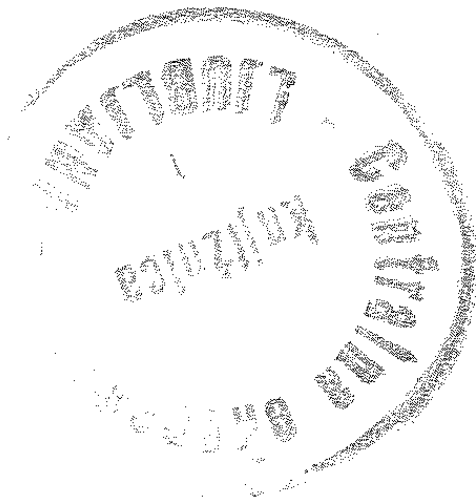




R. 1471/75-4

ODPISANO

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

1975

Letnik 22

4

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, JULIJ 1975

Glavni urednik: Gabrijel Tomšič; **odgovorni urednik:** Janez Strnad.

Uredniški odbor: France Avsec, gimnazija Kranj; Robert Blinc, FNT; France Kvaternik, gimnazija Poljane, Ljubljana; Jože Lep, VTŠ, Maribor; Anton Moljk, FNT; Jože Pahor, FNT; Mitja Rosina, FNT; Tomaž Skulj, gimnazija Moste, Ljubljana; Janez Strnad (urednik za fiziko), FNT; Anton Suhadolc (urednik za matematiko), FNT; Ciril Velkovrh (tehnični urednik), FNT; Ivan Vidav, FNT; jezikovni pregled Marija Janežič, Institut za slovenski jezik SAZU.

Naročnina: za posameznike 60.— din (za člane društva je že vračunana članarina 10.— din), za dijake in študente 25.— din, za ustanove in podjetja 100.— din, za tujino 7 \$ = 119.— din, posamezna številka 10.— din, dvojna številka 20.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: **Komisija za tisk DMFA SRS**, 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p. p. 227, tel. št. 61-564/53, žiro račun 50101-678-48363, devizni račun pri Ljubljanski banki 50100-620-107-900.

Tiska tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani, Kopitarjeva ul. 2. Naklada 1600 izvodov.

Izdajo revije sofinancirata Izobraževalna skupnost Slovenije in Raziskovalna skupnost Slovenije.

VSEBINA

Članki	Stran
Računalništvo in njegov odnos do matematike. I. d. (Donald E. Knuth, prev. Tamara Bohte)	129
Senzorji za infrardečo svetlobo (Peter Gosar)	139
Šola	
Gravitacijski radij (Janez Strnad)	146
Terminologija	
Prispevek Križaničeve knjige o diferencialnih enačbah k izpopolnitvi matematične terminologije (Alojzij Vadnal)	147
Domače vesti	
Nagrajenci Sklada Borisa Kidriča v letu 1975 (Ciril Velkovrh)	150
Razpis nagrad (Martina Koman)	151
Seznam diplomantov prve, druge in tretje stopnje iz matematike in fizike ter rezimeji doktorskih disertacij v letu 1974 (Ciril Velkovrh)	152
VII. zvezno tekmovanje študentov matematike, Beograd 1974 (Dušan Repovš)	156
S sej Upravnega odbora DMFA SRS (Marjan Hribar)	158
Nove knjige	159

CONTENTS

Articles	Page
Computer science and its relation to mathematics (Donald E. Knuth)	129
Infrared detectors (Peter Gosar)	139
School	146
Terminology	147
Home news	150
New books	159

RAČUNALNIŠTVO IN NJEGOV ODNOS DO MATEMATIKE

DONALD E. KNUTH*

AMS Subj. Class. (1970) 65—02

V zadnjem času se je pojavila na večini svetovnih univerz nova panoga, imenovana računalništvo. Ta članek podaja osebno mnenje o medsebojnih vplivih tega predmeta in matematike, s tem da razpravlja o podobnostih in razlikah med tema dvema področjema in s tem, da proučuje nekatere načine medsebojne pomoči. Obdelan je tipičen netrivialen problem, pri katerem se pokažejo ti medsebojni vplivi.

COMPUTER SCIENCE AND ITS RELATION TO MATHEMATICS

A new discipline called Computer Science has recently arrived on the scene at most of the world's universities. The present article gives a personal view of how this subject interacts with Mathematics, by discussing the similarities and differences between the two fields, and by examining some of the ways in which they help each other. A typical nontrivial problem is worked out in order to illustrate these interactions.

I. del

1. Kaj je računalništvo? Ker je računalništvo razmeroma nova znanstvena disciplina, moram začeti razlagati, za kaj pravzaprav gre. Vsaj moja žena mi pripoveduje, da mora vedno razložiti, kaj je računalništvo, kadarkoli jo kdo vpraša, kaj delam; menim, da ima danes večina ljudi nekoliko drugačno predstavo o tem področju kot jaz. Dejansko najbrž ne bosta niti dva računalnikarja podala iste definicije; to ni čudno, saj prav tako težko najdemo dva matematika, ki dasta isto definicijo matematike. Na srečo pa je v zadnjem času moderno imeti »osebno krizo«, tako da se računalnikarji ravnamo po modi.

Najraje opišem računalništvo tako, da rečem, da je to veda o *algoritmih*. Algoritem je natanko definirano zaporedje pravil, ki povedo, kako dobimo pri podani vhodni informaciji natanko določeno izhodno informacijo s končnim številom korakov. Posebna predstavitev algoritma se imenuje program, prav tako kot uporabljamo besedo »podatki« za posebno predstavitev »informacije« [14]. Morda se bo za najpomembnejše odkritje, ki se je pojavilo z nastopom računalnikov, izkazalo to, da so algoritmi kot predmeti študija izredno bogati z zanimivimi lastnostmi; in dalje, da je algoritmično stališče koristen način za urenitev znanja na splošno. G. E. Forsythe je opazil, da je »vprašanje ‚Kaj se da avtomatizirati?‘ eno od najbolj navdihujočih filozofskih in praktičnih vprašanj sodobne civilizacije.« [8].

Po teh opazkah lahko sklepamo, da je računalništvo obstajalo že dolgo pred nastopom računalnikov. V nekem smislu tudi je; ta predmet ima globoke korenine v zgodovini. Pred kratkim sem se začel zanimati za študij starodavnih rokopisov, in pri tem spoznal, koliko so bili Babilonci pred 3500 leti računalnikarji [16]. Toda računalniki so res potrebni, preden se lahko dosti naučimo o splošnih lastnostih algoritmov; ljudje niso dovolj natančni niti dovolj hitri, da bi mogli opraviti kaj več kot najpreprostejše postopke. Zato niso v celoti spoznali potencialnega bogastva študija algoritmov, dokler niso postali dostopni univerzalni računalniki.

* Ta sestavek je prevod članka, ki je izšel v The American Mathematical Monthly, 81 (1974), 323—343. Zahvaljujemo se uredništvu revije, da je dovolilo prevod. Prevedla Tamara Bohte.

Omeniti moram, da računalniki (in algoritmi) ne računajo samo s *števili*; obravnavajo lahko kakršnokoli informacijo, če je le natanko predstavljena. Navadno smo rekli, da je zaporedje znakov, kot na primer ime, predstavljeno v računalniku tako, kot da bi bilo število; dejansko pa je pravilneje reči, da je v računalniku število predstavljeno kot zaporedje znakov.

Francoska beseda za računalništvo je *Informatique*, nemška *Informatik* in danska *Datalogi* [21]. Vsi ti izrazi modro nakazujejo, da se računalništvo ukvarja še z mnogimi stvarmi poleg reševanja numeričnih enačb. Toda ta imena poudarjajo »tvarino«, ki jo algoritmi obravnavajo (informacijo ali podatke), namesto samih algoritmov. Norvežani na univerzi v Oslu so izbrali nekoliko primernejše poimenovanje za računalništvo, namreč *Databehandling*; angleško inačico »Data Processing« pa žal uporabljajo v Ameriki le v zvezi s poslovno uporabo, medtem ko »Information Processing« skuša hkrati pomeniti tudi knjižničarsko rabo. Mnogo ljudi je predlagalo izraz »Computing Science«, češ da je boljši kot »Computer Science«.

Seveda je iskanje popolnega imena nekako brez pomena, ker so osnovni pojmi veliko važnejši kot ime. Mogoče pa je značilno, da vsa ta druga imena za računalništvo zmanjšujejo vlogo samih računalnikov, očitno zato, da bi naredili področje bolj »zakonito« in ugledno. Mnogi ljudje v najboljšem primeru mislijo, da je računalnik nujno zlo: težko orodje, ki naj bi ga uporabili, če vse druge metode odpovejo. Zakaj naj bi tako poudarjali, kako uporabljati računalnike, če so le dragoceno orodje kot na primer mikroskopi?

Računalnikarji, vedoč, da so računalniki več kot to, instinktivno zmanjšujejo računalniško stališče, ko branijo svojo novo vedo. Toda ni potrebno, da smo tako samozavestni glede računalnikov; to so vešče prikazali Newell, Perlis in Simon [22], ki definirajo računalništvo zgolj kot vedo o računalnikih, tako kot je botanika veda o rastlinah, astronomija veda o zvezdah itd. Pojavi, ki obdajajo računalnike, so brezmejno raznovrstni in kompleksni, zahtevajoči opis in razlago; in tako kot elektrika spadajo ti pojavi tako v tehniko kot v znanost.

Ko pravim, da je računalništvo veda o algoritmih, izločim samo enega od »pojavov, ki obdajajo računalnike«, torej računalništvo dejansko vsebuje več. Algoritme sem poudaril zato, ker so v resnici jedro predmeta, skupni imenovalec, ki je temelj različnim panogam. Lahko se zgodi, da se bo nekega dne tehnologija ustalila, tako da se bodo, recimo čez 25 let, računalniki zelo malo spreminjali. Ne kaže, da bi postala tehnologija v bližnji prihodnosti tako stabilna, ravno nasprotno, toda menim, da bo študij algoritmov ostal privlačen in pomemben, celo če bi druge pojave v zvezi z računalniki kdaj popolnoma raziskali.

Bralec, ki ga zanimajo nadaljnje razprave o računalništvu poleg literature, ki sem jo prej navedel, naj si ogleda še [17] in [29].

2. Ali je računalništvo del matematike? Seveda obstajajo pojavi v zvezi z računalniki, ki jih sedaj marljivo proučujejo računalnikarji in ki so komaj matematični. Toda če omejimo pozornost na vedo o algoritmih, kaj ni to samo veja matematike? Sicer pa so algoritme najprej proučevali matematiki, če sploh kdo, pred dobo računalništva. Zato lahko dokazujemo, da je ta osrednji vidik računalništva resnično del matematike.

Toda menim, da lahko podobno dokažemo trditev, da je matematika del računalništva. Tako bi se po definiciji enakosti množic izkazalo, da sta predmeta enaka; ali vsaj, po Schröder-Bernsteinovem izreku, da sta ekvipolentna.

Sam čutim, da po teoriji množic ni nobena od teh inkluzij veljavna. Vedno je težko določiti točne meje med strokami (primerjaj na primer predmeta »fizikalna kemija« in »kemijska fizika«); možno pa je razlikovati bistveno različna stališča med matematiko in računalništvom.

Naslednja resnična zgodba je najbrž najboljši način, kako razložiti razliko, ki jo imam v mislih. Pred nekaj leti sem naletel na matematični izrek, ki pravi, da imata poljubni n -vrstni kvadratni matriki A in B , katerih elementi so cela števila, »največji skupni desni delitelj« D . To pomeni, da je D desni delitelj matrik A in B , t.j., $A = A'D$ in $B = B'D$, kjer sta A' in B' neki celoštevilski matriki. Hkrati pa to pomeni tudi, da je vsak skupni desni delitelj matrik A in B desni delitelj matrike D . Ob tem sem se vprašal, kako izračunati največji skupni desni delitelj dveh danih matrik. Nekaj dni kasneje sem prisostvoval konferenci, na kateri sem srečal matematika H. B. Manna, in zdelo se mi je, da bo on znal rešiti ta problem. Vprašal sem ga, in zares je vedel pravilen odgovor; toda to je bil odgovor matematika, ne odgovor računalnikarja. Rekel je: »Naj bo $\mathcal{R}$ kolobar kvadratnih celoštevilskih matrik reda n ; v tem kolobarju je vsota dveh glavnih levih idealov glavni levi ideal, torej naj bo D tak, da velja

$$\mathcal{R}A + \mathcal{R}B = \mathcal{R}D$$

Potem je D največji skupni desni delitelj matrik A in B «. Ta formula je gotovo najpreprostejša možna formula; da jo zapišemo, potrebujemo samo osem znakov; temelji na strogo dokazanih izrekih matematične algebre. Toda s stališča računalnikarja je brez vrednosti; vsebuje namreč tvorbo neskončnih množic $\mathcal{R}A$ in $\mathcal{R}B$, izračun njune vsote in v neskončni množici matrik določitev take matrike D , pri kateri se ta vsota ujema z neskončno množico $\mathcal{R}D$. Jaz nisem mogel določiti največjega skupnega delitelja matrik $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ in $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ s takimi neskončnimi operacijami. (Mimogrede, računalniški odgovor na to vprašanje je dal pozneje moj študent Michael Fredman; glej [15, str. 380].)

Eden mojih prijateljev-matematikov mi je rekel, da bo pripravljen pripoznati računalništvo za področje, vredno proučevanja, brž ko bo vsebovalo 1000 globokih izrekov. Očitno bi bilo potrebno ta kriterij spremeniti in vključiti tako algoritme kot izreke, recimo 500 globokih izrekov in 500 globokih algoritmov. Toda tudi tako je jasno, da računalništvo danes ne izpolnjuje tega pogoja, če »globok« pomeni, da bi briljanten raziskovalec potreboval več mesecev, da bi odkril izrek ali algoritem. Računalništvo je za to še premlado; lahko trdim, da je mladost v tem primeru ovira. Še vedno ne poznamo najboljšega načina, kako opisati algoritme, jih razumeti ali dokazati, da so pravilni, jih odkrivati ali analizirati njihovo obnašanje, čeprav znatno napredujemo v vseh teh smereh. Možnost za »1000 globokih rezultatov« obstaja, toda doslej so jih odkrili samo kakih 50.

Da bi opisal obojestranski vpliv računalništva in matematike in njuni relativni vlogi, se moram zazreti v prihodnost, v čas, ko bo računalništvo bolj zrelo in samozavestno. Nove razvojne smeri omogočajo predstavljati si dan, ko bosta oba, računalništvo in matematika, priznani panogi, ki bosta imeli analogni, a različni vlogi pri človekovi vzgoji. Spet bom citiral besede, ki jih je izrekel George Forsythe: »Najdragocenejša pridobitev pri znanstveni ali tehnični vzgoji je univerzalno duhovno orodje, ki ostane uporabno celo življenje. Menim, da sta naravni jezik in matematika najpomembnejši izmed teh orodij, tretje pa je računalništvo.« [9].

Tako kot matematika bo tudi računalništvo eden od osnovnih predmetov splošne izobrazbe. Tako kot matematika in druge znanosti bo računalništvo še nadalje nejasno razdeljeno na dve področji, ki ju lahko imenujemo »teoretično« in »uporabno«. Tako kot matematika bo tudi računalništvo nekoliko drugačno od drugih znanosti, kajti ukvarja se z zakoni, ki jih je naredil človek in ki se dajo dokazati, namesto z naravnimi zakoni, ki jih nikoli za trdno ne poznamo. Torej si bosta oba predmeta podobna na več načinov. Razlika je v snovi in pristopu — matematika se ukvarja več ali manj z izreki, neskončnimi procesi, statičnimi odnosi, računalništvo pa se ukvarja več ali manj z algoritmi, končnimi konstrukcijami, dinamičnimi odnosi.

Mnogo računalnikarjev se ukvarja z matematiko, toda še več matematikov se ukvarja z računalništvom pod krinko česa drugega. Name so naredili močan vtis številni primeri matematičnih teorij, ki se v resnici nanašajo na posamezne algoritme; te teorije so po pravilu formulirane z matematičnimi izrazi, ki so veliko bolj nerodni in manj naravni kot enakovredna algoritmična formulacija, ki bi jo uporabil današnji računalnikar. Večina vsebine 35-listnega članka Abrahama Walda se da na primer napisati na približno dveh straneh, ko jo preformuliramo z algoritmičnimi izrazi [15, str. 142—144]; lahko naštejemo še številne druge primere. Toda to je že snov za drug članek.

3. Vzgojni stranski učinki. Človek, ki je izurjen v računalništvu, ve, kako delati z algoritmi: kako jih tvoriti, jih obravnavati, razumeti in analizirati. To znanje ga pripravlja za veliko več, kot je pisanje dobrih programov za računalnik; to je duhovno univerzalno orodje, ki mu bo v konkretno pomoč pri razumevanju drugih predmetov, naj bo kemije, lingvistike ali glasbe itd. Vzrok za to lahko razumemo takole: često pravimo, da kdo česa ne razume toliko časa, dokler tiste snovi ne poučuje koga drugega. Dejansko človek česa *resnično* ne razume, dokler tega ne zna razložiti *računalniku*, t. j. izraziti kot algoritem. »Avtomatični računalnik resnično *sili* k takšni natančnosti mišljenja, za katero domnevajo, da je produkt kakršnegakoli proučevanja matematike.« [7]. Poskus, da bi formalizirali stvari kot algoritme, vodi k veliko globljemu razumevanju, kot če preprosto poskušamo stvari doumeti na običajen način.

Lingvisti so mislili, da razumejo jezike, dokler jezikov niso poskušali razložiti računalnikom; kmalu so odkrili, koliko se morajo še naučiti. Mnogi ljudje so delali računalniške modele stvari in odkrili, da so se medtem, ko so ustvarjali model, naučili več, kot potem, ko so dejansko gledali rezultat morebitnega programa.

Tri leta sem poučeval abstraktno algebro študente drugega letnika matematike v Caltechu in vedno je bila najtežja snov študij »Jordanove kanonske forme« matrik. Tretje leto sem poskusil nov način obdelave, tako da sem gledal na predmet algoritmično, in nenadoma je postal popolnoma jasen. Isto se je zgodilo pri obravnavanju končnih grup, ki jih definirajo generatorji in relacije, in pri drugem tečaju z redukcijsko teorijo binarnih kvadratičnih form. S tem, da sem predstavil predmet z izrazi algoritmov, sta postala jasna namen in pomen matematičnih izrekov.

