IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

1974
Letnik 21
6

21. LETNIK — ŠTEVILKA 6

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

LJUBLJANA, NOVEMBER 1974

Naročnina: za posameznike 60.— din (za člane društva je že vračunana članarina 10.— din), za dijake in študente 25.— din, za ustanove in podjetja 100.— din, za tujino 7 $ = 119.— din, posamezna številka 10.— din, dvojna številka 20.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: **Komisija za tisk DMFA SRS**, 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p. p. 227, tel. št. 61-564/53, žiro račun 50101-678-48363.

Tiska tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani, Kopitarjeva ul. 2.

Izdajo revije sofinancirata Izobraževalna skupnost Slovenije in Raziskovalna skupnost Slovenije.

VSEBINA

CONTENTS

OBZORNIK

ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

1974 LJUBLJANA LETNIK XXI

VSEBINA

Uvodniki

Članki

Novice

Domače vesti

Glavni urednik, Gabrijel Tomšič; **odgovorni urednik,** Janez Strnad.

Naročnina: za posameznike 60.— din (za člane društva je že vračunana članarina 10.— din), za dijake in študente 25.— din, za ustanove in podjetja 100.— din, za tujino 7 $ = 119.— din, posamezna številka 10.— din, dvojna številka 20.— din.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: **Komisija za tisk DMFA SRS,** 61001 Ljubljana, Jadranska c. 19, p. p. 227, tel. št. 61-564/53, žiro račun 50101-678-48363.

Tiska tiskarna Ljudske pravice v Ljubljani, Kopitarjeva ul. 2.

Izdajo revije sofinancirata Izobraževalna skupnost Slovenije in Raziskovalna skupnost Slovenije.

Obzornik mat. fiz. **21** (1974)

AKSIOMA RASTOJANJA I AKSIJALNA SIMETRIJA KAO OSNOVE U ZASNIVANJU GEOMETRIJE U RAVNI NA PRESLIKAVANJIMA

RADOMIR ŽIVKOVIĆ, Sarajevo

AMS Subj. Class. (1970) 50—01, 50 A 05

U članku je prikazano kako se geometrija u nastavi na drugom stepenu, po metodi i sadržaju, može grupisati oko dva glavna pitanja: oko aksiome rastojanja i oko aksijalne simetrije. Aksioma rastojanja omogućuje brže ulaženje u gradivo, a izometrijska preslikavanja se svode na proizvod aksijalnih simetrija, odakle slijede bitne osobine tih preslikavanja. Takav pristup, u poredenju sa tradicionalnim, vodi na jedan racionalniji put u nastavi geometrije.

AXIOM OF DISTANCE AND AXIAL SYMMETRY AS FOUNDATION IN BUILDING PLANE GEOMETRY FROM MAPPINGS

In this article it is shown how the geometry at the second level of education can be groupped by its method and contents around two main issues: the axiom of distance and axial symmetry. The axiom of distance enables faster approach to the material; isometric mappings reduce to the product of axial symmetries, from where the essential properties of these mappings follow. Such approach compared to the traditional one leads to more rational ways in the teaching of geometry.

I. UVOD

Posljednjih decenija nastava geometrije u osnovnoj i srednjoj školi u žiži je preispitivanja i traženja novih pristupa. U srednjoj školi dugo se održao jedan geometrijski sistem koji je bio zasnovan na Euklidovim Elementima. Taj sistem sve više trpi kritike i napušta se. Razlozi su uglavnom dvojaki. Prvo, sistem nije predstavljao solidnu logičku zgradu, jer se često oslanjao na iskustvo. Drugo, sistem je zastario u tome smislu što su novija strujanja u matematici prolazila mimo njega. Danas se smatra da i na prvom i drugom stupnju obrazovanja matematiku treba učeniku ponuditi preko pojmova: skup, relacija, funkcija (preslikavanje).

Meni se čini da se danas mogu razabrati slijedeća dva nastojanja u modernizaciji nastave geometrije na drugom stepenu.

1. Ne napuštajući okvire Euklidove geometrije, treba postići bolje logičko sređivanje te geometrije. Polazeći od nekih početnih izreka, treba, po zakonima formalne logike, izvoditi nove stavove, gledajući ipak da izreke i stavovi imaju svoje iskustvene ilustracije i realizacije u fizičkom prostoru. Nadalje, geometrijske elemente i figure treba posmatrati kao skupove tačaka, na koje se primijenjuju neka preslikavanja, istražuju se strukture tih preslikavanja, pa se to koristi u izučavanju osobina geometrijskih figura.

Kao primjer jedne zapažene monografije o takvoj izgradnji planimetrije može se navesti knjiga pod [1]. Kako kaže i njen autor, knjiga ima ponešto od udžbeničke i metodičke literature, a ponešto od stručnog i naučnog istraživanja, ali ne spada ni u jednu od tih kategorija. Kod nas je napisan i prvi udžbenik [2] u tom smislu.

2. Može se uočiti i nastojanje da se pređe na teren algebre, pa geometrije u dosadašnjem smislu riječi nestaje. Vektorski prostori osnova su za takvo zasnivanje geometrije. Kao primjer udžbenika koji je napisan u tom smislu neka bude navedena knjiga [3]. To je udžbenik za završni razred gimnazije u Francuskoj, a po svom nivou nedostižan je za naše prilike

u bližoj budućnosti. O jednom negativnom mišljenju na takvo izvođenje geometrije i u samoj Francuskoj može se pročitati u časopisu [4].

U ovom članku iznijeću kako ja u osnovi, ne ulazeći u detalje, zamišljam jedan školski kurs planimetrije na drugom stepenu, koji bi mogao odgovarati našim prilikama. U formiranju ovakvog gledanja najveći uticaj imala je knjiga [1], i manjim dijelom knjiga [5]. Da odmah napomenem da se gradivo i metoda koncentrišu oko dva glavna mjesta: oko aksiome rastojanja i oko aksijalne simetrije.

II. AKSIOMA RASTOJANJA IZMEĐU DVIJE TAČKE, NEKI ODNOSI KOD KRUŽNICE

Zamišljeni kurs počeo bi se bitnije razlikovati od ranijih i postojećih, od časa uvođenja sljedeće aksiome.

AKSIOMA 1. *Svakom paru tačaka X i Y odgovara jedan i samo jedan nenegativan broj* $\overline{XY}$, *koji zovemo udaljenost (rastojanje) između tačaka X i Y, tako da važi:*

$$\overline{XY} = 0 \Leftrightarrow X = Y, \ \overline{XY} = \overline{YX} \text{ i } \overline{XZ} \leq \overline{XY} + \overline{YZ};$$

AKSIOMA 2. a) *tačke A, B i C kolinearne su onda i samo onda ako je*

$$\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB}, \text{ ili } \overline{BC} = \overline{BA} + \overline{AC}, \text{ ili } \overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC},$$

b) *tačke A, B i C nisu kolinearne onda, i samo onda, ako je*

$$\overline{AB} < \overline{AC} + \overline{CB} \text{ i } \overline{BC} < \overline{BA} + \overline{AC} \text{ i } \overline{AC} < \overline{AB} + \overline{BC},$$

c) *od tri različite tačke A, B i C, B je između A i C onda, i samo onda kada je* $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}$.

Zatim se definiše dužina duži kao rastojanje između krajnjih tačaka duži, pa za dužinu duži važe osobine navedene u aksiomi 1. Iza toga se uvodi aksioma o nanošenju duži, a onda se obradi upoređivanje duži i operacije sa dužima.

Nakon definisanja kružnice $k(0, r)$ i kruga $K(0, r)$ i posmatranja particije ravni koju proizvodi svaka kružnica u ravni, treba uvesti sljedeće dvije aksiome.

AKSIOMA 3. *Duž čija je jedna krajnja tačka u unutarnjoj, a druga u vanjskoj oblasti kružnice, ima jednu, i samo jednu, zajedničku tačku s kružnicom.*

AKSIOMA 4. *Kružni luk čija je jedna krajnja tačka u unutarnjoj, a druga u vanjskoj oblasti kružnice, ima jednu, i samo jednu, zajedničku tačku s kružnicom.*

Iz aksiome 3. slijede ove dvije teoreme.

TEOREMA 1. *Poluprava čija je početna tačka u unutrašnjosti kružnice, ima s tom kružnicom jednu, i samo jednu, zajedničku tačku.*

TEOREMA 2. *Prava koja sadrži neku tačku u unutrašnjosti kružnice ima s tom kružnicom dvije zajedničke tačke.*

Nakon toga može se posmatrati međusobni položaj između dviju kružnica. Ovdje ću iznijeti samo slučaj kada kružnice imaju dvije zajedničke tačke. Dokazi se izvode koristeći se aksiomama o rastojanju i nekim jednostavnim odnosima između brojeva.

TEOREMA 3. *Dvije kružnice $k(A, a)$ i $k(B, b)$ imaju dvije zajedničke tačke ako je* $a - b < \overline{AB} < a + b \ (a \geq b)$.

Dokaz. Izvedimo dokaz ilustrujući ga slikom 1.

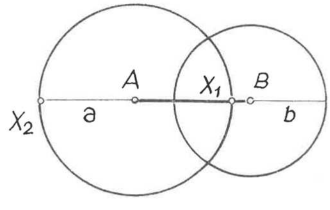
$$\left.\begin{matrix} a - b \geq 0 \\ \overline{AB} > a - b \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overline{AB} > 0 \Rightarrow A \not\equiv B.$$

Zato je određena prava AB (Aksioma). Dalje važi

$$AB \cap k(A, a) = \{X_1, X_2\} \quad \text{(Teorema 2).}$$

Pošto važi poredak (X_2AB), pri čemu nije (X_1AB), iz aksiome 2. c) slijedi

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{r}\overline{BX_2} = \overline{BA} + a \\ \overline{AB} > 0\end{array}\right\} \Rightarrow \overline{BX_2} > a \\ \qquad\qquad\qquad a \geq b\end{array}\right\} \Rightarrow \overline{BX_2} > b \Rightarrow X_2 \notin K(B, b). \tag{1}$$



Sl. 1

Za tačku X_1 važi poredak (AX_1B) ili $X_1 = B$ ili (ABX_1). U prva dva slučaja iz aksiome 2. c) i pretpostavke teoreme slijedi:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{AB} = \overline{AX_1} + \overline{X_1B} \Rightarrow \overline{X_1B} = \overline{AB} - a \\ \overline{AB} < a + b \Rightarrow \overline{AB} - a < b\end{array}\right\} \Rightarrow \overline{X_1B} < b \Rightarrow X_1 \in k_u(B, b), \tag{2}$$

gdje $k_u(B, b)$ označava unutrašnjost kružnice $k(B, b)$. Do istog zaključka došli bismo u slučaju poretka (ABX_1).

Iz odnosa (1) i (2), na osnovi aksiome 4., slijedi da svaki od dvaju kružnih lukova $\widehat{X_1X_2}$ imaju s kružnicom $k(B, b)$ po jednu, i samo jednu, zajedničku tačku. Iz odnosa $a - b < \overline{AB} < a + b$, prema tome, slijedi da kružnice imaju dvije, i samo dvije, zajedničke tačke, kada se kaže da se kružnice sijeku.

III. IZOMETRIJSKA PRESLIKAVANJA

Preko pogodnog primjera učenici se mogu upoznati sa bijektivnim preslikavanjem, a onda se to preslikavanje definiše.

DEFINICIJA 1. *Za preslikavanje t skupa S na skup S' kažemo da je obostrano jednoznačno ili bijektivno ako ono svaku tačku $X \in S$ preslikava u jednu i samo jednu tačku $X' \in S'$, i ako je svaka tačka skupa S' slika jedne i samo jedne, tačke skupa S.*

Zatim se daje pojam recipročnog preslikavanja, kompozicija (proizvod) preslikavanja i identično preslikavanje.

Sada se na pogodnom primjeru ilustrira izometrijsko preslikavanje, pa se onda daje njegova matematička definicija.

DEFINICIJA 2. *Za preslikavanje kažemo da je izometrijsko ako ono očuva udaljenost između tačaka.*

Na osnovi definicije zaključuje se da skup svih izometrijskih preslikavanja ima strukturu grupe.

IV. AKSIJALNA SIMETRIJA

1. *Pojam osne simetrije*

Sada smo na centralnoj temi izlaganja. Osno simetrično preslikavanje možemo približiti učeniku preko modela papira koji se presavija po jednoj pravoj, pokazujući otiskivanje tačaka ravni papira. Zatim se aksiomom uvodi slijedeće preslikavanje.

AKSIOMA 5. *Postoji izometrijsko neidentično preslikavanje ravni na samu sebe, pri kome dvije zadane tačke ostaju stalne (nepokretne).*

Nakon aksiome 5., koristeći se teoremama o odnosu između dvije kružnice (II), pokazujemo konstruktivno kako se određuje tačka X' pridružena proizvoljnoj tački X pri preslikavanju zasnovanom na aksiomi 5. Ako su nepokretne tačke A i B, tada, zbog izometrije, mora biti $\overline{AX'} = \overline{AX}$ i $\overline{BX'} = \overline{BX}$, pa je

$$X' \in k(A, \overline{AX}) \cap k(B, \overline{BX}),$$

tj. tačka X' je presjek kružnice središta A i radiusa $\overline{AX}$ i kružnice čije je središte B i radius $\overline{BX}$.

Sada se daje definicija osno simetričnog preslikavanja.

DEFINICIJA 3. *Osna simetrija u odnosu na pravu a je izometrijsko neidentično preslikavanje ravni na tu ravan, pri kome su sve tačke prave a nepokretne. Prava a zove se osa simetrije.*

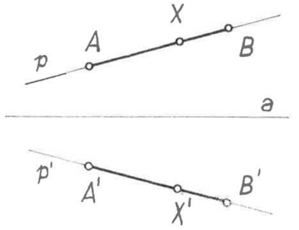
Oslanjajući se na način konstruisanja tačke X' koja je slika tačke X pri opisanom preslikavanju, izričemo teoremu o jedinstvenosti posmatranog preslikavanja.

TEOREMA 4. a) *Jedino izometrijsko neidentično preslikavanje pri kome dvije tačke A i B ostaju nepokretne je simetrija u odnosu na pravu $a \equiv AB$;*

b) *simetrija s_a preslikava svaku od poluravni čija je granica a na suprotnu poluravan.*

2. *Osno simetrična slika duži, prave, kružnice i ugla*

Neka su na slici 2 tačke A' i B' osno simetrične slike tačaka A i B u odnosu na pravu a. Šta je slika duži AB? Ako je tačka X (unutarnja) tačka duži AB, dokažimo da je tačka $X' = s_a(X) \in A'B'$.



Sl. 2

$X \in AB\ (X \not\equiv A,\ X \not\equiv B)$

$\Updownarrow$ na osnovi aksiome 1. d)

$\overline{AX} + \overline{XB} = \overline{AB}$

$\Updownarrow$ na osnovi izometrije s_a

$\overline{A'X'} + \overline{X'B'} = \overline{A'B'}$

$\Updownarrow$ na osnovi aksiome 1. d)

$X' \in A'B'\ (X' \not\equiv A',\ X' \not\equiv B')$.

Dakle važi: $X \in AB \Leftrightarrow X' \in A'B'$, tj.

slika svake unutarnje tačke duži AB je unutarnja tačka duži $A'B'$, i obrnuto, svaka unutarnja tačka duži $A'B'$ je slika neke unutarnje tačke duži AB. Prema tome važi sljedeća teorema:

TEOREMA 5. *Osno simetrična slika duži AB je duž $A'B'$ čije su krajnje tačke osno simetrične krajnjim tačkama duži AB.*

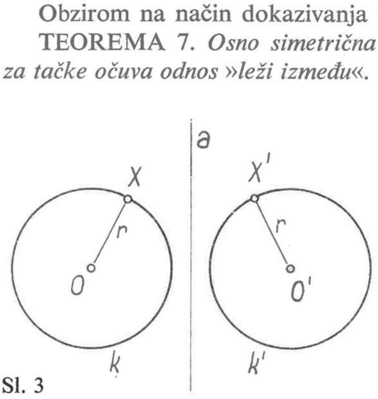
Iz teoreme 5., definicije dužine duži i jednakosti dvije duži, i činjenice da je osna simetrija izometrija, slijedi

TEOREMA 6. *Osna simetrija preslikava duž u jednaku duž.*

Obzirom na način dokazivanja teoreme 5. uviđa se tačnost slijedeće teoreme:

TEOREMA 7. *Osno simetrična slika poluprave je poluprava, prave prava, pri čemu se za tačke očuva odnos »leži između«.*

Na što preslikava osna simetrija s_a kružnicu $k(0, r)$ na slici 3? Dokažimo da je preslikava na kružnicu jednakog radiusa.



Sl. 3

$X \in k(0, r)$

$\Updownarrow$ po definiciji kružnice

$\overline{OX} = r$

$\Updownarrow$ zbog izometrije s_a

$\overline{O'X'} = r$

$\Updownarrow$ po definiciji kružnice

$X' \in k'(0', r)$.

TEOREMA 8. *Osno simetrična slika kružnice je kružnica jednakog radiusa.*

Lako se opaža da nakon teoreme 8. mogu da se iskažu slijedeće njene posljedice.

