

B-177/75-1
IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

ODPISANO

**OBZORNIK
ZA MATEMATIKO IN FIZIKO**

1975

Letnik 22

1

22. LETNIK — ŠTEVILKA 1
OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
LJUBLJANA, JANUAR 1975

Glavni urednik: Gabrijel Tomšič; odgovorni urednik: Janez Strnad.

Uredniški odbor: France Avsec, gimnazija Kranj; Robert Blinc, FNT; France Kvaternik, gimnazija Poljane, Ljubljana; Jože Lep, VTŠ, Maribor; Anton Moljk, FNT; Jože Pahor, FNT; Mitja Rosina, FNT; Tomaž Skulj, gimnazija Moste, Ljubljana; Janez Strnad (urednik za fiziko), FNT; Anton Suhadolc (urednik za matematiko), FNT; Ciril Velkovich (tehnični urednik), FNT; Ivan Vidav, FNT; jezikovni pregled Marija Janežič.

Naročnina: za posameznike 60.— din (za člane društva je že vračunana članarina 10.— din), za dijake in študente 25.— din, za ustanove in podjetja 100.— din, za tujino 7 \$ = 119.— din, posamezna številka 10.— din, dvojna številka 20.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: Komisija za tisk DMFA SRS, 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p. p. 227, tel. št. 61-564/53, žiro račun 50101-678-48363.

Tiska tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani, Kopitarjeva ul. 2.

Izdajo revije sofinancirata Izobraževalna skupnost Slovenije in Raziskovalna skupnost Slovenije.

VSEBINA

Članki	Stran
Deseti Hilbertov problem (Jože Grasselli)	1
Mikroskopska teorija tekočih kristalov (Franc Pušnik)	4
Morski valovi (Karl Bajc)	15
Novice	
Iskanje tahionov (Janez Strnad)	21
Enoelektronski oscilator (Janez Strnad)	24
Domače vesti	27
Prejeli smo v oceno	29
Nove knjige	32

CONTENTS

Articles	Page
On the tenth Hilbert problem (Jože Grasselli)	1
Microscopic theory of liquid crystals (Franc Pušnik)	4
Sea waves (Karl Bajc)	15
News	21
Home News	27
New books	32

DESETI HILBERTOV PROBLEM

JOŽE GRASSELLI

AMS Subj. Class. (1970) 10 B 99

Opisan je deseti Hilbertov problem in omenjenih nekaj pojmov v zvezi z njegovo nerešljivostjo.

ON THE TENTH HILBERT PROBLEM

The paper presents a short formulation of the tenth Hilbert problem and describes some notions connected with the solution of this problem.

Med slavnimi triindvajsetimi problemi, ki jih je David Hilbert ([1], [2]) predložil leta 1900 na matematičnem kongresu v Parizu, so nekateri splošno razumljivi, ker v njihovem opisu nastopajo le najosnovnejši matematični pojmi. Takšne vrste je tudi deseti problem, ki je nedavno dobil dokončen odgovor. O tem želimo na kratko poročati. Najprej pa nekaj besedi o desetem Hilbertovem problemu.

Dan je polinom $P(x_1, \dots, x_n)$ s spremenljivkami $x_1, \dots, x_n$, $n \geq 1$. Stopnja polinoma je poljubna, njegovi koeficienti so cela števila. (Tukaj in povsod naprej pomeni celo število isto kot celo racionalno število.) Ničle polinoma se dobe z razrešitvijo enačbe

$$P(x_1, \dots, x_n) = 0 \quad (1)$$

Kot je znano, ima ta enačba v obsegu kompleksnih števil zmeraj rešitve. To pomeni, da vedno obstajajo kompleksna števila $a_1, \dots, a_n$, ki enačbo izpolnijo, ko postavimo a_1 namesto $x_1, \dots, a_n$ namesto x_n .

Razmere okrog obstoja rešitev pa se zapletejo, če vprašujemo, ali obstoje taka cela števila $a_1, \dots, a_n$, da bo z njimi enačba (1) izpolnjena. Enačbo (1), ki pri njej iščemo rešitve v celih številih, imenujemo diofantska enačba. V spisih starogrškega matematika Diofanta se namreč najdejo prvi primeri takšnih nalog.

Obstoj rešitev pri diofantski enačbi ni več zagotovljen. Od rešitev, ki jih ima enačba (1) v obsegu kompleksnih števil, pridejo zdaj namreč v poštev le tiste, ki so obenem cela števila. Lahko se zgodi, da take rešitve so, pa tudi, da jih ni.

Diofantska enačba se imenuje rešljiva, če rešitve ima, in nerešljiva, če rešitev nima. Tako je npr. enačba $x_1 + x_2 = 1$ rešljiva. Njene rešitve so $x_1 = t + 1$, $x_2 = -t$, kjer je t poljubno celo število. Enačba $2x_1 + 4x_2 = 3$ pa je nerešljiva. Pri celih x_1, x_2 je namreč izraz $2x_1 + 4x_2$ vedno sodo število in torej nikoli 3.

Za nekatere zvrsti diofantskih enačb so izdelani napotki, po katerih je mogoče spoznati, kako je z rešljivostjo teh enačb ([3], [4]). V primeru rešljivosti so včasih znani tudi načini, kako najti nekaj ali celo vse rešitve.

Preprost in dobro znan zgled take zvrsti imamo v diofantskih enačbah poljubne stopnje z eno neznanko

$$c_0 x^m + c_1 x^{m-1} + \dots + c_m = 0 \quad (2)$$

V skladu z zahtevo so koeficienti $c_0, \dots, c_m$ cela števila in vzamemo še $c_m \neq 0$. Če je celo število a koren enačbe (2), se po vstavitvi a v (2) vidi, da a deli c_m . Torej je treba celoštevilčne rešitve enačbe (2) iskati le med delitelji koeficienta c_m . Ker je $c_m \neq 0$, ima deliteljev končno mnogo; poiščemo jih in z vstavitvijo v (2) preverimo, ali kateri enačbo (2) izpolni.

Za vsako diofantsko enačbo oblike (2) je tako po krajšem ali daljšem času mogoče povedati, ali je rešljiva ali nerešljiva in navesti tudi vse njene rešitve.

Zaželeno bi bilo imeti metodo, ki bi za vsako diofantsko enačbo dala vedeti, kako je z njenimi rešitvami. S tem smo že pri desetem Hilbertovem problemu. Ta namreč terja postopek, ki po končno mnogo operacijah odloči, ali je poljubna predložena diofantska enačba rešljiva ali nerešljiva. Postopek, o katerem se govori, je bil ob postavitvi problema mišljen čisto intuitivno. Ustrezen pojem, ki pa se je izkristaliziral šele pozneje, je algoritem.*

Ni naš namen opisovati zgodovino desetega Hilbertovega problema. Povejmo samo tole. Pri raziskovanju matematičnih osnov so že v letih pred drugo vojno in po njej našli primere problemov, da algoritma, po katerem se v njih vprašuje, sploh ni. Ko se ni posrečilo dokazati obstoja algoritma, kakor ga zahteva deseti Hilbertov problem, se je porodila domneva, ali ni morda tudi ta problem takšne narave, da zahtevani algoritem ne obstaja. Do pomembnih dosežkov v tej smeri so prišli Martin Davis, Hilary Putnam in Julia Robinson. Leta 1961 so svoje izsledke strnili v ugotovitvi: deseti Hilbertov problem ni rešljiv, če obstaja diofantska enačba, katere rešitve izpolnjujejo neki pogoj. Pogoja tukaj ne bomo opisovali. Obstoj takšne diofantske enačbe je leta 1970 dokazal tedaj 22-letni ruski matematik Jurij Matijasevič. Tako se je pokazalo, da se deseti Hilbertov problem ne da rešiti. Ni algoritma, ki bi za vsako diofantsko enačbo odločil, ali je rešljiva ali ne.

Podroben dokaz nerešljivosti desetega Hilbertovega problema podajata M. Davis ([5]) in J. Matijasevič ([6]). Tukaj bomo omenili samo nekatere pojme, ki v dokazu nastopajo.

Oglejmo si najprej, kaj je diofantska množica.

V diofantski enačbi lahko poleg neznank $x_1, \dots, x_n$ nastopijo še parametri $t_1, \dots, t_m$. Namesto (1) imamo potem

$$P(t_1, \dots, t_m, x_1, \dots, x_n) = 0 \quad (3)$$

Pravzaprav pomeni (3) celo družino diofantskih enačb. Če npr. za vrednosti parametrov izbiramo naravna števila, dobimo pri vsaki izbiri neko diofantsko enačbo (1), ki je bodisi rešljiva bodisi nerešljiva. Vse mogoče m -terice $(t_1, \dots, t_m)$ naravnih števil razpadejo na tiste, pri katerih je dobljena diofantska enačba rešljiva, in na one, ko dobljena diofantska enačba ni rešljiva. Z diofantsko enačbo (3) je torej implicitno podana množica tistih m -teric naravnih števil, ko enačba (3) rešitve ima.

Vpeljimo zdaj tole definicijo: Množica $\mathcal{D}$, katere elementi so urejene m -terice $(t_1, \dots, t_m)$ naravnih števil, je diofantska, če obstaja takšen polinom s celimi koeficienti $P(t_1, \dots, t_m, x_1, \dots, x_n)$, da je poljubna m -terica naravnih števil v $\mathcal{D}$ tedaj in le tedaj, kadar je ustrezna enačba (3) rešljiva v naravnih številih.

Zgled: Zaznamujmo z $\mathcal{A}$ množico vseh tistih od 1 večjih naravnih števil, ki v razstavitvi na prafaktorje ne vsebujejo nobenega praštevila oblike $4k + 3$ v lihi stopnji. Znano je ([7] str. 163), da se dajo ta in samo ta naravna števila pisati kot vsota dveh kvadratov naravnih števil. Zato je množica $\mathcal{A}$ diofantska, polinom je $P = x_1^2 + x_2^2 - t$. V tem zgledu je $m = 1$.

Če imamo dano kakšno množico m -teric naravnih števil, bi seveda radi vedeli, ali je diofantska. Za nekatere preproste množice diofantičnosti ni težko spoznati. Iz njih se da potem priti do vedno bolj zamotanih diofantskih množic.

Opišimo zdaj še dve drugi zvrsti množic, ki imajo za elemente naravna števila ali m -terice naravnih števil. Odkrili so jih pri študiju algoritmov. Opredelili jih bomo za $m = 1$, pri večjih m je vse čisto podobno.

* Za definicijo algoritma glej npr. članek M. Vencelj: Povezava teorije algoritmov s teorijo aritmetičnih računalnikov. Obzornik mat. fiz. 9 (1962) str. 169.

Množica $\mathcal{O}$, ki jo sestavljajo naravna števila, je odločljiva, če obstoji algoritem, s katerim se da za vsako naravno število, podano npr. v dekadnem zapisu, ugotoviti, da je v $\mathcal{O}$ ali da ni v $\mathcal{O}$. Algoritem daje torej za vsako naravno število t enega od odgovorov: t je v $\mathcal{O}$ ali pa: t ni v $\mathcal{O}$.

Množica praštevil je odločljiva. Algoritem, s katerim se za vsako naravno število n ugotovi, ali je praštevilo ali ne, je npr. v tem, da se pregleda, kako je z deljivostjo števila n z $2, 3, \dots, [\sqrt{n}]$.

Množica $\mathcal{I}$, ki ima za elemente naravna števila, je izračunljiva, če obstaja algoritem, ki za naravna števila, ki so v $\mathcal{I}$, to prej ali slej ugotovi. Za tista naravna števila, ki niso v $\mathcal{I}$, pa tega ta algoritem v splošnem ne ugotovi. Naj bo t_0 kakšno naravno število! Če je t_0 v $\mathcal{I}$, bomo z algoritmom v doglednem času dobili odgovor: t_0 je v $\mathcal{I}$. Če pa t_0 ni v $\mathcal{I}$, je mogoče, da v nobenem končnem času algoritem ne bo dal odgovora: t_0 ni v $\mathcal{I}$.

Vzemimo množico tistih naravnih števil n , za katera je enačba $x_1^n + x_2^n = x_3^n$ rešljiva v naravnih številih. Naj bo algoritem v sistematičnem preskušanju trojic naravnih števil x_1, x_2, x_3 pri danem n . Pri $n = 2$ bomo po nekaj poskusih prišli do trojice, ki enačbi ustreže. Tako bo ugotovljeno, da je 2 v naši množici. Ker pri $n = 3$ enačba v naravnih številih ni rešljiva, se sistematično preskušanje nadaljuje v nedogled. Torej z izbranim algoritmom v nobenem končnem času ni moč dognati, da 3 ni v naši množici. Seveda ni s tem rečeno, da z nobenim algoritmom ni mogoče ugotoviti, da 3 ni v naši množici.

Že iz zgornjega opisa je jasno, da je vsaka odločljiva množica izračunljiva. Nikakor pa ni vsaka izračunljiva množica odločljiva. Znano je namreč, da obstoje izračunljive množice, ki niso odločljive.

Pomen diofantskih in izračunljivih množic za deseti Hilbertov problem je zdaj tale. Vedelo se je, da je problem nerešljiv, če bi se izkazalo, da je vsaka izračunljiva množica diofantska. Kako je s to rečjo, pa ni bilo lahko spoznati. Matijasevičevo odkritje je, da razred izračunljivih množic sovпада z razredom diofantskih množic. S tem odkritjem je bila tudi nerešljivost desetega Hilbertovega problema dognana.

Nerešljivost desetega Hilbertovega problema ima še tole posledico. Denimo, da razvijamo teorijo števil iz takšnega ali drugačnega sistema aksiomov. Za vsak sistem aksiomov obstaja diofantska enačba, ki nima rešitve v naravnih številih, vendar tega na podlagi izbranih aksiomov ni mogoče dognati.

LITERATURA

- [1] D. Hilbert, *Ges. Abhandlungen*, III, Berlin 1935.
- [2] *Problemy Gil'berta*. Sbornik pod obšč. red. P. S. Aleksandrova, Moskva 1969.
- [3] L. J. Mordell, *Diophantine Equations*, London-New York 1969.
- [4] T. Skolem, *Diophantische Gleichungen*, Berlin 1938.
- [5] M. Davis, *Hilbert's tenth problem is unsolvable*, Amer. Math. Month. 3 (1973) 233—269.
- [6] Ju. V. Matijasevič, *Diofantovy množestva*, Uspehi mat. nauk 5 (1972) 185—222.
- [7] J. Plemelj, *Algebra in teorija števil*, Ljubljana 1962.

MIKROSKOPSKA TEORIJA TEKOČIH KRISTALOV

FRANC PUŠNIK

UDK 532.783

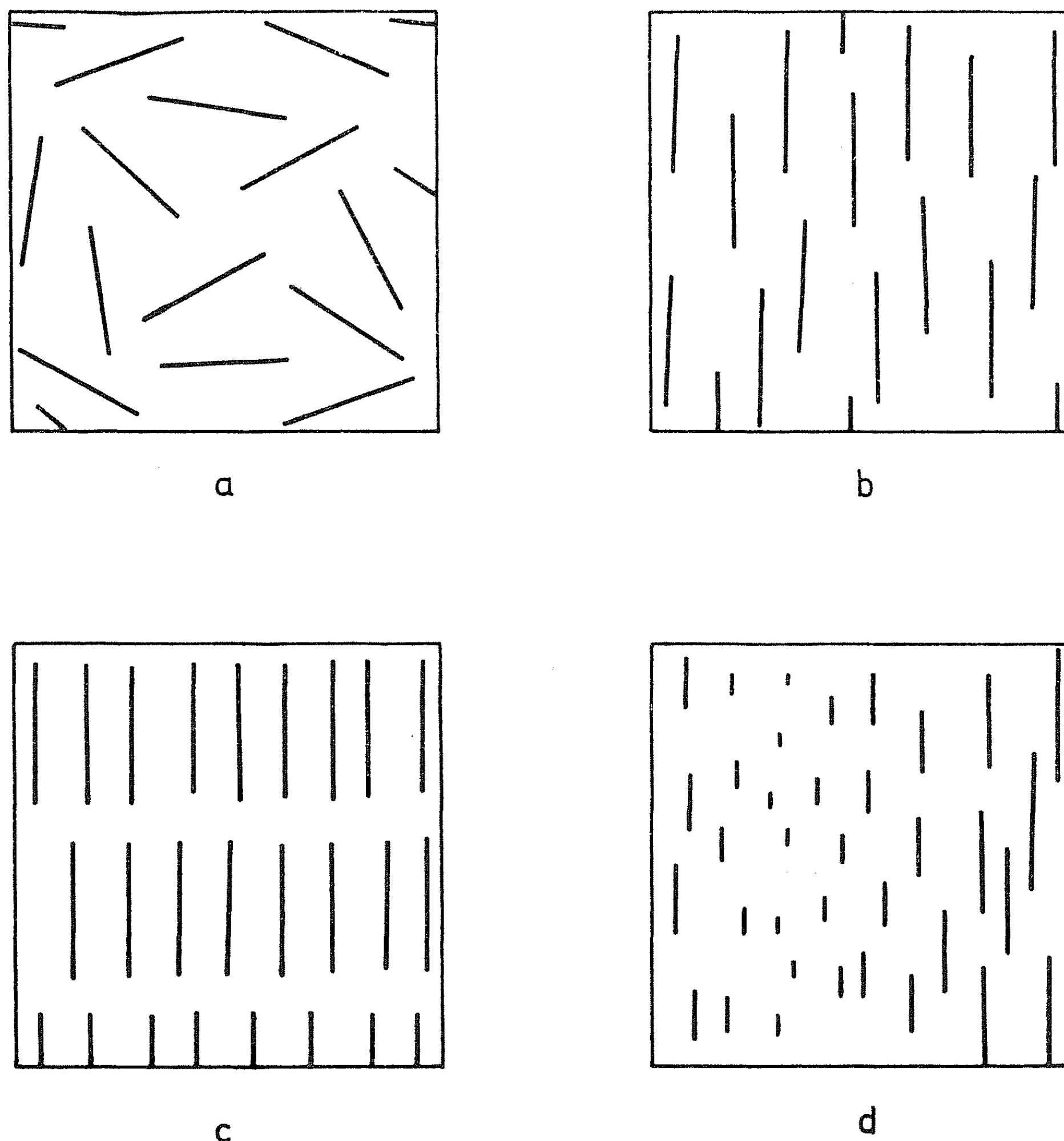
Prispevek obravnava molekularne modele za tekoče kristalne faze: Maier-Saupejev model za nematsko fazo, Mc Millanovo razširitev tega modela na smektično fazo A in model za smektične faze C, B in H. Nekaj napovedi prvih dveh modelov primerja z eksperimentalnimi rezultati.

MICROSCOPIC THEORY OF LIQUID CRISTALS

Some molecular models for the liquid crystalline phases are presented: the Maier-Saupe model for the nematic phase, McMillan's extension of this model for the smectic A phase, and a model for the smectic C, B and H phases. Some predictions of the first two models are compared with experimental results.

1. UVOD

Ponavadi razdelimo *tekoče kristale* v tri skupine (G. Friedel, 1922): v *nematske*, *smektične* in *holesterinske*. Kasneje so ugotovili, da je smektičnih faz pravzaprav več. Vse tekoče kristalne faze (*mezofaze*, tudi samo faze) družijo paralelna ureditev molekul, ki so skoraj vedno dolge, paličaste organske molekule.



Sl. 1. Paličice na sliki so molekule. a) izotropna faza — molekule so neurejene, b) nematska faza — molekule so obrnjene v poprečju v eno smer, težišča pa so razmetana kot v izotropni fazi, c) smektična faza A — težišča molekul so razporejena po vzporednih ravninah, vzdolžne osi molekul pa so pravokotne na te ravnine, d) holesterinska faza — različno dolge paličice ustrezajo projekcijam molekul, različno zasukanih proti ravnini preseka

Molekule v nematski in holesterinski mezofazi imajo težišča razsejana tako kot v navadnih izotropnih tekočinah, to je, brez reda dolgega dosega. Odlikovana je smer, v katero so v poprečju obrnjene molekule. V nematski fazi je ena sama, v holesterinski fazi pa se ta smer s krajem spreminja. Smektične mezofaze odlikuje dodaten red: molekule so urejene v plasteh (sl. 1).

Zanima nas nematska faza in smektične faze, ne pa holesterinska faza, ki je, kar zadeva termodinamiko, podobna nematski fazi.

2. NEMATSKA FAZA

Prvi je poskušal mikroskopsko opisati sistem izotropna tekočina—nematska faza M. Born. Po njegovem naj bi se molekule uredile zaradi sil med permanentnimi dipoli. Seveda bi morala biti potem nematska faza feroelektrična in fazni prehod bi bil prehod drugega reda. To ne drži. Poleg tega pa so tudi molekule brez permanentnega dipolnega momenta in so lahko v nematski fazi. Kasneje sta W. Maier in A. Saupe[1] poskusila z disperzijskimi silami med induciranimi električnimi dipoli (van der Waalsovimi silami). Rezultati so bili dobri in njuna razlaga za nematsko urejevanje je obveljala.

Ne bomo sledili temu računu, temveč bomo ubrali drugačno pot. Izbrali bomo *modelsko hamiltonko*. V njej bomo obdržali samo spremenljivke, katerih poprečja se pri faznem prehodu spremenijo; preko preostalih spremenljivk bomo naredili poprečje. Dovolili si bomo še eno bistveno poenostavitev, ki je skupna skoraj vsem računom v zvezi s faznimi prehodi pri tekočih kristalih. Računali bomo v približku molekularnega polja. To pomeni, da bomo vpliv vseh molekul na izbrano molekulo opisali z molekularnim poljem, ki ni odvisno od časa in od gibanja molekule. Približek je v tem, da z molekularnim poljem zajamemo le poprečen vpliv, vpliv fluktuacij pa izgubimo.

Hamiltonka

Za sistem izotropna tekočina—nematska mezofaza je značilna spremenljivka kot med vzdolžnima osema para molekul. (Molekule si predstavljamo kot paličasta telesa s cilindrično simetrijo.) Hamiltonko za tak sistem zapišemo kot

$$\mathcal{H} = - \sum_{i < j} A_{ij} \left[\frac{3}{2} (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_j)^2 - \frac{1}{2} \right] \quad (1)$$

Tu je ij par molekul z vzdolžnima osema v smereh, ki ju določata enotna vektorja $\mathbf{n}_i$ in $\mathbf{n}_j$. V (1) nismo vključili rotacijske kinetične energije in smo se tako odpovedali obravnavanju nihanj. To bi motilo le, če bi se ukvarjali z dinamiko molekul. Iz istega razloga smemo v hamiltonki (1) nekaj členov izpustiti, saj je v poprečju $\langle n_{xi} \rangle = \langle n_{yi} \rangle = 0$, če oklepaj $\langle \rangle$ pomeni termodinamsko poprečje. Po enostavnem računu dobimo

$$\mathcal{H} = - \frac{1}{2} \sum_{ij} A_{ij} \left(\frac{3}{2} n_{zi}^2 - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{3}{2} n_{zj}^2 - \frac{1}{2} \right) \quad (2)$$

$$\text{ali} \quad \mathcal{H} = - \frac{1}{2} \sum_{ij} A_{ij} P_2(\vartheta_i) P_2(\vartheta_j) \quad (2')$$

Tu je ϑ kot med vzdolžno osjo molekule in osjo z , ki je hkrati odlikovana smer nematske mezofaze, P_2 pa Legendrov polinom. In še enkrat:

$$\mathcal{H} = - \frac{1}{2} \sum_{ij} A_{ij} \eta_i \eta_j \quad (2'')$$

z novo oznako $\eta_i = P_2(\vartheta_i)$. Sedaj uporabimo približek molekularnega polja. To je preprosto, ker smo poskrbeli, da je interakcija zapisana kot produkt dveh faktorjev, od katerih ustreza

vsak po eni molekuli v paru. Enega izmed faktorjev nadomestimo z njegovim termodinamskim poprečjem: $\mathcal{H}^M = -\frac{1}{2} \sum_{ij} A_{ij} \langle \eta_j \rangle \eta_i$ z molekularnim poljem $H_i = \sum_j A_{ij} \langle \eta_j \rangle$. Hamiltonka za molekulo i je

$$\mathcal{H}_i^M = - \sum_j A_{ij} \langle \eta_j \rangle \eta_i. \quad (3)$$

Zgornji indeks M pove le, da je hamiltonka zapisana v približku molekularnega polja.

