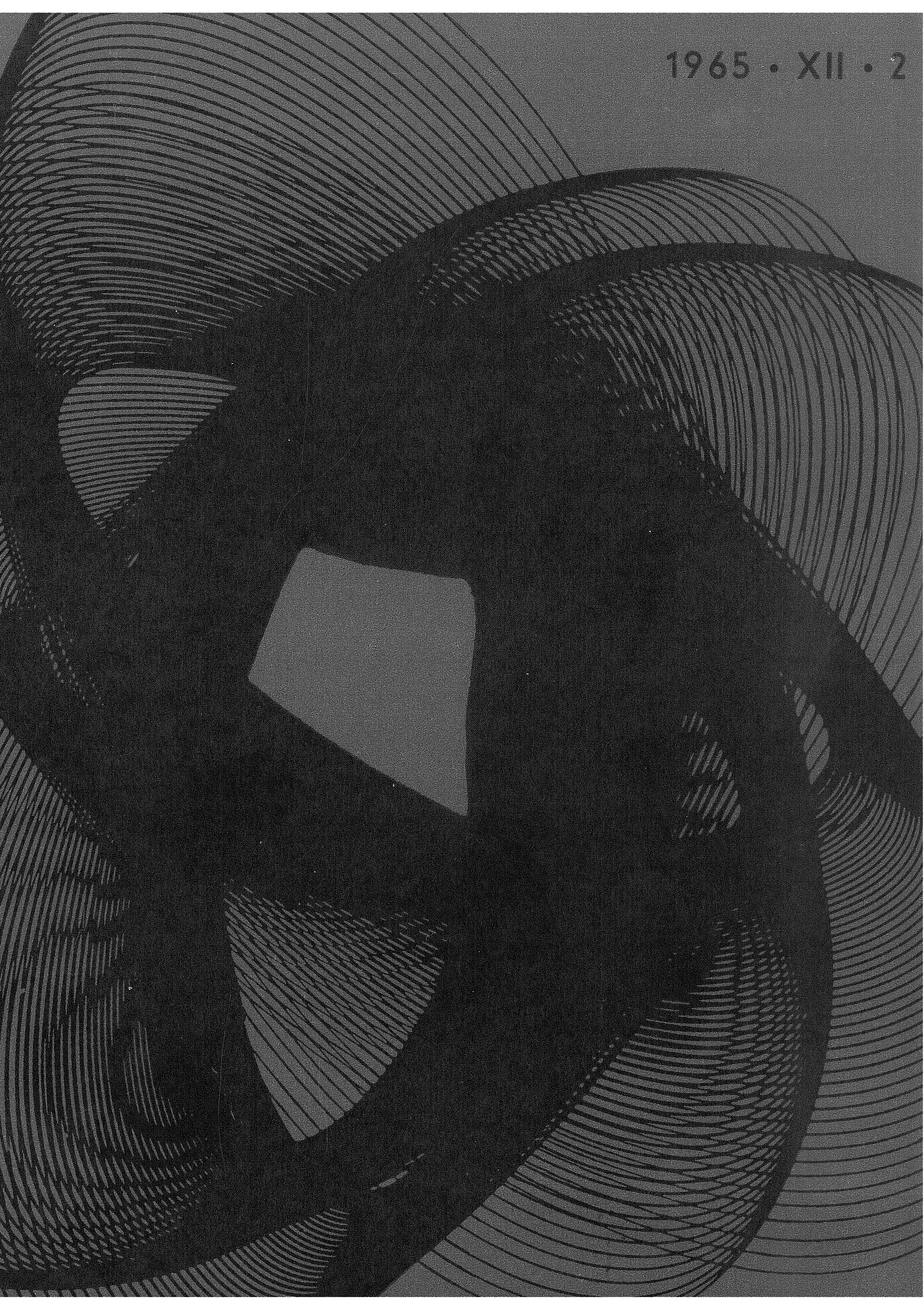




OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

XII. LETNIK — 2. ŠTEVILKA

IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SRS
LJUBLJANA, AVGUST 1965

VSEBINA

Članki

Stran

Programiranje v simboličnem jeziku ALGOL 60 (T. Skubic)	49
Neinvariantnost proti obratu časa (J. Strnad)	64
O Formuli za n-to praštevilo (A. Suhadolc)	71
Magnetni pretok skozi supraprevodni ovoj je kvantiziran (A. Čadež) .	72
Kvarki (J. Strnad)	76
Tekmovanje v matematiki (S. Uršič)	81
Tekmovanje mladih fizikov (F. Ahlin)	84
Ciklus predavanj za srednješolce (F. Ahlin)	86

Šola

Kinetična teorija za plin v kroglasti posodi (R. Kladnik)	87
Vodikov atom (J. Strnad)	88

Odgovori	92
--------------------	----

Nove knjige	94
-----------------------	----

CONTENTS

Articles

Page

ALGOL 60 Programming (T. Skubic)	49
Noninvariance under Time Reversal (J. Strnad)	64
On Formulae for the N-th Prime Number (A. Suhadolc)	71
Quantized Magnetic Flux trough Superconducting Ring (A. Čadež) .	72
Quarks (J. Strnad)	76

Home News	81
---------------------	----

School	87
------------------	----

Answers	92
-------------------	----

New Books	94
---------------------	----

PROGRAMIRANJE V SIMBOLIČNEM JEZIKU ALGOL 60

TOMISLAV SKUBIC

Računski center IMFM

I. UVOD

Vsak aritmetični elektronski računalnik ima svoj jezik, v katerem sestavljamo programe in mu dajemo podatke za računanje. Ker so interni jeziki računalnikov komplicirani, lahko piše v njih programe samo ožji krog strokovnjakov, ki so navadno poklicni programerji. Druga pomanjkljivost pa je v tem, da se program, ki je napisan v jeziku enega računalnika, ne da uporabiti za računanje na računalniku drugega tipa. Zato sta se z uvedbo aritmetičnih računalnikov kmalu pojavili dve težnji:

1. čimbolj poenostaviti programiranje in s tem omogočiti širokemu krogu uporabnikov, da sami programirajo svoje probleme;

2. omogočiti izmenjavo programov med uporabniki različnih računalnikov.

Tako so nastali simbolični jeziki *algol*, *fortran*, *cobol* in drugi. Pri programiranju v teh jezikih uporabljamo simbole, ki so vzeti iz običajnih jezikov (na primer iz angleščine), račune pa pišemo v obliki formul in z znaki, ki se uporabljajo v matematiki. Računalnik mora najprej prevesti program, ki je napisan v simboličnem jeziku, v svoj jezik in šele nato lahko načuna. Program za prevajanje je za vsak računalnik drugačen, delovni program v simboličnem jeziku pa je z majhnimi spremembami za različne računalnike enak.

Simbolični jeziki izpolnjujejo obe zgoraj omenjeni zahtevi: programiranje je mnogo bolj preprosto od programiranja v internem jeziku, hitreje se ga lahko naučimo, programi so krajši, preglednejši in razumljivejši. Po drugi strani pa lahko uporabimo programe v simboličnih jezikih za računanje na računalnikih najrazličnejših tipov.

Čeprav so simbolični jeziki univerzalni, imajo tudi svoje slabosti. Prav zaradi njihove univerzalnosti se lahko zgodi, da manjši računalniki sploh ne morejo prevesti programa, ki je napisan v simboličnem jeziku, v svoj jezik, ker bi program za prevajanje zasedel domala ves spomin računalnika. Pri večjih računalnikih tega problema ni. Vedno pa je prevedeni program zaradi upoštevanja velikega števila možnosti daljši in počasnejši kot bi bilo treba. Kljub tem pomanjkljivostim so simbolični jeziki zaradi velikih prednosti v programiranju in zaradi svoje univerzalnosti po svetu zelo razširjeni.

V naslednjih poglavjih bomo spoznali osnove programiranja v simboličnem jeziku *algol 60* (*algol* je kratica za *algorithmic language*). Ta jezik je mednarodno priznan in zelo razširjen predvsem v Evropi in deloma tudi v Ameriki. Programiranje v *algolu 60* je preprosto. Programi so pregledni, lahko razumljivi in mnogo krajši od programov v internem jeziku. Zato jih lahko napišemo hitreje in z manjšim številom napak. *Algol 60* odlično služi kot jezik za sporazumevanje med uporabniki različnih računalnikov. Če kdo želi objaviti problem, ki ga je numerično rešil z elektronskim računalnikom, ne

bo objavil programa v internem jeziku, ker bi ga le malokdo razumel. Program bo objavil v algolu, da bo razumljiv širokemu krogu uporabnikov. Če ima uporabnik program za prevajanje iz algola v interni jezik svojega računalnika, lahko objavljeni program kot tak ali z malenkostnimi spremembami uporabi za računanje na svojem računalniku. Če pa uporabnik nima programa za prevajanje, mu bo objavljeni program v algolu izdatno pomagal pri sestavljanju programa v internem jeziku.

Algol 60 je zelo primeren zlasti za numerično reševanje matematičnih in tehniških problemov. Zaradi vseh naštetih prednosti smo se v Računskem centru Inštituta za matematiko, fiziko in mehaniko Univerze v Ljubljani odločili za algol 60. Proučujemo ga v okviru raziskovalne naloge, ki jo financira Zvezni sklad za znanstveno-raziskovalno delo v Beogradu.

II. ELEMENTI JEZIKA

1. Znaki

V algolu 60 uporabljamo naslednje znake

a) črke

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

b) cifre

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

c) znake

+	—	×	/
.	,	:	:=
(	)	[	]

Znak $:=$ se imenuje *znak prirejenosti* in ga bomo obravnavali kasneje. Presledki in znaki za premik voza ter za novo vrstico na teleprinterju so v algolu brez pomena. Zato lahko pišemo programe zelo pregledno.

2. Števila

Števila pišemo v desetiškem sistemu. Opremljena so z znakom in eksponentom na osnovo 10, na primer

$$+3.7164981_{10}-4$$

Razen v tej popolni obliki lahko pišemo števila tudi v skrajšani obliki, na primer

77		—317.092		—.	126 ₁₀	+	4		—551	
		.5384		+	04.719 ₁₀	2		— ₁₀	30	
		+	0.710		9.123 ₁₀	+	1		₁₀ —	7
		0		2 ₁₀ —	6		+	₁₀ —	3	

Podatke lahko dajemo v računalnik v vsaki zgoraj navedeni obliki, rezultati pa se tiskajo samo v popolni obliki.

3. Imena

Imena so sestavljena iz črk in cifr, na primer

A12 | LAMBDA | M1A7

Prvi znak v imenu mora biti črka. Ime se ne sme začeti s cifro, lahko pa je sestavljeno samo iz črk. Število znakov v imenu ni omejeno. Vendar program za prevajanje registrira samo prvih šest znakov imena. To pomeni, da sta dve različni imeni, ki se ujemata v prvih šestih znakih, v algolu 60 enaki.

Naslednje skupine črk

ABS | ARCTAN | COS | ENTIER | EXP | LN |
PRINT | READ | SIGN | SIN | SQRT

imajo točno določeni pomen in jih ne smemo uporabljati kot imena.

4. Besedni simboli

Med elemente jezika algol 60 sodijo tudi besedni simboli

'ARRAY' | 'BEGIN' | 'COMMENT' | 'DO' |
'ELSE' | 'END' | 'EQUAL' | 'FOR' |
'GO TO' | 'GREATER' | 'IF' | 'INTEGER' |
'LESS' | 'NOT EQUAL' | 'NOT GREATER' | 'NOT LESS' |
'REAL' | 'STEP' | 'THEN' | 'UNTIL' |

ki so vzeti iz angleščine. Spoznavni znak zanje je apostrof, ki ga moramo pisati na začetku in na koncu simbola.

III. ARITMETIČNI IZRAZI

1. Številski izrazi

Najpreprostejša oblika aritmetičnega izraza je številski izraz. Sestavljajo ga števila brez znaka, okrogli oklepaji in operacijski znaki $+$ | $-$ | $\times$ | $/$. Oklepaji imajo ravno tak pomen kot v aritmetiki. Imenovalce ulomkov moramo dati v oklepaj, razen če je imenovalec eno samo pozitivno število.

Zgledi:

3.14159
-1.2
 $(3.47_{10} - 4 + 9.01_{10} + 1)/4$
 $9 \times 8 \times 7 / (1 \times 2 \times 3)$
 $(9 + 2.7) / (-3)$
 $((1.5 \times 3 - 4) \times 3 + 0.19_{10}) \times 3 - 2.6_{10}3$
 $10 + 1.4 / (1 + 0.9 / (7 - 0.4/3))$

2. Spremenljivke

Spremenljivkam dajemo imena. Za ime zapišemo v oglatem oklepaju množico indeksov. Če je ta množica prazna, govorimo o *enostavni spremenljivki* in jo označimo samo z imenom. Če pa množica indeksov ni prazna, imamo *spremenljivko z indeksi*. V tem odstavku si bomo ogledali samo enostavne spremenljivke. Če taka spremenljivka lahko zavzame realne vrednosti, ji pravimo *realna spremenljivka*. Pri programiranju pa uporabljamo tudi enostavne spremenljivke, katerih vrednosti so samo cela števila. Pravimo jim *cele spremenljivke*. Uporabljamo jih predvsem za štetje in kot indekse spremenljivk. S tem smo vpeljali dva tipa enostavnih spremenljivk (realne in cele).

Enostavno spremenljivko smemo uporabljati v aritmetičnem izrazu samo, če smo se takoj na začetku programa dogovorili o njenem tipu in če smo ji že priredili številsko vrednost.

a) Dogovor o tipu spremenljivke

Na začetku programa se moramo dogovoriti o tipu vseh spremenljivk, ki bodo v programu nastopale. Za realne spremenljivke napišemo dogovor tako, da za besednim simbolom 'REAL' naštejemo njihova imena, ki jih moramo ločiti z vejicami, na primer

'REAL' A, DET, PI, B5

Če pa želimo prirediti spremenljivkam cele vrednosti, napišemo njihova imena za besednim simbolom 'INTEGER', na primer

'INTEGER' M, N, I, J, ALFA

b) Kako priredimo spremenljivki številsko vrednost

Številska vrednost, ki jo želimo prirediti spremenljivki, je lahko podatek, ki ga damo v računalnik. Druga možnost pa je, da priredimo spremenljivki številsko vrednost šele med odvijanjem programa.

Podatek, ki smo ga dali v vhodno enoto računalnika, priredimo spremenljivki V z ukazom

READ(V)

Vzemimo, da je na luknjanem traku, ki smo ga dali v čitalec, podatek 1.297_{10} —7. Z ukazom READ(A2) priredimo to vrednost spremenljivki A2.

Več takih ukazov za klicanje podatkov, ki si sledijo v programu drug drugemu, lahko združimo v en sam ukaz

READ($V_1, V_2, \dots, V_n$)

Če so na traku, ki smo ga dali v vhodno enoto računalnika, na primer števila 3.4_{10} —1, 7.149, 825_{10} 1, 9, ki jih želimo prirediti po vrsti spremenljivkam B10, B11, B12 in B15, bomo uporabili ukaz

READ(B10, B11, B12, B15)

Spremenljivki V lahko priredimo številsko vrednost tudi med odvijanjem programa. To dosežemo z ukazom

$V := E$

Pri tem je $:=$ znak prirejenosti, E pa aritmetični izraz.

Najenostavnejša oblika za E je številski izraz, na primer

$V := 0$

Ta ukaz priredi spremenljivki V vrednost nič.