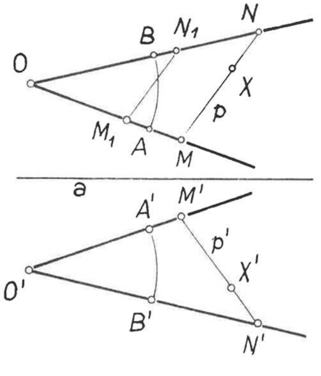
TEOREMA 9. a) *Ako su središta dvije kružnice jednakih radiusa simetrična prema nekoj pravoj, tada su i te kružnice simetrične prema toj pravoj.*

b) *Kružnica je osno simetrična prema svakoj pravoj koja sadrži središte kružnice.*

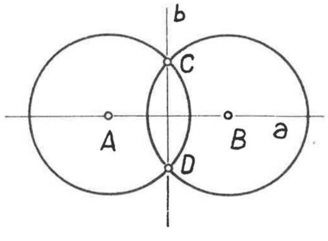
c) *Figura koja je unija dvije kružnice je simetrična prema pravoj koja sadrži središta tih kružnica. Ako se kružnice sijeku, tačke presjeka simetrične su prema toj pravoj.*

Pogledajmo još šta je osno simetrična slika ugla AOB, prema slici 4. Osna simetrija s_a preslikava krake OA i OB na poluprave $O'A'$ i $O'B'$ (Teorema 7). Neka je $\sphericalangle\, AOB$ konveksni neopruženi ugao, a X proizvoljna tačka iz oblasti tog ugla. Tačkom X može se povući prava p tako da siječe krake u nekim tačkama M i N (Povučemo $p \parallel M_1N_1$, pri čemu su tačke $M_1 \in OA$, $N_1 \in OB$ i različite od O. Tada postojanje tačaka M i N osigurava teorema: »Prava koja siječe neku pravu m siječe svaku pravu koja je paralelna sa m'«. Prema teoremi 7. poretku (MXN) odgovara poredak $(M'X'N')$. Tako zaključujemo da se oblast ugla AOB preslikava na oblast ugla $A'O'B'$, i obrnuto, pri čemu se konveksnost ugla očuva.*

TEOREMA 10. *Osna simetrija preslikava konveksni ugao na konveksni ugao.*



Sl. 4



Sl. 5

3. *Normalne prave, pravi ugao*

Neka su, prema slici 5, tačke A i B simetrične prema pravoj b. Pošto je, dakle, $s_b(A) = B$ i $s_b(B) = A$, to je $s_b(AB) = BA \equiv a$, tj. $s_b(a) = a$, što znači da je prava b osa simetrije prave a. Dokažimo da je i prava a osa simetrije prave b. Uzmimo proizvoljnu tačku $C \in b$ i $C \notin a$. Tada je $\overline{AB} < \overline{AC} + \overline{BC} = 2r$ [Aksioma 2. b)], pa kružnice $k(A, \overline{AC})$ i $k(B, \overline{BC})$ imaju još jednu zajedničku tačku D (Teorema 3). Posmatrane kružnice su simetrične prema pravoj b [Teorema 9. a)], pa je

$$D \in b, \tag{1}$$

a simetrične su i prema pravoj a [Teor. 9. c)], odakle je $D = s_a(C)$ i $C = s_a(D)$, pa je

$$s_a(CD) = DC. \tag{2}$$

Pošto je uzeto $C \in b$, a prema (1) je $D \in b$, slijedi da je $CD \equiv b$, tj. $s_a(b) = b$, što znači da je a osa simetrije prave b. Zato važi

TEOREMA 11. *Ako je prava b osa simetrije prave a, tada je i a osa simetrije prave b.*

Sada se daje definicija normalnih pravih i definicija pravog ugla.

---

* Naknadno sam uočio da je ovu teoremu zgodnije dokazati koristeći činjenicu da osna simetrija poluravan preslikava na poluravan i da je presjek konveksnih skupova konveksan skup.

DEFINICIJA 4. *Ako je prava b osa simetrije prave a kažemo da je prava b normalna na pravoj a, i pišemo $b \perp a$.*

Iz prethodne definicije i teoreme 11. slijedi simetričnost relacije normalnosti pravih, tj. ako je $b \perp a$, tada je i $a \perp b$.

DEFINICIJA 5. *Konveksne uglove što ih određuju normalne prave zovemo pravim uglovima.*

Nakon ovoga može se izvesti konstrukcija normalnih i paralelnih pravih, može se obraditi simetrala duži, udaljenost tačke od prave, udaljenost paralelnih pravih te odnos prave i kružnice.

V. PODUDARNOST FIGURA

1. *Definicija i neke osobine relacije podudarnosti*

DEFINICIJA 6. *Za figuru f kažemo da je podudarna (kongruentna) figuri f' ako se figura f može preslikati izometrično na figuru f'.*

Iz grupnih osobina izometrijskog preslikavanja slijede osobine refleksivnosti, simetričnosti i tranzitivnosti relacije podudarnosti, pa je to relacija ekvivalencije.

2. *Pravilo podudarnosti trouglova SSS*

TEOREMA 12. *Dva trougla su podudarni ako su sve tri stranice jednog trougla jednake odgovarajućim stranicama drugog trougla.*

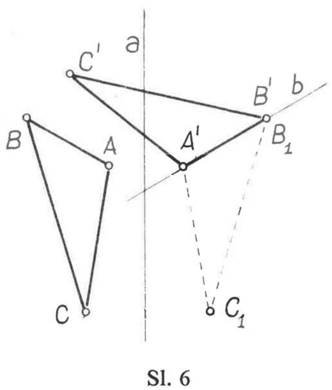
Dokaz. Neka su na slikama 6, 7 i 8 nacrtani trougli ABC i $A'B'C'$, tako da je

$$\overline{AB} = \overline{A'B'},\ \overline{AC} = \overline{A'C'} \text{ i } \overline{BC} = \overline{B'C'}.$$

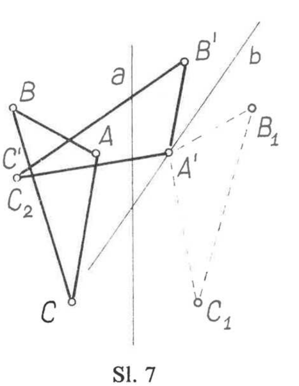
Dokažimo da postoji izometrija i u obliku jedne osne simetrije, ili kao proizvod dvije ili tri osne simetrije, koja trougao ABC preslikava u trougao $A'B'C'$.

Neka je $A \not\equiv A'$. Odredimo osu simetrije a vrhova A i A'.

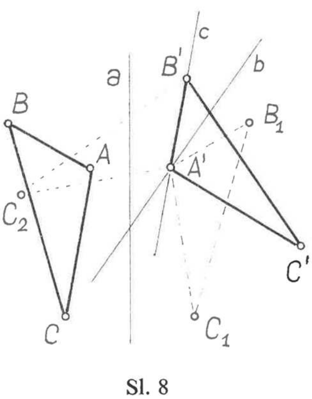
1°. Neka je pri tome $s_a(B) = B'$ (sl. 6).



Sl. 6



Sl. 7



Sl. 8

a) Ako je, uz to, $s_a(C) = C'$, tada je

$$s_a(\triangle\ ABC) = \triangle\ A'B'C', \text{ pa je } i = s_a$$

b) Ako je $s_a(C) = C_1 \not\equiv C'$, tada simetrala b tačaka C_1 i C' prolazi tačkom A' (jer je po uslovu $\overline{AC} = \overline{A'C'}$, a zbog izometrije s_a je $\overline{AC} = \overline{A'C_1}$, pa je $\overline{A'C_1} = \overline{A'C'}$). Na isti način slijedi da b sadrži tačku B'. Zato je

$$s_b s_a(\triangle\ ABC) = A'B'C', \text{ pa je } i = s_b s_a.$$

2°. Neka je $s_a(B) = B_1 \not\equiv B'$. Tada simetrala b tačaka B_1 i B' prolazi tačkom A'.

a) Ako je, pri tome $s_b(C_1) = C_2 \equiv C'$ (sl. 7), tada je

$$s_b s_a(\triangle\ ABC) = \triangle\ A'B'C', \text{ pa je } i = s_b s_a.$$

b) Ako je $C_2 \not\equiv C'$ (sl. 8), tada simetrala c tačaka C_2 i C' sadrži tačke A' i B'. Zato je

$$s_c s_b s_a(\triangle\ ABC) = \triangle\ A'B'C', \text{ pa je } i = s_c s_b s_a.$$

Ako je $A \equiv A'$, simetrala a je bilo koja prava koja sadrži tačku A, a ostalo sve ide kao i maloprije.

Tako je, u vezi s definicijom 6., pravilo *SSS* o podudarnosti trouglova dokazano, tj. važi

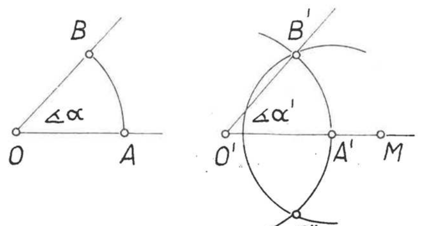
$$\left.\begin{aligned} \overline{AB} &= \overline{A'B'} \\ \overline{AC} &= \overline{A'C'} \\ \overline{BC} &= \overline{B'C'} \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \triangle\ ABC \cong \triangle\ A'B'C'.$$

3. *Podudarnost, mjerenje i upoređivanje uglova. Drugo i treće pravilo podudarnosti trouglova*

Ovdje je najvažnija teorema o »nanošenju« zadanog ugla, tj. o konstrukciji ugla α' koji je podudaran datom uglu α, tako da mu jedan krak bude zadana polupravа $O'M$. (sl. 9).

Stvar se svodi na konstrukciju tačke B' (ili B'') u kojoj se sijeku kružnice $k(O', \overline{O'A'} = \overline{OA})$ i $k(A', \overline{A'B'} = \overline{AB})$. Tada je, naime $\triangle\ OAB \cong \triangle\ O'A'B'$ (po teoremi 12.). Izometrija i koja preslikava $\triangle\ OAB$ na $\triangle\ O'A'B'$ preslikava $\measuredangle\ \alpha$ na $\measuredangle\ A'O'B'$, pa je, prema definiciji 6.,

$$\measuredangle\ \alpha' \cong \measuredangle\ \alpha.$$



Sl. 9

Tako imamo teoremu o »nanošenju« ugla.

TEOREMA 13. *Svaka poluprava je zajednički krak dva i samo dva ugla koji su podudarni datom uglu i simetrični su u odnosu na pravu koja sadrži datu polupravu.*

Sada je lako dokazati podudarnost pravih i podudarnost opruženih uglova. Zatim se obrađuje bisektrisa ugla, račun sa uglovima, mjera ugla (površno), upoređivanje uglova i jednakost unakrsnih uglova.

Pravila o podudarnosti trouglova SUS i USU lako se dokazuju koristeći se teoremom o nanošenju ugla.

VI. ROTACIJA, CENTRALNA SIMETRIJA I TRANSLACIJA

1. *Rotacija*

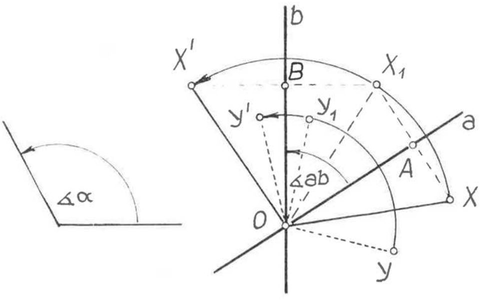
DEFINICIJA 7. *Rotacija je preslikavanje kod koga je u ravni zadana nepokretna tačka O i orijentisani ugao $\measuredangle\ \alpha$, i koje svakoj tački X ravni pridružuje tačku X' te ravni tako da bude:*

$$\overline{OX'} = \overline{OX} \text{ i } \measuredangle\ XOX' = \measuredangle\ \alpha.$$

Tačka O je centar, a $\sphericalangle\, \alpha$ je ugao rotacije.

Na osnovi definicije 7. uviđamo da skup svih rotacija oko jednog centra čini grupu. Bitne osobine rotacije slijede iz teoreme koja daje vezu između rotacije i osne simetrije.

TEOREMA 14. *Svaka rotacija r_0^a jednaka je proizvodu dvije osne simetrije $s_b s_a$ čije ose prolaze tačkom O, tako da je $\sphericalangle\, ab = \frac{1}{2} \sphericalangle\, \alpha$ (pri čemu se osa a može uzeti proizvoljno).*



Sl. 10

Dokaz. a) Neka je zadana rotacija r_0^a (sl. 10). Tada je

$$r_0^a(X) = X', \tag{1}$$

$$\overline{OX'} = \overline{OX} \quad \text{i} \quad \sphericalangle XOX' = \sphericalangle\, \alpha. \tag{2}$$

Neka je a, $a \supset \{0\}$ proizvoljna prava. Ako je tačka $X_1 = s_a(X)$, tada je $\overline{OX_1} = \overline{OX}$, pa je, zbog (2), $\overline{OX_1} = \overline{OX'}$, i simetrala b duži X_1X' sadrži tačku O. Zato je $X' = s_b(X_1) = s_b s_a(X)$, pa je, zbog (1),

$$r_0^a = s_b s_a.$$

Lako je uočiti da je, zbog simetrija s_a i s_b $\sphericalangle\, XOX' = 2 \sphericalangle\, AOB$, tj.

$$\sphericalangle\, \alpha = 2 \sphericalangle\, ab.$$

Može se dokazati da, uz odabranu pravu a, položaj prave b ne zavisi od tačke X. Neka je, naime $r_0^a(Y) = Y'$, pa pošto je $\sphericalangle\, YOY' = \sphericalangle\, XOX' = \sphericalangle\, \alpha$, to je

$$\sphericalangle\, YOX = \sphericalangle\, Y'OX'. \tag{1}$$

Zatim je $\sphericalangle\, Y_1OX_1 = s_a(\sphericalangle\, YOX)$, pa je

$$\sphericalangle\, YOX = -\sphericalangle\, Y_1OX_1, \tag{2}$$

jer osna simetrija preslikava ugao na suprotni ugao. Iz odnosa (1) i (2) slijedi da je $\sphericalangle\, Y'OX' = -\sphericalangle\, Y_1OX_1$, a pošto je $OX' = s_b(OX_1)$, slijedi da je prava b osa simetrije i krakova OY' i OY_1, čime je tvrdnja dokazana.

b) Dokažimo da važi i obrnuto. Neka je na slici 10 dat proizvod $s_b s_a$ osnih simetrija s_a i s_b čije se ose a i b sijeku u tački O. Tada se lako vidi da važi

$$\overline{OX'}(= \overline{OX_1}) = \overline{OX} \text{ i } \sphericalangle\, XOX' = 2 \sphericalangle\, ab,$$

pa se tačka X' može dobiti kao slika tačke X pri rotaciji r_0^a, gdje je $\sphericalangle\, \alpha = 2 \sphericalangle\, ab$. Time je teorema 14. dokazana, a može se simbolički zapisati ovako:

$$[a \cap b = \{O\} \wedge \sphericalangle\, ab = \tfrac{1}{2} \sphericalangle\, \alpha] \Rightarrow r_0^a = s_b s_a.$$

Pošto je proizvod osnih simetrija izometrija, i pošto proizvod dvije osne simetrije dovodi do direktno podudarnih figura, iz teoreme 14. slijede ove posljedice:

a) rotacija je izometrija; ona duž preslikava u jednaku duž;
b) rotacija preslikava pravu u pravu, a polupravu u polupravu;
c) rotacija preslikava figuru u direktno podudarnu figuru.

2. *Centralna simetrija*

DEFINICIJA 8. *Rotaciju čiji je ugao rotacije opruženi ugao zovemo centralna simetrija.*

Iz teoreme 14. slijedi da se svaka centralna simetrija može svesti na proizvod dvije osne simetrije (čije su ose normalne).

Centralna simetrija ima osobine a), b) i c) u 1., pri čemu je sada osobina b) specifična, što izražava slijedeća teorema.

TEOREMA 15. *Centralna simetrija preslikava pravu u paralelnu pravu, a polupravu u paralelnu polupravu suprotnog smjera.*

U dokazu ove teoreme koristi se aksioma paralelnosti.

Sada se mogu dokazati neke teoreme o centralnoj simetriji dvije paralelne prave, odnosno o centralnoj simetriji pruge, odakle slijedi Talesova teorema.

Navešću i dvije istaknute teoreme o vektorima u vezi sa centralnom simetrijom.

TEOREMA 16. *Centralna simetrija preslikava vektor u suprotan vektor.*

Teorema slijedi iz teoreme 15. i aksiome o nanošenju duži.

TEOREMA 17. *Kod ekvipolentnih vektora $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{CD}$ važi:*

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}.$$

Ova teorema koristi se za dokazivanje da zbir vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$ ne zavisi od toga na koji vektor iz klase vektora ekvipolentnih sa $\vec{a}$ nadovežemo vektor iz klase vektora ekvipolentnih sa $\vec{b}$. Ta teorema koristi se i za dokazivanje komutativnosti zbira vektora, kao i za izvođenje nekih osobina translacije.

3. *Translacija*

DEFINICIJA 9. *Preslikavanje koje proizvoljnoj tački X ravni pridružuje tačku X' tako da je vektor $\overrightarrow{XX'}$ ekvipolentan datom vektoru $\vec{m}$ zove se translacija.*

Lako se uviđa da je translacija bijektivno preslikavanje. Skup svih translacija čini grupu.