Ko sem kasneje pisal knjigo o računalniški aritmetiki [15], sem ugotovil, da nastane dejansko vsak izrek v elementarni teoriji števil naravno, motivirano, v zvezi s problemom, kako uporabiti računalnike za hitro numerično reševanje. Zato menim, da bi tradicionalne tečaje iz elementarne teorije števil lahko tako spremenili, da bi prisvojili ta vidik in dodali praktično motivacijo k že lepi teoriji.

Ti in mnogi drugi primeri so me prepričali o pedagoški vrednosti algoritmičnega pristopa; pomaga namreč pri razumevanju vseh vrst konceptov. Menim, da se študent, ki je deležen primerne računalniške izobrazbe, nauči nekaj, kar mu bo posredno pomagalo pri obravnavanju mnogih drugih predmetov; in zato bomo kmalu lahko utemeljeno rekli, da so študenti, katerim je glavni predmet računalništvo, dobili dobro splošno izobrazbo, tako kot to sedaj pravimo za študente, katerim je glavni predmet matematika. Sedanji podiplomski tečaji iz računalništva še ne dosegaajo tega cilja; vsaj jaz sem ugotovil, da imajo mnogi študenti, ki začenjajo študij na drugi stopnji — z diplomo prve stopnje iz računalništva — ožjo izobrazbo, kot bi želel. Seveda skušajo računalnikarji popraviti to pomanjkljivost, ki je najbrž nastala zaradi prevelikega poudarka na računalniških jezikih namesto na algoritmih.

4. Nekaj medsebojnih vplivov. Računalništvo je vplivalo na matematiko na več načinov in tu bom skušal naštet pozitivne vplive. Računalniki so seveda v prvi vrsti namenjeni računanju in pogosto so jih uporabili pri matematičnih raziskavah, ko je bilo ročno računanje pretežko; generirajo podatke, na osnovi katerih sprejmemo ali zavržemo domneve. Gauss

je na primer rekel [10], da je prvič pomislil na izrek o praštevilih, ko je gledal tabelo praštevil, manjših od milijona. V svoji doktorski disertaciji mi je uspelo razrešiti domnevo, ki zadeva neskončno mnogo primerov, tako da sem si ogledal račune računalnika za najmanjši primer [13]. Drugačen primer je zadnji napredek Marshalla Halla pri določitvi vseh enostavnih grup, ki imajo moč do enega milijona.

Drugič, obstajajo jasne zveze med računalništvom in matematiko na področjih numerične analize [30], logike in teorije števil; teh ni potrebno naglašati, saj so splošno poznane. Moral pa bi omeniti zlasti delo D. H. Lehmerja, ki je na več izrednih načinov združil avtomatično računanje s klasično matematiko; dokazal je na primer, da vsebuje vsaka šesterica zaporednih celih števil, ki so večja od 285, mnogokratnik praštevila, ki ni manjši od 43.

Še en vpliv računalništva se kaže v povečanem poudarku na konstruktivnosti pri vseh vejah matematike. Nadomestitev eksistenčnih dokazov z algoritmi, ki tvorijo matematične objekte, je pogosto vodila do izboljšav v kaki abstraktni teoriji. E. C. Dade in H. Zassenhaus sta izjavila na koncu članka, ki sta ga napisala l. 1963: »Pokazalo se je že, da je ta pojem gena pomemben v teoriji modulov. Tako se je izkazalo, da ima matematična veja, ki smo jo vpeljali zgolj zaradi izračunljivosti, lastno notranjo teoretično vrednost.« Kot sem že prej omenil, ima konstruktiven algoritmičen pristop pogosto pedagoško vrednost.

Drug način, pri katerem vpliva algoritmičen pristop na matematične teorije, je v konstrukciji enoličnih in obratnoenoličnih korespondenc. Večkrat smo imeli indirektne dokaze, da so nekateri tipi matematičnih objektov enako številni; direktna konstrukcija enolične in obratnoenolične korespondence pa pokaže, da je dejansko res celo več.

Diskretna matematika, posebno kombinatorična teorija, je dobila z nastankom računalništva dodaten pospešek; korist od njega pa imajo še vsa druga področja, kjer diskretno matematiko sedaj zelo uporabljajo.

Literaturo o vplivih računalništva in še več primerov vsebujejo naslednji primerki knjig, od katerih vsaka obsega kar precej pomembnih člankov: [1], [2], [4], [5], [20], [24], [27]. Peter Lax razpravlja v svojem članku [19] o vplivu, ki ga ima avtomatično računanje na matematično fiziko.

Toda po mojem mnenju je dejansko najpomembnejši vpliv računalništva na matematiko nekoliko drugačen od zgoraj omenjenega. Meni se zdi najpomembnejše, da je študij algoritmov samih odprl bogato žilo novih zanimivih matematičnih problemov; ta študij daje življenjski dih mnogim področjem matematike, ki jim je primanjkovalo novih idej. Charles Babbage, eden od »očetov« računskih strojev, je to napovedal že l. 1864: »Brž ko bo obstajal analitični stroj (to je univerzalni računalnik), bo nujno vodil prihodnji tok znanosti. Kadarkoli bomo z njim iskali kak rezultat, se bo pojavilo vprašanje: S katerim načinom računanja bo stroj najhitreje dal rezultate?« [3]. George Forsythe pravi l. 1958: »Uporaba skoraj vsake računalniške tehnike povzroči številne matematične probleme. Obstaja precejšen vpliv računalništva na samo matematiko in lahko pričakujemo, da bo to čedalje bolj vplivalo na matematično raziskovanje« [26]. Garrett Birkhoff [4, str. 2] je opozoril, da ti vplivi niso nov pojav, značilni so bili že v zgodnjem grškem razvoju matematike.

Ugotovil sem, da nastanejo mnogi zanimivi matematični problemi, kadar poskušamo kvantitativno analizirati kak algoritem, da bi videli, kako hitro ga bo izvršil računalnik; kasneje si bomo ogledali tipičen primer takega problema. Druga vrsta zelo zanimivih problemov zadeva iskanje najboljšega možnega algoritma v danem razredu; oglej si, na primer, najnovejšo Reingoldovo obzorno razpravo [25]. In ena prvih matematičnih teorij, ki jo je navdihnilo računalništvo, je teorija jezikov, ki je dala že mnogo lepih rezultatov; oglej si [11] in [12]. Zaradi vseh teh zanimivih teorij sem postal računalnikar.

Nasprotno pa ima seveda matematika močan vpliv na računalništvo; skoraj vsaka veja matematičnega znanja se je kje uveljavila. Pred kratkim sem se ukvarjal s problemom, ki se je nanašal na diskretne objekte, imenovane »binarna drevesa«, ki se pogosto pojavijo

pri računalniški predstavitvi stvari, in rešitev problema je dejansko vsebovala kompleksno gama funkcijo, pomnoženo s kvadratom Riemannove zeta funkcije [6]. Tako se izkaže, da so rezultati klasične matematike porabni na precej presenetljivih mestih.

Najbolj me je po lastnih izkušnjah pri uporabi matematike v računalništvu presenetilo dejstvo, da je toliko matematike posebnega diskretnega tipa; te primere bom navedel kasneje. Taka matematika je bila skoraj popolnoma drugačna od tiste, ki sem jo študiral, čeprav sem imel precej dobro izobrazbo prve in druge stopnje iz matematike. Ko sem bil študent, sem skoraj vedno naletel na takšne metode, ko sem reševal probleme iz revije *The American Mathematical Monthly*. Seveda me zanima, ali naj tradicionalni učni načrt predmetov, kot so višja matematika in podobni, popravimo, tako da bo obsegal več teh diskretnih matematičnih manipulacij, ali pa je računalništvo s svojo pogosto uporabo teh manipulacij nekaj posebnega.

5. Podroben primer. Da bi razjasnil nekaj površnih posplošitev in trditev, ki sem jih podal prej, se mi zdi najbolje, da si dokaj podrobno ogledamo tipičen računalniški problem. To je primer, ob katerem sem jaz sam spoznal, da v zvezi z računalniškimi algoritmi nastajajo zanimivi matematični problemi. To se je zgodilo leta 1962, ko sem bil študent druge stopnje iz matematike; programiranje je bilo moj konjiček in honorarna služba, toda dejansko se nisem nikoli istočasno ukvarjal z matematiko in računalništvom. Neki moj prijatelj je omenil, da »nekateri dobri matematiki pri IBM« niso mogli določiti, kako hitro deluje določena splošno poznana računalniška metoda, in mislil sem si, da bi to utegnil biti zanimiv problem.

Problem je takle: Mnoge računalniške uporabe obsegajo iskanje informacije po »imenu«; predstavljajmo si na primer rusko-angleški slovar, v katerem hočemo poiskati neko rusko besedo, da bi našli njeno angleško inačico. Standardna računalniška metoda, ki jo imenujemo *zgoščevanje* (angleško »hashing«, op. prev.), poišče informacijo po imenu, kot sledi. Vzemimo, da imamo za shranjevanje imen v spominu računalnika na razpolago precej veliko število, npr. m , mest; imenujmo ta mesta $T_1, T_2, \dots, T_m$. Vsako mesto je dovolj veliko, da vsebuje eno ime. Število m je vedno večje od celotnega števila imen, ki nastopajo, torej je najmanj eno mesto prazno. Imena so porazdeljena med mesti T_i na določen način — opisal ga bom kasneje — ki omogoča iskanje. Drugo množico spominskih mest $E_1, E_2, \dots, E_m$ uporabljamo za informacijo, ki spada k imenu; torej, če T_i ni prazen, vsebuje E_i informacijo, ki sodi k imenu, shranjenemu v T_i .

Idealen način za iskanje informacije z uporabo te tabele bi bil tak, pri katerem bi vzeli dano ime x in izračunali vrednost neke funkcije $f(x)$, ki leži med 1 in m ; potem bi ime x lahko postavili v lokacijo $T_{f(x)}$ in ustrezno informacijo v $E_{f(x)}$. Taka funkcija bi naredila problem iskanja trivialen, ko bi se $f(x)$ dalo lahko izračunati in ko bi bilo $f(x) \neq f(y)$ za vsa različna imena $x \neq y$. Toda v praksi je tema dvema zadnjima zahtevama komaj kdaj istočasno zadoščeno; če se da $f(x)$ lahko izračunati, imamo $f(x) = f(y)$ za nekatera različna imena. Nadalje, navadno ne vemo v naprej, prav katera imena se bodo pojavila v tabeli in funkcijo f moramo izbrati tako, da je definirana za vsa imena v zelo veliki množici U morebitnih imen, kjer ima U veliko več kot m elementov. Na primer: če vsebuje U vsa zaporedja sedmih črk, obstaja $26^7 = 8,031,810,176$ možnih imen; neizogibno je, da se bo pojavilo $f(x) = f(y)$.

Zato skušamo izbrati funkcijo $f(x)$, ki preslika U v množico $1, 2, \dots, m$, tako da se bo $f(x) = f(y)$ pojavilo s približno verjetnostjo $1/m$, kadar sta x in y različni imeni. Tako funkcijo f imenujemo *zgostitvena funkcija* (angl. »hash function«, op. prev.). V praksi pogosto izračunamo $f(x)$ tako, da imamo x za število in da vzamemo njegov ostanek modulo m plus ena; v tem primeru navadno izberemo za število m praštevilo, kajti to da boljše rezultate za množice imen, ki na splošno nastopajo v praksi. Kadar je $f(x) = f(y)$ za različna

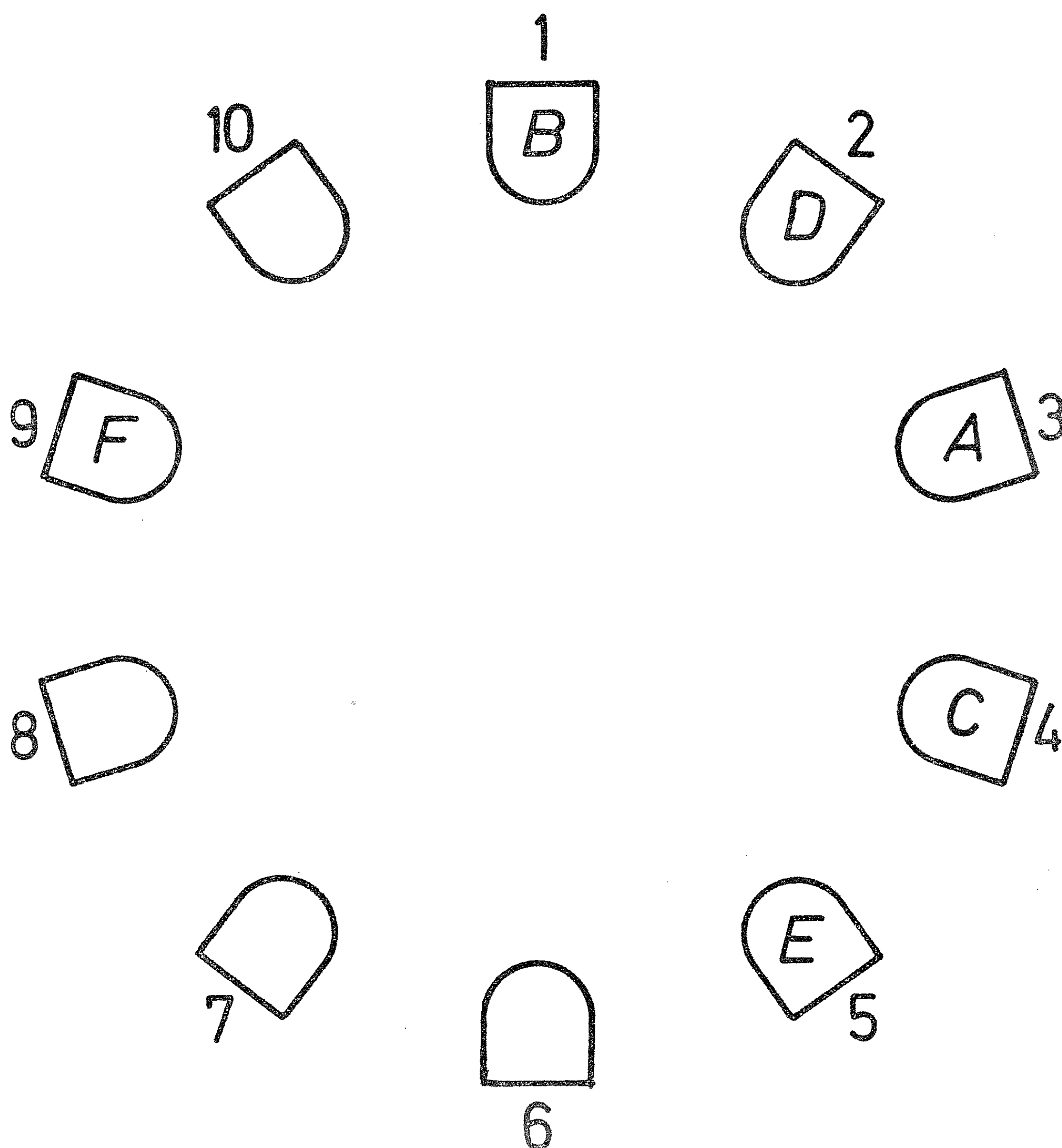
x in y , pravijo, da nastopi »trk«; trke odpravimo tako, da iščemo po mestih, ki so oštevilčena z $f(x) + 1, f(x) + 2$, itd.

Algoritem, ki sledi, natanko pokaže, kako lahko uporabimo zgostitveno funkcijo $f(x)$ za iskanje informacije, ki ustreza danemu imenu x v U . Algoritem uporablja spremenljivko i , ki zavzema celoštevilске vrednosti.

1. korak. Postavi vrednost i enako vrednosti $f(x)$.
2. korak. Če spominsko mesto T_i vsebuje dano ime x , se ustavi; izpeljana informacija je na spominskem mestu E_i .
3. korak. Če je spominsko mesto T_i prazno, se ustavi; danega imena x ni.
4. korak. Povečaj vrednost spremenljivke i za 1. (Ali, če je i enak m , postavi i enak 1). Vrne se na korak 2.

Še vedno nismo povedali, kako v začetku imena sploh pridejo na mesta $T_1, \dots, T_m$; toda to v resnici ni težko. Začnemo tako, da so vsa mesta T_i prazna. Da bi vstavili novo ime x , iščemo x tako, da uporabimo zgornji algoritem; ustavil se bo pri 3. koraku, ker imena x ni tam. Potem postavimo T_i enak x in damo ustrezno informacijo v E_i . Odslej bo mogoče poiskati to informacijo, kadarkoli bo ime x dano, kajti zgornji algoritem bo našel mesto T_i tako, da bo ponavljal korake, ki so ga privedli na tisto mesto, ko smo vstavili x .

Matematični problem je ugotoviti, koliko iskanja moremo v povprečju pričakovati; kolikokrat moramo ponoviti 2. korak, da bomo našli x ?



Slika 1. Igra lov na stole, ki ustreza pomembni računalniški metodi

Isti problem lahko zastavimo drugače, na primer kot prirejeno igro lov na stole.* Predstavlja si množico m praznih stolov, ki so razporejeni v krogu. Nekdo se pojavi na slučajni točki zunaj kroga in pohiti (v smeri urnega kazalca) na prvi prosti stol. To se ponovi m -krat, dokler niso vsi stoli zasedeni. Kako daleč mora v povprečju teči n -ta oseba, da najde stol?

Na primer, naj bo $m = 10$ in naj bo deset igralcev: $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J$. Da bi dobili slučajno zaporedje, vzemimo, da igralci začno zapovrstjo iskati svoje stole, pričenši pri stolih, ki so oštevilčeni tako, kot povedo prve decimalke števila π , namreč 3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3. Slika 1 kaže položaj potem, ko je sedlo prvih 6 oseb.

(Najprej zasede igralec A stol 3, potem zasede igralec B stol 1, ..., igralec F zasede stol 9). Sedaj začne igralec G pri stolu 2 in končno zasede stol 6. Na koncu igralci H, I in J zasedejo stole 7, 8 in 10. V tem primeru so razdalje, ki jih je prehodilo deset igralcev, po vrsti 0, 0, 0, 1, 0, 0, 4, 1, 3, 7.

Tega problema ni lahko analizirati, ker se rada pokaže prenasíčenost; navadno se bo pojavilo eno ali več dolgih zaporedij zasedenih stolov. Da bi videli, zakaj je to res, si spet oglejmo sliko 1 in si mislimo, da naslednji igralec G začne na slučajnem mestu; potem bo zasedel stol s številko 6 z verjetnostjo 0,6, toda na stolu s številko 7 bo končal le z verjetnostjo 0,1. Torej, dolga zaporedja rada postajajo še daljša. Zato ne moremo preprosto predpostavljati, da je konfiguracija zasedenih stolov proti prostim stolom na vsaki stopnji slučajna; računati moramo s pojavom kopičenja.