E je lahko tudi poljuben aritmetični izraz, v katerem nastopajo spremenljivke. Če smo vsem spremenljivkam izraza že priredili številске vrednosti, se vrednost aritmetičnega izraza izračuna med odvijanjem programa in nato se priredi spremenljivki V .

Zgledi:

$A4 := 3 \times A1 - 4 \times A2 + 5 \times A3$

$P := R \times R \times 3.14159$

DETERMINANTA := $A1 \times B2 - A2 \times B1$

Celi spremenljivki smemo prirediti samo izraze, katerih vrednosti so cela števila, na primer

```
'INTEGER' I, J;
I := 3;
J := I × (I + 1)/2
```

Dogovore in ukaze v programu moramo ločiti s podpičjem (glej IV. poglavje).

Tu naj opozorimo na razliko med prireditvijo vrednosti in med enačbo. To pokažemo s posebno izbiro znaka za prirejenost, ki ni enačaj. Zapisati smemo $I := I + 1$, kar pomeni: vrednosti I prištejemo 1 in novo vrednost imenujemo spet I . Stara vrednost spremenljivke I pa je pozabljena. Zapisava $X := 1/X$ pa pomeni, da smo novemu X -u priredili recipročno vrednost starega X -a.

Vrednost istega aritmetičnega izraza lahko priredimo tudi več spremenljivkam hkrati. Z ukazom

$$V_1 := V_2 := V_3 := E$$

priredimo spremenljivkam V_1 , V_2 in V_3 vrednost izraza E .

3. Standardne funkcije

Program za prevajanje iz algola 60 v interni jezik računalnika vsebuje kompletne programe za računanje nekaterih standardnih funkcij. Te programe pokličemo s točno definiranimi imeni. Za imenom napišemo v okrogli oklepaj argument, ki je poljuben aritmetični izraz E . Standardne funkcije same so lahko tudi sestavni deli argumenta.

Te funkcije so:

SQRT(E)	drugi koren iz E (za $E < 0$ ni definiran)
SIN(E)	sinus argumenta E (argument mora biti podan v radianih)
COS(E)	cosinus argumenta E (argument mora biti podan v radianih)
ARCTAN(E)	arcustangens argumenta E (glavna vrednost funkcije med $-\pi/2$ in $+\pi/2$)
LN(E)	naravni logaritem argumenta E (za $E \leq 0$ funkcija ni definirana)
EXP(E)	eksponentna funkcija argumenta E
ABS(E)	absolutna vrednost argumenta E
SIGN(E)	$= \begin{cases} +1 & \text{za } E > 0 \\ 0 & \text{za } E = 0 \\ -1 & \text{za } E < 0 \end{cases}$
ENTIER(E)	največje celo število, ki ni večje od E , na primer ENTIER (4.12) = 4 ENTIER (—6.8) = —7 ENTIER (3) = 3 ENTIER (—5) = —5

Vrednosti prvih sedmih funkcij so realne, vrednosti funkcij SIGN in ENTIER pa so vedno cela števila.

Zgledi:

$$\begin{aligned} & B + \text{SIGN}(B) \times \text{SQRT}(B \times B - 4 \times A \times C) \\ & \text{SQRT}(\text{SQRT}(A \times A \times A)) \\ & \text{SIN}(\text{ALFA} \times \text{PI}/180) \end{aligned}$$

4. Izdajanje rezultatov

Če smo spremenljivki V priredili številsko vrednost, lahko to vrednost pokličemo v izhodno enoto računalnika (na teleprinter ali na hitri luknjač) z ukazom

$$\text{PRINT}(V)$$

Več takih ukazov za tiskanje, ki si sledijo v programu drug drugemu, lahko združimo v en sam ukaz

$$\text{PRINT}(V_1, V_2, \dots, V_n)$$

Rezultati, ki jih dobimo na luknjanem traku v izhodni enoti računalnika, nam lahko služijo kot novi podatki za nadaljnje računanje.

IV. ZGRADBA PROGRAMA

1. Enostavni ukazi

Pri programiranju v algolu uporabljamo štiri enostavne ukaze. Prvi se glasi

$$V := E$$

Z njim ukažemo računalniku, naj izračuna številsko vrednost izraza E in jo priredi spremenljivki V . Šele potem lahko izvrši naslednji ukaz. Enostavna ukaza sta tudi $\text{READ}(V)$ in $\text{PRINT}(V)$. S prvim ukažemo računalniku, naj priredi spremenljivki V številsko vrednost podatka, ki je v vhodni enoti računalnika, z drugim pa mu ukažemo, naj tiska vrednost spremenljivke V . Med enostavne ukaze sodi še ukaz za skok, ki ga bomo spoznali v zadnjem poglavju.

2. Program

Program v algolu ima naslednjo obliko

$$\text{'BEGIN' } D_1; D_2; \dots; D_m; S_1; S_2; \dots; S_n \text{ 'END'}$$

Začne se z besednim simbolom 'BEGIN'. Temu sledijo dogovori D_i o tipu vseh spremenljivk, ki nastopajo v programu. Dogovorom sledijo ukazi S_k . Na koncu programa moramo zapisati besedni simbol 'END'. Iz zgornje oblike je razvidno, da moramo posamezne dogovore in ukaze ločiti s podpičjem. Podpičja ne pišemo pred prvim dogovorom in za zadnjim ukazom. V programu je S_k lahko enostaven ukaz ali pa kateri koli od ukazov, ki jih bomo spoznali v naslednjih poglavjih.

3. Komentar

Večkrat želimo imeti na protokolu, ki nastane pri tipkanju programa, razna besedila. Ta služijo za razlago in povečajo preglednost programa. V algolu ima besedilo lahko poljubno mnogo simbolov. Pred besedilom moramo zapisati besedni simbol 'COMMENT', za besedilom pa podpičje. Zato

podpičje ne sme nastopati v besedilu. Komentar ima v programu naslednjo obliko

'COMMENT' besedilo;

Komentar mora slediti podpičju ali pa besednemu simbolu 'BEGIN' in nič ne vpliva na odvijanje programa. Program za prevajanje se za komentar ne meni.

4. Zgled

S tem, kar smo doslej spoznali, že lahko napišemo preprost program. Za zgled vzemimo računanje vrednosti polinoma tretje stopnje v točki x_1 . Polinom

$$P(x) = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

naj ima koeficiente $a_0 = 1,5$, $a_1 = 116$, $a_2 = 27,4$ in $a_3 = 0,987$. Izračunati je treba njegovo vrednost v točki $x_1 = 134,68$. Vrednost polinoma bomo računali po Hornerjevi shemi

$$a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = [(a_3 x + a_2) x + a_1] x + a_0$$

Program se glasi:

```
'BEGIN' 'COMMENT' VREDNOST POLINOMA TRETJE
                        STOPNJE ZA X1;
      'REAL' A0, A1, A2, A3, X1, P;
      READ (A0, A1, A2, A3, X1);
      P := ((A3 × X1 + A2) × X1 + A1) × X1 + A0;
      PRINT (P)
'END'
```

Na traku s podatki morajo biti po vrsti vrednosti za a_0 , a_1 , a_2 , a_3 in x_1 , torej

1.5, 116, 27.4, 0.987, 1.3468₁₀2;

Podatke na traku moramo ločiti z vejicami, za zadnjim podatkom pa mora biti podpičje. Podatki so lahko na istem traku kot program (in sicer za programom), lahko pa so na posebnem traku.

V. CIKLI

1. Ukaz za tvorbo cikla

O ciklu v programu govorimo, kadar se mora en ukaz ali skupina ukazov izvršiti večkrat zaporedoma. V algolu tvorimo cikel takole:

Spremenljivki V priredimo številsko vrednost. S to vrednostjo spremenljivke se izvrši tisti del programa, ki ga želimo ponoviti. Potem priredimo spremenljivki V drugo vrednost in nato se z novo vrednostjo spremenljivke izvrši isti del programa, itd. Ker zavzame pri tem spremenljivka V več vrednosti, ji pravimo *tekoča spremenljivka*. Tek spremenljivke V podamo takole:

'FOR' $V := E_1, E_2, \dots, E_k$

Pri tem so E -ji aritmetični izrazi. Na primer

'FOR' $V := 3, A1, B2, 7.4, 2 \times N$

Ukaz za tvorbo cikla dobimo tako, da podanemu teku spremenljivke dodamo besedni simbol 'DO' in tisti del S programa, ki se mora ponoviti. Ukaz ima tedaj obliko

$$\text{'FOR' } V := E_1, E_2, \dots, E_k \text{'DO' } S$$

in učinkuje takole:

Najprej priredi spremenljivki V vrednost aritmetičnega izraza E_1 , nato se izvrši S . Potem priredi spremenljivki V vrednost izraza E_2 , nakar se z novo vrednostjo V -ja izvrši S , itd. Končno priredi spremenljivki V vrednost izraza E_k in nato se izvrši S z zadnjo vrednostjo spremenljivke V . Zgornja oblika ukaza za tvorbo cikla je torej krajša pisava za naslednje zaporedje ukazov

$$\begin{aligned} \text{'FOR' } V &:= E_1 \text{'DO' } S; \\ \text{'FOR' } V &:= E_2 \text{'DO' } S; \\ &\dots\dots\dots \\ \text{'FOR' } V &:= E_k \text{'DO' } S \end{aligned}$$

Večkrat mora spremenljivka V preteči vrednosti, ki tvorijo aritmetično zaporedje, na primer vsa naravna števila od 1 do 100. V tem primeru lahko namesto

$$\text{'FOR' } V := 1, 2, \dots, 100$$

opišemo tek spremenljivke krajše, tako da podamo začetno vrednost, dolžino koraka in končno vrednost spremenljivke v obliki

$$\text{'FOR' } V := 1 \text{'STEP' } 1 \text{'UNTIL' } 100$$

ali splošno

$$\text{'FOR' } V := E_1 \text{'STEP' } E_2 \text{'UNTIL' } E_3$$

Pri tem so E_1 , E_2 in E_3 aritmetični izrazi. Spremenljivka V zavzame vrednosti E_1 , $E_1 + E_2$, $E_1 + 2E_2$, ..., $E_1 + nE_2 = E_3$. Če vrednost izraza E_3 ni člen tega aritmetičnega zaporedja, zavzame spremenljivka V nazadnje vrednost največjega člena, ki je še manjši od E_3 .

Najsplošnejša oblika ukaza za tvorbo cikla je

$$\text{'FOR' } V := L_1, L_2, \dots, L_k \text{'DO' } S$$

Pri tem je L_i aritmetični izraz ali pa pomeni $E_1 \text{'STEP' } E_2 \text{'UNTIL' } E_3$.

Zgled:

$$\text{'FOR' } V := 0.5, \text{ALFA}, 1 \text{'STEP' } 1 \text{'UNTIL' } N, 10.4 \text{'DO' } S$$

To je krajša pisava za naslednje zaporedje ukazov

$$\begin{aligned} \text{'FOR' } V &:= 0.5 \text{'DO' } S; \\ \text{'FOR' } V &:= \text{ALFA} \text{'DO' } S; \\ \text{'FOR' } V &:= 1 \text{'STEP' } 1 \text{'UNTIL' } N \text{'DO' } S; \\ \text{'FOR' } V &:= 10.4 \text{'DO' } S \end{aligned}$$

V ukazu za tvorbo cikla pomeni S tisti del programa, ki se mora izvršiti pri različnih vrednostih tekoče spremenljivke. To je lahko en sam enostaven ukaz ali skupina enostavnih ukazov, lahko je ukaz za tvorbo cikla ali kateri od ukazov, ki jih bomo še spoznali. Pri tem velja naslednje važno pravilo: če S ni en sam enostaven ukaz, ga moramo zapisati med besedna simbola 'BEGIN' in 'END'. Če pa je S en sam enostaven ukaz, to ni potrebno.

Oglejmo si to na zgledu! Izračunati je treba vrednost polinoma tretje stopnje v točkah $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Program se glasi:

```
'BEGIN'
    'REAL' A0, A1, A2, A3, X, P ;
    'INTEGER' N, I ;
    READ (A0, A1, A2, A3, N) ;
    'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
        'BEGIN'
            READ (X) ;
            P := ((A3  $\times$  X + A2)  $\times$  X + A1)  $\times$  X + A0 ;
            PRINT (P)
        'END'
    'END'
```

V tem zgledu je S sestavljen iz treh enostavnih ukazov. Zato smo ga morali zapisati med besedna simbola 'BEGIN' in 'END'.

Podatki na traku morajo biti odluknjani v naslednjem vrstnem redu:
 $a_0, a_1, a_2, a_3, n, x_1, x_2, \dots, x_n$.

Oglejmo si še program za računanje vrednosti polinoma v n ekvidistantnih točkah $x, x + h, x + 2h, \dots, x + (n - 1)h$.

```
'BEGIN'
    'REAL' A0, A1, A2, A3, X, H, P ;
    'INTEGER' N, I ;
    READ (A0, A1, A2, A3, X, H, N) ;
    'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
        'BEGIN'
            P := ((A3  $\times$  X + A2)  $\times$  X + A1)  $\times$  X + A0 ;
            PRINT (P) ;
            X := X + H
        'END'
    'END'
```

Podatki na traku morajo biti v naslednjem vrstnem redu:

$a_0, a_1, a_2, a_3, x, h, n$.

2. Spremenljivka z indeksi

Poleg enostavnih spremenljivk imamo v algolu tudi spremenljivke z indeksi. Pri njih zapišemo za imenom v oglati oklepaj množico indeksov. Oglejmo si nekaj zgledov.

Običajna pisava	Pisava v algolu	Pomen
x_1	X [1]	prva komponenta vektorja X
x_i	X [I]	i -ta komponenta vektorja X
$a_{i+1, k}$	A [I + 1, K]	element iz $(i + 1)$ -te vrstice in k -tega stolpca matrike A
$y_{a_{r+1}, l+1}$	Y [A [R + 1], L + 1]	element iz a_{r+1} -te vrstice in $(l + 1)$ -tega stolpca matrike Y

V zadnjih treh zgledih se izračunajo vrednosti indeksov šele med odvijanjem programa. Vrednosti, ki jih priredimo indeksom, morajo biti cela števila.

Spremenljivke z indeksi smemo uporabiti v aritmetičnih izrazih le, če smo na začetku programa zapisali *dogovor o množici indeksov*. Besedni simbol zanj je 'ARRAY', na primer

'ARRAY' A [1 : 10]

S tem se dogovorimo, da je A spremenljivka z enim indeksom, ki lahko zavzame vse cele vrednosti od 1 do vključno 10.

Dogovor

'ARRAY' B [1 : 10, 1 : 20]

pa pove, da je B spremenljivka z dvema indeksoma. Prvi lahko zavzame vse cele vrednosti od 1 do 10, drugi pa od 1 do 20.

V prvem primeru predvidi računalnik 10 celic spomina, v katere bo shranil komponente spremenljivke A, v drugem pa 200 celic za komponente spremenljivke B.