Osnovne osobine translacije slijede iz sljedeće teoreme koja daje vezu između translacije i osne simetrije.

TEOREMA 18. *Svaka translacija $t_{\vec{m}}$ identična je proizvodu $s_b s_a$ dvije osne simetrije paralelnih osa koje su normalne na $\vec{m}$, tako da je $\overrightarrow{ab} = \frac{1}{2}\vec{m}$ (pri čemu se osa $a \perp \vec{m}$ može uzeti proizvoljno).*

U teoremi je $\overrightarrow{ab}$ oznaka za vektor koji je normalan na a, usmjeren je od a prema b, a dužina mu je jednaka širini pruge ab.

Dokaz. a) Neka je na slici 11 zadana translacija $t_{\vec{m}}$. Tada je

$$t_{\vec{m}}(X) = X', \overrightarrow{XX'} = \vec{m}. \quad (1)$$

Povucimo neku pravu $a \perp \vec{m}$ i odredimo tačku $X_1 = s_a(X)$. Tačke X, X_1 i X' kolinearne su (jer je $XX_1 \perp a$ i $XX' \perp a$), pa je simetrala b duži X_1X' paralelna sa a. Sada je $X' = s_b s_a(X)$, pa je zbog (1)

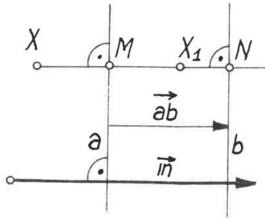
$$t_{\vec{m}} = s_b s_a.$$

Osim toga je $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{XX'}$, tj.

$$\overrightarrow{ab} = \tfrac{1}{2}\vec{m}.$$

b) Dokažimo da važi i obrnuto. Neka je zadan proizvod $s_b s_a$ osnih simetrija čije su ose a i b paralelne. Tada je $X' = s_b s_a(X)$ i $\overrightarrow{XX'} = 2\overrightarrow{ab}$.

Translacija $t_{\vec{m}}$, čiji je vektor translacije $\vec{m} = 2\overrightarrow{ab}$, preslikava tačku X u X', pa je



Sl. 11

$$s_b s_a = t_{\vec{m}}.$$

Time je teorema 18. dokazana. Ona se može simbolički zapisati ovako:

$$[a \parallel b \perp \vec{m} \wedge \overrightarrow{ab} = \tfrac{1}{2}\vec{m}] \Rightarrow t_{\vec{m}} = s_b s_a.$$

Iz teoreme 18. slijede osobine a), b) i c) navedene kod rotacije. Neke posebne osobine translacije izražava slijedeća teorema i njene posljedice.

TEOREMA 19. *Translacija preslikava vektor u ekvipolentni vektor.*

Ova teorema slijedi neposredno iz teoreme 17. Posljedice teoreme 19. su: translacija preslikava duž u paralelnu duž, pravu u paralelnu pravu, a polupravu u paralelnu polupravu istog smjera.

VII. OSVRT NA IZLOŽENO

1. Aksiomatsko uvođenje rastojanja dosta je prirodno. Osobine rastojanja uvedene tom aksiomom svojina su iskustva učenika. S druge strane uvođenje te aksiome omogućava da se zaobiđu neka druga razmatranja, koja se ranije nisu dala izbjeći, kao što je mjerenje duži, posmatranje odnosa između stranica trougla (jer je to sadržano u aksiomi), aksiome neprekidnosti (jer su na određen način implicirane u aksiomi rastojanja i njenim posljedicama).

Istina, u vezi s mjerenjem može se prigovoriti da se lišavamo jedne pogodne šanse da na najjednostavnijem slučaju mjerenja (duži) upoznamo učenike s iracionalnim brojevima. Evo nekih odgovora na to. Prvo, to mjerenje može se posmatrati i u algebri. Drugo, pitanje mjerenja jedno je od najtežih pitanja u srednjoškolskoj matematici. Spoznajne mogućnosti učenika nisu još dovoljno razvijene, pa oni bitne momente kod mjerenja usvajaju samo površno. Najzad, u školama u kojima se matematika radi sa manjim brojem časova (srednje stručne škole), upravo treba izbjegavati iole detaljnije razmatranje mjerenja.

2. Mislim da nema osobite poteškoće da se aksijalna simetrija uvede strogo. Odnos između kružnica, obrađen iza aksiome rastojanja, vodi na konstrukciju, definiciju i teoremu simetrije. Kada se izvedu osobine osne simetrije i definiše normalnost pravih, kada se obradi simetrala duži, udaljenost tačke od prave, udaljenost između paralelnih pravih i odnos prave i kružnice, tada su pripremljena najvažnija mjesta za sva kasnija izlaganja: poudarnost, rotaciju, centralnu simetriju i translaciju.

Moguć je i drugi pristup rotaciji, centralnoj simetriji i translaciji. Ta preslikavanja mogu se definisati direktno kao proizvod dvije osne simetrije. Uglavnom tako se i radi u knjigama [1] i [2]. Tada osnovne osobine tih preslikavanja (osobine a), b) i c) u VI, 1.) slijede neposredno iz definicija, a naše definicije 7., 8. i 9. izlaze kao izvedeni stavovi. Mom pedagoškom ukusu više odgovara uvođenje ovih preslikavanja preko deđnicija 7., 8. i 9. Prvo zbog toga što su učenici i u osnovnoj školi ta preslikavanja upoznali na isti način (iako manje strogo), pa im je tako definisanje prirodnije. Drugo, definisanje preko proizvoda osnih simetrija može učenika dovesti do nedoumice: kakvo preslikavanje će biti proizvod tri i više osnih simetrija, sa raznim kombinacijama u odnosu između osa, tj. hoće li se dobiti neka izometrija koju učenici ne poznaju. Najzad, na osnovi definicija 7., 8. i 9. jednostavnije se uočavaju grupne osobine posmatranih preslikavanja.

3. Uočimo da u ovakvom pristupu nema govora o aksiomama kretanja. Kongruencija nije zasnovana na kretanju, nego na izometrijskom preslikavanju. Nedoumice tu nema. Aksijalna simetrija, rotacija, centralna simetrija i translacija su geometrijska kretanja. Moguće je i poželjno to i naglasiti nakon upoznavanja tih preslikavanja. Prije matematičkog definisanja pojmova, korisno je te pojmove prethodno približiti učenicima ilustracijama iz fizičkog prostora i života. Meni se, međutim, čini da je izbjegavanje termina »kretanje« do određenog časa upravo pedagoški opravdano. Tu je iskustvo učenika previše jako, pa mnogi od njih ostanu uvijek vezani za teren fizičkog premještanja, a od tako sputanog pogleda na kretanje u geometriji do vulgarizacije dokazivanja stavova nije daleko.

LITERATURA

[1] Krigovskaja Z. *Geometrija* — prevod s poljskog, Moskva, 1971.
[2] Prvanović M., *Matematika za I razred stručnih škola — geometrija*, Beograd 1970.
[3] Queysanne M., Revuz A., *Mathematique — geometrie* (tome 3, terminales CE), Paris 1972.
[4] Thom R., *Moderna matematika — vzgojna in filozofska zmota?*, Obzornik mat. fiz. **19** (1972) 161.
[5] Fetisov A. I., *Geometrija*, Moskva 1963.

UTRINKI

Nove knjige

Umetnost — Šport

Jamnik, Rajko: Teorija iger. Ponatis. Slike je narisal Ivan Jurečič. Opremila Nana Lesnika. Izdalo Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS. DZS, Ljubljana 1973. 255 + (I) str. (Knjižnica Sigma.) Broš. 56,00 din.

Izbral iz »Naših razgledov«, dne 22. februarja 1974
Ciril Velkovrh

Ali je konec znanosti blizu?

»Mislim, da so že napravili 99% znanstvenih odkritij, ki se nanašajo na človeške zadeve. To nikakor ne zmanjšuje pomena znanosti, zahteva pa precej drugačen pristop...«

M. Burnet, *After the Age of Discovery*, New Scientist, **52** (1971) 96.

Opomba: Sir Macfarlane Burnet je znan avstralski imunobiolog in Nobelov nagrajenec, ki je zbudil 1947 in 1971 pozornost s knjigo *Dominant Mamal* (*Vladajoči sesalec*).

Odklanjanje rokopisov

S. A. Goudsmit, urednik revije *Physical Review Letters*, večkrat zapiše kako krepko. V zadnjem uvodniku je ugotovil, da je njegova revija, ki objavlja kratke aktualne prispevke v obliki pisem, prinesla 1973 za 20% manj prispevkov kot leto prej. Število rokopisov, ki so jih avtorji poslali v objavo, pa se je zmanjšalo samo za 3%. Iz tega sledi, da so 1973 odklonili še več rokopisov (60%) kot leto prej (50%). Goudsmit se pritožuje nad velikimi stroški, ki jih zahteva poslovanje uredništva zaradi odklanjanja rokopisov.* Vzroke za to išče v dejstvu, da pošljejo v zadnjem času vsak rokopis dvema neodvisnima recenzentoma ali v resničnem znižanju ravni rokopisov. Zajedljivo omenja dve možnosti za pocenitev poslovanja; pri obeh naj bi odpravili recenzije. Pri prvi bi objavili vse poslane rokopise in bi potrebovali v uredništvu samo uradnika, ki bi na rokopis udaril žig z datumom. Pri drugi pa bi objavili samo prispevke najbolj znanih fizikov in bi potrebovali le računalnik, ki bi mu posredovali podatke o najpogosteje citiranih fizikih iz *indeksa citiranih del.* (*Science Citation Index*, ki ga izda vsako leto Institute for Scientific Information v Philadelphiji, vsebuje seznam citiranih virov v člankih iz dva tisoč znanstvenih revij.) Obe možnosti sta po Goudsmitovem mnenju enako nesprejemljivi. Če bi objavili vse, bi bila znanost »prepoceni«, če pa bi se ozirali samo na indeks citiranih del, bi bilo znanosti kmalu konec. Posebej se Goudsmit jezi na sociologe, ki zagovarjajo misel, da prispeva k znanosti samo maloštevilna elita. Po njegovem mnenju je indeks koristno pomagalo pri iskanju po literaturi, ne bi ga pa smeli zlorabljati v druge namene, na primer pri izbiri kandidatov za službo.
Janez Strnad

* Te zadrege žal (včasih zmanjka rokopisov) ali na srečo (ni dodatnih stroškov) pri Obzorniku ni.

Obzornik mat. fiz. **21** (1974) 6

NEKAJ O ALGEBRSKI TOPOLOGIJI

PETER PETEK

AMS Subj. Class (1970) 18—01

V tem članku — in še dveh* — namerava avtor predstaviti bralcu klasični primer iz algebrske topologije — homologijo simplicialnih poliedrskih kompleksov.

SOMETHING ON ALGEBRAIC TOPOLOGY

In this article — and two more — the author intends to present a "classical" subject of algebraic topology, the homology of simplicial polyhedral complexes.

C. Homologija simplicialnih kompleksov

V pričujočem tretjem poglavju o algebrski topologiji združimo in uporabimo vse, kar je bilo povedano v prvih dveh. Prvo poglavje je bilo čisto algebrsko, drugo geometrijsko; tretje združi geometrijo in algebro.

Vsakemu simplicialnemu kompleksu bomo priredili kompleks verig in temu poiskali homološko grupo; simplicialni preslikavi bo ustrezala verižna preslikava in nato homomorfizem Abelovih grup.

Predno se lotimo definicij, izrekov in dokazov, po domače povejmo, kaj dela homologija. Luknje šteje v topoloških prostorih! In ker so luknje lahko hudo različne — luknje različnih dimenzij — mora biti tudi homologija lepo stopničasta. Če je topološki prostor sestavljen iz dveh točk, zija med tema dvema točkama prepad — luknja dimenzije ena. Krožnica ima v sredi luknjo dimenzije dve. In znotraj žoge je votlina — trodimenzionalna luknja. Vendar, pozor! Luknja dimenzije n da generator v homološki grupi dimenzije $n-1$.

Na sliki B. 2. narisani polieder ima luknjo dimenzije ena med obema kosoma $\{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ in $\{a_6, a_7, a_8\}$ in luknjo dimenzije dve znotraj praznega trikotnika $\{a_2, a_3, a_4\}$.

Po tem »gospodinjskem« uvodu se priležе nekaj strožjega.

Imejmo simplicialni kompleks $\mathcal{C}$. Nad njim zgradimo kompleks verig C takole: verige dimenzije n naj bodo formalne linearne kombinacije (s celimi koeficienti) n-simpleksov iz $\mathcal{C}$. Ali z drugimi besedami: grupa C_n je prosta Abelova grupa nad množico n-simpleksov $\mathcal{C}_n$ kompleksa $\mathcal{C}$. V negativnih dimenzijah vzemimo trivialne grupe. Potrebujemo še predpis za mejo v kompleksu verig. Dovolj bo, če vemo za mejo simpleksa. Spomnimo se, da smo v B. z $\partial_i(\alpha)$ označili i-to stranico simpleksa α in zapišimo:

Definicija 1. Bodi α simpleks v $\mathcal{C}$. Njegova meja (kot verige v C) naj bo $\partial\alpha = \sum_{i=1}^{n+1}(-1)^{i-1}\partial_i(\alpha)$.

Torej je meja simpleksa tisto, kar si geometrijsko predstavljamo pod mejo — vse stranice simpleksa — vendar upoštevamo pri tem orientacijo stranic v meji. Če naj bo ∂ res meja, kakršna pritiče kompleksu verig, mora biti $\partial^2 = 0$.

Izrek 2. Kvadrat meje ∂: $C \to C$ iz definicije 1 je trivialen: $\partial^2 = 0$.

Posledica 3. (C, ∂) je nenegativno stopničast kompleks verig.

Ker dobimo take komplekse verig iz geometrijskih situacij, jim bomo rekli kar *geometrijski kompleksi verig.*

---

* Prva dva članka s tem naslovom sta izšla v Obzorniku mat. fiz. **21** (1974) str. 26 in 135.

Dokaz izreka 2. Naj bo $\alpha = \{a_1, a_2, \dots a_{n+1}\}$ n-simpleks v kompleksu $\mathcal{C}$. Pri računanju kvadrata meje se pojavijo simpleksi dimenzije $(n - 2)$, ki so stranice simpleksa α. Pokažimo, da se pojavi vsak $(n - 2)$-simpleks iz meje simpleksa α natanko dvakrat in sicer enkrat z znakom plus, enkrat z znakom minus. $(n - 2)$-simplekse dobimo tako, da izpustimo dve od oglišč, a_i in a_j $(i < j)$. Označimo tako dobljeni simpleks z $\partial_{ij}(\alpha)$. Izpustimo pa lahko najprej prvo oglišče in potem drugo ali obratno. Ločimo štiri primere:

(a) Obe oglišči sta lihi. Če izpustimo najprej oglišče a_j z večjim indeksom, ostane oglišče a_i liho in simpleks $\partial_{ij}\alpha$ ima isto orientacijo kot α. Če pa najprej izpustimo a_i, postane a_j sodo oglišče in ko izpustimo še tega, se orientacija obrne.

(b) Obe oglišči sta sodi. Če izpustimo najprej večje in potem manjše oglišče, se orientacija dvakrat obrne in se ujema z orientacijo α. Sicer pa se obrne le enkrat.

(c) a_i je liho, a_j sodo. Izpustimo najprej a_j in potem a_i. Prvič se orientacija obrne, drugič ne; pristanemo v nasprotni orientaciji. Pri zamenjanem vrstnem redu postane vmes a_j tudi liho oglišče in orientacija ostane.

(d) a_i sodo, a_j liho. Spet — ko izpustimo večjega in nato manjšega, se orientacija enkrat zavrti. Če pa najprej manjšega in nato večjega, sledi dvakratni obrat orientacije.

Zdaj ko smo se prepričali, da je vse v redu, je jasno, kaj je homološka grupa simplicialnega kompleksa.

Definicija 4. Homološka grupa simplicialnega kompleksa $H_n(\mathcal{C})$ je homološka grupa prirejenega verižnega kompleksa $H_n(C)$.

Kako je s preslikavami? Vzemimo simplicialno preslikavo f: $\mathcal{C} \to \mathcal{D}$. Kakšna naj bo prirejena verižna preslikava $f_.$: $C \to D$? Lahko se je odločiti za izrojene simplekse. Na teh naj bo $f_.$ kar nič. Če simpleksa $\alpha = \{a_{i1}, a_{i2}, \dots a_{ir}\}$, $i_1 < i_2 < \dots < i_r$ preslikava f ne izrodi, se α preslika povratno enolično na simpleks $\beta = \{b_{j1}, b_{j2}, \dots b_{jr}\}, j_1 < j_2 < \dots < j_r$, seveda ne nujno prvo oglišče v prvo, drugo v drugo itd. Če hočemo slike $f(a_{ik})$ urediti, moramo uporabiti sodo ali liho permutacijo σ. V prvem primeru je slika verige α kar veriga β, v drugem pritaknemo še negativni znak: $f_.(\alpha) = (-1)^\sigma\beta$. (Simbol $(-1)^\sigma$ nam pomeni $+1$, če je permutacija σ soda, in -1, če je liha).