V holesterinski fazi ima poprečje $\langle \eta_j \rangle$ za vse molekule isto vrednost, smer osi z pa se spreminja.

V nematski fazi je $\langle \eta_j \rangle$ enak za vse molekule, zato je indeks j odveč. $\langle \eta \rangle$ imenujemo *nematski (orientacijski) ureditveni parameter*. Po j v (3) lahko seštejemo, za $\sum_j A_{ij}$ zapišemo novo konstanto V_0 . Izpustimo lahko tudi indeks i , saj je vseeno, katero molekulo opazujemo

$$\mathcal{H}^M = -V_0 \langle \eta \rangle \eta \quad (4)$$

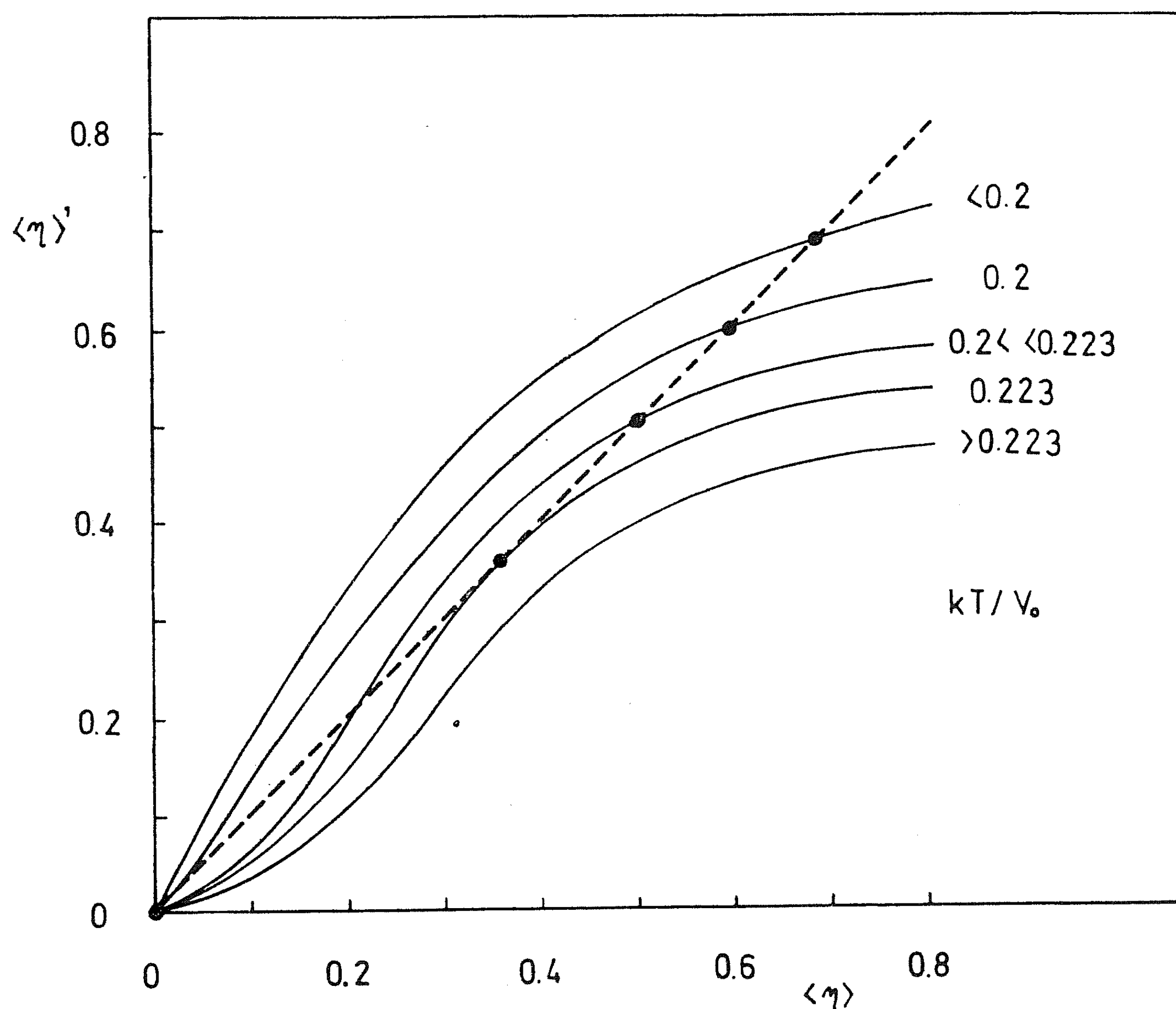
Statistika

Uporabimo prijeme statistične mehanike! Za kanonično porazdelitveno funkcijo dobimo *gestotno matriko* ρ iz hamiltonke takole:

$$\rho = \exp(-\beta \mathcal{H}) / \text{Tr} \exp(-\beta \mathcal{H}), \quad (5)$$

kjer je $\beta = 1/kT$. Termodinamsko poprečje poljubne količine B je $\langle B \rangle = \text{Tr}(\rho B)$. Tr pomeni vsoto preko vseh stanj (sled matrike), kar je pri hamiltonki (4) enakovredno integraciji po kotu ϑ . Naj bo $B = \eta$! Ureditveni parameter $\langle \eta \rangle$ je potem

$$\langle \eta \rangle = \frac{1}{\int_0^1 d(\cos \vartheta) \exp(\beta V_0 \langle \eta \rangle \eta)} \int_0^1 d(\cos \vartheta) \eta \exp(\beta V_0 \langle \eta \rangle \eta) \quad (6)$$



Sl. 2. $\langle \eta \rangle'$ je desna stran enačbe (6) in je funkcija ureditvenega parametra $\langle \eta \rangle$. To funkcijsko odvisnost kažejo za več vrednosti parametra kT/V_0 krivulje na sliki, enačbi (6) pa ustreza črtkana premica. Stabilna stanja so presečišča, ki so označena s krožci. Če je $kT/V_0 > 0.223$, je stabilna le izotropna faza, za $kT/V_0 < 0.2$ je stabilna le nematska faza. Za parametre med obema vrednostma sta stabilni obe fazi in je možna podhladitev ali pregretje

To je *samousklajena* (angl. self-consistent) enačba za $\langle \eta \rangle$. Dobili bi jo lahko tudi iz pogoja, da je prosta energija minimalna: $\partial F / \partial \langle \eta \rangle = 0$ in $\partial^2 F / \partial \langle \eta \rangle^2 > 0$; pri tem je treba vrednost odvodov jemati v ravnovesju. Iz prvega odvoda proste energije

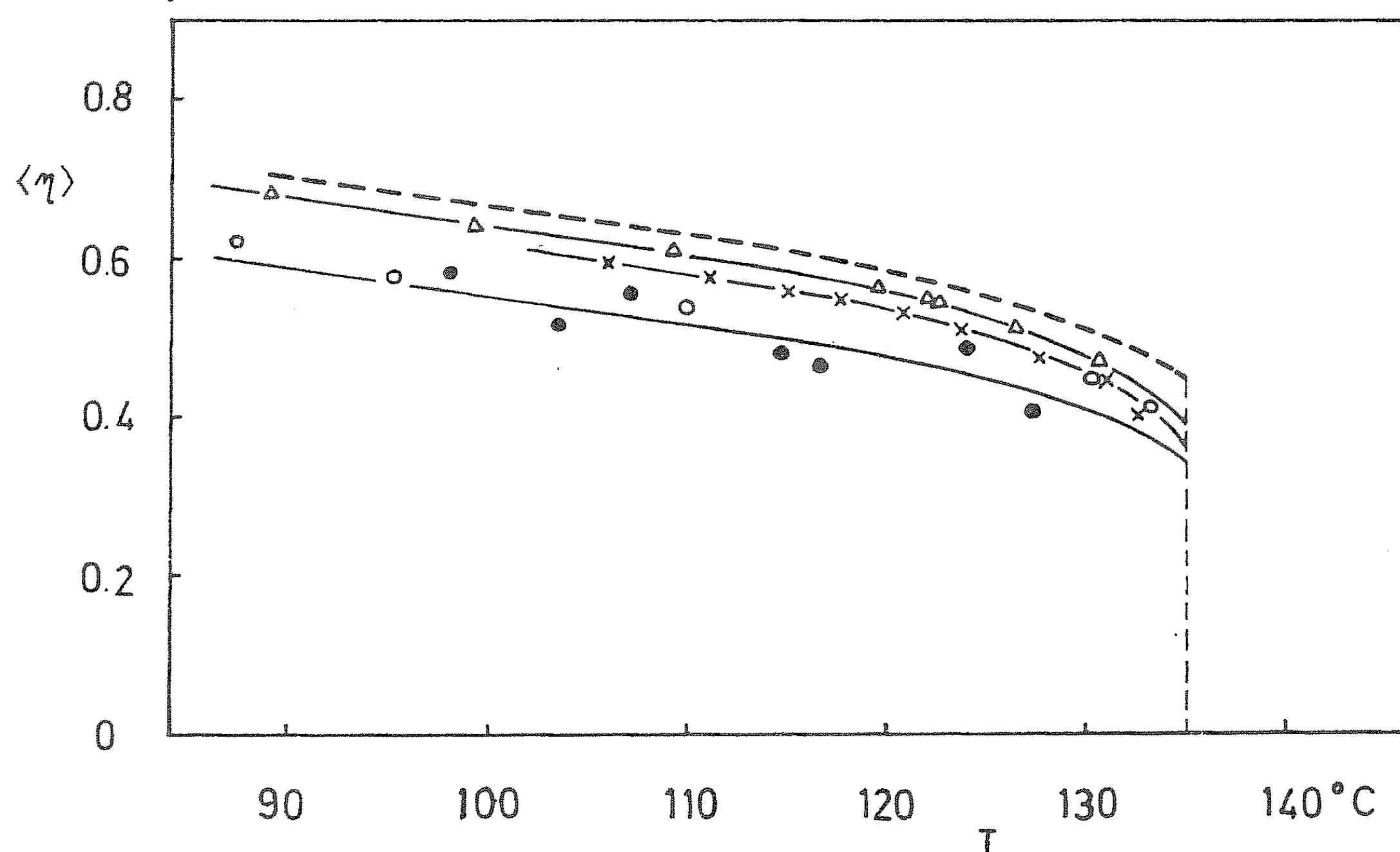
$$\begin{aligned} F &= \langle \mathcal{H}^M \rangle + kT \langle \ln \rho \rangle \\ &= \frac{1}{2} N \text{Tr} (\rho \mathcal{H}^M) + NkT \text{Tr} (\rho \ln \rho) \end{aligned} \quad (7)$$

dobimo takoj enačbo (6). Ta enačba ima trivialno rešitev $\langle \eta \rangle = 0$, ki pomeni izotropno fazo, za vse vrednosti parametra V_0/kT . Druga rešitev, namreč $\langle \eta \rangle \neq 0$, je možna le pri nizkih temperaturah. Natančneje kaže območja stabilnosti prve in druge faze sl. 2.

Do faznega prehoda prvega reda pride v vmesnem področju, v katerem sta stabilni obe fazi, izotropna in nematska. Iz primerjave proste energije v prvi in drugi fazi sledi, da je temperatura prehoda $T_{IN} = 0.22 V_0/k$.

Poskus

Sl. 3 kaže eksperimentalne vrednosti za nematski ureditveni parameter $\langle \eta \rangle$ za 4,4'-di-metoksi-azoksibenzol. Črtkana črta je rešitev samousklajene enačbe (6).



Sl. 3. Ureditveni parametri, dobljeni iz različnih meritev na 4,4'-dimetoksi-azoksibenzolu: $\Delta \Delta \Delta$ diamagnetna susceptibilnost, $\times \times \times$ lomni količnik za vidno svetlobo, $\bigcirc \bigcirc \bigcirc$ UV absorpcija, $\bullet \bullet \bullet$ IR absorpcija. Črtkana črta je teoretična napoved. Temperaturna skala (parameter V_0) je izbrana tako, da se ujemata eksperimentalna in teoretična vrednost za temperaturo prehoda T_{IN}

3. SMEKTIČNA FAZA A

V smektični fazi A so molekule bolj urejene kot v nematski fazi (sl. 1 c): vse so obrnjene v isto smer, poleg tega pa so njihova težišča pripeta na vzporedne ravnine. Debelina nastalih plasti je približno tolikšna kot dolžina molekul. Znotraj plasti ni translacijske urejenosti na večje razdalje.

Hamiltonka

Obravnavali bomo sistem s tremi fazami: izotropno, nematsko in smektično fazo A [2], [3]. Hamiltonka, ki jo bomo izbrali, bo podobna hamiltonki za dvofazni sistem (2''), le da ji bomo dodali faktor, ki bo odvisen od razdalje med molekulama:

$$\mathcal{H}_{ij} = -A_{ij} \exp(-r_{ij}^2/r_0^2) \cdot [\eta_i \eta_j + \delta] \quad (8)$$

Konstanto δ smo v (2'') izpustili, saj tedaj ne bi ničesar spremenila. Sedaj pa ne smemo izpustiti te konstante. Eksponentni faktor, ki je odvisen od razdalje med molekulama (r_0 je doseg interakcije), bo prispeval k molekularnemu polju periodičen faktor s periodo d (d je debelina plasti) v izbrani smeri, npr. v smeri osi z . Zato poprečimo po razdaljah v eni plasti. Kar preostane, razvijemo v Fourierovo vrsto in obdržimo le prva dva člena. Od razdalj odvisni faktor je potem sorazmeren z $1 + a \cos 2\pi z_{ij}/d$; pri tem je $a = 2 \exp(-\pi^2 r_0^2/d^2)$. Pisavo bomo skrajšali takole: $\tau = \cos 2\pi z/d$, $\sigma = \eta \cos 2\pi z/d$. V približku molekularnega polja lahko hamiltonko (8) napišemo za molekulo i

$$\mathcal{H}_i^M = - \sum_j A_{ij} [\langle \eta_j \rangle \eta_i + a \langle \sigma_j \rangle \sigma_i + a\delta \langle \tau_j \rangle \tau_i]$$

ali krajše

$$\mathcal{H}^M = -V_0 [\langle \eta \rangle \eta + a \langle \sigma \rangle \sigma + a\delta \langle \tau \rangle \tau] \quad (9)$$

saj je $\langle \eta_j \rangle = \langle \eta \rangle$, $\langle \sigma_j \rangle = \langle \sigma \rangle$ in $\langle \tau_j \rangle = \langle \tau \rangle$ in indeks i ni več potreben.

Ker imamo sistem več kot dveh faz, imamo tudi več ureditvenih parametrov: *orientacijski ureditveni parameter* $\langle \eta \rangle$, *translacijski ureditveni parameter* $\langle \tau \rangle$ in *mešani ureditveni parameter* $\langle \sigma \rangle$.

Statistika

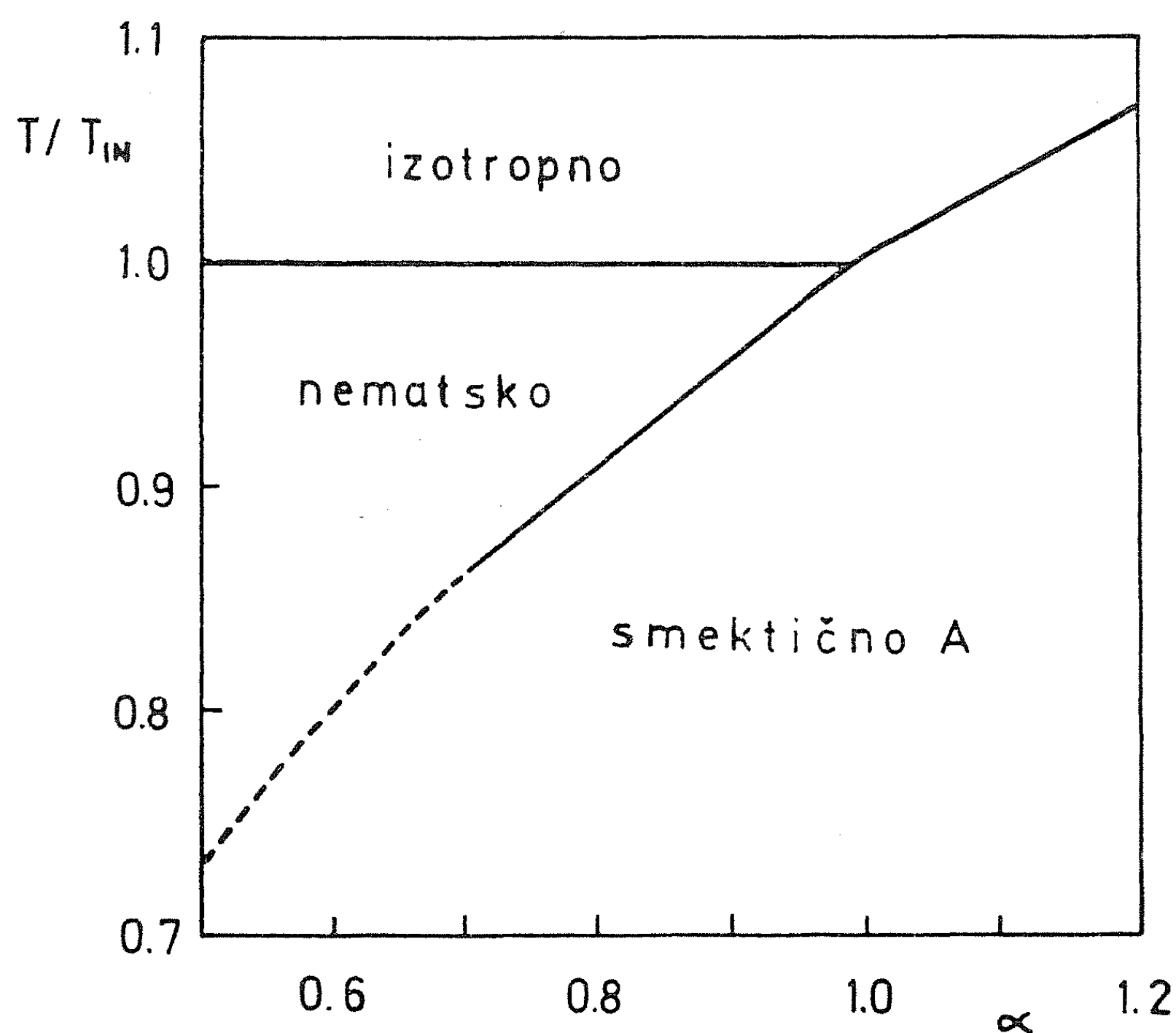
Statistična obravnava je takšna kot pri sistemu izotropna faza—nematska faza. Hamiltonka v gostotni matriki (5) je (9). Dobimo sistem samousklajenih enačb za tri ureditvene parametre

$$\begin{aligned} \langle \eta \rangle &= \text{Tr}(\rho \eta), \\ \langle \tau \rangle &= \text{Tr}(\rho \tau), \\ \langle \sigma \rangle &= \text{Tr}(\rho \sigma). \end{aligned} \quad (10)$$

Enačbe so sklopljene, saj je $\rho = \rho(\langle \eta \rangle, \langle \tau \rangle, \langle \sigma \rangle)$, Tr pa pomeni dvojno integracijo $\int_0^1 d(z/d) \int_0^1 d(\cos \vartheta)$.

Sistem enačb (10) ima tri vrste rešitev:

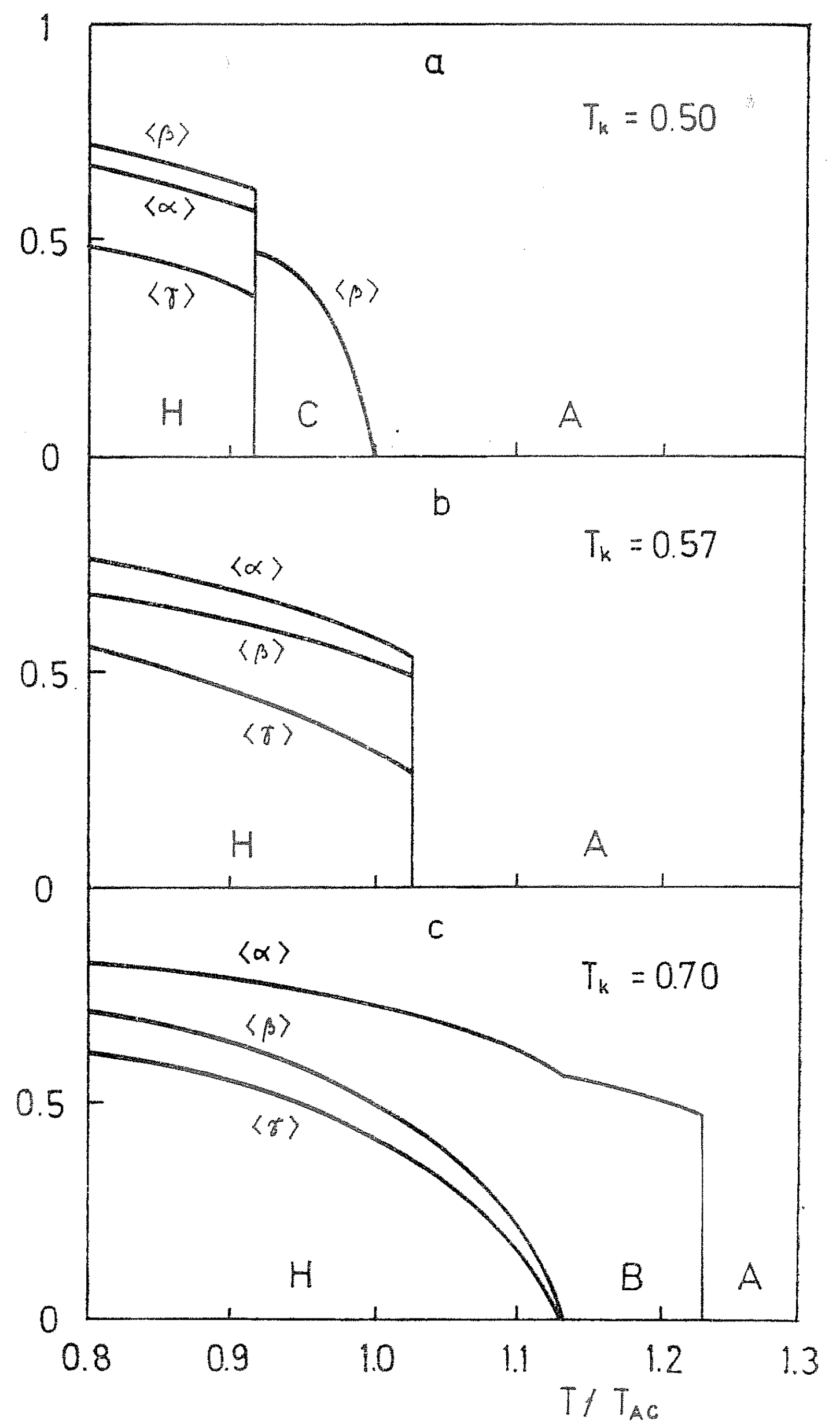
$\langle \eta \rangle = 0,$	$\langle \tau \rangle = 0,$	$\langle \sigma \rangle = 0$	izotropna faza,
$\langle \eta \rangle \neq 0,$	$\langle \tau \rangle = 0,$	$\langle \sigma \rangle = 0$	nematska faza,
$\langle \eta \rangle \neq 0,$	$\langle \tau \rangle \neq 0,$	$\langle \sigma \rangle \neq 0$	smektična faza A.