Z besednim simbolom 'ARRAY' se dogovorimo ne samo o množici indeksov, ampak tudi o tipu spremenljivke z indeksi. Spremenljivka, ki je zapisana za besednim simbolom 'ARRAY', je realna. Če pa želimo imeti v programu cele spremenljivke z indeksi, moramo pri dogovoru zapisati pred 'ARRAY' še besedni simbol 'INTEGER', na primer

'INTEGER' 'ARRAY' N [1 : 4]

Če predvidimo za več spremenljivk istega tipa enake množice indeksov, lahko združimo dogovore za posamezne spremenljivke v en sam dogovor, na primer

'ARRAY' A, B, C [1 : 5]
'INTEGER' 'ARRAY' I, J [1 : 10]

Spremenljivkam z indeksi priredimo vedno množico številskih vrednosti. Spremenljivka z indeksi ima toliko komponent, kolikor je indeksov. Vsaka njena komponenta pa je enostavna spremenljivka. Zato velja za posamezno komponento spremenljivke z indeksi vse, kar smo povedali o enostavni spremenljivki.

3. Rekurzija

Na začetku tega poglavja smo spoznali ukaz za tvorbo cikla. Včasih nastopa v tistem delu programa, ki se mora ponoviti, spremenljivka z indeksi. Če je indeks tekoča spremenljivka, govorimo o *rekurziji po indeksu*. Kot zgled si oglejmo program za računanje vsote $s = a_1 + a_2 + a_3$.

'BEGIN'

'REAL' S ;

'INTEGER' I ;

'ARRAY' A [1 : 3] ;

S := 0 ;

'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' 3 'DO'

S := S + A [I] ;

PRINT (S)

'END'

Vsota se računa takole:

```
S := 0 ;  
S := S + A [1] ;  
S := S + A [2] ;  
S := S + A [3]
```

Ukaz $S := S + A [I]$, ki se mora trikrat izvršiti, vsebuje spremenljivko A z indeksom I . Indeks je tekoča spremenljivka. Ukaz se izvrši najprej za $I = 1$, nato za $I = 2$ in končno za $I = 3$.

Kadar nastopa tekoča spremenljivka ne kot indeks, ampak neposredno v izrazih, govorimo o *splošni rekurziji*. Kot zgled napišimo del programa za računanje produkta n faktorjev

$$p = x(x-1)(x-2)\dots(x-n+1)$$

ki se glasi

```
PRODUKT := 1 ;  
'FOR' I := 0 'STEP' 1 'UNTIL' N - 1 'DO'  
PRODUKT := (X - I) × PRODUKT
```

Pri najbolj splošni rekurziji nastopa tekoča spremenljivka kot indeks in neposredno v izrazih.

4. Zgleda

a) Dana sta vektorja $\mathbf{X}$ in $\mathbf{Y}$ v n -dimenzionalnem prostoru. Napisati je treba program za računanje komponent njune vsote in razlike ter komponent vektorja $\mathbf{P}$, ki ga dobimo, če projiciramo vektor $\mathbf{Y}$ na vektor $\mathbf{X}$

$$\mathbf{P} = \mathbf{X} \frac{(\mathbf{X}, \mathbf{Y})}{(\mathbf{X}, \mathbf{X})}$$

V programu naj bo

X [I]	i -ta komponenta vektorja $\mathbf{X}$
Y [I]	i -ta komponenta vektorja $\mathbf{Y}$
S [I]	i -ta komponenta vsote $\mathbf{X} + \mathbf{Y}$
D [I]	i -ta komponenta razlike $\mathbf{X} - \mathbf{Y}$
SKALAR	skalarni produkt $(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$
IZNOS	kvadrat absolutne vrednosti vektorja $\mathbf{X}$, $X^2 = (\mathbf{X}, \mathbf{X})$
KVOCIENT	kvocient $(\mathbf{X}, \mathbf{Y})/(\mathbf{X}, \mathbf{X})$
P [I]	i -ta komponenta vektorja $\mathbf{P}$

Program se glasi:

```
'BEGIN'  
  'REAL' SKALAR, IZNOS, KVOCIENT ;  
  'INTEGER' I, N ;  
  'ARRAY' X, Y, S, D, P [1 : 100] ;  
  READ (N) ;  
  SKALAR := IZNOS := 0 ;  
  'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
```

```

      'BEGIN'
      READ (X [I], Y [I]) ;
      S [I] := X [I] + Y [I] ;
      D [I] := X [I] — Y [I] ;
      PRINT (S [I], D [I]) ;
      SKALAR := SKALAR + X [I] × Y [I] ;
      IZNOS := IZNOS + X [I] × X [I] ;
      'END'
KVOCIENT := SKALAR/IZNOS ;
'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
  'BEGIN'
    P [I] := X [I] × KVOCIENT ;
    PRINT (P [I])
  'END'
'END'

```

Dogovor o množici indeksov smo zapisali tako, da ima lahko vsak od vektorjev **X** in **Y** do 100 komponent. Na traku s podatki morajo biti naslednje vrednosti:

$$n, x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n.$$

b) Kot zgled za najsplošnejšo rekurzijo si oglejmo program za računanje odvoda polinoma n -te stopnje s koeficienti $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ v točki c.

$$P(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$$

$$P'(x) = \sum_{k=1}^n k a_k x^{k-1}$$

Odvod bomo izračunali po Hornerjevi shemi.

Program:

```

'BEGIN'  'COMMENT' ODVOD POLINOMA N-TE STOPNJE ;
        'INTEGER' N, I ;
        'REAL' P, C ;
        'ARRAY' A [1 : 20] ;
        READ (N, C) ;
        'FOR' I := 1 'STEP' 1 'UNTIL' N 'DO'
          READ (A [I]) ;
        P := 0 ;
        'FOR' I := N 'STEP' —1 'UNTIL' 1 'DO'
          P' := P × C + I × A [I] ;
        PRINT (P)
'END'

```

Na traku morajo biti naslednji podatki:

$$n, c, a_1, a_2, \dots, a_n$$

Program je napisan tako, da lahko računamo odvode polinomov do vključno 21. stopnje.

VI. POGOJNI UKAZI

Ukaze v algolu lahko opremimo s pogoji. *Pogojni ukaz* se izvrši, če je pogoj izpolnjen, sicer pa ne. *Pogoje* formuliramo z naslednjimi besednimi simboli:

'LESS'	manjši	<
'NOT GREATER'	ne večji	≤
'EQUAL'	enak	=
'NOT LESS'	ne manjši	≥
'GREATER'	večji	>
'NOT EQUAL'	neenak	≠

Pogoj zapišemo v obliki

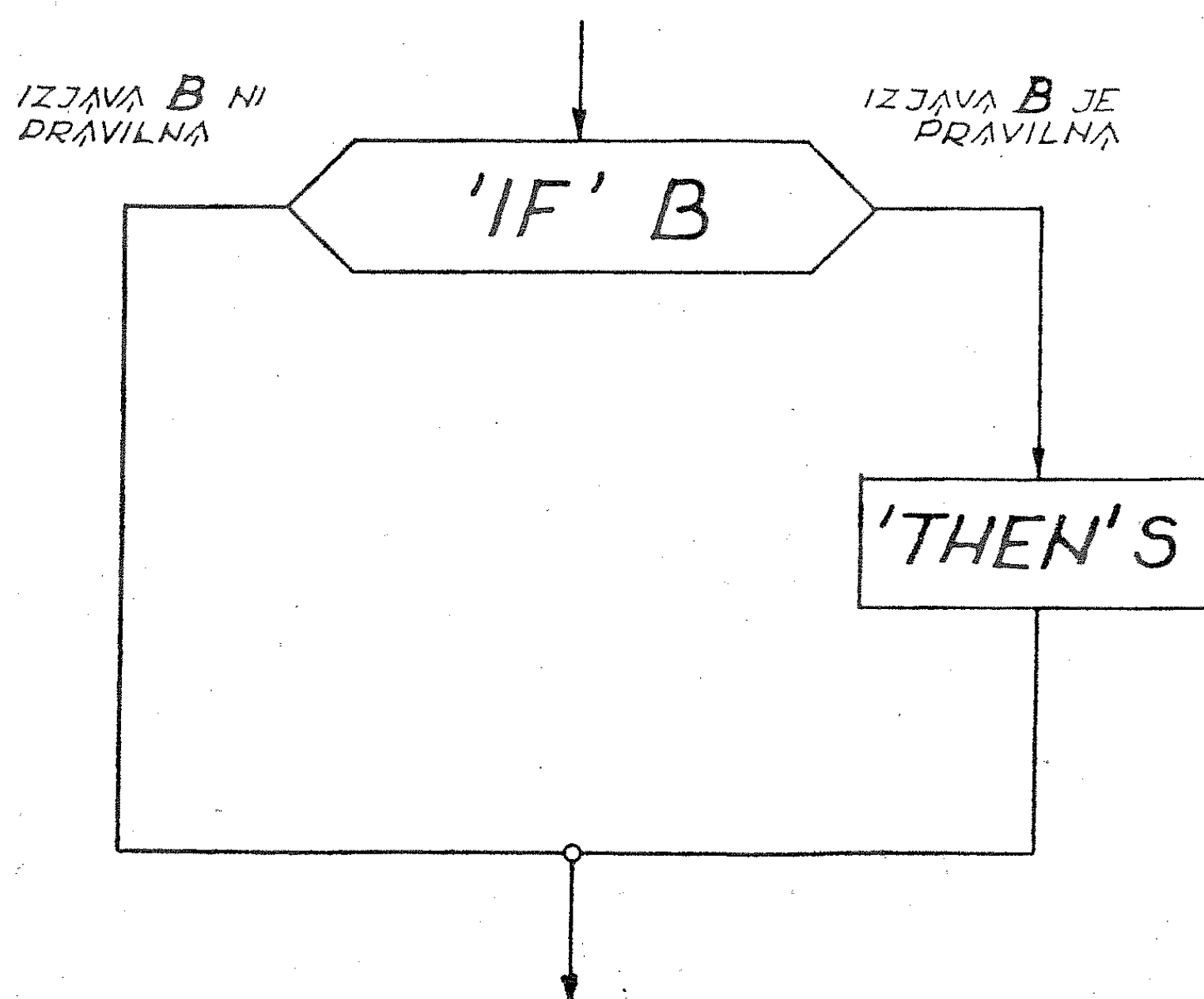
'IF' $E_1 \varrho E_2$

Pri tem je ϱ eden od zgornjih šestih besednih simbolov, E_1 in E_2 pa sta aritmetična izraza. Če je v programu tak pogoj, računalnik najprej izračuna vrednosti izrazov E_1 in E_2 , nato pa ugotovi, ali je izjava $E_1 \varrho E_2$ pravilna ali ne. Od tega je odvisen nadaljnji potek programa.

Prva oblika pogojnega ukaza je

'IF' B 'THEN' S

B pomeni $E_1 \varrho E_2$, S pa je tisti del programa, ki se mora izvršiti, če je izjava B pravilna. Za S velja isto, kar smo povedali pri ukazu za tvorbo cikla v prejšnjem poglavju. Če S ni en sam enostaven ukaz, ga moramo dati med besedna simbola 'BEGIN' in 'END'. Če je izjava B pravilna, se S izvrši. Če pa ni pravilna, se S ne izvrši in program se nadaljuje pri naslednjem ukazu. Pravimo, da se S preskoči. Delovanje pogojnega ukaza v prvi obliki je shematično prikazano na sliki 1.



Slika 1

Zgled:

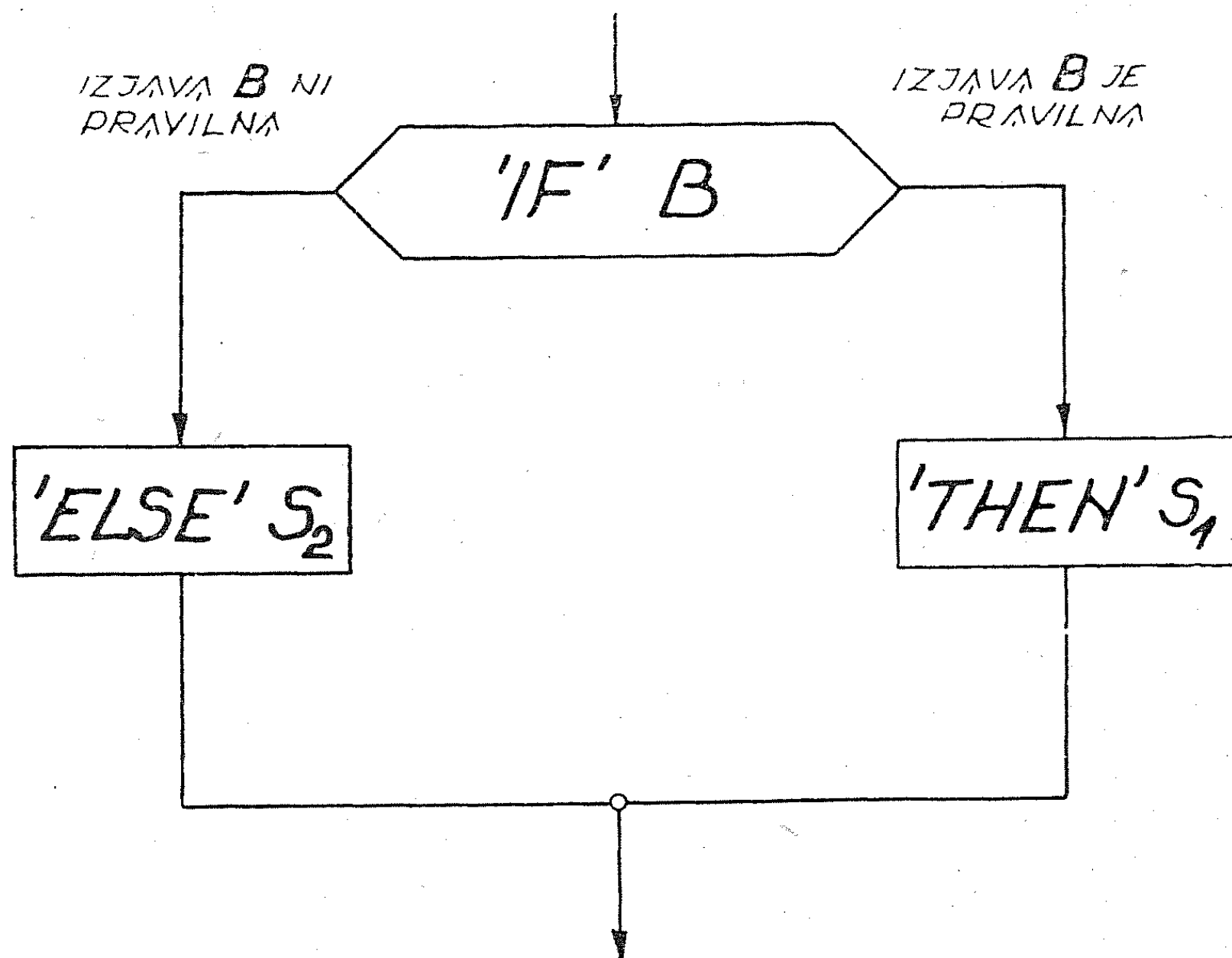
```

DET := A1 × B2 — A2 × B1 ;
'IF' DET 'NOT EQUAL' 0 'THEN'
'BEGIN'
    X := (C1 × B2 — C2 × B1)/DET ;
    Y := (A1 × C2 — A2 × C1)/DET
'END'
  
```

Če je determinanta enaka 0, se X in Y ne izračunata. Ker je S , ki sledi besednemu simbolu 'THEN', sestavljen iz dveh enostavnih ukazov, ga moramo zapisati med besedna simbola 'BEGIN' in 'END'.