Izrek 5. Simplicialni preslikavi f: $\mathcal{C} \to \mathcal{D}$ prirejena preslikava $f_.$: $C \to D$ je verižna preslikava.

Za dokaz moramo preveriti, da komutira z mejo $f_.\,\partial = \partial\, f_.$

Vzemimo simpleks $\alpha = \{a_1, a_2, \dots a_r\}$, ki se preslika v simpleks $\beta = \{b_1, b_2, \dots b_s\}$ $(s \leq r)$. Če je $s < r - 1$, sta oba kompozita $\partial f_.$ in $f_.\partial$ trivialna, ker f izrodi simpleks α in vse njegove stranice, ki mu tvorijo mejo.

Naj bo zdaj $s = r - 1$. Simpleks α se izrodi, zato je $\partial f_.(\alpha) = 0$. Naj se preslikata a_i in a_j oba v b_k. Stranici $\partial_i(\alpha)$ in $\partial_j(\alpha)$ sta tedaj neizrojeni. Recimo, da je σ_i permutacija $s = r - 1$ elementov, ki prevede $(b_1, b_2, \dots b_s)$ v $(f(a_1), f(a_2), .. f(a_{i-1}), f(a_{i+1}), \dots f(a_r))$, in σ_j analogna permutacija. Če sta a_i in a_j lihi oglišči, sta permutaciji σ_i in σ_j različnih znakov. Oglejmo si namreč permutacijo τ, ki prevede $(f(a_1), \dots f(a_{i-1}), f(a_{i+1}), \dots f(a_r))$ v $(f(a_1), \dots f(a_{j-1}), f(a_{j+1}), \dots f(a_r))$. Če je npr. $i < j$, mora $f(a_j)$ zamenjati mesto zaporedoma z $f(a_{j-1}), \dots f(a_{i+1})$ torej z $j - i - 1$ elementi; ker sta j in i oba iste parnosti, je to število liho in τ liha permutacija. Slično sklepamo, ko sta oba indeksa soda ali različne parnosti.

Naj bo zdaj preslikava f na α neizrojena, torej $s = r$. Spet označimo s σ permutacijo, ki prevede $(b_1, b_2, \dots b_r)$ v $(f(a_1), \dots f(a_r))$. Stranica $\partial_i(\alpha)$ se preslika v stranico $\partial_{\sigma(i)}(\beta)$. Zanima nas le, če sta orientaciji, ki ju dobimo po eni ali drugi poti, enaki.

Permutacijo σ napravimo v dveh korakih. Najprej z zaporednimi sosednimi transpozicijami prevedemo i v $\sigma(i)$ — za to potrebujemo $|\sigma(i) - i|$ transpozicij — nato pa še permutiramo preostala oglišča s permutacijo σ_i. Če sta i in $\sigma(i)$ iste parnosti, potrebujemo za prevedbo i v $\sigma(i)$ sodo število transpozicij, če sta nasprotne parnosti, je število transpozicij liho. Koeficient pri $\partial_{\sigma(i)}(\beta)$ je

$$\text{pri } f.\ \partial\,(\alpha) \text{ enak } (-1)^{i-1}\,(-1)^{\sigma i}$$
$$\text{pri } \partial f.\,(\alpha) \text{ enak } (-1)^{\sigma(i)-i}\,(-1)^{\sigma i}\,(-1)^{\sigma(i)-1}$$

Oba koeficienta sta enaka in izrek dokazan.

Predpis, ki nam pove, kako iz simplicialne preslikave dobimo verižno, je tak, da kompozitu dveh simplicialnih preslikav ustreza kompozitum verižnih preslikav. In identični simplicialni preslikavi ustreza identična verižna preslikava. Ta predpis je tedaj *funktor* iz simplicialne kategorije v verižno kategorijo. (Glej Ivan Vidav: O kategorijah in algebrski K-teoriji, Postdiplomski seminar iz matematike 1970/71 in Ivan Vidav: O kategorijah in funktorjih, Obzornik **11** (1964), str. 1—12). Prav tako je funktor predpis, ki verižnemu kompleksu priredi stopničasto grupo, njegovo homološko grupo. Narišemo diagram

$$\mathcal{S} \xrightarrow{V} \mathcal{V} \xrightarrow{H} \mathcal{G}$$

Oznake so jasne: $\mathcal{S}$ pomeni simplicialno kategorijo, $\mathcal{V}$ verižno in $\mathcal{G}$ stopničasto. V je verižni funktor in H homološki.

Oglejmo si zdaj kakšen prav preprost primer v podrobnostih. Vzemimo dva kompleksa $\mathcal{C}$ in $\mathcal{D}$ in preslikavo f med njima. Vse je na sliki:

Brez težav se lahko kar na sliki prepričamo, da je preslikava res simplicialna. Zaradi krajše pisave smo dali imena vsem nastopajočim simpleksom. Opis simplicialnega kompleksa lahko kar opustimo. Začnimo z verižnim kompleksom C, ki pripada simplicialnemu $\mathcal{C}$!

$$C_0 = \mathbf{Z}(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$$
$$C_1 = \mathbf{Z}(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6)$$
$$C_2 = C_3 = \ldots = 0$$

Mejni operator je preprost

$$\partial A_1 = a_2 - a_1$$
$$\partial A_2 = a_3 - a_2$$
$$\ldots$$
$$\partial A_6 = a_6 - a_1$$
$$\partial a_1 = \partial a_2 = \ldots = \partial a_6 = 0$$

V dimenziji nič je vsaka veriga cikel $C_0 = Z_0$. Meje so tiste linearne kombinacije $\sum \alpha_i a_i$, ki jih moremo zapisati kot vsoto mej $\sum \beta_i \partial A_i$. Kratek račun nam pokaže, da je to možno natanko tedaj, ko je vsota koeficientov $\sum \alpha_i$ enaka nič. Dve verigi sta homologni, če imata isto vsoto koeficientov. Ekvivalenčnih razredov je toliko kot naravnih števil. Vsota koeficientov $\sum \alpha_i$ določa razred cikla, za generator moremo vzeti kar prvo oglišče a_1

$$H_0(C) = \mathbf{Z}(a_1) \cong \mathbf{Z}$$

Ciklov v dimenziji ena tudi ne bo težko najti:

Recimo, da je $\alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 + \alpha_3 A_3 + \alpha_4 A_4 + \alpha_5 A_5 - \alpha_6 A_6$ cikel

(Znak minus smo pridali šestemu koeficientu zaradi lepšega rezultata)

$$\partial\,(\alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 + \alpha_3 A_3 + \alpha_4 A_4 + \alpha_5 A_5 - \alpha_6 A_6) = 0$$
$$\alpha_1(a_2 - a_1) \ldots - \alpha_6(a_6 - a_1) = 0$$

Če uredimo po vrhovih simpleksa

$$(\alpha_6 - \alpha_1)a_1 + (\alpha_1 - \alpha_2)a_2 + \ldots + (\alpha_5 - \alpha_6)a_6 = 0$$

vidimo, da morajo biti vsi koeficienti enaki

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_6$$

Cikli so vsi mnogokratniki generatorja $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 - A_6$; ker mej ni, smo že našli homološko grupo

$$H_1(C) = \mathbf{Z}(A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 - A_6) = \mathbf{Z}$$

Verižni kompleks simplicialnega kompleksa $\mathcal{D}$ je takle:

$$D_0 = \mathbf{Z}(b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)$$
$$D_1 = \mathbf{Z}(B_1, B_2, B_3, B_4, B_5)$$
$$D_2 = \mathbf{Z}(T)$$
$$D_3 = D_4 = \ldots = 0$$

in njegova meja

$$\partial b_1 = \partial b_2 = \ldots = \partial b_5 = 0$$

$$\partial B_1 = b_2 - b_1 \qquad \partial B_4 = b_4 - b_2$$
$$\partial B_2 = b_3 - b_2 \qquad \partial B_5 = b_4 - b_3$$
$$\partial B_3 = b_3 - b_1 \qquad \partial T = B_2 - B_4 + B_5$$

V dimenziji nič je spet vsaka veriga cikel. Kdaj je veriga $\sum \beta_i b_i$ meja?

$$\sum \beta_i b_i = \partial \sum \gamma_j B_j = \gamma_1(b_2 - b_1) + \gamma_2(b_3 - b_2) + \gamma_3(b_3 - b_1) + \gamma_4(b_4 - b_2) + \gamma_5(b_4 - b_3)$$

Če uredimo po ogliščih, dobimo sistem enačb

$$\beta_1 = -\gamma_1 - \gamma_3$$
$$\beta_2 = \gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_4$$
$$\beta_3 = \gamma_2 + \gamma_3 - \gamma_5$$
$$\beta_4 = \gamma_4 + \gamma_5$$
$$\beta_5 = 0$$

ki je rešljiv natanko takrat, ko je $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 0$ in $\beta_5 = 0$. Za generatorja homološke grupe lahko izberemo b_1 in b_5, tako da je $H_0(D) = \mathbf{Z}(b_1, b_5) = \mathbf{Z} \oplus \mathbf{Z}$

Naj bo $x = \beta_1 B_1 + \beta_2 B_2 + \beta_3 B_3 + \beta_4 B_4 + \beta_5 B_5$ cikel v dimenziji ena!

$$\beta_1(b_2 - b_1) + \beta_2(b_3 - b_2) + \beta_3(b_3 - b_1) + \beta_4(b_4 - b_2) + \beta_5(b_4 - b_3) = 0$$

Preuredimo po ogliščih in dobimo enačbe

$$\beta_1 + \beta_3 = 0 \qquad \beta_3 = -\beta_1$$
$$\beta_1 - \beta_2 - \beta_4 = 0 \qquad \beta_4 = \beta_1 - \beta_2$$
$$\beta_2 + \beta_3 - \beta_5 = 0 \qquad \beta_5 = -\beta_1 + \beta_2$$
$$\beta_4 + \beta_5 = 0 \qquad \text{(Zadnja enačba je že odvisna)}$$

β_1 in β_2 moremo tedaj svobodno izbrati, pa dobimo cikel ob upoštevanju zgornjih vezi. Vzemimo najprej $\beta_1 = 1$ in $\beta_2 = 0$; pred nami je cikel

$$c_1 = B_1 - B_3 + B_4 - B_5$$

Geometrično si ga moremo zamisliti kot cikel, ki omejuje četverokotnik b_1, b_2, b_4, b_3. Drugi cikel ($\beta_1 = 0, \beta_2 = 1$)

$$c_2 = B_2 — B_4 + B_5$$

pomeni mejo trikotnika T. Vsak nadaljnji cikel je linearna kombinacija zgornjih dveh, ki sta pa seveda neodvisna

$$Z_1(D) = \mathbf{Z}\,(c_1, c_2) \cong \mathbf{Z} \oplus \mathbf{Z}$$

No, ker je meja ena sama $B_1 = \mathbf{Z}\,(\partial T) = \mathbf{Z}\,(c_2)$ in to ravno drugi cikel v našem zapisu, pri prehodu na homološko grupo ta sumand odpade in je

$$H_1(D) = \mathbf{Z}\,(c_1) \cong \mathbf{Z}$$

Seveda ni nujno, da generiramo to grupo ravno s ciklom c_1. Vsak ekvivalenten (homologen) cikel je dober.

Netrivialnih ciklov dimenzije 2 očitno ni in je zato $H_2(D) = 0$; ravno tako so trivialne vse višje homološke grupe.

Tako, objekta smo s homološkim funktorjem že prevedli iz ene kategorije v drugo. Isto napravimo še s preslikavo f.

V dimenziji nič je preprosto, saj je $f(a_1) = b_1$ in se zato generator a_1 preslika v enega od generatorjev grupe $H_0(D)\colon f_*(a_1) = b_1$.

Kaj je slika generatorja $g = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 — A_6$ grupe $H_1(C)$?

Pogledamo na sliko in upoštevamo pravilo za tvorjenje verižne preslikave, pa imamo

$$f.(g) = B_1 + B_2 — B_3 + B_1 + B_2 — B_3 = 2(c_1 + c_2)$$

V homologiji cikel c_2 odpade

$$f_*(g) = 2c_1$$

Tako vidimo, da preslikava $f_*\colon H_1(C) \to H_1(D)$ ni izomorfizem, čeprav sta sicer grupi izomorfni. Cikel iz kompleksa C se dvakrat »navije« okrog cikla v kompleksu D.

Grupa H_0 šteje komponente povezanosti. Ali natančneje

Izrek 6. Bodi $\mathcal{C}$ kompleks z r komponentami. Grupa $H_0(\mathcal{C})$ je prosta Abelova z r generatorji, torej ranga r. Za generatorje moremo izbrati oglišča $a_{i1}, a_{i2}, \ldots a_{ir}$, katerih vsako leži v drugi komponenti.

Dokaz ni prav nič težak. V verigi lahko ekvivalentne točke zamenjamo, sprememba, ki jo veriga pri tem utrpi, je enaka meji. Homologija takih sprememb ne opazi. Vsaka meja je vsota mej daljic, t. j. razlik ekvivalentnih oglišč. Ker je vsaka 0-veriga hkrati cikel, je to vse, kar potrebujemo. Zapišemo poljubno 0-verigo c s pomočjo ekvivalentnih sprememb kot kombinacijo $c = \sum_{j=1}^{r} \alpha_j a_{ij}$ in smo pri kraju.

Poglejmo še homološke grupe simpleksa in njegove meje.

Izrek 7. Homološke grupe simpleksa so vse trivialne razen H_0, ki je izomorfna grupi celih števil.

Dokaz. Grupo v dimenziji nič nam da prejšnji izrek. Vzemimo torej $i > 0$ in poiščimo i-cikle. Vsako i-dimenzionalno verigo c iz verižnega kompleksa simpleksa moremo zapisati

$$c = a_1 c' + c''$$

kjer pomeni c'' vsoto tistih simpleksov, kjer a_1 ne nastopa in $a_1 c'$ simplekse, ki vsebujejo a_1. Oznaka pomeni še tole: če izpustimo v vseh simpleksih prvo oglišče a_1, ostane še veriga c'. Naj bo c tudi cikel

$$0 = \partial\, c = c' — a_1\, \partial\, c' + \partial\, c''$$

Enačba potrebuje malo pojasnila. Bodi namreč $a_1 s' = \{a_1, a_{i1}, \ldots a_{ir}\}$ simpleks. V njegovi meji nastopa simpleks $s' = \{a_{i1}, \ldots a_{i1}\}$ z znakom $+$, ker je a_1 gotovo prvo oglišče. Ostale sumande v meji dobimo tako, da meji s' dodamo še oglišče a_1. Pri tem moramo upoštevati, da se parnost vsakega oglišča ravno zamenja — odtod znak minus v enačbi.

Ker $a_1 \partial c'$ združuje simplekse, ki vsebujejo a_1, in ostala člena $c' + \partial c''$ simplekse brez tega oglišča, morajo biti vsak zase nič

$$a_1 \partial c' = 0 \Rightarrow \partial c' = 0$$

$$c' + \partial c'' = 0$$

Zdaj se še prepričamo, da je c tudi meja

$$\partial (a_1 c'') = c'' - a_1 \partial c'' = c'' + c' = c$$

in izrek je dokazan.

Podobno dobimo še

Izrek 8. Bodi kompleks $\mathcal{D}$ meja n-simpleksa α. Njegove homološke grupe so enake

$$H_i(\mathcal{D}) \cong \begin{cases} Z & i = 0, n-1 \\ 0 & i \neq 0, n-1 \end{cases}$$

Razlika je zdaj samo ta, da meja simpleksa α (kot verige) ni več meja v kompleksu D, ker simpleksa α ni več zraven. Je pa še vedno cikel in ta generira $(n-1)$-to homološko grupo.

Bralec naj poskusi na pamet, brez računanja, določiti homološke grupe kompleksa s slike B 2. in izbrati generatorje.

Brez dokaza povejmo, da homološka grupa ni odvisna od numeracije oglišč.

Tako kot smo tu računali homološke grupe, so jih računali že v začetku stoletja. Že takrat je bilo jasno, da ni važno, kako je polieder razrezan; vedno dobimo isto grupo. Tudi omejitev na poliedre je bilo moč obiti. Tako imenovana singularna homologija je definirana za vse topološke prostore in zvezne preslikave. Predstavitev topološkega prostora s poliedrom in razrez le-tega se pokaže le kot tehnični pripomoček. Če pogledamo s temi očmi na izrek 8., vidimo, da smo izračunali homološke grupe sfer.

Kakšen je pomen homologije kot funktorja, ki »prevaja« iz topologije v algebro? S tem, ko problem prevedemo iz topološke kategorije v kategorijo stopničastih grup, se problem poenostavi, saj je laže delati z grupami kot s topološkimi prostori in zveznimi preslikavami. Seveda se pa pri prevodu nekaj informacije izgubi. Tako nam da rešitev problema v algebri lahko le delen odgovor. Zanima me na primer, ali sta dva topološka prostora X in Y homeomorfna. Če imata različni homološki grupi, gotovo ne moreta biti. Pač pa se prav lahko zgodi, da imata enaki grupi homologije, a sta topološko različna. Odgovor, ki ga dobimo od algebre, je lahko le negativen. Situacija je podobna kot pri ugotavljanju očetovstva s krvno preiskavo: test lahko domnevnega očeta izključi, potrditi ga ne more.