Sl. 4. Fazni diagram za sistem izotropna, nematska in smektična faza A, kakršnega da hamiltonka (9) z $\delta = 0$. Fazni prehodi so prehodi prvega reda, razen prehoda iz nematske v smektično fazo A za $a < 0.7$ (črtkano), ki je prehod drugega reda. Če je $a > 0.98$, ni vmesne nematske faze, ampak preide tekočina iz izotropne direktno v smektično fazo A

Ureditvene parametre kot funkcije temperature in drugih parametrov je treba izračunati numerično iz enačb (10). Pri tem je treba upoštevati, da je v stabilnem stanju prosta energija minimalna. Parameter V_0 določa temperaturno skalo in parameter α kaže, kako rade so molekule postavljene v plasteh. Tretji člen v (9) bi sam opisoval prehod drugega reda, tako pa zmanjšuje skoke pri prehodu prvega reda. Brez tega člena v hamiltonki dobimo fazni diagram na sl. 4.

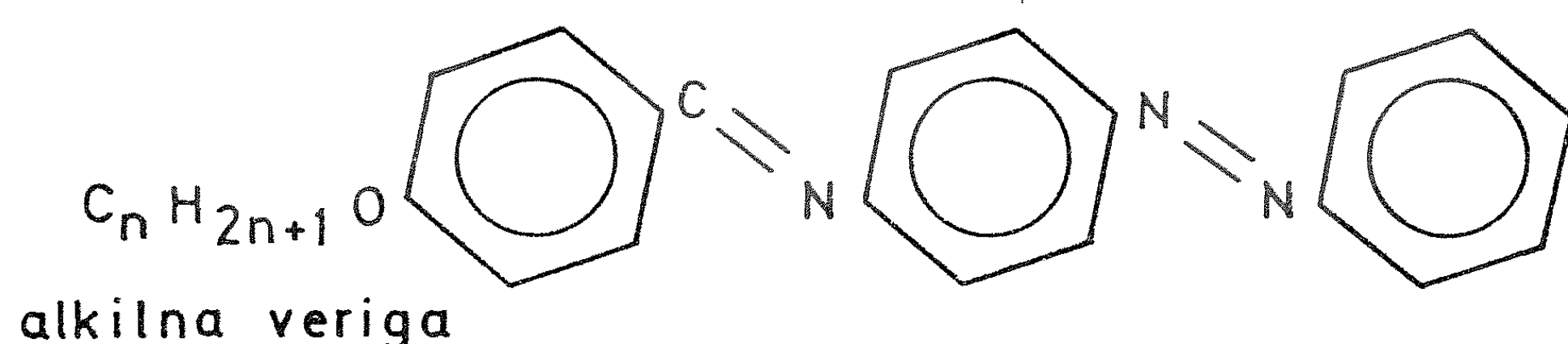
Sl. 5 kaže, kako se spreminjata ureditvena parametra $\langle \eta \rangle$ in $\langle \sigma \rangle$ s temperaturo za tri značilne vrednosti parametra α . Če je δ od nič različen, se $\langle \tau \rangle$ obnaša podobno kot $\langle \sigma \rangle$.



Sl. 5. Ureditvena parametra $\langle \eta \rangle$ in $\langle \sigma \rangle$ kot funkciji temperature za: a) $\alpha < 0.7$, b) $0.7 < \alpha < 0.98$, c) $\alpha > 0.98$. Faze so označene z začetnimi črkami

Poskus

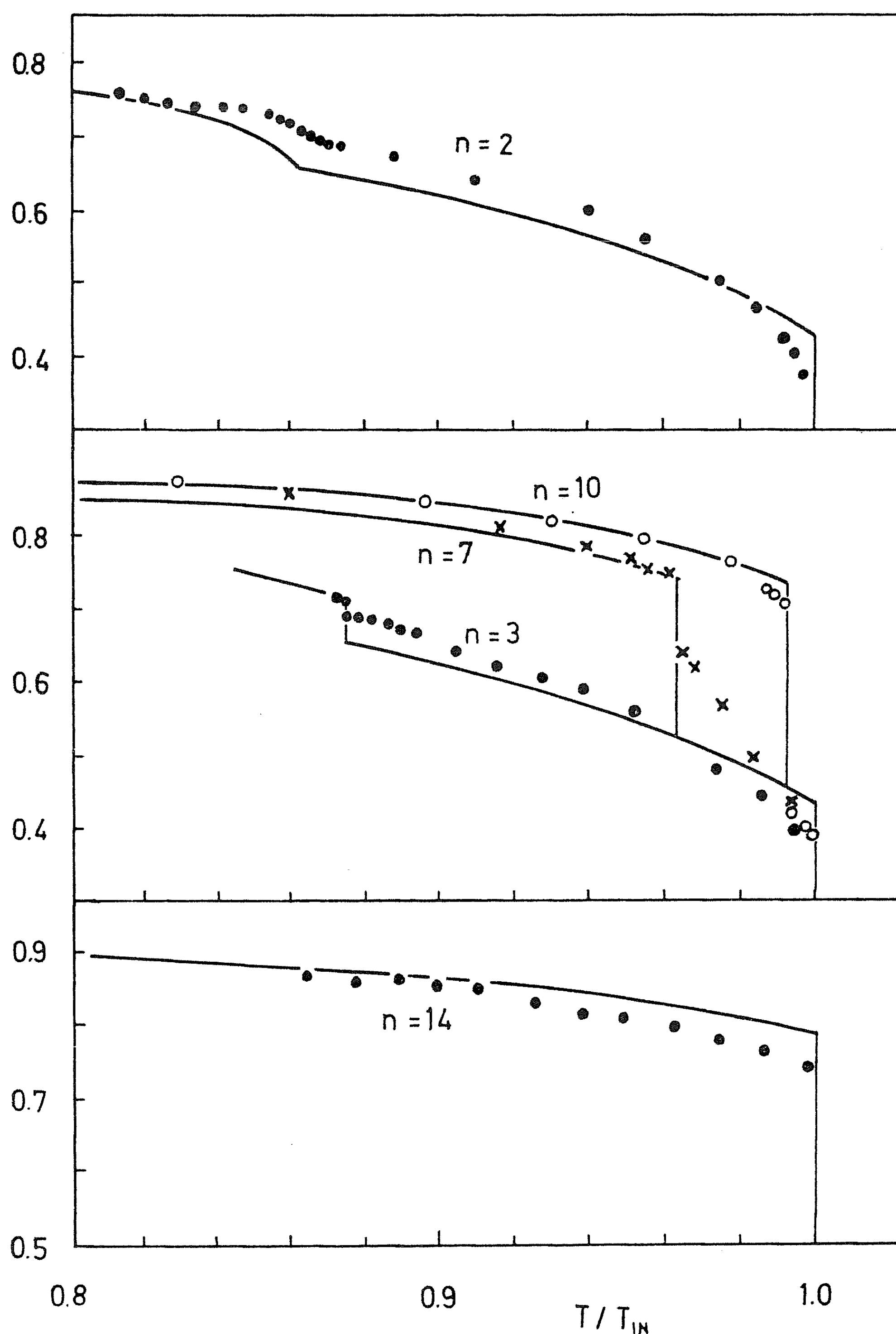
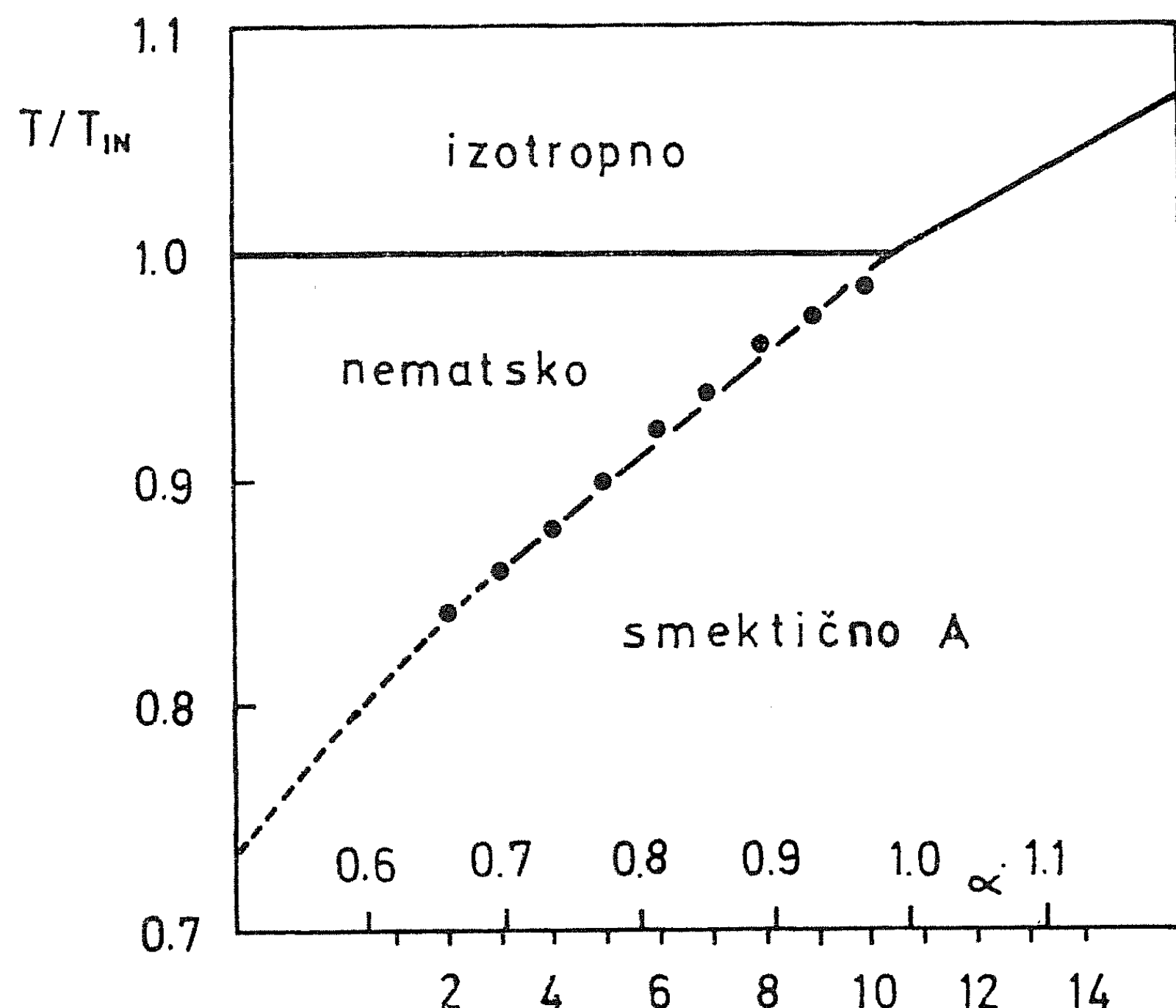
Eksperimentalno je mogoče le deloma preveriti fazni diagram na sl. 4. Na razpolago moramo imeti celo vrsto tekočih kristalov z enakomerno spreminjajočimi se lastnostmi — pravimo ji *homologna vrsta*. Uporabili so [4] homologno vrsto molekul na sl. 6 z enim do



Sl. 6. Molekula 4-n-alkoksibenziliden-4'-fenilazoanilina. Homologno vrsto dobimo tako, da vzamemo molekule z različno dolgimi alkilnimi verigami

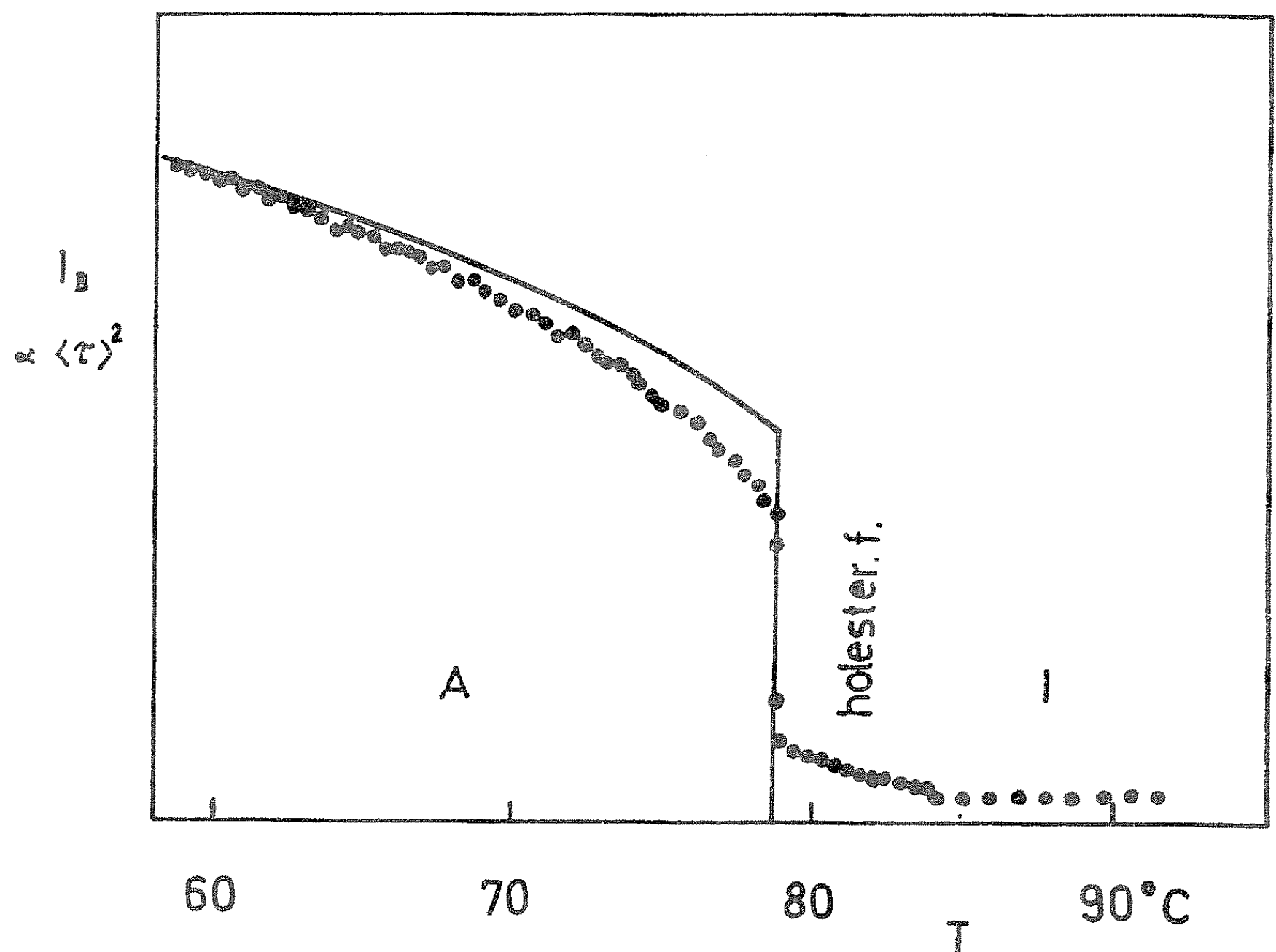
14 ogljikovimi atomi v alilni verigi. Z jedrsko magnetno resonanco so določili temperature faznih prehodov in orientacijski ureditveni parameter $\langle \eta \rangle$. Rezultati skupaj s teoretičnimi napovedmi so na sl. 7 in 8.

Sl. 7. Zveza med dolžino alilne verige (n) in parametrom α je določena takole: kjer izgine nematska faza ($n > 10$), je $\alpha = 1$, kjer ni več prehoda prvega reda iz nematske v smektično fazo A ($n < 3$), je $\alpha = 0.7$. Tako se da preveriti le nagib ene veje faznega diagrama in ta nagib je pravi



Sl. 8. Ureditveni parameter $\langle \eta \rangle$ za nekaj značilnih tekočih kristalov iz homologne vrste na sliki 6

Translacijski ureditveni parameter je mogoče izmeriti s sipanjem rentgenske svetlobe pri Braggovem kotu [3]; gostota sipanega toka je namreč sorazmerna $\langle \tau \rangle^2$. Rezultat za holesteril miristat je na sl. 9.

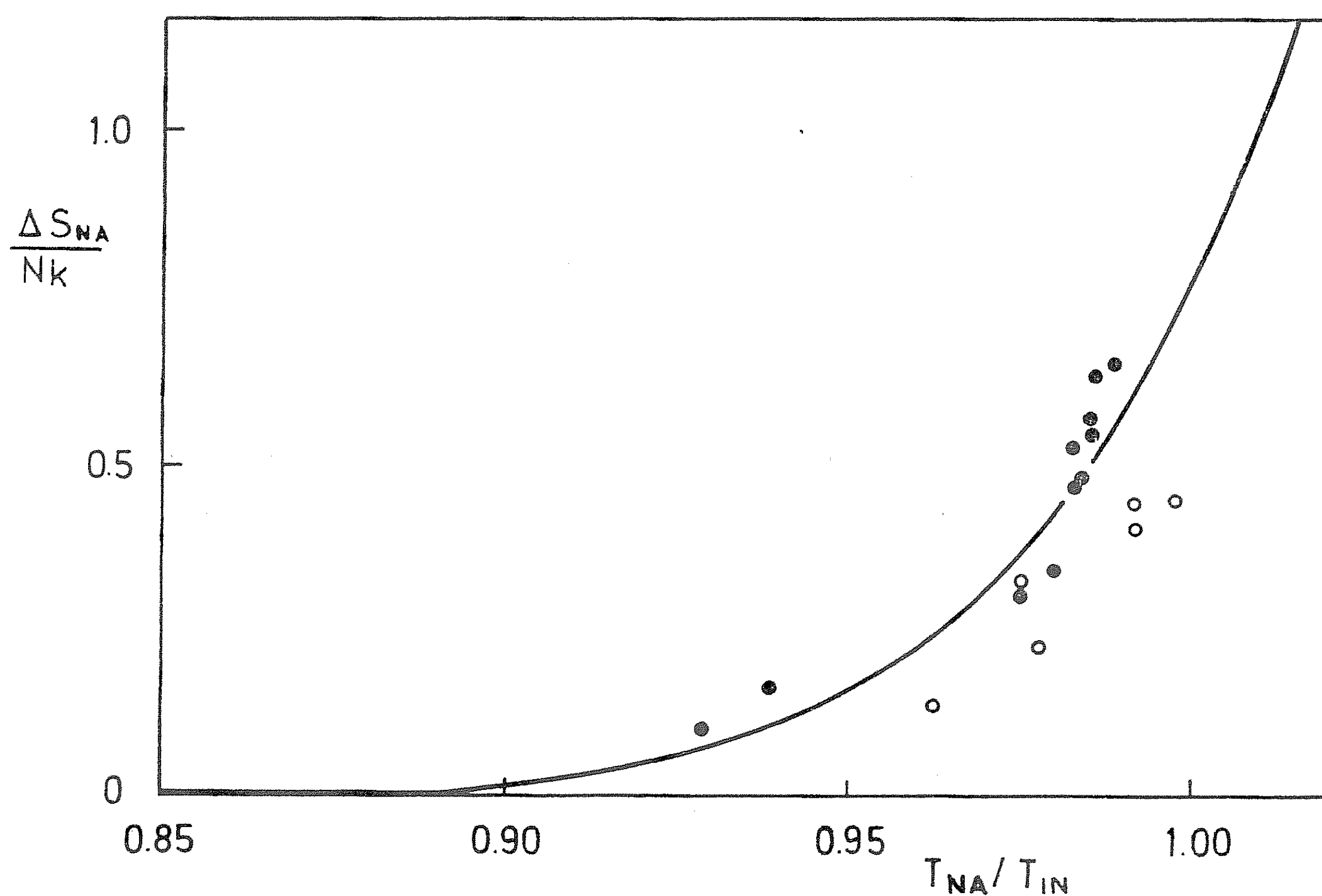


Sl. 9. Gostota toka sipane rentgenske svetlobe pri holesteril miristatu. Izvlečena črta je teoretična napoved z $\delta = 0$; pri tem je sorazmernostna konstanta izbrana tako, da se napoved ujema z meritvijo pri najnižji temperaturi. Z $\delta = 0.65$ dobimo popolno ujemanje

Le mimogrede omenimo, da bi lahko računali bolj natančno. Mogli bi deloma upoštevati vse Fourierove komponente [5] interakcijske hamiltonke (8). V gostotni matriki bi uporabili poprečno hamiltonko (9), pri računu poprečne interakcijske energije pa bi se vrnili k prvotni hamiltonki (8). Prosto energijo bi zapisali malo drugače kot v izrazu (7):

$$F = \frac{1}{2} N \text{Tr} (\rho_i \rho_j \mathcal{H}_{ij}) + NkT \text{Tr} (\rho_i \ln \rho_i)$$

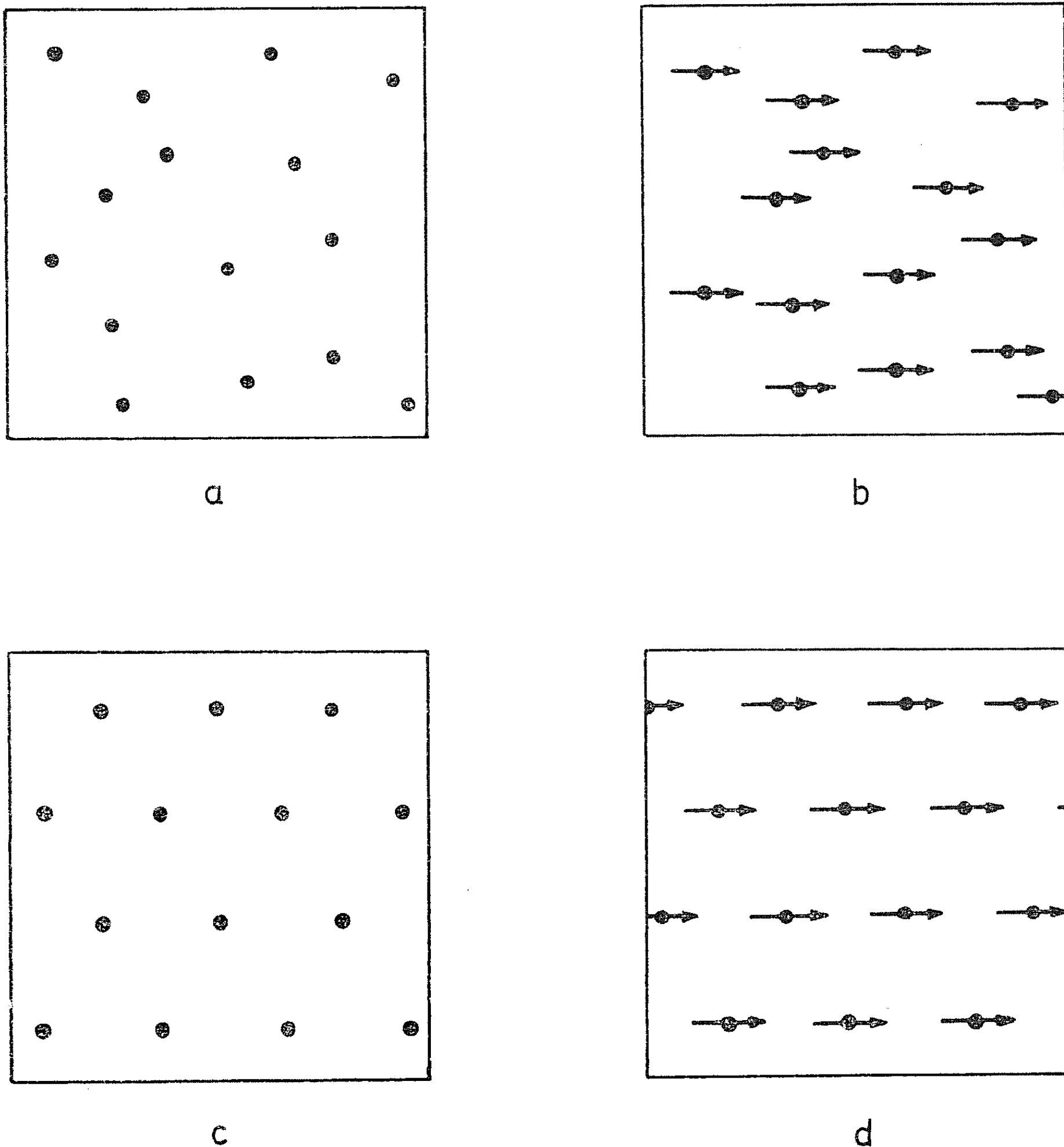
in je $\rho_i = \exp(-\beta \mathcal{H}_i^M) / \text{Tr} \exp(-\beta \mathcal{H}_i^M)$. Ureditvene parametre $\langle \eta \rangle$, $\langle \tau \rangle$ in $\langle \sigma \rangle$ dobimo z zahtevo, da je prosta energija minimalna. Rezultati so nekoliko boljši od McMillanovih. Na sl. 10 je primerjava med izmerjenim in napovedanim skokom v entropiji pri faznem prehodu iz nematske v smektično fazo A. Ujemanje je zelo dobro.



