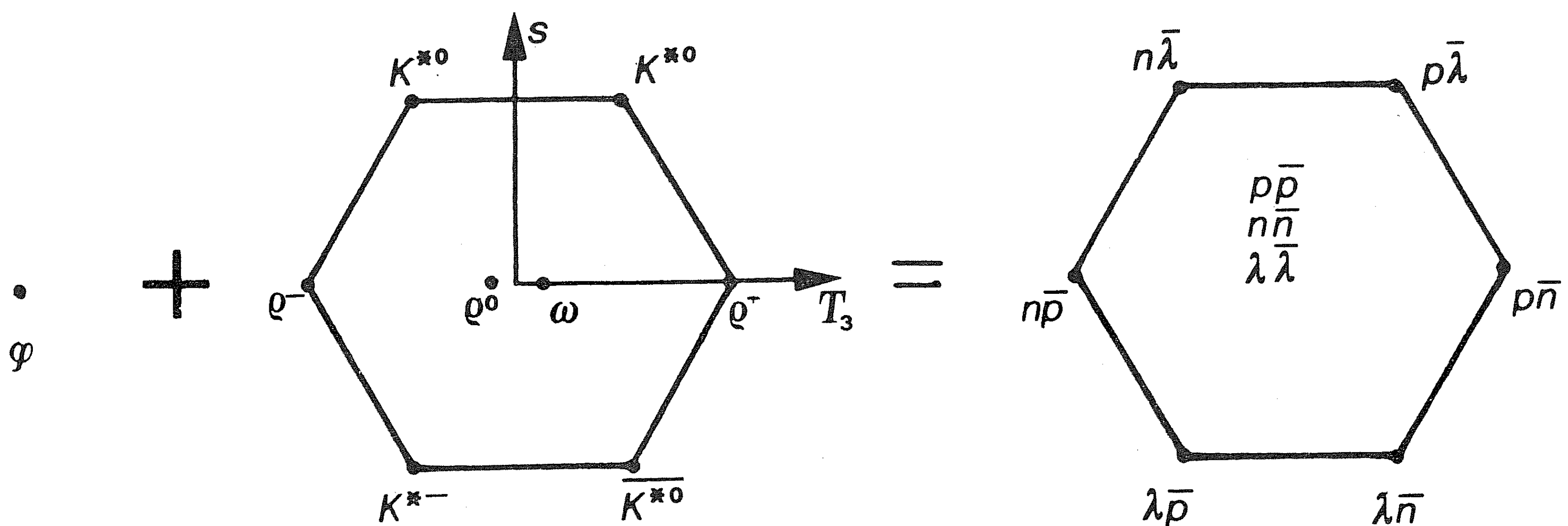
BARVNI KVARKI

Ob odkritju delcev ψ [1] so stopili v ospredje zanimanja *razširjeni kvarkovski modeli*, ki dopuščajo obstoj novih hadronov. Običajni kvarkovski model hadronov [2], [3], [4] predpostavlja obstoj treh kvarkov in simetrijo SU(3). Model kvalitativno sicer dobro pojasni bogato množico hadronov, vendar za delce ψ v njem ni prostora. Te težave pa ni z razširjenimi kvarkovskimi modeli, ki so bili predlagani že pred odkritjem delcev ψ . Uvedli so jih predvsem zato, da odpravijo nekatere težave običajnega modela.

Zelo resna težava nastane v običajnem modelu v zvezi s simetrijo valovne funkcije. Vzemimo na primer barion Ω ! Po modelu kvarkov je sestavljen iz treh kvarkov λ s čudnostjo po -1 . Del valovne funkcije delca Ω , ki je odvisen od spina, naboja in čudnosti, je simetričen, saj so vsi trije kvarki med seboj enaki. Prostorska valovna funkcija delca Ω je v osnovnem stanju simetrična, torej je celotna valovna funkcija tudi simetrična. Toda delec je fermion in njegova valovna funkcija bi morala biti antisimetrična. Tej neskladnosti bi se lahko ognili, če bi predpostavili antisimetrično prostorsko valovno funkcijo osnovnega stanja. Vendar bi v tem primeru morale imeti sile med kvarki zelo nenavadno obliko. Lahko pa bi se temu ognili tudi, če bi predpostavili nova kvantna števila, po katerih bi se razlikovali enaki kvarki (enaki v smislu običajnega modela) v barionu.

Težava se pokaže tudi zaradi tretjinskega naboja kvarkov. V naravi opazimo samo celoštevilčne naboje. Če bi bil najmanjši naboj tretjina osnovnega naboja e_0 , bi bil elektron naboj njegov trikratnik. Elektron imamo za nesestavljen delec, ki ga opišemo z Diracovo enačbo. Le-ta ne velja za sestavljene delce, tako da bi težko pojasnili ujemanje med poskusi in napovedmi Diracove enačbe, če bi bil elektron sestavljen delec.

Model barvnih kvarkov [5] so predlagali predvsem zaradi težav s simetrijo valovne funkcije in s tretjinskim nabojem. V modelu, ki sta ga vpeljala Han in Nambu, razlikujemo pri vsakem izmed kvarkov p, n in λ še tri *barve*: rdečo, modro in zeleno. To je samo slikovito ime novega kvantnega števila. V celoti imamo torej devet med seboj različnih kvarkov. Predpostavimo, da je interakcija med kvarki neodvisna od zamenjave barv. Poleg grupe SU(3), ki zajema simetrijo notranjih kvantnih števil naboja in čudnosti, obstaja tako še ena grupa SU(3), ki zajema simetrijo barv. Mezoni, ki jih sestavljata kvark in antikvark, lahko sestavimo iz devet različnih barvnih kombinacij. Teh devet kombinacij razdelimo v šesterokotnik, tako kot smo razdelili devet kombinacij kvarkov in antikvarkov običajnega modela (sl. 1). V ogliščih imamo kombinacije kvarkov različnih barv, npr. modrega



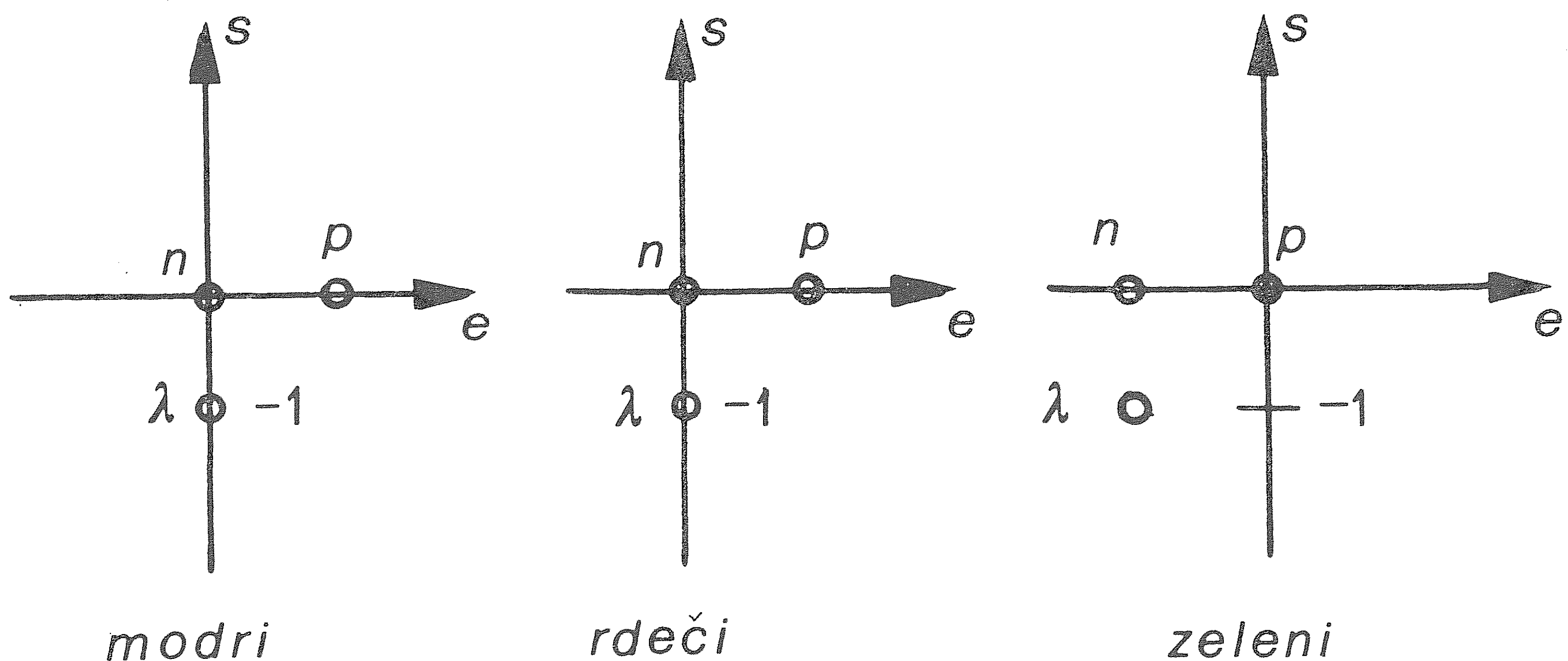
Sl. 1. Zgradba mezonov s spinom 1 in negativno parnostjo v običajnem modelu kvarkov.

in antirdečega, v središču pa tri pare. Vsak tak par sestavljata kvark izbrane barve in anti-kvark ustrezne antibarve. Trije pari v središču ustrezajo trem mezonom. V okviru čiste barvne simetrije $SU(3)$ mora en mezon vsebovati simetrično superpozicijo teh parov, druga dva pa superpoziciji, ki sta ortogonalni na simetrično. Prvi mezon je član barvnega singleta, druga dva pa sta člana barvnega okteta. Preostalih šest članov barvnega okteta dajo stanja v ogliščih šesterokotnika. Mezone v barvnem modelu kvarkov označimo torej s položajem v navadnem modelu kvarkov in s kombinacijo barv.

Obstajata dve različici modela barvnih kvarkov. Po prvi naj bi različne barve ustrezale enakim fizikalnim lastnostim, po drugi pa različnim. Prva različica ne vodi do novih delcev. Po njej naj bi v naravi obstajala le singletna barvna kombinacija. Vsi mezoni bi bili torej barvni singlet. Druga različica pa napoveduje pri izbranem spinu in parnosti 81 različnih mezonov. Poleg devetih znanih mezonov barvnega singleta naj bi obstajalo še 72 mezonov barvnega okteta. Stanja, ki ustrezajo barvnemu oktetu, naj bi imela precej višjo energijo kot stanja barvnega singleta. To naj bi bil razlog, da so do sedaj zaznali samo mezone barvnega singleta.

Barioni so po kvarkovskem modelu sestavljeni iz treh kvarkov. V znanih barionih naj bi imel vsak izmed treh kvarkov drugačno barvo. Ker bi vse tri barve nastopale z enakimi utežmi, bi bili tedaj ti barioni »beli«. Obstajali naj bi tudi barioni z drugačnimi barvnimi kombinacijami, a jih do sedaj še niso opazili.

V drugi različici barvnega modela odpravimo tudi težavo s tretjinskimi naboji kvarkov. To dosežemo tako, da kvarkom modre in rdeče barve prištejemo po tretjino osnovnega naboja, kvarkom zelene barve pa odštejemo dve tretjini osnovnega naboja. Naboj znanih barionov in mezonov se pri tem ne spremeni, kvarki pa imajo celoštevilčne naboje (sl. 2).

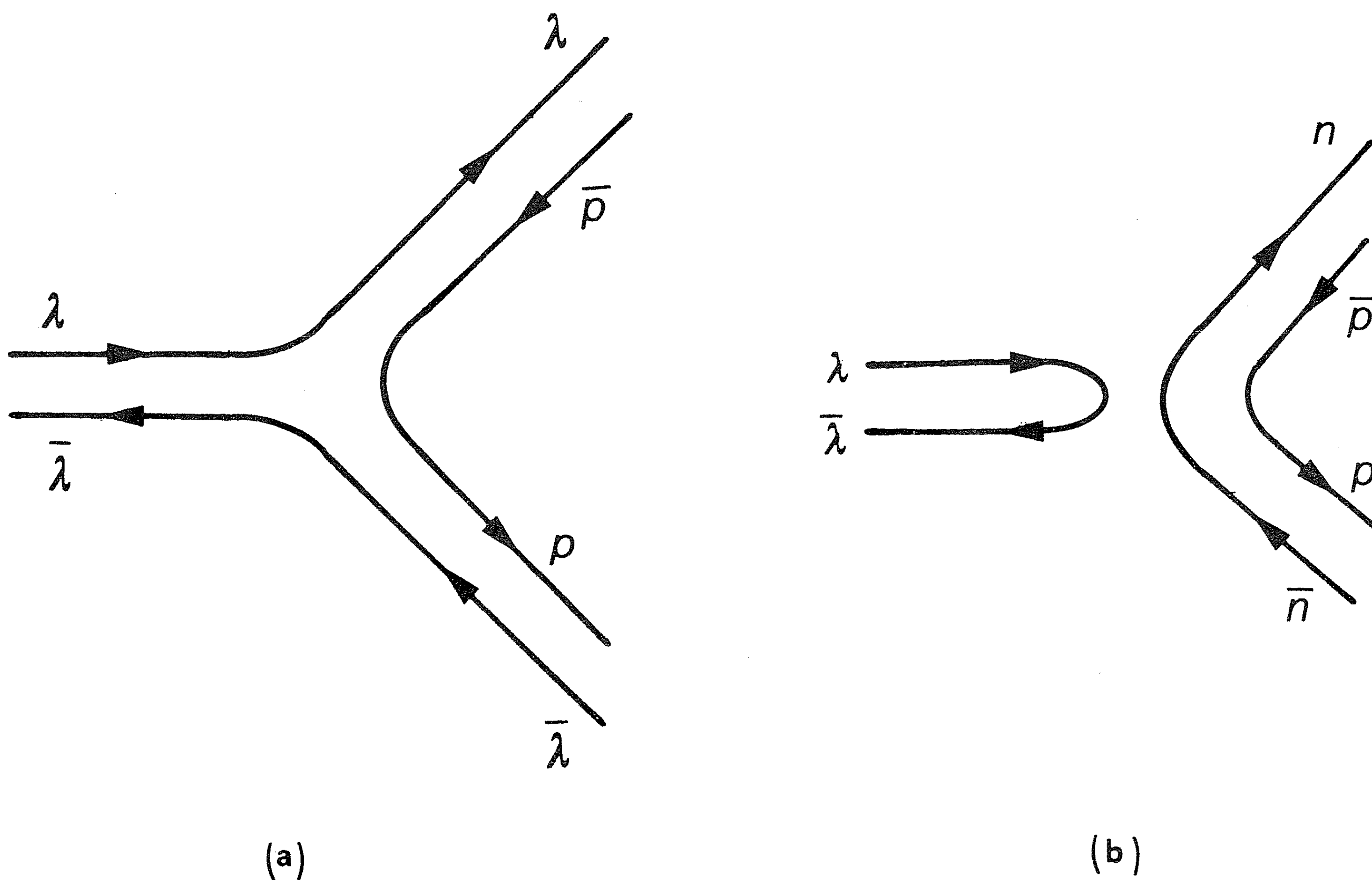


Sl. 2. Barvni kvarki v *Han-Nambujevem modelu treh tripletov*, razvrščeni po čudnosti S , naboju e in po barvah

V nekaterih poenotениh teorijah interakcij uvedejo novo kvantno število *čar* in v zvezi z njim *razširjeni model štirih kvarkov* [5]. Prvi trije so običajni kvarki s čarom 0, četrți — *čarobni* — kvark pa ima čar 1. Domnevajo, da je interakcija med kvarki neodvisna od čara. Grupa, ki zajema simetrijo notranjih kvantnih števil naboja, čudnosti in čara, je v tem primeru $SU(4)$. V tem modelu dobimo pri izbranem spinu in parnosti 16 mezonov. Poleg devetih znanih mezonov imamo še: tri mezone, sestavljene iz navadnega kvarka in čarobnega antikvarka, tri iz čarobnega kvarka in navadnega antikvarka in mezon, sestavljen iz čarobnega kvarka in čarobnega antikvarka. Domnevajo, da je masa čarobnega kvarka precej večja od mase navadnih kvarkov. Zato naj bi imeli mezoni, ki vsebujejo čarobni kvark, zelo veliko lastno energijo. To naj bi bil razlog, da jih do sedaj še niso opazili.

Obstaja tudi razširjen model kvarkov na osnovi simetrijske grupe $SU(4)$, v katerem pripišemo štirim kvarkom še štiri barve. Ta model združi hadrone in leptone v enotno shemo. Štirje kvarki četrte barve so elektron, mion in elektronski in mionski nevtrino.