LITERATURA

[1] Greenberg M., *Lectures on Algebraic Topology,* Benjamin 1967.

[2] Hilton P. J., Wylie S., *Homology Theory,* Cambridge Univ. Press 1960.

NOVICA

SKRIVNOST NEVTRINOV S SONCA

Na Sonce so astrofiziki pred leti gledali nekako tako, kot da bi vedeli o njem skoraj vse. Verjeli so, da znajo zadovoljivo pojasniti, kaj se dogaja v notranjosti Sonca in odkod dobiva Sonce energijo. Okvirno so določili tudi deleže posamičnih jedrskih reakcij. Razen zlivanja jeder vodika in devterija, značilnega za plazmo s temperaturo okrog 10^7 K, naj bi odločilni del prispevala tako imenovana ogljikova veriga [1]. Reakcije v tej verigi potekajo takole (W_ν je energija nevtrina):

$^1H + {}^1H \rightarrow {}^2H + e^+ + \nu_e$ $\qquad W_\nu = 0{,}263$ MeV
$^1H + {}^1H + e^- \rightarrow {}^2H + \nu_e$ $\qquad W_\nu = 1{,}4$ MeV
$^2H + {}^1H \rightarrow {}^3He + \gamma$

Vžgo se tudi helijeva jedra

$^3He + {}^3He \rightarrow {}^4He + 2\,{}^1H$ $\qquad {}^3He + {}^4He \rightarrow {}^7Be + \gamma$

Nastalo jedro berilija lahko razpade v helijevo jedro preko litijevega jedra

$^7Be + e^- \rightarrow {}^7Li + \nu_e$ $\qquad {}^7Li + {}^1H \rightarrow {}^4He + {}^4He$ $\qquad W_\nu = 0{,}8$ MeV

ali borovega jedra

$^7Be + {}^1H \rightarrow {}^8B + \gamma$ $\qquad {}^8B \rightarrow {}^8Be + e^+ + \nu_e$ $\qquad W_\nu = 7{,}2$ MeV
$^8Be \rightarrow {}^4He + {}^4He$

Na koncu nastanejo jedra ogljikovega izotopa ^{12}C in še nekaj izotopov dušika in kisika. Toda vsa ta jedra sproti reagirajo z drugimi jedri, tako da se v celoti porabljajo le jedra vodika, iz katerih nastajajo helijeva jedra. Jedra drugih elementov nastopajo kot katalizatorji: kolikor jih zgori, toliko jih na novo nastane.

Zanimajmo se za nevtrine, ki nastajajo v teh reakcijah! Nevtrini, ki priletijo s Sonca do Zemlje, lahko nastanejo v petih različnih reakcijah: pri izgorevanju $^1H + {}^1H \rightarrow {}^2H + e^+ + \nu_e$ in ob razpadih ^7Be, ^8B, ^{13}N in ^{15}O. Čeprav nastane pri razpadu ^8B najmanj nevtrinov, te najlaže zaznamo, ker imajo največjo energijo. Prav merjenje gostote toka takšnih nevtrinov s Sonca je prvič pokazalo, da dogajanj na Soncu še ne poznamo dovolj dobro. Tako kaže, da bo potrebno spremeniti ali prilagoditi nekatere zaključke bodi v astrofiziki bodi v jedrski fiziki.

Prvo merjenje gostote nevtrinskega toka s Sonca na Zemljo so napravili Davis in sodelavci iz brookhavenskega laboratorija l. 1968 [2]. Kot detektor so uporabili posodo s prostornino 390000 l, napolnjeno s tetrakloretilenom C_2Cl_4. Po reakciji $^{37}Cl\,(\nu, e^-)\,{}^{37}Ar$, naj bi ob trkih nevtrinov z dovolj veliko energijo s Sonca nastajal radioaktivni izotop argona ^{37}Ar z razpolovnim časom 35,5 dneva. Reakcijski presek za reakcijo $^{37}Cl\,(\nu, e^-)\,{}^{37}Ar$ meri približno 10^{-42} cm^2. Posoda je bila globoko pod zemljo v opuščenem rudniku zlata, da je bilo ozadje mionov iz kozmičnih žarkov čim manjše. Mioni namreč lahko izbijejo iz jeder protone, ki tudi sprožijo nastajanje radioaktivnega argona: $^{37}Cl\,(p, n)\,{}^{37}Ar$. Radioaktivnost okolnega skalovja so pri razlaganju rezultatov posebej upoštevali.

Argon so izločili iz tetrakloretilena s prepihavanjem s helijem, v katerem se argon raztaplja. Primešane pare C_2Cl_4 so odstranili s pastmi, atome drugih žlahtnih plinov pa s plinsko kromatografijo. Tako so dosegli, da je prišel šele na vsak 10^8 atom argona atom nečistoče. Izločeni argon so vodili v proporcionalni števec, ki so ga obdali z antikoincidenčnimi števci. Vsak sunek s proporcionalnega števca so fotografirali na osciloskopu.

Še preden so Davis in sodelavci objavili rezultate merjenj, so cenili, da je gostota nevtrinskega toka s Sonca, pomnožena z reakcijskim presekom, med 6 in 20 SNU (1 SNU, sončna nevtrinska enota, je 10^{-36} nevtrinov/s atom tarče). Nevtrini iz razpada ^8B sestavljajo 0,9 skupnega nevtrinskega toka, ki ga je mogoče ob takšnem poskusu zaznati. Davis je dobil po dveh merjenjih za najverjetnejšo vrednost 3 SNU. Razhajanje z napovedjo sili k razmišljanju navzlic nezanesljivosti merjenja.

Denimo, da jedro berilija ne more razpasti preko jedra bora, čeprav do danes ne poznamo verjetnega razloga za kaj takega. Tedaj bi pričakovali manj nevtrinov, nekako $(1,7 \pm 0,3)$ SNU. Toda to je spodnja meja teoretičnih napovedi. Najvišja zgornja meja, dobljena pri Davisovem poskusu, je 3 SNU in ni dosti večja. Zares je bilo treba izločiti iz mase 590 ton tetrakloretilena manj kot 100 atomov argona. Toda pri preskušanju izločevalnih naprav se je posrečilo s prepihovanjem z 0,5 milijona litrov helija izločiti kar 95% umetno vnesenega argona. Tudi števne naprave so imele približno tolikšno zanesljivost. Zato so dobljene vrednosti precej prepričljive. Še več! Pri poznejšem in natančnejšem merjenju je Davis izmeril še manjše gostote nevtrinskega toka: $(1,5 \pm 1)$ SNU leta 1971 [3], kar kaže, da leže prave vrednosti niže.

Po tem ne preostane drugega, kot da podvomimo o pravilnosti dosedanjega pogleda na dogajanja in razvoj v zvezdah sončnega tipa. Davis sodi, na podlagi primerjave svojih vrednosti s tistimi, ki so dobljene iz najverjetnejših teoretičnih predpostavk, da dobiva Sonce iz ogljikove verige manj kot 9% energije in ne večine, kot smo mislili doslej. Prav tako moramo oceniti skupno koncentracijo elementov, težjih od helija, na manj kot 2% in podvomiti o zanesljivosti podatkov, da je bilo ob rojstvu na Soncu 22% helija.

Odkar je Davis objavil svoje rezultate, jih poskušajo teoretiki uskladiti z napovedmi, ki jih dobe po zapletenih računalniških računih. Da bi dosegli ujemanje, so v zadnjih letih spremenili kopico parametrov, od katerih so bistveno odvisne teoretične napovedi gostote nevtrinskega toka [4]. Napravili so tudi nekaj novih modelov za dogajanja v Soncu. Najmočneje vplivajo na napovedi deleži primarnega vodika, helija in težkih elementov, pa še temperatura, starost zvezde, njena gostota in prosojnost. Marsikatero izmed teh količin so na novo izmerili, za druge pa so poiskali izpopolnjene interpolacijske formule, s katerimi so izračunali bolj zanesljive vrednosti. Ponovno so izmerili tudi reakcijske preseke, saj so prav od novih vrednosti zanje pričakovali največ. Vse zaman! Pri natančnejšem računanju so upoštevali nadaljnje popravke, ki jih povzroča elektronska prevodnost, in spreminjanje ^{16}O v ^{14}N. Toda to je izboljšalo ujemanje z izmerjenimi vrednostmi le za nekaj odstotkov [5]. Tudi ko so računali z nestacionarnimi razmerami na Soncu, se razkorak med meritvami in napovedmi ni zmanjšal. Tako se zdi, da je z našo sliko o dogajanjih na Soncu v resnici nekaj narobe. O tem pričajo tudi napovedi, ki se za nevtrinske tokove iz drugih reakcij dovolj dobro ujemajo z meritvami, za ogljikovo verigo pa ne.

Nihče ne dvomi o nekaterih osnovnih podatkih o Soncu, recimo o starosti $4,7 \cdot 10^7$ let, o počasnem vrtenju notranjščine in o zanemarljivem magnetnem polju. Nekateri astrofiziki pa so se oprijeli dokaj šibkih bilk. Vzrok za majhno število nevtrinov s Sonca so poskušali poiskati v močnem magnetnem polju na Soncu. Toda izkazalo se je, da tudi to ni pot iz zagate. Na račun magnetnega polja bi se morala gostota nevtrinskega toka celo povečati zaradi zvečane temperature v notranjosti Sonca, ki je nujni nasledek takšnega magnetnega polja [6].

Ko ne pomorejo niti takšne skrajne predpostavke, se moramo vprašati, če ne izginja iz neznanih vzrokov ^7Be hitreje, kot mislimo. S tem bi se tudi delež bora ^8B zmanjšal pod pričakovano mero. Ali pa morda ^8B razpada še kako drugače, hitreje in ne le z razpadom, ki daje nevtrine z energijo 7 MeV? Je mogoče, da bi bora in berilija na Soncu sploh ne bilo? Da bi, recimo, nastalo dovolj fotonov in energije že z zlivanjem $^1H + {}^1H \rightarrow {}^2H +$

$+ e^+ + \nu$? V tem primeru bi bila temperatura na Soncu dokaj nizka in bi sploh ne prišlo do izgorevanja ^7Be. Še druga možnost bi bila, da bi ^3He tako naglo izgoreval v ^4He, da bi ga ne ostajalo dovolj za nastanek ^7Be. To gorenje bi bilo mogoče, če bi obstajalo vzbujeno stanje jedra berilija ^6Be, preko katerega bi potekla reakcija:

$$^3He + {}^3He \rightarrow {}^6Be \rightarrow {}^4He + 2{}^1H.$$

A do zdaj veljajo te možnosti za skrajno neverjetne [7].

Poleg že nakazanih se ponuja še ena, toda drzna in tudi komaj verjetna razlaga. Kaj, če Sonce gori tako, kot so mislili včasih, in seva v vesolje nevtrine, a ti ne dosežejo Zemlje?

Tako se je rodila zamisel o neobstojnem nevtrinu. Ta naj bi veljala tako za elektronski nevtrino ν_e kot za mionski nevtrino ν_μ. J. N. Bahcall, ki je prej nekaj let zapovrstjo prilagajal parametre v računih, je prvi segel po tej skrajni rešilni bilki [8]. Nevtrino naj bi veljal za neobstojen delec, če bi bil razpadni čas nevtrina z energijo nekaj MeV — kar je tipična energija za nevtrine s Sonca — manjši od 500 s, kolikor je potrebno za prelet s Sonca. Z današnjim znanjem o nevtrinih ni mogoče izključiti te možnosti.

Pri razpadu nevtrina z lastno maso 60 eV in z energijo 1 MeV naj bi poleg novega brezmasnega nevtrina nastal še en ali morda dva brezmasna skalarna ali psevdoskalarna bozona ali brezmasni vektorski delec. Zaradi takšnih razpadov bi se gostota toka nevtrinov z lastno maso s Sonca na Zemljo močno zmanjšala.

Razen na začetku opisane reakcije je mogoče za merjenje gostote nevtrinskega toka izkoristiti še reakcije nevtrinov z jedri litija ^7Li in rubidija ^{87}Rb. Pri Davisovem poskusu so izmerili 1,5 SNU in ocenili skrajno občutljivost na 0,4 SNU. Odgovor na zastavljeno vprašanje bi bil lažji, če bi lahko primerjali vrednosti, dobljene pri vseh naštetih poskusih. Reakcija z jedri ^{87}Rb je namreč kar stokrat verjetnejša od tiste, pri kateri uporabljamo za tarče klorova jedra. A za zdaj o reakcijah z jedri ^7Li in ^{87}Rb samo razpravljajo, ni pa še poročila, da bi kak poskus te vrste tudi v resnici pripravljali.

Nekateri fiziki mislijo, da dogajanj v notranjosti zvezd, ki so odločilna tudi za razvoj zvezd, še ne poznamo v podrobnosti. Na to naj bi nas poleg razhajanja med napovedjo in meritvijo za nevtrinski tok s Sonca opozarjala še druga neskladja. Eno izmed njih temelji na primerjanju koncentracije izotopov dušika ^{14}N in ^{15}N in izotopov ogljika ^{12}C in ^{13}C. Teorija napoveduje za razmerje $[m(^{14}N)/m(^{15}N)] : [m(^{12}C)/m(^{13}C)]$ vrednost okoli 10^4. Podrobna merjenja svetlobe, ki jo sevajo molekule cianovodika HCN v Orionovi meglici, pa so dala za to razmerje 3, kar je zelo blizu podatku z Zemlje 3,11. Upajmo, da bo prihodnost prinesla nove račune in nova merjenja in da bodo pojasnjena sedanja neskladja.

Gregor Cevc

LITERATURA

1. M. Kregar, B. Povh, *Jedrske reakcije v zvezdah*, Obzornik mat. fiz., **8**, 72 (1961).
2. R. Davis, Jr., D. S. Harmer, K. C. Hoffman, *Search for Neutrinos from the Sun*, Phys. Rev. Letters, **20**, 1205 (1968).
3. R. Davis, Jr., L. C. Rogers, V. Rodeka, Bull. Am. Phys. Soc., **16**, 631 (1971).
4. J. N. Bahcall, N. A. Bahcall, G. Shaviv, *Present Status of the Theoretical Predictions for the ^{36}Cl Solar Neutrino Experiment*, Phys. Rev. Letters, **20**, 1209 (1968).
5. J. N. Bahcall, R. K. Ulrich, *Solar-Neutrino Fluxes with Recent Corrections to Opacity*, Astrophys. J., **160**, 157 (1970).
6. Z. Abraham, I. Iben, *More Solar Models and Neutrino Fluxes*, Astrophis. J., **170**, 157 (1971).
7. V. Trimble, F. Reines, *The Solar Neutrino Problem — A Progress Report*, Rev. Mod. Phys., **45**, 1 (1973).
8. J. N. Bahcall, N. Cabibbo, A. Yahil, *Are Neutrinos Stable Particles?*, Phys. Rev. Letters, **28**, 316 (1971).

DOMAČE VESTI

85 LET PROF. DR. LAVA ČERMELJA

Društvo matematikov, fizikov in astronomov še ni počastilo obletnice člana, ki bi si pridobil tolikšne zasluge zunaj območja društvenega delovanja kot prof. dr. Lavo Čermelj. Obzornik za matematiko in fiziko želi osvetliti le slavljenčevo poklicno delo in njegove uspehe na tem področju. Njegovo delo za slovensko narodnostno manjšino v Italiji je znano in priznano doma in v tujini. Njegovi članki in knjige so pomagali izoblikovati stališče zaveznikov do tega vprašanja po vojni.

Lavo Čermelj je bil rojen 10. oktobra 1889 v Trstu. Na Dunaju je študiral matematiko in fiziko. 1914 je diplomiral in nato z disertacijo Über Inhomogenitäten in scheinbar homogenen Drähten doktoriral iz fizike. Istega leta je začel poučevati na Slovenski trgovski šoli v Trstu in je poučeval na njej do 1918. Medtem je 1917 poučeval tudi na goriški gimnaziji, ki se je tedaj priselila v Trst. 1918 je bil imenovan za profesorja na novo ustanovljenem oddelku za pomorske strojnike s slovenskimi in italijanskimi vzporednicami v okviru italijanske Državne obrtne šole v Trstu. Ta oddelek ni bil nikdar odprt in Čermelj je učil na drugih oddelkih te šole. Jeseni 1919 je bil poslan na slovensko gimnazijo v Idriji, ki so jo odprli v okviru slovenske realke. Toda že čez nekaj mesecev je bil zaradi spora z ravnateljem suspendiran. Vrnil se je na svoje redno delovno mesto v Trst in je tam poučeval do disciplinskega procesa prve instance poleti 1921. Tedaj je bil obsojen na triletno upokojitev. Do procesa druge instance je bil poldrugo leto na dopustu. Na tem procesu pa je bil kaznovan samo z ukorom, tako da je potem zopet lahko poučeval na Državni obrtni šoli. 1923 je bil na koncu šolskega leta zaradi politične nezanesljivosti odpuščen iz službe. Že 1922 je bil med ustanovitelji tajne slovenske šole, ki jo je vodil do novembra 1929. Tedaj je zbežal v Ljubljano. Tu je kmalu začel poučevati in je bil od 1930 do 1936 nastavljen na 3. gimnaziji. Poslej ni več poučeval. Posvetil se je delu, ki je bilo povezano z našo narodnostno manjšino v Italiji.