Naj bodo začetni prostori m igralcev $a_1 a_2 \dots a_m$; to bomo imenovali *zgostitveno zaporedje*. Na primer: zgornje zgostitveno zaporedje je 3 1 4 1 5 9 2 6 5 3. Če predpostavljamo, da je vsako od m^n zgostitvenih zaporedij enako verjetno, je naš problem ugotoviti povprečno razdaljo, ki jo prehodi n -ti igralec, za vsak n , v enotah »pasiranih stolov«. Imenujmo to razdaljo $d(m, n)$. Očitno je $d(m, 1) = 0$, kajti prvi igralec vedno najde prost stol; nadalje je $d(m, 2) = 1/m$, kajti drugi igralec mora iti kvečjemu za en prostor in še to je potrebno samo, če začne na isti točki kot prvi igralec. Lahko je tudi videti, da je $d(m, m) = (0 + 1 + \dots + (m - 1))/m = \frac{1}{2}(m - 1)$, kajti zasedeni bodo vsi stoli razen enega, ko bo zadnji igralec začel iskati stol. Žal so vmesne vrednosti funkcije $d(m, n)$ bolj komplicirane.

Naj bo $u_k(m, n)$ število takih delnih zgostitvenih zaporedij $a_1 a_2 \dots a_n$, pri katerih bo stol k prost, ko se bo usedlo prvih n igralcev. To je lahko določiti s ciklično simetrijo, kajti prav toliko je verjetno, da bo zaseden stol k kot katerikoli drug posamezen stol; z drugimi besedami: $u_1(m, n) = u_2(m, n) = \dots = u_m(m, n)$. Naj bo $u(m, n)$ ta skupna vrednost. Nadalje je $mu(m, n) = u_1(m, n) + u_2(m, n) + \dots + u_m(m, n) = (m - n)mn$, kajti vsako od mn zgostitvenih zaporedij $a_1 a_2 \dots a_n$ pusti praznih $m - n$ stolov, tako prispeva eno k natanko $m - n$ številom $u_k(m, n)$. Zato je

$$u_k(m, n) = (m - n)m^{n-1}$$

Naj bo $v(m, n, k)$ število takih delnih zgostitvenih zaporedij $a_1 a_2 \dots a_n$, da bodo potem, ko bo sedelo n igralcev, zasedeni stoli od 1 do k , stola m in $k + 1$ pa ne bosta. To število je nekoliko težje določiti, toda ne resnično težko. Če si ogledamo števila a_i , ki niso večja od $k + 1$ v takem delnem zgostitvenem zaporedju in če prečrtamo druga števila, tvorijo k vrednosti, ki so ostale, eno od zaporedij, ki so šteta v $u(k + 1, k)$. Nadalje tvori $n - k$ vrednosti, ki smo jih prečrtali, eno od zaporedij, ki so šteta v $u(m - 1 - k, n - k)$, če od vsakega odštejemo $k + 1$. Nasprotno, če vzamemo katerokoli delno zgostitveno zaporedje $a_1 \dots a_k$, ki je šteto v $u(k + 1, k)$, in drugo $b_1 \dots b_{n-k}$, ki je šteto v $u(m - 1 - k,$

* Igra lov na stole (angl. »musical chairs«) je igra, pri kateri igralci korakajo po taktu glasbe okrog vrste stolov. Vedno je en stol manj, kot je igralcev. Ko glasba preneha, se igralci hitro usedejo. Igralec, ki ostane brez stola, je izločen. Op. prev.

$n - k$), in če pomešamo $a_1 \dots a_k$ z $(b_1 + k + 1) \dots (b_{n-k} + k + 1)$ na katerikoli od $\binom{n}{k}$ možnih načinov, dobimo eno od zaporedij, ki so šteta v $v(m, n, k)$. Tu je

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

število načinov, na katere lahko izberemo k mest izmed n možnih. Na primer: naj bo $m = 10$, $n = 6$, $k = 3$; eno od delnih zgostitvenih zaporedij, ki je šteto v $v(10, 6, 3)$, je 2 7 1 8 2 8. To zaporedje se razcepi v $a_1 a_2 a_3 = 2 1 2$ in $(b_1 + 4) (b_2 + 4) (b_3 + 4) = 7 8 8$, pomešano v vzorcu $ababab$. Od vsakega od $u(4, 3) = 16$ zaporedij $a_1 a_2 a_3$, ki polnijo mesta 1, 2, 3, skupaj z vsakim od $u(6, 3) = 108$ zaporedij $(b_1 + 4) (b_2 + 4) (b_3 + 4)$, ki polnijo tri izmed mest 5, 6, 7, 8, 9, dobimo $\binom{6}{3} = 20$ zaporedij, ki polnijo mesta 1, 2, 3 in ki pustijo mesti 4 in 10 prosti, tako da pomešamo a in b na vse možne načine. Ta zveza kaže, da je

$$v(m, n, k) = \binom{n}{k} u(k+1, k) u(m-k-1, n-k)$$

in naša formula za $u(m, n)$ nam pove, da je

$$v(m, n, k) = \binom{n}{k} (k+1)^{k-1} (m-n-1) (m-k-1)^{n-k-1}$$

To ni preprosta formula; toda ker je pravilna, se ne da poenostaviti. Če je $k = n = m - 1$, dasta zadnja dva faktorja v formuli nedoločen izraz $0/0$, ki bi mu morali dati v tem primeru vrednost 1.

Sedaj smo se pripravili, da lahko izračunamo želeno povprečno razdaljo $d(m, n)$. Igralec z zaporedno številko n se mora premakniti za k mest natanko takrat, če je predhodno zgostitveno zaporedje $a_1 \dots a_{n-1}$ pustilo stole od a_n do $a_n + k - 1$ zasedene in stol $a_n + k$ prazen. Število takih delnih zgostitvenih zaporedij je

$$v(m, n-1, k) + v(m, n-1, k+1) + v(m, n-1, k+2) + \dots$$

ker krožna simetrija pokaže, da je $v(m, n-1, k+r)$ število delnih zgostitvenih zaporedij $a_1 \dots a_{n-1}$, ki puščajo stola $a_n + k$ in $a_n - r - 1$ prazna, $k+r$ stolov med njima pa je zasedenih. Zato je verjetnost $p_k(m, n)$, da naredi igralec z zaporedno številko n natanko k korakov

$$p_k(m, n) = \left(\sum_{r \geq k} v(m, n-1, r) \right) / m^{n-1};$$

in povprečna razdalja je

$$\begin{aligned} d(m, n) &= \sum_{k \geq 0} k p_k(m, n) = (m-n) m^{1-n} \sum_{r \geq k \geq 0} k \binom{n-1}{r} (r+1)^{r-1} (m-r-1)^{n-r-2} = \\ &= \frac{(m-n) m^{1-n}}{2} \sum_{r \geq 0} r \binom{n-1}{r} (r+1)^r (m-r-1)^{n-r-2} \end{aligned}$$

Kdor ima tipično matematično izobrazbo, se bo verjetno tu ustavil; odgovor je na videz grozno seštevanje. Toda če bi med študijem matematike posvetili več pozornosti končnim vsotam, namesto da smo se tako zelo osredotočili na integrale, bi po občutku spoznali, da se da taka vsota precej poenostaviti. Ko sem prvič pogledal to vsoto, sem ugotovil, da take še nikoli nisem videl; toda domneval sem, da se da z njo nekaj storiti; vsota vseh $p_k(m, n)$ mora biti namreč 1. Kasneje sem zvedel, da obstaja obsežna literatura o takih

vsotah. Nočem iti v podrobnosti, rad pa bi pokazal, da se take vsote vedno znova pojavljajo pri študiju algoritmov. Do sedaj sem videl že dobesedno na stotine primerov, pri katerih se končne vsote, ki vsebujejo binomske koeficiente in funkcije, ki so z njimi v zvezi, pojavljajo v zvezi z računalniškimi problemi; na stanfordski univerzi sem vpeljal tečaj, imenovan Konkretna matematika, kjer učijo te vrste matematiko.

Naj bo $\delta(m, n)$ povprečno število stolov, ki jih preskoči prvih n igralcev:

$$\delta(m, n) = (d(m, 1) + d(m, 2) + \dots + d(m, n))/n$$

To ustreza povprečnemu času, ki je potreben, da zgostitveni algoritem najde podatek, ko je bilo shranjenih n podatkov. Vrednost izraza $d(m, n)$, ki smo ga izpeljali zgoraj, lahko poenostavimo, da dobimo tele formule:

$$d(m, n) = \frac{1}{2} \left(2 \frac{n-1}{m} + 3 \frac{n-1}{m} \frac{n-2}{m} + 4 \frac{n-1}{m} \frac{n-2}{m} \frac{n-3}{m} + \dots \right)$$

$$\delta(m, n) = \frac{1}{2} \left(\frac{n-1}{m} + \frac{n-1}{m} \frac{n-2}{m} + \frac{n-1}{m} \frac{n-2}{m} \frac{n-3}{m} + \dots \right)$$

Te formule lahko uporabimo, da vidimo obnašanje za velike m in n : če je $\alpha = n/m$ razmerje izpolnjenih mest proti skupnemu številu mest in če je α fiksiran, medtem ko m raste preko vsake meje, potem narašča $\delta(m, \alpha m)$ do limitne vrednosti $\frac{1}{2} \alpha / (1 - \alpha)$.

Formula za $\delta(m, n)$ nam pove še eno presenetljivo resnico:

$$\delta(m, n) = \frac{n-1}{2m} + \frac{n-1}{m} \delta(m, n-1)$$

Če bi kdo lahko odkril preprost trik, s katerim bi to enostavno zvezo lahko direktno dokazali, bi to vodilo k veliko bolj elegantni analizi zgostitvenega algoritma in morda bi dalo nadaljnje vpoglede. Žal se nisem mogel domisliti nobene direktne poti, da bi to zvezo dokazal.

Ko je $n = m$ (to je, ko vsi igralci sedijo in ko so vsi stoli zasedeni), je povprečna razdalja prehojene poti na igralca

$$\delta(m, m) = \frac{1}{2} \left(\frac{m-1}{m} + \frac{m-1}{m} \frac{m-2}{m} + \frac{m-1}{m} \frac{m-2}{m} \frac{m-3}{m} + \dots \right)$$

Zanimivo je študirati to funkcijo, za katero lahko pokažemo, da ima približno vrednost

$$\delta(m, m) \approx \sqrt{\frac{\pi m}{8}} - \frac{2}{3}$$

za velike m . Tako je število π , ki se je tako umetno pojavilo v sliki 1, dejansko prav tako naravno prisotno v problemu! Takšni asimptotični izračuni, skupaj z diskretnimi seštevanji, kot zgoraj, so tipični za to, kaj nastane, ko študiramo algoritme; obe, klasična matematična analiza in diskretna matematika, sta pri tem pomembni.

(Dalje prihodnjič!)

SENZORJI ZA INFRARDEČO SVETLOBO*

PETER GOSAR

UDK 535 — 1

Obravnavani so procesi zaznavanja infrardeče svetlobe pri termičnih in fotonских senzorjih. Analizirani so pogoji optimalnega delovanja in fizikalne omejitve, ki določajo prag zaznavanja.

INFRARED DETECTORS

The processes of infrared light detection in thermal and photon sensors are discussed. The conditions for the optimum performance and the physical limitations, which determine the detection threshold, are examined.

Uvod

Infrardečo svetlobo zaznamo z opazovanjem fizikalnih sprememb snovi, ki jo obseva ta svetloba. Senzorje delimo v dve skupini, v *termične* in *fotonske*. Pri termičnih senzorjih merimo spremembo temperature obsevane snovi, pri fotonских pa *fotoelektrične pojave*, ki so posledica absorpcije fotonov infrardeče svetlobe. Za uporabo je najzanimivejše spektralno območje med valovnima dolžinama $1\ \mu$ in $14\ \mu$. Dolgovalovno mejo infrardečega območja pa lahko postavimo nekako k $1000\ \mu$. Izviri infrardeče svetlobe so pretežno termične narave. To so segreta telesa s temperaturo od sobne temperature do nekaj sto ali tisoč K. Sevanje teles v tem temperaturnem območju je podobno črnemu sevanju. Za spekter sevanja črnega telesa velja *Wienov zakon*

$$\lambda_{maks} T = 2893\ \text{K}\mu \quad (1)$$

če je λ_{maks} valovna dolžina, pri kateri seva sevalec največ svetlobe, in T njegova absolutna temperatura. Pri sobni temperaturi meri λ_{maks} $10\ \mu$. V območju od $1\ \mu$ do $14\ \mu$ je tudi zemeljsko ozračje zelo prozorno. Tu opazimo le absorpcijo zaradi vodne pare in ogljikovega dioksida. Posebno močna je absorpcija v vodni pari pri valovni dolžini $6\ \mu$.

Termični senzorji

Pri termičnih senzorjih segreva infrardeča svetloba kos prikladne snovi, ki je toplotno izoliran od okolice. Spremembo temperature zaznamo z merjenjem sprememb *električnega upora* obsevanca ali z merjenjem *termoelektrične* ali *piroelektrične napetosti*.

Senzorsko zmožnost termičnega senzorja določa v veliki meri toplotna kapaciteta C obsevanca in toplotna prevodnost G prostora med obsevanjem in ohišjem senzorja. Za časovni potek temperature T obsevanca velja enačba

$$C(dT/dt) = Q - G(T - T_0) \quad (2)$$

v kateri je Q toplotni tok, ki ga sevanje dovaja obsevanju in T_0 temperatura ohišja. V stacionarnem primeru ($Q = \text{konst.}$) je temperaturna razlika med obsevanjem in ohišjem enaka

$$\Delta T = T - T_0 = Q/G \quad (3)$$

* Prirejeno po referatu na 3. jugoslovanskem posvetovanju o modernih anorganskih materialih, Ljubljana, 2.—5. septembra 1974.

Pri termičnih senzorjih ni dobro, če je koeficient G premajhen. Majhen G zares ugodno vpliva na razliko temperatur ΔT , ki mora biti dovolj velika, da je meritev še možna. Vendar slabšanje toplotnega kontakta med senzorsko snovjo in ohišjem podaljšuje časovno konstanto senzorja. Senzor pa mora dovolj hitro reagirati na spremembe osvetlitve. Iz (2) sledi namreč, da je časovni potek temperature T pri nestacionarni osvetlitvi odvisen od časovne konstante

$$\tau = C/G \quad (4)$$

Navadno uporabljamo senzorje pri izmenični osvetlitvi. Slabost termičnih senzorjev je ravno razmeroma velika časovna konstanta: več tisočink sekunde. τ zmanjšamo tako, da vzamemo čim manj senzorske snovi, na primer ploščico z obsevalno površino 4 mm^2 in debelino 10μ , in poskrbimo za dokaj dober toplotni kontakt z ohišjem.

Omejitev glede spodnje meje svetlobnega toka, ki ga idealni termični senzor še zazna, je podana s statističnimi fluktuacijami temperature obsevanca. Iz statistične termodinamike sledi, da je poprečni kvadrat temperaturnih fluktuacij telesa s toplotno kapaciteto C sorazmeren s kvadratom absolutne temperature in obratno sorazmeren s toplotno kapaciteto:

$$\langle (\Delta T)^2 \rangle = kT^2/C \quad (5)$$

če je k Boltzmannova konstanta. Spekter fluktuacij temperature je Lorentzov

$$(2/\pi)\tau/(1 + \omega^2\tau^2) \quad (6)$$

Naj detektorski sistem senzorja prepušča svetlobo na frekvenčnem intervalu $\Delta\nu$, ki je zelo majhen v primerjavi s srednjo frekvenco ν_0 . Naj bo tudi $\omega\tau \ll 1$. Tedaj je poprečni kvadrat temperaturnih fluktuacij na intervalu $\Delta\nu$ enak

$$\langle (\Delta T)^2 \rangle = 4kT^2\tau\Delta\nu/C = 4kT^2\Delta\nu/G \quad (7)$$

Signal lahko zaznamo le, če je ΔT iz enačbe (3) večja od $\langle (\Delta T)^2 \rangle^{1/2}$ iz enačbe (7). Spodnja meja energijskega toka, ki ga senzor še zazna, ali *detekcijski prag* je torej podana z zahtevo

$$Q > (4kG\Delta\nu)^{1/2}T \quad (8)$$

Najobčutljivejši termični senzorji obratujejo pri nizkih temperaturah, na primer pri vrelišču helija. S tem zmanjšamo *termični šum* (8) in tudi časovno konstanto senzorja. Z nižanjem temperature toplotna kapaciteta teles pada, kar zmanjšuje časovno konstanto. Oglejmo si nekaj vrst termičnih senzorjev!

Termočleni. Termočleni za zaznavanje infrardeče svetlobe se precej razlikujejo od običajnih termočlenov za merjenje temperature. Tu mora biti toplotna kapaciteta termočlena čim manjša in s počrnitvijo obsevanih delov je treba doseči dobro absorpcijo infrardeče svetlobe. Seebeckov pojav je posebno izrazit pri polprevodnikih. Teh pa ne moremo oblikovati v žice, tako da je potrebna posebna konstrukcija termočlena. Za primer navedimo polprevodniško zlitino tipa p iz 33% telura, 32% srebra, 27% bakra, 7% selena in 1% žvepla, ki je pritaljena v obliki majhne kapljice na krajišče tanke žičke iz zlata. Podobno je zlitina tipa n iz 50% Ag_2Se in 50% Ag_2S pritaljena na drugo žičko iz zlata. Električni stik obeh delov termočlena dosežemo nato s privaritvijo tanke folije zlata preko obeh kapljic polprevodniške snovi. Folija je počrnjena. Detekcijski prag termočlena je najmanjši v vakuumu, vendar je časovna konstanta tedaj zelo velika (30 ms). V zraku naraste prag za celokostno stopnjo, toda tudi časovna konstanta je bistveno manjša zaradi boljšega toplotnega kontakta z ohišjem.

Oglejmo si še konstrukcijo termočlena, ki absorbira infrardečo svetlobo skoraj tako kot črno telo (emisivnost $> 0,99$) v območju od vidne svetlobe do 40μ in več! Del, ki absorbira svetlobo, je stožčast lijak iz tankega elektrolitsko formiranega bakra ali iz zlate

folije. Notranje površje stožca je prevlečeno s posebnim črnim pigmentom, da se izboljša absorpcija infrardeče svetlobe. Žični termoelement je pritrjen na zunanjo stran stožca. Z izbiro tako majhne mase stožca, kot to še dopušča mehanska stabilnost, je mogoče doseči časovno konstanto senzorja pod 0.2 s. To omogoča modulacijo vpadne svetlobe s frekvenco 1 Hz.