V zvezi z delci ψ se pogosto omenjajo tudi *Zweigova izbirna pravila*. To so preprosta pravila o tem, kateri procesi med kvarki so dinamično dovoljeni in kateri prepovedani. Pri tem mislimo seveda le na tiste procese, ki sicer ne kršijo nobenega znanega ohranitvenega zakona. Najlažje si ponazorimo Zweigova izbirna pravila grafično. Na grafu ustreza črta s puščico proti desni kvarku, črta proti levi pa antikvarku. Mezon narišemo torej z dvema črtama, ki tečeta v nasprotnih smereh, barion pa s tremi črtami, ki tečejo v isto smer. Grafe, na katerih črte kvarkov lahko nadaljujemo, imenujemo *povezane*, grafe, pri katerih črte kvarkov znotraj hadrona sklenemo, pa *nepovezane*. Zweigovo izbirno pravilo pravi, da so dinamično dovoljeni procesi s povezanimi grafi, prepovedani pa procesi z nepovezanimi grafi. Uporabimo to pravilo pri razpadu mezona ϕ . V kvarkovskem modelu je mezon ϕ sestavljen iz čudnega kvarka λ in njegovega antikvarka. Opazili so, da mezon ϕ razpada



Sl. 3. Razpad mezona ϕ . Graf (a) je povezan in ustreza dinamično dovoljenemu razpadu v kaona K^+ ($p\bar{\lambda}$) in K^- ($\bar{p}\lambda$). Graf (b) je nepovezan in ustreza dinamično prepovedanemu razpadu v piona π^+ ($p\bar{n}$) in π^- ($\bar{p}n$)

z največjo verjetnostjo v par kaonov, bodi K^+ in K^- bodi K^0 in $\bar{K}^0$. Preseneča, da razpada v dva piona ne opazimo. Slednji razpad ne krši nobenega znanega ohranitvenega zakona, lastna masa piona pa je znatno manjša od lastne mase kaona. Zato bi pričakovali, da bo ta razpad celo verjetnejši od prvega. Če narišemo grafa za oba razpada, pa vidimo, da je razpad v dva kaona dinamično dovoljen razpad v dva piona pa je dinamično prepovedan (sl. 3).

Bojan Golli

LITERATURA

- [1] *Nova delca*, Obzornik mat. fiz. **22** (1975) 42.
- [2] J. Strnad, *Moderna fizika*, Univerza v Ljubljani (1973).
- [3] R. P. Feynman, *Structure of the Proton*, Science **183** (1974) 601.
- [4] *Nov uspeh v fiziki delcev?*, Obzornik mat. fiz. **12** (1965) 40.
- [5] H. J. Lipkin, *Quarks for Pedestrians*, Phys. Reports **8C** (1973) 173.

O PREDVIDLJIVOSTI DOGAJANJ V ATMOSFERI

Razpravljanje o možnosti za napovedovanje dogajanj v atmosferi je staro. Na fizikalne osnove pa ga je postavila v začetku tega stoletja bergenska šola, ki je osnovala sinoptično meteorologijo v današnjem smislu. Velik korak najprej so napravili v šestdesetih letih z uvedbo računanih napovedi o stanju atmosfere. Pri tem gre za reševanje sistema enačb, ki ga sestavljajo *enačba gibanja za tekočino*, *kontinuitetna enačba*, *enačba stanja* in *energijski zakon*. Ta sistem parcialnih diferencialnih enačb ima tudi nelinearne enačbe. Nelinearnost, ki je posledica zapletenosti opisanih pojavov, je izvor najrazličnejših težav. Omenimo nekatere od njih.

Leta 1922 je L. F. Richardson poskušal s štabom računarjev »peš« integrirati ta sistem enačb za daljše, za meteorologijo pomembno obdobje. Po večmesečnem trdem delu so dobili nesmiselne rezultate. Tedaj namreč še niso poznali pogojev za stabilnost numeričnega računanja. Richardsona in njegove sodelavce je pokopala predvsem nelinearna numerična nestabilnost.

Pri analitični obravnavi enačbe gibanja se navadno izognemo nelinearnosti. Enačbo lineariziramo: spremenljivke razstavimo na vsote srednjih vrednosti in odstopanja od njih (*fluktuacije*), npr. za hitrost $u = \bar{u} + u'$. Ker nas ne zanima gibanje posameznih delov tekočine, ampak tok v poprečju, enačbo poprečimo. Tako se znebimo nelinearnih členov za srednje vrednosti spremenljivk. Dobimo pa nove neodvisne spremenljivke, Richardsonove komponente napetostnega tenzorja $\overline{u_i' u_j'}$. To so pravzaprav korelacije med fluktuacijami komponent hitrosti in opisujejo turbulenco v poprečju. Kako skleniti sistem enačb in kako najti toliko enačb, kolikor je spremenljivk, je glavni problem teorije turbulence [1].

Problem obidemo z *dimenzijsko analizo*. Zahtevamo, da je turbulentni tok neodvisen od Reynoldsovega števila, če ga obravnavamo v prikladni skali [2]. Tako premagamo prve ovire pri obravnavanju večine problemov v zvezi s turbulenco.

Teoretični problem predvidljivosti je v jasni obliki postavil 1969 E. N. Lorenz [3]. Za naše namene ga pojasnimo s preprostimi prijemi, ki komaj zaslužijo ime dimenzijska analiza. Za opis problema pa potrebujemo nekaj priprav.

Lotimo se harmonične analize zračnega toka v atmosferi. Zanimamo se za spekter gostote kinetične energije. Za spremenljivko izberemo valovno število $k = 2\pi/\lambda$. Tu je λ valovna dolžina posameznih sinusnih sestavin v zračnem toku. Spekter gostote kinetične energije je zvezen. To pomeni, da sestavljajo zračni tok v atmosferi vrtinci vseh mogočih razsežnosti [4]. Richardson ima v knjigi o numeričnem napovedovanju vremena pesmico [5]:

*Big whorls have little whorls,
Which feed on their velocity;
And little whorls have lesser whorls,
And so on to viscosity
(in the molecular sense)*

V prevodu: Veliki vrtinci imajo majhne vrtince / ki se hranijo z njihovo hitrostjo / in majhni vrtinci imajo še manjše vrtince / in tako naprej do viskoznosti / (v molekulskem smislu).

Glavni izvir energije za atmosferski tok so temperaturne razlike na velikih razdaljah, npr. ekvator-pol, celina-ocean. Atmosferski stroj črpa tedaj energijo pri planetarnih razsežnostih, se pravi pri majhnih valovnih številih. Kinetično energijo pa zapravlja v glavnem v majhnih vrtincih, to je pri majhnih razsežnostih, se pravi pri velikih valovnih številih. Vmes je po *hipotezi Kolmogorova* pri dovolj velikih Reynoldsovih številih *inercijski interval*. Skozi ta interval valovnih števil se pri stacionarnem toku prenese toliko kinetične energije

od majhnih valovnih števil k velikim, kolikor je gre zaradi trenja v izgubo pri velikih valovnih številih [5]. V tem intervalu so lastnosti trirazsežnega toka določene le s tem prenosom kinetične energije.

Tok gostote kinetične energije skozi inercijski interval je po hipotezi Kolmogorova enak izgubi (*disipaciji*) gostote kinetične energije. Tako imenujemo v časovni enoti izgubljeno gostoto kinetične energije $\varepsilon = d(\frac{1}{2} u^2)/dt$. S primerjanjem dimenzij lahko dobimo obliko spektra gostote kinetične energije v tem intervalu. Porazdelitvena funkcija za gostoto energije homogenega in izotropnega turbulentnega toka tekočine dw/dk ima dimenzijo $L^3 T^{-2}$, disipacija gostote kinetične energije ε dimenzijo $L^2 T^{-3}$, valovno število k pa L^{-1} . Z ε in k moremo sestaviti *le eno* kombinacijo, ki ima dimenzijo porazdelitvene funkcije:

$$dw/dk \propto \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$$

Pri toku v dveh razsežnostih je drugače. Razmer v inercijskem intervalu ne določa disipacija gostote kinetične energije ε . Določa jih *disipacija enstrofije* (strophe — grško obrat), $\eta = d(\frac{1}{2} \xi^2)/dt$, to je v enoti časa zapravljen polovični kvadrat vrtinčnosti $\xi = \text{rot } u$. Disipacija enstrofije η je namreč za dvorazsežen tok mnogo močnejša od disipacije gostote kinetične energije ε [1]. Dimenzija disipacije enstrofije je T^{-3} in podobno kot prej ugotovimo, da je porazdelitvena funkcija gostote kinetične energije za ta primer

$$dw/dk \propto \eta^{2/3} k^{-3}$$

Jedro teoretičnega problema predvidljivosti dogajanj v atmosferi je po Lorenzu [1], [3] v dejstvu, da moremo dogajanja v velikih razsežnostih dovolj dobro opisati, pa ne moremo zajeti s končno gosto mrežo opazovanj tistih z majhnimi razsežnostmi. Začetni pogoji so torej negotovi. Ta začetna negotovost pri velikih valovnih številih se preko nelinearnih členov v enačbah širi k manjšim valovnim številom in okuži kmalu ves spekter. Čas, ki je za to potreben, je *čas predvidljivosti dogajanj v atmosferi*. Po tem času pride negotovost tudi do dogajanj z največjimi razsežnostmi in ne vemo o stanju atmosfere nič več. To je čas, po katerem bi se dve stanji, ki se v začetku razlikujeta infinitezimalno malo, razlikovali v tolikšni meri kot dve slučajno izbrani stanji z enakimi statističnimi lastnostmi.

Kako pa potuje ta negotovost k majhnim valovnim številom? Lahko si predstavljamo, da je to ena od lastnosti, ki jih ima posamezen vrtinec. Z vrtenjem in mešanjem vrtinca z okolico se v okolico zamešajo tudi lastnosti vrtinca. Čim hitreje se vrti vrtinec, tem hitreje se njegove lastnosti prenašajo na druge vrtince. Tako je tudi hitrost potovanja negotovosti čez valovna števila sorazmerna temu času. Lorenz pravi [3], da je čas, ki je potreben, da negotovost pride čez eno oktavo, to je od valovnega števila $2k$ do valovnega števila k , sorazmeren časovni skali turbulentnega obrata $\tau(k)$. To časovno skalo lahko povežemo s porazdelitveno funkcijo za gostoto kinetične energije. S primerjanjem dimenzij dobimo:

$$\tau(k) \propto k^{-3/2} (dw/dk)^{-1/2} \quad (1)$$

Da pride negotovost čez N oktav, je torej potreben čas:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{N-1} \tau(2^n k) &\propto k^{-3/2} (dw/dk)^{-1/2} + (2k)^{-3/2} [dw/dk(2k)]^{-1/2} + \dots \\ &\dots + (2^{N-1}k)^{-3/2} [dW/dk(2^{N-1}k)]^{-1/2} \end{aligned} \quad (2)$$

Za trirazsežen tok je $dW/dk \propto \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$ in imamo:

$$\sum_{n=0}^{N-1} \tau(2^n k) \propto \varepsilon^{-1/3} k^{-2/3} [1 + 2^{-2/3} + \dots + 2^{-2(N-1)/3}] \quad (3)$$

V času predvidljivosti, v katerem se z negotovostjo okužijo dogajanja vseh razsežnosti, preide negotovost čez vse oktave ($N \rightarrow \infty$). Za $N \rightarrow \infty$ vrsta (3) konvergira in je približno

$$\sum_{n=0}^{\infty} 2^{-2n/3} = 2,7. \text{ Tako velja: } \sum_{n=0}^{\infty} \tau(2^n k) \approx 2,7 \tau(k) \quad (4)$$

Začetnega stanja ne poznamo brez negotovosti. Posebej velja to pri numeričnem računanju s prostorskimi razlikami. Z mrežo računskih točk namreč ne moremo zajeti dogajanj na razsežnostih, ki so manjše kot razmik sosednjih točk. Zato tudi za dogajanja na največjih razsežnostih čas predvidljivosti ni daljši od 2,7-kratnega časa obrata $\tau(k)$, ne glede na to, kako dobro poznamo začetno stanje. Dogajanjem v atmosferi na lokalnih razsežnostih približno ustreza dnevni cikel. Tako teh dogajanj po enačbi (4) ne bi bilo mogoče napovedovati niti za tri dni vnaprej.

To se zdi izredno neugodno, posebno če upoštevamo, da je dalo numerično napovedovanje vremena že do sedaj zelo dobre rezultate. Ugotovitve na osnovi Lorenzovih hipotez pač pomenijo, da smo že zelo blizu zgornje meje, vsaj kar zadeva numerično simuliranje dogajanj manjših razsežnosti.

Kako pa je pri dvorazsežnem toku? V tem primeru ima spekter gostote kinetične energije v inercijskem intervalu drugačno obliko. Če vstavimo v enačbo (2) $dw/dk \propto \eta^{2/3} k^{-3}$, dobimo:

$$\sum_{n=0}^{N-1} \tau(2^n k) \propto \eta^{-1/3} (1 + 1 + \dots + 1) = N\eta^{-1/3} \quad (5)$$

Vsota (5) divergira za $N \rightarrow \infty$, kar pomeni, da je dvorazsežna dogajanja mogoče ob dovolj dobrih začetnih pogojih in računskih postopkih dovolj dobro napovedati za daljše obdobje. Na srečo kaže [6], da so splošna gibanja planetarnih razsežnosti, ki odločajo o vremenski situaciji na velikih razsežnostih, v precej dobrem približku dvorazsežna.

Pribiti moramo, da imamo opraviti z makroskopskim sistemom, za katerega lahko po začetnem stanju v načelu napovemo vsa stanja v prihodnosti. Dejstvo, da v resnici tega ne zmoremo, je zgolj posledica nezmožnosti, da bi zanesljivo določili začetno stanje [3] in preprečili širjenje napake od velikih valovnih števil k majhnim.

Pri razmiku opazovalnih ali računskih točk Δx moremo zaznati v toku še sinusno sestavino z valovno dolžino $\lambda_{min} = 2\Delta x$, manjših pa mreža ne zazna več pravilno. V sinusnih sestavinah z valovnim številom, večjim od $k_{maks} = 2\pi/\lambda_{min} = \pi/\Delta x$, je izvor negotovosti. Za trirazsežni primer napovedi, kot smo videli, ni rešitve. V kratkem času okuži negotovost tok na vseh razsežnostih. Za dvorazsežni primer pa je čas predvidljivosti po enačbi (5) sorazmeren s številom oktav, ki jih mora negotovost prepotovati do toka na največjih razsežnostih. Število oktav je $N = \log_2 (k_{maks}/k_{min}) = \log_2 (\pi/\Delta x k_{min})$. Pri izbranem razmiku Δx je čas predvidljivosti odvisen od k_{min} , se pravi od razsežnosti dogajanja, ki ga napovedujemo: $\Delta t \propto 1/k_{min}$. Toda z gostejšo mrežo lahko podaljšamo čas predvidljivosti, saj velja tudi: $\Delta t \propto 1/\Delta x$. Čim gostejša je mreža, tem daljši je čas predvidljivosti. Ker pa odvisnost ni linearna, vse večji napor prinesejo vse manjše izboljšanje rezultata. Sklep, do katerega smo prišli, spominja po obliki na načelo nedoločenosti v kvantni mehaniki. Seveda pa je fizikalno ozadje za oba primera različno.

Lorenzove hipoteze za pojave v inercijskem intervalu so poskušali preveriti. Napravili so vrsto numeričnih eksperimentov, da bi ugotovili, ali je sploh mogoče napovedovati dogajanja v atmosferi. Kakšen bi bil rezultat, če bi imeli fizikalno ustrezen model zanje, praktično neomejene možnosti glede začetnih pogojev in odlično kontrolirane numerične postopek? Ali se ne bi morda majhna, nepredvidljiva nestabilna motnja, kot je lahko instrumentalna napaka pri opazovanju, ali pa »zamah metuljevega krila«, tako povečevala, da bi simulacijo dogajanja ali pa dogajanje samo popolnoma preusmerila [7]?

Delali so poskuse z vzporednimi računanji iz dveh malo si različnih začetnih stanj. Ti numerični poskusi so pokazali, da je zgornja meja napovedljivosti za gibanja sinoptičnih razsežnosti — okrog 10^4 km — med dvema tednoma in tremi tedni, za dogajanja lokalnih razsežnosti dva dni [8]. Proces, kakršen je razvoj kumulusa pa naj bi se dalo napovedovati le za eno uro vnaprej. Za sedaj kaže, da zunaj teh okvirov za numerično napovedovanje vremena ni vzpodbudnih obetov. Treba bo še izboljšati načine za simulacijo dogajanj v atmosferi v navedenih mejah.

Jože Rakovec

LITERATURA

- [1] D. K. Lilly, *Lectures in sub-synoptic scales of motion and two-dimensional turbulence*, v knjigi *Dynamic meteorology*, Dordrecht-Holland/Boston-U.S.A., D. Reidel 1973. 353—418.
- [2] H. Tennekes and J. L. Lumley, *A first course in turbulence*, Cambridge-Mass./London, The MIT Press 1972, str. 5.
- [3] E. N. Lorenz, *The predictability of a flow, which possesses many scales of motion*, *Tellus* **21** (1969), 289—307.
- [4] Z. Petkovšek, *Dinamika atmosfere*, *Obzornik mat. fiz.*, **22** (1975), 121—128.
- [5] A. S. Monin and A. M. Yaglom, *Statistical fluid mechanics: Mechanics of turbulence*, Cambridge-Mass./London, The MIT Press 1971, 12—16.
- [6] C. E. Leith, *Atmospheric predictability and two-dimensional turbulence*, *J. Atmos. Sci.* **28** (1971), 145—161.
- [7] J. Smagorinsky, *Problems and promises of deterministic extended range forecasting*, *Bull. Amer. Meteorol. Soc.* **50** (1969), 286—311.
- [8] M. S. Fuks-Rabinovič, *Eksperimental'nye spektry predskazuemosti atmosferyh dviženij*, *Meteorol. i gidrol.* 1975, 97—99.