Že v Trstu je v času, ko je bil suspendiran, začel pisati strokovna in poljudnoznanstvena dela. S tem je nadaljeval tudi v Ljubljani. Prav s to dejavnostjo je opravil neprecenljivo delo. Fiziki najbolje poznajo knjigi *Materija in energija v sodobni fiziki* in *V svetu atomov*. Poleg tega so znane tudi knjige o življenju in delu naših fizikov. Veliko vlogo so odigrale Čermeljeve učne knjige za astronomijo in geometrijo. (Podrobna bibliografija je na koncu sestavka.) Pred 40 leti je bil med ustanovitelji *Proteusa*, ki je bil dolgo časa naš edini poljudnoznanstveni naravoslovni list. Od dosedanjih 36 letnikov jih je uredil 23. Zaradi zaslug za ta list ga je Prirodoslovno društvo Slovenije izbralo za častnega urednika. Napisal je številne članke iz naravoslovja, predvsem iz fizike. Pisal je razumljivo tudi za nestrokovnjaka, a hkrati strokovno neoporečno. Oglasil se je tudi v Obzorniku, se živahno zanimal za delo društva in sodeloval na občnih zborih.

Prof. dr. Lavo Čermelj je poleg uspešnega poklicnega dela zelo veliko napravil za skupnost. V tem nam je nedosegljiv vzornik. V imenu uredniškega odbora Obzornika za matematiko in fiziko in članov Društva matematikov, fizikov in astronomov mu želim še veliko zdravih let.

Janez Strnad

BIBLIOGRAFIJA STROKOVNIH IN POLJUDNOZNANSTVENIH DEL PROF. DR. LAVA ČERMELJA

Materija in energija v sodobni fiziki, Ljubljana 1923

Boškovićev nauk o materiji, prostoru, času v luči relativnostne teorije, Ljubljana, Splošna knjižnica 1923

Roger Joseph Boscovich als Relativist, Archiv für Geschichte der Mathematik, der Naturwissenschaften und der Technik, II. knjiga, 4. zvezek, Leipzig 1929

Ljudska astronomija, Ljubljana, Kmetijska matica 1930

Osončje in osvetje, Gorica, Goriška matica 1930 (vzporedna izdaja *Ljudske astronomije* pod psevdonimom Šlibarjev Polde)

O razvoju ladijskega vijaka, Trst, Biblioteka za pouk in zabavo 1932 (pod psevdonimom Šlibarjev Polde)

Vegova številka, Življenje in svet, knjiga 14, št. 20, Ljubljana 1933

Nikola Tesla in razvoj elektrotehnike, Ljubljana, Mladinska matica 1933

Nikola Tesla in razvoj elektrotehnike, dopolnjena izdaja ob desetletnici smrti Nikole Tesle, Ljubljana, Mladinska knjiga 1953

Kako lahko vidimo v temi in skozi meglo, Ljubljana, Slovenski knjižni zavod 1947

V svetu atomov, Ljubljana, Državna založba Slovenije 1948

Josip Stefan, življenje in delo velikega fizika, Ljubljana, Slovenski knjižni zavod 1950

Jurij Vega, (Ob dvestoletnici rojstva Jurija Vege izdalo Društvo matematikov, fizikov in astronomov), Ljubljana, Mladinska knjiga 1954

Bošković und die Relativität der Trägheit, Actes du Symposium International R. J. Bošković, Beograd, Zagreb, Ljubljana 1958

Z raketo v vesolje, Ljubljana, Mladinska knjiga 1959

Človek v vesolju, Ljubljana, Mladinska knjiga 1961

Uvod v naravoslovni del, *Fizika, astronomija, meteorologija, matematika* in *Naravoslovje po letu 1900*, Zbornik ob stoletnici Slovenske matice (1964—1964), Ljubljana 1964

Franc Hočevar, Nace Klemenčič, Franc Močnik, Jožef Reisner, Jožef Stefan, Mihael Štrukelj, Jurij Vega, biografije v knjigi *Naši znameniti tehniki*, Ljubljana, Zveza inženirjev in tehnikov Slovenije 1966

Fizik Nace Klemenčič (1853—1901), Zbornik za zgodovino naravoslovja in tehnike I, Ljubljana, Slovenska matica 1971

Prevodi in priredbe

R. Peierls, *Zakoni narave*, Ljubljana, Mladinska knjiga 1960

J. J. O'Neill, *Življenje Nikole Tesle*, Ljubljana, Mladinska knjiga 1951

W. Disney, M. Haber, *Naš prijatelj atom*, Ljubljana, Mladinska knjiga 1961

J. Bronovsky, G. Barry, J. Fisher, J. Huxley, *Znanost* (*kemija, fizika, astronomija*), Ljubljana, Mladinska knjiga 1967

J. Bronovsky, G. Barry, J. Fisher, J. Huxley, *Tehnika*, Ljubljana, Mladinska knjiga 1967

J. W. Watson, *Svet znanosti*, Ljubljana, Mladinska knjiga 1967

G. Righini, G. Masini, *Pot Zemlja—Luna odprta*, Ljubljana, Mladinska knjiga 1969

F. Hoyle, *Astronomija*, Ljubljana, Mladinska knjiga 1971

Učne knjige

Kozmografija za višje razrede srednjih šol, Ljubljana, Jugoslovanska knjigarna 1934
Geometrija za 1. in 2. razred srednjih šol, Ljubljana, Jugoslovanska knjigarna 1937 (skupaj z V. Lapajnetom)
Geometrija za 1. in 2. razred srednjih šol, Ljubljana, Ljudska knjigarna 1944, 2. izdaja (skupaj z V. Lapajnetom)
Geometrija z geometrijskim risanjem za 1. in 2. razred meščanskih šol, Ljubljana, Jugoslovanska knjigarna 1937 (skupaj z V. Lapajnetom)
Geometrija z geometrijskim risanjem za III. razred meščanskih šol obrtno-industrijske smeri ter za III. in IV. razred meščanskih šol kmetijske in trgovinske smeri, Ljubljana, Jugoslovanska knjigarna 1938 (skupaj z V. Lapajnetom)
Geometrija z geometrijskim risanjem za IV. razred meščanskih šol obrtno-industrijske smeri, Ljubljana, Jugoslovanska knjigarna 1938

SEMINAR ZA UČITELJE FIZIKE NA OSNOVNIH ŠOLAH OBALNEGA OBMOČJA

Od 28. do 30. januarja 1974 je Zavod za šolstvo SRS, organizacijska enota Koper, v okviru obveznega strokovnega izpopolnjevanja učiteljev priredil seminar o fizikalnem eksperimentiranju na osnovnih šolah. Seminar je bil na osnovni šoli Vojko Šmuc v Izoli. Pobudo zanj je dala dolgoletna aktivna članica in letošnja nagrajenka Društva matematikov, fizikov in astronomov in pedagoška svetovalka za matematiko in fiziko na širšem obalnem območju Marija Jemčeva. Šole so za vsakega udeleženca prispevale 50 dinarjev za materialne izdatke pri izvajanju vaj. Seminar je bil med zimskimi počitnicami, da bi bila udeležba učiteljev čimvečja. Na seminar je prišlo 26 učiteljev, ki so navdušeno delali pripravljene vaje. Vodili so jih mentorji: Ciril Memon z gimnazije Koper, Miro Bornšek z osn. šole V. Š. Izola, Darij Maršič z osn. šole Slov. Gračišče. Ti so pripravili poizkuse, ki ustrezajo učencem osnovnih šol. Vaje sta delala skupaj dva udeleženca. Vaje so bile opisane v skriptih, ki so jih pripravili: C. Memon (29 vaj iz mehanike), M. Bornšek (25 vaj iz toplote in optike), D. Maršič (14 vaj iz elektrike). Po mnenju udeležencev je bil seminar zelo dobro pripravljen. Koristil bo pri delu v šoli, še prav posebno pa pri nabavi primernih učil. Vaje so nazorne, razumljivo opisane in zato zanimive tudi za učence.

Ob začetku seminarja je udeležence pozdravil predstavnik Zavoda za prosvetno pedagoško službo, organizacijska enota Koper, prof. Vlado Rotar. Poudaril je potrebe po tovrstnem izpopolnjevanju. V imenu DMFA Slovenije je z željo, da bi bilo takih in podobnih seminarjev čimveč, pozdravila udeležence tajnica društva. Po končanem dvainpoldnevnem seminarju je bilo prijateljsko srečanje, na katerem smo se pogovorili o prihodnjem delu društva. Želimo si, da bi čimveč članov sodelovalo pri Preseku s svojimi izkušnjami pri delu.

Tako srečanje bi zaslužilo tudi pozornost javnih občil. Javnost ve malo o tem, koliko si nekateri šolniki prizadevajo za vzgojo in izobraževanje otrok. V času, ko naj bi posvetili delu z mladino vso pozornost, televizija ni našla priložnosti, da bi posnela vsaj kratko informativno oddajo. To bi bila vzpodbuda za podobne akcije drugod.

Bogomila Kolenko

SEZNAM DIPLOMANTOV IZ MATEMATIKE IN FIZIKE, MAGISTRSKIH DEL TER DOKTORSKIH DISERTACIJ V LETU 1973*

Pedagoška akademija Maribor — matematika-fizika

100. Švab Marija
101. Krauberger Breda
102. Zafošnik Jožica
103. Tomaž Ladislava
104. Šela Alojz
105. Gorjanc Nevenka
106. Bratuša Anica
107. Baloh Majda
108. Pušnik Irena
109. Habjančič Milena

Pedagoška akademija Maribor — tehniška vzgoja-fizika

102. Vreš Franc
103. Erat Božidar
104. Zebec Nada
105. Kozmus Andreja
106. Sep Anton
107. Jalušič Vekoslav
108. Habjanič Slavko
109. Galun Bogomir
110. Tepeh Ivana
111. Vehovar Herman
112. Požgai Irena
113. Obronek Marija

Pedagoška akademija Ljubljana — matematika-fizika

330. Kermelj Vida
331. Šteblaj Anica
332. Berlot Štefka
333. Hohnec Erna
334. Košorog Marija
335. Trček Milena
336. Šuler Leopold
337. Rozman Helena
338. Bartolj Mirko
339. Hkavc Anica
340. Hočevar Alenka
341. Doganoc Anica
342. Drobnič Jožica
343. Strojan Rozalija
344. Fajdiga Anica
345. Štucin Ivan
346. Götz Eva

V letu 1972 je Pedagoška akademija v Ljubljani obhajala 25-letnico svojega obstoja.

Fakulteta za naravoslovje in tehnologijo Matematika — pedagoška smer

253. Suša Irena
254. Laharnar Boris
255. Črnila Vera
256. Kožuh — Pinoza Janja
257. Verstovšek Alenka
258. Hudoklin Grum Majda
259. Ivanc Miloševič Nadja
260. Petkovšek Vladimir

Matematika — tehnična smer

59. Petrišič Jože	Projekcijske metode za približno reševanje operatorskih enačb
60. Kralj Anton	Izrek o praštevilih
61. Šrekl Jože	Klasični in posplošeni Schoenfliesov izrek
62. Razpet Marko	Markovske verige z zveznim časom
63. Velušček Jože	Faktorska analiza
64. Sever Vital	Uvod v upodobitveno teorijo simetrične grupe
65. Jarc Bojan	Numerično reševanje linearnih robnih problemov pri navadnih diferencialnih enačbah
66. Pucelj Mihael Iztok	Procesi z neodvisnimi spremembami
67. Serec Alojz	Stabilne porazdelitve
68. Batagelj Vladimir	Rekurzivna aritmetika
69. Omladič Matjaž	Kvadraturne formule po povprečjih
70. Šifrar Pavel	Osnovna serija upodobitev klasičnih grup
71. Cedilnik Anton	Polenostavne Liejeve algebre
72. Hladnik Milan	Robni problemi za nelinearne diferencialne enačbe drugega reda
73. Logar Bojan	Volterrove integralske enačbe
74. Vrečko Jože	Matrične enačbe

* Deseti seznam diplomantov je bil objavljen v Obzorniku mat. fiz. **20** (1973) 184—187.

Fizika — pedagoška smer

36. Bradač Zlatko

Fizika — tehnična smer

222. Luzar Metka	Študij paraelektrične faze v kristalu $ND_4D_2AsO_4$ s kvadrupolno moteno jedrsko magnetno resonanco.
223. Pušnik Franc	Študij molekularne urejenosti v tekočih kristalih z elektronsko paramagnetno resonanco.
224. Tršan Nikolaj	Študij feritnih jekel iz Mössbauerjevih spektrov železa 57.
225. Šušterič Zoran	Dielektrične lastnosti kristala KDA v bližini feroelektričnega faznega prehoda.
226. Runovc Franci	Naparevanje aluminija za tvorbo ohmskih kontaktov na siliciju.
227. Žerjal Robert	Nedestruktivno preizkušanje cement-azbestnih izdelkov.
228. Bizjak Martin	Holografska mikroskopija.
229. Golli Bojan	Približek za zvezo med entropijo in dvodelčno gostotno matriko.
230. Slivnjak Božo	Računanje odrivne matrike.
231. Golja Janez	Izdelava in umeritev črnega telesa.

Matematika — III. stopnja

1. **Kramar Edvard** **Analitično reševanje nelinearnih operatorskih enačb**

V nalogi obravnavamo reševanje nelinearnih operatorskih enačb v Banachovih prostorih. Proučujemo predvsem iteracijske metode, ki jih dobimo, če dani nelinearni operator nadomestimo z nekaj členi njegove Taylorjeve vrste ali nekaj členi Newtonove formule.

Po uvodnem prvem poglavju, v katerem uvedemo pojem Frechetovega odvoda operatorja in Taylorjeve vrste, obravnavamo v drugem poglavju zelo znano Newton-Kantorovičevo metodo. V tretjem poglavju definiramo diferenčni kvocient operatorja ter obdelamo splošno sekantno metodo za operatorje. V četrtem poglavju dokažemo nekaj izrekov, ki se nanašajo na metode, podobne Newtonovi metodi. Seveda dobimo kot poseben primer te teorije tudi že prej omenjeno Newtonovo in sekantno metodo. V šestem poglavju obravnavamo metode višjih redov, in sicer metode z višjimi odvodi ali z višjimi diferenčnimi kvocienti. V sedmem poglavju obravnavamo splošno Schultzovo metodo, to je algoritem, s katerim dobimo k danemu linearnemu operatorju inverzni operator. To metodo kombiniramo s prej obravnavanimi, s čimer dosežemo, da nam ni treba več reševati na vsakem koraku iteracije še eno linearno operatorsko enačbo, ampak imamo le iteracijski predpis. Zadnje poglavje je posvečeno študiju monotonosti nekaterih obravnavanih metod. Če imamo v Banachovih prostorih, v katerih rešujemo enačbo, dan stožec, je z njim definirana delna urejenost med elementi prostora. Če ima še operator nekaj lepih lastnosti, lahko za nekatere metode dokažemo urejeno vedenje zaporednih približkov.

V nalogi smo k teoriji dodali nekaj konkretnih zgledov, ki naj bi ilustrirali uspešnost in tudi raznolično uporabnost obravnavanih metod.

Fizika — III. stopnja:

27. Brudar Božidar	Ogrevanje blokov v globinskih pečeh.
28. Tavzes Radovan	Sinhroniziranje in stabiliziranje driftne nestabilnosti z linearnimi pojavi v plazmi.

Matematika — doktorske disertacije

11. **Mizori-Oblak Pavla** 14. 6. 1973 **Tamarkin-Šmulyanovi izreki v Banachovi algebri**

Izreki Tamarkin-Šmulyanovega tipa, ki veljajo za analitične operatorske funkcije, se dajo posplošiti na analitične funkcije z vrednostmi v abstraktni Banachovi algebri. Veljavnost omenjenih izrekov se kaj hitro izkaže za analitične funkcije, ki so po vrednosti degenerirani oziroma kompaktni elementi v algebri. Za analitične funkcije, ki so po vrednosti fredholmski elementi, pa izreki veljajo le za posebno družino; le za take fredholmske elemente, katerih komplement k zalogi vrednosti je desni ideal v algebri.

Fizika — doktorske disertacije

Ker lani niso bili objavljeni kratki rezimeji doktorskih disertacij iz leta 1972, jih objavljamo v današnji številki.

38. **Justin Desan** 7. 10. 1971 **Študij paritvenih vibracij stanj jeder z metodo generirajočih koordinat**

V delu je avtor vpeljal metodo enoparametrične generatorske koordinate za opis paritvenih vibracij stanj v podprostoru s seniornostjo 0. V tej zvezi je preskusil posamezne predpostavke novega postopka. V trinivojskem modelu je postopek zanesljiv v širokem območju jakosti interakcije. To velja tudi za del območja, na katerem odpovedo drugi postopki. Vpeljal je nov približen način za projekcijo števila nukleonov za valovne funkcije Bardeena-Coopra-Schriefferja. Pri tem je ugotovil, da sestavljajo te funkcije prikladno bazo za opis paritivnih vibracijskih stanj.

Postopek je preizkusil pri nekaterih stanjih 0^+. Izračunana energija stanj in verjetnosti za prehode pri reakcijah (p, t) in (t, p) se kvalitativno skladajo z eksperimentalnimi rezultati.