Sl. 10. Skok v entropiji ΔS_{NA} pri prehodu iz nematske v smektično fazo A pri različnih razmerjih temperatur prehodov T_{NA}/T_{IN} (pri različnih vrednostih parametra α). $\delta = 0.65$. Točke so eksperimentalni podatki, krivulja pa teoretična napoved

4. SMEKTIČNE FAZE C, B IN H

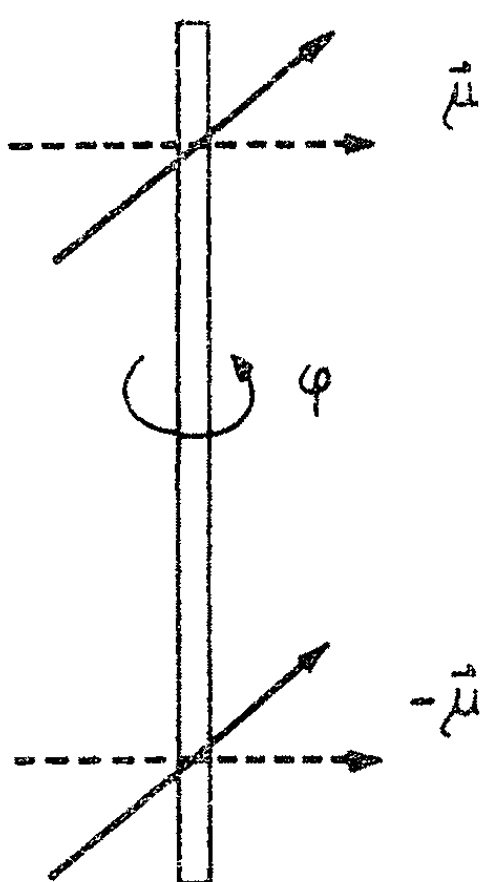
Govorili smo o dveh mezofazah, nematski in smektični fazi A. So pa še bolj urejene smektične faze in sicer smektične faze C, B in H. Teorija teh faz je precej nova [6] in za nekatere predpostavke še ni trdnih dokazov. Tudi mi ne bomo navedli eksperimentalnih potrditev.



Sl. 11. Slike vseh štirih smektičnih faz, pogled pravokotno na plast. Molekule so videti kot točke; zasuk okoli vzdolžne osi je razviden iz lege puščic, ki predstavljajo npr. zgornji električni dipolni moment. a) smektična faza A — translacijski in orientacijski nered, b) smektična faza C — orientacijski red, translacijski nered, c) smektična faza B — translacijski red, orientacijski nered, d) smektična faza H — translacijski in orientacijski red

Neurejena smektična faza je smektična faza A: molekule so urejene v plasteh (sl. 11a) in v plasteh ostanejo tudi v bolj urejenih smektičnih fazah. Toga molekula ima šest prostostnih stopenj: dve od njiju — dva kota — zamrzneta pri prehodu iz izotropne v nematsko fazo, ena — translacija v eni smeri — pri prehodu iz nematske v smektično fazo A. Na razpolago imamo še tri: rotacijo okoli vzdolžne osi molekule in translacijo molekul v plasti. V *smektični fazi C* je zamrznjena rotacija okoli vzdolžne osi (sl. 11b), v *smektični fazi B* translacija znotraj plasti (sl. 11c) in v *smektični fazi H* obe preostali prostostni stopnji (sl. 11d).

Hamiltonka



Fizikalna slika je takšna: molekula ima dva nasprotno obrnjena permanentna električna dipolna momenta, enega zgoraj in enega spodaj (sl. 12).

Sl. 12. Molekula z dipolnima momentoma μ in $-\mu$, ki navadno nista pravokotna na vzdolžno os molekule (črtkani črti), ampak sta nagnjena (izvlečeni črti)

V hamiltonki za smektično fazo A nismo napisali interakcije med električnimi dipoli in odbojne interakcije med molekulami. Prva povzroča urejanje dipolov, tako da zamrzne rotacija, druga pa molekule uredi, na primer v heksagonalno dvodimenzionalno mrežo.

Poleg poenostavitve, ki smo jih napravili pri smektični fazi A, privzemimo še tole: interakcija med električnimi dipoli v različnih ravninah je zanemarljiva, red, značilen za smektično fazo A, je že popoln. Potem lahko napišemo hamiltonko za sistem, zmožen vseh štirih smektičnih faz, kot

$$\begin{aligned} \mathcal{H}^M = & T_k \langle \cos \mathbf{k}_1 \mathbf{x} + \cos \mathbf{k}_2 \mathbf{x} + \cos \mathbf{k}_3 \mathbf{x} \rangle (\cos \mathbf{k}_1 \mathbf{x} + \cos \mathbf{k}_2 \mathbf{x} + \cos \mathbf{k}_3 \mathbf{x}) - \\ & - \mu^2 S_0 \langle \cos \varphi \rangle \cos \varphi - \mu^2 S_k \langle \cos \varphi (\cos \mathbf{k}_1 \mathbf{x} + \\ & + \cos \mathbf{k}_2 \mathbf{x} + \cos \mathbf{k}_3 \mathbf{x}) \rangle \cos \varphi (\cos \mathbf{k}_1 \mathbf{x} + \cos \mathbf{k}_2 \mathbf{x} + \cos \mathbf{k}_3 \mathbf{x}) \end{aligned} \quad (11)$$

Vektor $\mathbf{x}$ določa položaj molekule v ravnini plasti, $\mathbf{k}_1$ in $\mathbf{k}_2$ sta osnovna translacijska vektorja heksagonalne mreže, $\mathbf{k}_3 = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1$, tako da je vsota treh $\cos \mathbf{k}_n \mathbf{x}$ periodična funkcija z maksimi v mrežnih točkah, T_k , S_0 in S_k pa so parametri, odvisni od vrste molekul. Zapis lahko znatno skrajšamo, če vpeljemo nove oznake $\alpha = \frac{1}{3} (\cos \mathbf{k}_1 \mathbf{x} + \cos \mathbf{k}_2 \mathbf{x} + \cos \mathbf{k}_3 \mathbf{x})$, $\beta = \cos \varphi$ in $\gamma = \frac{1}{3} \cos \varphi (\cos \mathbf{k}_1 \mathbf{x} + \cos \mathbf{k}_2 \mathbf{x} + \cos \mathbf{k}_3 \mathbf{x})$:

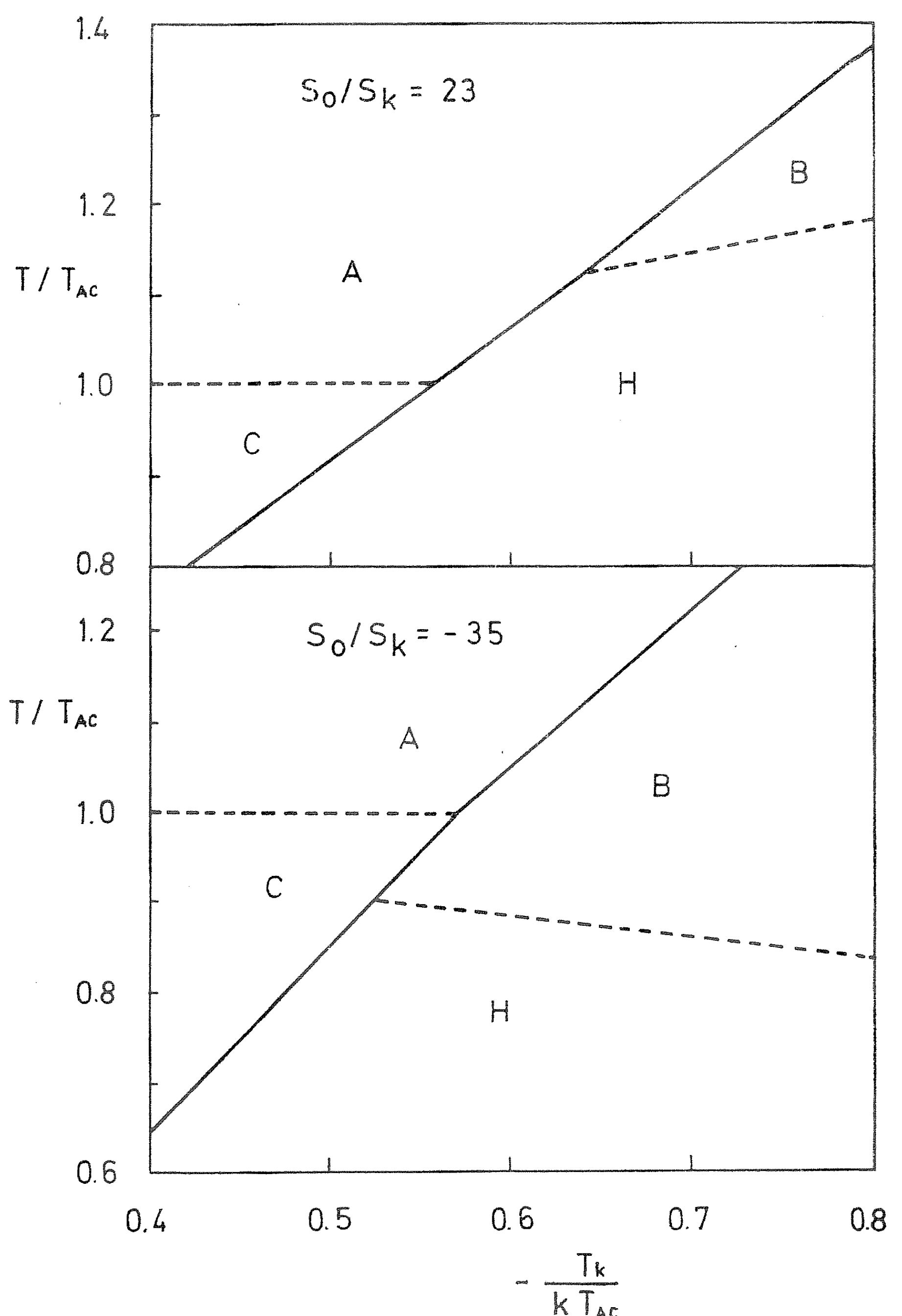
$$\begin{aligned} \mathcal{H}^M = & 9 T_k \langle \alpha \rangle \alpha - \mu^2 S_0 \langle \beta \rangle - \\ & - 9 \mu^2 S_k \langle \gamma \rangle \gamma. \end{aligned} \quad (11')$$

Statistika

Z gostotno matriko (5) dobimo sklopljen sistem samousklajenih enačb

$$\begin{aligned} \langle \alpha \rangle &= \text{Tr}(\rho \alpha), \\ \langle \beta \rangle &= \text{Tr}(\rho \beta), \\ \langle \gamma \rangle &= \text{Tr}(\rho \gamma). \end{aligned} \quad (12)$$

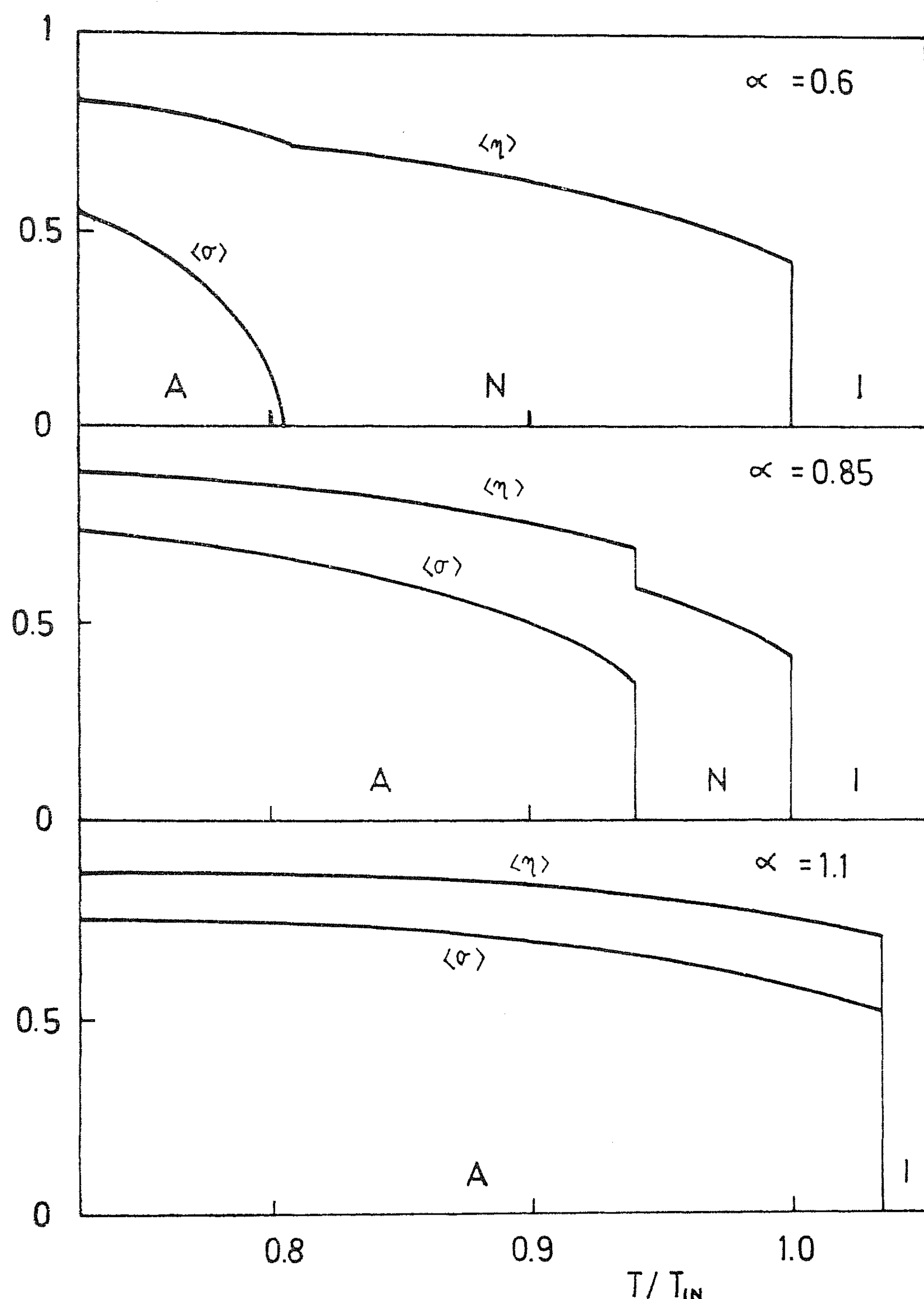
Sl. 13. Fazni diagram za smektične faze. a) $S_0/S_k = 23$, b) $S_0/S_k = -35$. S_0 določa temperaturno skalo, T_k pa je spremenljivka v faznem diagramu. Izvlečene črte pomenijo prehod prvega reda, črtkane pa prehod drugega reda



Tu pomeni $\text{Tr} = \int d^2x \int d\varphi$. Ta sistem ima štiri kvalitativno različne rešitve:

$\langle \alpha \rangle = 0,$	$\langle \beta \rangle = 0,$	$\langle \gamma \rangle = 0$	smektična faza A,
$\langle \alpha \rangle = 0,$	$\langle \beta \rangle \neq 0,$	$\langle \gamma \rangle = 0$	smektična faza C,
$\langle \alpha \rangle \neq 0,$	$\langle \beta \rangle = 0,$	$\langle \gamma \rangle = 0$	smektična faza B,
$\langle \alpha \rangle \neq 0,$	$\langle \beta \rangle \neq 0,$	$\langle \gamma \rangle \neq 0$	smektična faza H.

Na sl. 13 sta dva značilna fazna diagrama, na sl. 14 pa tri možne temperaturne odvisnosti ureditvenih parametrov za prvo vrsto faznega diagrama. Fazni prehodi, pri katerih zamrzne translacijska prostostna stopnja, so prvega reda. Prehodi, pri katerih se uredijo samo dipoli, so prehodi drugega reda. (Glej sl. 13!)



Sl. 14. Spreminjanje ureditvenih parametrov $\langle \alpha \rangle$, $\langle \beta \rangle$ in $\langle \gamma \rangle$ s temperaturo. Posamezne slike (a, b, c) ustrezajo presekom, označenim na sl. 13 a. Faze so označene z velikimi začetnimi črkami

Nagib molekul

Nekaj je treba povedati še o nagibu vzdolžnih osi molekul glede na pravokotnico na plasti. V smektičnih fazah A in B so vzdolžne osi pravokotne na plasti, v smektičnih fazah C in H pa se obe smeri razlikujeta za določen kot. Ta je tem večji, čim dlje smo od faznega prehoda. Nagib se da pojasniti s predpostavko, da dipolna momenta nista pravokotna na vzdolžno os molekule (sl. 12). Poprečno polje leži v ravnini plasti in deluje z navorom na molekulo. Posledica je njen nagib, ko se spreminja s temperaturo enako kot ureditveni parameter $\langle \beta \rangle$. V smektičnih fazah A in B je poprečno polje dipolov enako nič, in molekule niso nagnjene.

LITERATURA

- [1] W. Maier, A. Saupe, *Eine einfache molekulare Theorie des nematischen kristallinflüssigen Zustandes*, Z. Naturforschung **13 A** (1958) 564, *Eine einfache molekular-statistische Theorie der nematischen kristallinflüssigen Phase. Teil I* *ibid.* **14 A** (1959) 882.
- [2] W. L. McMillan, *Simple molecular model for the smectic A phase of liquid crystals*, Phys. Rev. A **4** (1971) 1238.
- [3] W. L. McMillan, *X-ray scattering from liquid crystals. I. Cholesteryl nanoate and myristate*, Phys. Rev. A **6** (1972) 936.
- [4] J. W. Doane et al., *Possible second order nematic-smectic A phase transition*, Phys. Rev. Lett. **28** (1972) 1694.
- [5] F. T. Lee et al., *Phase diagram for liquid crystals*, Phys. Rev. Lett. **31** (1973) 1117.
- [6] R. J. Meyer, W. L. McMillan, *Simple molecular theory of the smectic C, B, and H phases*, Phys. Rev. A **9** (1974) 899.

MORSKI VALOVI

KAREL BAJC, Trst

UDK 532.59

Izpeljane so osnovne enačbe hidrodinamike v obliki, ki je prikladna za raziskavo površinskih gravitacijskih vodnih valov. Izčrpneje je obdelana linearna rešitev. Kot primer nelinearnega efekta je opisan resonančni prenos energije pri interakcijah tretjega reda.

SEA WAVES

The basic hydrodynamical equations are derived in a form suitable to the investigation of surface gravity water waves. The linear solution is given in detail. The third order resonant energy transfer provides an example of nonlinear effects.

1. Uvod

Razburkano morje ne navdihuje samo umetnikov, tudi fizik pride ob opazovanju valov na morju do zanimivih spoznanj. Opazujmo, kako niha zamašek, ki plava na površju in ki se giblje skupaj z deli vode okoli njega! Zamašek se ne oddalji daleč od začetne lege. Kadar ni vetra in valovi niso previsoki, nas oblika morske gladine spominja na sinusno krivuljo, ki se pomika v izbrani smeri. Amplituda te krivulje meri od nekaj centimetrov do nekaj metrov, valovna dolžina λ pa od decimetra do sto metrov. Tipične vrednosti za nihajni čas T so od ene do deset sekund, za fazno hitrost valovanja $c = \lambda/T$ pa nekako od enega do deset metrov na sekundo. Opazimo tudi, da se daljši valovi širijo hitreje od krajših.

Tisti, ki so se potopili v podmornici pod gladino, vedo, da je v globini nekaj deset metrov skoraj mirno, četudi divja na gladini vihar. Amplituda valovanja zelo naglo pojema z globino. Zato upravičeno pravimo, da gre za *površinske valove*.

Opazimo še, da zadevajo valovne črte ob obalo z majhnim vpadnim kotom. Nihče še ni videl večjih valov, ki bi šli vstric z obalo. Čeprav imajo valovne črte na globoki vodi drugačno smer, se poskušajo ob približevanju postaviti vzporedno z obalo.