ALI SO ODKRILI DELEC Z MAGNETNIM NABOJEM?

Dandanes se precej fizikov ukvarja s teorijo delcev, ki jih doslej še niso odkrili in jih morda sploh ne bodo odkrili. Med take delce sodijo *kvarki* — gradniki hadronov, to je tistih osnovnih delcev, ki sodelujejo z drugimi z močno interakcijo [1], *tahioni* — delci, ki so hitrejši kot svetloba [2], *monopoli* — delci z magnetnim nabojem, torej delci z enim samim severnim ali enim samim južnim magnetnim polom [3], [4]. Fiziki si želijo najti naštete delce ali razjasniti razloge, zaradi katerih ti v naravi ne nastopajo kot prosti delci.

Znani ameriški fizik L. W. Alvarez pravi, da je odločitev eksperimentalnih fizikov o tem, ali se bodo lotili takega poskusa ali ne, vezana na *koeficient uspešnosti*. Koeficient uspešnosti poskusa v načrtu vpeljemo kot produkt verjetnosti, da se poskus posreči z ugodnim izidom, in slave, ki bi jo to prineslo raziskovalcem. Pri naštetih delcih je verjetnost za odkritje zelo majhna, toda slava, ki bi jo to prineslo, zelo velika. Njun produkt tako ni znatno manjši od koeficienta uspešnosti pri bolj vsakdanjih poskusih. S tem pojasnimo odnos eksperimentalnih fizikov do iskanja naštetih delcev in dejstvo, da se za take poskuse odločajo vedno nove skupine.*

* V zadnjem času so bili objavljeni rezultati dela dveh skupin. P. H. Eberhard, R. R. Ross, J. D. Taylor, L. W. Alvarez, H. Oberlack, *Evidence at the 10^{-18} Probability Level against the Production of Magnetic Monopoles in Proton Interactions at 300 GeV/c*, *Phys. Rev. D* **11** (1975) 3099 so iskali monopole v tarčah, ki so jih obstreljevali z zelo hitrimi protoni in z zelo hitrimi elektroni. Monopole so poskušali zaznati tako, da so poslali dele tarč na krožno pot, ki je vodila skozi merilno tuljavico. Inducirano napetost na tuljavici naj bi zaznal zelo občutljiv merilnik magnetnega polja. Po izpopolnjenem indukcijskem zakonu je električna napetost po sklenjeni poti enaka objetemu toku magnetnih nabojev. Čeprav je bila naprava zelo zanesljiva, niso našli nobenega monopola.

G. Giacomelli, A. M. Rossi, G. Vannini, A. Bussiere, G. Baroni, S. Di Liberto, S. Petrera, G. Romana, *Search for Magnetic Monopoles at the CERN — ISR with Plastic Detectors*, *Nuovo Cimento* **28A** (1975) 21 so iskali monopole, ki naj bi nastali ob trkih hitrih protonov v ženevskem nakopičevalniku. Kot dielektrični detektor sledi so izbrali nitrocelulozo. Našli niso niti ene sumljive sledi.

Kdaj pa kdaj izide članek, v katerem poročajo o odkritju kvarkov, tahionov ali monopolov. Doslej se je še zmeraj izkazalo, da je bilo odkritje zmotno. Morda botruje takim prezgodnjim objavam ravno velik drugi faktor v koeficientu uspešnosti; raziskovalci se namreč še posebej bojijo, da bi jih kdo prehitel.

Obzornik je redno obveščal svoje bralce tudi o zmotnih odkritjih. Poročal je o »odkritju« kvarkov med kozmičnimi delci in o dokazih, da je bilo odkritje zmotno [4]. Poročal je o »odkritju« tahionov [5]. Omenimo naj, da je to odkritje zdaj že razkrinkano kot zmotno. W. E. Hazen in sodelavci so ponovili merjenja R. W. Claya in P. C. Croucha in iskali tahione pred čeli izdatnih plazov kozmičnih delcev. Pri skoraj trikrat obsežnejšem poskusu niso mogli ugotoviti prav nobenih tahionov, čeprav je bila njihova naprava precej zanesljivejša [6].

Monopolom bi se zgodila krivica, če ne bi poročali še o enem odkritju, za katerega kaže, da je tudi zmotno, čeprav razprava o tem še ni popolnoma končana. Tudi če niso odkrili monopola, je način merjenja tako zanimiv, da je zaradi njega o poskusu vredno poročati.

Vest o domnevnem odkritju monopola je vzbudila veliko pozornost. V avgustu so jo prinesli tudi naši dnevni časopisi. Odkritje naj bi se posrečilo štirim ameriškim fizikom P. B. Priceu in E. K. Shirku z berkeleyske univerze ter W. Z. Osbornu in L. S. Pinskemu s houstonske univerze. Monopol naj bi odkrili med proučevanjem zelo težkih kozmičnih delcev, to je atomskih jeder z vrstnim številom znatno nad 20 med delci, ki prihajajo iz vesolja. Od tega proučevanja si obetajo podatke o vesolju, in sicer o sintezi težkih atomskih jeder in o izviri kozmičnih delcev [7]. Pri tem so se zelo izkazali *dielektrični detektorji sledi*. To so tanki listi prozorne snovi, ki jih zložijo v skladovnice. Poskusili so z nitrocelulozo [8], a zadnje čase je najuspešnejši *polikarbonat* s trgovskim imenom leksan* [9].

Skladovnice listov leksana razmestijo v tovoru balona in jih izpostavijo obstreljevanju s kozmičnimi delci na veliki višini po več ur ali celo nekaj dni. (Široko zasnovan poskus te vrste so izvedli tudi na skylabu, ki je kot umetni satelit krožil okoli Zemlje.) Pozneje ločijo liste iz skladovnic in jih jedkajo po več deset ur v segretem natrijevem hidroksidu. Na mestih, na katerih je ionizirajoči delec strgal dolge molekule polimera, se topi leksan znatno hitreje kot drugje. Tam nastane stožčasta *jedkalna jamica*, ki jo premerijo pod mikroskopom. Globino jamice delijo s časom jedkanja in dobijo hitrost poglobljanja jamice med jedkanjem, *hitrost jedkanja* v_j . Na osnovi izkušenj pri merjenjih so ugotovili, da je ta hitrost odvisna od kvocienta vrstnega števila Z in hitrosti delca v [10]:

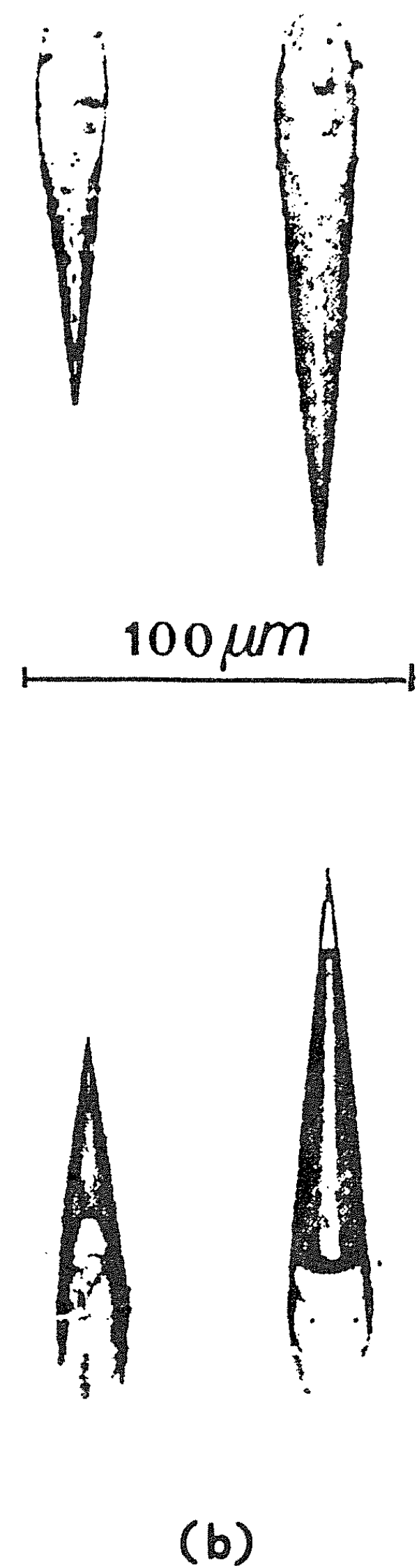
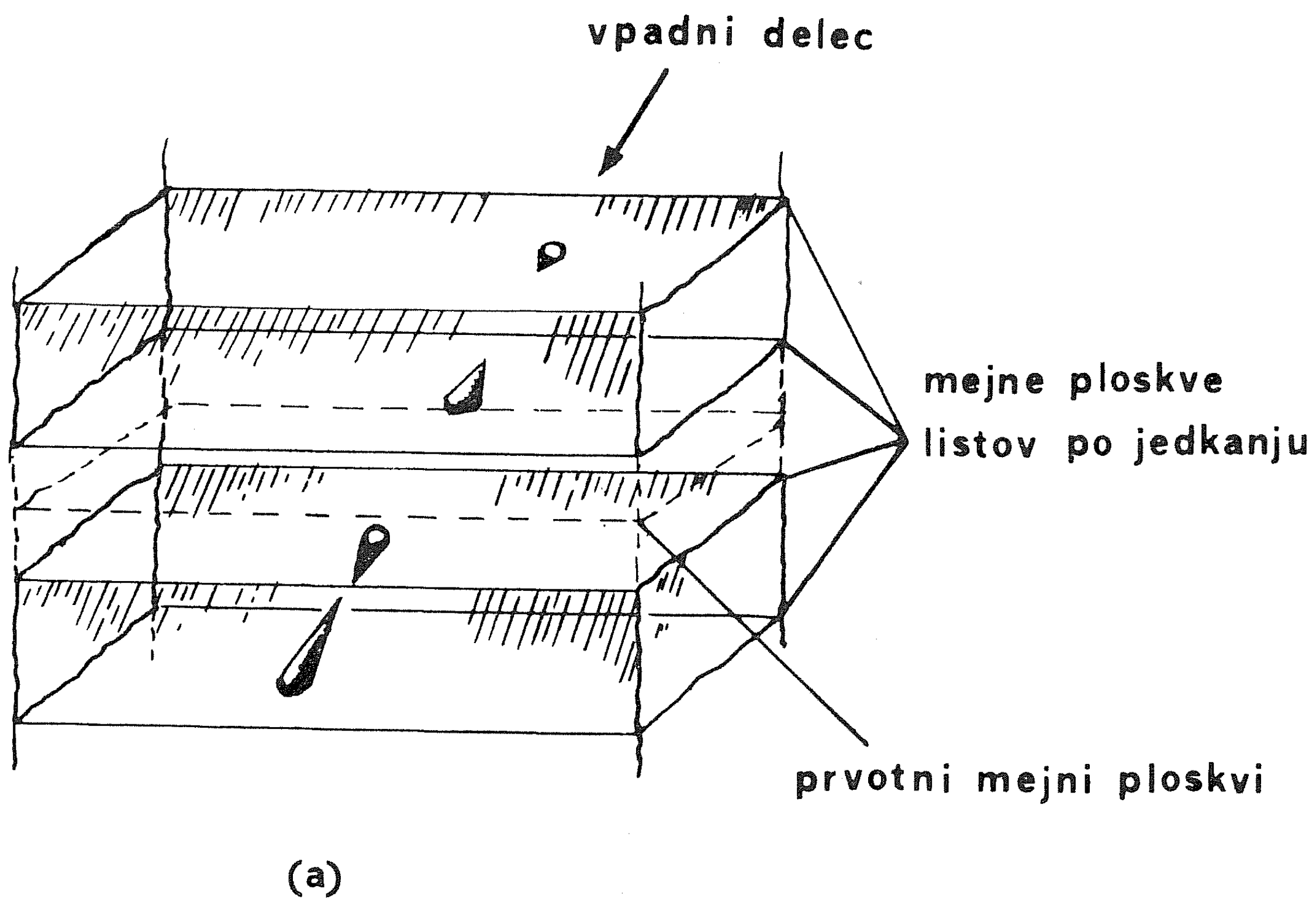
$$v_j = K(Z/\beta)^4 \quad (1)$$

β je razmerje med hitrostjo delca v in hitrostjo svetlobe v vakuumu c . Sorazmernostni koeficient K je treba določiti z merjenjem in tako umeriti detektor.

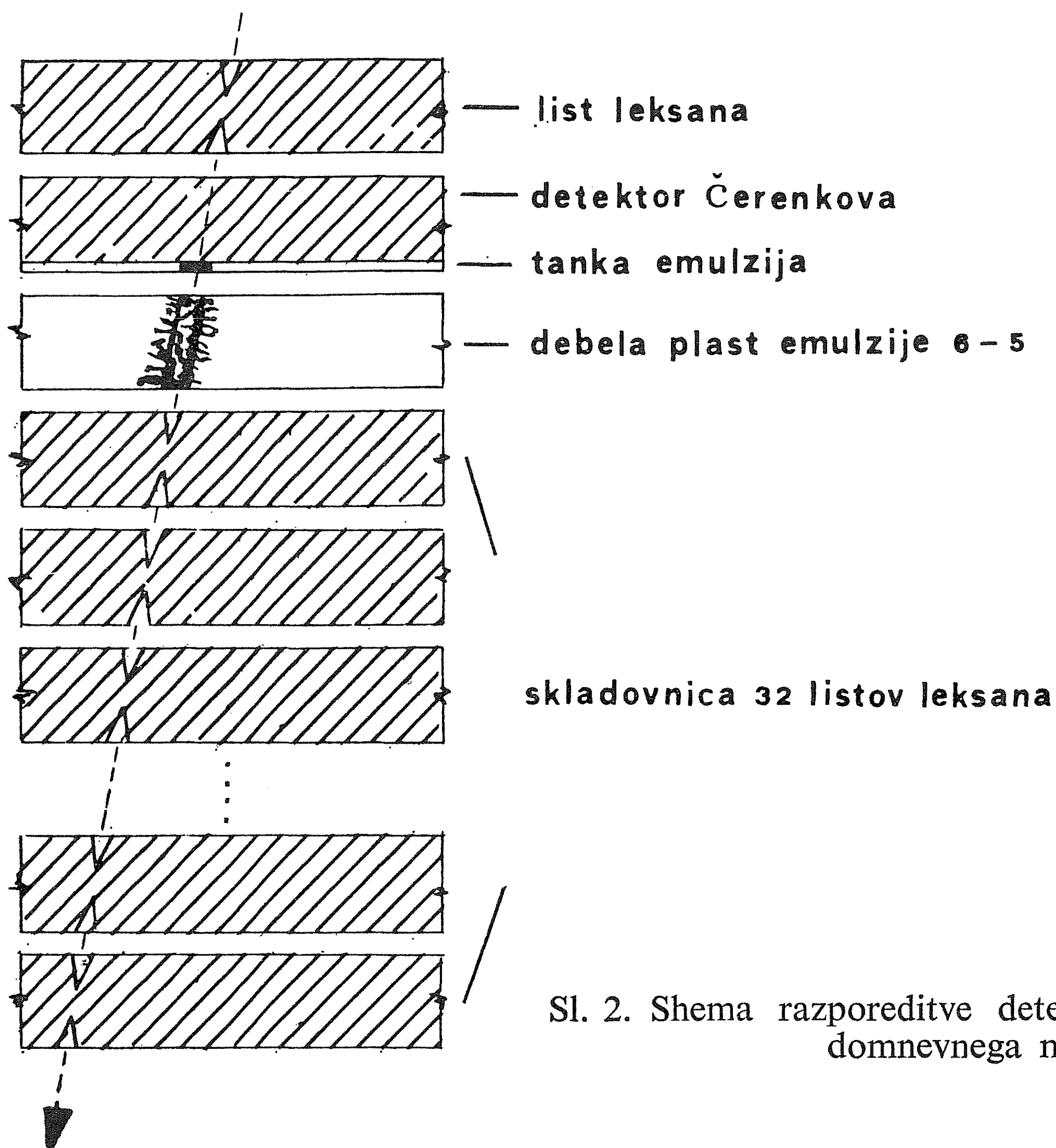
Zaradi četrte potence v enačbi (1) jedra z majhnim vrstnim številom sploh ne zapustijo zaznavnih jamic. Tako ostanejo neopaženi protoni, ki sestavljajo večino kozmičnih delcev, in druga jedra z vrstnim številom pod dvajset. To je velika prednost, zaradi katere so dielektrični detektorji sledi kot nalašč za zaznavanje zelo težkih kozmičnih delcev.

Delec izgublja energijo z ionizacijo in postaja vse počasnejši. Zaradi tega so jedkalne jamice v nižjih listih vse globlje in je hitrost v_j vse večja (sl. 1). Po naraščanju te hitrosti v odvisnosti od poti delca v snovi je mogoče vsaj približno določiti vrstno število delca samo, če upoštevamo izgubo energije na enoto poti zaradi ionizacije, ki je odvisna od naboja delca.

** Linearni termoplastični poliestri ogljikove kisline in dioksidifenilalkanov, ki ga izdeluje družba General Electric. Navadno ga sintetizirajo iz difenilolpropana in fosgena.