39. **Kump Peter** 7. 4. 1972 **Raziskave jeder v območju z Z, N = 50—82 z uporabo reakcije (^{16}0,4nγ)***

Avtor je z jedrsko reakcijo (^{16}0,4nγ) vzbudil stanja v osnovnem rotacijskem pasu pri nekaterih z nevtronih revnih izotopih Xe, Ba in Ce. Z metodo Dopplerjevega premika pri odrivu v vakuumu je izmeril razpadne čase teh stanj.

Podatke je prek modela spremenljivega vztrajnostnega momenta jedra primerjal z izmerjenimi razpadnimi časi za stanja 2^+ v več sodo-sodih jedrih z $A \leqslant 120$ in za stanja z večjo vrtilno količino v izotopih Er. Izmerjeni razpadni časi za stanja z vrtilno količino, večjo od 2^+, v izotopih Xe, Ba in Ce so sistematično daljši od predvidenih vrednosti.

To je poskušal pojasniti z različnim mehanizmom razpada gama, ki sledi reakciji (težki ion, xn) pri predhodnih jedrih, kakršna so jedra izotopov Xe, Ba in Ce, in pri deformiranih jedrih, h katerim štejemo tudi jedra izotopa Er. Na te različne mehanizme kažejo razpadne krivulje za višja stanja v osnovnem rotacijskem pasu. Ta dela so nam poleg razpadnih časov dale tudi oceno za čas, ki preteče med reakcijo (težki ion, xn) in vstopom v višja stanja osnovnega rotacijskega pasu.

Pri prehodnih jedrih se je pokazala metoda Dopplerjevega premika pri odrivu v vakuumu nezanesljiva za merjenje razpadnih časov stanj z vrtilno količino večjo od 2^+. Tega so krive omejitve, ki jih določa mehanizem razpada gama po reakciji (težki ion, xn).

40. **Žekš Boštjan** 21. 6. 1972 **Dinamične lastnosti feroelektričnih kristalov z vodikovimi vezmi**

Delo teoretsko obravnava nekatere lastnosti feroelektričnih kristalov z vodikovimi vezmi. Na začetku je avtor podrobneje obdelal stabilnost različnih faz, ki jih je opisal z znanim modelom za KH_2PO_4. Izkazalo se je, da je s faznim prehodom povezana nestabilnost izbranega načina nihanja, katerega frekvenca gre proti nič pri temperaturi prehoda.

Z uvedbo fenomenoloških relaksacijskih časov se da izračunati spekter polarizacijskih fluktuacij za ta model. Nad temperaturo prehoda odstopa dobljeni spekter pri višjih frekvencah od spektra za dušeni harmonski oscilator. V polarizirani fazi pa je spekter bolj zapleten. Sestavljata ga del, ki ustreza dušenemu nihanju, in relaksacijski del.

Lastnosti rošelske soli je avtor obdelal z modelom z dvema podmrežama. Ta model je dobro opisal statične lastnosti rošelske soli: odvisnost spontane polarizacije in dielektrične konstante od temperature in njihove spremembe pri devteraciji.

41. **Mali Miha** 21. 6. 1972 **Študij feroelektričnega faznega prehoda z metodami dvojne magnetne resonance**

Poznavanje kvadrupolnega spektra dušika ^{14}N bi bilo zelo dragoceno pri določevanju nekaterih strukturnih lastnosti molekulskih kristalov. Navzlic temu metod jedrske kvadrupolne resonance niso dosti uporabljali. Razlog za to so izredno velike eksperimentalne težave, povezane z nizko frekvenco kvadrupolnih resonanc dušika ^{14}N. Metode dvojne magnetne resonance, ki izkoriščajo močan signal ene vrste jeder, na primer protonov, za detekcijo šibkih signalov druge vrste jeder, v našem primeru dušika ^{14}N, lahko dajo zadovoljivo rešitev tega problema. Pogoj je, da so dipolarni spin-mrežni relaksacijski časi protonov dovolj dolgi

Avtor je v disertaciji opisal in podrobno analiziral eno izmed dvojnoresonančnih metod — metodo dvojne resonance v rotirajočem koordinatnem sistemu. S to metodo je mogoče izmeriti kvadrupolne spektre dušika ^{14}N v kristalih.

Na osnovi merjenj kvadrupolnih spektrov dušika ^{14}N v feroelektričnih kristalih triglicin sulfat in amon sulfat je bilo mogoče določiti tip feroelektričnosti v omenjenih kristalih in nosilce dipolnega momenta. S tem je lahko dokončno rešil vprašanja, ki so se pojavljala v zvezi s feroelektričnostjo obeh kristalov.

42. **Burg-Hanžel Danica** 23. 5. 1973 **Študij bizmutovih feritov $BiFeO_3$ in $Bi_2Fe_4O_9$ iz hiperfine strukture Mössbauerjevih spektrov železa 57**

Disertacija obravnava preiskavo magnetnih in strukturnih lastnostih dveh antiferomagnetnih feritov $BiFeO_3$ in $Bi_2Fe_4O_9$ z Mössbauerjevo spektroskopsko metodo. Avtorica je določila jakost magnetnega polja, izomerni premik in kvadrupolno cepitev za temperaturno področje od 8 do 740 K. Po modelu točkastih nabojev je izračunala tenzor gradienta električnega polja in ugotovila smer spinov atomov železa glede na maksimalno komponento gradienta električnega polja in kristalografske osi. Izkazalo se je, da teorija molekulskega polja dobro opiše temperaturni potek podmrežne magnetizacije le pri $BiFeO_3$, ne pa pri $Be_4Fi\ O_9$. V okolici temperature prehoda sledi podmrežna magnetizacija eksponentu 1/3 temperature, ki ga predvideva tridimenzionalni Isingov model. Iz primerjave izmerjenega gradienta električnega polja z izračunanim je bilo mogoče v $Bi_2Fe_4O_9$ določiti kvadrupolni moment železovega jedra v prvem vzbujenem stanju.

43. **Žumer Slobodan** 14. 6. 1973 **Določanje kratkih kvadrupolnih spin-mrežnih relaksacijskih časov v trdnih snoveh s pomočjo jedrske dvojne resonance**

Delo vsebuje teorijo dvojnoresonančnega določanja zelo kratkih kvadrupolnih spin-mrežnih relaksacijskih časov jeder S s posredno relaksacijo jeder I v dipolarnem in vrtečem se sistemu. V njem je avtor izračunal relaksacijsko matriko sistema jeder I in S ter mreže, ki opisuje prenašanje energije znotraj sistema, za splošen primer, ko posameznih delov sistema ne moremo opisati s spinsko temperaturo. Izpeljal je izraze za križne relaksacijske hitrosti ter direktne in posredne spin-mrežne relaksacijske čase jeder I ali S v dveh mejnih primerih. Pri hitri križni relaksaciji je sklopitev med obema vrstama jeder približno enako močna kot sklopitev jeder S z mrežo, medtem ko je pri počasni križni relaksaciji sklopitev jeder S z mrežo tako močna, da smemo imeti jedra za sestavne dele mreže. V obeh primerih je posebej obravnaval vplive radiofrekvenčnega polja.

Teorijo je uporabil za kristale z vodikovimi vezmi, in sicer za feroelektrike vrste KH_2AsO_4 in $Ag_2H_3JO_6$. Iz spin-mrežnih relaksacijskih časov protonov v dipolarnem in vrtečem se sistemu je določil temperaturno odvisnost spin-mrežnega relaksacijskega časa jeder As^{75} in J^{127} v dipolarnem sistemu. Rezultate je bilo mogoče tolmačiti na osnovi preprostega mikroskopskega modela, ki so ga uporabili že pri prejšnjih magnetnih raziskavah kristalov te vrste. Enako je bilo mogoče pojasniti tudi temperaturno odvisnost kvadrupolne frekvence in širine črte jeder As^{75}.

44. **Lavrenčič Borut** 26. 6. 1973 **Študij dinamike faznih prehodov v kristalih tipa KH_2PO_4 z neelastičnim sipanjem laserske svetlobe**

Disertacija ima dva dela. V prvem obravnava nekatere simetrijske aspekte faznih prehodov. Avtor je uporabil metodo Birmanovega korelacijskega kriterija za simetrijsko klasifikacijo vseh možnih strukturnih faznih prehodov iz dane prostorske grupe. Pri vsakem prehodu je izračunal simetrijo kritičnega nihanja. Obdelal je tudi zvezo med Curiejevim principom in grupno-teoretsko obravnavo faznih prehodov.

Drugi del disertacije je posvečen dinamiki prehodov v KH_2PO_4. Avtor je izmeril Ramanove spektre več feroelektričnih in antiferoelektričnih izomorfov v KH_2PO_4 v obeh fazah. Rezultate merjenj je primerjal z dinamično teorijo Blinca in Žekša. V nizkotemperaturni fazi je našel dodatno črto in jo pripisal nedušenemu kritičnemu nihanju v sistemu red-nered. To je prvi ugotovljeni primer takega nihanja. Avtor je obdelal še sklopitev kritičnega nihanja z drugimi vzbuditvami sistema.

45. **Gros Mladen** 24. 9. 1973 **Izpeljava makroskopskih nevtronskih presekov z optičnim izrekom**

Celotni presek tarče z velikim številom kemično vezanih atomskih jeder, računamo navadno z integriranjem dvojno diferencialnega sipalnega preseka s sipalno amplitudo. Le-ta upošteva le enkratno sipanje nevtrona v tarči. V disertaciji pa je uporabljen optični izrek iz teorije sipanja s sipalno amplitudo, ki podaja še dvakratno interakcijo nevtrona s tarčo. Avtor je identificiral sipalne procese, ki jih zajema takšen izraz za makroskopski celotni presek. Izpeljal je izraz za celotni presek kemično vezanega atomskega jedra za primer, če se nevtroni sipajo le potencialno in je v optičnem izreku izvedljiv približek s trkom za sipalno amplitudo. Ocenil je tudi veljavnost dobljenega približka.

Celotni presek, ki zajema vse sipalne procese, je invarianten proti spremembi znaka začetne hitrosti nevtrona. Za razliko od tega je pri kristalni tarči s polarno zgradbo merljivi celotni presek brez prispevka nevtronov, ki se sipajo v zelo majhen prostorski kot okoli vpadne smeri, neinvarianten proti omenjeni spremembi. Vendar se celotni presek spremeni premalo, da bi bilo to mogoče izmeriti. Tako sledi, da velja Friedlov zakon tudi za merljivi celotni presek.

46. Grešovnik Ferdinand 13. 11. 1973 — **Študij koherenčne dolžine in mrežnih popačitev v fazi alfa v vzmetnem jeklu pri dinamičnem obremenjevanju po različni toplotni obdelavi**

V disertaciji so raziskane spremembe faze alfa v vzmetnem jeklu z določanjem mrežnih popačitev in koherenčne dolžine iz merjenih integralnih širin rentgenskih uklonskih črt. Preizkušance so pri toplotni obdelavi enako kalili in jih popuščali pri temperaturah 450° C, 550° C in 650° C. Vzorci, ki so jih popuščali pri večji temperaturi, so imeli večjo koherenčno dolžino in manjše mrežne popačitve.

Pri poskusih na pulzatorju so pokazali večjo trajno dinamično trdnost vzorci, ki so jih popuščali pri manjši temperaturi. Po dinamičnem obremenjevanju se je pri vseh vzorcih zmanjšala koherenčna dolžina. Mrežna popačitev se je zmanjšala le pri preizkušancih, ki so jih popuščali pri 450° C in 550° C, kar je treba pripisati poškodbam na koherentnih mejah med zrni faze alfa in cementitom. Po kovanju v hladnem stanju se je pri vseh vzorcih zmanjšala koherenčna dolžina, pri vzorcih, ki so jih popuščali pri največji temperaturi, pa so se močno povečale mrežne popačitve, verjetno na račun povečane gostote dislokacij. Iz vedenja preizkušancev pri nadaljnjem dinamičnem obremenjevanju je avtor sklepal, da so med kovanjem nastale tudi submikroskopske razpoke.

Zbral in uredil *Ciril Velkovrh*

UTRINEK

Energijska kriza in mini črne luknje

Eden izmed zadnjih krikov astrofizike so *mini črne luknje*. Črna luknja je tako gosto telo, da ga zaradi močnega težnostnega polja ne more zapustiti niti svetloba. Navadna črna luknja z maso več sončnih mas in z radijem kakih dveh kilometrov ali manj naj bi nastala kot zadnja razvojna stopnja nekaterih zvezd. Obstoj takih črnih lukenj se zdi nekaterim astrofizikom verjeten, a še ni dokazan. Po zamisli S. Hawkinga (1971) pa naj bi obstajale mini črne luknje s premerom, kot ga ima na primer virus, ali še manjšim. Te naj bi nastale ob eksploziji pravesolja. Tedaj se je večina snovi razletela, a v nekaterih predelih naj bi se že tako gosta snov še bolj zgostila v miniaturne črne luknje. Črna luknja z radijem 0,1 mikrona bi imela maso okoli 10^{20} kg. V razdalji 26 km od nje bi bil težni pospešek v njenem težnem polju še 10 m/s^2.

Hipotetičnih mini črnih lukenj se je dotaknila tudi energijska kriza. Z eno samo mini črno luknjo bi se rešili vseh skrbi glede energije, če bi taka tvorba obstajala in bi jo uspelo zaznati, ujeti in spraviti na krožni tir okoli Zemlje. Tako sodijo L. Wood, T. Weaver in J. Nuckolls iz Lawrenceovega laboratorija v Livermoru v poročilu za ameriško atomsko komisijo. Več sto metrov za luknjo bi se gibala vesoljska postaja, ki bi streljala proti luknji izstrelke. Ne glede na kemijski sestav — uporabni bi bili celo odpadki, ki se jih želimo na Zemlji znebiti — bi se izstrelki ob krčenju v izredno močnem gravitacijskem polju v bližini luknje segreli celo do sto milijonov stopinj. Spremenili bi se v vročo plazmo, v kateri bi se tudi zlivala atomska jedra. Del vroče plazme bi pogoltnila luknja, del pa bi odletel ven. Energijo tega dela bi lahko izkoristili magnetohidrodinamični generatorji na vesoljski postaji. Po mikrovalovih bi jo posredovali postajam na Zemlji, ki bi napajale električno omrežje.

Ni otipljivih podatkov, a kaže, da računajo avtorji zamisli z razpoložljivo energijo, ki ne bi bila zanemarljiva v primeri z lastno energijo izstrelkov. Vzemimo, da bi zaradi izgub v generatorjih in pri prenosu uspelo pridobiti v obliki električne energije na Zemlji samo desettisočino lastne energije izstrelkov! Tedaj bi dobili za vsak gram izstrelka okoli dva milijona kWh; toliko odda veliki agregat šostanjske elektrarne nekako v desetih urah.

Če že ni izvedljivo, je vsaj lepo zamišljeno.

Janez Strnad

UTRINEK

Kdo je bil med prvimi?

Ob prebiranju *Podvigov iz eksperimentalne fizike** zvemo za marsikatero zanimivost, ki ni zašla na strani znanstvenih časopisov. Med take sodi tudi pripetljaj v zvezi s poskusi o neohranitvi parnosti pri šibki interakciji. T. D. Lee in C. N. Yang z univerze Columbia v New Yorku sta jo napovedala zgodaj spomladi 1956. Prve poskuse so napravile tri skupine. C. S. Wujeva s Columbie in sodelavci E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes in R. P. Hudson z državnega urada za standarde iz Washingtona so merili kotno porazdelitev delcev β pri razpadu ^{60}Co, katerega jedra so polarizirali pri zelo nizki temperaturi v magnetnem polju. Pokazalo se je, da odleti mnogo manj elektronov v smeri magnetnega polja kot v nasprotni smeri (razmerje je bilo v najugodnejšem primeru 0,75 : 1,12 glede na 1 : 1 pri sobni temperaturi). R. L. Garwin, L. M. Lederman in M. Weinreich s Columbie so merili kotno porazdelitev elektronov pri razpadu polariziranih mionov, ki so nastali ob razpadu pionov v curku v smeri curka. Mione so zaustavili v kosu grafita in z magnetnim poljem uravnavali njihovo precesijsko frekvenco. Število zaznanih elektronov je bilo izrazito odvisno od gostote magnetnega polja in je dopuščalo sklep, da je kotna odvisnost nastalih elektronov dana z $1 - \frac{1}{3} \cos \vartheta$ (ϑ kot med smerjo, iz katere prileti mion, in smerjo, v katero odleti elektron). J. L. Friedman in V. L. Telegdi s Fermijevega inštituta v Chikagu sta napravila enak poskus kot druga skupina, le da nista zaznavala elektronov s števci, ampak sta zasledovala sledi pri razpadu pionov in mionov v fotografski emulziji. Pri 1300 mionskih razpadih je elektron odletel 690-krat proti južni polobli in 610-krat proti severni, če je določala smer mionove hitrosti smer od južnega proti severnemu polu.

Wujeva in sodelavci so začeli meriti maja 1956 in so končali delo 9. januarja 1957. Garwin in sodelavci so začeli meriti 4. januarja in so končali delo 8. januarja. Friedman in Telegdi sta začela meriti oktobra 1956. Prispevka prvih dveh skupin je dobilo uredništvo Physical Review 15. januarja (druga skupina je čakala na prvo, češ da se ne bi spodobilo prehiteti gospe Wujeve), prispevek tretje skupine pa 17. januarja. Prva dva prispevka sta izšla 15. februarja, tretji pa 1. marca. V. L. Telegdi je menil, da je bil s tem oškodovan in je iz protesta izstopil iz ameriškega fizikalnega društva.