Vrzimo kamen v vodo, ki že valovi! Nastanejo novi valovi, ki se širijo koncentrično in so na videz ravno takšni, kakor da bi v vodi ne bilo prejšnjega valovanja. Na prvi pogled kaže, da se širijo valovi neodvisno.

2. Osnovne enačbe

Izberimo pravokotni koordinatni sistem tako, da počivata osi x in y na poprečni gladini, os z pa kaže navpično navzgor! Označimo $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ hitrost dela vode, ki je ob času t v točki $\mathbf{x}$. S tem opisom »fotografiramo« *vektorsko polje hitrosti* v zaporednih trenutkih.

Voda je praktično nestisljiva in v vsak del prostora vstopa enak prostorninski tok, kakor izstopa iz njega. To zapišemo s *kontinuitetno enačbo*

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (2.1)$$

Gibanje določa Newtonov zakon dinamike: sila = masa · pospešek. Pospešek izrazimo s *substancialnim odvodom* hitrosti po času, se pravi, da upoštevamo hitrostne spremembe izbranega dela vode, ne pa spremembe na stalnem kraju:

$$d\mathbf{v}/dt = \partial\mathbf{v}/\partial t + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}$$

Na vsak del vode delujejo poleg teže še sile sosednih delov vode. Če zanemarimo viskoznost, so te sile tudi med gibanjem pravokotne na površje danega dela. Rezultanto teh sil na majhen delu vode izrazimo z gradientom tlaka. Za enoto mase se glasi enačba gibanja

$$\partial \mathbf{v} / \partial t + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\rho^{-1} \nabla p + \mathbf{g} \quad (2.2)$$

Lahko bi nastopale še druge zunanje sile, na primer sila vetra, ki povzroča valove. Teh sil ne upoštevamo in se s tem odrečemo študiju nastanka valov. Angleži uporabljajo za morje pod vplivom vetra izraz *sea*, za morje brez vetra pa *swell*. V naslednjem se bomo omejili na *swell*.

Vektorski enačbi (2.1) in (2.2) ustrezata štirim skalarnim enačbam s štirimi neznankami: v_x, v_y, v_z, p . Enačbe so diferencialne in imajo neskončno rešitev. Izmed teh izluščimo eno samo, če postavimo začetne in robne pogoje. Začetnemu pogoju se izognemo tako, da razširimo časovno območje na neskončnost: $-\infty < t < \infty$. Robne pogoje v vodoravni ravnini odpravimo s tem, da vzamemo gladino morja za neomejeno: $-\infty < x, y < \infty$. Očitno ni mogoča podobna poenostavitev v navpični smeri, v kateri omejujeta morje na eni strani dno, na drugi ozračje.

Na vodoravnem dnu je navpična komponenta hitrosti enaka nič:

$$v_z = 0 \quad \text{pri } z = -d \quad (2.3)$$

Meja z ozračjem je trši oreh. Ta meja namreč ni nepremična: spreminja se prav zaradi pojava, ki ga obravnavamo. Iz te težave se bomo rešili pozneje. Za zdaj samo ugotovimo, da mora biti na spremenljivi meji tlak zvezen. Tik pod gladino mora biti tlak enak atmosferskemu tlaku p_0 , ki ga vzamemo za konstantnega, saj nas zanima le *swell*. Odslej pišemo p namesto $p - p_0$, tako da je pogoj

$$p = 0 \quad \text{pri } z = \eta \quad (2.4)$$

$\eta = \eta(\mathbf{x}, t)$ je odmik gladine od nemotene vodoravne ravnine, če je vektor $\mathbf{v}$ v tej ravnini $\mathbf{x}$.

Vsa množica pojavov morskega valovanja je skrita v enačbah (2.1), (2.2), (2.3) in (2.4). Preden se dotaknemo enega ali dveh, poenostavimo enačbe. V enačbo (2.2) vstavimo vektorsko identiteto

$$(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = \frac{1}{2} \nabla v^2 + (\nabla \times \mathbf{v}) \times \mathbf{v} \quad (2.5)$$

in na obeh straneh opravimo operacijo $\nabla \times$. Rotor gradienta je enak nič, tako da velja

$$\partial(\nabla \times \mathbf{v}) / \partial t + \nabla \times [(\nabla \times \mathbf{v}) \times \mathbf{v}] = 0 \quad (2.6)$$

Enačba (2.6) pove, da ostane gibanje *brezvrtinčno* (*irrotacionalno*), če je v začetku takšno, torej če velja na začetku $\nabla \times \mathbf{v} = 0$. Teža in tlak ne moreta spremeniti takega stanja. Znano je, da obstaja pri irotacionalnem gibanju tako imenovani *potencial hitrosti* $\varphi(\mathbf{x}, t)$, tako da je $\mathbf{v} = \nabla \varphi$. To je velika pridobitev, kajti s skalarjem φ je lažje računati kot z vektorjem $\mathbf{v}$.

Odslej se omejimo na potencialna gibanja. Zavedati pa se moramo, da je to mogoče samo zato, ker smo zanemarili viskoznost. Če viskoznosti ne bi zanemarili, bi se morali še naprej ubadati z vektorjem $\mathbf{v}$.

V enačbi (2.2) in (2.5) vstavimo $\mathbf{v} = \nabla \varphi$ in dobimo

$$\nabla [\partial \varphi / \partial t + \frac{1}{2} (\nabla \varphi)^2 + gz + p] = 0$$

V oklepaju zapisani izraz ima po vsem prostoru enako vrednost, torej je

$$\partial \varphi / \partial t + \frac{1}{2} (\nabla \varphi)^2 + gz + p = f(t) \quad (2.6)$$

$f(t)$ je poljubna funkcija časa, a jo lahko brez škode izenačimo z nič. Če je namreč φ kaka rešitev enačbe (2.6), je rešitev enačbe brez desnega člena enaka $\varphi - \int f(t)dt$; obe rešitvi pa nam dasta enako hitrost v .

Zapišimo na novo sistem enačb (2.1) in (2.2) ter robna pogoja (2.3) in (2.4)! Kontinuitetna enačba je

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (2.7a)$$

$\nabla^2 \equiv \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ je Laplaceov operator. Iz Eulerjeve enačbe (2.2) smo dobili Bernoullijevo enačbo

$$\partial\varphi/\partial t + 1/2 (\nabla\varphi)^2 + gz + p = 0 \quad (2.7b)$$

Robna pogoja sta

$$\partial\varphi/\partial z = 0 \quad \text{pri } z = -d \quad (2.7c)$$

$$\partial\varphi/\partial t + \frac{1}{2} (\nabla\varphi)^2 + g\eta = 0 \quad \text{pri } z = \eta \quad (2.7d)$$

Premagati moramo še eno težavo. V (2.7d) se je poleg φ prikradel še η . Potrebujemo torej še zvezo med njima. Te ni težko dobiti. Navpično komponento hitrosti pri $z = \eta$ lahko namreč izrazimo na dva načina. Prvič kot $\partial\varphi/\partial z$ in drugič s substancialnim odvodom $d\eta/dt \equiv \partial\eta/\partial t + \tilde{v} \cdot \tilde{\nabla}\eta$. Sledi

$$\partial\varphi/\partial z = \partial\eta/\partial t + \tilde{\nabla}\varphi \cdot \tilde{\nabla}\eta \quad \text{pri } z = \eta \quad (2.7e)$$

$\tilde{\nabla}$ je operator za gradient v ravnini x, y . Mnogokrat pride prav tudi enačba, ki ne vsebuje η in ki jo izpeljemo iz (2.7d) in (2.7e):

$$\partial^2\varphi/\partial t^2 + g \partial\varphi/\partial z = -\partial(\nabla\varphi)^2/\partial t - \frac{1}{2} \nabla\varphi \cdot \nabla(\nabla\varphi)^2 \quad \text{pri } z = \eta \quad (2.7f)$$

Enačbe (2.7a, c, d, e) so vse, kar potrebujemo, da izračunamo $\varphi(\mathbf{x}, t)$ in $\eta(\tilde{\mathbf{x}}, t)$. Če bi potrebovali še tlak $p(\mathbf{x}, t)$, bi ga lahko izračunali iz (2.7b).

3. Linearna rešitev

Enačbe (2.7) so hudo nelinearne in poleg tega se enačbi (2.7d, e) nanašata na spremenljivo mejo. Zato bomo za začetek enačbe linearizirali, torej izpustili iz njih vse, kar je nelinearnega in »prikovali« robna pogoja na »nepremično« mejo. Ali tako okrnjene enačbe še kaj povedo o resničnih valovih na morju?

(2.7a) ne potrebuje popravka. Brez (2.7b) lahko prebijemo, če nas ne zanima tlak. Tudi enačba (2.7c) je v redu; če iz (2.7d) izpustimo nelinearni člen $(\nabla\varphi)^2$, se pravi, da se omejimo na primere, pri katerih je

$$(\nabla\varphi)^2 \ll \partial\varphi/\partial t \quad (3.1)$$

Če je amplituda sinusnega nihanja a in perioda T , je velikostna stopnja navpične komponente hitrosti a/T . Vzemimo, da je vodoravna komponenta hitrosti enake velikostne stopnje kakor navpična! Iz $v_x = \partial\varphi/\partial x$ sledi ocena za potencial hitrosti: $\varphi \approx a\lambda/T$. Vse te ocene vstavimo v (3.1) in dobimo pogoj za dopustnost linearizacije

$$a/\lambda \ll 1 \quad (3.2)$$

Nihajočo mejo ($z = \eta$) pritrdimo na $z = 0$. To je dopustno, če je η ves čas majhen, torej če je amplituda a majhna. Prav taka sta pogoja za linearizacijo enačbe (2.7e). Iz tega sklepamo, da velja linearizirana verzija sistema (2.7) za zelo nizke in zelo položne valove.

Linearizirani sistem rešimo z nastavkom

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = f(z) \cos(kx - \omega t)$$

$k = 2\pi/\lambda$ je valovno število in $\omega = 2\pi/T$ krožna frekvenca. Iz (2.7 a) sledi enačba

$$f''(z) - k^2 f(z) = 0$$

z rešitvijo $f(z) = Ae^{kz} + Be^{-kz}$, iz (2.7 c) pa zveza med A in B : $Ae^{-kd} - Be^{kd} = 0$. Tako je

$$f(z) = C \cosh k(z + d)/\cosh kd \text{ in zato} \\ \varphi(\mathbf{x}, t) = [C \cosh k(z + d)/\cosh kd] \cos(kx - \omega t)$$

Iz (2.7 d) dobimo $\eta(\tilde{\mathbf{x}}, t) = a \sin(kx - \omega t)$, če je $a = -\omega C/g$. Torej sta φ in η premaknjena v fazi za četrto nihaja. Zaradi $\mathbf{v} = \nabla\varphi$ in $v_x = -[Ck \cosh k(z + d)/\cosh kd] \sin(kx - \omega t)$, ima v_x enako fazo kot η . Na grebenu je vodoravna komponenta hitrosti v_x največja in usmerjena v pozitivno smer, to je v smer, v kateri se širi valovanje. S preprostim integriranjem dobimo tudi tire delcev. Ti so elipse, ki se ob dnu izrodijo v premice.

Doslej se nismo dotaknili enačbe (2.7 e). Vstavimo vanjo dobljeni rešitvi, pa dobimo

$$\omega^2 = gk \tanh kd \quad (3.3)$$

$$c^2 = g/k \cdot \tanh kd \quad (3.4)$$

Fazna hitrost $c = \omega/k$ torej ni konstantna, ampak je odvisna od valovne dolžine. Valovi so *disperzivni*.

Rezultat se poenostavi, če je morje zelo globoko:

$$\varphi = C e^{kz} \cos(kx - \omega t) \quad \text{in} \quad \eta = -C \omega/a \sin(kx - \omega t) \quad (3.5)$$

Tiri so tedaj krogi, ki se manjšajo proti dnu. Poenostavi se tudi disperzijska zveza:

$$\omega^2 = gk \quad \text{ali} \quad c = (g/k)^{1/2} = (g\lambda/2\pi)^{1/2}$$

Enačbe potrdijo nekatera izmed uvodnih opazovanj in tudi drugih ni težko pojasniti. Posadka podmornice ima prav, če se v viharju potopi. V globini pol valovne dolžine se na primer amplituda 23-krat pomanjša, saj je po (3.5) $|v(-\frac{1}{2}\lambda)|/|v(0)| = e^{-\pi} = 1/23$.

Tudi valovi, ki nočejo vstric z obalo, se držijo teorije. Ko se bližajo valovi obali, se manjša globina d in s tem fazna hitrost c . Zato se grebeni in pravokotnice nanje, to je žarki, ukrivijo podobno kot v geometrijski optiki. Žarki in z njimi energija se zberejo ob rti in divergirajo v zalivih. Med zadnjo vojno so se pripravljali zavezniki na izkrcanje v Normandiji tudi tako, da so fotografirali iz letal morje pred obalo. Iz ukrivljenosti valovnih grebenov in iz sprememb valovne dolžine so sklepali na globino morja.

Drugi skrajni primer srečamo, če je globina zelo majhna v primeri z valovno dolžino. Tedaj je $\tanh kd \approx kd$ in iz (3.4) dobimo $c = (gd)^{1/2}$. To je znana formula za *plimske valove*, za katere je pač vsako morje plitvo.

Popolni formuli (3.3) in (3.4) sta uporabni tudi za potresne valove *tsunami*, ki jih povzročajo podvodni potresi ali usadi. Tako smo pojasnili vse trditve iz prvega razdelka, razen zadnje. Toda tudi to ni težko. Linearne enačbe imajo namreč znano lastnost: če sta φ_1 in φ_2 dve rešitvi, je tudi njuna vsota $\varphi_1 + \varphi_2$ rešitev. Zato se zelo nizki in zelo položni valovi zares širijo med seboj neodvisno. To pa ne velja za dejanske valove, saj so prvotne enačbe nelinearne. Pričakujemo pa, da je nelinearnost majhna, saj je odvisna od členov, ki so a/λ -krat manjši od upoštevanih. Zadostovati bi moral torej majhen popravek. Da zadeva vendar ni tako preprosta, bo pokazalo naslednje poglavje.

4. Nelinearni efekti

Valova na zelo globoki vodi

$$\varphi_1 = C_1 e^{k_1 z} \cos \varphi_1 \quad \text{in} \quad \varphi_2 = C_2 e^{k_2 z} \cos \varphi_2 \quad (4.1)$$

$$\text{v katerih je} \quad \varphi_1 = \tilde{\mathbf{k}}_1 \cdot \tilde{\mathbf{x}} - \omega_1 t \quad \text{in} \quad \varphi_2 = \tilde{\mathbf{k}}_2 \cdot \tilde{\mathbf{x}} - \omega_2 t$$

sta (s podobnima izrazoma za η) vsak zase rešitev linearne verzije sistema (2.7). Tudi njuna vsota je rešitev tega sistema. Pa se odpovejmo linearnosti: obdržimo še člene drugega reda!

V enačbo (2.7f) bi morali vstaviti vrednost φ pri $z = \eta$ in ne pri $z = 0$ kot doslej. Dovolj dober je približek, v katerem vstavimo vrednost $\varphi + \eta \partial \varphi / \partial z$ pri $z = 0$. Sledi:

$$\partial^2 \varphi / \partial t^2 + g \partial \varphi / \partial z = -\eta (\partial / \partial z) (\partial^2 \varphi / \partial t^2 + g \partial \varphi / \partial z) - \partial (\nabla \varphi)^2 / \partial t \quad \text{pri } z = 0 \quad (4.2)$$

Zadnji člen iz (2.7f) smo izpustili, ker je tretjega reda.

Vsota $\varphi_1 + \varphi_2$ ni rešitev enačbe (4.2), saj dobimo nič le na levi strani, na desni pa v splošnem ne. Začnimo z nastavkom

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \Phi \quad (4.3)$$

če je Φ popravek drugega reda. Tudi Φ mora enako kot φ_1 in φ_2 zadoščati Laplaceovi enačbi. Poskusimo z $\Phi e^{kz} \cos(\tilde{\mathbf{k}} \cdot \tilde{\mathbf{x}} - \omega t)$!

Vstavimo (4.3) v (4.2). Leva stran postane enaka $\partial^2 \Phi / \partial t^2 + gk\Phi$, desna pa vsebuje produkte trigonometričnih funkcij oblike $\sin \psi_1 \cdot \cos \psi_2$, ki jih po znanih trigonometričnih formulah predelamo v $\sin(\psi_1 + \psi_2)$, $\sin(\psi_1 - \psi_2)$ itd. Odtod sklepamo, da mora biti $\tilde{\mathbf{k}} = \tilde{\mathbf{k}}_1 + \tilde{\mathbf{k}}_2$ ali $\tilde{\mathbf{k}} = \tilde{\mathbf{k}}_1 - \tilde{\mathbf{k}}_2$. Za časovno odvisnost Φ pa dobimo podobno enačbo kot za vsiljeno nihanje, če delujeta na nihalo harmonični sili s krožnima frekvencama $\omega_1 + \omega_2$ in $\omega_1 - \omega_2$. Nihalo se odzove z enakima frekvencama, poleg tega pa lahko zaniha z lastno frekvenco $(gk)^{1/2}$. Popravek torej sestavljajo »vsiljeni« valovi $\{\tilde{\mathbf{k}}_1 + \tilde{\mathbf{k}}_2, \omega_1 + \omega_2\}$ in $\{\tilde{\mathbf{k}}_1 - \tilde{\mathbf{k}}_2, \omega_1 - \omega_2\}$ in »lastni« valovi $\{\tilde{\mathbf{k}}_1 + \tilde{\mathbf{k}}_2, (g|\tilde{\mathbf{k}}_1 + \tilde{\mathbf{k}}_2|)^{1/2}\}$ in $\{\tilde{\mathbf{k}}_1 - \tilde{\mathbf{k}}_2, (g|\tilde{\mathbf{k}}_1 - \tilde{\mathbf{k}}_2|)^{1/2}\}$, katerih (konstantne) amplitude so količine drugega reda. Če bi bila lastna frekvenca enaka vsiljeni:

$$\tilde{\mathbf{k}} = \tilde{\mathbf{k}}_1 + \tilde{\mathbf{k}}_2 \quad (4.4a)$$

$$(gk)^{1/2} = (gk_1)^{1/2} + (gk_2)^{1/2} \quad (4.4b)$$

bi prišlo do nekakšne resonance. Rešitev bi imela obliko $\Phi = t \cos(\tilde{\mathbf{k}} \cdot \tilde{\mathbf{x}} - \omega t)$. Spočetka majhna amplituda bi rasla čez vsako mejo na račun valov $(\tilde{\mathbf{k}}_1, \omega_1)$ in $(\tilde{\mathbf{k}}_2, \omega_2)$. Ali se to lahko pripeti v našem primeru? Pogoji (4.4a) pove, da sestavljajo trije valovni vektorji trikotnik. S kvadriranjem pogoja (4.4b) dobimo $k = k_1 + k_2 + 2(k_1 k_2)^{1/2}$ ali $k > k_1 + k_2$. Stranica trikotnika bi bila večja od vsote drugih dveh. Po tem sklepamo, da se resonanca v drugem redu ne pojavi.

Lahko pa se pojavi v tretjem redu. Če obdržimo v enačbi (2.7f) vse člene tretjega reda, se moramo tudi robnemu pogoju pri $z = \eta$ približati do tretjega reda: φ pri $z = 0$ nadomestimo s $\varphi + \eta \partial \varphi / \partial z + \frac{1}{2} \eta^2 \partial^2 \varphi / \partial z^2$ ali s prvimi tremi členi Taylorjeve vrste.

S tremi valovi $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ in popravkom Φ dobimo tudi sedaj enačbo, katere leva stran ima obliko $\partial^2 \Phi / \partial t^2 + gk\Phi$, desna pa vsebuje same produkte trigonometričnih funkcij. Te nadomestimo s členi oblike $\cos(\psi_1 + \psi_2 + \psi_3)$. Poleg lastne rešitve $\cos(\tilde{\mathbf{k}} \cdot \tilde{\mathbf{x}} - \omega t)$ s $\tilde{\mathbf{k}} = \tilde{\mathbf{k}}_1 \pm \tilde{\mathbf{k}}_2 \pm \tilde{\mathbf{k}}_3$ in $\omega = (gk)^{1/2}$ se pojavijo še vsiljeni valovi z obliko $\cos[(\tilde{\mathbf{k}}_1 \pm \tilde{\mathbf{k}}_2 \pm \tilde{\mathbf{k}}_3) \cdot \tilde{\mathbf{x}} - (\omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3)t]$. Izkaže se, da je resonanca sedaj možna. Dokazati se namreč da, da ima sistem

$$\tilde{\mathbf{k}} + \tilde{\mathbf{k}}_1 = \tilde{\mathbf{k}}_2 + \tilde{\mathbf{k}}_3 \quad (4.5a)$$

$$k^{1/2} + k_1^{1/2} = k_2^{1/2} + k_3^{1/2} \quad (4.5b)$$

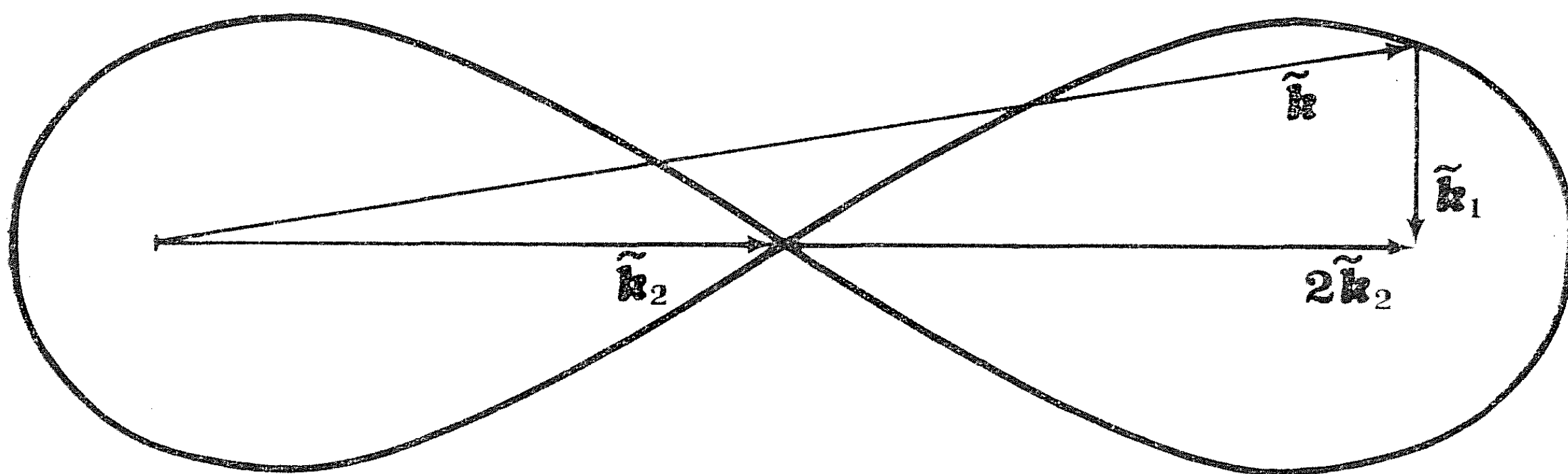
neskončno mnogo rešitev. Oglejmo si tisto izmed njih, pri kateri sta dva od začetnih treh valov enaka! V (4.5) postavimo $\tilde{\mathbf{k}}_3 = \tilde{\mathbf{k}}_2$! Poleg tega vzemimo, da sta $\tilde{\mathbf{k}}_1$ in $\tilde{\mathbf{k}}_2$ pravokotna (sl. 1)! Enačbo (4.5a) poenostavimo tedaj s pravokotnim trikotnikom s katetama $2\tilde{\mathbf{k}}_2$ in $\tilde{\mathbf{k}}_1$ in s hipotenuzo $\tilde{\mathbf{k}}$. Vidimo, da mora veljati

$$k^2 = k_1^2 + 4k_2^2, \quad k^{1/2} = -(k_1)^{1/2} + 2(k_2)^{1/2}$$

Za krožne frekvence da to

$$\omega^4 = \omega_1^4 + 4\omega_2^4, \quad \omega = -\omega_1 + 2\omega_2$$

Za neznano razmerje $x = \omega_2/\omega_1$ velja enačba: $3x^3 - 8x^2 + 6x - 2 = 0$, katere realna rešitev je 1,736.