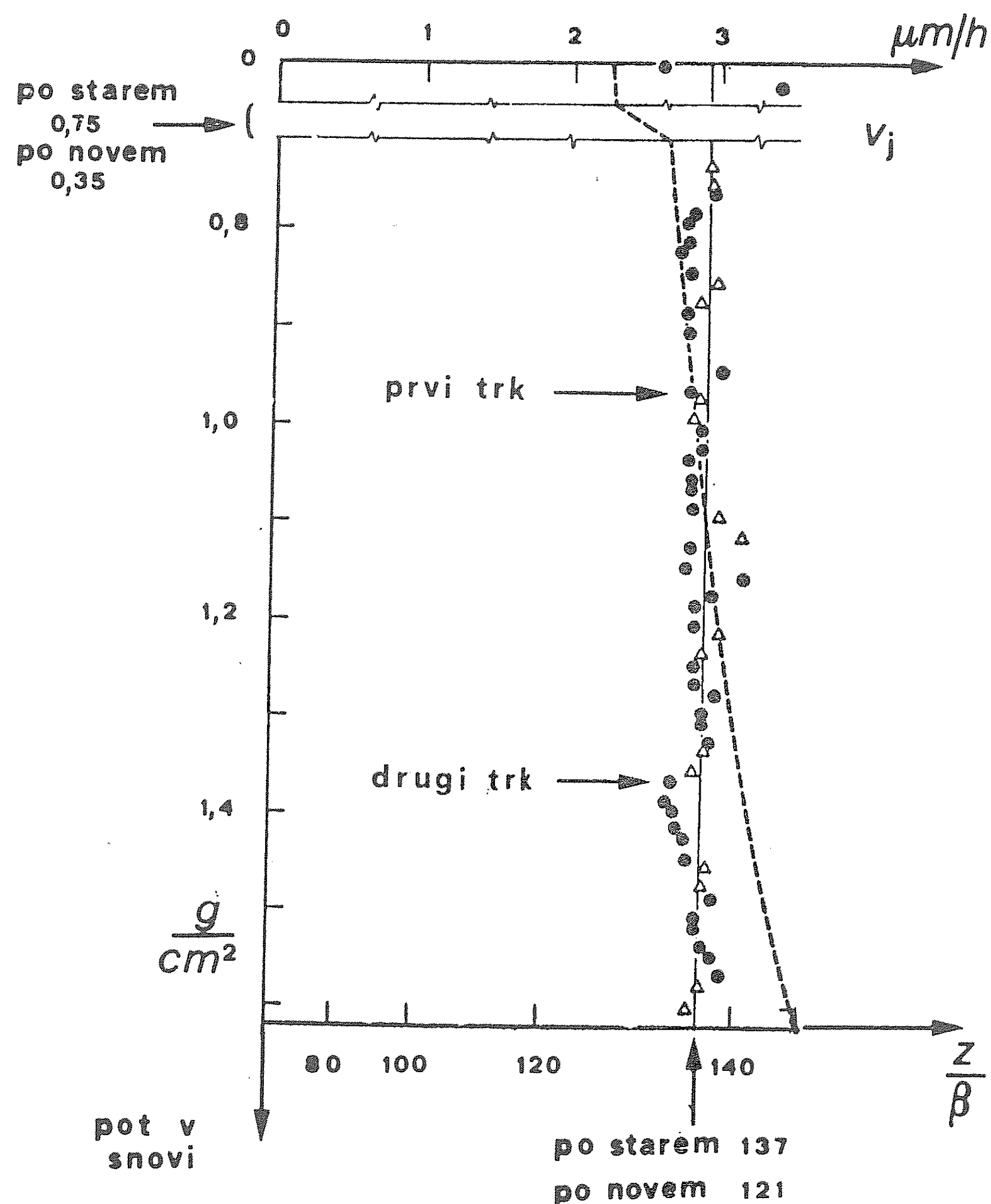
Sl. 1. Risba dveh listov leksana z jedkalnimi jamicami (a) [8] in fotografija jedkalnih jamic v dveh zaporednih listih (b) [7]. Jamice so fiksirali z lakom in lista prečno prerezali po osi jamic. Gre za sled jedra z vrstnim številom 52



Skupina fizikov, ki je objavila odkritje monopola, je več let preiskovala zelo težke kozmične delce in je tudi pomagala razviti dielektrične detektorje sledi. Zadnje čase je obdelovala liste leksana, ki so jih jeseni 1973 v Iowa City dvignili z balonom za 2,6 dni na višino okoli 43 km, nad katero je bila samo še za 3 g/cm² debela plast ozračja [11].

V skladovnici sta bila poleg 33 listov leksana še debela plast fotografske emulzije in detektor Čerenkova (sl. 2). Slednjega sestavlja plast prozornega dielektrika z lomnim kvocientom 1,47, v katerem ima svetloba hitrost 0,68 c . Nabiti delec, ki se giblje po njem z večjo hitrostjo, seva sevanje Čerenkova. To sevanje povzroči počrnitev v tanki plasti fotografske emulzije, s katero je prevlečena spodnja stran dielektrika.

Najprej so v Houstonu z mikroskopom preiskali debelo plast fotografske emulzije. Po teh podatkih so nato v Berkeleyu določili čas jedkanja listov leksana. Pri pregledovanju debele plasti fotografske emulzije so postali pozorni na sled, ki jo je — na to so sklepali po njeni zgradbi — zapustilo jedro z vrstnim številom okoli 80 in s hitrostjo okoli 0,5 c . Tako težka jedra so med kozmičnimi delci redka, zato so imeli sled za zanimivo in so nanjo opozorili berkeleyjske fizike. Ti so razdelili množico listov leksana na dve skupini in jedkali prvo 20 in drugo 30 ur. Dobili so presenetljiv rezultat: jedkalne jamice v prvi skupini listov so bile skoraj vse enako globoke, prav tako v drugi skupini. Hitrost jedkanja v_j se ob naraščanju poti delca v snovi ni skoraj nič povečala (sl. 3). Delec je tedaj skoraj enakomerno ioniziral po vsej skladovnici listov. To bi pričakovali le od jedra, za katero bi bilo razmerje Z/β mnogo večje kot sto. Hitrost delca mora biti dovolj velika, če naj bo delec dovolj prodoren. To zahteva zelo veliko vrstno število. Toda jedra z vrstnim številom okoli sto so že zelo neobstojna in bi težko dospela iz vesolja do Zemlje, ne da bi razpadla.



Sl. 3. Lastnosti domnevne sledi monopola v listih leksana. Na ordinatno os je nanescena dolžina poti v vsej skladovnici, na abscisno os pa hitrost jedkanja v_j (zgoraj) in kvocient Z/β (spodaj). Krožci ustrezajo 30-urnemu jedkanju, trikotniki pa 20-urnemu [11]. Črtkana črta je Priceova napoved za jedro z vrstnim številom 96 in s hitrostjo 0,75 c . Po novih podatkih temu bolj ustreza jedro z vrstnim številom 85 in s hitrostjo 0,75 c .

Ob tem so pomislili na monopol, za katerega je značilno, da hitrost jedkanja v_j ni odvisna od njegove hitrosti v . O tem nas pouči kratek premislek. Jedro ionizira zaradi električnega polja z jakostjo $E = Ze_0/4\pi\epsilon_0 r^2$, ki ga ustvari njegov naboj. Okoli mirujočega monopola ni električnega polja. Pač pa je električno polje okoli gibajočega se monopola, kot je magnetno polje okoli gibajočega se električnega naboja. Jakost prečnega magnetnega polja okoli gibajočega se električnega naboja je $H_p = e_0 v/4\pi r^2$. Če v tej enačbi zamenjamo osnovni električni naboj e_0 z osnovnim magnetnim nabojem Φ_0 , dobimo jakost prečnega električnega polja v polju gibajočega se monopola: $E_p = \Phi_0 v/4\pi r^2$. Med obema osnovnima nabojema velja zveza [4] $e_0 \Phi_0 = 2h$. Jakost prečnega električnega polja gibajočega se monopola in jakost električnega polja električnega naboja Ze_0 v izbrani razdalji sta tedaj v razmerju

$$E_p/E = \Phi_0 v \epsilon_0 / Ze_0 = 2h v \epsilon_0 / Ze_0^2 = \beta / Z\alpha \quad (2)$$

Pri tem je $\alpha = e_0^2/2\epsilon_0 h c = 1/137,04$ konstanta fine strukture. Monopol in hitro jedro bi približno enako ionizirala, če bi bili jakosti električnega polja E in E_p enaki. Tedaj bi moral biti kvocient Z/β približno enak $1/\alpha \approx 137$. Kot vidimo, sta za monopol značilna neodvisnost hitrosti jedkanja v_j od hitrosti delca v in efektivna vrednost kvocienta Z/β okoli 137. Zdelo se je, da so podatki, ki jih je dal dielektrični detektor sledi, popolnoma ustrezali tema zahtevama.

Fotografska emulzija v tretjem detektorju v skladovnici, to je v detektorju Čerenkova, ni kazala vidne sledi sevanja Čerenkova. Po tem so sklepali, da je bila hitrost delca manjša kot $0,68 c$. V debeli fotografski emulziji je bilo v spodnji polovici prostorskega kota petkrat več stranskih sledi sekundarnih ionizirajočih delcev (»žarkov« δ) kot v zgornji. Po tem so se prepričali, da se je delec zares gibal navzdol, torej v pravi smeri za detektor Čerenkova. Hitri nabiti delec odriva namreč pri prehodu skozi snov delce, s katerimi trči, pretežno v smeri svojega gibanja.

Zdelo se je, da vsem trem detektorjem — debeli fotografski emulziji, leksanu in detektorju Čerenkova — ustreza ena sama razlaga: monopol. Ta bi moral imeti le dovolj veliko energijo, da bi brez težav prodrl skozi vso skladovnico detektorjev. Če vzamemo za njegovo hitrost $0,5 c$, bi morala biti njegova lastna masa več stokrat večja od protonove. Zadnje ocene govorijo o šeststokratni protonovi lastni masi.

Veliko fizikov že spočetka ni zaupalo sklepom B. Pricea in sodelavcev. Popravki, ki so jih po objavi ti priznali sami, pa so še bolj omajali sklepe [12]. Vzeli so prevelik sorazmernostni koeficient K v enačbi (1). Prevzeli so pač podatek, ki so ga dobili z neko drugo skladovnico leksana. Poznejša umeritev je dala namesto kvocienta $Z/\beta \approx 137$ manjšo vrednost okoli 121. Pokazalo se je tudi, da podatkov dvajseturnega jedkanja ne gre metati v isti koš s podatki trideseturnega jedkanja. Menda obakrat niti niso uporabili enakega jedkala. Poleg tega so navedli za skupno debelino debele plasti fotografske emulzije in detektorja Čerenkova preveliko vrednost $0,75 \text{ g/cm}^2$. Prava vrednost je za dobro polovico manjša: $0,35 \text{ g/cm}^2$.

Z upoštevanjem vseh teh podatkov je P. Fowler iz Bristola v Angliji, eden prvih strokovnjakov za kozmične delce, izdelal novo razlago. Opazovano sled naj bi zapustil težki kozmični delec. Na skladovnico leksana naj bi padlo jedro platine $^{195}_{78}\text{Pt}$, ki bi imelo v detektorju Čerenkova samo malo manjšo hitrost od dopustne $0,685 c$ (tudi to mejo so nekoliko zvečali). V skladovnici leksana, nekako pri 1 g/cm^2 (po starem), naj bi doživelo trk z enim od mirujočih atomskih jeder. Pri jedrski reakciji naj bi izgubilo delec α z dvema osnovnima nabojema in se spremenilo v jedro osmija $^{191}_{76}\text{Os}$. Nenadno zmanjšanje naboja, to je preskok za okoli tri enote Z/β proti levi, na sl. 3 ni vidno zaradi merskih napak (efektivna napaka je okoli 6%). Zmanjšanje naboja izravna zmanjšanje hitrosti v kvocientu, zato se

zde merske točke na sl. 3 razporejene navpično. Nastalo osmijevo jedro se zaustavlja v leksanu in globina jamic narašča. Pri globini okoli $1,3 \text{ g/cm}^2$ (po starem) doživi to jedro ponoven tik z mirujočim atomskim jedrom in izgubi pri jedrski reakciji tri osnovne naboje — najverjetneje delec α in proton. To nenadno zmanjšanje naboja je dobro vidno na sl. 3 kot preskok za štiri enote Z/β proti levi. Nastalo jedro tantala $^{185}_{38}\text{Ta}$ se nadalje zaustavlja.

Ta razlaga se zdi utemeljena, ker so jedra platine med zelo težkimi kozmičnimi delci najpogostejša. Poleg tega so med kozmičnimi delci na magnetni širini Iowa City najmočnejše zastopana jedra z gibalno količino $2,2 \text{ GeV}/c$ na en osnovni naboj. Po izgubi energije na enoto poti v leksanu bi zares pričakovali za delec z opazovano sledjo vpadno kinetično energijo okoli 180 GeV .

Debelina skladovnice ustreza približno polovici povprečne proste poti za jedrsko reakcijo. Na tolikšni poti tudi dve jedrski reakciji nista skrajno neverjetni. B. Price in sodelavci bi v tem primeru opazovali pač redek pojav, ki pa se da zadovoljivo pojasniti, ne da bi si bilo treba pomagati z monopolom.

Neodvisno od P. Fowlerja je prišel do podobne razlage L. W. Alvarez. Tudi B. Price priznava, da je taka razlaga mogoča, a vseeno še vztraja pri svoji prvotni trditvi.

Teoretičnih posledic morebitnega odkritja prostega monopola še ni mogoče predvideti v celoti [13]. Obstoj prostih monopolov zaradi njihove velike lastne mase najbrž ne bi vplival na rezultate kvantne elektrodinamike, ki so zelo zanesljivo preverjeni z merjenji. Večina teoretičnih fizikov zadržano presoja možnost, da bi obstajali prosti monopoli. Med njimi je celo P. A. M. Dirac, ki je vpeljal monopol [12]. Z večjo vnemo pa razglabljajo o vezanih monopolih in razpredajo Schwingerjevo zamisel [4], da so monopoli gradniki hadronov. Zelo močna elektromagnetna sila med monopolimi bi bila lahko osnova za razlago močne (jedrske) interakcije med hadroni.

Janez Strnad

LITERATURA

- [1] *Ali bi lahko obstajali delci, ki bi bili hitrejši kot svetloba?* Obzornik mat. fiz. **16** (1969) 108.
- [2] *Nekaj novic iz fizike visokih energij*, Obzornik mat. fiz. **11** (1964) 134; *Kvarki*, Obzornik mat. fiz. **12** (1965) 76.
- [3] *Magnetni naboji*, Obzornik mat. fiz. **11** (1964) 181.
- [4] *Monopoli, kvarki, dioni*, Obzornik mat. fiz. **17** (1970) 12.
- [5] *Iskanje tahionov*, Obzornik mat. fiz. **22** (1975) 21.
- [6] W. E. Hazen, B. R. Green, A. L. Hodson, J. R. Kass, *A Search for Precursors to Extensive Air Showers*, Nuclear Physics **B96** (1975) 401.
- [7] M. H. Israel, P. B. Price, C. J. Waddington, *Ultraheavy Cosmic Rays*, Physics Today **28** (1975) 23 (5).
- [8] P. B. Price, R. L. Fleischer, D. D. Peterson, C. O'Ceallaigh, D. O. Sullivan, A. Thompson, *Identification of Energetic Particles with Dielectric Track Detectors*, Phys. Rev. **164** (1967) 1618.
- [9] P. B. Price, R. L. Fleischer, D. D. Peterson, C. O'Ceallaigh, D. O. Sullivan, A. Thompson, *High-Resolution Study of Low-Energy Heavy Cosmic Rays with Lexan Track Detectors*, Phys. Rev. Letters **21** (1968) 630.
- [10] E. K. Shirk, P. B. Price, E. J. Kobetich, W. Z. Osborne, L. S. Pinsky, R. D. Eandi, R. B. Rushing, *Charge and Energy Spectra of Trans-Iron Cosmic Rays*, Phys. Rev. D **7** (1973) 3220.
- [11] P. B. Price, E. K. Shirk, W. Z. Osborne, L. S. Pinsky, *Evidence for Detection of a Moving Magnetic Monopole*, Phys. Rev. Letters **35** (1975) 487.
- [12] *A Magnet with a Single Pole!* New Scientist **67** (1975) 412; *The Sceptics hit out at Monopole Claim*, New Scientist **67** (1975) 631; *Mixed Reception for Magnetic Monopole Announcement*, Phys. Today **28** (1975) 17 (10); *The Magnetic Monopole*, Scientific American **233** (1975) 52 (2).
- [13] A. O. Barut, *Die Physik der magnetischen Monopole*, Phys. Blätter **31** (1975) 352.
- [14] M. F. Friedlander, *Comments on the Reported Observation of a monopole*, Phys. Rev. Letters **35** (1975) 1167.
- [15] E. V. Hungerford, *Comment on the Observation of a Moving Magnetic Monopole*, Phys. Rev. Letters **35** (1975) 1303.