Spektralna občutljivost senzorjev v vakuumu je ponavadi omejena s prepustnostjo okenca, skozi katerega vpada svetloba na senzorsko snov. Vendar pride pri valovnih dolžinah nad $10\ \mu$ do izraza tudi slaba absorpcija infrardeče svetlobe v tanki kovinski foliji. Pomagamo si z absorbirajočimi prevlekami, ki pa žal povečujejo toplotno kapaciteto in s tem časovno konstanto senzorja. S tem problemom se srečamo pri vseh termičnih senzorjih.

Bolometri. To so v bistvu uporovni termometri. Spremembo upora ΔR senzorske snovi zaradi segrevanja zapišemo kot

$$\Delta R = R\alpha \Delta T \quad (9)$$

če je α temperaturni koeficient upora. Z enačbo (3) dobimo za signalno napetost V_s izraz

$$V_s = IR\alpha Q/G \quad (10)$$

Tu je I tok skozi uporovni termometer. Detekcijskega praga pri bolometrih ne določa termični šum, pač pa navadno napetostni *Jonesov šum* senzorskega materiala V_T

$$V_T = (4RkT\Delta\nu)^{1/2} \quad (11)$$

Pri dobri senzorski snovi mora biti $\alpha R^{1/2}$ čim večji. Uporabljajo predvsem polprevodniške termistorske snovi, ki vsebujejo okside mangana, nikla in kobalta. Take termistorske snovi imajo negativen temperaturni koeficient upora $-0,04\ \text{K}^{-1}$, kar je desetkrat več kot pri kovinah, in velik specifični upor od 250 do $2500\ \Omega\ \text{cm}$. Senzorska plast z debelino okoli $10\ \mu$ je nanescena na osnovo iz safira, kar omogoča dober toplotni kontakt z ohišjem. Termistorske snovi precej dobro absorbirajo infrardečo svetlobo. Zato dodatna počrnitev občutljive plasti tu ni tako potrebna kot pri termočlenih ali kovinskih bolometrih. S hlajenjem, na primer s tekočim helijem, se detekcijski prag za signal zniža. Termistorsko plast si pa lahko izberemo debelejšo, ne da bi s tem povečali časovno konstanto. Debelejša plast omogoča boljšo absorpcijo infrardeče svetlobe.

Piroelektrični senzorji. Pri teh senzorjih merimo spremembe dielektrične polarizacije feroelektrične senzorske plasti zaradi spreminjanja njene temperature. Uporabne piroelektrične snovi so barijev titanat in posebno monokristali triglicin sulfata, triglicin fluorberilata in triglicin selenata. Triglicin sulfat dobro absorbira infrardečo svetlobo v vsem spektralnem območju. Pri piroelektričnih senzorjih lahko dosežemo časovno konstanto $50\ \mu\text{s}$ in manj. Detekcijski prag je približno tolikšen kot pri Golayevi celici, a pri tem je občutljiva površina precej večja. Tipična občutljiva površina je $1\ \text{mm}^2$. Piroelektrični senzorji so boljši kot drugi termični senzorji. Njihovo spektralno območje se razteza do $300\ \mu$. Uporabljajo jih pri sobni temperaturi. Pri neki komercialni izvedbi je senzor hermetično zaprt v ohišje skupaj s predojačevalnikom FET (field effect transistor, posebna izvedba tranzistorja). Okno v ohišju je antirefleksijsko in narejeno iz germanija.

Fotonski senzorji

Pri fotonskih senzorjih infrardeča svetloba vzbudi elektrone v senzorski snovi na višje nivoje. Temu pojavu pravimo *notranji fotoefekt*. Vzbujene elektrone je mogoče zaznati na razne načine. Predvsem jih zaznavamo po pojavih, kot so *fotoprevodnost*, *fotonapetostni*

in fotoelektromagnetni pojav. Senzorska snov je tu vedno polprevodnik. Razni procesi vzbujanja so:

- a) prehodi elektronov iz valenčnega v prevodni pas. Energija fotona $h\nu$ mora biti večja od vzbuditvenega praga, ki je v tem primeru kar širina prepovedanega pasu. Podatki o širinah prepovedanega pasu za nekatere polprevodnike so navedeni v tabeli 1.

Tabela 1

Polprevodnik	Širina prepovedanega pasu pri 300 K
Si	1,14 eV
Ge	0,67
InSb	0,23
InAs	0,33
GaAs	1,4
Te	0,33
PbS	0,34—0,37
PbSe	0,27
PbTe	0,30

- b) prehodi elektronov z donorskih nivojev v prevodni pas ali vrzeli z akceptorskih nivojev v valenčni pas. Prag za takšno vzbujanje ima velikostno stopnjo desetinke do stotinke eV.
- c) absorpcija fotonov na prostih elektronih v prevodnem pasu. Tu ni vzbuditvenega praga. Verjetnost za absorpcijo fotona pada z rastočo frekvenco.

Pri procesih a) in b), pri katerih je odziv senzorja omejen na dolgovalovni strani z vzbuditvenim pragom, mora biti valovna dolžina infrardeče svetlobe manjša kot

$$\lambda_0 = 1,24 \mu / \Delta E \quad (12)$$

če je ΔE vzbuditveni prag v elektronvoltih. Senzorji, ki zaznajo procese a), so občutljivi le za svetlobo do največ 10μ . V ta namen so uporabne le snovi s precej majhno širino prepovedanega pasu. Proces b) omogočajo zaznavanje infrardeče svetlobe v območju od 10μ do 100μ . Tu se uporablja predvsem germanij z dodatki donorskih ali akceptorskih primesi. Senzorji morajo biti hlajeni, da preprečimo termično ionizacijo donorskih ali akceptorskih centrov. Nekateri delajo pri temperaturi tekočega dušika, druge pa hladijo tudi do vrelišča helija.

Proces c) je uporaben za zaznavanje fotonov infrardeče svetlobe v dolgovalovnem območju od 200μ do 1000μ . Najprimernejša senzorska snov je InSb. Tudi tu so potrebne nizke temperature (tekoči helij).

Glavni prednosti fotonovskih senzorjev v primerjavi s termičnimi sta mnogo krajša časovna konstanta, ki ima velikostno stopnjo $1 \mu s$, in nižja spodnja meja energijskega toka sevanja, ki ga senzor še zazna. Slaba stran pa je v tem, da so pri večini izvedb potrebne za obratovanje nizke temperature. V nadaljnjem si bomo ogledali nekatere načine zaznavanja vzbujenih elektronov v fotonovskih senzorjih.

Fotoprevodnost. Pri procesih a) povzroči absorpcija fotona nastanek para elektron-vrzel. Pari v polprevodniku se po določenem času rekombinirajo. Poprečnemu trajanju para pravimo življenjski čas τ . Ta meri pogosto nekaj mikrosekund, lahko pa tudi precej več ali manj. Pri osvetlitvi se torej poveča število nosilcev električnega toka v polprevodniku. Upor snovi se zmanjša. To lahko ugotovimo na primer z merjenjem toka skozi

ploščico senzorske snovi, ki je priključena na izvir konstantne napetosti. K spremembi upora prispevajo največ fotoelektroni, ker je gibljivost elektronov v polprevodnikih dosti večja kot gibljivost vrzeli. Zato bomo v nadaljnjem upoštevali le elektrone. Vzemimo podolgovato tanko ploščico z dolžino a , širino b in debelino d ! Ohmske kontakte za dovod in odvod toka napravimo na obeh skrajnih ploskvah ploščice. Eno izmed večjih ploskev ab osvetlimo z infrardečo svetlobo. Zaradi preprostosti vzemimo, da je to kar enobarvna svetloba s frekvenco ν in s konstantnim energijskim tokom. Če se absorbira v ploščici svetlobni tok Q , se v ploščici poveča število elektronov za $Q\tau/h\nu$. To povzroči povečanje toka I skozi ploščico, ki je priključena na izvir konstantne napetosti V , za

$$\Delta I = eQ\tau\mu V/h\nu a^2 \quad (13)$$

če je μ gibljivost elektronov.

Najmanjša Q ali ΔI , ki jih lahko še merimo, sta odvisna od statističnih fluktuacij toka. Te ustrezajo pri fotoprevodnikih navadno Jonesovemu šumu (11), tako da je

$$I_T = V_T/R = (4kT\Delta\nu/R)^{1/2} \quad (14)$$

Vidimo, da je ugodno, če je upor neosvetljene ploščice čim večji. To dosežemo z uporabo polprevodnikov tipa p, v katerih je gibljivost vrzeli dosti manjša od gibljivosti elektronov, in s tem, da uporabljamo zelo tanke ploščice. Povečanje upora dosežemo tudi z znižanjem temperature. Pri debelini ploščice je treba upoštevati nekatere omejitve. Ploščica ne sme biti tako tanka, da bi postala prosojna za infrardečo svetlobo. Tipična vrednost absorpcijskega koeficienta za svetlobo s frekvenco v bližini absorpcijskega robu je 10^4 cm^{-1} . Ploščica mora biti torej debela vsaj nekaj mikronov. Pri tankih ploščicah tudi površina s svojimi rekombinacijskimi centri močno vpliva na življenjski čas nosilcev toka, ki je lahko zaradi tega dosti manjši.

Izraz (13) kaže, da imajo prednost snovi z veliko gibljivostjo elektronov. V tem pogledu se odlikujejo razne intermetalne spojine kot InSb, InAs in PbTe z izredno veliko gibljivostjo elektronov.

Tabela 2

Polprevodnik	Gibljivost elektrona pri 300 K
Si	1600 cm^2/Vs
Ge	3800
InSb	77000
InAs	23000
GaAs	8500
PbS	600
PbSe	900
PbTe	17000

Z nižanjem temperature gibljivost hitro raste in je na primer pri InSb že nad $5 \cdot 10^5 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ pri 77 K.

Časovna konstanta senzorjev je tu v bistvu skoraj enaka življenjskemu času nosilcev toka. τ je namreč ravno čas, v katerem se polprevodnik lahko prilagodi spremembam osvetlitve. Zato življenjski čas ne sme biti prevelik, čeprav bi se zdelo to ugodno glede na izraz (13).

Prvotno so uporabljali kot senzorsko snov polikristaliničen PbS, PbTe in PbSe. Posebno iz PbS je mogoče izdelati izredno dobre senzorje. Slaba stran polikristaliničnih snovi je težavna serijska izdelava senzorjev enake kvalitete zaradi majhne reproducibilnosti. Tudi

časovna konstanta teh senzorjev je dosti večja kot pri senzorjih iz monokristaliničnih ploščic. Danes imajo vsekakor prednost ploščice iz monokristalov InAs in InSb.

Fotoprevodniški senzorji imajo majhen notranji upor, pogosto tudi samo nekaj ohmov. Občutljive površine teh senzorjev so okoli 1 mm^2 .

Fotoelektromagnetni pojav. Pri osvetlitvi polprevodniške ploščice se večina fotonov absorbira v neposredni bližini osvetljene površine. Nastali pari elektron-vrzel začno zaradi povečane koncentracije difundirati v notranjost ploščice proti nasprotni neosvetljeni površini. Hitrost difuzije je v glavnem določena z gibljivostjo manjšinskih nosilcev. Za ploščico tipa p, kot smo privzeli pri fotoprevodnosti, ustreza hitrost difuzije gibljivosti elektronov. Pri fotoelektromagnetnem pojavu je ploščica v magnetnem polju, ki je vzporedno z osvetljeno površino in kaže pravokotno na podolžno smer ploščice. V magnetnem polju se difundirajoči elektroni in vrzeli odklonijo v smeri stranice a : pozitivni delci v eno, negativni pa v nasprotno smer. Če je ploščica preko ohmskih kontaktov kratko sklenjena, dobimo tok ali pa napetost pri odprtem krogu. Temu pojavu pravimo fotoelektromagnetni pojav. Tok oziroma napetost dobimo, ne da bi bil potreben kakšen zunanji izvir. Senzorji te vrste so narejeni navadno iz InSb zaradi velike gibljivosti elektronov v tej snovi. Pri sobni temperaturi so se prav dobro obnesli in imajo enako dobre lastnosti kot senzorji na osnovi fotoprevodnosti. Njihova slaba stran je predvsem majhen notranji upor z velikostno stopnjo 1Ω , ki otežkoča uporabo.

Fotonapetostni pojav pri stikih p-n. Tudi pri osvetlitvi polprevodniških stikov p-n dobimo *fototok* ali *fotonapetost*. Delovanje polprevodniških fotocelic je dobro znano in se zato ne bomo spuščali v podrobnosti. Fotocelice, ki so uporabne za infrardečo svetlobo, morajo biti narejene iz polprevodnikov z majhno širino prepovedanega pasu. Pri takih polprevodnikih pa navadno ne moremo pri sobni temperaturi klasificirati kristalov glede na tip p ali n. Pri visokih temperaturah je namreč v polprevodniku toliko lastnih nosilcev toka, nastalih s termično aktivacijo elektronov iz valenčnega pasu v prevodni, da je vpliv elektronov ali vrzeli zaradi dodatka primesi neznaten. Zato pri sobni temperaturi ne obstajajo stiki p-n pri teh materialih. Potrebno je hlajenje. Pri nizkih temperaturah pa se fotocelice iz InSb in InAs izredno dobro obnesejo. Detekcijski prag in časovna konstanta sta boljša kot pri drugih fotonih senzorjih za isto spektralno območje.

Pojav vročih elektronov. Polprevodnik InSb kaže pri nizkih temperaturah okoli 4 K močno odstopanje od Ohmovega zakona. Zveza med tokom in napetostjo ni več linearna že pri jakosti električnega polja pod 1 V/cm . Tok narašča počasneje, kot napoveduje Ohmov zakon. Zaradi velike proste poti dobe elektroni iz polja precej energije. Elektronski plin v prevodnem pasu polprevodnika se segreje in sipanje elektronov je močnejše. Gibljivost elektronov se zmanjša in Ohmov zakon ne velja več. Govorimo o *pojavu vročih elektronov*. Elektronski plin pa lahko segrevamo tudi z infrardečo svetlobo, ki jo absorbirajo prosti elektroni. Zaradi tega segrevanja se spremeni upor polprevodnika. Spremembo upora lahko merimo enako kot pri senzorjih na osnovi fotoprevodnosti.

Za zaključek poskusimo kvantitativno primerjati razne vrste senzorjev! V tabeli 3 navajamo tip senzorja, obratovalno temperaturo, valovno območje, detekcijski prag D^* , časovno konstanto τ in notranji upor R senzorja. Ker je občutljiva površina od senzorja do senzorja različna in tudi frekvenčni interval $\Delta\nu$ ni enak, navedemo kot merilo za detekcijski prag količino

$$D^* = (S\Delta\nu)^{1/2}/P \quad (15)$$

S je površina senzorske ploščice in P najmanjši absorbirani energijski tok Q , ki ga senzor še zazna. Vsi podatki v tabeli so le orientacijski in se lahko precej spremenijo od primerka do primerka.

Tabela 3

Tip senzorja	Temp. obrat.	Valovno območje	D^*	τ	R
Polprevodniški termičen	295 K	vidno do $30\ \mu$	$3 \cdot 10^9\ \text{W}^{-1}\text{cm s}^{-\frac{1}{2}}$	$30 \cdot 10^3\ \mu\text{s}$	$10\text{--}100\ \Omega$
Termistorski bolometer	295	vidno do $40\ \mu$	$4 \cdot 10^8$	$(1\text{--}10) \cdot 10^3$	$2.5\ \text{M}\Omega$
Piroelektrični senzor	295	vidno do $300\ \mu$	$10^8\text{--}10^9$	$1 \cdot 10^3$	$> 10\ \text{M}\Omega$
PbS — PC	295	$< 3\ \mu$	$8 \cdot 10^{10}$	300	$500\ \text{k}\Omega$
InSb — PC	295	$< 7,8$	$3 \cdot 10^8$	0.05	$5\ \Omega$
InSb — PC	77	$< 5,5$	$5 \cdot 10^{10}$	5—10	$2\ \text{k}\Omega$
Si-PV	295	$< 1,2$	$2.5 \cdot 10^{12}$	1000	$450\ \text{k}\Omega$
InAs-PV	77	$< 3,4$	$3 \cdot 10^{11}$	$2\ \mu\text{s}$	$< 10\ \text{M}\Omega$
InSb-PV	77	$< 5,5$	$7 \cdot 10^{10}$	< 1	—
InSb-PEM	295	$< 7,8$	$3 \cdot 10^8$	0.2	$20\ \Omega$
Be-Zn-IPI	4	< 40	$2 \cdot 10^{10}$	~ 1	$\sim 1\ \text{M}\Omega$

Tu označuje PC senzor na osnovi fotoprevodnosti. Podobno se nanaša PV na fotonapetost, PEM na fotoelektromagnetni pojav in IPI na fotonsko ionizacijo primesi.

LITERATURA

- [1] P. W. Kruse, L. D. McGlauchlin and R. B. McQuistan, *Infrared Technology*, John Willey and Sons, New York 1962.
- [2] E. H. Putney, *Solid state devices for infrared detection*, J. Sci. Instrum. **43** (1966) 857.
- [3] C. Hilsum and A. C. Rose-Innes, *Semiconducting III—V Compounds*, Pergamon Press, Oxford 1961.
- [4] P. W. Kruse, *Indium Antimonide Photoelectromagnetic Infrared Detector*, J. Appl. Phys. **30**, (1959) 770.
- [5] *Infrared Detectors*, Rev. Sci. Instrum. **45** (1974) 148.
- [6] *Pyroelectric Crystals*, Rev. Sci. Instrum. **45** (1974) 328.

UTRINEK

Okrog leta 700 sta v Indiji živela dva matematika istega imena Aryabhata. Kasnejši raziskovalci so ju pogosto zamenjavali. Ko smo to omenili na seminarju iz zgodovine matematike, je pripomnil kolega: »Nič hudega, saj sta bila do izomorfizma enaka.«

Peter Petek

GRAVITACIJSKI RADIJ

Črne luknje postajajo vedno bolj cenjene tudi kot poživilo pri pouku fizike. Količina, brez katere pri tem ne moremo prebiti, je *gravitacijski (Schwarzschildov) radij*. Dosledno ga vpeljemo v okviru splošne teorije relativnosti kot radij, pri katerem je enak nič element g_{00} metričnega tenzorja za izotropne sferične koordinate. Ta vpeljava je za šolo vsekakor odločno prezahtevna. Dobrodošla je Laplaceova domislica iz leta 1798: gravitacijski radij naj bi imelo okroglo telo z maso m , pri katerem bi bila ubežna hitrost na površju za telo z maso m' enaka hitrosti svetlobe. Iz enačbe $m'v^2/2 - \kappa mm'/r_0 = 0$ sledi

$$r_0 = \kappa m / 2c^2 \quad (1)$$

Seveda v Laplaceovih časih ni bilo razloga za domnevo, da utegne težnost vplivati na svetlobo.