Sl. 1. Krivulja z obliko osmice je geometrično mesto vseh vektorjev $\tilde{\mathbf{k}}$ in ustreznih $\tilde{\mathbf{k}}_1$, ki ob danih vektorjih $\tilde{\mathbf{k}}_2$ in $\tilde{\mathbf{k}}_3 (= \tilde{\mathbf{k}}_2)$ zadoščajo resonančnima pogojema (4. 5a, b)

Rezultat enačbe preverimo s poskusom v eksperimentalnem bazenu. Ob sosednjih stenah vzbudimo dva pravokotna vala, katerih frekvenci sta v razmerju 1,736:1 ali valovni dolžini približno v razmerju 1:3. Nasprotni steni morata absorbirati energijo, da preprečimo odboj valov in s tem nezaželene stoječe valove. Enačbe napovedujejo nastanek vala, ki se širi pod kotom $\vartheta = \arctg \frac{1}{2} k_1/k_2 = \arctg \frac{1}{8} \simeq 9^\circ$ proti krajšemu valu.

Podrobnejši račun da tudi amplitudo tega vala, ki je sorazmerna z $(a_2 k_2)^2$ in $(a_1 k_1)$ ali s strminama obeh valov. Amplituda narašča linearno s časom oz. z razdaljo od oglišča, v katerem vzbudimo valove. Če sta strmini obeh valov enaki 1/10, je amplituda nastalega vala v razdalji 5 m okoli 2 mm. To je za prosto oko majhna amplituda, vendar je dovolj velika, da jo s harmonično analizo izluščimo iz zapisa valovanja. Tak poskus so napravili na predlog Longuet-Higginsa. Njegov izid je v celoti potrdil rezultate enačb.

LITERATURA

[1] M. S. Longuet-Higgins, *Resonant interactions between two trains of gravity waves*, Journal of Fluid Mechanics, **12** (1962).

[2] O. M. Phillips, *The Dynamics of the Upper Ocean*, Cambridge University Press 1966.

ISKANJE TAHIONOV

O *tahionih* je Obzornik že pisal [1]. Medtem se je, kot kaže, položaj precej razjasnil. Po teoretični plati se zdi zelo verjetno, da ni dolgoživih tahionov, ki bi se gibali hitreje kot svetloba in bi jih bilo mogoče lokalizirati. Če bi obstajali taki tahioni, bi morali zavreči *načelo makroskopske kavzalnosti*, ki trdi, da v makroskopskem svetu posledica vedno sledi za vzrokom. Lahko pa bi obstajali delci, ki bi imeli enako kot tahioni imaginarno lastno maso. Za take delce ni prekršeno načelo makroskopske kavzalnosti, če veljajo zanje enačbe gibanja, ki ne nasprotujejo specialni teoriji relativnosti, na primer, če velja Klein-Gordona enačba. V tem primeru je mogoče namreč dokazati, da je tudi za take delce signalna hitrost manjša od hitrosti svetlobe v vakuumu. Z njimi torej ni mogoče prenašati sporočil hitreje kot s svetlobo in jih tudi ni mogoče dovolj dobro lokalizirati [2].

Ne glede na teoretične razprave pa poskušajo z merjenji ugotoviti obstoj tahionov ali se vsaj prepričati, da ne obstajajo. O prvih merjenjih T. Alvägerja in sodelavcev je Obzornik že poročal [1]. Poskušali so zaznati sevanje Čerenkova, ki naj bi ga sevali nabiti tahioni v vakuumu.

Pozneje so Baltay in sodelavci iskali nevtralne tahione pri reakcijah med hitrimi negativnimi kaoni in protoni in pri anihilacijah antiprotonov s protoni [3]. V tem primeru bi opazili tudi delce z imaginarno lastno maso ali celo tahione, ki bi tako hitro razpadli, da sploh ne bi bilo prekršeno načelo makroskopske kavzalnosti. Podrobno so premerili reakcije negativnih kaonov in antiprotonov s protoni v vodikovi mehurčni celici:



X označuje nevtralni delec ali več nevtralnih delcev. Izračunali so kvadrat manjkajoče mase, to je kvadrat lastne mase delcev X. Če bi nastali tahioni, bi bil ta kvadrat negativen, saj imajo tahioni imaginarno lastno maso [1]. Med več tisoč preiskanimi reakcijami niso zasledili nobene z negativnim kvadratom manjkajoče mase. Po tem so sklepali, da sta reakciji



vsaj okoli tisočkrat manj verjetni od ustrezne reakcije $K^- + p \rightarrow A + \pi^0$. Pri tem je t^0 nevtralni tahion in $\bar{t}^0$ njegov antidelec. Tudi reakciji



sta vsaj okoli tisočkrat manj verjetni od ustreznih reakcij $\bar{p} + p \rightarrow 3\pi$ ali $\bar{p} + p \rightarrow 4\pi$.

Danbury in sodelavci so iskali pare nabitih tahionov pri reakcijah med negativnimi kaoni in protoni v vodikovi mehurčni celici [4]. Pri tem so predpostavili, da puščajo nabiti tahioni vidne sledi v mehurčni celici. Našli niso prav nobene reakcije



in so ocenili zgornjo mejo za presek za nastanek para nabitih tahionov z 0,2 mikrobarna.

P. V. Ramana Murty je prvi iskal tahione v kozmičnih žarkih [5]. Poskuse je napravil v indijski postaji za opazovanje kozmičnih žarkov v Ootacamundu. Kozmični delec, navadno proton, z zelo veliko energijo reagira v višini več deset kilometrov s kakim jedrom v ozračju. Nastane *izdaten plaz* (extensive air shower — EAS) sekundarnih delcev, med katerimi so zelo hitri pioni, mioni, elektroni. Čelo tega plazu se giblje proti površju Zemlje s hitrostjo, ki le malo zaostaja za hitrostjo svetlobe. Če bi nastali ob interakciji kozmič-

nega delca z zelo veliko energijo z nukleonom v jedru tahioni, bi dospeli ti do površja Zemlje kratek čas pred čelom izdatnega plazua.

Čela izdatnih plazov z energijo več kot $3 \cdot 10^{13}$ eV so zaznavali štirje veliki, vodoravno postavljeni scintilacijski števci z osnovno ploskvijo po $0,36 \text{ m}^2$ v ogliščih kvadrata s stranico 10 m. Tahione je poskusil zaznati na dva načina: s scintilacijskim števcem s tekočim scintilatorjem in z nabitim ploščatim kondenzatorjem z vodoravnima aluminijastima ploščama, med kateri sta bili usmerjeni dve hitri fotopomnoževalki. Pri slednjem načinu, ki spominja na Alvägerjevega, naj bi zaznavali fotopomnoževalki fotone sevanja Čerenkova, ki naj bi jih sevali tahioni v vakuumu. Električno polje naj bi nadomestilo izgubo energije tahionov zaradi tega sevanja.

»Tahionski« števec, se pravi scintilacijski števec s tekočim scintilatorjem ali kondenzator s fotopomnoževalkama, je bil nameščen na sredi med velikimi števci. Sunk v »tahionskem« števcu je odprl elektronska vrata, ki so ostala odprta $19 \mu\text{s}$. Če so v tem času znotraj časovnega razmika $0,2 \mu\text{s}$ nastali hkrati sunki tudi v vseh velikih števcih, je nastala koincidenca. Ta je sprožila osciloskop, ki je zabeležil na filmski trak časovni razmik med sunkom s tahionskega števca in sunkom z velikih števecv.

Po skrbnem in dolgotrajnem merjenju, v celoti skoraj 8000 ur, so štirje veliki števci zaznali skoraj deset milijonov izdatnih plazov. Od tega je bilo 8271 koincidenca s scintilacijskim števcem s tekočim scintilatorjem in 96 koincidenca s fotopomnoževalkama ob kondenzatorju. Ta podatka je treba primerjati s koincidencaми zaradi ozadja. Tahionski števec zaznava namreč sunke iz ozadja, ki ga sestavljajo v glavnem posamični kozmični delci. Ti sunki se vrstijo v poprečju enakomerno. Izračunali so, da je bilo treba v času merjenja pričakovati okrog 8200 koincidenca s scintilacijskim števcem s tekočim scintilatorjem in okrog 90 koincidenca s fotopomnoževalkama ob kondenzatorju zaradi ozadja. Iz tega je bilo mogoče sklepati, da rezultati poskusa ne kažejo na nastanek tahionov. Merjenje je bilo tako zanesljivo, da bi zaznali še en tahion na kakih sto tisoč elektronov v plazui.

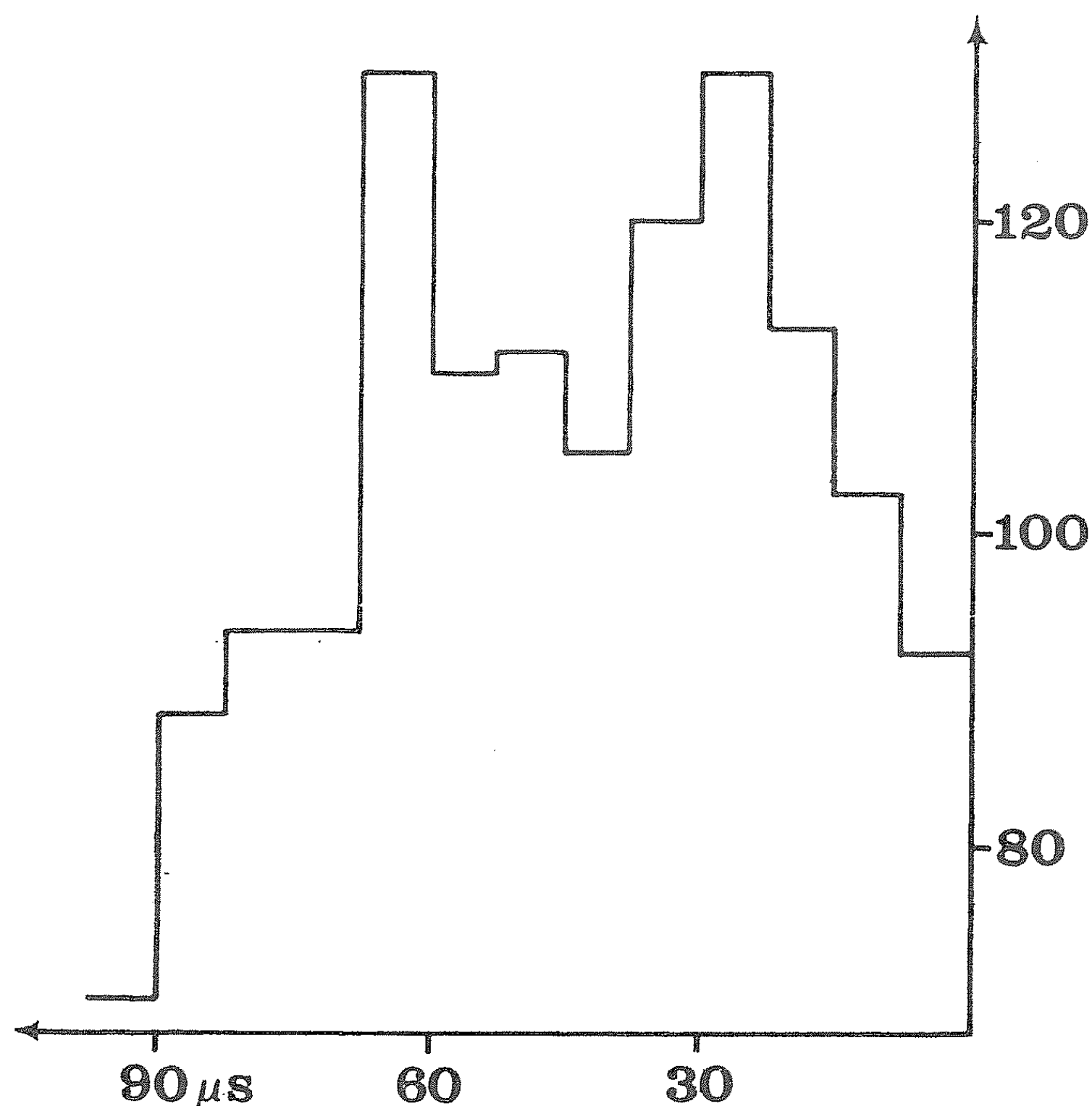
Pred kratkim sta R. W. Clay in P. C. Crouch poročala o izboljšani inačici prejšnjega poskusa [6]. V postaji za opazovanje kozmičnih žarkov univerze v Adelaidi v Buchland Parku (Avstralija) sta zaznavala izdatne plazove z energijo več kot $2 \cdot 10^{15}$ eV. Prva interakcija primarnega kozmičnega delca z zelo veliko energijo nastane v poprečju v višini 20 km. Zato naj bi opazili tahione v poprečju do $20 \text{ km/c} = 67 \mu\text{s}$ pred čelom plazui. Zakasnitev $19 \mu\text{s}$, ki so jo dosegli z zakasnilnim vodom v elektronskih vratih pri prejšnjem poskusu, bi tedaj utegnila biti premajhna.

Da bi premagala to omejitev, sta si pomagala z računalnikom. Druge okoliščine poskusa so bile podobne kot pri prejšnjem poskusu. Čela izdatnih plazov je zaznavalo pet velikih scintilacijskih števecv s plastičnimi scintilatorji z osnovno ploskvijo po 1 m^2 v ogliščih in v središču kvadrata s stranico 30 m. Kot »tahionski« števec je rabil kar eden od velikih števecv, na katerega je bila usmerjena še dodatna hitra fotopomnoževalka. Signal s te so vodili na računalnik, ki je hranil podatke okoli sto mikrosekund in jih sproti obnavljal. Če so v tem času znotraj časovnega razmika $0,15 \mu\text{s}$ nastali hkrati sunki tudi v srednjem velikem scintilacijskem števcu in v treh od štirih ogliščnih, je nastala koincidenca. Pisalni instrument, ki je bil priključen na računalnik, je v tem primeru zabeležil časovni razmik med »tahionskim« sunkom in sunkom z velikih števecv.

Preiskali so 1307 koincidenca, ki so jih zaznali med februarjem in avgustom 1973. Porazdelitve števila koincidenca po zakasnitvi med »tahionskim« sunkom in čelom izdatnega plazui (sl. 1) po mnenju avtorjev ni mogoče pojasniti s koincidencaми na račun ozadja. Ker nista našla druge razlage, sta upoštevala možnost, da gre za tahione.

Ta sklep je treba sprejeti s pridržkom. Možno je, da je prišlo do lažnih koincidenca zaradi pomanjkljivosti merilne naprave, ki je bolj zapletena in občutljivejša kot pri prejšnjem po-

skusu. Avtorja tudi ne poročata o možnem deležu koincidenč na račun ozadja. Pravita le, da je porazdelitev (sl. 1) skrajnje neverjetna za sunke iz ozadja, ki si sledijo v poprečju enakomerno. Tudi če kaže poskus na nenaključne pojave pred čelom izdatnega plazmu, še ni nujno dokaz o obstoju tahionov. Kozmični delec z veliko energijo lahko namreč razbije v medzvezdnem prostoru ob trku kako jedro na nukleone, od katerih letijo nekateri v isti smeri s skoraj enakimi hitrostmi. Možno je tudi, da ima že ob nastanku več primarnih kozmičnih delcev hitrosti, ki se ujemajo po smeri, a se malo razlikujejo po velikosti.



Sl. 1. Porazdelitev koincidenč po času med največjim »tahionskim« sunkom in čelom izdatnega plazmu. Na abscisno os je nanesen čas pred prihodom čela plazmu (prihodu ustreza trenutek 0), na ordinatno os pa število koincidenč na $7,5 \mu s$ trajajočih časovnih intervalih. Skupno število vseh koincidenč je 1307 [5]

Ob tem se nehote spomnimo, da sta pred leti avstralska preučevalca kozmičnih žarkov McCusker in Cairns povzročila razburjenje s trditvijo, o odkritju *kvarkov*. Tudi te delce z električnim nabojem, ki ni cel večkratnik osnovnega naboja, naj bi našla v izdatnih plazvih [7]. Sporni rezultat je šel v pozabo. Podobno je v opisanem primeru zelo verjetno, da ne gre za odkritje tahionov. Morda pa odkritje ni brez pomena glede izdatnih plazov in nastanka kozmičnih žarkov.

Janez Strnad

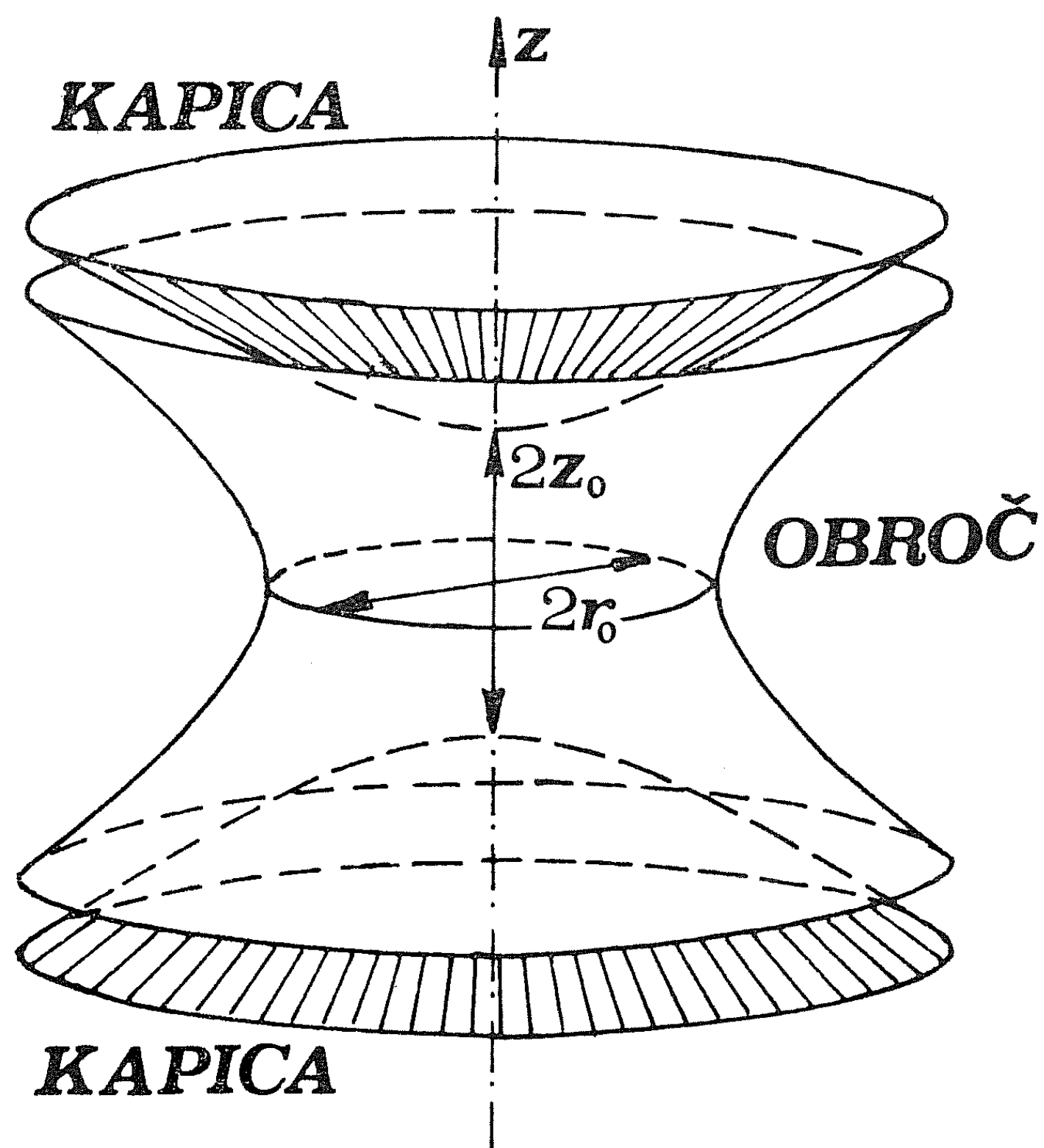
LITERATURA

- [1] J. Strnad, *Ali bi lahko obstajali delci, ki bi bili hitrejši kot svetloba?* Obzornik mat. fiz. **16** (1969) 108.
- [2] R. Fox, C. G. Kuper, S. G. Lipson, *Faster-than-Light Group Velocities and Causality Violation*, Proc. Roy. Soc. Lond. A **316** (1970) 515.
- [3] C. Baltay, G. Feinberg, N. Yeh, R. Linsker, *Search for Uncharged Faster-than-Light Particles*, Phys. Rev. **1D** (1970) 759.
- [4] J. S. Danbury, G. R. Kalbfleisch, S. R. Borenstein, R. C. Strand, V. Vanderburg, *Search for Ionizing Tachyon Pairs from 2,2-GeV/c K^-p Interactions*, Phys. Rev. **4D** (1971) 53.
- [5] P. V. Ramana Murty, *Search for Tachyons in the Cosmic Radiation*, Lettere al Nuovo Cimento **1** (1971) 908.
- [6] R. W. Clay, P. C. Crouch, *Possible Observation of Tachyons Associated with Extensive Air Showers*, Nature **248** (1974) 28.
- [7] J. Strnad, *Monopoli, kvarki, dioni*, Obzornik mat. fiz. **17** (1970) 12.