OCJENJIVANJE ZNANJA UČENIKA

Uvod

Danas je svakom dobronamjernom, ako je dovoljno informiran, jasno, da školstvo i pedagogija proživljuju veoma tešku krizu. S jedne strane živimo u doba znanstveno-tehničko-tehnološke-revolucije, nezadržive ekspanzije obrazovanja i školstva, temeljitog mijenjanja sistema vrijednosti i eksplozije i neviđenog prodora masovnih sredstava informiranja, a s druge strane imamo pedagogiju, oblike i metode rada u obrazovanju nastale i verificirane u doba, kad je nauka bila privilegij duhovne elite, kad je tehnika bila na veoma niskoj razini u usporedbi s današnjom, kad je sistem vrijednosti bio sasvim drugačiji i kad još nije ni postojao pojam mas-medija, a gotovo jedini izvor informacija i znanja učenika bio nastavnik.

Ovaj konflikt između škole i života manifestira se i u obliku suprotnosti između sve značajnije i bitne uloge koju obrazovanje ima u modernom dinamičnom i zahuktalom životu s jedne strane, i mogućnosti klasične pedagogije i tradicionalnog školstva s druge strane.

Izlaz iz ove krizne situacije nije teško otkriti. Potrebna su znanstvena istraživanja suvremene pedagoške stvarnosti, prilagođavanje načina organiziranja i metoda nastave suvremenim uvjetima, redefiniranje svrhe, pojma i načina učenja danas i stvaranje sve povoljnijih uvjeta i efikasnijih načina širenja obrazovanja u vertikali: na sve mlađe i sve starije generacije, i u horizontali: na što veći dio svake generacije.

Ogroman, težak, odgovoran ali i zanimljiv posao! U moru važnih i urgentnih problema koje nameće njegova realizacija, problem ocjenjivanja znanja učenika objektivno bi trebao biti negdje na periferiji. Međutim, mnoge zablude i deformacije tradicionalne škole i tradicionalnog odgoja koje smo naslijedili, stavile su ga u prvi plan.

Poznato je da je matematika bauk za veliki dio učenika. A ne bi to trebala biti! Nasuprot! Brojna istraživanja pokazala su da je matematika djeci i mladima — pa i odraslima — najbliži i najdraži nastavni predmet, — ako ih se u tu nauku uvodi na način koji odgovara naravi matematike i mentalnoj strukturi učenika. Teorijski, stvar je veoma jednostavna. Matematika je igra, a tko ne voli igru?! Naročito djeca i mladi. I više! Matematika je apstraktna i maštovita igra. A pogledajmo dječju igru, dok je spontana, dok nije sputana i ukalupljena! Sušta mašta i apstrakcija!

Da je matematika bliska čovjeku, dokaz su i silne primjene te nauke koje se neodoljivo proširuju na sva nova i nova područja. Zar bi to bilo moguće kad matematika ne bi bila prilagođena s jedne strane mentalnoj strukturi čovjeka i s druge strane strukturi svijeta u kojem on živi? Zar bi bilo moguće da čovjek stvori tako moćan i efikasan aparat kojim on proučava, svladava i mijenja stvarnost kad bi taj aparat bio suprotan njegovu mentalitetu i strukturi te stvarnosti?

Prema tome, razlozi straha pred matematikom nisu ni u biti matematike niti u mentalnoj strukturi čovjeka. No, ako razlog činjenici, da je matematika postala bauk, nije u samoj matematici ni u mentalitetu čovjeka, onda može biti jedino u neadekvatnoj nastavi koja ne vodi dovoljno računa ni o biti matematike ni o mentalitetu učenika.

Glavni su razlozi odbojnosti i slabog uspjeha nastave matematike:

- neefikasnost pedagoških postupaka, nastavnih metoda i organizacije nastave,
- neadekvatan sistem kontrole usvajanja matematičkih znanja,
- neprikladan — i u biti nehuman i nelogičan — sistem vrednovanja stečenog znanja.

Kakva pedagogija matematici

Igru možemo naučiti samo igrajući tu igru. Ta činjenica sasvim izbacuje iz upotrebe predavanja *ex cathedra* i verbalno reproduciranje memoriranog gradiva za ocjenu. Učenik mora sam raditi i graditi svoju matematiku. Nastavnik mu samo u tome pruža stručnu pomoć. Dok učimo igrati, moramo griješiti. No na pogreškama se najbolje uči. To je stara mudrost. Stoga je najefikasnije učenje matematike — učenje na pogreškama.

No u razredu ima mnogo učenika, i svaki ima svoju individualnost. Svaki drugačije doživljuje, shvaća i svladava matematiku. Svaki čini drugačije pogreške i stječe drugačije iskustvo. Stoga je frontalni rad krajnje neefikasan. Nužno moramo podešavati nastavne i pedagoške postupke prema učenicima koje i kakve imamo u razredu. Nužna je diferencirana nastava.

No kako sve to ostvariti? Pedagogija matematike je riješila taj problem. »U nastavi ja važnije matematizirati nego aksiomatizirati« ([1], str. 14). Stoga nam pedagogija matematike nudi pedagogiju (problemskih) situacija. Primjenjujući pedagogiju situacija, učenika stavljamo u situacije da što samostalnije rješava matematičke probleme i da rješavajući ih spoznanje i svladava matematiku, stječući uvijek nova iskustva i znanja. Postupno, korak po korak, uzastopnim i progresivnim matematizacijama [2], krči on tako svoj put kroz tu nauku i njezine primjene.

Uloga povratne informacije

Nastava je upravljanje procesom svladavanja matematike sa strane učenika. Efikasnog upravljanja nema bez povratne informacije. Stoga je dobivanje dovoljne količine dovoljno vjerne povratne informacije u nastavi od prvorazredne važnosti. Povratna informacija u nastavi služi svrhovitom organiziranju i efikasnom izvođenju nastavnog procesa. Od nje zavisi kvaliteta i efikasnost nastave.

Nažalost, u tradicionalnoj nastavi, nastavnik predaje, radi frontalno i u toku izvođenja nastavnog procesa dobiva premalo povratne informacije, a i ono malo što je dobiva, ne iskorištava u svrhu podizanja kvalitete nastave. On je koristi jedino u svrhu ocenjivanja.

Način kako tradicionalni nastavnik dobiva povratnu informaciju i svrha koju joj namjenjuje — iz razloga koje ćemo kasnije analizirati — dovode do toga da je ona krajnje nepotpuna, štura i iskrivljena. Takva, ne može služiti svojoj svrsi, i — debakl nastave je osiguran.

U suvremenoj nastavi povratna informacija služi da bismo u svakom momentu znali gdje smo i na čemu dalje gradimo, služi za otkrivanje pogrešaka kako bismo pomogli učenicima da ih ubuduće izbjegnu, a ako ih ipak učine, kako će ih ispraviti i na njima što više naučiti. Ona nam služi kako bismo što uspješnije diferencirali i individualizirali nastavu i tako je maksimalno prilagodili situaciji u razredu. Bez povratne informacije ne možemo aktivirati učenike u nastavnom procesu. Umjesto da bude samo sredstvo ocenjivanja, povratna informacija mora biti sastavni dio procesa učenja.

Ocjenjivanje

U našoj školskoj praksi, praktički se svako ispitivanje — kako nazivamo dobivanje povratne informacije — koristi za ocenjivanje. To je neopravdano i štetno. Kao što smo već istakli, povratna informacija ima širi i dublji značaj za cjelokupnu nastavu i učenje matematike. Mogli bismo se slikovito izraziti ovako: povratna informacija igra jednu od glavnih uloga u procesu nastave i učenja, dok ocenjivanje ima samo epizodnu ulogu.

Ocjenjivanje u tradicionalnoj nastavi ima dvojaku funkciju: pedagošku i društvenu.

Pedagoška se uloga ocenjivanja svodi na to da se učenika podstakne ili prisili da uči, što se u svakidašnjoj praksi svodi gotovo isključivo na prisilu.

Društvena se uloga ocjenjivanja svodi na to da ocjena daje ili uskraćuje određena građanska prava od kojih su najvažnija: pravo na daljnje školovanje i pravo vršenja određenih zvanja, zanimanja i poslova.

Budući da povratna informacija sama po sebi nema društvenopravnog značenja, preostaje nam da povezanost povratne informacije i ocjenjivanja pokušamo staviti pod lupu njihovih pedagoških funkcija. Povratna informacija je sredstvo što bolje i uspješnije organizacije nastavnog procesa. Ona dakle ima metodsko i tehnološko značenje, dok se funkcija ocjenjivanja u svojem pedagoškom aspektu iscrpljuje u psihološkom djelovanju na učenika koje se u pravilu *svodi na prisilu*. Odatle paradoks: autohtona povratna informacija i ocjena i u pedagoškoj domeni stoje u suprotnosti, jer se povratna informacija u svojoj metodološkoj i tehnološkoj funkciji ne smije podvrgnuti nikakvoj prisili. Prisila naime djeluje inhibitorno i uzrokuje smanjenje i deformacije povratne informacije.

Stoga se *ne smije* svako ispitivanje završiti ocjenjivanjem, niti se dobivanje povratne informacije smije reducirati jedino za potrebe ocjenjivanja.

Je li ocjenjivanje nužno?

Iz škole bi bilo nužno izbaciti svaki oblik prisile i nasilja. (Krajnje je vrijeme da se to i učini!) Ne može se nasilno odgojiti slobodan, aktivan i inicijativan čovjek. Kad je čovjek pod prisilom, on je manipuliran i nije sposoban za slobodno zaključivanje i rasuđivanje. Stoga od ocjene kao sredstva prisile nema nikakve koristi. Ali ima štete, jer nasilje inhibitorno djeluje i u odgojnom i u obrazovnom pogledu, a dovodi i do karakternih deformacija. Stoga treba ukinuti ocjenjivanje kao sredstvo da učenika prisilimo na učenje.

Koliko sistem školskog ocjenjivanja deformira ljudsku psihi, pokazuje iskustvo da svaki zahtjev za ukidanje ocjena izaziva čuđenje i tvrdnju: pa onda učenici ne bi uopće učili, ili — kako je rekla jedna studentica: »Pa onda bi nastao kaos u školama«.

Dakako, učenik *mora* raditi, on mora učiti. Ali, to se ionako — osim djelomično i uvjetno — ne može postići prisilom, nego *adekvatnom organizacijom nastavnog procesa*.

Razred je radionica, a u radionici u kojoj je rad loše organiziran ne može se prisilom postići visoka produktivnost rada.

U frontalnom radu u razredu ne možemo aktivirati sve učenike jer od svih ne dobivamo povratnu informaciju. I onda pribjegavamo prisili u obliku straha od ocjene. Na taj način doduše uspijevamo prisiliti učenike da mehanički uče za ocjenu i da si stvaraju taktiku i strategiju kako da dođu do što boljih ocjena verbalnim »odgovaranjem«. Javlja se učenje za ocjenu i kampanjština. Mi se doduše borimo protiv toga, ali riječima, a djelom to potpomažemo. Zar bi bilo inteligentno od učenika kad se ne bi borio svim sredstvima za ocjenu, kad je ona jedino mjerilo i konačna presuda? I zar nije njegovo legalno i moralno pravo da se za sebe bori svim sredstvima koja mu škola stavlja na raspolaganje i koje društvo priznaje ili bar tolerira?

Sistem ocjenjivanja kakav imamo vodi i do dvoličnjaštva, podilaženja, laži, varanja i drugih karakternih i moralnih deformacija. To je zakonita posljedica ovakve školske prakse u kojoj se suprotstavljaju riječi i djela, službeni moral i stvarna praksa: propovijedamo riječima učenicima da treba učiti trajno i zbog znanja, a stvarno organiziramo nastavu tako da učenik mora učiti kampanjski i za ocjenu.

Ako škola ne bi imala drugog izlaza, to bi bila njezina potpuna nemoć i propast. Jedini efektivni izlaz iz te situacije jesu: napuštanje ocjena kao sredstva prisile i dobra organizacija nastave (aktivno učenje, pedagogija (problemskih) situacija, diferencirana nastava, timsko učenje, individualizacija nastave, primjena suvremene tehnike (audiovizuelne, elektronske, kibernetičke, kompjuterske i sl.) itd.). Kao što vidimo, broj mogućnosti je impozantan.

Ocjena ni kao sredstvo podsticanja nije stvarno efikasna. Ona odgaja štrebere i ulizice, pogoduje bujanju egoizma i elitizma, stvara svaštare koji nastoje da u svemu budu prvi i uzorni, no zbog toga ni u čemu ne mogu biti duboki, temeljiti i stvarno uspješni, ali će nastojati svaki uspjeh što skuplje prodati.

Dakle, ocjenu i kao sredstvo poticaja treba ukloniti iz škole. Najveći je stimulans učniku kad on stvarno dođe do *svojeg* rezultata i kad ustanovi da je njegov rezultat matematički *valjan*, što u krajnjoj liniji znači da ga društvo priznaje.

Podvucimo: ocjena *nije* objektivno mjerilo uspjeha, jer učenik valorizira svoje znanje kroz ocjenu, a ne kroz *istinske* vrijednosti rezultata koje je osobno postigao.

Sve u svemu, u školi u kojoj se stvarno radi, u kojoj je učenik zaista aktivan i inicijativan, ocjena ne samo da nije potrebna nego je i štetna.

Konačno, naglasimo da je sistem ocjenjivanja znak nepovjerenja ne samo prema učeniku nego i prema nastavniku čiji se rad veoma često — čak i službeno — valorizira kroz ocjene njegovih učenika. Samo, tu je učenik u nepovoljnijem položaju. Čak ako je njegov neuspjeh ili slab uspjeh rezultat loše nastave i pogrešne pedagogije, on to ne može dokazati, a sam snosi posljedice. On je zbilja ružno manipuliran. Nastavnik je tu u prednosti jer on ipak ima mogućnost odlučivanja i manipuliranja: mijenjanja kriterija, namještanja ocjena, davanja fiktivnih ocjena i sl. Ali ni on to ne čini iz vlastitog zadovoljstva. Ako to čini, on to čini da bi izbjegao razne posljedice za koje nije on kriv, nego sistem. I on je dakle manipuliran!

Ipak, mi znamo da ljudi nisu uvijek razložni. Usprkos zdravoj pameti i svim argumentima, svijesni smo da će se sistem ocjenjivanja i dalje uporno održavati — dok ga vrijeme ne pregazi. No, ne valja pasivno čekati da se to dogodi. Treba sve učiniti da postojeći sistem ocjenjivanja poboljšamo tako da uklonimo što više njegovih negativnosti i pokušamo ih zamijeniti s dobrim mogućnostima koje on pruža ali u praksi još uvijek ostaju neiskorištene.

Bit problema ocjenjivanja

Pokušajmo odgovoriti na pitanje: što je ocjena?

Po prvobitnoj svojoj namjeni, ocjena bi morala biti mjera učenikova znanja. No za mjerenje je potrebno:

- definirati veličinu koja se mjeri i jedinicu mjere;
- konstruirati dovoljno osjetljiv mjeraći instrumentarij;
- mjeriti dovoljno precizno i rukovati mjernim instrumentom tako da se maksimalno izbjegavaju grube i sistematske greške, a u slučajevima kada se one ipak pojave, osigurati da će biti otkrivene i eliminirane.

Da bismo definirali jedinicu mjerenja, moramo dobro odrediti veličinu koju mjerimo. No koju veličinu mjerimo kad ocjenjujemo učenika? Ako je to znanje učenika, onda je stvar u redu. No u pedagoškoj i nastavnoj praksi veoma se često postavlja zahtjev da pri ocjenjivanju učenika nastavnik uzme u obzir i njegovo zalaganje, marljivost, uvjete u kojima živi i radi, i štošta drugo. No možemo li — i inače — zamisliti slučaj da istom jedinicom mjerimo dvije ili više raznorodnih veličina? Svakako — ne!

Može li mi se prigovoriti da se tu ne radi o mjerenju fizičkih veličina? Takav prigovor otpada jer to važi i za psihološka i sociološka mjerenja. Svakiput se mora dobro odrediti veličina, konstruirati odgovarajući instrumentarij itd. Budući da često pedagozi, direktori, inspektori i drugi odgovorni faktori postavljaju zahtjev da se osim znanja uzimaju u obzir i razne sposobnosti, odnos prema radu pa i uvjeti u kojima učenik uči i živi, onda se *eo ipso* negira princip da je ocjenjivanje mjerenje znanja. Pa što je onda? Nitko ne može odgovoriti na to pitanje, ali je svakome jasno da takav pristup problemu ocjenjivanja — htjeli mi ili ne — implicira legalizaciju unošenja subjektivnosti ocjenjivača kao bitnog faktora

u procesu donošenja ocjene. Time se automatski isključuje princip objektivnosti i pravednosti ocjene. Stoga takav pristup ocjenjivanju moramo odbaciti. Preostaje kao zaključak, da ocjenjivanje mora biti mjerenje. A to pak znači, da ocjena iz matematike mora i smije biti samo mjera znanja. I ništa više!

Na ovo se mnogi bune. Oni kažu, na primjer, da prema učeniku koji živi i uči u teškim uvjetima treba biti blaži, a prema nekome tko s lakoćom postiže rezultate — pogotovo ako je prepotentan i nekritičan prema sebi — da treba biti stroži. Kakve li zablude?! Ako učeniku koji teško živi, socijalno je ugrožen i sl., progledavamo kroz prste, njegov će položaj stvarno postajati sve teži, jer će ga to kad-tad dovesti u bezizglednu situaciju da ne može zadovoljiti zahtjevima škole i života, a tada je u pravilu već kasno. Ako hoćemo biti humani — što i moramo biti — onda moramo učeniku olakšati uvjete u kojima živi i radi ako možemo i posvetiti mu više pažnje u nastavi i pomoći u učenju što uvijek možemo. A što se tiče valorizacije njegova uspjeha i rezultata rada, najviše ćemo mu pomoći ako budemo objektivni.