Druga oblika pogojnega ukaza je alternativa (ali — ali). Ukaz se glasi
'IF' B 'THEN' S_1 'ELSE' S_2

Če je izjava B pravilna, se S_1 izvrši in S_2 preskoči. Če pa je izjava B nepravilna, se preskoči S_1 in izvrši S_2 . Če S_1 ni en sam enostaven ukaz, ga moramo zapisati med besedna simbola 'BEGIN' in 'END'. Isto velja za S_2 . Delovanje zgornjega ukaza je shematično prikazano na sliki 2.



Slika 2

VII. UKAZI ZA SKOK

1. Oznake

Vsak ukaz v algolu lahko označimo. Za *oznake* uporabljamo imena in cela števila. Na koncu oznake moramo zapisati dvopičje. *Označeni ukaz* ima obliko

$L : S$

Pri tem je L oznaka, S pa ukaz.

Zgledi:

1237 : $A := (R + R) \times 3.14$

B : $X := Y - A \times A$

DETERMINANTA : $DET := A1 \times B2 - A2 \times B1$

2. Ukazi za skok

Ukazi za skok so enostavni ukazi. Tvorimo jih z besednim simbolom 'GO TO'. Temu sledi oznaka L , ki pove, na katero mesto v programu je treba skočiti. Ukaz za skok ima tedaj obliko

'GO TO' L

Kot zgled za uporabo pogojnih ukazov in ukazov za skok si oglejmo program za računanje tretjega korena števila a po Newtonovi iteracijski formuli

$$x_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2x_n + \frac{a}{x_n^2} \right)$$

na 9 mest natančno. Za prvi približek x_1 vzemimo vrednost 1.

Program:

```
'BEGIN'      'COMMENT' TRETJI KOREN IZ A ;  
              'REAL' A, X, Y ;  
              READ (A) ;  
              X := 1 ;  
NEWTON :     Y := X ;  
              X := (2 × Y + A/(Y × Y))/3 ;  
              'IF' ABS (Y — X) 'GREATER' ABS (X) × .510 — 9  
              'THEN' 'GO TO' NEWTON  
              'ELSE' PRINT (X)  
  
'END'
```

Edini podatek, ki ga moramo odluknjati na trak, je število a .

L i t e r a t u r a

1. R. Baumann: ALGOL-Manual der ALCOR-Gruppe, München 1962.
2. М. И. Агеев: Основы алгоритмического языка АЛГОЛ-60, Академия наук СССР, Москва 1964.
3. E. Zakrajšek: Programiranje v simboličnem jeziku računalnika Z-23, Računski center IMF²M. Ljubljana 1965.
4. I. S. Green: KDF 9 — ALGOL programming, English Electric — Leo Computers Ltd, Kindsgrrove, Stroke-on-Trent, Staffs 1963.
5. D. G. Burnett-Hall, L. A. Dresel, P. A. Samet: Computer Programming and Auto-codes, The English University Press Ltd, London 1963.

NEINVARIANTNOST PROTI OBRATU ČASA

JANEZ STRNAD

Ohranitveni zakoni igrajo v fiziki važno vlogo.¹ Poseben pomen imajo zlasti v fiziki visokih energij, kjer utegnejo izgladiti pot do teorije delcev. Fiziki si prizadevajo, da bi spoznali nove ohranitvene zakone in potrdili stare z dosegljivo natančnostjo. Kdaj pa kdaj pa se pokaže, da kak ohranitveni zakon ne velja strogo. V mislih imamo odkritje neohranitve parnosti pri šibki interakciji.²

Pomudimo se pri treh transformacijah: *inverziji prostora*, *konjungaciji naboja* in *obratu časa*! Pri inverziji prostora preide točka (x, y, z) v $(-x, -y, -z)$. Valovna funkcija, s katero v kvantni mehaniki opišemo delec, lahko pri tem ostane nespremenjena ($P = 1$, npr. za en sam nukleon, parnost P je lastna vrednost operatorja inverzije prostora $\mathbf{P}$) ali samo spremeni znak ($P = -1$ npr. za en sam pion) ali se znatno spremeni (npr. za en sam nevtrino; tu valovna funkcija ne ustreza lastnemu stanju operatorja $\mathbf{P}$). Pričakovali so, da so enačbe gibanja za delce invariantne proti inverziji prostora in da velja zato ohranitveni zakon za parnost. V nasprotju s pričakovanjem pa sta T. D. Lee in C. N. Yang 1956 napovedala, da se parnost pri šibki interakciji ne ohrani. Poskusi so to napoved prepričljivo potrdili.²

Pri konjungaciji naboja preidejo delci v antidelce. Valovna funkcija lahko pri tem ostane nespremenjena ($C = 1$ npr. za en sam nevtralni pion, kvantno število konjungacije naboja C je lastna vrednost operatorja konjungacije naboja $\mathbf{C}$) ali samo spremeni znak ($C = -1$ npr. za en sam foton) ali se znatno spremeni (npr. za en sam nabiti pion, tu valovna funkcija ne ustreza lastnemu stanju operatorja $\mathbf{C}$). Sprva so sodili, da so enačbe gibanja za delce invariantne proti konjungaciji naboja in da velja ohranitveni zakon za kvantno število konjungacije naboja. A hkrati z neohranitvijo parnosti so ugotovili, da se tudi C pri šibki interakciji ne ohrani.

Pri obratu časa je treba povsod čas t nadomestiti z $-t$. Prevladovalo je mnenje, da so enačbe gibanja za delce invariantne proti obratu časa in da velja ohranitveni zakon za kvantno število T , ki je lastna vrednost operatorja obrata časa $\mathbf{T}$.*

Iz zelo splošnih predpostavk izhaja, da so enačbe gibanja za delce invariantne proti transformaciji **CPT**, pri čemer je vrstni red operatorjev poljuben. Zaradi tega velja ohranitveni zakon za produkt kvantnih števil CPT. Trdimo lahko, da so zakoni za antimaterijo isti kot za materijo, če opazujemo pojave v zrcalu in merimo čas z uro, ki gre nazaj.³

Za zdaj ni razlogov, da bi dvomili v invariantnost CPT. Iz invariantnosti T bi tedaj sledila pri šibki interakciji invariantnost CP, to je invariantnost proti inverziji prostora in konjungaciji naboja. Zaradi tega bi veljal ohranitveni zakon za produkt kvantnih števil CP.

* To ni povezano z ireverzibilnostjo v termodinamskih sistemih (entropijski zakon).

Kazalo je, da zares veljata invariantnost CP in invariantnost T pri šibki interakciji. Poskusi, ki so jih napravili, da bi se o tem prepričali, niso govorili proti invariantnosti CP. Ena izmed možnosti, pri katerih bi lahko opazili prekršitev invariantnosti CP, je opazovanje razpada nevtralnih delcev K. Delec K^0 in njegov antidelec $\bar{K}^0$ se razlikujeta po hipernaboju: prvi ima hipernaboj 1, drugi -1 . Hitro se prepričamo, da valovni funkciji, ki opisujeta K^0 in $\bar{K}^0$, ne ustrezata lastnima stanjema operatorja CP. Če je ψ lastna funkcija K^0 , definiramo lastno funkcijo $\bar{\psi}$ takole: $\bar{\psi} = \mathbf{CP} \psi$. Operator C prevede namreč vsako valovno funkcijo v valovno funkcijo antidelca in operator P v tem primeru (spin delcev K je nič) kvečjemu spremeni znak valovne funkcije, kar definicija že upošteva. Iz valovnih funkcij ψ in $\bar{\psi}$ lahko sestavimo $\psi_1 = (\psi + \bar{\psi})/\sqrt{2}$ in $\psi_2 = (\psi - \bar{\psi})/i\sqrt{2}$, ki ustrezata lastnima stanjema operatorja CP; za prvo je CP = 1 in za drugo CP = -1 . Delca, ki ustrezata valovnim funkcijama ψ_1 in ψ_2 , sta K_1^0 in K_2^0 . Obratno je $\psi = (\psi_1 + i\psi_2)/\sqrt{2}$ in $\bar{\psi} = (\psi_1 - i\psi_2)/\sqrt{2}$.

Predpostavimo, da velja pri šibki interakciji ohranitveni zakon za CP! Pri močni interakciji, pri kateri se ohrani hipernaboj, je treba slej ko prej upoštevati delca K^0 in $\bar{K}^0$. Pri šibki interakciji, pri kateri se ne ohrani hipernaboj, ampak CP, pa je treba upoštevati delca K_1^0 in K_2^0 . Nevtralni delci K nastajajo torej pri reakcijah kot K^0 in $\bar{K}^0$ in razpadajo kot K_1^0 in K_2^0 .⁴ S poskusi so potrdili, da nastopajo pri razpadu delca K^0 in delca $\bar{K}^0$ delci K_1^0 kot kratkoživa komponenta z razpadnim časom $0,09 \cdot 10^{-9}$ s in delci K_2^0 kot dolgoživa komponenta z razpadnim časom $62 \cdot 10^{-9}$ s.*

V curku delcev K^0 , ki jih v tarči rodijo zelo hitri protoni, preostanejo kak meter od tarče samo delci K_2^0 , ker praktično vsi delci K_1^0 med potjo razpadejo. O tem priča dejstvo, da so delci (K_2^0) v takem curku zmožni reakcij, ki so značilne za K^0 in za $\bar{K}^0$, čeprav so bili v curku tik za tarčo samo delci K^0 . Če gre curek delcev K_2^0 skozi snov, se v njem zopet pojavijo kratkoživi delci K_1^0 . Pri sipanju zaradi močne interakcije se namreč sestavini K^0 in $\bar{K}^0$ v K_2^0 vedeta vsaka po svoje in preostane mešanica stanj, ki ustrezata K_1^0 in K_2^0 . To je *regeneracija* delcev K_1^0 .**

O razpadih K_1^0 in K_2^0 po šibki interakciji sklepamo po invariantnosti CP in drugih ohranitvenih zakonih. Nekatere od možnosti, ki jih dovoljujejo drugi ohranitveni zakoni, so: $\pi^0 + \pi^0$, $\pi^+ + \pi^-$, $\pi^0 + \pi^0 + \pi^0$, $\pi^+ + \pi^0 + \pi^-$. Kvantno število CP za sistem $\pi^0 + \pi^0$ je 1. Saj je π^0 sam sebi antidelec in ustreza inverziji prostora v težiščnem sistemu dveh delcev s spinom 0 zamenjava obeh delcev. Isti rezultat dobimo po podobni presoji tudi za sistem $\pi^+ + \pi^-$. Za sistema

* V resnici so odkritja potekala v drugačnem zaporedju.

** Za ponazoritev teh pojavov si mislimo, da ustrezata ψ in $\bar{\psi}$ svetlobi, ki je linearno polarizirana v dveh med seboj pravokotnih smereh, ter ψ_1 in ψ_2 svetlobi, ki je cirkularno polarizirana v dveh nasprotnih smereh! Linearno polarizirano valovanje sestavimo iz dveh nasprotnih cirkularno polariziranih valovanj z enako amplitudo in določeno fazno razliko; smer polarizacije je odvisna od fazne razlike. Če eno izmed obeh cirkularno polariziranih valovanj oslabi, preostane drugo cirkularno polarizirano valovanje (razpad). — Cirkularno polarizirano valovanje sestavimo iz dveh pravokotnih linearno polariziranih valovanj z enako amplitudo in fazno razliko $\frac{1}{2} \pi$. Če se fazna razlika spremeni, preostaneta dve pravokotno linearno polarizirani valovanji, iz katerih ne moremo sestaviti cirkularno polariziranega (regeneracija).⁵

$\pi^0 + \pi^0 + \pi^0$ in $\pi^+ + \pi^0 + \pi^-$ pa je kvantno število $CP = -1$. Kratkoživi delec K_1^0 lahko torej razpade v dva piona in ne v tri, medtem ko dolgoživi delec K_2^0 lahko razpade v tri pione in ne v dva. (V tabeli 1 so navedeni še drugi razpadi.)

Razpad delcev K_2^0 v dva piona bi tedaj močno omajal invariantnost CP in z njo vred invariantnost T . Pri prejšnjih merjenjih razpada K_2^0 niso mogli v povprečju na tristo razpadov K_2^0 zaslediti nobenega razpada v dva piona.⁶ Zdaj pa so ugotovili razpad K_2^0 v dva nabita piona.⁷ Poskus so napravili pri brookhavnskem protonskem sinkrotronu. Curek protonov z energijo 30 GeV je zadeval v pospeševalni cevi na tarčo iz berilija. 120 cm dolg svinčen kolimator je pod kotom 30° proti vpadnemu curku protonov v ravnini pospeševalne cevi omejil curek nevtralnih delcev. Delci K_2^0 v curku so imeli kinetično energijo okoli 700 MeV. Pred kolimator so postavili nekaj centimetrov debelo svinčeno ploščo, ki je zadržala del žarkov γ . Približno 7 m od tarče je šel curek mimo magneta, ki je iz njega izločil pri razpadu K_1^0 nastale nabite pione. 18 m od tarče je bil še en svinčen kolimator in za njim velika plastična vreča s helijem pri navadnih pogojih. S tem so zmanjšali število reakcij K_2^0 z drugimi delci. Dva na sredo vreče usmerjena teleskopa števecv sta zaznavala nabita piona, ki sta nastala pri razpadu K_2^0 . Vsak teleskop so sestavljali: iskrna celica, magnet, še ena iskrna celica, scintilacijski števec in števec Čerenkova na vodo (sl. 1). Iskrne celice je prožila koincidenca med scintilacijskima števcema in števcema Čerenkova.