ENOELEKTRONSKI OSCILATOR

Z napravo, o kateri bo govor, so uresničili zamisel (po znani popevki): »Ujemi elektron, daj ga v žep in ga ne izpusti več...« Žep ali past za nabite delce sestavljajo elektrode z obliko rotacijskih hiperboloidov (sl. 1), imenovane tudi *Penningova past*. Na kapicah je pozitivna enosmerna napetost U_0 proti obroču. Potencial ima v smeri geometrijske osi z parabolični potek, tako da zaniha pozitivni nabiti delec v tej smeri s frekvenco*

$$\nu_0 = (2\pi)^{-1} (2e_0 U_0 / r_0^2 m)^{1/2} \quad (1)$$



Sl. 1. Hiperbolične elektrode

V smeri osi z se tedaj nabiti delec, ki spočetka v tej smeri nima prevelike komponente hitrosti, ne oddalji znatno od simetrijske ravnine. Na pozitivni nabiti delec, ki ni na osi z , pa deluje polje še s komponento sile v prečni smeri proč od osi. Samo z elektrostatičnim poljem tedaj nabitemu delcu ni mogoče preprečiti, da bi se znatno oddaljil od osi z . To dosežejo na dva načina, od katerih je prvi v rabi pri ionih in drugi pri elektronih. Pri prvem načinu uporabijo dodatno izmenično gonilno napetost [1].** Nabite delce zaznajo po njihovem nihanju. Nihanje jim vsiljujejo tako, da vključijo kapici v nihajni krog kot elektrodi dodatnega kondenzatorja.

Pri merjenjih z ioni so uporabili za primerjavo enak nihajni krog — le brez hiperboličnih elektrod. Na oba nihajna kroga so priključili izvir *vzbujevalne napetosti* s frekvenco $\nu_v =$

* Potencial je

$$U = \frac{1}{2} U_0 (r^2/r_0^2 - z^2/z_0^2) = -\frac{1}{2} U_0 (r^2 - 2z^2)/r_0^2,$$

če je $-\frac{1}{2} U_0$ potencial kopic in $\frac{1}{2} U_0$ potencial obroča. r in z sta cilindrični koordinati, $2r_0$ je najmanjši premer obroča in $2z_0$ najmanjši razmik med kopicama. Nazadnje smo izbrali, kakor je v navadi, $r_0^2 = 2z_0^2$. V smeri osi z deluje na nabiti delec električno polje s komponento sile $F_z = eE_z = e_0(-\partial U/\partial z) = -(2e_0 U_0/r_0^2)z$. Nabiti delec z maso m zaniha s frekvenco (1), ki sledi iz zakona $F_z = md^2z/dt^2$.

** Za gibanje iona veljata v tem primeru enačbi

$$md^2r/dt^2 = (e_0 r/r_0^2) (U_0 + U_1 \cos \omega t), \quad md^2z/dt^2 = -2(e_0 z/r_0^2) (U_0 + U_1 \cos \omega t),$$

če je $U_0 + U_1 \cos \omega t$ napetost s frekvenco $\nu = \omega/2\pi$ med kopicama in obročem. To sta Mathieujevi diferencialni enačbi, ki imata na izbranih intervalih U_0 in U_1 stabilne rešitve. Ion, ki se znajde v bližini osi z in simetrijske ravnine in nima prevelike hitrosti, ostane tedaj vezan v polju med elektrodama.

$= 0,4$ MHz in vsiljevali ionom v smeri osi z nihanje s to frekvenco. Med kapici in obroč pa so priključili vodilno napetost U_1 s štirikrat večjo frekvenco ν . Ta napetost je poskrbela, da ioni niso ušli. Prebili so brez enosmerne napetosti U_0 , saj so želeli vsiljevati nihanje daleč od resonance in jih ni motilo, če frekvenca ν_0 (1) ni bila določena. Zaradi nihanja nabitih delcev je nastala med kapicama dodatna napetost, ki so jo morali zaznati. (Lepše bi bilo reči: kondenzator z nabitimi delci ima za malenkost drugačno impedanco kot prazen kondenzator. Določiti je treba dodatno impedanco zaradi delcev.) Uporabili so fazni detektor, s katerim so primerjali razliko med napetostma na nihajnih krogih z delom napetosti izvira. Dobljeni signal so usmerili in tako dobili signal, ki je bil pri dani amplitudi vzbujevalne napetosti sorazmeren s številom nihajočih vezanih ionov. Z opisano napravo so uspešno izmerili zelo majhne delne tlake navzdol do okoli 10^{-13} tora. Ta meja je ustrezala štirim vezanim ionom plina izbrane vrste. Ioni so vztrajali v pasti v poprečju več kot 20 minut.

Enoelektronski oscilator, v katerem ujamejo v past elektrone, so zgradili na podobni osnovi kot opisano napravo za ione, vendar so uvedli nekaj bistveno novih prijemov [2], [3]. Namesto vodilnega izmeničnega električnega polja so uporabili poleg elektrostaticnega polja še dodatno homogeno magnetno polje z gostoto B v smeri osi z . V tem polju krožijo elektroni v ravninah, pravokotnih na os z s *ciklotronsko frekvenco*

$$\nu_c = e_0 B / 2\pi m_e. \quad (2)$$

Poleg nihanja v smeri osi z in ciklotronskega kroženja je možno še *magnetronsko gibanje*. Pri njem v dobrem približku središča ciklotronskih tirov počasi krožijo s frekvenco

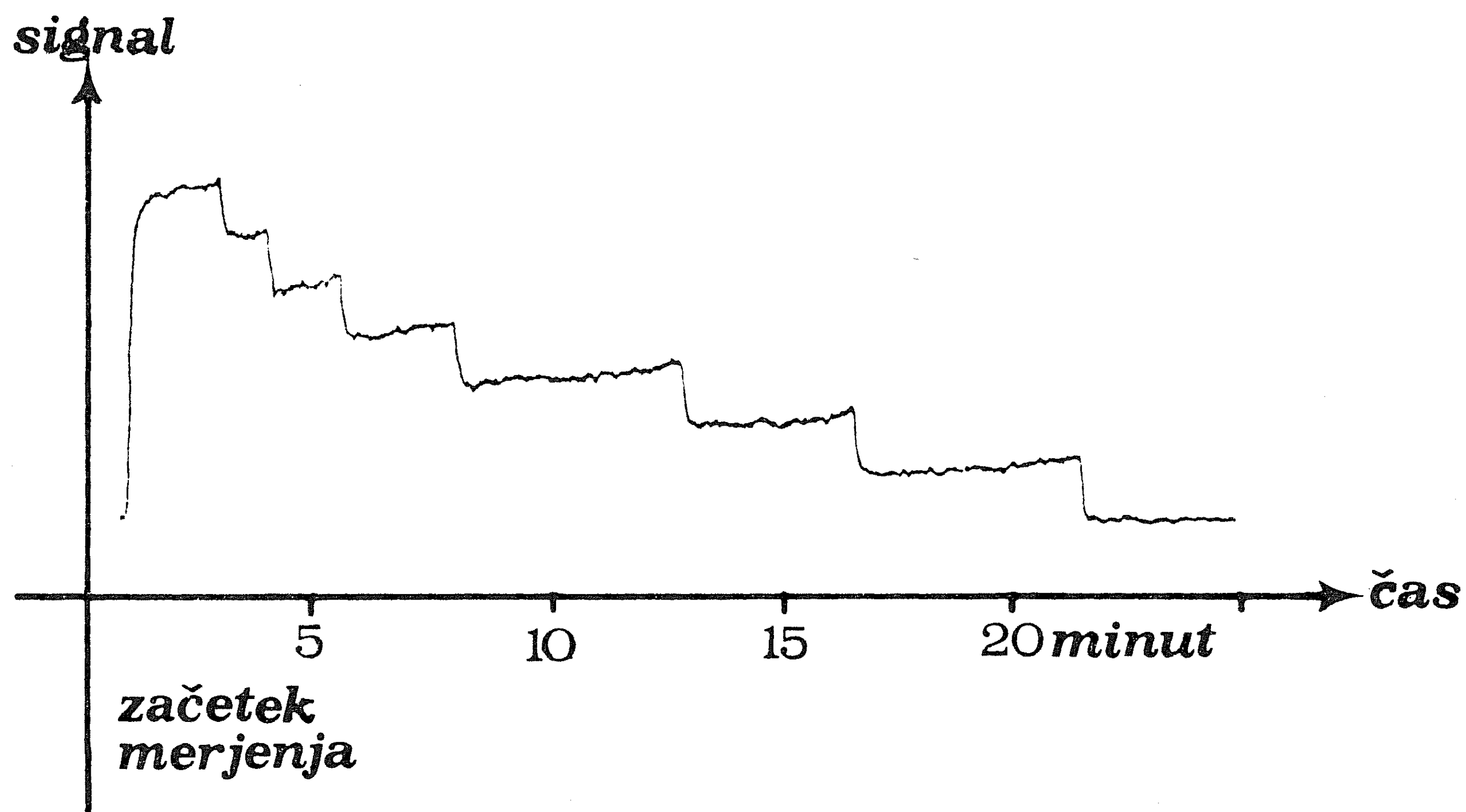
$$\nu_m = U_0 / 2\pi B r_0^2 \quad (3)$$

okoli osi z . Pravo gibanje elektrona je mogoče opisati kot sestav naštetih treh vrst gibanja.

Pri enoelektronskem oscilatorju so dali na obroč pozitivno enosmerno napetost proti kapicama. To pot so vsiljevali vezanim elektronom z vzbujevalno izmenično napetostjo nihanje v resonanci. Pri enosmerni napetosti $U_0 = 12$ V in pri najmanjšem premeru obroča $r_0 = 10,6$ mm je lastna frekvenca ν_0 (1) enaka 55,7 MHz. Elektronski del naprave je bil le v načelu podoben kot pri ionski napravi. V podrobnostih je bil precej izpopolnjen. Zaradi vsakovrstnih motenj so morali modulirati elektronovo lastno frekvenco ν_0 z dodatno izmenično napetostjo $U_1 \cos \omega t$ s frekvenco 1 MHz. Za frekvenco vzbujevalne napetosti med kapicama so izbrali razliko $(55,7 - 1)$ MHz = 54,7 MHz. Ojačevali in primerjali z napetostjo izvira pa so napetost med kapicami, ki je bila posledica nihanja elektronov, z nosilno frekvenco 55,7 MHz. Po usmeritvi so tako dobili signal, preko katerega so sklepali na število nihajočih vezanih elektronov.

Elektrone so spravili v past tako, da so obstreljevali ostanek plina v vakuumu med elektrodami s curkom počasnih elektronov. Ti so ionizirali molekule plina, počasni elektroni, ki so nastali pri tem, pa so se ujeli v past. Število vezanih elektronov so uravnavali s časom ionizacijskega toka: čim dalj časa je tekel tok, tem več je bilo vezanih elektronov. Pogosto so začeli poskus s kakimi desetimi vezanimi elektroni. Izbrali so tolikšno amplitudo vzbujevalne napetosti, da je energija nihanja vezanih elektronov počasi naraščala. Prej ali slej je dobil eden izmed elektronov zadostno energijo, da je udaril ob elektrodo ali kako drugače ušel iz pasti. Zaradi zmanjšanja števila vezanih elektronov je signal skokoma padel. V diagramu, ki je kazal odvisnost signala od časa, je nastala stopnica. Vsaka stopnica v tem diagramu je ustrezala zmanjšanju števila vezanih elektronov za eno (sl. 2). Del v diagramu pred zadnjo stopnico je ustrezal tedaj nihanju enega samega vezanega elektrona. Ugotovili so, da je bila v tem primeru v nihanje elektrona v smeri osi z naložena energija okoli 0,2 eV.

Poleg izpopolnjenih elektronskih naprav je omogočil uspešno delovanje enoelektronskega oscilatorja tudi zelo dober vakuum. Tlak v prostoru med elektrodama je meril le



Sl. 2. Signal enoelektronskega oscilatorja v odvisnosti od časa. Na začetku je bilo v pasti sedem elektronov, ki so postopoma uhajali. Vsaka stopnica kaže na pobeg enega elektrona. Del pred zadnjo stopnico ustreza nihanju enega samega elektrona [2]. Poskus je trajal dobrih 20 minut. Pri manjših amplitudah vsklajevalne napetosti je bilo mogoče opazovati nihanje elektronov v pasti mnogo dalj časa, tudi po več tednov

okoli 10^{-11} tor. Pri navadnem tlaku in sobni temperaturi meri poprečna prosta pot molekul v zraku skoraj desetinko mikrona. Pri okoli 10^{14} -krat manjšem tlaku in enaki temperaturi meri tedaj poprečna prosta pot kar okoli 10^7 m. Poprečna prosta pot elektronov za trke z molekulami je še večja (okoli štirikrat). Hitrost elektrona s kinetično energijo 0,2 eV je okoli $2,7 \cdot 10^5$ m/s. Nihajoči elektron se sicer ne giblje neurejeno, a za oceno lahko vzamemo, da trči tak elektron z molekulo plina približno vsako minuto ($2 \cdot 10^7$ m/ $2,7 \cdot 10^5$ ms $^{-1}$). Večinoma se pri tem sorazmerno hitri elektron odbije od počasnejše molekule, ne da bi dobil znatno komponento hitrosti prečno na smer osi z. Le v redkih primerih dobi elektron pri trku znatno komponento hitrosti v prečni smeri. Če je ta komponenta dovolj velika, uide elektron iz pasti.

Amplituda nihanja elektrona v smeri osi z je merila okoli dvesto mikronov, premer ciklotronskega tira v prečni ravnini v magnetnem polju z gostoto 0,4 T pa kak mikron. V pasti z vezanim elektronom smemo tedaj videti orjaški »psevdoatom«, ki miruje v prostoru. Energijske nivoje tega psevdoatoma je mogoče teoretično raziskati in premeriti z veliko zanesljivostjo. Pri enem od takih poskusov [3] so izmerili spinsko giromagnetno razmerje elektrona z zanesljivostjo, ki ni bila slabša kot pri drugih, najzanesljivejših načinih merjenja. Zanesljivosti niso mogli še izboljšati zaradi pojavov, ki jih je povzročil prostorski naboj vezanih elektronov. Z izboljšanjem naprave, med drugim z zmanjšanjem hiperboličnih elektrod, pa si obetajo precej zanesljivejša merjenja. Posebno privlačna je možnost, da bi ujeli v past pozitron ali antiproton in bi — v dovolj dobrem vakuumu, v katerem bi bili trki z molekulami v ostanku plina izredno redki — zanesljivo premerili njegove lastnosti.

Janez Strnad

LITERATURA

- [1] G. Rettinghaus, *Nachweis niedriger Partialdrucke mit dem Ionenkäfig*, Zeitschrift für angewandte Physik **22** (1967) 321.
- [2] D. Wineland, P. Ekstrom, H. Dehmelt, *Monoelectron Oscillator*, Phys. Rev. Letters **31** (1973) 1279.
- [3] F. L. Walls, T. S. Stein, *Observation of the g-2 Resonance of a Stored Electron Gas Using a Bolometric Technique*, Phys. Rev. Letters **31** (1973) 975.
- [4] F. L. Walls, G. H. Dunn, *Storing Ions for Collision Studies*, Phys. Today **27** (8) (1974) 30.

DOMAČE VESTI

POROČILO O DELU ODDELKA ZA MATEMATIKO IMFM V ŠOLSKEM LETU 1973/74

1. Raziskovalno delo

Člani oddelka za matematiko so v šolskem letu 1973/74 končali tele raziskovalne naloge, ki jih je financiral Sklad Borisa Kidriča:

T. Klinc: Razvoj po posplošenih lastnih funkcijah sebi adjungiranih operatorjev in uporaba na problemih v transportni teoriji nevtronov

J. Grasselli: Adicijski izreki v teoriji grup in teoriji števil

E. Zakrajšek: Avtomatizacija faktorske analize

J. Vrabec, P. Petek in M. Hladnik: Kohomološki kolobarji simetričnih grup

Pred zaključkom so tele naloge:

I. Vidav, J. Globevnik, G. Tomšič in P. Legiša: Metrične lastnosti analitičnih funkcij v Banachovih prostorih

A. Suhadolc in M. Omladič: Nove kvadrature formule

Z. Bohte: Stabilnost numeričnih procesov linearne algebre

Za prihodnje leto so bile odobrene vse predlagane teme in sicer:

Z. Bohte: Iteracijske metode za reševanje sistemov linearnih enačb in teorija zlepkov

J. Globevnik: Metrične lastnosti normiranih prostorov — posebnosti v kompleksnih prostorih

J. Grad: Računalniško orientirane matematične metode

A. Vadnal: Splošna metoda reševanja bilinearnih programov

I. Vidav: Cele analitične funkcije, katerih vrednosti so obrnljivi operatorji

J. Vrabec: Aciklične mnogoterosti.

Ker objavljamo ponatise znanstvenih del naših članov v Publikacijah oddelka za matematiko, jih tu ne bomo posebej naštevali.

2. Seminarji

V šolskem letu 1973/74 smo imeli v okviru treh seminarjev tale predavanja:

a) Četrtek seminar (vodja Z. Bohte, 20 udeležencev)

P. Rosenthal: On invariant subspaces

S. C. Albright: Selected topics in dynamic programming

A. Suhadolc in Z. Bohte: O konferenci Raziskovanje v matematiki

J. Vrabec: Delo v Princetonu

S. V. Jablonski in J. I. Žuravljov: Študij informatike na MGU

G. R. Gordh: On the shape of movable curves

b) Geometrijsko-topološki seminar (vodja P. Petek, 8 udeležencev)

J. Rakovec: Ireducibilne trirazsežne mnogoterosti (8 ur)

P. Petek: Homologija grup (4 ure)

M. Hladnik: Hopfove algebre (4 ure)

I. Pucelj: Simetrija v geometriji (8 ur)

c) Seminar za numerično in računalniško matematiko (vodja Z. Bohte, 10 udeležencev)

A. Kmet: Wilfove kvadrature formule (2 uri)

E. Zakrajšek: O simetrizaciji matrik (2 uri)

V. Batagelj: Iskanje po redkih tabelah (5 ur)

F. Dacar: Domet in struktura zaporedij kvadratnih ostankov (1 ura)

T. Pisanski: Uvod v teorijo grafov in algoritmi (8 ur)

J. Kozak: Baza B-splinov v R^2 (2 uri)

M. Kranjc: Matroidi (7 ur)

E. Zakrajšek: Gentlemanova ekonomizacija Givensove metode (1 ura)

V. Batagelj: O strukturiranem programiranju (4 ure)

E. Zakrajšek: ALGOL 68 (12 ur)

Skupno smo imeli torej v seminarjih 80 ur predavanj.

3. Tisk

V tem šolskem letu je izšla 6. številka Publications of the Department of Mathematics, v kateri so izšli članki:

Z. Bohte: Rounding errors in the Gaussian elimination for band systems

G. Tomšič: Homogeneous spectral measure

S. Pahor, A. Suhadolc and E. Zakrajšek: A new method for solving the matrix transport equation in radiative transfer

R. Jamnik: Paarweise unabhängige zufällige Grössen auf abzählbar unendlichen Wahrscheinlichkeitsfeldern

Sedma številka te publikacije je tik pred izidom.

Poleg znanstvenih člankov v tujih revijah in strokovnih člankov v društvenih revijah Obzornik za matematiko in fiziko in Presek so naši člani avtorji tehle samostojnih publikacij, ki so izšle v šolskem letu 1973/74:

F. Križanič: Navadne diferencialne enačbe in variacijski račun, Matematika — zbirka univerzitetnih učbenikov in monografij, Državna založba Slovenije 1974

A. Vadnal: Matematična terminologija, Državna založba Slovenije 1974

Z. Bohte: Numerična analiza, skripta, IMFM 1973

E. Zakrajšek: FORTRAN, skripta, IMFM 1973

I. Vidav: Josip Plemelj — Ob stoletnici rojstva, Državna založba Slovenije 1973

V knjižnici Sigma je izšlo 5 ponatisov, v zbirki Matematika pa ponatis knjige I. Vidav: Višja matematika I

4. Drugo delo

Financiranje matematične knjižnice je sedaj urejeno. Sklad Borisa Kidriča nakazuje mesečno 18.000 din za knjižnice našega inštituta, levji delež odpade na matematične revije. Komisija za razvoj matematike se je večkrat sestala in razpravljala o aktualnih problemih v zvezi z reorganizacijo univerze in eventualno gradnjo nove stavbe. Prišla je do zaključka, da so take razprave brezpredmetne, dokler ne bo modela univerze.

V preteklem letu se je število članov oddelka za matematiko povečalo za 3:

45. HLADNIK ing. Milan, asist. FNT

46. OMLADIČ ing. Mladen, asist. FNT

47. VELKOVRH Ciril, bibliotekar FNT.

Ker je dosedanjemu predstojniku potekla mandatna doba dveh let, je oddelek izvolil za novega predstojnika dr. Jožeta Vrabca, docenta FNT.

Zvonimir Bohte

Koledar V. tekmovanja za VEGOVA PRIZNANJA

v šolskem letu 1974/75

— do 10. maja 1975 šolska tekmovanja — BRONASTA VEGOVA PRIZNANJA

— 17. maja 1975 občinska tekmovanja — SREBRNA VEGOVA PRIZNANJA

— 30. maja 1975 republiško tekmovanje — ZLATA VEGOVA PRIZNANJA

Za komisijo: *Pavle Zajc*

PREJELI SMO V OCENO

Evar D. Nering, *Elementary Linear Algebra*, Saunders Company, Philadelphia-London-Toronto 1974, X + 375 str.

Knjiga obravnava linearno algebro. Namenjena je študentom prvih letnikov visokih šol. Sestavljajo jo tale poglavja: 1. Linearne enačbe. 2. Vektorji in vektorski prostori. 3. Baze in koordinatni sistemi. 4. Linearne transformacije. 5. Determinante. 6. Lastne vrednosti in vektorji. 7. Ortogonalni in unitarni prostori. Dodatek. Iz seznama poglavij vidimo, da knjiga ne pokrije v celoti snovi, ki jo obravnavamo pri predmetu višja algebra za študente matematike in fizike: nista obdelani poglavji o kvadratičnih formah in o Jordanovi kanonični formi. Tudi funkcije matrik niso obdelane. V zadnjih nekaj letih je izšlo več deset knjig, ki obravnavajo linearno algebro, prednosti te knjige pa so tele: avtor se je pri pisanju knjige očitno zelo trudil, da bi podal snov čimbolj preprosto in razumljivo. Mislim, da mu je to uspelo; k razumljivosti so pripomogle tudi številne skice. Mestoma je razlaga gostobesedna. Vsakemu razdelku so dodane tudi naloge, rešitve nekaterih pa so zbrane na koncu knjige. Vsako poglavje se konča s kratkim povzetkom glavnih idej in izrekov. Cena knjige je nizka, 4,70 dolarja.

Knjigo študentom lahko toplo priporočam, dostopna pa je tudi samoukom in dijakom srednjih šol, ki se zanimajo za matematiko.

Anton Suhadolc

Adler I., *Fizika. Čudo znanosti. Osnovni pojmi. Klasična fizika. Sodobne teorije. Meje raziskav*, Ljubljana, DZS 1973. 4°. Cena 70.— din.

Obilice bogato ilustriranih mladinskih leksikonov, s katerimi nas v zadnjih letih zasipujejo naše založbe, smo se razveselili in tudi že nekoliko navadili. Zdi pa se, da je imela DZS s svojo izdajo *Fizika — čudo znanosti* še posebno srečno roko. Zakaj?