Do gravitacijskega radija je mogoče priti tudi, kot je to napravil J. D. Shelton [1], po podobnosti med gravitacijskim in elektrostatičnim poljem. Pri tem ne gre brez dodatnih predpostavk in precej dolgega računanja. Nikjer pa še nisem zasledil, da bi kdo to podobnost prignal do skrajnosti in bi gravitacijski radij vzporedil s klasičnim radijem elektrona.

Ponovimo račun, s katerim vpeljemo klasični radij elektrona, le da zamenjamo električne količine z ustreznimi gravitacijskimi! Pri tem se delamo, da velja Newtonov gravitacijski zakon. Jakost gravitacijskega polja v razdalji r od središča krogelno simetričnega telesa je zunaj telesa $g = \kappa m / r^2$. Pri tem sta κ gravitacijska konstanta in m masa. Zapisana enačba ustreza enačbi za jakost električnega polja $E = e / 4\pi\epsilon_0 r^2$. Gostota energije v gravitacijskem polju je $w = g^2 / 8\pi\kappa$, kar ustreza gostoti energije v električnem polju $w = \epsilon_0 E^2 / 2$.

Polna energija gravitacijskega polja zunaj telesa z radijem r_0 je $W = \int_{r_0}^{\infty} w dV = \kappa m^2 / 2r_0$, kar ustreza energiji električnega polja zunaj telesa $W = e^2 / 8\pi\epsilon_0 r$. Zahtevajmo, da je energija v gravitacijskem polju zunaj telesa enaka lastni energiji telesa mc^2 (c je hitrost svetlobe), pa dobimo gravitacijski radij (1).

Klasični radij elektrona bi dobili po tem iz enačbe $e^2 / 8\pi\epsilon_0 r = m_e c^2$. Toda navada je, da definiramo kot klasični radij dvakratno vrednost, ki sledi iz te enačbe: $r_k = e^2 / 4\pi\epsilon_0 m_e c^2$. Če vzamemo, da je telo tanka krogelna lupina, v notranjosti ni polja in smo v računu že upoštevali energijo vsega polja. Na videz neoporečnemu računu očitamo lahko le to, da ne pokaže singularne narave radija r_0 .

V resnici je račun zgrešen. Newtonov gravitacijski zakon ne velja v zelo gostem gravitacijskem polju. Poleg tega smo imeli maso na prvi strani za vzrok gravitacijskega polja in na drugi strani za posledico njegove energije. To slabost ima, v manjši meri, že račun klasičnega radija elektrona. V resnici bi morali najbrž skupno energijo gravitacijskega polja in lastno energijo »gole« mase (brez gravitacijskega polja) izenačiti z lastno energijo prave (»renormalizirane«) mase telesa. Morda pa je račun vseeno poučen za študente, ki že poznajo klasični radij elektrona in pomisleke ob njegovi vpeljavi.

Janez Strnad

LITERATURA

[1] J. D. Shelton, *Simple Interpretation of the Schwarzschild Radius*, Am. J. Phys. **41** (1973) 1368.

TERMINOLOGIJA

PRISPEVEK KRIŽANIČEVE KNJIGE O DIFERENCIALNIH ENAČBAH K IZPOPOLNITVI MATEMATIČNE TERMINOLOGIJE

Uvod

Prvo veliko delo o diferencialnih enačbah v našem jeziku je izšlo leta 1960; to so bile Plemljeve Diferencialne in integralne enačbe. Po 14 letih smo dobili približno enako obsežno delo, in sicer Križaničeve Navadne diferencialne enačbe in variacijski račun.

Ker je Križaničevo delo drugo s področja diferencialnih enačb, sem po izkušnjah z drugih področij domneval, da v njem ne bom našel več kaj prida dosti novih terminoloških gesel. Pri ekscerpiranju gesel iz te knjige pa sem brž spoznal, da je bila ta domneva hudo zmotna.

Hkrati s Križaničevo knjigo je izšla tudi moja Matematična terminologija. Poiskal sem v Križaničevi knjigi gesla, ki jih v mojem slovarčku še ni najti; pokazalo se je, da teh gesel ni malo, saj je narastel kupček novih gesel kar na nad 500 kartotečnih listkov.

V naslednjem navajam samo del teh gesel; med njimi sem zlasti izpustil osebna imena in zveze z njimi. Za vsakim geslom navajam stran, na kateri sem ga srečal v Križaničevi knjigi.

algebrski prehod 59
asimptotičen: $\sim$ a stabilnost 340; $\sim$ o vedenje 244
asimptotski: $\sim$ i obrazec 247; $\sim$ a ocena 146
avtonomen: $\sim$ i sistem 145
baza jedra 168
bifurkacijski diagram 300
bližnjica *geodetka*, *geodetska krivulja*, *najkrajša spojnica*
center: indeks $\sim$ a 316
cikel: stabilni limitni $\sim$ 306
ciklični: $\sim$ i račun 103; $\sim$ a spremenljivka 527
delilna točka *razdelišče* 102
difeomorfen: lokalno $\sim$ 150
difeomorfizem: unimodularni $\sim$ 148
dikritični voz 284
dinamični sistem 148
diskriminanten: $\sim$ a krivulja 154; $\sim$ a množica 50
dogodek 410 *točka sveta Minkovskega*; norma $\sim$ a 410
določitvena enačba 216
dualna enačba 59
dvojni razteg 29
eikonal 574
ekstrem: krepki $\sim$ 453; šibki $\sim$ 441
ekstremala: lomljena $\sim$ 385; prelom $\sim$ e 387
empirični koeficient 78
enačba: $\sim$ generatorja 328; disjunkcija $\sim$ 49; določitvena $\sim$ 216; dualna $\sim$ 59; karakteristika $\sim$ e; normalno rešljiva $\sim$ 421; skalarna $\sim$ 98
enak: $\sim$ o omejen 104; $\sim$ o zvezen 104
enakomeren: $\sim$ a limita 106; $\sim$ a metrika 121

fazen: $\sim$ a hitrost 271; $\sim$ i portret 271; $\sim$ a ravnina 269; $\sim$ a spremenljivka 269; $\sim$ i tir 270; $\sim$ i valj 298
fokus: indeks $\sim$ a 316
funkcija: $\sim$ operatorja 166; $\sim$ paraboličnega valja 227; ekstremalna $\sim$ 442; indeks cilindrske $\sim$ e 241; odvisnost funkcij 487; prirejena $\sim$ operatorja 172; vedenje $\sim$ e *obnašanje*, *potek* 127
funkcijski prostor 161
funkcional: diferenciablelni $\sim$ 360; invariantnost $\sim$ a 390; pozitivno definitni $\sim$ 436; odvod $\sim$ a 461
generalizirani impulz 404
generator: enačba $\sim$ ja 328
geodetka *bližnjica*, *geodetska krivulja* 367
geodetski: $\sim$ a krivulja 367; $\sim$ i krog 394; $\sim$ a razdalja 404
geometrijski jezik 493
gibliva meja 354
grupa: $\sim$ diferencialne enačbe 27; $\sim$ raztegov 393; multiplikativna $\sim$ 145
harmonični: $\sim$ i faktor 181; $\sim$ a linearizacija 337
hitrost: fazna $\sim$ 271
igličast: $\sim$ a variacija vodenja 464; $\sim$ o variiranje 465
impulz: generalizirani $\sim$ 404
indeks: $\sim$ centra 316; $\sim$ cilindrske funkcije 241; $\sim$ faznega tira 316; $\sim$ fokusa 316; $\sim$ singularne točke 315; $\sim$ vektorskega polja *zasuk v. p.* 312; $\sim$ vozla 316
integral: $\sim$ karakterističnega sistema 525; popolni $\sim$ 515; prvi $\sim$ 485; singularni $\sim$ 515; splošni $\sim$ 515

integralski: $\sim$ o izražanje 256; $\sim$ a zveza 385
 izintegriran 403
 izintegrirati 403
 izotropni prostor 410
 izrojen: $\sim$ i voz *degenerirani* v. 284
 jedro: $\sim$ operatorja 165; baza $\sim$ a 168
 jezik: geometrijski $\sim$ 493
 karakterističen: $\sim$ a krivulja 498; $\sim$ i eksponent 219; $\sim$ i sistem enačbe 491
 karakteristika enačbe 494
 koeficient: $\sim$ operatorja 162; empirični $\sim$ 78; vodilni $\sim$ 195
 komponenta: radialna $\sim$ 534; transversalna $\sim$ 534
 kompozicijsko pravilo 159
 konfluentna hipergeometrijska vrsta 226
 konstanta: vektorska $\sim$ 97
 konzervativni sistem 291
 krčiti prostor 109
 krepek: $\sim$ i ekstrem 453; $\sim$ i maksimum 453; $\sim$ i minimum 453
 kritična točka 151
 krivulja: diskriminantna $\sim$ 154; geodetska $\sim$ bližnjica, geodetka, najkrajša spojnica 367; karakteristična $\sim$ 498; lepljenje krivulj zlepljenje k. 49; mejna $\sim$ 279; nekarakteristična $\sim$ 498; normirati $\sim$ o 72; parametrizacija $\sim$ 313
 krog: geodetski $\sim$ 394; limitni $\sim$ 324
 krožno simetričen *središčno* s. 322
 kvazilinearna diferencialna enačba 493
 lasten: $\sim$ i koordinatni sistem 274; $\sim$ a premica 274
 limitni krog 324
 linearen: $\sim$ i dinamični sistem 276; $\sim$ a parcialna diferencialna enačba; $\sim$ i približek 349
 linearizacija: harmonična $\sim$ 327
 lokalni difeomorfizem 150
 lomljena ekstremala 385
 maksimalni definicijski interval 340
 maksimum: krepki $\sim$ 453; šibki $\sim$ 441
 mali »o« simbol 243
 matrika: sled $\sim$ e 165
 metoda prevala 259
 metrika: enakomerna $\sim$ 121; šibka $\sim$ 442
 minimum: krepki $\sim$ 453; šibki $\sim$ 441
 multiplikativna grupa 145
 nadaljevati rešitev *podaljšati* r. 131
 nadploskev *hiperploskev* 523
 nadravnina *hiperravnina* 469
 najurnejše vodenje 469
 naloga *problem*: ekstremna $\sim$ 457; parametrična $\sim$ 372
 nastavek 183
 navaden *normalen, regularen*: $\sim$ točka 51
 nediferencialna zveza 57
 negibna točka *fiksna* t. 114
 nekritična točka 151
 nepravilen: $\sim$ a singularna točka 211; $\sim$ a singularnost 212
 nestabilni voz 279
 nestabilnost: izrek o $\sim$ i 347

nivojnica polja 42
 norma dogodka 410
 normalen: $\sim$ i odsek 68; $\sim$ o rešljiva enačba 421
 normirati krivuljo 72
 obrazec: asimptotski $\sim$ 247
 odsek: normalni $\sim$ 68; podnormalni $\sim$ 68; podtangentni $\sim$ 68; tangentni $\sim$ 68
 odvisnost funkcij 487
 odvod funkcionala 461
 omejen: enako $\sim$ 104
 operator: $\sim$ premika 306; diferenciablelni $\sim$ 360; funkcija $\sim$ ja 165; jedro $\sim$ ja 165; koeficient $\sim$ ja 162; podobni $\sim$ 192
 optimalen: $\sim$ i proces 385; $\sim$ o vodenje 459
 orikel 402
 parametrična naloga 372
 parametrizacija krivulje 313
 pentlja *zanka* 302
 poddružina 448
 podnormalni odsek 68
 podobni operator 192
 podobnostna transformacija 29
 podtangentni odsek 68
 polje: $\sim$ Mongevih stožcev 504; indeks vektorskega $\sim$ a zasuk v. $\sim$ a 312; konstantno $\sim$ 150; nivojnica $\sim$ a 42
 portret: fazni $\sim$ 271
 pozitiven: $\sim$ o definitni funkcional 436; $\sim$ i funkcional 436
 pravilen: $\sim$ a singularna točka 212; $\sim$ a singularnost 212
 pravilo: $\sim$ komponiranja 143; kompozicijsko $\sim$ 159
 prehod: algebrski $\sim$ 59
 prelom ekstremale 387
 premica: lastna $\sim$ 274
 premik: operator $\sim$ a 307
 prepletati se 197
 preval: metoda $\sim$ a 259
 prirejena funkcija operatorja 172
 privzete 133
 proces: optimalni $\sim$ 380
 prostor: $\sim$ variacij 355; funkcijski $\sim$ 161; izotropni $\sim$ 410; krčiti $\sim$ 109; separatrisa faznega $\sim$ a
 račun: ciklični $\sim$ 103
 radialna komponenta 534
 ravnina: fazna $\sim$ 269
 razdalja: geodetska $\sim$ 404
 razteg: dvojni $\sim$ 29; grupa $\sim$ ov 393
 realna analiza 205
 rešitev: $\sim$ nadaljevati *podaljšati* $\sim$; unija $\sim$ ve 49
 separatrisa faznega prostora 294
 simbol: mali »o« 243; veliki »O« 243
 singularnost: nepravilna $\sim$ 212; pravilna $\sim$ 212
 sistem: avtonomni $\sim$ 145; dinamični $\sim$ 146; integral karakterističnega $\sim$ a 325; karakteristični $\sim$ enačbe 491; konzervativni $\sim$ 291; lastni koordinatni $\sim$ 274; linearni dinamični $\sim$ 276; usoda $\sim$ a 269; vodeni $\sim$ 457; vodenje $\sim$ a 458

sled matrike 165
 spremenljivka: ciklična $\sim$ 527; fazna $\sim$ 269
 stabilen: $\sim$ i limitni cikel 306; $\sim$ i vozle 278
 stabilnost: asimptotična $\sim$ 340; teorija $\sim$ i 137
 svet Minkovskega 410
 šibek: $\sim$ i ekstrem 441; $\sim$ i maksimum 441; $\sim$ a metrika 442; $\sim$ i minimum 441
 tangentni odsek 68
 teorija stabilnosti 137
 tir: fazni $\sim$ 270; indeks faznega $\sim$ a 316
 točka: $\sim$ mirovanja *negibna* $\sim$, fiksna $\sim$ 271; delilna $\sim$ *razdelišče* 102; indeks singularne $\sim$ e 315; kritična $\sim$ 151; nekritična $\sim$ 151; nepravilna singularna $\sim$ 212; posebna $\sim$ *singularna* $\sim$ 153; pravilna singularna $\sim$ 212
 transformacija: podobnostna $\sim$ 29
 transverzalna komponenta 534
 transverzalnost 380
 unija rešitev 49
 unimodularni difeomorfizem 148
 upravljanje, vodenje: variacija $\sim$ a 466
 usoda sistema 269
 valj: funkcija paraboličnega valja 227
 variacija: $\sim$ upravljanja 466; igličasta $\sim$ vodenja 464; prostor variacij 355
 variirati: igličasto $\sim$ 465
 vodenje *obnašanje*, *potek*: $\sim$ funkcije 127; asimptotično $\sim$ 244
 veliki »O« 243
 viba *spirala* 290
 vodeni sistem 457
 vodenje: $\sim$ sistema 458; dopustno $\sim$ 458; igličasta variacija $\sim$ a 464; najurnejše $\sim$ 469; optimalno $\sim$ 495
 vodilni koeficient 195
 vozle: dikritični $\sim$ 284; indeks $\sim$ a 316; izrojeni $\sim$ 283; nestabilni $\sim$ 279; stabilni $\sim$ 278 vrsta: konfluentna $\sim$ hipergeometrijske $\sim$ e 226
 zasuk: $\sim$ vektorskega polja *indeks v. p.* 312
 zlepiti *lepiti*: $\sim$ rešitve 514
 zveza: integralna $\sim$ 380; nediferencialna $\sim$ 57
 zvezen: enako $\sim$ 104

Križaničeve »cvetke«

Križanič rad uporablja slog in izraze, ki so drugim piscem matematične literature nekako neobičajni in tuji. Po tej poti se želi izogniti suhoparnemu razlaganju in približati se pogovornemu jeziku. Takega načina izražanja ne bi hotel kritizirati, ne bi ga pa tudi priporočil v posnemanje, kajti, to kar pristaja Križaniču, ni treba, da pristaja tudi komu drugemu.

Zaradi zanimivosti navajam nekaj »cvetk«, ki so mi posebno vzbudile pozornost.

parametra se lahko *znebimo* 52
 rešitev *izluščimo* iz enačbe 62
 integriramo in *odvijemo* logaritme 78
poigrajmo se malce z enačbama 101
 sedaj množico takole *prerešetajmo* 106
 zato *pohvalimo* prostor z imenom polni prostor 113
 posebna primera nam *prišepetavata* domnevo 115
 v tem primeru *tvegamo z nastavkom* 183
polepšamo obrazec 230
 funkcija teži proti 0, ko *hiti x* proti neskončnosti 243
 nekaj enačb bomo odkrili *na sprehodu* v nasprotni smeri 250
 daljice se *presučejo v vobe*, ki se navijejo na kroge 322
 naj bo *f* funkcija, pri kateri *doživi* funkcional ekstrem 379

Alojzij Vadnal

LITERATURA

- [1] J. Plemelj, *Diferencialne in integralne enačbe*, Teorija in uporaba, Ljubljana, SAZU 1960, 388 str.
- [2] F. Križanič, *Navadne diferencialne enačbe in variacijski račun*, Ljubljana, DZS 1974, 544 str.
- [3] A. Vadnal, *Matematična terminologija*, Ljubljana, DZS 1974, 79 str.

NAGRAJENCI SKLADA BORISA KIDRIČA V LETU 1975

Sklad Borisa Kidriča je tudi v letošnjem letu podelil več Kidričevih nagrad in nagrad Sklada Borisa Kidriča za pomembne znanstveno-raziskovalne dosežke in nagrad za iznajdbe in izpopolnitve. Med dobitniki je tudi več članov Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije, ki so dobili nagrade za dela v matematiki in fiziki. Objavljamo imena letošnjih nagrajencev in njihovih sodelavcev ter naslove del, za katere so bili nagrajeni, s kratko utemeljitvijo.*

Ciril Velkovrh

Kidričeva nagrada:

Prof. dr. Robert Blinc — za dela na področju feroelektrikov in tekočih kristalov, ki jih je objavil kot koavtor v knjigi »Kritična nihanja v feroelektrikih in antiferoelektrikih« in v 20 publikacijah leta 1974 in 1973.