A kad se radi o onima koji lako uče, pa se dovoljno ne trude i zalažu — pogotovo ako su nekritični i prepotentni — najbolji je lijek stavljati ih pred sve teže i teže zadatke i probleme — i objektivno valorizirati postignute rezultate.

Dakle, zdrava pamet i istinski osjećaj humanosti nalažu nam da u nastavi matematike ocjenjujemo jedino znanje učenika, a sve drugo treba prepustiti ispravnom, humanom i intenzivnijem odgoju te boljim pedagoškim i metodskim postupcima.

Prihvaćanjem koncepcije da je ocjenjivanje mjerenje, našli smo se u situaciji da definiramo jedinicu mjere. No tu se javljaju novi problemi. Bilo je pokušaja da se utvrdi skala znanja, ali su ti pokušaji bili u tolikoj mjeri neuspjeli da su — napušteni! Načelno je nemoguće odrediti jedinicu znanja matematike. Dakle, ne možemo mjeriti znanje kao na primjer neku fizičku veličinu. No naša dosadašnja analiza procesa ocjenjivanja i pojma ocjene nije bila uzaludna. Ona je pokazala da se radi o *valorizaciji znanja matematike* — i jedino *znanja*, ali ta valorizacija nije jednostavno mjerenje.

Da bismo shvatili pojam ocjene, načinimo jednu komparativnu analizu. Poznato je da u Francuskoj postoji sistem ocjena od 0 do 20, a u nekim slučajevima od 0 do 10. Manje je poznato, ali je važnije i bitnije, da se tu radi o istom sistemu! Naime, pogrešno je ako mislimo da su to dva sistema: jedan s 21 ocjenom (0,1, ..., 20) i drugi s 11 ocjena (0,1, ..., 10). Ocjene naime nisu brojevi: 0, 1, 2, ..., nego 0/20, 1/20, ..., 20/20, odnosno: 0/10, 1/10, ..., 10/10, samo se nazivnik svakiput ne ispisuje odnosno iskazuje, ali se uvijek podrazumijeva. Da je to isti sistem vidi se po tome što se u oba slučaja radi o preslikavanju znanja učenika u segment $[0, 1]$, pa je sporedno je li nazivnik 20 ili 10 ili neki treći. I naš sistem ocjenjivanja bi se podudarao s opisanim kad bi nam ocjene bile: 0/5, 1/5, ..., 5/5, jer tada bismo znanje učenika preslikavali u segment $[0, 1]$, a ne na skup $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Razlika je bitna! Preslikavanje u segment $[0, 1]$ bazira se na određivanju *dijela* nastavnog gradiva koje je učenik svladao, dok se preslikavanje na skup $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ bazira na globalnoj procjeni učenikova znanja.

No samo preslikavanje u segment $[0, 1]$ još ne jamči vjerodostojnost ocjene. U našoj školskoj praksi ocjenu često dajemo na temelju ispitivanja *dijela* gradiva koji je najčešće veoma malen, a ocjena se tretira kao pokazatelj o tome kako je učenik uopće svladao gradivo. To mu dođe kao procjena znanja na temelju *uzorka* gradiva. Ali onda bi uzorak *morao* biti reprezentativan, što u svakidašnjoj praksi nije ni približno. Stoga je ocjena u našem sistemu svojevrsan *nonsens*. Tim više, što je nepobitna činjenica da u procesu takvog ocjenjivanja slučaj igra važnu — a nerijetko — i bitnu ulogu, pa — kao što rezoniraju učenici — tko ima više sreće, može i s manje rada i znanja dobiti bolju ocjenu.

Može li takva ocjena uopće biti objektivna i realna, adekvatna onome što bi trebala izražavati?

Možemo li objektivno mjeriti znanje učenika?

Nijedan uzorak ne može dobro reprezentirati gradivo, ako hoćemo ispitati stvarno znanje učenika. Naime, učenik može jedno gradivo dobro znati, a drugo ne. On može u času ispitivanja jedno gradivo dobro znati ili ne znati, a da već sutra situacija bude bitno izmijenjena. A često se događa da uslijed straha i drugih smetnji učenik ne pokaže svoje stvarno znanje. Prema tome, valjanost ocjene zavisi od izbora gradiva i časa u kojem se vrši ispitivanje. Takva je ocjena dakle veoma nesigurna i njezina je valjanost ograničena na kratki vremenski interval. A s time se ne možemo i *ne smijemo* zadovoljiti.

Jedini izlaz iz ove neugodne situacije jest eventualna mogućnost da svakog učenika ispitamo svo gradivo. U tom će se slučaju ocjenjivanje približati mjerenju. Naime, ispitavši svo gradivo, dobit ćemo informaciju koliko i koji dio te cjeline je svaki učenik svladao, a to bi se možda moglo izraziti ocjenom.

Da bismo dakle mogli nastaviti našu analizu pojma »ocjena«, moramo odgovoriti na pitanje: možemo li svakog učenika ispitati svo gradivo?

Dva su načina kako ispitujemo učenika: pismeni i usmeni.

Usmeno možemo ispitivati učenike samo sukcesivno, jednoga za drugim. Ako bismo dakle htjeli usmeno ispitati sve učenike svo gradivo, očitno bismo trebali toliko vremena s kolikim ni izdaleka ne raspolažemo. Zaključak je jasan:

Na temelju usmenog ispitivanja uopće ne smijemo ocjenjivati učenike.

Upravo je zastrašujuće da se — ne baš rijetko — na nastavnike vrši pritisak da usmeno ispituju učenike za ocjenu. Situacija je to teža, ako to zahtijevaju pedagozi i psiholozi škola, direktori i savjetnici, odnosno prosvjetno-pedagoške službe.

Veoma je razširena *zabluda* da usmenim ispitivanjem negujemo usmeno izražavanje učenika. Učenik je za vrijeme ispitivanja u posebnoj psihičkoj situaciji i njegova je pažnja usmjerena u drugom pravcu i koncentrirana na druge stvari, a da bi pritom smogao prisebnosti, vremena, energije i koncentracije na usmeno izražavanje. Tim više što pri usmenom ispitivanju često učenike prekidamo, sami odgovaramo i pokazujemo znake nestrpljivosti i nervoze, što se prenosi i na učenika. S druge strane, usmeno izražavanje imamo prilike i moramo njegovati u tijeku čitavog nastavnog procesa. U diferenciranoj i individualiziranoj nastavi imamo za to više prilike i vremena nego u frontalnoj.

Budući da se na temelju usmenog ispitivanja ne smije ocjenjivati, preostaje odlučujuće pitanje: možemo li pismenim putem sve učenike ispitati svo gradivo?

Odgovor na ovo pitanje je potvrđan, jer:

1. Učenike ispitujemo simultano, pa je na primjer 1 sat pismenog ispitivanja u razredu od 35 učenika u stvari jednak 35 sati ispitivanja. Ekvivalent za to pri usmenom ispitivanju — kad bi takav i postojao — bio bi svakako znatno veći od 35 sati.

2. Pismenim ispitivanjem stvaramo dokumentaciju koja nam omogućuje da ispitivanja pojedinih dijelova gradiva možemo tretirati organskim dijelovima ispitivanja sveukupnog gradiva. Drugim riječima, pismenim se ispitivanjem može sve učenike ispitati svo gradivo s time, da ispitivanja pojedinih dijelova rasporedimo tokom čitave školske godine, što je dakako velika prednost i za učenika kojeg na taj način ravnomjerno opterećujemo u toku školske godine i time sprečavamo pojavu kampanjštine.

Ipak, ovdje je nužna jedna napomena koja je od bitne važnosti: pri izvođenju opće ocjene na osnovi pismenog ispitivanja učenika po dijelovima u toku čitave školske godine *ne smije* se uzeti u obzir *neznanje* koje je učenik pokazao u toku školske godine. Nasuprot, treba uvažiti sve njegovo *znanje*. Ako učenik prilikom jednog ispitivanja nešto ne zna ali pri kasnijem ispitivanju pokaže da je to naučio, to mu se ubraja u znanje, a neuspjeh pri prvom ispitivanju mu se briše. Izvođenje konačne ocjene kao aritmetičke sredine pojedinih

načnih ocjena nedopustivo je jer je neadekvatno i nepravedno, budući da u toku nastave učenik normalno napreduje, pa nove ocjene imaju veću vrijednost nego prethodne. Stoga pri svakom ispitivanju treba zadati i pitanja iz starog gradiva tako da učenici imaju prilike pokazati da su to nakadno naučili i da tako poprave svoj ukupni score. Tako nastavnici neće loviti neznanje učenika da bi ga »utopili« ili ga prisilili da uči, nego će skupljati informacije o njegovu znanju kako bi dobio što objektivniju ocjenu i nudili mu prilike da poboljšava svoj uspjeh što će mu učenje učiniti ugodnijim i privlačnijim.

Nedostojno je nastavnika i čovjeka da uživa i izživljava se u davanju slabih ocjena učenicima. To je u isti mah sadizam i mazohizam. Ovo drugo zato što je neuspjeh učenika i nastavnikov neuspjeh. (U zdravoj pedagogiji i više nastavnikov nego učenikov.) Dobar i savjestan nastavnik će pokazati (ne riječima već djelom!) da se raduje učenikovu uspjehu i neće žaliti truda da učenik što bolje uspije, a onda će i taj uspjeh objektivno i pravedno ocijeniti. Tko nema ljudskog razumijevanja za učenike neka napusti školu i neka se bavi nečim drugim!

3. Nužan uvjet objektivnog ocjenjivanja jest *primjena sistema bodova* kojim se eliminira subjektivnost nastavnika.

Pri usmenom ispitivanju praktički ne možemo primijeniti sistem bodova, dok je pri pismenom ispitivanju ne samo moguće, nego bodovanje pismenog rada olakšava i ubrzava proces njegova pregledanja i ocjenjivanja.

Pri pismenom ispitivanju uz primjenu sistema bodova učenik ima dojam da ga ne ocjenjuje nastavnik nego da se ocjenjuje sam, što je u stvari i istina i što djeluje vrlo odgojno.

Jedini logički ispravan i ljudski pošten zaključak je ovaj:

Učenika uopće ne možemo — i zato ne smijemo — ocijeniti na temelju usmenog ispitivanja;

Učenika možemo (iako to u dobroj pedagogiji i svrhovitoj organizaciji nastave nije nužno!) pismeno ispitati da bismo mu na temelju tog ispitivanja dali objektivnu ocjenu.

Nekoristnost i štetnost usmenog i ostale prednosti pismenog ispitivanja za ocjenu

Pri pismenom ispitivanju učenik je u pedagoški i psihološki neusporedivo boljoj situaciji nego pri usmenom ispitivanju. Nitko ne remeti tok njegovih misli, on može pokušati riješiti zadatak na razne načine, ispraviti pogreške, ukloniti njihove tragove i vratiti se i više puta na mjesto gdje zapinje, raspolaže slobodno i nesmetano svojim vremenom, može verificirati svoje odgovore prije nego dođu do nastavnika itd. Osim toga, otpada trema pred javnim nastupom, pred opasnošću blamaže ne samo pred nastavnikom nego i pred razredom.

Sasvim je drugačija situacija pri usmenom ispitivanju. Budući da su nastavnici prisiljeni »proizvoditi« mnogobrojne ocjene, to im oduzima mnogo vremena i smanjuje efikasnost i uspješnost nastave. Budući da u takvoj situaciji učenici nisu stimulirani za istinski rad, oni špekuliraju kako bi ipak došli do što bolje ocjene. Budući pak da u takvoj situaciji rezultati ne mogu biti osobito vrijedni, nastavnici se služe prisilom: oni love pogreške i neznanje učenika da bi ih niskim ocjenama prisilili na rad. U učenika se javlja strah od ocjene, nastavnika i škole. Oni kriju svoje pogreške i neznanje. No u takvoj situaciji se ne može u nastavi primijeniti učenje na pogreškama koje je najefikasniji način učenja. Učenici ne stječu vlastita iskustva u svladavanju matematike, što sigurno smanjuje rezultat učenja. To gura nastavnike u još veću prisilu, a učenike u još veći strah. Svi se vrte u začaranom krugu. Neminovni izlaz iz te situacije sastoji se u redukciji učenja na formalno i verbalno memoriranje gradiva što je nastavnicima dovoljno da ipak nekako ocjenama »naslikaju« svoj razred.

Poznato je koliko zbog takve prakse izgubimo vremena na izvlačenje učenika pred ploču i navlačenjem boljih ocjena usmenim ispitivanjem pred pločom. Kakve li nesnosne

situacije, u kojoj je jedan učenik preplašen i toliko dekoncentriran da gotovo ne zna ni kako se zove, ostali dio razreda krajnje pasivan i nezainteresiran (osim da možda nekako pokuša pomoći nesretniku pred pločom) i nastavnika koji ili ne prikriva svoju nervozu i ljutnju ili se muči i napreže da ih ne pokaže!

Koliko dragocjenog vremena i napora koje bismo *mogli i morali* iskoristiti za koristan rad!

Generalno možemo reći da su prednosti pismenog ocjenjivanja:

1. Pismenim ocjenjivanjem možemo dobiti dovoljno kvalitetne informacije da zaključimo objektivnu ocjenu;

2. Zahtijeva relativno malo vremena pa nam ostaje dragocjeno vrijeme za konstruktivan i plodonosan rad.

Najveći su nedostaci usmenog ocjenjivanja:

1. Ono ne može dati dovoljno informacija na temelju kojih bismo uopće mogli govoriti o objektivnoj ocjeni;

2. Oduzima užasno mnogo vremena koje bismo mogli upotrijebiti za koristan rad.

Ocjenjivanje kvantitete i kvalitete znanja

Naša je analiza pojma ocjene pokazala da na temelju pismenog ispitivanja i primjenom sistema bodova možemo ocjenom izraziti koji je dio cjelokupnog gradiva učenik svladao. Ipak, nismo još na kraju analize. Jer, učenjem svladavamo i količinu i kvalitetu znanja. Što se količine tiče, stvar je dosta jednostavna. Teži je problem ispitati kvalitetu znanja koju nije lako ni definirati. Svakako u kvalitetu ulazi razina znanja, način kako učenik povezuje i kombinira naučeno, kako uopćava i deducira, kako primjenjuje naučeno gradivo na rješavanje složenih i primijenjenih zadataka, kako to primjenjuje u samoj matematici a kako u ostalim naukama (školskim predmetima) i na rješavanju problema iz života i prakse, kako se služi izvorima informacija (udžbenikom, priručnikom i sl.) itd.

Srećom, primjenom sistema bodova možemo ocjenom vrednovati i kvantitetu i kvalitetu znanja. Samo svaku na svoj način.

Kvantitetu znanja ispitujemo (snimamo) na skupu zadataka koji mora zadovoljavati ovim uvjetima:

1. Skup zadataka mora pokrivati čitavo gradivo koje snimamo (ispitujemo);

2. Pojedini zadatak (pitanje) mora pokrivati što manju količinu znanja (kvant, element, atom, jedinicu znanja), na primjer pojedini pojam, definiciju, teorem, operaciju i sl. Važno je da se svaki zadatak može samostalno riješiti, tj., da ne zavisi od drugog gradiva. Ako naime učenik ne riješi zadatak koji obuhvaća 2 ili više jedinica, ne znamo koju od njih ne zna. Isto tako, ako gradivo A zavisi od gradiva B i učenik ne riješi zadatak, ne znamo što on ne zna: A ili B ili oboje.

Ovom zahtjevu ne možemo uvijek apsolutno zadovoljiti, ali treba načiniti najviše što se može.

3. Gradivo se ne smije ponavljati, jer se time povećava vrijeme rješavanja, traži suviše energije i smanjuje koncentracija. A i nema koristi od ponavljanja nego štete, jer ako učenik u jednom zadatku pokaže da zna neko gradivo, a u drugome ispadne da to ne zna, onda ne znamo, da li on to zna ili ne zna, tim više što mu ponavljanje istog gradiva omogućuje pogađanje ispravnog odgovora.

Inače, nema velike opasnosti od pogađanja rezultata. Naime, budući da pojedini zadaci pokrivaju što manje gradiva, a svi zadaci zajedno pokrivaju čitavo gradivo, broj zadataka u ovakvom skupu je relativno velik. Vjerojatnost, da će učenik pogoditi odgovor u nekom zadatku *i* u nekom drugom itd., jednaka je *produktu* vjerojatnosti da će pogoditi u svakom pojedinom od tih zadataka. A taj je produkt očitno zanemariv.

Ukoliko je broj postignutih bodova ispod minimuma (25—50%) možemo učeniku dati ocjenu nedovoljan. Važno je pri tom da učenik zna broj postignutih bodova i za što ih je dobio. Na taj način on zna u čemu je slabiji i na kojem gradivu treba još raditi. I, na čemu osobito inzistiram, treba mu dati prilike da nakon nekog vremena pokaže da li je nadoknadio svoje zaostatke. Ako ih je nadoknadio, ocjena nedovoljan se briše. Poštenje nalaže da se do kraja školske godine ne iscrpu takve prilike pa makar ih je učenik već koristio i da svaki neuspjeh i neznanje brišemo čim je učenik konačno materiju svladao.