V pojmovanju večine ljudi (vsaj pri nas) ima fizika dve ločeni in nasprotujoči si podobi: *fizika* je nedvomno eden bolj suhoparnih predmetov v šoli, *atomska fizika* pa je silno zanimiva, vendar nedosegljiva znanost 20. stoletja, ki prihaja k nam večinoma od zunaj in s katero šolska učenost skorajda nima zveze. Prepad med obema pojmomoma je bil v preteklosti nemara še hujši, premostile naj bi ga nekatere poljudno pisane knjige: vendar je bil njihov uspeh le majhen, bodisi zaradi nekoliko zahtevnejšega nivoja takih del ali pa zaradi njihove naravnosti k »filozofskim« vprašanjem. Obravnavana knjiga utegne imeti več uspeha pri združitvi obeh pojmov, ker se ukvarja s fiziko kot celoto, brez meja med starim in novim: vse je enako zanimivo in vznemirljivo, ko se razkriva pred bralčevimi očmi. Knjiga je v resnici slikanica v najboljšem pomenu besede: nič ne dokazuje ali izpeljuje, samo ustvarja sliko sveta in seznanja z najpomembnejšimi koraki znanosti pri odkrivanju te slike. Edina formula v knjigi, slovita $E = mc^2$, ima bolj ilustrativno kot vsebinsko vlogo.

Nasploh je treba pohvaliti slikovni del gradiva, ki je enakovreden besednemu: skope, toda odločne črte in barvne ploskve vedno pokažejo bistvo, obenem pa puščajo še vedno dovolj prostora domišljiji — to so kvalitete, ki naj bi veljale v likovni opremi mladinskih del nasploh. Žal ne moremo enako pohvaliti prevoda: zdi se, da bi na nekaterih mestih original zaslužil več prevajalčevega truda. Škoda!

Za naše »šolske« pojme so ustaljena poglavja fizike v knjigi neusmiljeno premešana; in nič ni dovolj sveto in »težko«, da se ne bi smelo omeniti. Ob Galilejevem poskusu s krogli zremo še za pojem težke in vztrajne mase, ob radioastronomiji za sinhrotronsko sevanje in ob osnovnih delcih za čudnost. Ker ni izpeljevanja, odpade nujnost metodičnega

sosledja pojmov: tako se pred nami zlagajo poglavja kot kamenčki mozaika, ki tvorijo sliko kot celoto, čeprav med sosedi na videz ni povezave.

Seveda ne smemo pričakovati, da bi se mlad človek iz te knjige naučil kaj fizike — lahko pa bo spoznal njeno vznemirljivost. Ali je treba zahtevati še več?

Alojz Kodre

Nuclear structure study with neutrons. Edited by J. Erö and J. Schütz. Budapest, Akadémiai Kiado 1974, 514 strani.

Knjiga vsebuje material mednarodnega kongresa z istim naslovom, ki je bil od 13. julija do 5. avgusta 1972 v Budimpešti, in sicer povabljen predavanja, zaključna predavanja iz posameznih področij in povzetke drugih prispevkov.

Kongres o študiju jedrske strukture z nevtroni je tretji te vrste. Prvi je bil pod nekoliko drugačnim naslovom na univerzi Columbia v New Yorku leta 1957, drugi leta 1965 v Antwerpnu.

Kot je v uvodnem referatu poudaril prof. I. M. Frank iz Združenega instituta za jedrske raziskave v Dubni (SZ), je bilo leto 1972 jubilejno leto jedrske fizike. Pred štiridesetimi leti (l. 1932) je Chadwick odkril nevtron, deset let pozneje pa je Fermi sprožil prvo verižno reakcijo z nevtroni.

V štiridesetih letih je nevtronska fizika doživela nesluten razvoj. Ne samo da je v zadnjih desetletjih postala simbol smrti, obenem pa luč v svetlo prihodnost človeštva, je dala osnovo za marsikatero novo spoznanje o atomskem jedru (npr. vpeljavo optičnega modela). Ob izpopolnjevanju merilnih metod (npr. merjenja časa preleta) postaja študij jedrske strukture s pomočjo nevtronov vse bolj pomemben in uspešno dopolnjuje rezultate poskusov z nabitimi delci. Na osnovi raziskav z nevtroni prihajamo do novih spoznanj iz astrofizike. Nevtronska optika postaja samostojno raziskovalno področje; zdaj lahko pričakujemo velike uspehe v proučevanju velemolekul žive snovi, kar je bilo doslej dosegljivo skoraj izključno z žarki X. Morda bodo meritve neelastičnega sipanja počasnih nevtronov pomagale k razumevanju dinamike biofizikalnih procesov.

V prvem delu knjige so povabljen predavanja, ki so združena pod skupne naslove: Jedrska spektroskopija z nevtroni (študij vezanih in nizkoenergijskih nevezanih jedrskih stanj), Modeli jedrskih reakcij (optični model, statistični model, nestatistični procesi) in Napredek merske tehnike (ultrahladni nevtroni, močni izvori nevtronov, tehnika merjenja časa preleta).

Zaključna predavanja, ki so na začetku drugega dela knjige, vsebujejo povzetke referatov, ki so jih obravnavali po sekcijah: Jedrska spektroskopija z nevtroni, Optični model, Statistični model in vmesna struktura, Mehanizem radiativnega zajetja nevtronov in nestatistični pojavi. Povzetki referatov so na koncu knjige.

Knjiga je torej zadnji sistematični pregled raziskav jedrske strukture z nevtroni in bo nepogrešljiv priročnik vsem, ki delajo na tem področju.

Franc Cvelbar

UTRINEK

Ali je »Vseved« zares vse vedel?

Zunaj vode je napetost jeguljine elektrike enaka toku pol ampera. To pa je spet enako stotinki vata, kar pa ustreza moči električne žarnice, ki osvetljuje, na primer, vašo sobo.

Vseved, enciklopedična revija za mlade, leto IV, št. 10 (1973), str. 10.

(Utrinek našli študenti fizike)

Bogolyubov N. N.: A Method for Studying Model Hamiltonians. Oxford, Pergamon Press 1972. X + 170 str.

Avtor se je v knjigi posvetil reševanju določenega razreda matematičnih modelov v statistični fiziki, ki so postali zanimivi z nastankom in uspehom teorije supraprevodnosti Bardeena, Coopera in Schrieffera. Pri tem ga zanimajo predvsem točni izrazi za prosto energijo in korelacijske funkcije v limiti, ko raste prostornina, v kateri je sistem zaprt, preko vsake meje. V svojem delu se omeji na primere štirih fermionov, ki so vezani med seboj z negativno ali pozitivno energijo, in pokaže bistvene razlike, ki se pojavijo pri takih modelih.

Knjiga vsebuje predvsem plodove avtorjevih osebnih dosežkov, ki predstavljajo naravno nadaljevanje dela N. N. Bogolyubova starejšega. Teža dela je v tem, da se poleg modelne hamiltonske funkcije paralelno vpelje še poskusna funkcija, oceni zgornja in spodnja meja termodinamskih količin za ta dva sistema in dokaže identičnosto asimptotskih izrazov, ko raste volumen v neskončnost.

Delo je pisano jasno in matematično dosledno ter predstavlja zanimivo berilo za specialiste, ki delajo na področju točnih rešitev modelov v statistični fiziki.

Lovro Pičman

UTRINEK

»... ne postoji »moderna matematika« koja se suprotstanja »klasičnoj matematici«; postoji samo matematika današnja, koja nastavlja jučerašnju bez dubljih prekida, i prvenstveno nastoji riješiti velike probleme koje su nam ostavili naši prethodnici.«

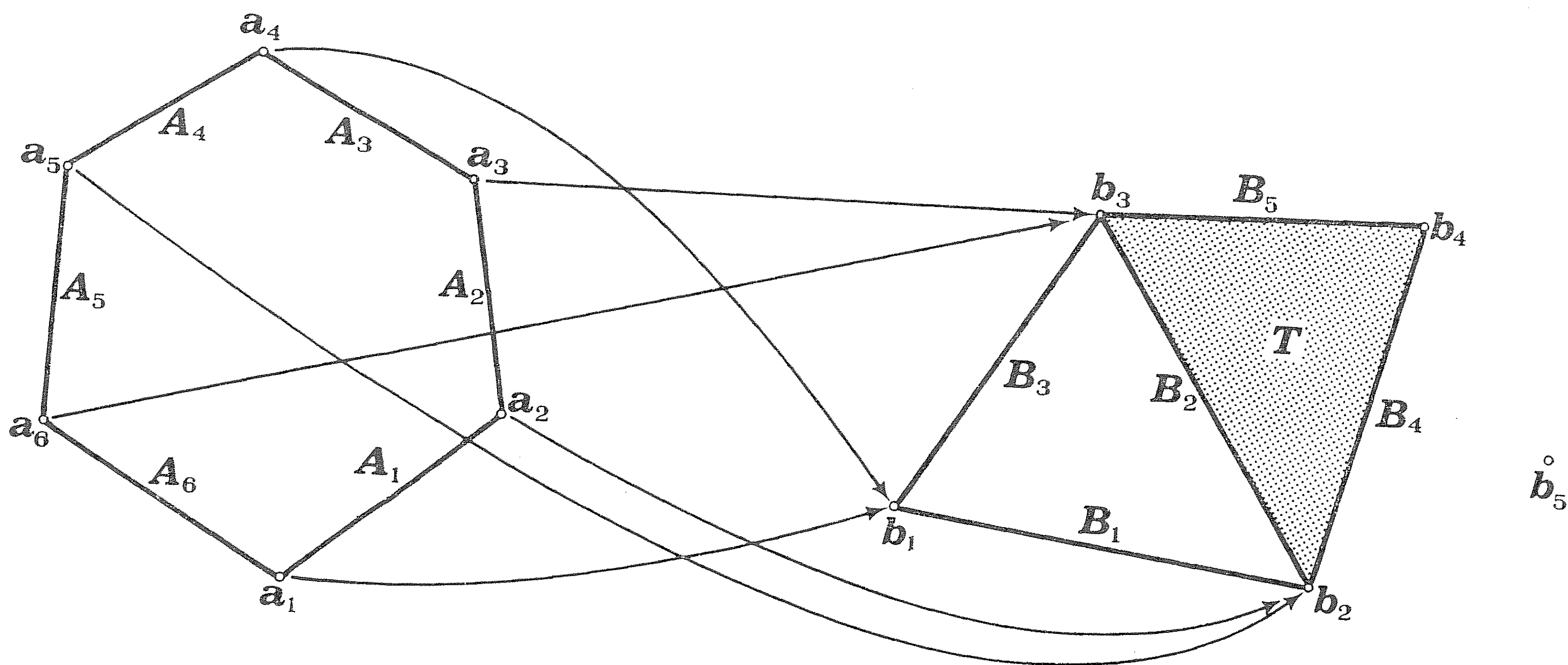
Jean Dieudonné

Prevod iz knjige S. Mardešić, *Matematička analiza u n-dimenzionalnom realnom prostoru*. 1. d. Zagreb, Školska knjiga 1974.

(Utrinek našel Ciril Velkovich)

Popravek k članku NEKAJ O ALGEBRSKI TOPOLOGIJI, C

V prejšnji številki Obzornika (21 (1974), št. 6) v navedenem članku na strani 174 za 17. vrstico je pomotoma izpadla slika. Ker je bistvenega pomena za razumevanje nadaljnjih računov v članku, jo objavljamo in prosimo bralce za oprostitev.



Peter Petek

NOVE KNJIGE

DOSTOPNEJŠE NOVE KNJIGE V MATEMATIČNI KNJIŽNICI

- S. Detoni, R. Korbar, T. Skubic, *Naloge iz fizike*, Ljubljana, DZS 1971, str. 123.
- A. Tarski, *Uvod u matematičku logiku i metodologiju matematike*, Beograd, Rad 1973, str. 222.
- D. Klepić, *Zabavna matematika*, Zagreb, Tehnička knjiga 1972, str. 163.
- S. Barker, *Filozofija matematike*, Beograd, Nolit 1973, str. 209.
- B. Stefanini, *Fortran. Udžbenik programiranja*, Zagreb, Tehnička knjiga 1973, str. 127.
- D. Cvetković in M. Milić, *Teorija grafova i njene primene*, Beograd, Beogradski izdavačko-grafički zavod 1971, str. 126.
- S. Prvanović, *Uvod u modernu matematiku*, Sarajevo, Zavod za izdavanje udžbenika 1972, str. 327.
- G. L. Dimić, D. M. Mirjanić, I. S. Žegarac, *Priručnik iz fizike za takmičenja srednjoškolaca i prijemne ispite na fakultetima*, Beograd, Naučna knjiga 1968, str. 241. (cir.)
- S. Knjazeva, *Logika u praksi*, Beograd, Zavod za izdavanje udžbenika SRS 1969, str. 158. (cir.)
- M. Stojaković, *Algoritmi i automati*, Novi Sad, Radnički univerzitet »Radivoj Cirpanov« 1972, str. 182. (cir.)
- A. S. Parchomenko, *Was ist eine Kurve?*, Berlin, Veb Deutscher Verlag der Wissenschaften 1957, str. 140.
- J. Heinhold, B. Riedmüller, H. Fischer, *Aufgaben und Lösungen zur Linearen Algebra und Analytischen Geometrie*, München, Carl Hanser Verlag 1971, str. 317.
- A. Markouchévitch, *Quatre cours de mathématiques*, Moscou, Editions Mir 1973, str. 244.
- N. Vorobiev, *Caractères de divisibilité. Suite de Fibonacci*, Moscou, Editions Mir 1973, str. 214.
- Ya. Perelman, *Figures for Fun*, Moscow, Mir Publishers 1973, str. 182.
- D. T. Finkbeiner II, *Elements of Linear Algebra*, San Francisco, W. H. Freeman and Company 1972, str. 268.
- R. Honsberger, *Ingenuity in Mathematics*, New York, Random house 1970, str. 204.
- J. A. Saxon, *Basic data processing Mathematics*, New Jersey, Prentice-Hall 1972, str. 244.
- S. Lang, *Basic Mathematics*, California, Addison-Wesley Publishing Company 1970, str. 426.
- M. L. Tomber, *Introduction to Contemporary Algebra*, New Jersey, Prentice-Hall 1967, str. 429.
- E. Weiss, *First course in Algebra and Number Theory*, New York, Academic Press 1971, str. 547.
- G. Berman and K. D. Fryer, *Introduction to Combinatorics*, New York, Academic Press 1972, str. 300.
- M. J. Behr, D. G. Jungst, *Fundamentals of elementary Mathematics, Number systems and algebra*, New York, Academic Press 1971, str. 419.
- D. W. Hall, S. Szabo, *Plane geometry an approach through isometries*, New Jersey, Prentice-Hall 1971, str. 209.
- D. G. B. Edelen, *An introduction to Linear Algebra for science and engineering*, New York, American Elsevier Publishing Company 1972, str. 253.
- N. M. Beskin, *Delenie otrezka v dannom otnošenii*, Moskva, Izd-vo Nauka 1973, str. 62. (cir.)

- M. Gardner, Matematičeskie dosugi, Moskva, Izd-vo Mir 1972, str. 495. (cir.)
- S. V. Fomin i M. B. Berkinblit, *Matematičeskie problemy v biologii*, Moskva, Izd-vo Mir 1973, str. 199. (cir.)
- A. B. Bubennikov, M. Ja. Gromov, *Načertatel'naja geometrija*, Moskva, Vysšaja škola 1973, str. 416. (cir.)
- A. Ž. Žafjarov, R. S. Sozonenko, *Sbornik podgotovitel'nyh zadač po matematike dlja postupajuščih v vuzy*, Novosibirsk, Izd-vo Nauka 1972, str. 281. (cir.)
- N. V. Metel'skij, MATEMATIKA, *Kurs srednej školy dlja postupajuščih v vuzy i tehnikumy*, Minsk, Vyšejšaja škola 1973, str. 686. (cir.)
- V. P. Dorožkina, *Anglijskij jazyk dlja matematikov*, Moskva, Izd-vo Moskovskogo universiteta 1973, str. 284. (cir.)
- G. Sakman, *Rešenje zadač v sisteme čelovek-EVM*, Moskva, Izd-vo Mir 1973, str. 345. (cir.)
- M. I. Kargapolov, Ju. I. Merzljakov, *Osnovy teorii grupp*, Moskva, Izd-vo Nauka 1972, str. 239. (cir.)
- Ž. D'edonne, *Linejnaja algebra i elementarnaja geometrija*, Moskva, Izd-vo Nauka 1972, str. 335. (cir.)
- A. I. Hudobin, N. I. Hudobin, M. F. Šuršalov, *Sbornik zadač po algebre i elementarnym funkcijam*, Moskva, Prosveščenie 1973, str. 446. (cir.)

Stanislav Zorko

RAZPORED PREDAVANJ NA 8. SEMINARJU IZ FIZIKE »MEHANIKA TEKOČIN«

6. 2. ob 9.30 Otvoritev
Uvod v mehaniko tekočin (2 uri)
11.45 Potencialno gibanje kapljev in (1 ura)
15.00 Nova fizika v osnovni šoli (2 uri)
7. 2. ob 8.30 Vrtinčasto gibanje neviskozne tekočine (1 ura)
9.30 Značilnosti gibanja viskoznih tekočin (1 ura)
10.45 Upor in vzgon v tekočinah (1 ura)
11.45 Površinska valovanja (1 ura)
15.00 Predvajanje filmov (2 uri)
8. 2. ob 8.30 Zvok v tekočinah (1 ura)
9.30 Udarni valovi in pojavi pri nadzvočnih hitrostih (1 ura)
10.45 Dinamika atmosfere (2 uri)

V petek, 7. februarja ob 19.00 bo družabni večer v šolski restavraciji Urška. Vljudno vabimo ne samo udeležence seminarja, ampak tudi vse člane Društva in njihove zakonske druge, da se ga udeleže.

Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS, odsek za fiziko Fakultete za naravoslovje in tehnologijo, Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko ljubljanske univerze, Inštitut J. Štefan in Zavod za šolstvo SRS prirejajo v dneh od 6. do 8. februarja 1975 v Ljubljani

8. SEMINAR IZ FIZIKE

za učitelje fizike in matematike na srednjih šolah pod naslovom

MEHANIKA TEKOČIN

Seminar je namenjen zlasti srednješolskim učiteljem, ki poučujejo fiziko, saj pogloblja snov, ki je v učnem načrtu fizike za srednje šole. Zaradi obravnavanja vsakdanjih pojavov je seminar zanimiv tudi za druge člane Društva.

Vodstva šol prosimo, da učiteljem fizike omogočijo udeležbo na seminarju in jim povrnejo potne stroške. Kotizacijo 50 din za udeleženca seminarja plača šola ali organizacija združenega dela na žiro račun Društva matematikov, fizikov in astronomov SRS št. 50101-678-47233. Člani Društva, ki nimajo te možnosti plačil kotizacije (npr. upokojeni in drugi člani), naj to navedejo v prijavi.

Na seminarju, ki se bo začel v četrtek, 6. februarja 1975 ob 9.30 v veliki fizikalni predavalnici, Jadranska 26, bodo obravnavane naslednje teme:

Peter Gosar, Uvod v mehaniko tekočin (2 uri): Mikroskopska struktura tekočin. Kapljevine in plini. Kontinuumski opis tekočin. Površinske in volumnske sile. Napetostni tenzor pri mirovanju in gibanju tekočin. Hitrostno polje. Tenzor gradienta hitrostnega polja. Vrtinčenje. Newtonske tekočine. Viskoznost. Mikroskopska slika viskoznosti pri plinih in kapljevinah. Odvisnost viskoznosti od tlaka in temperature. Transport gibalne količine. Robni pogoji na meji dveh sredstev. Površinska napetost. Enostavnejše vrste gibanja tekočin. Zakon podobnosti. Reynoldsovo število. Kinematična viskoznost. Dinamična nestabilnost pri gibanju tekočin.

Lovro Pičman, Potencialno gibanje kapljev in (1 ura): Potencialni tok neviskozne tekočine. Hitrostni potencial. Bernoullijev teorem pri stacionarnem potencialnem gibanju. Primeri uporabe. Potencialni tok v dveh dimenzijah. Gibanje velikih zračnih mehurčkov v vodi.

Rudolf Kladnik, Vrtinčasto gibanje neviskozne tekočine (1 ura): Vrtinčne črte. Hitrostno polje vrtinčnih črt. Lastno gibanje vrtinčnice. Primeri gibanja vrtinčnih obročev in interakcij med njimi. Nestabilnost meje med področjema tekočine z različno tangencialno hitro tjo.

Darko Jamnik, Značilnosti gibanja viskoznih tekočin (1 ura): Primeri gibanja tekočin z veliko kinematično viskoznostjo. Poiseuilleov tok. Gibanje krogel v viskozem sredstvu. Teorija mazanja. Nestabilno t gibanja tekočine z majhno viskoznostjo. Nastanek turbulence. Opis in lastnost turbulentnega gibanja. Turbulentni curek.

Mitja Rosina, Upor in vzgon v tekočinah (1 ura): Pojem mejne plasti pri gibajočih se telesih v tekočini z razmeroma majhno viskoznostjo. Nastanek mejne plasti in vrtincev. Difuzija vrtinčenja pri mejni plasti. Upor in vzgon. Aerodinamična oblika. Cirkulacija okoli letalskega krila in Jukowskega hipoteza.

Gabrijel Kernel, Površinska valovanja (1 ura): Gravitacijski in kapilarni valovi. Disperzija. Poskusi loma, odboja, interference ter uklona z valovanji na vodni površini. Lastnosti valov na morju.

Sergej Pahor, Zvok v tekočinah (1 ura): Hitrost zvoka v tekočinah. Nastanek zvoka in razširjanje. Dopplerjev efekt. Tlak in amplituda nihanj pri zvoku v zraku in vodi. Absorpcija zvoka. Generatorji zvoka v kapljevinah. Uporaba geometrijske akustike.

Janez Strnad, Udarni valovi in pojavi pri nadzvočnih hitrostih (1 ura): Razširjanje motenj v stisljivem plinu. Motnje pri nadzvočnih hitrostih. Machov kot. Nastanek mej nezveznosti. Udarni valovi.

Zdravko Petkovšek, Dinamika atmosfere (2 uri): Posebnosti zračne cirkulacije v zemeljski atmosferi. Pomen in dinamika horizontalnih gibanj. Prevedba Navier-Stokesovih enačb v obliko, ki je primerna za obravnavanje vetrov v atmosferi. Kvazistacionarna gibanja. Geostrofski in gradientni veter. Vpliv talnega trenja na vetrove. Ciklostrofski veter pri tornadih in manjših vrtincih. Splošna cirkulacija zraka v atmosferi kot posledica neenakomernega ogrevanja zemeljske površine in vrtenja Zemlje. Stalnost klime zaradi nenehne izmenjave in transporta energije, gibalne količine, mase zraka in vodne pare. Rossbyjevi valovi.

V popoldanskem času bodo obravnavani problemi pouka fizike; predvajanih bo nekaj filmov v zvezi z obravnavanimi temami; opozarjamo zlasti na predavanje, ki ga bo imel Janez Ferbar o novi fiziki v osnovni šoli.

Rok prijave za seminar je 20. januar 1975. Na prijavi z dopisnico na naslov Martina Koman, 8. seminar iz fizike, gimnazija Postojna, navedite ime in priimek, svoj naslov, šolo ali organizacijo združenega dela, ki plača kotizacijo. Prijavite tudi udeležbo na družabnem večeru. Za morebitna pojasnila pišite na isti naslov.