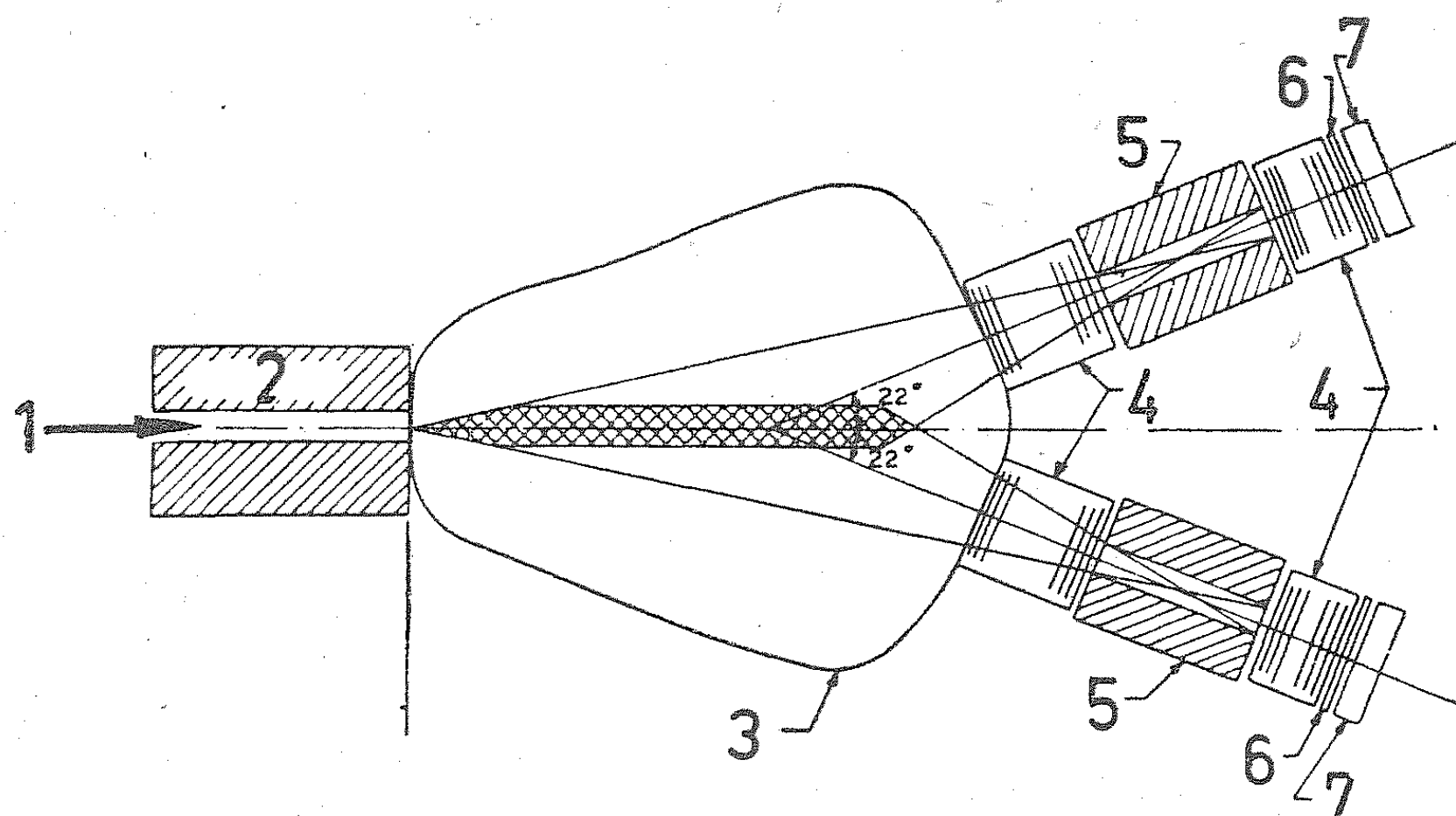
Tabela 1. Razpadi nevtralnih delcev K

Delec	Razpad	Delež	Oznaka	Razpadni čas
$K_1^0 \rightarrow$	$\pi^0 + \pi^0$	31 %		
	$\pi^+ + \pi^-$	69 %		$0,92 \cdot 10^{-10} \text{ s}$
$K_2^0 \rightarrow$	$\pi^0 + \pi^0 + \pi^0$	19 %	K_{π^3}	
	$\pi^+ + \pi^0 + \pi^-$	11 %		
	$\pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$	31 %	K_{μ^3}	$6,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$
	$\pi^- + \mu^+ + \nu_\mu$			
	$\pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$	39 %	K_{e^3}	
	$\pi^- + e^+ + \nu_e$			

S fotografij sledi, ki sta ju oba delca zapustila v iskrnih celicah, so določili smeri in velikosti gibalnih količin. Od tod so izračunali skupno kinetično in mirovno energijo obeh delcev v njunem težiščnem sistemu — tako imenovano invariantno energijo W^* . Za mirovno energijo posameznega delca so vstavili mirovno energijo piona. Izračunali so še kot Θ med vektorsko vsoto obeh gibalnih količin in smerjo curka delcev K_2^0 .

Pri razpadu K_2^0 na tri delce sta števca lahko zaznala nabita piona pri K_{π^3} ali pion in mion pri K_{μ^3} ali pion in elektron pri K_{e^3} . Enega izmed treh delcev, nevtralnega piona ali nevtrina, števca nista mogla zaznati. Zato v tem primeru niso mogli izračunati energije v težiščnem sistemu treh delcev. Po tem je bilo možno razločevati med razpadi K_2^0 v dva piona in med razpadi v tri delce. Pri

razpadih v dva piona mora biti invariantna energija obeh pionov enaka mirovni energiji delca K^0 , to je 498 MeV, in mora imeti skupna gibalna količina obeh pionov smer curka delcev K_2^0 . Nasprotno lahko pri razpadih v tri delce leži invariantna energija dveh delcev v območju med 280 MeV in 540 MeV in je smer gibalne količine dveh delcev v določenem obsegu še poljubna.



Sl. 1. Shema poskusne naprave. 1 curek delcev K_2^0 , 2 svinčen kolimator (dolžina 120 cm), 3 vreča s helijem, 4 iskrne celice, 5 magneta, 6 scintilacijska števca, 7 števca Čerenkova. Teleskopa števecv sta lahko zaznala le delce, ki so nastali pri razpadu K_2^0 v osenčenem delu prostornine.⁷

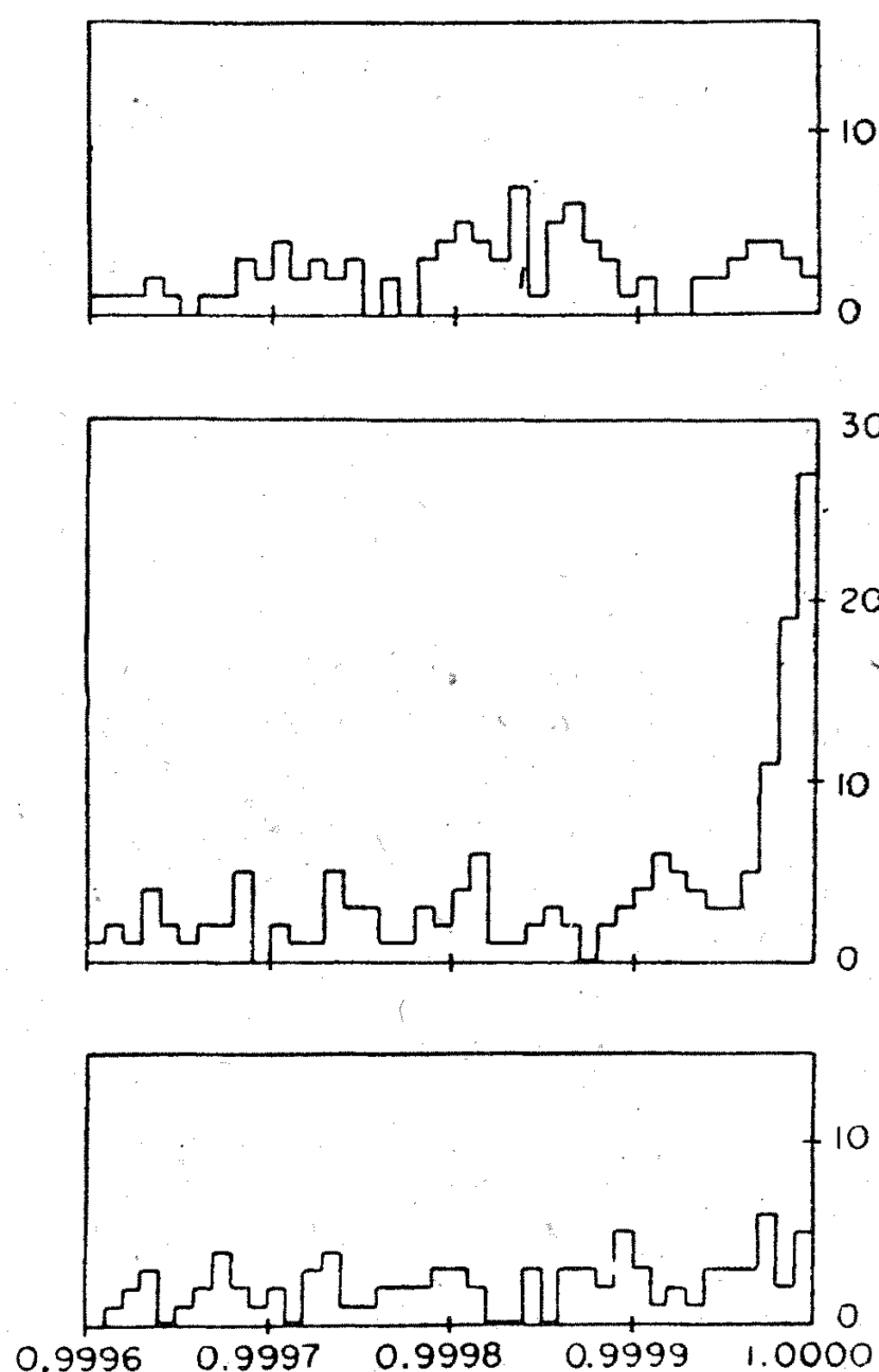
V izmerjeni porazdelitvi števila razpadov po invariantni energiji se je pokazal vrh pri nekako 500 MeV in v porazdelitvi števila razpadov po $\cos \Theta$ pri $\cos \Theta = 1$. Razpade, za katere se je $\cos \Theta$ za manj kot $4 \cdot 10^{-4}$ razlikoval od 1, so na novo preiskali z nekoliko boljšo natančnostjo. Po invariantni energiji so jih razdelili na tri razrede: od 484 MeV do 494 MeV, od 494 MeV do 504 MeV in od 504 MeV do 514 MeV. Za prvi in tretji razred je bila porazdelitev števila razpadov po $\cos \Theta$ v okviru natančnosti neodvisna od kota. Za razliko od tega je bil v drugem razredu, ki je vseboval mirovno energijo delca K_2^0 , opazen izrazit vrh pri $\cos \Theta = 1$. V tem vrhu je bilo nad stalnim delom porazdelitve 45 ± 9 razpadov (sl. 2). Med temi je bilo morda največ deset razpadov delcev K_1^0 , ki so nastali z regeneracijo v heliju. Naravnost iz tarče delci K_1^0 niso mogli dospeti do vreče s helijem, saj bi za to pot potrebovali kakih tristo razpadnih časov.

Preostalo je okoli 35 razpadov, ki jih niso mogli pojasniti drugače kot z razpadom K_2^0 v dva piona. Ocenili so, da tako razpade vsak petstoti delec K_2^0 . Ponovili so poskus, pri čemer so postavili tik pred občutljivo prostornino teleskopov nekaj centimetrov debelo ploščico iz volframa in za njo antikoincidenčni števec. V plošči so z regeneracijo nastali kratkoživi delci K_1^0 , ki so zagotovo razpadli v dva piona. Dobljeni porazdelitvi števila razpadov po invariantni energiji in $\cos \Theta$ sta bili v bistvu enaki kot pri razpadih, ki so jih imeli za razpade K_2^0 v dva piona. Števca sta torej zares zaznavala pare nabitih pionov. Poskus so še enkrat ponovili, to pot z vodikovo tarčo v pospeševalni cevi. Pri tej so dobili 45 ± 10 razpadov, katerih večino so morali pojasniti kot razpade K_2^0 v dva piona.

Kmalu po prvem je bil objavljen rezultat drugega poskusa, ki ni bil tako prepričljiv. Ker je bila natančnost pri tem poskusu slabša, avtorji namreč niso navedli nikakega zaključka. Vendar so v veliki iskrni celici s precejšnjo gotovostjo zaznali enega ali dva razpada delcev K_2^0 v dva piona.⁸

Rezultati teh poskusov so postavili teoretike pred težavno nalogo. Že prej so sicer priložnostno razmišljali o možnosti, da pri šibki interakciji ne velja invariantnost CP.⁹ A zdaj je bilo tu dejstvo, ki ga je bilo treba vgraditi v teorijo.

Nekateri fiziki so se hitro sprijaznili z neinvariantnostjo CP in neinvariantnostjo T pri šibki interakciji in so poskušali ugotoviti, kakšne so posledice tega spoznanja in kaj se lahko za njim skriva.^{10–13} V tem primeru so obveljali naslednji ohranitveni zakoni:



Sl. 2. Porazdelitve (histogrami) razpadov, pri katerih je imela skupna gibalna količina obeh zaznanih delcev skoraj smer vpadnega curka K_2^0 . Na ordinatno os je naneseo število razpadov, na abscisno pa kosinus kota med skupno gibalno količino dveh zaznanih delcev in vpadnim curkom K_2^0 . Zgornja porazdelitev upošteva samo razpade z invariantno energijo W^* dveh delcev med 484 MeV in 494 MeV, srednja z W^* med 494 MeV in 504 MeV ter spodnja z W^* med 504 MeV in 514 MeV. Mirovna energija delca K^0 je 498 MeV. Vrh pri $\cos \Theta > 0,99997$ na srednji sliki ustreza okoli 45 razpadom delcev K^0 na dva piona.⁷

— pri vseh interakcijah: za energijo, gibalno količino, vrtilno količino, število barionov, število leptonov in kvantno število CPT;

— pri interakcijah z izjemo pri šibki: za hipernaboj, parnost, kvantno število C in kvantno število T;

— pri interakcijah z izjemo elektromagnetne in šibke: za izospin.⁵

Drugi fiziki so iskali možnost, da bi ostala v veljavi invariantnost CP pri šibki interakciji.^{14–17} Zanimive možnosti sta se neodvisno druga od druge zavedli dve skupini fizikov.^{16, 17} Ti so sklepali nekako takole: Razen pri razpadu delcev K^0 niso ugotovili prekršitve invariantnosti CP pri nobenem drugem pojavu. V dva piona razpade le majhen del delcev K_2^0 . Kaj, če je ta mala prekršitev invariantnosti CP samo navidezna? To je možno, če obstoji doslej neznana interakcija, ki je šibkejša in ima daljši doseg kot katerakoli od doslej znanih interakcij: močna, elektromagnetna, šibka in gravitacijska. Najšibkejša

interakcija naj bi vezala vse delce s hipernabojem, različnim od nič. Najšibkejša sila med delcema z enakoznačnim hipernabojem naj bi delovala v nasprotni smeri kot sila med delcema z nasprotnoznačnim hipernabojem.* V naši Galaksiji delci močno prevladujejo nad antidelci. Zaradi te asimetrije med delci in antidelci bi najšibkejša interakcija povzročila, da se potencialni energiji delca K^0 in delca $\bar{K}^0$ neznatno razlikujeta. Posledica te razlike naj bi bila, da bi nekateri delci K_2^0 prešli v delce K_1^0 (v praznem prostoru, torej ne po regeneraciji). Oboji delci so namreč mešanica K^0 in $\bar{K}^0$.

Za delce K_1^0 je razpad v dva piona običajen in bi s tem bil pojasnjen rezultat poskusa, ne da bi bilo treba dvomiti v invariantnost CP in invariantnost T. Število opazovanih razpadov v dva piona bi se dalo pojasniti, če bi imela razlika potencialnih energij delca K^0 in $\bar{K}^0$ velikostno stopnjo 10^{-8} eV. Pri drugih poskusih seveda niso mogli opaziti najšibkejših interakcij, saj pri nobenem dosedanjem poskusu z delci (fotoni so izvzeti) niso igrale vloge tako majhne energije.