Ako broj postignutih bodova nije manji od minimuma, učenik je postigao uvjet da dobije jednu od pozitivnih ocjena. No nikako ne smijemo samo na temelju snimanja kvantitete znanja dati neku od pozitivnih ocjena. Tek nakon ispitivanja kvalitete znanja učenika možemo pozitivno ocijeniti.

Sasvim drugačije snimamo (ispitujemo) kvalitetu znanja. U tradicionalnim školskim zadaćama zadaje se nekoliko »teških« ili bar »težih« zadataka približno iste razine (iste »težine«). Ocjena se pri tom daje na temelju toga *koliko* zadataka je učenik riješio odnosno koliko je bodova postigao. Dva su osnovna nedostatka takvog ispitivanja znanja:

1. Ispitivanje se opet svodi na ispitivanje količine a ne kvalitete znanja. Jedina je eventualna razlika prema ostalim ispitivanjima kvantitete, što se tu ona ispituje na višoj razini.

2. Drugi nedostatak izvire iz prvoga. Budući da se ispituje kvantiteta znanja na višoj razini, svi koji su ispod te razine automatski su osuđeni na neuspjeh i na slabu ocjenu. Stoga je gotovo pravilo da iz matematičkih školskih zadaća ima najviše nedovoljnih ocjena i mnogo dovoljnih, dok bi po normalnoj razdiobi trebao biti najveći broj učenika s ocjenom dobar, a najmanji s ocjenom nedovoljan.

Da bismo zaista ispitali kvalitetu znanja, trebamo zadati zadatke različitih težina. Među njima mora biti i tako lagan zadatak koji će riješiti i najslabiji učenik ako je stvarno učio prema svojim mogućnostima i tako težak zadatak da će zadati posla i razmišljanja i najboljem učeniku ali da ne prelazi njegove mogućnosti. Ostali zadaci trebaju pokrivati razine između ove dvije krajnje.

Naravno, težina zadatka je relativna te se mijenja od slučaja do slučaja. Zato se ona mora temeljiti na nastavnikovoj procjeni stanja u razredu koje on mora dobro poznavati. Pritom će se i najiskusnijem nastavniku dogoditi da pogrešno procijeni situaciju u razredu. Stoga, ako se rezultat ispitivanja značajno razlikuje od normalne distribucije ocjena, moraju se ocjene poništiti, s tim da se rezultati i pogreške razmotre i analiziraju u razredu i da se dogovori u kojem će se vremenu gradivo nadoknaditi. Nakon tog roka izvršit će se ponovno ispitivanje.

Zadaci za ispitivanje kvalitete znanja zadaju se u gradaciji od najlakšeg do najtežeg da bismo učenicima pomogli što racionalnije iskoristiti vrijeme i energiju i stvorili što povoljnije uvjete za koncentraciju pažnje i misli.

Učenici također unaprijed trebaju znati koliko bodova nosi pojedini zadatak i za što se daju pojedini bodovi. Na taj način, učenici u stvari sami sebe ocjenjuju što razvija kritičnost i samokritičnost.

Pri ispitivanju kvalitete (ali nikako i pri ispitivanju kvantitete!) učenici se trebaju služiti udžbenikom, priručnicima i sl., te pri ocjenjivanju treba uzeti u obzir kako se učenik vješto i uspješno služi izvorima informacija. Jer učenje nije puko memoriranje nego svladavanje umijeća i vještine rješavanja problema. Dakako, ne smijemo zadati zadatke koji se u izvorima mogu naći riješeni, niti takve, koji se od onih u izvorima razlikuju samo različitim oznakama, različitim numeričkim podacima i sl., nego na kojima učenik mora razmišljati, kombinirati, uopćavati itd. — i kad nađe nešto slično u izvorima kojima se služi.

Na ovom mjestu bismo analizirali neke česte nesporazume.

Kao što neki misle da usmenim ispitivanjem uvježbavamo i njegujemo usmeno izražavanje (što smo ranije pobili), tako ima i onih koji misle da je zadatak pismenog ispitivanja

uvježbavanje i njegovanje pismenog izražavanja. Stvarno, budući da pri pismenom ispitivanju učenik ima više vremena, a manje smetnji u radu, on se može više koncentrirati na izražavanje nego je to slučaj pri usmenom ispitivanju. Ipak, eventualne pravopisne, gramatičke, stilske i druge jezične greške i nedostaci ne smiju utjecati na ocjenu iz matematike. No u osvrtu na pismeni rad i njegovoj analizi u razredu, obavezno ćemo posvetiti pažnju i tim stvarima.

Drugi je nesporazum teže naravi. S obzirom na poslovično niske rezultate školskih zadaća iz matematike, često se to interpretira kao da je većini učenika pismeno izražavanje teže od usmenog, pa se onda to uzima kao argument protiv pismenog ispitivanja a u prilog usmenom. Međutim, neuspjesi školskih zadaća nisu uzrokovani teškoćom pismenog izražavanja, već činjenicom da su zadaci tempirani na približno isti nivo koji odgovara malom broju učenika i da se zadaci ne daju u gradaciji od najlakšeg do najtežeg.

Iako nužno, odvajanje ispitivanja kvantitete i kvalitete je umjetno. Mi ipak možemo prilikom istog pismenog ispitivanja ispitati oboje. Samo u tom slučaju moraju najprije doći (brojniji) zadaci kojima ispitujemo kvantitetu (u bilo kojem redoslijedu), a zatim (manje brojni) zadaci kojima ispitujemo kvalitetu (u gradaciji od najlakšeg do najtežeg).

Snimanje predznanja

Dobar i uspješan start na početku školske godine ne možemo zamisliti bez temeljitog snimanja učeničkog predznanja.

I u vezi s tim snimanjem ima nesporazuma. Ima naime nastavnika koji daju ocjene na temelju tog snimanja. Snimanje predznanja ne vrši se radi ocjenjivanja, nego radi toga da bismo znali na čemu i kako ćemo graditi matematiku u nastupajućoj školskoj godini. Niti su nam za to potrebne ocjene, niti imamo pravo ocjenjivati predznanje. Mi možemo ocijeniti samo ono učeničko znanje koje su oni stekli uz našu pomoć.

Zaključak

U nastavi u kojoj učenik individualno i timski aktivno osvaja i usvaja matematiku što samostalnijim rješavanjem odgovarajućih problema, u kojoj vodimo računa o mogućnostima i drugim osobinama konkretnih učenika i o konkretnim situacijama u razredu, u kojoj nastavnik uvijek ima dovoljno povratnih informacija da bi što racionalnije organizirao i intenzivirao nastavu, ocjenjivanje nije potrebno. Vrijeme koje trošimo na ocjenjivanje možemo mnogo efikasnije koristiti za konstruktivan rad, tim više što će učenik oslobođen straha pred ocjenom, koji nad njim visi kao Damoklov mač, bolje s nama surađivati, učeći na pogreškama koje ne treba pred nama kriti.

U nastavi u kojoj je ocjenjivanje propisano postoje mogućnosti da se ono učini pozitivnim faktorom dobre organizacije nastave. U tu svrhu u nastavi matematike nužno je:

- ukinuti svako ocjenjivanje na osnovi usmenog ispitivanja;
- pismeno ispitati svakog učenika svo gradivo;
- čuvati i koristiti dokumentaciju o rezultatima pismenog ispitivanja;
- ispitivati obavezno i kvantitetu i kvalitetu znanja;
- kvantitetu ispitivati na skupu zadataka koji pokriva čitavo gradivo s time da svaki zadatak obuhvati što manju količinu i da se ispitivano gradivo ne ponavlja;
- kvalitetu ispitivati na skupu zadataka različitih razina odnosno teškoća poredanih u gradaciji od najlakšeg do najtežeg;
- primijenjivati sistem bodova;
- davati učenicima uvijek nove prilike da poboljšaju svoj uspjeh s time da privremene i povremene neuspjehe ne ocjenjujemo nakon što ih je učenik prevladao.

Budući da uvijek ima skeptika, i još više da bismo stekli prva i osnovna iskustva, bilo bi veoma korisno organizirati dvije vrste eksperimenata:

— eksperimente kojima bismo istraživali primjenu diferencirane nastave i pedagogije problemskih situacija s time da u toku eksperimenta nema ocjenjivanja;

— eksperimente kojima bismo proučili poboljšanje nastave na način da učenike maksimalno aktiviramo i da ocjenjivanje vršimo prema principima izloženim u ovom članku.

Bi li Društvo matematičara, fizičara i astronoma Slovenije moglo biti pokretač takvih istraživanja? Osobno bih veoma rado aktivno i zdušno u njima sudjelovao.

Ignacije Smolec

REFERENCIJE

[1] J. Frenkel, *Géométrie pour l'élève-professeur*, Collection FORMATION DES ENSEIGNANTS, Actualités scientifiques et industrielles 1362, Paris, Hermann 1973.

[2] I. Smolec, *Mathématisations progressives et Applications de la Mathématique*, E. Galion: LA MATHEMATIQUE ET SES APPLICATIONS, Troisième séminaire international, Valloire 8 — 18 juillet 1972, CEDIC, Paris/Lyon.

K ČLANKU »OCJENJIVANJE ZNANJA UČENIKA« (I. SMOLCA)

Od 20. I. do 22. I. 1975 je bil v Zagrebu prvi simpozij o pouku matematike v srednjih šolah, ki so se ga udeležili tudi učitelji iz Slovenije. Delovni program simpozija je vseboval tudi temi Problem ocjenjivanja znanja učenika (N. Lukić) in Moderni nastavnik i oslobođenje učenika u nastavnom procesu (I. Smolec). Ker se s podobno problematiko slovenski seminarji iz matematike manj ukvarjajo in ker so bile zlasti v diskusiji ob prvi temi izražene nekatere zanimive misli, precej tuje naši učni praksi, smo naprosili prof. Smolca, naj svoj prispevek s simpozija objavi v Obzorniku za matematiko in fiziko. Profesor Smolec se je vabilu ljubeznivo odzval.

V svojem članku se avtor uvodoma odločno postavi na stališče, da je šolsko ocenjevanje ob sodobni organizaciji učnega procesa sploh nepotrebno, v nadaljevanju pa se, nekako v sili, opredeljuje ob dilemi: ustno ali pisno ocenjevanje v matematiki?

Preverjanje znanja, ki informira učitelja o tem, kako učenci obvladajo učno gradivo, je vsekakor pomembnejše od ocenjevanja; vendar imam ocenjevanje uspešnosti šolskega dela mladega človeka za neogibnega spremljevalca učno-vzgojnega procesa. Predvsem ima ocena v spričevalu družbeno veljavo, saj vpliva na nadaljnje šolanje učenca in lahko celo na zaposlitev. Ocenjevanje znanja pa se mi zdi pomembno tudi v sklopu učiteljevega dela v razredu. Idealno bi bilo seveda zgolj z usmerjanjem učenca v programiranem in diferenciranem pouku doseči njegovo maksimalno aktivnost in odgovornost. Ustrezen eksperiment bo slej ko prej potreben. Vendar: ko učitelj odkriva pomanjkljivosti in težave učencev v tako organiziranem pouku, s tem tudi ocenjuje. Ker nisem trdno prepričan o izključni škodljivosti ocenjevanja, mislim, da le ni kar za v staro šaro. Ocenjevanje ob preverjanju znanja učencev pomaga tudi učitelju pri analizi rezultatov njegovega dela. Seveda si mora učitelj prizadevati, da je ocenjevanje čimbolj točno. S to zahtevo pa se odpirajo vprašanja, na katera poskuša odgovoriti prof. Smolec v drugem delu svojega članka.

Šolska ocena bi bila točna, če bi bila odvisna le od znanja učenca. Žal je karakter ocenjevanja — merjenja znanja — tak, da se je težko izogniti subjektivnim vplivom. Od učitelja do učitelja se celo ob istih učnih načrtih menjajo kriteriji ocenjevanja. Na ocenjevanje vplivajo osebnostne lastnosti učiteljev, znan je vpliv tako imenovanega halo učinka, učitelj prilagaja kriterije ocenjevanja splošnemu nivoju razreda, učitelji bolj ali manj upoštevajo pri ocenjevanju znanja tudi druge elemente, kot so npr. socialne okoliščine, prizadevnost, delovne navade, in prav gotovo se učitelji razlikujejo tudi po sposobnosti ocenjevanja.

Kako torej ocenjevati točno in čimbolj objektivno? Za nekatere bo najbrž sporno mnenje avtorja članka, da je treba, če že moramo ocenjevati, povsem odpraviti ustno ocenjevanje (v matematiki). Čim več informacij namreč obstaja o posameznih učencih, tem večja je verjetnost, da bo končna ocena realno merilo njihovega znanja. Žal pa že preobširni učni programi onemogočajo tovrstno širino informacije. Strinjam se s prof. Smolcem, da je informacija, ki jo dobimo o znanju učenca z ustnim spraševanjem, manj kvalitetna od pisne. Od obeh tradicionalnih metod ocenjevanja pisno vrednotenje znanja nedvomno omogoča tudi večjo načrtnost. Mislim, da bi bilo treba običajno pisno preverjanje in ocenjevanje znanja dopolniti še z bolj objektivnimi, dovolj zanesljivimi in preizkušenimi testi znanja.

Ocenjevanje v šoli, od katerega se danes največkrat zahteva le javnost, to pa je samo oblika, bi moralo biti vsebinsko bogatejše. Tudi zato je prizadevanje prof. Smolca dobrodošlo.

Aleksander Cokan

NOVE KNJIGE

I. Bratko in V. Rajkovič, Uvod v računalništvo, Državna založba Slovenije, 1974, stran 265, cena 75 din

Knjiga je učbenik za uvodni tečaj računalništva, pisana po učnem načrtu, ki ga je izdelala Komisija za uvajanje pouka računalništva v srednje šole pri Zavodu za šolstvo SRS.

Vsebinsko je sestavljena iz dveh delov. V prvem nas avtorja poučita o osnovah zgradbe, delovanja in uporabe računalnikov, v drugem pa nas s pomočjo programskega jezika fortran vpeljeta v izdelavo napotkov za računalnike — programiranje. Prvi del zajema osnovne pojme o informacijah in njih predstavitvi, zgradbo računalnikov, koncept programa in njegovo odvijanje v računalniku, koncept programskega jezika ter prikaz možnosti in načinov uporabe računalnika na različnih področjih človekove dejavnosti. Poglavja v drugem delu sestavljajo osnovni kamni programskega jezika fortran: aritmetični izrazi in prireditveni stavki, vhodno-izhodni stavki, krmilni stavki in drugi. Razlaga slovničnih pravil se prepleta z nalogami, ki naj bralca pouče o uporabi posameznih stavkov.

Knjiga je v celoti pisana tekoče, popestrena z mnogo preudarno izbranimi skicami in slikami ter zelo lepo opremljena. Posamezna poglavja, vsaj v prvem delu, so toliko zaključene celote, da jih lahko brez bojazni preskočimo. Za vsakim poglavjem v knjigi najdemo vprašanja in naloge, s katerimi avtorja obnovita in osvetlita snov, razloženo na prejšnjih straneh.

Morda lahko, seveda bolj učnemu načrtu kot knjigi, rahlo očitamo nekaj vsebinskih slabosti. V poglavju o informaciji in njeni predstavitvi ima binarna predstavitev informacije, posebno nenumerične, premajhno težo. Zasledimo pa nekaj odstavkov, ki ne sodijo neposredno v Uvod. Morda najtehtnejša slabost pa je sam način poučevanja programiranja. Knjiga vse preveč megleno osvetljuje, kaj vse zajema programiranje, kakšne metode naj v programiranju uporabimo. Več bi lahko izvedeli o tem, kako tvorimo prvotni opis problema, kakšna vprašanja naj si pri tem zastavimo, kako nato opis razvijemo do njegove končne podobe — fortranskega programa. Povejmo še to, da to napako lahko očitamo skoraj vsem knjigam, ki govorijo o programiranju.

Knjiga nam bo v veliko pomoč pri poučevanju in učenju. Toplo jo priporočamo tudi tistim, ki jih zanimajo prva spoznanja v računalništvu, ne samo dijakom srednjih šol.

Jernej Kozak

VIII. ZVEZNO IN I. MEDNARODNO TEKMOVANJE ŠTUDENTOV MATEMATIKE, BEOGRAD, 4.—7. APRIL 1975

Ob tradicionalnem prazniku študentov beograjske univerze, 4. aprilu, so študentje Prirodoslovno-matematične fakultete tudi letos organizirali zvezno tekmovanje študentov matematike. Letos so prvič povabili kolege iz tujine, tako da je bilo tekmovanje tudi mednarodno.

Ljubljansko univerzo smo zastopali: prvoletnik *Darko Šifrer*, drugoletnik *Dušan Repovš* in tretjeletnik *Otmar Kugonič*. Prva dva sva morala tekmovali iz *Analize* in *Algebre*, ker je bilo to tudi obenem kvalifikacijsko tekmovanje za bližnjo balkaniado (Sofija, avgust 1975), *Otmar* pa je nameraval tekmovali iz *Verjetnostnega računa* in *Algebre*, vendar je zaradi zmešnjave s prijavi kasneje moral izbrati drugi področji: *Funkcionalno analizo* in *Diferencialne enačbe*. Vodil nas je asistent mag. *Peter Legiša*.