Prof. dr. Robert Blinc vodi na Inštitutu »Jožef Stefan« od leta 1959 laboratorij za magnetne resonance, ki je po njegovi zaslugi postal pomemben in svetovno znan center za raziskave na področju feroelektrikov in v zadnjih letih tudi na področju tekočih kristalov.

Viden rezultat Blinčevega 15-letnega uspešnega raziskovanja feroelektričnih kristalov je poleg številnih publikacij in vabljenih predavanj monografija »Kritična nihanja v feroelektrikih in antiferoelektrikih«, ki je izšla leta 1974 v Amsterdamu. Poleg prof. Blinca je avtor knjige še prof. B. Žekš. Leta 1959 sta W. Cochran in P. W. Anderson pokazala, da lahko postane pri nekaterih ionskih kristalih frekvenca enega izmed optičnih nihanj imaginarna. Tako kritično nihanje povzroči fazni prehod v feroelektrično ali antiferoelektrično fazo. Eksperimentalne in teorijske raziskave kritičnih nihanj so postale osnova za razumevanje lastnosti feroelektrikov in antiferoelektrikov. Knjiga prof. Blinca obravnava najnovejše izsledke teorije in meritev na tem področju. Predstavlja izredno dragoceno delo. Prof. Blinc je z lastnimi raziskavami obilo prispeval k razvoju fizike feroelektričnih kristalov. Od 20 njegovih publikacij v letih 1973—1974 jih kar 15 obravnava lastnosti feroelektričnih kristalov.

Drugo obsežno področje raziskovalne dejavnosti prof. Blinca je študij tekočih kristalov. V članku »Dinamika kritičnih nihanj v nematskih tekočih kristalih«, Phys. Rev. A 9, 2214 (1974) s koavtorjema S. Lugomerjem in B. Žekšem je bil prvič podan izračun dinamike fluktuacij parametrov rotacijskega reda v nematskih tekočih kristalih. Nadalje je prof. Blinc dal pobudo in sodeloval pri razvoju vrste konceptualno novih metod jedrske magnetne resonance, ki so bile potem uporabljene pri raziskavah relaksacije in lastne difuzije tako v feroelektrikih kot tekočih kristalih. Najvažnejša njegova dela na tem področju so: »Meritve lastne difuzije tekočih kristalov z večpulzno metodo nuklearne magnetne resonance«, Phys. Rev. Letters 30, 546 (1973), »Anizotropija lastne difuzije v smektični A in smektični C fazi«, Phys. Rev. Letters 33, 1192 (1974) in »Anizotropija tenzorja lastne difuzije v nematski MBBA«, Solid State Comm. 15, 227 (1974), s koavtorji M. Burgarjem, M. Luzarjevo, J. Piršem, I. Zupančičem in S. Žumrom.

Lahko trdimo, da je prof. Blinc dosegel na področju tekočih kristalov pomembne znanstvene uspehe, ki se dajo primerjati z rezultati njegovega dolgoletnega dela na feroelektrikih.

Nagrada Sklada Borisa Kidriča:

Dr. Dušan Brajnik in doc. dr. Gabrijel Kernel s sodelavci prof. dr. Darkom Jamnikom, dr. Urošem Miklavžičem, ing. Alešem Stanovnikom in dr. Jožetom Šnajderjem — za deli »Fotonuklearne reakcije v ^{40}Ca « in »Metoda za določevanje fotonuklearnih presekov za posamezna stanja residualnih jeder pri zveznih izviri žarkov gama«.

Avtorja sta s sodelavci vpeljala novo metodo merjenja in analize fotojedrskih reakcij in tako omogočila določitev presekov za posamezne reakcijske kanale. Novost metode je v tem, da ne merijo spektra in kotne porazdelitve samo za fotoprotone ampak tudi za deekscitacijske žarke gama.

* Seznam do sedaj nagrajenih članov društva smo objavili v Obzorniku mat. fiz. 21 (1974) 124.

Iz meritev naštetih količin v več spektrih zavornega sevanja, ki se razlikujejo po maksimalni energiji, določijo z originalno analizo prispevke, ki pripadajo posameznim vzbujenim stanjem. Poznavanje teh podatkov je bistveno za razumevanje fotojedrskih procesov. Poudariti je potrebno, da so s prej znanimi metodami merili preseke v zelo skromnem obsegu, ker je bilo možno določiti le prehode na osnovno stanje končnega jedra.

Nova metoda je bila uspešno uporabljena pri raziskavi fotojedrskih procesov na ^{40}Ca . Na osnovi zares skrbno opravljenih meritev in temeljitih analiz sta avtorja s sodelavci prvič določila prispevke posameznih kanalov in tako osvetlila mehanizem fotojedrskih reakcij. Rezultati teh raziskav predstavljajo doslej najpopolnejšo študijo fotojedrskih procesov v območju dipolne resonance pri jedru ^{40}Ca .

Nagradi za iznajdbe in izpopolnitve:

Doc. dr. Jože Pahor in Milan Petrovič — za izum »Akustična panorama«.

V napravi je uporabljen nov koncept krmiljenja in preklapljanja zvočnikov z namenom, da se doseže čim popolnejši prostorski učinek zvoka. Originalna je tudi uporaba signalov v obliki Boolove funkcije, dobljene s primerjanjem kontrole napetosti v komparatorjih s periodično parabolično visokofrekvenčno napetostjo. Aparaturo že uporabljajo na več mestih.

Dr. Marko Habič, dipl. ing. in Andrej Kmet, dipl. ing. — za izpopolnitev metode »Določanja doze pri radikalni radioterapiji Hodgkinsove bolezni na telekobaltu«.

Gre za bolj dodelano in natančnejšo metodo za določanje doze pri radikalni radioterapiji na telekobaltu. Z novo metodo se lahko določi doza v poljubno izbrani točki v pacientu, na obsevanem področju, na robu obsevanega področja in še celo v zaščitnem področju. Ta metoda se že rutinsko uporablja dve leti na onkološkem inštitutu v Ljubljani.

RAZPIS NAGRAD

Na podlagi Pravil o podeljevanju priznanja učiteljem matematike, fizike in astronomije za delo z mladimi — Obzornik mat. fiz. 21 (1974) št. 5 — vabimo podružnice Društva matematikov, fizikov in astronomov, aktive matematikov in fizikov na šolah, da do 1. novembra 1975 predlagajo kandidate za priznanje za delo z mladimi.

Predloge z utemeljitvami pošljite na naslov: Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije, Komisija za pedagoško dejavnost, Ljubljana, Jadranska 19, p. p. 227.

V Ljubljani, 10. maja 1975

Sekretar komisije
za pedagoško dejavnost
Martina Koman

**SEZNAM DIPLOMANTOV PRVE, DRUGE IN TRETJE STOPNJE IZ MATEMATIKE
IN FIZIKE TER REZIMEJI DOKTORSKIH DISERTACIJ V LETU 1974**

na Fakulteti za naravoslovje in tehnologijo Univerze v Ljubljani ter obeh Pedagoških akademijah

Pedagoška akademija Maribor

Matematika-fizika

- | | | |
|--------------------|--------------------|-------------------------|
| 1. Dragica Lugarič | 4. Majda Klep | 7. Cvetka Pirečnik |
| 2. Erna Novak | 5. Sonja Bezeljak | 8. Miha Zakošek |
| 3. Maja Mešiček | 6. Majda Rožencvet | 9. Friderika Stojičević |

Tehnični pouk in fizika

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1. Nada Štibler | 3. Bojan Mejovšek |
| 2. Milan Potočnik | 4. Alojz Makoter |

Pedagoška akademija Ljubljana

Matematika-fizika

- | | | |
|--------------------|------------------------|----------------------|
| 347. Kožar Milena | 356. Toš Viktorija | 365. Košič Zlatko |
| 348. Jermol Marija | 357. Bertoncelj Marija | 366. Mihevc Marjeta |
| 349. Klopčič Anton | 358. Česnik Angel | 367. Rutar Jožef |
| 350. Beslič Lidija | 359. Artač Branka | 368. Zupan Marija |
| 351. Gornik Franc | 360. Ljoljo Andrej | 369. Perme Marjeta |
| 352. Skaza Gerhard | 361. Ostrež Francka | 370. Sulič Helena |
| 353. Očko Olga | 362. Pipal Branko | 371. Strel Silva |
| 354. Čuden Stanka | 363. Rozman Hedvika | 372. Dirnbek Marija |
| 355. Zibelnik Rudi | 364. Grašič Marija | 373. Filipič Tatjana |

Fizika — tehnični pouk

- | | |
|-------------------|-------------------|
| 374. Kuhar Andrej | 375. Vidmar Roman |
|-------------------|-------------------|

Fakulteta za naravoslovje in tehnologijo

Matematika — pedagoška smer

- | | | |
|-----------------------|----------------------|------------------------------|
| 261. Celec Alojz | 266. Kocjan Marko | 270. Štirn Lidija |
| 262. Nagode-Taks Jana | 267. Šušteršič Janez | 271. Ančimer Vera |
| 263. Zore Janez | 268. Hribar Ivana | 272. Miklavc Pavlina |
| 264. Spetič Florjana | 269. Petek Francka | 273. Zupančič-Bogataj Marija |
| 265. Šmon Nada | | |

Matematika — tehnična smer

- | | |
|------------------------|--|
| 75. Kosec Milena | Reševanje algebraičnih enačb |
| 76. Lasan Nevenka | Testiranje linearnih hipotez |
| 77. Žitko Tomislav | Simulator za mix |
| 78. Gaborovič Svitan | Točke bifurkacije potencialnih operatorjev |
| 79. Leiler Igor | Obstoj rešitve v nekem razredu funkcionalnih enačb |
| 80. Knaflič Pavle | Konformne preslikave ravninskih polj, ki niso enostavno povezane |
| 81. Kranjc Marko | Singularna homološka teorija |
| 82. Petrovič Jasminka | Numerično reševanje parcialnih diferencialnih enačb hiperboličnega tipa |
| 83. Počuča Vesna | Rojstno-smrtni procesi |
| 84. Kašič Miroslav | Ocenjevanje parametrov in preizkušanje hipotez v večrazsežni normalni porazdelitvi |
| 85. Tomše-Rozin Franci | Invariantnost statističnih kriterijev |
| 86. Mastinšek Miklavž | Optimizacija v vesoljski tehniki |

Fizika — pedagoška smer

- | | |
|--------------------|------------------|
| 37. Zlatolas Alojz | 39. Žitnik Janez |
| 38. Slanc Anton | 40. Kuhar Borut |

Fizika — tehnična smer

232. Žabkar Anton Naprševanje tankih plasti v enosmernem diodnem sistemu
233. Mrak Vlasta Jedrska magnetna resonanca paramagnetnega kristala BaMnF_4
234. Vedlin Boris Študij anizotropije lastne difuzije v tekočih kristalih z NMR
235. Diallo Bano Poreko Scintigrafsko odkrivanje defektov v jedrih, označenih z radiativnimi izotopi
236. Lekić Jelka Študij feroelektričnega faznega prehoda v KH_2PO_4 s pomočjo kvadrupolne magnetne resonance ^{17}O
237. Rutar Venceslav NMR študij absorbirane vode v proteinih
238. Merva Drago Fazna holografija
239. Pediček Andrej Uporaba Michelsonovega interferometra za Fourierovo spektroskopijo
240. Žigman Franc Odvisnost trdnosti od ostalih lastnosti azbesta cementnih izdelkov
241. Maček Marjan Elektronsko mikroskopske raziskave zlitine AlCr_2
242. Cevc Gregor Študij antiferoelektričnega faznega prehoda v $\text{NH}_2\text{H}_2\text{AsO}_4$ z elektronsko paramagnetno resonanco

Matematika — III. stopnja

2. Hafner Izidor Regularni kolobar in maksimalni kolobar ulomkov končnega Baerovega * — kolobarja

V delu obravnavamo polne involutivne kolobarje. Razdeljeno je na pet poglavij, pri tem se zadnji dve poglavji delita še na razdelke.

V prvem poglavju uvedemo definicije osnovnih pojmov in dokažemo prve njihove posledice.

V drugem poglavju študiramo AW^* — algebre. Poudarek je na tistih lastnostih, ki jih kasneje aksiomatično privzamemo kot aksiome za Baerove * — kolobarje.

Mreže projektorjev raziskujemo v tretjem poglavju.

V naslednjem poglavju vpeljemo konstrukcijo kolobarja C, in zanj pokažemo, da je regularen.

V zadnjem poglavju dokažemo, da je kolobar C izomorfen maksimalnemu kolobarju ulomkov.

3. Legiša Peter Izometrije Banachovih prostorov

Vsebina prvega dela je razvidna iz naslovov poglavij: Grupa izometrij končno razsežnega normiranega prostora, Izometrije v Hilbertovih prostorih, Izometrije in polskalarni produkti, Neskončno razsežni separabilni Banachovi prostori brez netrivialnih izometrij. Drugi del obravnava izometrije C^* — algebr. Postavljena je tale definicija: naj bo X normiran prostor in Y Hilbertov podprostor v X. Prostor Y je pravilno vložen Hilbertov podprostor v X, če obstaja linearen podprostor $Z \subset X$, tako da je $X = Y \oplus Z$ in da je za vsak unitaren operator U, ki deluje na Y, linearni operator $U \oplus I_Z$ (I_Z je identični operator na Z) izometrija prostora X nase. Karakterizirani so pravilno vloženi Hilbertovi podprostori v C^* — algebrah. Tretji (zadnji) del govori o minimalnih desnih idealih v C^* — algebrah. Raziskana je struktura tistih Hilbertovih podprostorov v C^* — algebri $B(H)$ vseh omejenih linearnih operatorjev na nekem kompleksnem Hilbertovem prostoru H, ki vsebujejo minimalne desne ideale.

Fizika — III. stopnja

29. Seliger Janez Sklopitev med sistemi celoštevilčnih spinov in sistemi spinov $1/2$
30. Likar Andrej Vpliv dipolne veleresonance na kotno porazdelitev žarkov gama iz radiativnega zajetja nevtronov
31. Rant Jože Meritve presekov, poprečnih preko fizijskega spektra za nekatere pragovne detektorje

Matematika — doktorske disertacije

12. Petek Peter Kohomološki kolobarji simetričnih grup

Delo je razdeljeno na štiri poglavja. V prvem nastopajo same simetrične grupe in preslikave med njimi. Drugo poglavje je posvečeno znanim rezultatom Nakaoke v homologiji in kohomologiji simetričnih grup. Pri tem se avtor omeji le na koeficiente Z_2 , ravno tako v naslednjih poglavjih.

Tretje poglavje opisuje algebro Dyer-Lashofa in njej dualno algebro. Nakaokovi rezultati se formalizirajo s temi algebrami.

Najvažnejše je četrto poglavje. Opisan je postopek za računanje kohomoloških kolobarjev grup $S(n)$, kjer je n potenca dvojke. Pri tem je iskani kolobar vsakokrat jedro nekega homomorfizma abelovih grup, ki pa ni homomorfizem kolobarjev, pač pa vsota dveh takih homomorfizmov. Vmesne homološke in kohomološke grupe se izračunajo z diadičnim razvojem. Konkreten račun je napravljen do konca za grupo $S(8)$.

V delu je podan pregled dosedanjih merskih in teorijskih rezultatov za fluorescenčne pridelke lupine K pri lahkih elementih. S preprostim modelom so pojasnjene omejitve metode z rentgensko fluorescenco plinastih vzorcev. Predlagane so modifikacije, ki širijo uporabnost metode. Izmerjen je fluorescenčni pridelek lupine K pri siliciju. Iz treh neodvisnih meritev z vzbujevalnim sevanjem iz klorove, kalijeve in kalcijeve tarče dobljena srednja vrednost $\omega_K = 0,051 \pm 0,002$ kaže dobro ujemanje z najnovejšimi teorijskimi rezultati. Izpeljan je variacijski postopek za luščenje spektrov s slabo ločljivostjo, z njim je obdelan fluorescenčni spekter silicija, vzbujen s karakterističnim sevanjem kalcija.

Fluorescenčni pridelek v lupini K pri selenu je bil izmerjen z uporabo brezstenskega proporcionalnega števca kot spektrometra in plinastega dimetil selenida kot fluorescenčnega sevalca. Za določitev fluorescenčnega pridelka po tej metodi je bil potreben študij ekstinkcije rentgenskega sevanja v selenu. Določen je bil koeficient selena za fotoelektrično absorpcijo v energijskem območju v okolici roba K in ocenjen delež lupine K pri tej absorpciji. Za fluorescenčni pridelek selena v lupini K je bila tako dobljena vrednost

$$\omega_K = 0,605 \pm 0,005$$

Merilna metoda je bila posredno umerjena na kriptonu; za fluorescenčni pridelek v lupini K je dobljena vrednost

$$\omega_K = 0,655 \pm 0,004$$

Oba rezultata sta v skladu z vrednostmi za fluorescenčne pridelke pri elementih s sosednjimi atomskimi števili, ki jih imajo Bambynek in sodelavci za najzanesljivejše. Rezultati niso natančni, ker je ocena deleža lupine K pri fotoelektrični absorpciji nezanesljiva. Znotraj eksperimentalne napake se rezultata ujemata z vrednostmi, ki so jih z različnimi približki za valovne funkcije elektronov v atomu izračunali McGuire in Kostroun s sodelavci.

Vsebina disertacije je študij nizko ležečih stanj pri lahkkih jedrih z metodo generatorske koordinate. Ta metoda omogoča, da vgradimo predhodno znanje o jedru v poizkusno valovno funkcijo in tako izberemo fizikalno važen del n -delčnega prostora. Namen mojega dela je bil pokazati na dveh primerih, da lahko dobimo z metodo generatorske koordinate zelo dober približek k točni rešitvi v omejenem modelskem prostoru z veliko manj truda, kot ga zahteva točna rešitev (metoda kompletne diagonalizacije). Za obe izbrani jedri ^{20}Ne in ^{16}O je ujemanje energijskih nivojev z rezultati kompletne diagonalizacije zelo dobro. To daje pobudo, da uporabimo metodo na sistemih, ki z metodo kompletne diagonalizacije niso dosegljivi.

Avtor je z metalografsko in presevno elektronsko mikroskopijo proučil mikrostrukturo, ki nastane pri prehodih iz ploskovno centrirane kubične (α) oz. iz prostorsko centrirane kubične (β) v ploskovno centrirano tetragonalno fazo (θ).