Zanimivo je prebrati današnji stališči prizadetih v tem sporu. V. L. Telegdi ni prepričan, da je ravnal prav in ne priporoča, da bi posnemali njegov korak. S. A. Goudsmit, ki je kot urednik zavrnil prispevek, prizna, da bi sicer lahko zadržal prva dva prispevka in bi izšli vsi trije skupaj pozneje. A prispevek je odklonil zaradi premajhne zanesljivosti: asimetrije $(690-610)/1300 = 0{,}062$ je bilo le za dobra dva efektivna odmika. Pozneje sta J. I. Friedman in V. L. Telegdi merjenje izpopolnila. Pri 2000 razpadih mionov (toliko sta jih imela v načrtu že spočetka) sta dobila asimetrijo $(1091-909)/2000 = 0{,}091$ (porazdelitvi $1 - \frac{1}{3} \cos \vartheta$ ustreza asimetrija $\frac{1}{6} = 0{,}167$). Ta podatek sta dodala kot pripombo ob korekturi prispevka, ki je izšel pozneje.

Tudi ta zgodba kaže, kako nehvaležno je določanje prvenstva pri fizikalnih odkritjih. Glede na zgodbo na str. 192 pa priča tudi o napredku. Medtem ko je šlo pri pojavu Čerenkova še za desetletja, gre pri neohranitvi parnosti le še za dni. Ali bo šlo kdaj le še za minute?

Janez Strnad

* Adventures in Experimental Physics je knjižna zbirka o pomembnih fizikalnih poskusih; v Ameriki jo izdaja B. Maglić. Vsako poglavje je posvečeno enemu poskusu, pri izbiri katerih sodelujejo s svojimi predlogi tudi bralci. Poglavje vsebuje poleg pojasnila za nestrokovnjake in odtisov originalnih del še pripoved avtorja ali avtorjev o poskusu.

NOVE KNJIGE

Jože Povšič: Bibliografija Jurija Vege. Slovenska akademija znanosti in umetnosti. Razred za matematične, fizikalne in tehnične vede. Ljubljana 1974, 84 + 40 str. 8°. Cena 70.— din.*

Jurij Vega je za nas izraz naše umske moči in dokaz, da imamo resno znanstveno izročilo mednarodnega pomena. Njegovi dosežki sodijo — ne glede na tuj izrazni jezik — v našo slovensko kulturno zakladnico.
(Str. 23)

Bibliografijo krasi na začetku lepa barvna reprodukcija Sternenovega portreta Jurija Vege, katerega original visi v avli univerze v Pittsburghu. Avtor začne svojo knjižico s kratkim, toda dovolj izčrpnim orisom življenja in dela Jurija Vege; temu sledi komaj dve strani obsegajoč povzetek v angleškem jeziku. Šele za tem povzetkom je uvrstil avtor predgovor v bibliografijo v katerem je podal kratek historiat svojega več kot dvajsetletnega dela in iz katerega se vidi, kako mnogo je k temu delu prispevala bibliografska sekcija Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije. V uvodu avtor nato obrazloži svojo zasnovo Vegove bibliografije. Težišče knjižice predstavlja spisek Vegovih del, ki obsega 330 bibliografskih enot. Nato sledi seznam natisnjenih in nenatisnjenih virov od l. 1754 do l. 1972. Knjižici je dodano na koncu na finejšem papirju slikovno gradivo — 67 slik.

Avtorju prof. Jožetu Povšiču k opravljenemu delu lahko samo čestitamo; nalogo je odlično opravil in jasno prikazal pomen Slovenca Jurija Vege za svetovno znanost. Njegov prikaz Jurija Vege in njegovo bibliografijo o njem odlikuje izjemna zavzetost in znanstvena natančnost. Kot vesten raziskovalec se J. Povšič ni zadovoljil z dognanji starejših Vegovih biografov in bibliografov, ampak se je potrudil poiskati in preiskati prvotne vire. Tako je našel nekatere doslej neznane, toda pomembne podatke o Juriju Vegi; med drugim je npr. odkril razpravi št. 160 in 165, ki jih ni najti v nobeni dosedanji Vegovi bibliografiji; prav tako je dognal, da so izšla nekatera Vegova dela v danskem in norveškem prevodu; opozoril je tudi na nekaj zmot o Juriju Vegi, ki so postale že kar konvencionalne.

Delo, kakor ga je zasnoval J. Povšič, ni namenjeno samo slovenskemu bralcu, ampak morda še bolj svetovni javnosti; ta naj namreč spozna, kdo je bil Jurij Vega in kaj je prispeval v zakladnico svetovne znanosti. Vegov pomen v zgodovini znanosti, prizadevanja Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije in dolgoletni avtorjevi napori bi zaslužili, da bi bilo delo bolj dostopno svetovni javnosti. Pri pregledu knjižice se vsiljuje vtis, da je bil avtor nekako prisiljen v pretirano skromnost in da je zato krčil nekatera spremna poglavja.

Oris Vegovega življenja in dela je v slovenščini dovolj izčrpen, če upoštevamo, da je glavni namen knjižice podati Vegovo bibliografijo. Tekst tega dela dopolnjuje 44 opomb, ki se nanašajo pretežno na dokaj težko dostopne vire. Želeti bi bilo, da bi bile te opombe bolj izčrpne, nekako tako, kakor je izčrpna 44. opomba, ki navaja Colloredovo pismo dobesedno.

Povzetek orisa Vegovega življenja in dela v angleškem jeziku je odločno prekratek. Namesto povzetka bi sodil sem popoln prevod, kajti le tako bi tuj bralec lahko spoznal celotni pomen Jurija Vege in razne zmote o njem. Tako npr. podatek o Vegovem rojstvu: »born Zagorica 23. III. 1754 not 1756« ne pove skoraj nič o pomotah glede letnice rojstva in o prizadevanjih avtorja in Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije, da bi se te pomote popravile. Tujemu bralcu bi bila prav gotovo dragocena informacija,

* Za člane društva je knjiga pri Komisiji za tisk po 56.— din.

da je bil Vega pravzaprav Veha. V izvleček v angleškem jeziku bi lepo sodil moto te ocene, s katerim je avtor končal svoj prikaz Vegovega življenja in dela.

V knjižico bi sodili tudi izvlečki v kakih drugih svetovnih jezikih, zlasti v ruskem in sicer iz dveh razlogov. Prvič, ker omenja avtor, da ima Velika sovjetska enciklopedija glede Vege napake, ki jih doslej še ni popravila kljub zahtevi Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije. Drugič, ker je imel Jurij Vega znanstvene stike s petrograjsko akademijo znanosti; tej je namreč poslal svojo razpravo, v kateri srečamo število π izračunano na 140 decimalk. Zanimivo bi bilo vedeti ali so kasneje okrasili dvorano doma zanimivih znanosti v Leningradu z borduro števil, ki določujejo število π na 707 decimalk.

Knjižici je dodano bogato in tehnično dovršeno slikovno gradivo. Slike so podnaslovljene samo v slovenščini; mednarodna vrednost knjižice bi gotovo zrastla, če bi bile slike podnaslovljene še v vsaj enem svetovnem jeziku.

Vloga bibliografske sekcije Društva matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije je pri izdaji knjižice premalo poudarjena, saj je avtor kot dolgoletni vodja sekcije opravil svoje delo v okviru in ob moralni in materialni pomoči tega društva.

K likovnim upodobitvam Jurija Vege bi dodal še tole informacijo: na oglas v dnevniku Delo sem nekako pred tremi leti kupil 30 cm visok Vegov doprsni kipec iz mavca. Od prodajalca nisem mogel prav nič izvedeti o njegovem izvoru; kipec hranim doma. Četudi me je tedaj na oglas opozoril J. Povšič, pa kipca zaradi njegove anonimnosti ni uvrstil med Vegove likovne upodobitve.

Alojzij Vadnal

Nastava matematike, nova serija 1 (1974) 1, Beograd, Društvo matematičara, fizičara i astronoma SR Srbije.

Ob koncu minulega šolskega leta je izšla prva številka nove serije I (XXIII) revije z naslovom Nastava matematike; prinaša naslednje prispevke:

Beseda urednika — E. Stipanić, Marksistično izobraževanje in pouk matematike — R. Thom, Moderna matematika — ali obstaja? — Đ. Kurepa, Navzočnost matematične logike pri pouku matematike — J. Leray, Uvajanje v matematiko — J. Leray, »Moderna« matematika — V. Dajović, O reformi pouka matematike — B. V. Gnjedenko, O definiciji matematike — K. Orlov, O prvem in drugem kongresu za pouk matematike.

Časopis je pričel izhajati, ko so bili sprejeti koncepti za ločitev dosedanjega časopisa Nastava matematike i fizike v dve reviji — en koncept za pouk matematike in drugi za pouk fizike. Osnovna naloga tega časopisa je, da konstruktivno razpravlja o aktualnih problemih vsebine in metode realizacije pouka matematike v osnovni šoli, srednjih in višjih šolah ter na univerzi in o vprašanjih oblikovanja in stalnega izpopolnjevanja učiteljev in profesorjev matematike; pri tem moramo upoštevati razvoj sodobne matematične vede ter potrebe naše šole in naše družbe. S sistematično izbranimi strokovnimi prilogami bo skušal bralce seznanjati s sodobnimi prizadevanji za razvoj in napredovanje pouka matematike pri nas in v svetu ter se bo tudi sam trudil, kako konkretno izboljšati pouk tega predmeta. Zato bo časopis objavljal priloge, ki se nanašajo na znanstvene osnove in koncept pouka matematike; v posebnih rubrikah pa bo obravnaval metode realizacije tega pouka; prav tako bo posebno pozornost posvetil marksističnemu obravnavanju filozofskih problemov matematike nasploh, a pouka matematike še posebej. Časopis bo obveščal bralce o dejavnosti naših društev matematikov, fizikov in astronomov in naše Zveze na področju pouka matematike, redno bo prinašal obvestila o matematičnih kongresih in simpozijih, o učnih programih, o matematičnih tekmovanjih, o tujih strokovnih časopisih.

Uredniški odbor je sestavljen takole: Jagoda Brkić (Zagreb), Milica Ilič-Dajović (glavni in odgovorni urednik), France Križanič, Djuro Kurepa, Živko Madevski (Skopje), Predrag Obradović in Radomir Živković.

V tem letu bosta izšli dve številki Nastave matematike; številka dve bo izšla v začetku oktobra tega leta. Naročnina za obe številki je 30.— din, cena ene številke je 15.— din. Naročilo pošiljite na naslov časopisa: Nastava matematike, 11001 Beograd, pp 728, Knez Mihajlova 35/IV, naročnino pa na žiro račun številka 60806-678-14627.

Če bo mogoče, bo časopis pričel izhajati v prihodnjem letu v štirih številkah.

Ciril Velkovrh

UTRINEK

Kdo je bil prvi?

Pri *pojavu Čerenkova* seva nabiti delec, ki se giblje po prozorni snovi hitreje kot svetloba. (Hitrost delca v je manjša kot hitrost svetlobe v vakuumu c, a večja kot hitrost svetlobe v snovi $c' = c/n$; pri tem je n lomni kvocient snovi.) Pojav spominja na Machovi valovni čeli, ki nastaneta, na primer, če se giblje čoln hitreje, kot se širijo po vodni gladini valovi. Kot α med valovnim čelom in smerjo gibanja delca podaja enačba

$$\sin \alpha = c'/v \tag{1}$$

Na splošno je veljalo mnenje, da je svetlobo, ki jo sevajo zelo hitri nabiti delci pri prehodu skozi snov, prvi podrobneje preučil ruski fizik P. A. Čerenkov 1934, potem ko je nanjo opozoril njegov učitelj S. I. Vavilov istega leta. Zato imenujejo Rusi pojav po Vavilovu in Čerenkovu. Teoretično sta pojav izčrpno obdelala I. M. Frank in I. J. Tamm 1937. Čerenkov, Frank in Tamm so dobili Nobelovo nagrado za fiziko 1958.

Pred kratkim pa je prišla hkrati z dveh strani [1], [2] vest, da je pojav in enačbo (1) že mnogo prej napovedal Anglež O. Heaviside. Članek je izšel 1888 v reviji The Electrician. Predlagali so celo, da bi odslej govorili o Heavisidovem sevanju [2]. Oglasil se je še J. V. Jelley, ki je napisal znano monografijo o tem sevanju [3]. Ugotovil je, da je pravzaprav že L. Mallet v letih od 1926 do 1929 eksperimentalno preučil pojav in bi bilo treba imenovati sevanje pravzaprav po Heavisidu in Malletu. Prav bi bilo, če bi del zaslug za odkritje tega pojava šel Francozom. M. Curie je namreč leta 1910 prva opazila to sevanje kot svetlikanje koncentriranih radioaktivnih raztopin, ki jih je pridobila med izolacijo polonija in radija. Zelo hitri elektroni, ki nastanejo pri razpadu β, imajo večjo hitrost kot svetloba v vodi in oddajajo sevanje Čerenkova. V Ljubljani je najlaže opazovati sevanje Čerenkova v podgoriškem reaktorju. V njem prav tako sevajo zelo hitri elektroni, ki nastanejo z razpadom β razcepnih produktov, v vodi v reaktorski sredici.

Ne kaže, da bi bilo smiselno zares spremeniti že ustaljeno ime pojava. Tako bodo ostale omenjene objave najverjetneje brez posledic. Kažejo pa, da je ugotavljanje prvenstva pri odkritjih v fiziki pogosto nehvaležno delo.

[1] A. A. Tjapkin, *O pervom teoretičeskom predskazanii izlučenija otkrytogo Vavilovym i Čerenkovim*, Uspehi fizičeskih nauk **112** (1974) 735.

[2] T. R. Kaiser, *Heaviside Radiation*, Nature **247** (1974) 400.

[3] J. V. Jelley, *Heaviside-Mallet Radiation*, Nature **247** (1974) 401.

Janez Strnad

Zavod za unapredjivanje stručnog obrazovanja, Zagreb, Trg Jože Vlahovića, 6 organizira

PRVI SIMPOZIJ O POUKU MATEMATIKE V SREDNJIH ŠOLAH

v Zagrebu od 20. do 24. januarja 1975. Prijavite se na gornji naslov, kotizacijo v višini 200,00 din pošljite na žiro račun Zavoda št. 30105-603-5652.

Dušan Modic

26. občni zbor DMFA SRS — Portorož, 13. do 14. 12. 1974

Ime in priimek ______________, poklic ________

stanovanje ______________________

se prijavljam sam-a (z zakonskim drugom) na 26. občni zbor DMFA SRS.

Pridem dne ________

Udeležil-a se bom

— ogleda tovarne TOMOS, rezervirajte mi sedež v avtobusu
— razgovora o novih metodah
— izleta v Hrastovlje, rezervirajte mi sedež v avtobusu
— ogleda šol v Trstu, rezervirajte mi sedež v avtobusu

Podpis:

---

26. občni zbor DMFA SRS — Portorož, 13. in 14. 12. 1974

Rezervirajte mi za čas od ____ do ____ 12. 1974

hotel	Penzion na dan in osebo: enoposteljna soba	Penzion na dan in osebo: dvoposteljna soba	Prenočišče z zajtrkom na dan in osebo: enoposteljna soba	Prenočišče z zajtrkom na dan in osebo: dvoposteljna soba
Grand hotel Palace	150.—	122.—	115.—	90.—
Hotel Palace	158.—	138,50	138.—	110.—
Hotel Neptun	130.—	105.—	100.—	80.—

Turistična taksa 1,50 na dan.

V cenah všteт vstop v pokriti plavalni bazen.

____
(Ime in priimek)

Obkroži želeno!

____
(točen naslov)

DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SR SLOVENIJE

vabi na strokovno posvetovanje o novih metodah in učnih načrtih za fiziko
zvezano s **26. občnim zborom**
od 13. do 14. decembra 1974 v Portorožu

Spored: prihod udeležencev v četrtek, 12. in petek, 13. 12. do 11. ure v hotelih Palace v Portorožu

petek, 13. 12. 1974

ob 11. uri predavanje o novih metodah in učnih načrtih za fiziko
ob 13. uri kosilo
od 14. do 18. ure ogled tovarne TOMOS z razgovorom o možnostih za delo fizikov in matematikov v njej
ob 15. uri razgovor o novih metodah in učnih načrtih za fiziko v hotelu Palace
ob 19. uri sprejem pri predsedniku skupščine občine PIRAN, nato večerja in družabni večer

sobota, 14. 12. 1974

ob 9. uri 26. občni zbor
ob 13. uri kosilo
ob 14. uri odhod v Trst ali v Hrastovlje

K udeležbi vljudno vabi odbor!

ODREŽI IN POŠLJI V KUVERTI DO 1. 12. 1974 NA ODGOVARJAJOČI NASLOV!

Spoštovana tovarišica
Bogomila Kolenko
sekretar DMFA SRS
Veluščkova 3
66000 KOPER

TOZD HOTELI PALACE
Portorož, pp 28
66320 PORTOROŽ