Slavnostna otvoritev in akademija v počastitev praznika je bila v petek, 4. 4. popoldne v novi dvorani pravkar dokončanega Doma študentov v Novem Beogradu. Po pozdravnih nagovorih so nam študentje, člani kulturnega društva, prikazali pesmi in plese jugoslovanskih narodov.

V soboto dopoldne smo reševali probleme. V štirih urah smo morali streti štiri trde orehe. Popoldne je komisija ocenila izdelke in zvečer je bila slavnostna proglasitev zmagovalcev.

I. nagrada: Grzegorz Andrzejczak, Łódź (Poljska), 2. letnik

II. nagrada: Tadić Marko, Zagreb, 3. letnik

Martinović Milan, Beograd, 3. letnik

Mladenović Pavle, Beograd, 1. letnik

Živaljević Rade, Beograd, 2. letnik

III. nagrada: Vrećica Siniša, Beograd, 2. letnik

Dobroslovački Rade, Novi Sad, 3. letnik

Banaszczyk Wojcisek, Łódź (Poljska), 2. letnik

Ljubljančani nagrade nismo dobili — še najbliže ji je bil *Dušan Repovš*, saj mu je do III. nagrade manjkalo le pet točk (vsaka naloga je štela 25 točk). Upoštevati je tudi treba izredno težavnost nalog za 1. in 2. letnik, ki so bile letos prilagojene propozicijam za balkaniado. Zato je bil rezultat povsod zelo nizek, močno je izstopal le gost iz *Poljske*, ki je *edini* osvojil vse možne točke (100). Glede na to niso izbrali ekipe, ki naj bi zastopala našo državo na balkaniadi, marveč so sklenili, da se bomo morali tekmovalci še enkrat pomeriti. Vsi tekmovalci smo dobili diplome in knjižna priznanja za udeležbo in vloženi trud.

Na koncu bi se rad v imenu ekipe zahvalil mag. *P. Legiši* za ves trud, ki ga je imel z nami.

Naloge za I. in II. letnik

1. Vsaka grupa z vsaj tremi elementi ima netrivialni avtomorfizem. Dokaži!

2. Vsaka funkcija $f: R \rightarrow R$ ima največ števno neskončno nezveznosti prve vrste. Dokaži!

3. Naj bo f neskončnokrat odvedljiva realna funkcija na intervalu $[0, 1]$. Naj bo $f(0) = 0$, $f^{(k)}(0) = 0$, $\forall k \in N$ in za vsak $x \in [0, 1]$ je $f^{(k)}(x) \geq 0$, $\forall k \in N$. Dokaži, da je za vsak $x \in [0, 1]$ $f(x) = 0$.

4. Naj bosta p in q polinoma nad obsegom realnih števil. Oba naj zavzameta celoštevilčne vrednosti v istih točkah. Dokaži, da od tod sledi ali $p - q = konst.$ ali $p + q = konst.$!

Diferencialne enačbe

1. Dokaži, da ima sistem:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= x^2 \sin t - \frac{1}{2y^2 + 3} + \sin^2 t \\ \frac{dy}{dt} &= y + \frac{1}{y^2 + 1} - x + \cos t\end{aligned}$$

vsaj eno periodično rešitev!

2. Dokaži, da enačbi:

$$\begin{aligned}y'' + (xe^{-x} + 1)y' + e^{-x}y &= 0 \\ y'' + e^xy' + xy &= 1\end{aligned}$$

nimata skupnih rešitev!

Topologija

1. Naj bo Q^∞ množica vseh točk $x = (x_1, x_2, \dots)$ iz l^2 , ki izpolnjujejo pogoj $0 \leq x_i \leq 2^{-i}$, ($i = 1, 2, \dots$) s topologijo, inducirano iz l^2 . Naj bo A podmnožica množice Q^∞ , sestavljena iz točk, ki izpolnjujejo tudi pogoj $|x_1 - 1/5| + |x_2 - 1/5| \geq 1/25$. Dokaži, da A ni retrakt Q^∞ .

2. Naj bo $A = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{Z} \text{ ali } y \in \mathbb{Z}\}$, $B_1 = \{(x, y) \mid x = 1/2, y \geq 1/2\}$, $B_2 = \{(x, y) \mid -1/2 \leq x \leq 1/2, y = 1/2\}$, $B_3 = \{(x, y) \mid x = -1/2, y \leq 1/2\}$. V množico $X = A \cup B_1 \cup B_2 \cup B_3$ vpeljemo topologijo, inducirano z $\mathbb{R}^2$. Dokaži, da ima vsak epimorfizem $h : X \rightarrow X$ nepremično točko!

Funkcionalna analiza (Analiza III)

1. Naj bo f nenegativna integrabilna funkcija na $[0, 1]$. Dokaži, da obstaja merljiva funkcija $\varphi(x)$, za katero velja: $\varphi(x)f(x)$ je integrabilna na $[0, 1]$ in $\lim_{x \rightarrow 0+} \varphi(x) = +\infty$.

2. Dokaži, da obstaja funkcija $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ z naslednjima lastnostma:

1° f je zvezna

2° za vsak $x \in (a, b)$ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$ bodisi ne obstaja bodisi je neskončna!

Algebra II

1. Naj bo K nekomutativen obseg s karakteristiko 0 in V vektorski prostor vseh homogenih polinomov $p \in K[x_1, x_2, \dots, x_n]$, za katere velja, da je $st(p)$ bodisi m bodisi 0, kjer je m dano naravno število. Za vsak $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in K^n$ naj bo L_x linearni funkcional na V , $L_x(p) = p(x)$, kjer je $p \in V$.

1° Dokaži, da obstaja k točk $a_1, a_2, \dots, a_k \in K^n$ takih, da funkcionali $L_{a_1}, \dots, L_{a_k}$ tvorijo bazo prostora V^* (dual k V -ju), brž ko je $\dim V = k$.

2° Dokaži, da moremo vsak polinom $p \in V$ predstaviti v obliki

$$p = \sum_{i=1}^k a_i p_i^m$$

kjer je p_i homogen polinom stopnje 1 za vsak $i = 1, 2, \dots, k$.

2. Naj bo p praštevilo in K/L Galoisova razširitev obsega L stopnje p^n ($n \geq 1$). Dokaži:

1° K vsebuje podobseg K_c , ki vsebuje L tako, da je K_c/L Galoisova razširitev stopnje p^{n-1} ;

2° K vsebuje natanko en podobseg $K_p \supset L$ tak, da je $K_p : L = p$ in da je K_p/L Galoisova razširitev.

Teorija analitičnih funkcij

1. Dokaži, da funkcije

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} z^{n!}$$

ne moremo analitično razširiti iz konvergenčnega območja.

2. Če je funkcija $f(z)$ analitična na disku $D = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq 1\}$ in zavzame realne vrednosti na $\partial D = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$, potem je f konstanta. Dokaži!

Geometrija

1. Dan je tetraeder $SABC$. Koti med robovi, ki se stikajo v vrhu S , naj bodo pravi. Dokaži, da iz enakosti: $SA = SB + SC$ sledi, da je vsota kotov med robovi, ki se stikajo v vrhu A , enaka 90° .

2. Dan je trikotnik ABC . Včrtajmo mu krog! Stranice BC naj se dotika v točki P , stranice CA pa v točki Q . Središče stranice AB označimo z M , središče BC pa z N . Dokaži, da se premice: $l(P, Q)$, $l(M, N)$ in simetrala notranjega kota pri oglišču A sekajo v isti točki!

Dodatek: Kvalifikacijsko tekmovanje za izbor ekipe PMF, Beograd

1. Naj bo p polinom in naj bo koeficient pri najvišji potenci pozitiven. Dokaži, da obstaja točka $x_0 \in \mathbb{R}$ taka, da je resnična trditev: $\forall x \in \mathbb{R}, x > x_0 \Rightarrow$ vsi odvodi funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, ki je definirana takole: $f: x \rightarrow \exp(x^2) \cdot p(x)$, so pozitivni.

2. Naj bo f strogo naraščajoča funkcija, def. na $\mathbb{R}$, omejena z obeh strani. Dokaži, da obstaja zvezna funkcija $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, taka, da je za vsak $x \in \mathbb{R}$ $g(f(x)) = x$.

3. Dokaži:

$$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots - \frac{x^{4n+2}}{(4n+2)!} \leq \cos x \leq 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + \frac{x^{4n}}{(4n)!}$$

4. Naj bo $f^*(x) \stackrel{\text{df}}{=} \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{f(x+2h) - f(x-h)}{3h}$, kjer je $f: \mathbb{R} \rightarrow \bar{\mathbb{R}}$.

Dokaži trditev: Če je f^* nenegativna, je f nepadajoča.

Dušan Repovš

SEZNAM NOVIH ČLANOV DRUŠTVA MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

V Obzorniku za matematiko in fiziko 18 (1971) št. 4, str. 186 smo prvič objavili seznam članov Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS. Takrat je bilo članov že 614. V zadnjih štirih letih nam je poslalo prijavnico predvsem več učiteljev matematike in fizike iz osnovnih šol v Sloveniji. Največ novih članov pa smo pridobili med absolventi matematike in fizike, ki so bili kot študenti že naročeni na naš list. Zato danes objavljamo seznam 249 novih članov. Današnje število članov društva je nekoliko manjše, kot je zadnja zaporedna številka, ker je v tem času nekaj deset članov prenehalo naročati Obzornik za matematiko in fiziko.

Vinko Pavlič in Ciril Velkovrh

- | | | |
|-------------------------|------------------------|-------------------------|
| 615. Alt Zvonka | 656. Gabrovšek Marjana | 698. Kovač Lidija |
| 616. Andolšek Majda | 657. Gajšek Janez | 699. Kožuh Janja |
| 617. Arhar Marta | 658. Gajšt Marija | 700. Krajnc Gorazd |
| 618. Baloh Majda | 659. Gavrič Vojin | 701. Kralj Drago |
| 619. Batagelj Vlado | 660. Gojković Marjan | 702. Kranjc Marko |
| 620. Batagelj Nuša | 661. Golli Bojan | 703. Kranjc Tomaž |
| 621. Baučar Miran | 662. Gorenc Jožica | 704. Krejan Marjana |
| 622. Bizjak Martin | 663. Gorjanc Nevenka | 705. Krek Franc |
| 623. Bogataj Ludvik | 664. Grlj Rajko | 706. Krkovič Tone |
| 624. Bogataj Marija | 665. Gubenšek Anica | 707. Krušič Janez |
| 625. Bole Velimir | 666. Hkavc Anica | 708. Krušič Vlado |
| 626. Bonač Marko | 667. Hladnik Marija | 709. Kuhar Borut |
| 627. Borštnar Vera | 668. Hladnik Milan | 710. Kužnik Vanja |
| 628. Božič Marija | 669. Hribar Ivanka | 711. Laharnar Boris |
| 629. Bratina Ivica | 670. Hudoklin Majda | 712. Lakota Meta |
| 630. Brgoč Vera | 671. Hvalica Dušan | 713. Lasan Nevenka |
| 631. Brišar Vlado | 672. Ipavec Anica | 714. Lasič Marija |
| 632. Brumen Milan | 673. Ivanec Marjeta | 715. Lavrenčič Marija |
| 633. Bučar Miran | 674. Ivanc Nadja | 716. Legiša Peter |
| 634. Cedilnik Anton | 675. Jakopin Primož | 717. Leiler Igor |
| 635. Celec Alojz | 676. Jarc Bojan | 718. Lekič Jelka |
| 636. Cepin Janez | 677. Jerčič Marjana | 719. Leskovšek Aka |
| 637. Cevc Gregor | 678. Jereb Aleš | 720. Likar Andrej |
| 638. Cipot Rudi | 679. Jeričević Ante | 721. Lipovec Rado |
| 639. Colja Dragica | 680. Jerman Dunja | 722. Lorgar Stanko |
| 640. Copot Vesna | 681. Jurše Milan | 723. Loštrek Olga |
| 641. Cuder Bernard | 682. Kadunc Bojan | 724. Luzar Metka |
| 642. Cvahte Mirko | 683. Kafol Irena | 725. Maček Marjan |
| 643. Čampa Franci | 684. Kalič Iva | 726. Malej Ronald |
| 644. Čas Alenka | 685. Karažija Eva | 727. Marčetič Dušan |
| 645. Čečuk Nada | 686. Kavkler Marjan | 728. Marinkovič Velibor |
| 646. Dacar France | 687. Kepic Jože | 729. Marovt Helena |
| 647. Detela Andrej | 688. Kleva Remigij | 730. Maver Vera |
| 648. Detterding Manfred | 689. Klinc Dedomir | 731. Medvešček Janja |
| 649. Dieng Jean | 690. Klinkon Mimica | 732. Mehle Jolanda |
| 650. Dobovišek Miro | 691. Kmetič Silva | 733. Memon Ciril |
| 651. Drugovič Marija | 692. Kocjan Marko | 734. Mastinšek Miklavž |
| 652. Erjavec Bojan | 693. Kodermac Anton | 735. Merva Drago |
| 653. Filipič Cene | 694. Kohnec Erna | 736. Mestnik Jože |
| 654. Filipič Tatjana | 695. Koren Janko | 737. Mihelič Franc |
| 655. Furlan Vita | 696. Kosmina Srečko | 738. Miklavžič Uroš |
| | 697. Košorog Marija | 739. Mirt Jožica |
| | | 740. Mrak Vlasta |
| | | 750. Mur Silva |

- | | | |
|------------------------|-----------------------|------------------------|
| 751. Očko Olga | 790. Rode Anuša | 829. Talaber Franc |
| 752. Omladič Matjaž | 791. Rozman Alenka | 830. Tomše-Rozin Franc |
| 753. Oškola Vendel | 792. Rožmarin Milan | 831. Torkar Nevenka |
| 754. Pajtler Ivanka | 793. Runovc Franc | 832. Trape Daniela |
| 755. Pavec Franc | 794. Rutar Vencelj | 833. Tratnik Magda |
| 756. Pavko Miro | 795. Sabo Rajko | 834. Trošt Stojan |
| 757. Pečecnik Ivanka | 796. Seliškar Marjan | 835. Uran Rezka |
| 758. Pediček Andrej | 797. Sever Alojz | 836. Usenik Janez |
| 759. Pehant Ivan | 798. Sevšek France | 837. Užmah Lucija |
| 760. Perne Tine | 799. Sikirica Milić | |
| 761. Perovec Dragica | 800. Slapšak Boris | |
| 762. Peštaj Alojz | 801. Slivnjak Božo | 838. Vallant Miroslav |
| 763. Petan Bojan | 802. Sodja Ivo | 839. Vedlin Boris |
| 764. Peterlin Štefka | 803. Solomun Brane | 840. Velušček Jože |
| 765. Peternel Mitja | 804. Stare Jurij | 841. Verstovšek Alenka |
| 766. Petkovšek Jože | 805. Stirn Lidija | 842. Vezočnik Alojz |
| 767. Petrišič Jože | 806. Stojanovski Dame | 843. Videnšek Olga |
| 768. Petrovič Jasminka | 807. Stopar Judita | 844. Vidic Emil |
| 769. Pirš Francka | 808. Strgar Edo | 845. Volentar Franc |
| 770. Pisanski Tomo | 809. Strojan Rozi | 846. Vuk Marko |
| 771. Podhraški Marija | 810. Suša Irena | |
| 772. Podstenšek Marija | 811. Šali Marija | 847. Zafožnik Jožica |
| 773. Poljšak Matjaž | 812. Šau Brane | 848. Zajc Pavle |
| 774. Popovska Margita | 813. Šefman Mira | 849. Zakošek Miha |
| 775. Praček Bogo | 814. Šifrar Pavel | 850. Zavratnik Petra |
| 776. Praprotnik Branka | 815. Širec Slavko | 851. Zelenko Darinka |
| 777. Prešeren Marjeta | 816. Šjilok Zorka | 852. Zlatolas Alojz |
| 778. Pumpernik Dani | 817. Šlenc Tihomil | 853. Zohil Josip |
| 779. Pušnik Franc | 818. Šolmajer Tomaž | 854. Zupančič Zalka |
| 780. Pušnik Irena | 819. Špes Anton | 855. Zuzič Dušan |
| 781. Rakovec Janez | 820. Špiler Jure | |
| 782. Rankel Karel | 821. Šprajcar Zdravko | 856. Žabkar Anton |
| 783. Ratajc Anica | 822. Šrekl Jože | 857. Žagar Ksenija |
| 784. Ratnik Viktor | 823. Šteblaj Anica | 858. Žagar Peter |
| 785. Ravnik Marija | 824. Štefančič Marija | 859. Žagar Vojko |
| 786. Razdrtič Andrej | 825. Šudič Slavko | 860. Žakelj Viktor |
| 787. Razpet Marko | 826. Šušterič Zoran | 861. Žerjal Robert |
| 788. Renčelj Tatjana | 827. Šušteršič Janez | 862. Žigman Franc |
| 789. Resinovič Aljoša | 828. Švab Marija | 863. Žitko Berto |

V IMENU UPRAVNEGA ODBORA DRUŠTVA
IN VSEH UREDNIŠKIH ODBOROV
ŽELIMO VSEM NAŠIM NAROČNIKOM

Srečno novo leto 1976