Do prvega prehoda ($\alpha \rightarrow \theta$) pride v zlitinah, ki vsebujejo nekaj at. % viška nikljevih atomov. Transformacija ima značaj prehoda nered-red, osnovna mikrostruktura značilnost pa je dvojčenje na ravninah $\{101\}$ tetragonalne strukture. Avtor je ugotovil, da je osnovan omenjeni prehod na kompenzaciji mehanskih napetosti, ki nastopijo zaradi prehoda v tetragonalno strukturo. Povsem drugačen je prehod v zlitini s stehiometrično sestavo ($\beta \rightarrow \theta$); gre za prehod iz urejene v urejeno strukturo. V tem primeru pride do dvojčenja na ravninah $\{111\}$ tetragonalne strukture. Oba prehoda je okarakteriziral na osnovi Wechsler-Lieberman-Readove (W-L-R) fenomenološke teorije martenzitnih transformacij. Posebnost prehoda predvsem $\beta \rightarrow \theta$ je v ugotovitvi, da je stična ravnina med dvema vzporednima martenzitivnima lamelama poprečje, iz teorije dobljenih nedeformiranih ravnin.

Delo obravnava eksperimentalni študij razpada dipolne veleresonance v jedru ^{40}Ca . To jedro je zaradi preproste zgradbe v lupinskem modelu često predmet teoretičnih in eksperimentalnih raziskav.

Avtor je razvil posebno eksperimentalno tehniko istočasnega merjenja fotoprotonskih spektrov iz reakcije (γ, p) in žarkov γ , ki jih oddaja residualno jedro po emisiji delca (reakcije ($\gamma, n \gamma'$) in ($\gamma, p \gamma'$)). S tako tehniko je bilo tudi z zveznim spektrom žarkov γ , kot ga daje betatron Instituta Jožef Stefan, možno določiti preseke fotonuklearnih reakcij, ki potekajo preko različnih stanj residualnih jeder.

Presek za reakcijo $^{40}\text{Ca}(\gamma, p_0)^{39}\text{K}$, pri kateri ostane residualno jedro ^{39}K v osnovnem stanju, se dobro ujema z doslej objavljenimi meritvami. Preseki za prehode preko vzbujenih stanj so bili določeni prvič. Pri njih je groba struktura podobna preseku reakcije (γ, p_0), kar je v nasprotju z dosedanjimi računi za dipolno veleresonanco.

Izmerjene kotne porazdelitve fotoprotonov so dokaj konstantne preko območja veleresonance in se skladajo s prevladujočo dipolno naravo veleresonance.

Iz kotnih porazdelitev fotoprotonov in deekscitacijskih žarkov γ se da sklepati na sestav resonančnih stanj in ga primerjati z računi.

52. Borštnik Branko

Mikrodinamika procesov na meji trdno-tekoče

Namen tega dela je bila študija strukturnih in dinamičnih posebnosti na meji med tekočo in trdno fazo. Zaradi kompleksnosti pojavov smo poleg klasičnih statistično mehanskih prijemov uporabili tudi metodo molekulske dinamike, ki nam da neposreden vpogled v naravo dogajanja klasičnih, lahko tudi nehomogenih sistemov. S študijem odzivne funkcije smo dobili podatke o stabilnosti podhlajene tekočine. Rezultate te obravnave smo uporabili pri numeričnem reševanju BGYB enačbe; z njo smo izračunali gostotni profil na meji med tekočino in kristalom. Potrditev o pravilnosti rešitve smo dobili z metodo molekulske dinamike. Eden od nadaljnjih rezultatov je napoved površinskih nihanj v mejni plasti. Z opazovanjem časovnega poteka urejanja atomov smo skušali dognati, v kakšnih fazah poteka proces kristalizacije.

53. Potokar Milan

Radiativno zajetje hitrih nevtronov v odvisnosti od masnega števila jeder

Podana je izpeljava direktnega-semidirektnega (DSD) modela za dinamiko radiativnega zajetja hitrih nukleonov, ki so ga bili predlagali Clement, Lane in Rook. Predstavljeni so trije načini za izrazitev realnega oblikovnega faktorja, to je sklopitvene interakcije vpadni delec — tarčno jedro. Med temi je tudi nov, originalen način, ki uvaja oblikovni faktor volumske oblike.

Predložena je izpopolnitev DSD modela. Ustrezen oblikovni faktor je kompleksen. Pomen imaginarnega člena je nakazan s formalno izpeljavo posplošenega DSD modela na temeljih Feschbachove splošne teorije reakcij (formalizma projekcijskih operatorjev).

Eksperimentalni rezultati so primerjani z rezultati, izračunanimi s kompleksnim in z vsemi tremi realnimi oblikovnimi faktorji. Ugotovljeno je, da računi s kompleksnim oblikovnim faktorjem najbolj reproducirajo eksperimentalne rezultate. Obravnavani so različni možni vzroki za negotovosti v vrednosti prostih parametrov. Končno, podano je razmišljanje o mejah uporabnosti DSD modela in predloženih izboljšav.

54. Seliger Janez

Dvojna jedrska magnetna resonanca na osnovi sklopitve med spinskimi sistemi, ki jo inducira močno radiofrekvenčno magnetno polje

V tem delu je opisana metoda jedrske dvojne resonance, temelječa na sklopitvi med spinskimi sistemi, ki jo inducira močno radiofrekvenčno magnetno polje. Nova merska metoda je uporabna za iskanje neznanih resonančnih frekvenc in tudi za merjenje oblik resonančnih črt in spin-mrežnih relaksacijskih časov jeder, ki jih z običajnimi metodami jedrske magnetne in kvadrupolne resonance ne moremo odkriti.

Izračunana je občutljivost nove merske metode pri dvojni resonanci ^1H — ^{14}N zunaj magnetnega polja, pri jedrski kvadrupolni dvojni resonanci in pri dvojni resonanci med dvema čisto magnetnima spinskima sistemoma.

Novo mersko metodo ilustrirajo meritve oblik resonančnih črt pri dvojni resonanci ^1H — ^{14}N v timinu zunaj magnetnega polja, pri dvojni resonanci ^{19}F — ^{23}Na v NaF v močnem magnetnem polju, pri dvojni resonanci ^1H — ^{14}N v $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ v močnem magnetnem polju in pri kvadrupolni dvojni resonanci ^1H — ^{87}Rb v RbH_2PO_4 v močnem magnetnem polju. Eksperimentalni rezultati se ujemajo z izračunanimi.

Opisana merska metoda je posebej uporabna za merjenje kvadrupolnih resonančnih frekvenc, spin-mrežnih relaksacijskih časov in oblik resonančnih črt jeder s celoštevilnim spinom v polikristalnih vzorcih.

VII. ZVEZNO TEKMOVANJE ŠTUDENTOV MATEMATIKE, BEOGRAD 1974

Od 5. do 8. aprila 1974 je bilo v Beogradu VII. zvezno tekmovanje študentov matematike. Organizirala ga je Zveza študentov matematike, potekalo pa je v prostorih Prirodoslovno-matematične fakultete. Našo univerzo so zastopali naslednji študenti: *Boris Lavrič* in *Dušan Repovš* iz I. letnika (Analiza I in Algebra I), *Otmar Kugonič* in *Dragan Marušič* iz II. letnika (Analiza II, Diferencialne enačbe) ter četrtoletnika *Mirko Dobovišek* in *Marko Kranjc* (Kompleksne funkcije, Topologija, Algebra II).

Naloge so bile zahtevne, sodba stroga. Komisija, ki so jo sestavljali nekdanji olimpijski tekmovalci — sedaj že asistentje, je prisodila prvi nagradi *Vladimirju Jankoviću* (IV. letnik, Beograd) ter *Borisu Lavriču* iz Ljubljane. Drugo nagrado je dobil *Milin Lazar* (III. letnik, Beograd), tretji nagradi pa sta prejela *Ivan Mirković* in *Siniša Vrečica*, oba prvoletnika, prvi iz Zagreba, drugi iz Beograda. V ekipni uvrstitvi je ljubljanska ekipa zasedla tretje mesto (7 ekip). Vsi tekmovalci so prejeli diplome in matematične knjige s posvetilom.

Analiza I

1. Naj bo dano zaporedje (a_n) z nenegativnimi členi in naj za vsak $\varepsilon > 0$ obstaja tak n_0 , da za vsak $n > n_0$ in vsako naravno število k velja $a_{n+k} \leq a_n + \varepsilon$. Dokaži, da je zaporedje (a_n) konvergentno.

2. Funkciji $x(t)$ in $y(t)$ naj bosta na intervalu $[0, a]$, ($a > 0$) nenegativni in monotonno padajoči. Za vsak $u \in [0, a]$ naj velja:

$$\int_0^u x(t) dt \geq \int_0^u y(t) dt$$

Dokaži, da za vsako naravno število k velja:

$$\int_0^u x^k(t) dt \geq \int_0^u y^k(t) dt$$

Algebra I

1. Naj bo $(G, \circ)$ grupoid z enoto e . Dokaži, da zanj veljata zakona

$$x \circ y = y \circ x \quad \text{in} \quad (x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$$

tedaj in samo tedaj, ko velja zakon

$$(x \circ y) \circ (z \circ u) = (x \circ z) \circ (y \circ u)$$

2. Polinom $x^2 + 1$ nima nobenega korena v komutativnem obsegu $(\mathbb{Z}_3, +_3, \circ_3)$. Razširi ta obseg tako, da bo imel v njem zgornji polinom dva korena.

Analiza II

1. Dokaži, da ima sistem

$$\begin{aligned} e^x \cos y &= x \\ e^x \sin y &= y \end{aligned}$$

neskončno mnogo realnih rešitev.

2. Naj bo vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ konvergentna in naj za vsako naravno število k velja

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{nk} = 0$$

Dokaži, da je $a_n = 0$ za vsako naravno število n .

Diferencialne enačbe

1. 1° Naj bo $\varphi(x)$ zvezna funkcija, definirana na zaprtem intervalu $a \leq x \leq b$, kjer je $a \leq \varphi(x) \leq b$. Pokaži, da potem obstaja tak x_0 ($a \leq x_0 \leq b$), da je $\varphi(x_0) = x_0$.
2° Neka zvezna funkcija $f(x, y)$, ($-\infty < x < +\infty$), ($-\infty < y < +\infty$), izpolnjuje Lipschitzov pogoj za y , pri čemer je $f(x+T, y) \equiv f(x, y)$, za neki pozitivni T in $f(x, y_1) \cdot f(x, y_2) < 0$, ($-\infty < x < +\infty$) za neki vrednosti y_1 in y_2 . S pomočjo prve točke (1°) dokaži, da ima enačba $y' = f(x, y)$ vsaj eno rešitev, ki je periodična s periodo T .
2. Dana je enačba:

$$y'' + 2/(x^2(x-1))y = 0, \quad (x > 1)$$

Poišči osnovni sistem rešitev y_1 in y_2 , tak, da je

$$y_1 = 1 + O(1/x) \text{ in } y_2 = x + O(\ln x)$$

Funkcija s kompleksno spremenljivko

1. Naj bosta K_r in K_R dva poljubna kroga v kompleksni ravnini. Preslikaj konformno krog K_R brez ene izključene točke na krog K_r .
2. Dokaži, da ima funkcija e^z — z neskončno mnogo ničel v kompleksni ravnini.

Topologija

1. Dokaži, da ima vsaka zvezna preslikava množice $S \rightarrow S$

$$S = [0, 1] \times \{0\} \cup \{0\} \times [0, 1] \cup K$$

kjer je

$$K = \bigcup_{n=1}^{\infty} \{1/n\} \times [0, 1]$$

negibno točko.

2. V tridimenzionalnem evklidskem prostoru E^3 je danih šest točk A, B, C, D, E in F , od katerih nobene štiri niso koplanarne. Dokaži, da prostora T in S

$$S = AB \cup AC \cup BC \cup DE \cup DF \cup EF \cup AD \cup BE \cup CF$$

$$T = AB \cup AC \cup BC \cup DE \cup DF \cup BF \cup AD \cup BE \cup CE$$

nista homeomorfna.

(Na daljici XY , ki spaja točki X in Y , je topologija inducirana z E^3 .)

Algebra II

1. Dokaži, da je produkt relacij

$$\equiv (\text{mod } m) \quad \text{in} \quad \equiv (\text{mod } n), \quad (m, n \in N)$$

kongruenca kolobarja $(Z, +, \cdot)$. Poišči kvocientni kolobar glede na dobljeno kongruenco.

2. Naj bo T poljubna funkcija realnih spremenljivk $x_1, x_2, \dots, x_n$, ki jo dobimo s končnim kombiniranjem operacij: $\max$, $\min$, množenje z -1 . Primer:

$$T(x_1, x_2, x_3) = -\min \{x_1, -\max(x_2, x_1), \min[\max(x_3, -x_2, \min(-x_1, x_3)), \max(x_2, x_1), -\min(x_1, -x_3), x_3]\}$$

Dokaži, da se da T zapisati v obliki $T = \max(A_1, A_2, \dots, A_m)$, kjer je vsak A_i izraz oblike $\min(y_1, y_2, \dots, y_k)$, vsak y_j pa je pri tem enak enemu od $x_1, x_2, \dots, x_n, -x_1, -x_2, \dots, -x_n$. Velja na primer identiteta $\min(x, \max(y, z)) = \max(\min(x, y), \min(x, z))$.

Dušan Repovš

S SEJ UPRAVNEGA ODBORA DMFA SRS

V prvi polovici leta je imel UO DMFA 6 sej. Na sejah je UO obravnaval delo sekcij in finančno stanje društva.

V tem času sta bili najaktivnejši komisija za pedagoško dejavnost in komisija za popularizacijo matematike, fizike in astronomije. Komisija za pedagoško dejavnost je poleg redne organizacije aktivov organizirala seminar iz fizike v sodelovanju z Oddelkom za fiziko FNT. Seminarja z naslovom Mehanika tekočin se je udeležilo 78 članov — učiteljev fizike iz 52 šol. Seminar se je odlikoval po visoki strokovni ravni in odlični organizaciji. Udeleženci so izrazili željo, da bi seminar v letu 1977 obravnaval astrofiziko.

Komisija za popularizacijo fizike, matematike in astronomije je letos izvedla široko organizirano srednješolsko tekmovanje iz matematike in fizike. Predtekmovanj iz matematike se je udeležilo okoli 800 dijakov srednjih šol. Za republiško tekmovanje v Postojni je tekmovalna komisija izbrala 80 dijakov. Predtekmovanja iz fizike se je udeležilo okoli 400 dijakov republiškega tekmovanja pa 110. Zelo uspešno je potekalo tudi tekmovanje osnovnošolcev za Vegova priznanja. UO se zahvaljuje vsem učiteljem matematike in fizike na osnovnih in srednjih šolah, ki so sodelovali pri tekmovanjih in upa, da bodo tudi v naprej s svojo vnemo pripomogli k dviganju matematičnega in fizikalnega znanja pri nas.

Komisija za popularizacijo je ustanovila tudi organizacijski odbor za izvedbo matematične olimpiade leta 1976 v Sloveniji. Za izvedbo olimpiade bi bilo treba zagotoviti sredstva v višini okoli 1,8 miliona dinarjev.

V okviru društva je pričela delovati sekcija študentov. Študentje so sodelovali pri izvedbi tekmovanj iz matematike in fizike, pripravljajo pa tudi serijo predavanj, ki naj bi jih v prihodnjem šolskem letu izvedli v Ljubljani in drugih krajih.

Po sklepu občnega zbora v Portorožu sta bili na novo ustanovljeni sekciji za matematike in fizike, ki delujejo v industriji ali v raziskovalnih ustanovah. Sekciji naj bi pritegnili člane, ki so doslej manj sodelovali pri delu društva.

V okviru društva naj bi prek seminarjev spoznavali delo svojih kolegov in sami poskrbeli za širšo strokovno izobrazbo. V juniju je bil v Škofji Loki seminar iz uporabne fizike v Sloveniji, ki ga organizirajo Oddelek za fiziko FNT, Institut za matematiko, fiziko in mehaniko, Institut J. Stefan, Iskra in DMFA. Seminar naj bi pomenil začetek delovanja te sekcije na področju fizike. Podoben seminar iz matematike je pričakovati prihodnje leto.

Na novo je bila ustanovljena tudi sekcija upokojenih članov. Pomagala naj bi pritegniti upokojene člane k delu društva, saj bi s svojimi izkušnjami in bogato literaturo lahko v marsičem pomagali mlajšim, zlasti pri njihovem pedagoškem delu.

Komisija za ureditev Plemljevega doma na Bledu je uspela kljub minimalnim razpoložljivim sredstvom urediti dom do take mere, da je lahko pričel s poskusnim obratovanjem že to sezono. Članom komisije gre za njihovo prizadevnost vsa zahvala.

V aprilu je bil na pobudo UO sklican plenum društva, ki je imel namen razpravljati o delovanju podružnic društva in o njihovi poživitvi. Od sedmerice podružnic sta se plenuma udeležili le mariborska in jeseniška. Domenili smo se za tesnejšo povezavo med podružnicami in komisijami društva, saj bi lahko na ta način nudili več članom možnost za strokovno delo v društvu in tudi zmanjšali stroške. Potrebna je zlasti tesna povezava s podružnico v Mariboru, kjer nastaja nov univerzni center.

Ptujska in mariborska podružnica sta prevzeli organizacijo občnega zbora 1975 v gradu Borl. Glede na svojo široko dejavnost je društvo pogosto v denarnih težavah, zlasti če gre za dejavnosti, ki niso namensko finansirane. Zato se je UO odločil za sodelovanje z Ljubljansko banko, da bi tako zagotovil stalni minimalni dotok denarja in obenem razširil delovanje društva tudi na nepedagoška področja. Natančni program sodelovanja še ni izdelan.

Marjan Hribar

NOVE KNJIGE

Kuščer Ivan in Žumer Slobodan, *Termodinamika*, Ljubljana, DMFA SRS 1974, 135 str., cena 25.— (20.—) din. (Skripta predavanj na odseku za fiziko FNT).

Skripta *Termodinamika* so nastala na podlagi dolgoletnih predavanj prof. I. Kuščerja iz predmeta Toplota, ki jih poslušajo študentje fizike v 3. letniku. Obravnavajo fenomenološko ravnovesno termodinamiko in so razdeljena na šest poglavij. V prvih treh (Ravnovesna stanja, Energija, Entropijski zakon) so položene osnove termodinamike, na katerih slonijo zadnja tri poglavja (Entropija čistih snovi, Fazne spremembe, Termodinamika zmesi). Na koncu vsakega poglavja je bogata zbirka nalog.