Pokazalo se je, da bi moralo biti število razpadov delcev K_2^0 v dva piona odvisno od kinetične energije delcev K_2^0 . Pri dvakrat večji energiji bi moralo razpasti na ta način štirikrat več delcev K_2^0 . Meritev števila razpadov delcev K_2^0 na dva piona v odvisnosti od energije delcev K_2^0 bi torej lahko potrdila ali ovrgla obstoj najšibkejših interakcij. Zato so se v Brookhavnu in CERNu lotili merjenja razpadov delcev K_2^0 v dva piona pri večji kinetični energiji.¹⁸ Pred kratkim so objavili rezultate merjenja v CERNu.¹⁹ Delci K_2^0 so imeli kinetično energijo malo večjo kot 10 GeV. V celoti so ugotovili 44 ± 8 razpadov v dva piona in izračunali, da pri tej energiji približno vsak tristoti delec K_2^0 , ki razpade v nabite delce, razpade v dva piona. S tem so ovrgli obstoj najšibkejših interakcij, po kateri bi moral pri tej energiji razpasti v dva piona približno že vsak šesti delec K_2^0 .**

Preostane še ena razlaga, ki pusti veljati invariantnost CP in invariantnost T pri šibki interakciji: obstoj doslej neznanega delca. Prva možnost je, da bi nastal pri razpadu $K_2^0 \rightarrow K_1^0 +$ novi delec in bi imel spin 1, izospin 0, hipernaboj 0 in mirovno energijo manjšo ali enako razliki mirovnih energij delcev K_2^0 in K_1^0 , to je okoli $3 \cdot 10^{-6}$ eV.²⁰ Druga možnost pa je, da bi novi delec že bil v curku delcev K_1^0 in K_2^0 in bi imel ista kvantna števila kot delec K_1^0 , a dosti daljši razpadni čas.^{21, 22} Seveda ostane to le teoretska možnost, dokler

* O podrobnostih v zvezi z najšibkejšo interakcijo so lahko samo ugibali. Možno bi bilo, da bi jo, podobno kot elektromagnetno interakcijo, posredovali delci s spinom 1, ki pa bi za razliko od fotonov ne bili brez mase, ampak bi imeli neznatno od nič različno maso.

** V zadnjem času so ponovili meritve Angleži (W. Galbraith, G. Manning, A. E. Taylor, B. D. Jones, J. Malos, A. Astbury, N. H. Lipman, T. G. Walker: Two-Pion Decay of the K_2^0 Meson. Phys. Rev. Letters 14, 383 (1958)), ki so za mezono K_2^0 s kinetično energijo od 0,7 GeV do 4,5 GeV ugotovili, da razpade v dva piona $(2,08 \pm 0,35) \cdot 10^{-3}$ vseh mezonov K_2^0 , ki razpadejo v nabite delce.

Nekateri so poskusili ugotoviti neinvariantnost šibke interakcije proti obratu časa še pri drugih razpadih mezonov K, npr. U. Camerini et al.: Experimental Tests of Time-Reversal Invariance in $K_{\mu 3}^+$ Decay. Phys. Rev. Letters 14, 989 (1965) in J. A. Anderson et al.: CP-Nonconserving Decay $K_1^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$. Phys. Rev. Letters 14, 475 (1965). Pri tem pa zaradi nenatančnosti pri merjenjih niso prišli do jasnega sklepa.

novega delca ne bi ugotovili pri poskusu. Kot kaže, se bodo morali fiziki sprijazniti z dejstvom, da pri šibki interakciji ne velja invariantnost proti obratu časa in invariantnost proti inverziji prostora in konjugaciji naboja.

Opomba: T. D. Lee je septembra na konferenci o osnovnih delcih poročal o novi teoriji. Z njo mu je menda uspelo pojasniti razpad delcev K_2^0 v dva piona. Napovedal je tudi rezultate pri nekaterih poskusih, ki so se jih takoj lotili. Obzornik bo o tem še poročal.

Literatura:

- ¹ E. P. Wigner: Simetrija in ohranitveni zakoni — prevod. Obz. mat. fiz. **12**, 32 (1965).
- ² L. Pičman: Neohranitev parnosti. Obz. mat. fiz. **5**, 147 (1957).
- ³ Time Reversibility in Doubt. Phys. Today **17**, 82 (No. 10, 1964).
- ⁴ M. Gell-Mann, A. Pais: Behavior of Neutral Particles under Charge Conjugation. Phys. Rev. **97**, 1387 (1955).
- ⁵ E. Segre: Nuclei and Particles. New York (Benjamin), 1964, s. 680.
- ⁶ M. Bardon, K. Lande, L. M. Lederman, W. Chinowsky: Long-lived Neutral K Mesons. Annals of Physics **5**, 156 (1958).
- ⁷ T. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, R. Turlay: Evidence for the 2π Decay of the K_2^0 Meson. Phys. Rev. Letters **13**, 138 (1964).
- ⁸ A. Abashian, D. W. Carpenter, G. P. Fisher, B. M. K. Nefkens, J. H. Smith: Search for CP Nonconservation in K_2^0 Decays. Phys. Rev. Letters **13**, 243 (1964).
- ⁹ T. D. Lee, R. Oehme, C. N. Yang: Remarks on Possible Noninvariance under Time Reversal and Charge Conjugation. Phys. Rev. **106**, 840 (1957).
- ¹⁰ R. G. Sachs: CP Violation in K^0 Decays. Phys. Rev. Letters **13**, 268 (1964).
- ¹¹ T. N. Truong: Possibility of CP Violation in $\Delta I = 3/2$ Decay of the K^0 Meson. Phys. Rev. Letters **13**, 358 (1964).
- ¹² T. T. Wu, C. N. Yang: Phenomenological Analysis of Violation of CP Invariance in Decay of K^0 and $\bar{K}^0$. Phys. Rev. Letters **13**, 380 (1964).
- ¹³ N. Cabibbo: Possibility of Large CP and T Violation in Weak Interaction. Physics Letters **12**, 146 (1964).
- ¹⁴ B. Laurent, M. Roos: On the Superposition Principle and the CP Invariance in K^0 Decay. Phys. Rev. Letters **13**, 269 (1964).
- ¹⁵ L. Wolfenstein: Violation of CP Invariance and the Possibility of very Weak Interactions. Phys. Rev. Letters **13**, 562 (1964).
- ¹⁶ J. S. Bell, J. K. Perring: 2π Decay of the K_2^0 Meson. Phys. Rev. Letters **13**, 348 (1964).
- ¹⁷ J. Bernstein, N. Cabibbo, T. D. Lee: CP Invariance and the 2π Decay Mode of the K_2^0 . Physics Letters **12**, 138 (1964).
- ¹⁸ A Fifth Force? Scientific American **211**, 62 (No. 6, 1964).
- ¹⁹ X. De Bouard, D. Dekkers, B. Jordan, R. Mermoud, T. R. Willits, K. Winter, P. Scharf, L. Valentin, M. Vivargent, M. Bott-Bodenhausen: Two-Pion Decay of K_2^0 at 10 GeV/c. Physics Letters **15**, 58 (1965).
- ²⁰ M. Levy, M. Nauenberg: Apparent CP Violation Due to a New Vector Boson. Physics Letters **12**, 155 (1964).
- ²¹ H. J. Lipkin, A. Abashian: A Possible Explanation for $K \rightarrow 2\pi$ Decay without CP Violation. Physics Letters **14**, 151 (1964).
- ²² J. L. Uretsky: A Speculation Concerning the Apparent CP Violation in K_2^0 Decay. Physics Letters **14**, 154 (1964).

O FORMULI ZA n -TO PRAŠTEVILO

V teoriji števil je znanih mnogo težkih problemov, ki še do danes niso rešeni. Zanje se zanimajo in jih skušajo rešiti mnogi strokovnjaki, pa tudi mnogi ljubitelji matematike. Razlog za posebno privlačnost nekaterih problemov teorije števil je prav gotovo v tem, da je formulacija problemov enostavna in razumljiva tudi nestrokovnjaku.

Pri študiju praštevil se pojavi med drugim povsem naravno tudi tale problem:

Ali eksistira formula za n -to praštevilo?

Na to vprašanje je dal pritrdilen odgovor C. P. Willans v notici v angleškem časopisu *The Mathematical Gazette*, odkoder tudi povzemamo pričujočo novico.

Osnova formuli za n -to praštevilo je Wilsonov izrek, ki pravi: če je naravno število n praštevilo, je $(n-1)! + 1$ deljiv z n ; če pa je n sestavljeno število, potem $(n-1)! + 1$ ni deljiv z n . Za dokaz tega izreka glej npr. knjigo prof. J. Plemlja, *Algebra in teorija števil*, str. 147.

Po Wilsonovem izreku velja, da je $[(n-1)! + 1]/n$ celo število, če je n praštevilo, sicer pa ulomek. Oglejmo si izraz $[(n-1)!]^2/n$. Tega razstavimo takole: $[(n-1)!]^2/n = \{[(n-1)! + 1] \cdot [(n-1)! - 1] + 1\} / n$. Če je n praštevilo, je po Wilsonovem izreku prvi faktor v števcu deljiv z n , torej je ves izraz enak celemu številu $+1/n$. Če pa n ni praštevilo, ga moremo razstaviti na produkt $n = a \cdot b$, $a, b \neq 1$; a in b sta manjša od n , zato a in b delita $(n-1)!$, torej tudi $n = a \cdot b$ deli $[(n-1)!]^2$ in zgornji izraz je celo število:

$$[(n-1)!]^2/n = \begin{cases} \text{celo število} + 1/n, & n \text{ praštevilo} \\ \text{celo število} & n \text{ ni praštevilo} \end{cases}$$

Zato je $\sin \pi [(n-1)!]^2/n$ enak 0, če je n sestavljeno število, za praštevila pa ni enak 0. Za funkcijo $H(n)$ velja

$$H(n) = \sin^2 \pi \frac{[(n-1)!]^2}{n} \bigg/ \sin^2 \frac{\pi}{n} = \begin{cases} 1, & n \text{ praštevilo} \\ 0, & n \text{ ni praštevilo} \end{cases}$$

V teoriji števil je navada, da s $\pi(n)$ označimo število praštevil, ki ne presegajo števila n . Pri tem števila 1 ne štejemo za praštevilo. Funkcijo $\pi(n)$ moremo izraziti s funkcijo $H(n)$ takole:

$$\pi(n) = \sum_{m=2}^n H(m)$$

Formula za $\pi(n)$ je pravilna, saj je $H(m)$ enak 1, če je m praštevilo in enak 0, če m ni praštevilo. V vsoti je torej toliko enic, kolikor je praštevil od 2 do n .

Vpeljimo še eno pomožno funkcijo, $C_n(k)$! Definiramo jo takole:

$$C_n(k) = \sin \pi 2^{y-1}, \text{ kjer pomeni}$$

$$y = k^2 (k-1)^2 (k-2)^2 \dots [k-(n-1)]^2;$$

k, n so števila 2, 3, ... Če je k manjši od n , je eden od faktorjev v y enak 0

in $2^{y-1} = \frac{1}{2}$; tedaj je $C_n(k) = \sin \frac{\pi}{2} = 1$. Če pa je $k = n$ ali $k > n$, so vsi

faktorji v y pozitivna cela števila in $y - 1$ je zato tudi nenegativno celo število N , $C_n(k) = \sin 2^N \pi = 0$:

$$C_n(k) = \begin{cases} 0, & k \geq n \\ 1, & k < n \end{cases}$$

Sedaj že moremo napisati formulo za n -to praštevilo, ki ga označimo s p_n :

$$p_n = 2 + \sum_{m=2}^{\infty} C_n[\pi(m)]$$

Res! Če je m praštevilo, manjše od n -tega praštevila, je $\pi(m)$ manjše od n ; zato je $C_n[\pi(m)]$ enak 1. Če pa je število m enako ali večje od n -tega praštevila, je $\pi(m) \geq n$ in tedaj $C_n[\pi(m)] = 0$. V vsoti so torej za $m = 2, 3, \dots, p_n - 1$ enojke, od $m = p_n$ dalje pa same ničle. Enojk v vsoti je torej natančno $p_n - 2$; če tej vsoti prištejemo še 2, dobimo p_n . Vsota je seveda končna in namesto znaka ∞ bi za zgornjo mejo sumacije smeli pisati poljubno število, ki je večje od p_n . Ker vemo, da je p_n vedno manjše od 2^n , smemo torej pisati

$$p_n = 2 + \sum_{m=2}^{2^n} C_n[\pi(m)]$$

Opisana formula je gotovo zanimiva. Po mnenju avtorja članka pa je za teorijo števil verjetno neuporabna.

Anton Suhadolc

Literatura

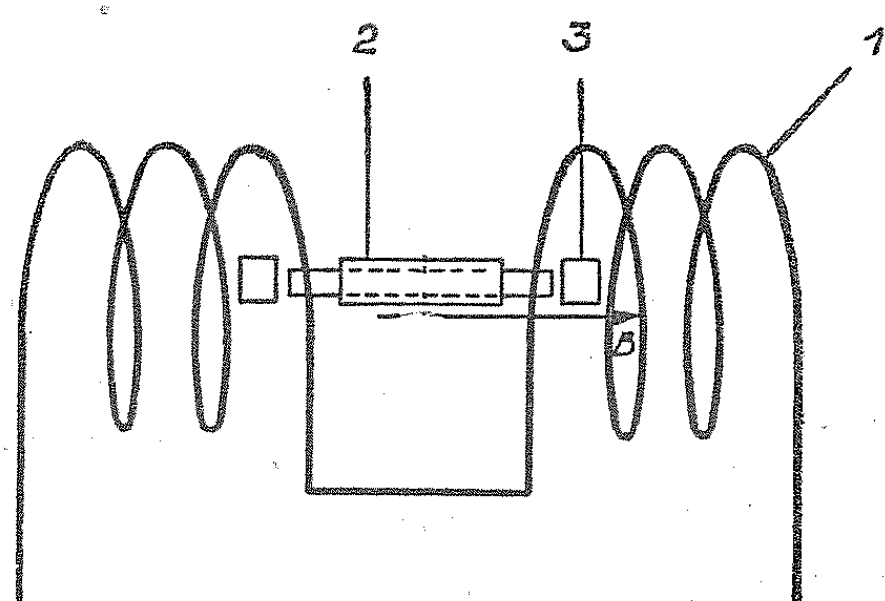
C. P. Willans, On formulae for the N-th Prime Number, Mathematical Gazette. Vol. 48, No. 366, 1964.

MAGNETNI PRETOK SKOZI SUPRAPREVODNI OVOJ JE KVANTIZIRAN

F. London je l. 1950 ugotovil, da bi smel magnetni pretok skozi supraprevodni ovoj¹ (mišljen je supraprevodnik prve vrste) zavzeti samo vrednosti, ki so večkratniki $h/e_0 = \Phi_0 = 4,14 \cdot 10^{-15}$ Vs (h je Planckova konstanta, e_0 osnovni naboj). O tej napovedi so se že tedaj želeli prepričati s poskusom. To pa ni uspelo, ker še ni bilo možno meriti tako majhnih magnetnih pretokov. Teorija supraprevodnosti², ki so jo v letih 1957 in 1958 postavili J. Bardeen, L. N. Cooper in J. R. Schrieffer ter N. N. Bogoljubov, je potrdila Londonovo napoved, da je ta magnetni pretok kvantiziran, le vrednost kvanta magnetnega pretoka je po tej teoriji $\frac{1}{2} h/e_0 = \frac{1}{2} \Phi_0 = 2,07 \cdot 10^{-16}$ Vs. Kmalu po tem so to potrdili še s poskusi. Ob teh poskusih se je v začetku pojavilo tudi vprašanje, ali je njihov rezultat v kaki zvezi z magnetnimi naboji, saj je izmerjena vrednost za kvant magnetnega pretoka ravno enaka polovici vrednosti, ki jo predvidevajo za magnetni osnovni naboj, če taki naboji obstojijo.³ V nadaljnjem bomo opisali dva poskusa in še preprost račun, ki bo pokazal, da med rezultati teh poskusov in obstojem magnetnih nabojev ni nobene zveze.

Deaver in Fairbank⁴ sta uporabila pri svojem poskusu supraprevodni ovoj iz cina. Cin sta elektrolitsko nanese na nekaj mikronov debelo bakreno žico.

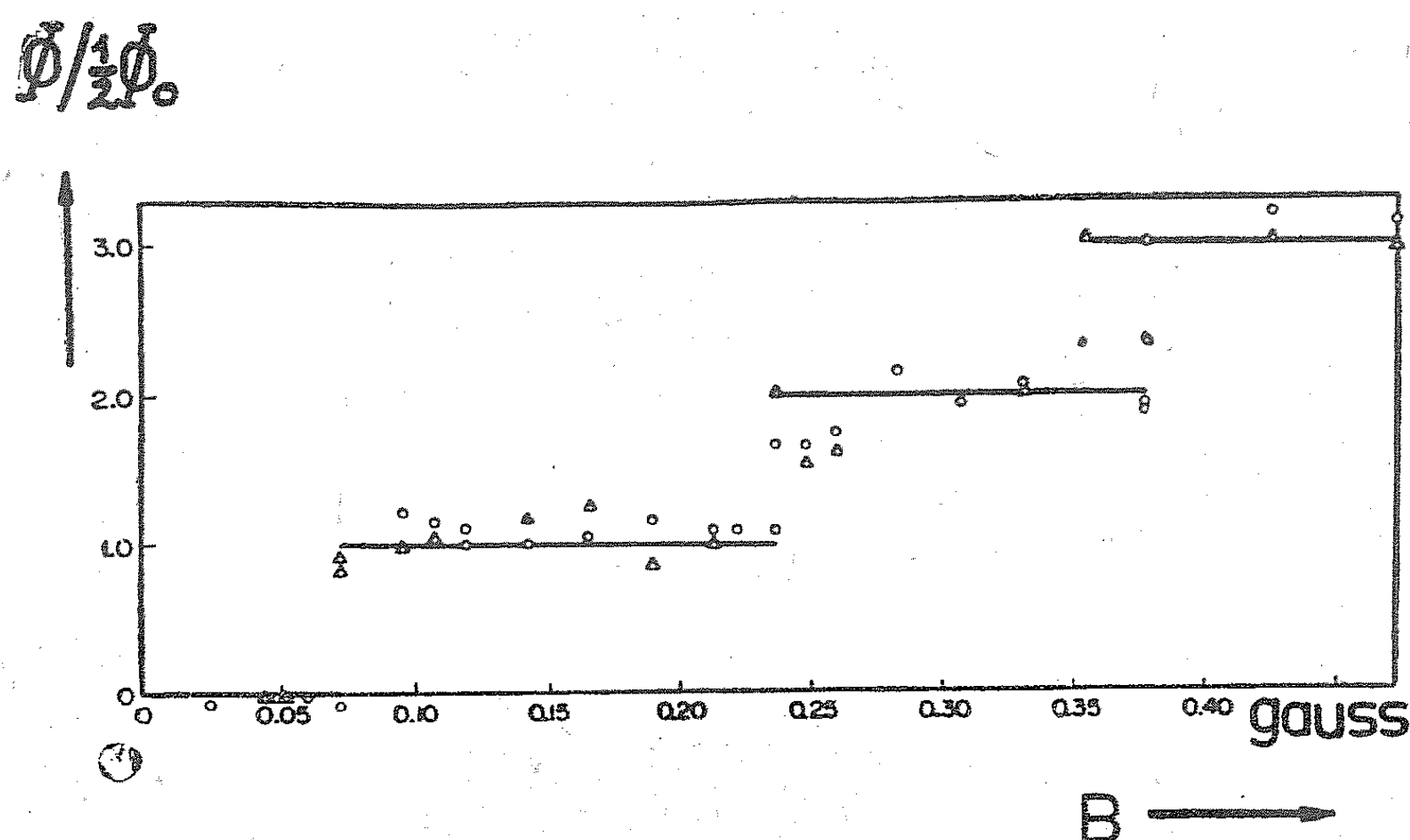
Ves poskus sta napravila v prostoru, kjer prvotno ni bilo nobenega magnetnega polja. Magnetno polje Zemlje sta namreč kompenzirala s tremi med seboj pravokotnimi tuljavami tako, da preostala magnetna poljska gostota ni presegla 0,001 gaussa. Ovoj sta postavila v magnetno polje (z gostoto B) tuljave (sl. 1) in ga ohladila pod temperaturo prehoda v supraprevodno fazo. Potem sta magnetno polje tuljave izklopila. Če je bila gostota zunanega magnetnega polja B dovolj velika, je ostalo v ovoju magnetno polje še potem, ko so zunanje polje izklopili: magnetno polje je »zamrznilo« v ovoju! Magnetni pretok, ki je zamrznil v ovoju, sta ugotovila tako, da sta ovoj nihala med dvema tuljavicama (sl. 1) in merila inducirano napetost na njima. Iz znane



Sl. 1. Površna shema naprave Deavra in Fairbanka (ni v merilu). 1 vzbujevalna tuljava, 2 cinast ovoj na bakreni žički, 3 merilni tuljavici. Žička z ovojem (2) je nihala v vzdolžni smeri s frekvenco 100 s^{-1} .

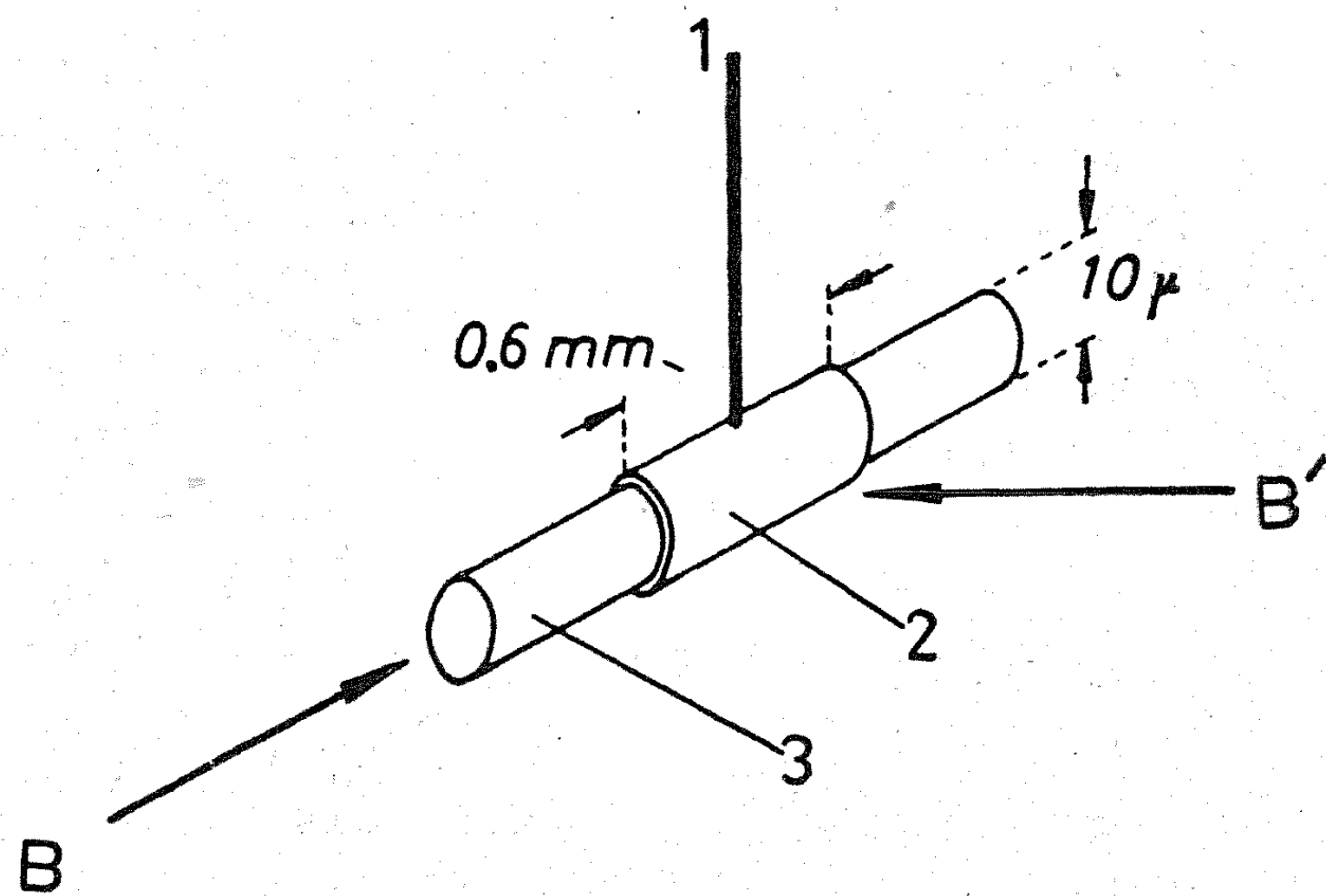
napetosti pa še iz amplitude in frekvence nihanja sta lahko izračunala magnetni pretok Φ , ki je zamrznil v ovoju. Merjenja so pokazala, da lahko zamrznejo v ovoju zares samo magnetna polja z gostoto, ki ustreza magnetnemu pretoku skozi ovoj $nh/2e_0$ (sl. 2).

Doll in Näbauer⁵ pa sta merila magnetni moment supraprevodnega ovoja in iz njega računala magnetni pretok skozi ovoj. Ta dva avtorja sta delala s podobnim supraprevodnim ovojem kot Deaver in Fairbank. Tudi magnetno polje sta vzbudila enako. Magnetni moment ovoja p_m sta merila tako, da sta obesila



Sl. 2. Magnetni pretok Φ skozi supraprevodni obroč v odvisnosti od gostote magnetnega polja (B), v katerem je bil ovoj pred ohladitvijo pod temperaturo prehoda v supraprevodno fazo⁴

ovoj na kremenovo nitko (sl. 3). Za torzijsko nihalo sta najprej določila lastno frekvenco $\omega = (D/J)^{1/2}$ (D koeficient torzijskega nihala, J vztrajnostni moment) in vključila prečno izmenično magnetno polje z gostoto B' . Nihalo je zanihalo nedušeno z amplitudo φ_0 , ki je bila sorazmerna z amplitudo B'_0 in magnetnim



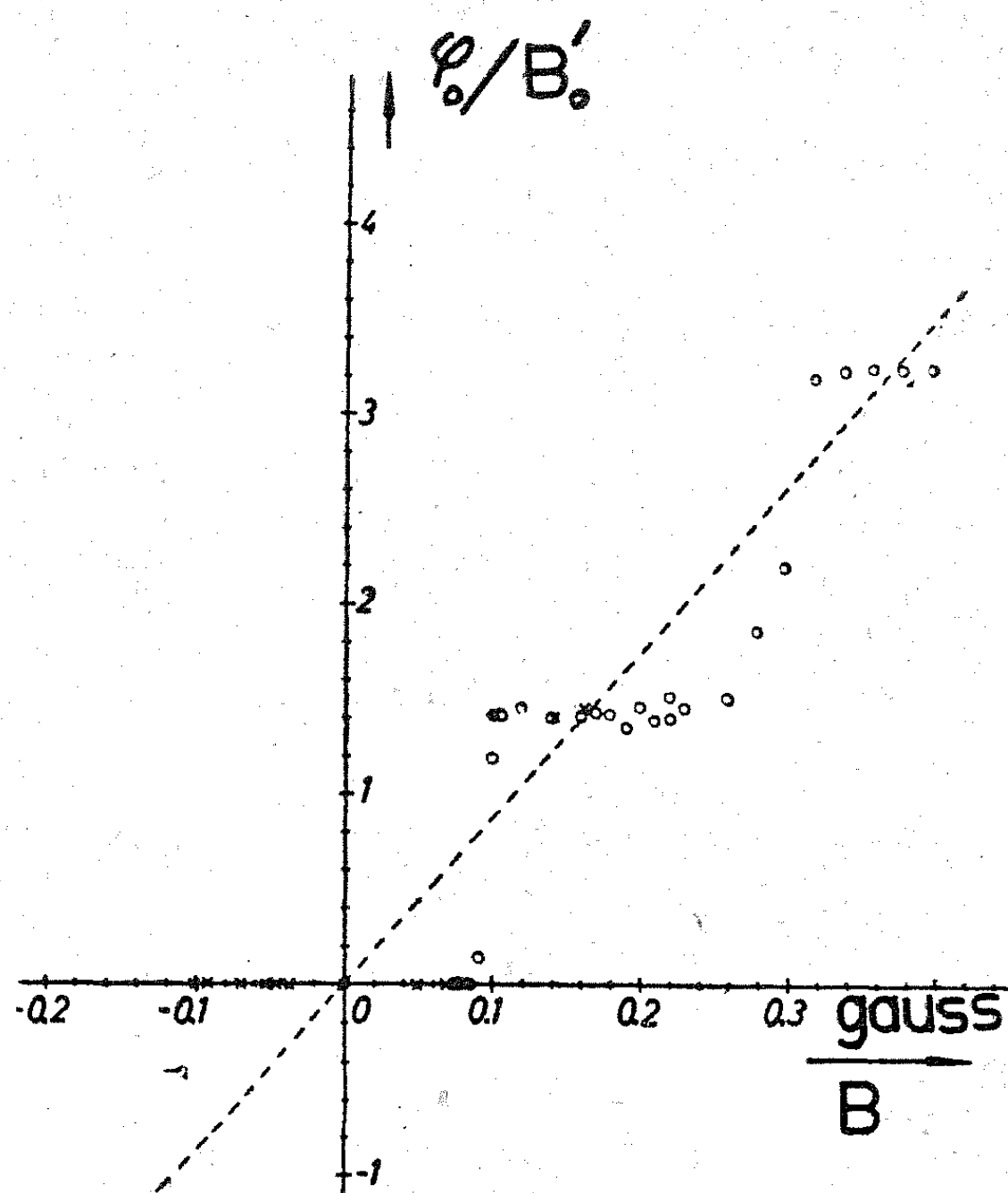
Sl. 3. Shema ovoja pri poskusu Dolla in Näbaura. 1 kremenova nitka, 2 ovoj iz cina, 3 palčka iz kremena

momentom supraprevodnega ovoja. Če je amplituda nihanja majhna, velja namreč: $J\ddot{\varphi} + 2\beta J\dot{\varphi} + D\varphi = p_m B_0' \cos \omega t$ in dobimo za magnetni moment $p_m = 2\beta \omega J \varphi_0 / B_0'$, pri tem je β koeficient dušenja. Rezultati te meritve so se v okviru natančnosti ujemali s prej navedenimi (sl. 4).