Skripta kažejo duha predavanj prof. I. Kuščerja. V podajanju snovi so originalna in so zanimivo pisana. Ker rabijo kot dopolnilo k predavanjem, ni nobenega dvoma, da bodo zelo koristen učni pripomoček in zaslužijo, da se natisnejo. Pripombe ob prebiranju teh skript sem že sporočil avtorjema. Edina resna pripomba, ki jo še imam, se nanaša na poglavje o entropiji. Ta je še vedno eden od nerešenih problemov »pedagoške« klasične fizike. Avtorja prideta do entropije po Caratheodoryjevi poti. Čeprav so fizikalna izhodišča te poti najbolj preprosta in neoporečna, se ji večina avtorjev izogiblje, ker je po matematični plati precej zahtevna. Avtorja sta jo zato po fizikalno priredila. Ta pot pa se da v pedagoške namene še poenostaviti, kajti po mojem mnenju ni res, da moramo začeti »s sistemom, ki je sestavljen vsaj iz dveh delov«, kot trdita avtorja na 35. strani. Začeti smemo s preprostim sistemom, recimo, s samo dvema neodvisnima spremenljivkama. Pripomnim naj še, da je zadnji korak pri izpeljavi entropijskega zakona, namreč $dS < dQ/T$, premalo argumentiran, čeprav priznam, da sam še nisem kaj boljšega bral. Toliko o skriptih samih.

Nekaj bi pa še pristavil. V uvodu se avtorja opravičujeta, ker sta napisala ta skripta, češ da je »učbenikov termodinamike že toliko, da se zdi pisanje skript iz tega predmeta skoraj potrata«, kajti »želja, da bi tudi to imeli v svojem jeziku, ni posebno prepričljivo opravičilo«. Avtorja sta po nepotrebnem skromna. Ravno na tem področju straši še precej nekorektnih trditev in napačnih predstav. Zato bi bila obravnavana skripta zelo koristna ne samo za študente, ampak tudi za učitelje fizike in druge, če bi bila seveda tako predelana, da bi lahko rabila kot samostojen in lahko dostopen učbenik. Za to pa bi jih bilo treba — ker so pisana zgoščeno — dopolniti, predvsem s pojasnili in fizikalnimi interpretacijami; te je resda lažje povedati pri predavanjih kot zapisati in do njih se večina fizikov (sem sodi tudi recenzent) dokoplje bolj skozi kožo kot skozi glavo. *Sergej Pahor*

J. Strnad, *Fazna, skupinska, signalna hitrost*, Postdiplomski seminar iz fizike, 1. d., Ljubljana, DMFA SRS 1975 31 str., 20.— (16.—) din.

Hipoteza o delcih, ki se gibljejo hitreje kot svetloba v vakuumu, je znova zbudila razprave o načelu vzročnosti v fiziki. Podobne razprave so v preteklosti že nekajkrat vzbudili anomalni pojavi pri razširjanju elektromagnetnega valovanja v snovi — od tod izvira splošna teorija signalov, ki jo pri nas sorazmerno malo poznamo, čeprav bi sodila k temeljni izobrazbi fizika.

To področje je obdelal J. Strnad v predavanju *Fazna, skupinska, signalna hitrost*. Prikazal je razvoj modelov valovanja od najpreprostejšega, t.j. ravnega vala, do Sommerfeld-Brillouinovega signala s predhodniki. Razložil je tudi hipotezo o tahionih in njeno razmerje do načela vzročnosti. Dodal je nekaj primerov, v katerih bi tahioni utegnili opisovati že znane fizikalne pojave — med temi primeri tudi originalni prispevek, prehod valovanja čez optično bariero.

Alojz Kodre

Zbirka je v zadnjih letih — kljub veliki izdajateljski dejavnosti — zašla v težave. Že dve leti nismo izdali nobene nove knjige, razen Rešenih nalog iz matematike z republiških tekmovanj I. d., ki sta jo pripravila V. Batatelj in T. Pisanski.

Naklado 2000 izvodov smo v nekaj mesecih razprodali in jo morali dotisniti še v istem letu. Prav tako smo po uspešnih dogovorih z Mladinsko knjigo, predvsem pa z Državno založbo Slovenije, v tem času ponatisnili še 14 drugih naslovov. Med njimi sta bila dva teksta precej spremenjena. To sta Elementarni uvod v verjetnostni račun (A. Vadnal) in Osnove teorije števil (J. Grasselli). Tako lahko razen dveh knjižic bralci dobe prav vse do sedaj izdane knjige.

Zato se je pred kratkim sestal uredniški odbor: R. Jamnik, F. Križanič, N. Prijatelj, J. Strnad, A. Vadnal, C. Velkovrh in I. Vidav (odgovorni urednik) ter ugotovil naslednje: Koncepta zbirke ne bomo spremenili. V seriji Knjižnica Sigma bomo izdajali krajša zanimiva poglavja iz matematike in fizike, dostopna srednješolcem, in s tem še vnaprej popularizirali naše stroke med mladino. Prav tako bomo z veseljem sprejeli vsak dober rokopis iz specialnih področij in univerzitetnih učbenikov oz. priročnikov. V vzporedni seriji Sigma — Priročniki bomo izdajali predvsem zbirke vaj s tekmovanj srednješolcev (v tisku je 2. del Rešenih nalog iz matematike s tekmovanj V. Batagelja in T. Pisanskega) in vaje za študente matematike in fizike (Matematične strukture I—III ter Diferencialne enačbe).

Za nekatera dela so nam avtorji že obljubili rokopise (Dinamično programiranje, Fizika trdne snovi, Teorija grafov ter prevod Zgodovine matematike iz angleščine). Za nadaljnje knjige pa moramo sodelavce še pridobiti predvsem med mlajšimi, ki bi se radi pridružili »društvu slovenskih pisateljev«.

Ciril Velkovrh

Nastava matematike, Nova serija. 1 (XXIII) (1974) št. 2

Druga številka nove serije Nastava matematike, ki jo izdaja Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Srbije, prinaša poleg uvodnega članka s petega Balkanskega kongresa matematikov še šest referatov s tega kongresa, ki je bil od 24. do 30. junija leta 1974 v Beogradu. Med omenjenimi referati so tri predavanja naših strokovnjakov, trije pa so prevodi predavanj gostov iz vzhodne Evrope. V nadaljevanju so še drugi zanimivi članki o pouku matematike v srednji in osnovni šoli; zlasti izstopata oba članka A. Zolića o numerični matematiki pri pouku v srednji in osnovni šoli.

V podrobnem je vsebina te številke naslednja:

Peti balkanski kongres matematikov

M. Ilić-Dajović, Za Evklida in proti njemu.

R. Đuro Kurepa, Dejavnost mednarodne matematične komisije za izobraževanje v letu 1974.

J. Šedivy (Praga), Razvijanje logičnih sposobnosti pri pouku matematike.

B. V. Gnjudenko (Moskva), O pouku verjetnostnega računa in matematične statistike.

J. Brkić, Rast in razvoj kreativnosti učencev pri modernem pouku matematike.

Iv. Gančev i D. Šopova (Sofija), Novi elementi pri pouku matematike v osnovni šoli v Bolgariji.

M. Mrmak, Problemi realizacije nazornosti pri pouku matematike.

A. Zolić, Elementi numerične analize pri srednješolskem pouku matematike.

M. Matić, Primeri diofantskih enačb.

A. Zolić, Elementi numerične matematike pri pouku v osnovni šoli.

M. Ilić-Dajović, Uvajanje v matematiko.

J. Brkić, Dva časopisa za pouk matematike (Opis).

P. D., Kakšen mora biti učbenik za matematiko za učence osnovnih in srednjih šol (Pisma bralcev).

Ciril Velkovrh

**V LETU 1974 SMO PREJELI NASLEDNJE REVIJE V ZAMENO
ZA OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO**

1. ACTA ARITHMETICA, Warszawa 1974, Vols 25, 26.
2. ACTA FAC. RERUM NATUR. UNIV. COMENIANAE, Math., Bratislava 1974, Vol. 29.
3. ACTA PHYSICA POLONICA, Warszawa 1974, Vol. 45, No. 3.
4. ACTA UNIV. CAROLINAE, Math. Phys., Praga 1973, Vol. 14, No. 1, 2.
5. ANALELE STI. UNIV. AL. I. CUZA DIN IASI, Math. Iasi 1974, T. 20.
6. ANALELE UNIV. BUCARESTI, Fizica, Bucuresti 1973, T. 22.
7. ANALELE UNIV. BUCARESTI, Mat. mecanica, Bucuresti 1973, T. 22.
8. ANALELE UNIV. TIMISOARA, Mat., Timisoara 1973, T. 11, No. 1.
9. ANNALES ACAD. SCI. FENNICAE, Math., Helsinki 1974, 565, 570, 571, 575-585, 587-590.
10. ANNALES POLONICI MATH., Warszawa 1974, T. 29, No. 1, 3, T. 30, No. 1, 2.
11. ARHIMEDES — naučno popularni matematički časopis za učenike V.—VIII. razreda osnovne škole, Beograd 1973/74, g. 1.
12. ARKIV MATH., Stockholm 1974, T. 12.
13. ASTRO AMATER, Sarajevo 1974, Br. 4/5, 6.
14. ASTRONOMSKE EFEMERIDE, Ljubljana 1974.
15. BERICHTE DER GESELISCHAFT FÜR MATH., Bonn 1974, H. 83—95.
16. BOLETIN ACAD. SCI. FIS. MAT. NATURALES, Caracas 1973, T. 33.
17. BOLETIN SOC. MAT. MEXICANA, Mexico 1973, T. 18.
18. BONNER MATH. SCHRIFTEN, Bonn 1972, Bd. 60, 1973, Bd. 61—65.
19. BULLETIN ACAD. POLONAISE SCI., Math. astr. phys., Varsovie 1974, T. 22.
20. BULLETIN FUKUOKA UNIV. EDUC. NATURAL SCI., Fukuoka 1973, Vol. 23, 1974 Vol. 24.
21. BULLETIN INST. MATH., Taipei 1973, Vol. 1, 1974, V91. 2.
22. BULLETIN SCI., Zagreb 1974, Vol. 19.
23. BULLETIN SOC. MATH. FRANCE, Paris 1973, T. 101, 1974, T. 102.
24. COLLOQUIUM MATH., Warszawa 1974, Vols 29—32.
25. COMMENTATIONES MATH. UNIV. CAROLINAE, Praga 1974, T. 15.
26. DIFFERENCIAL'NYE URAVNENIJA, Minsk 1974, T. 10.
27. DISKRETNJYJ ANALIZ, Novosibirsk 1974, T. 24—26
28. DOKLADY BOLGARSKOJ AN., Sofija 1974, T. 27.
29. ECONOMIC COMPUT. ECONOM. CYBERNETIC STUD. RES., Bucuresti 1974.
30. ELEKTROTEHNIŠKI VESTNIK, Ljubljana, 1974, leto 41.
31. EUROPHYSICS NEWS, Geneve 1974, Vol. 5.
32. FARMACEVTSKI VESTNIK, Ljubljana 1974, leto 25.
33. FIZIKA, Zagreb 1974, Vol. 6, No. 2.
34. GLASNIK MAT., Zagreb 1974, g. 9.
35. GODIŠEN SBORNIK, Mat. fiz. hem., Skopje 1974, g. 24.
36. GODIŠNIK VIŠŠ. TEHN. UČEB. ZAVED. Mat., Sofija 1972, T. 8, 1973, T. 9.
39. GODIŠEN ZBORNIK. Elektro maš. fak., Skopje 1973.
40. HIROSHIMA MATH. JOURNAL, Hiroshima 1974, Vol. 4.
41. IDRIJSKI RAZGLEDI, Idrija 1974, leto 19.
42. INDIAN JOURNAL PURE APPL. MATH., New Delhi 1973, Vol. 4, No. 1—4, 7/8.
43. INFORMATION PROCESSING IN JAPAN, Tokyo 1973, Vol. 13.
44. INTERNATIONAL MATH. NACHRICHTEN, Wien 1974.
45. IZVESTIJA MAT. INSTITUT, Sofija 1974, T. 15.
46. JAHRESBERICHT, Bonn 1973.
47. JIPDEC REPORT, Tokyo 1974, No. 20, 21, 22.
48. JOURNAL FRANKLIN INST., Philadelphia 1974, Vols 297, 298.
49. LUCARARILE SEMINARULUI GEOM. TOPOLOGIE, Timisoara 1974, T. 7.
50. MATEMATICKY ČASOPIS, Bratislava 1974, ročník 24.
51. MATEMATIČKI LIST ZA UČENIKE OSNOVNE ŠKOLE, Beograd 1973/74, g. 8.
52. MATEMATIČKI VESTNIK, Beograd 1974, g. 11.
53. MATEMATIČKO-FIZIČKI LIST, Zagreb 1973/74, g. 23.
54. MATEMATIKA A FIZIKA VE ŠKOLE, Olomuc 1973/74, ročník 4.
55. MATHEMATICAL GAZETTE, London 1974, Vol. 58.
56. NATURA, Plovdiv 1973, T. 6.
57. NOTICE AMER. MATH. SOC., Providence 1974, Vol. 21.
58. OSAKA J. MATH., Osaka 1974, Vol. 11.
59. PERIODICO MAT., Roma 1974, Vol. 50.

61. PROCEEDINGS AMER. MATH. SOC., Providence 1974, Vol. 42—46.
62. PROCEEDINGS FAC. SCI. TOKAI UNIV., Tokyo 1974, Vol. 9.
63. PROSVETNI DELAVEC, Ljubljana 1974, letnik 25.
64. PROTEUS, Ljubljana 1973/74, letnik 36.
65. PUBLICATIONS DEPART. MATH., Ljubljana 1972/73, Vol. 7.
66. PUBLICATIONS INST. MATH., Beograd 1974, Vol. 17.
67. PUBLICATIONS MATH., Bordeaux 1973/74, T. 2.
68. PUBLIKACIJE ELEKTROTEHNIŠKOG FAK., Beograd, 1974, No. 461—497.
69. REVISTA MATH. HISPANO-AMER., Madrid 1974, T. 34.
70. REVISTA UN. MAT. ARGENTINA, Buenos Aires 1972/73, Vol. 26.
71. REVUE ROUMANE MATH. PURES APPL., Bucarest 1974, T. 19.
72. RIVISTA MAT. UNIV. PARMA, Parma 1971, Ser. III. 1972.
73. ROZHLEDY MAT.-FYZ., Praga 1973/74, T. 52.
74. RUDARSKO-METALURŠKI ZBORNIK, Ljubljana 1973, št. 3, 4.
75. SCRIPTA F. S. N. U. P. B., Physica, Brno 1973, ročnik 3, No. 1.
76. SEMINARUL ECUATII FUNCTIONELE, Timisoara 1974.
77. SEMINARUL TEORIA FUNCTIILOR MAT. APLICATE, Timisoara 1974, No. 6—10.
78. SPIN, Beograd 1974, leto 1. št. 1.
79. STUDIA UNIV. BABES-BOLAI, Math. mec., Cluj 1974, T. 19.
80. STUDII CERC. MAT., Bucuresti 1974, T. 26.
81. TIM, Ljubljana 1974/74, št. 9/10.
82. TRIBUNA, Ljubljana 1973/74, letnik 23, št. 1—4, 7/8, 10—18, 21/22, 25.
83. UČENYE ZAPISKI TARTUSKOGO GOS. UNIV., Trudy po mat. meh., Tartu 1974, T. 13, 14.
84. UKRAINSKIJ MAT. ŽURNAL, Kiev 1974, T. 26.
85. USPEHI MAT. NAUK, Moskva 1974, T. 29.
86. VARILNA TEHNIKA, Ljubljana 1974, letnik 23.
87. VASIONA, Beograd 1974, g. 22, br. 1, 4.
88. VESCI AN BELORUSKOG SSR, Fit. mat., Minsk 1974.
89. VESTNIK LENINGRADSKOGO UNIV., Mat. meh., astr., Leningrad 1974.
90. VESTNIK MOSKOV. UNIV., Mat. meh., Moskva 1974.
91. VZGOJA IN IZOBRAŽEVANJE, Ljubljana 1972, letnik 3, 1973, let. 4, 1974, let. 5.
92. ZBORNIK RADOVA PRIR. MAT. FAK., Mat., Novi Sad 1974, g. 4.
93. ZBORNIK RADOVA PRIR. MAT. FAK., Fiz., Novi Sad 1974, g. 4.
94. ZBORNIK ZA HISTORIJU ŠKOLSTVA I PROSVJETE, Zagreb 1973, g. 7.
95. ZDRAVSTVENI VESTNIK, Ljubljana 1974, letnik 43.
96. ŽIVLJENJE IN TEHNIKA, Ljubljana 1974, letnik 25.

Stanislav Zorko

NAROČITE SE NA »PRESEK«!

V šolskem letu 1973/74 je začelo Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije izdajati revijo Presek, list za mlade matematike, fizike in astronome. Zdaj gre torej že v tretje leto in pridobil si je že kar lep krog mladih bralcev. Naroča ga okrog 13000 učencev, učiteljev in dijakov. Za razmeroma nizko ceno (20 din za posameznike oz. 18 din za skupna naročila na šolah) dobijo štiri številke letno.

Debelina številke je različna, včasih je 64 strani, če pa je denarja manj, pa le 32 strani. Tudi barvitost Preseka je deloma odvisna od razpoložljivih materialnih sredstev; nekaj številke je bilo dvobarvnih, nekaj štiribarvnih.

Še besedo, dve o vsebini. Vsakokrat serviramo bralcem štiri do šest daljših člankov iz matematike, fizike in astronomije. V rubriki »Matematično razvedrilo« lahko preberete kaj lažjega ali celo neresnega. Rebusi in uganke so raztreseni kjer pač dopušča prostor. Nagradni razpis »Premisli in reši« prinaša vsakokrat problem, ki ne zahteva toliko šolskega znanja in računanja kot samostojnega razmisleka. Z zadnje ali predzadnje strani ovitka kuka »Bistrovidec« in izziva bralce, da odgovore na njegovo vprašanje, ki je večinoma zastavljeno v sliki. Tu so še poročila o tekmovanjih, številne naloge, lažje in težje, standardne in nenavadne. Na svoj račun pridejo ljubitelji križank, pa naj bodo črkovne ali številčne. Radi se spomnimo tega ali onega znanstvenika iz bogate zgodovine naših ved.

Ker se nam zdi, da tudi drugi matematiki in fiziki lahko najdejo marsikaj zanimivega v našem listu, vas, dragi člani društva, vabimo, da se naročite na Presek, če ga seveda še ne dobivate. Pokažite ga tudi svojim znancem, ni treba da so matematiki, fiziki ali astronomi. Morda se jim bo zdel zanimiv.

Peter Petek