Poskusimo s približnim računom pojasniti, zakaj je magnetni pretok skozi supraprevodni ovoj kvantiziran! Vzemimo Schrödingerjevo enačbo za en sam nosilec naboja e^* v supravprevodniku:

$$\frac{1}{2} m^{-1} [-i\hbar \nabla + e^* \mathbf{A}(\mathbf{r})]^2 \psi(\mathbf{r}) + V \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}).$$

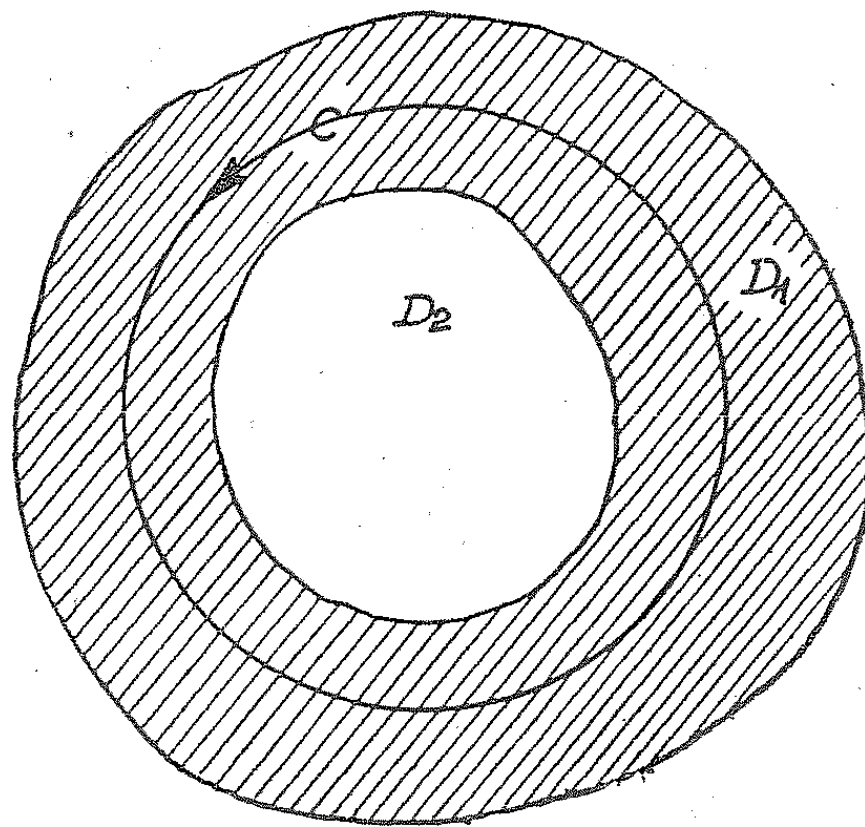
V supraprevodnikih smemo vzeti za nosilec naboja par elektronov.² Pri nizkih temperaturah sta spina dveh sosednjih elektronov v stanju s skupnim spinom 0 med seboj tako močno sklopljena, da se obnaša tak par kot nekaka celota.² V enačbi je tedaj $e^* = 2e_0$, m masa nosilca naboja, $\mathbf{A}$ vektorski potencial in V skalarni potencial, v katerem se giblje nosilec naboja, ψ valovna



Sl. 4. Količina, ki je sorazmerna z magnetnim pretokom skozi supraprevodni ovoj (φ_0/B_0') v odvisnosti od gostote magnetnega polja (B), v katerem je bil ovoj pred ohlaiditvijo⁵

funkcija nosilca naboja ter E njegova energija in $\hbar = \frac{1}{2} h/\pi$. Zaradi preprostosti vzemimo zelo visok supraprevoden ovoj (votel valj)! Presek tega ovoja je

narisan na sl. 5. V supraprevodniku (na polju D_1) zaradi Meissnerjevega efekta ni magnetnega polja.¹ Od tod sledi, da je tam $\text{rot } \mathbf{A} = 0$ in lahko pišemo $\mathbf{A}$ kot



Sl. 5. Prečni prerez skozi supraprevodni votli valj (ovoj). Supraprevodnik je označen črtkano

gradient neke funkcije: $\mathbf{A} = \text{grad } \chi$. Z upoštevanjem Lorentzovega pogoja $\text{div } \mathbf{A} = 0$ sledi za χ pogoj $\nabla^2 \chi = 0$. Vstavimo v Schrödingerjevo enačbo za valovno funkcijo izraz $\psi = \psi_0 \exp(i e^* \chi / \hbar)$ in upoštevajmo lastnosti funkcije χ ! Za ψ_0 dobimo enačbo:

$$-\frac{1}{2} \hbar^2 m^{-1} \nabla^2 \psi_0(\mathbf{r}) + V \psi_0(\mathbf{r}) = E \psi_0(\mathbf{r}).$$

Vidimo, da je ψ_0 neodvisna od magnetnega pretoka skozi votlino v supraprevodniku. Prenesimo nosilec naboja n -krat okoli votline na isto mesto! χ se bo tedaj spremenil za $\Delta\chi = \int \text{grad } \chi \, ds$ (ta krivuljni integral in vsi naslednji so mišljeni po zaključni krivulji C). Pri integraciji bomo dobili od nič različen rezultat, ker smo s potjo objeli polje D_2 , na katerem je χ singularna in tam ne velja $\text{rot } \mathbf{A} = 0$. Namesto valovne funkcije ψ bo tako nastopila $\psi \exp(i e^* \Delta\chi / \hbar)$. Ne da bi dolgo premišljevali, pa sklepamo, da se valovna funkcija pri tem ne sme spremeniti. Saj na par elektronov v superprevodniku ne deluje nobena sila in se pri prenosu nič ne spremeni. Sklep je nekoliko nagel, a rezultat je v skladu s strogim dokazom.^{6, 7} Če mora torej biti $1 = \exp(i e^* \Delta\chi / \hbar)$, pa sledi: $\Delta\chi = n 2 \pi \hbar / e^* = \frac{1}{2} n h / e_0$.

Integral $\int \text{grad } \chi \, ds = \Delta\chi$ lahko izračunamo, $\text{grad } \chi$ je namreč enak $\mathbf{A}$, tako da je:

$$\int \text{grad } \chi \, ds = \int \mathbf{A} \, ds = \int \text{rot } \mathbf{A} \, d\mathbf{S} = \int \mathbf{B} \, d\mathbf{S} = \Phi.$$

V zadnjih integralih moramo integrirati po ploskvi, ki jo ograja krivulja C . To je isto, kot če integriramo samo po votlini (polju D_2), ker v supraprevodniku itak ni magnetnega polja. Tako dobimo končno, da je magnetni pretok skozi supraprevodni ovoj $\Phi = \frac{1}{2} n h / e_0$.

Do tega rezultata smo prišli samo s Schrödingerjevo enačbo. Pri tem ni bilo treba vpeljati nobenih magnetnih nabojev. Zato ta rezultat v ničemer ne podpira domneve, da obstojijo magnetni naboji.*

* Medtem so navedli nekatere teoretske argumente proti obstoju magnetnih nabojev — F. Fierz: Zur Elektrodynamik, Helv. Phys. Acta **37**, 663 (1964) in D. Zwanziger: Dirac Magnetic Monopoles Forbidden in S-Matrix Theory. Phys. Rev. **137**, B 647 (1965).

Literatura:

- ¹ F. Cirkler: Supraprevodnost, prevod. Obz. mat. fiz. **3**, 155 (1953).
- ² L. N. Cocper: Teorija supraprevodnosti, prevod. Obz. mat. fiz. **9**, 61 (1962).
- ³ J. Strnad: Magnetni naboji. Obz. mat. fiz. **11**, 181 (1964).
- ⁴ B. S. Deaver, jr., W. M. Fairbank: Experimental Evidence of Quantized Magnetic Flux through Superconducting Ring. Phys. Rev. Letters **7**, 43 (1961).
- ⁵ R. Doll, M. Nābauer: Experimental Proof of Magnetic Flux Quantitation in a Superconducting Ring. Phys. Letters **7**, 51 (1961).
- ⁶ L. Onsager: Magnetic Flux through a Superconducting Ring. Phys. Rev. Letters **7**, 50 (1964).
- ⁷ N. Byers, C. N. Yang: Theoretical Considerations Concerning Quantized Magnetic Flux in Superconducting Cylinders. Phys. Rev. Letters **7**, 46 (1961).

Andrej Čadež

KVARKI

Uvedba kvarkov v fiziko delcev je povzročila veliko ugibanja.¹ Zelo preprost model, ki ga bomo tu opisali, s kvarki pojasni nekatere lastnosti osnovnih delcev in obenem osvetli nekatera vprašanja o kvarkih samih.² Naj obstojijo trije različni kvarki: kvark 1, kvark 2 in kvark 3. Iz njih lahko sestavimo deset različnih trojic (tab. 1a). Te nas spomnijo na deseterico barionov (tab. 1b).³ Če hočemo spraviti oba dela tabele v tesno zvezo, moramo

				e/e^0	—1	0	1	2
2,2,2	1,2,2	1,1,2	1,1,1	$Y = 1$	Δ^-	Δ^0	Δ^+	Δ^{++}
2,2,3	1,2,3	1,1,3		$Y = 0$	Σ^{*-}	Σ^{*0}	Σ^{*+}	
2,3,3	1,3,3			$Y = -1$	Ξ^{*-}	Ξ^{*0}		
3,3,3				$Y = -2$	Ω^-			
(a)					(b)			

Tabela 1. Sestav deseterice barionov iz kvarkov (a), deseterica barionov s spinom $\frac{3}{2}$ (b)

kvarkom pripisati taka kvantna števila, da se bo vsota za vsako trojico ujemala s kvantnimi števili ustreznega delca. Barioni imajo barionsko število 1, zato morajo imeti vsi kvarki barionsko število $\frac{1}{3}$. Kvark 1 mora imeti hipernaboj $Y = \frac{1}{3}$ in naboj $e = \frac{2}{3}e_0$, kvark 2 $Y = \frac{1}{3}$ in $e = -\frac{1}{3}e_0$, ter kvark 3 $Y = -\frac{2}{3}$ in $e = -\frac{1}{3}e_0$. Spin kvarkov mora biti polovica celega števila. Vzemimo, da je $s = \frac{1}{2}$. V primeru, da so spini trojice vzporedni in je skupna obhodna vrtilna količina kvarkov enaka nič, je spin navedenih barionov zares $S = \frac{3}{2}$.

Kvarki imajo polovičen spin, zato velja zanje Paulijevo izključitveno načelo: v istem delcu dva enaka kvarka ne smeta biti v istem stanju. Med trojico enakih kvarkov torej niti dva ne smeta imeti vzporednega spina, če je obhodna vrtilna količina posameznega kvarka enaka nič. Pač pa so lahko spini treh enakih kvarkov vzporedni, če je za vse tri kvarke velikost obhodne vrtilne količine $\hbar$. Potem ima prvi projekcijo obhodne vrtilne količine v odklikovani smeri, npr. v smeri zunanjega magnetnega polja, $\hbar$, drugi 0 in tretji $-\hbar$ in je skupna obhodna vrtilna količina zares enaka nič.* To naj velja tudi za trojice, v katerih niso sami enaki kvarki.

* Ustrezna valovna funkcija je antisimetrična proti zamenjavi koordinat dveh kvarkov. Zato mora biti simetrična proti zamenjavi spinov dveh kvarkov, če naj bo v celoti antisimetrična, kakršna mora biti za delce s polovičnim spinom. Tedaj morajo biti vsi trije spini vzporedni.

Plus za številko naj označuje spinsko stanje kvarka s projekcijo spina $s_z = \frac{1}{2}$ in minus za številko spinsko stanje s projekcijo spina $s_z = -\frac{1}{2}$. Pri treh enakih kvarkih so možna štiri stanja trojic, npr. $1+, 1+, 1+$; $1+, 1+, 1-$; $1+, 1-, 1-$; $1-, 1-, 1-$. Ta stanja ustrezajo po vrsti stanjem delca s spinom $S = \frac{3}{2}$ s projekcijami $S_z = \frac{3}{2}, S_z = \frac{1}{2}, S_z = -\frac{1}{2}, S_z = -\frac{3}{2}$, saj ima delec s spinom S ravno $2S + 1$ možnih spinskih stanj. Dveh stanj trojic kot npr. $1+, 1+, 1-$ in $1+, 1-, 1+$ seveda ne moremo razločevati.

Enako je pri treh kvarkih, od katerih sta dva enaka, če so vsi trije spini vzporedni. Tudi tu ustreza npr. stanje trojice $1+, 1+, 2+$ stanju delca $S = \frac{3}{2}, S_z = \frac{3}{2}$. Bolj zapleteno je, če je eden izmed kvarkov nasprotno orientiran. Tedaj imamo dve možni stanji trojic, npr. $1+, 1+, 2-$ in $1+, 1-, 2+$, ki ju v načelu lahko razločujemo. V tem primeru bomo morali upoštevati, da stanje trojice z določenimi projekcijami spinov kvarkov (a nedoločenim celotnim spinom) ne ustreza stanju delca z določenim celotnim spinom (a nedoločenimi projekcijami spinov kvarkov). Stanje delca $S = \frac{3}{2}, S_z = \frac{1}{2}$ moramo sestaviti iz obeh možnih stanj trojic. Verjetnost, da naletimo na trojico $1+, 1+, 2-$ je dvakrat manjša kot verjetnost, da naletimo na trojico $1+, 1-, 2+$. Vsa tri stanja trojic $1+, 1+, 2-$; $1+, 1-, 2+$ in $1-, 1+, 2+$ so namreč enako verjetna, a zadnjih dveh ne moremo razločevati. Zato v stanju delca $S = \frac{3}{2}, S_z = \frac{1}{2}$ v $\frac{1}{3}$ primerov naletimo na trojico $1+, 1+, 2-$ in v $\frac{2}{3}$ primerov na trojico $1+, 1-, 2+$.

Iz dveh neodvisnih stanj trojic pa lahko sestavimo dve neodvisni stanji delcev. Eno stanje ($S = \frac{3}{2}, S_z = \frac{1}{2}$) že poznamo. Katero je drugo stanje? Da to ugotovimo, je treba pogledati valovne funkcije, s katerimi opisujemo posamezna stanja. Kvadrat valovne funkcije je sorazmeren z verjetnostjo, da naletimo na tisto stanje. Tedaj lahko zapišemo $\psi(S = \frac{3}{2}, S_z = \frac{1}{2}) = \sqrt{\frac{1}{3}} \psi(1+, 1+, 2-) + \sqrt{\frac{2}{3}} \psi(1+, 1-, 2+)$. Tu smo že upoštevali, da sta valovni funkciji za dve neodvisni stanji trojic ortogonalni. Tudi valovni funkciji za dve neodvisni stanji delca morata biti ortogonalni (in normirani). Tako brez težav dobimo valovno funkcijo iskanega stanja, za katerega se pokaže, da ima $S = \frac{1}{2}, S_z = \frac{1}{2}$: $\psi(S = \frac{1}{2}, S_z = \frac{1}{2}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \psi(1+, 1+, 2-) - \sqrt{\frac{1}{3}} \psi(1+, 1-, 2+)$. V tem stanju, ki torej ustreza delcu s spinom $\frac{1}{2}$, naletimo v $\frac{2}{3}$ primerov na trojico $1+, 1+, 2-$ in v $\frac{1}{3}$ primerov na trojico $1+, 1-, 2+$.

Pri treh različnih kvarkih imamo tri neodvisna stanja trojic s projekcijo spina $S_z = \frac{1}{2}$: $1+, 2+, 3-$; $1+, 2-, 3+$ in $1-, 2+, 3+$. To dopušča tri neodvisne linearne kombinacije z določenim skupnim spinom, se pravi tri stanja delcev. Eno od teh ima $S = \frac{3}{2}, S_z = \frac{1}{2}$ in ustreza delcu s spinom $\frac{3}{2}$, dve pa imata $S = \frac{1}{2}, S_z = \frac{1}{2}$ in ustrezata delcema s spinom $\frac{1}{2}$. V celoti smo naleteli na osem stanj s spinom $\frac{1}{2}$: na po eno pri vsaki od šestih trojic z dvema enakima kvarkoma in na dve pri trojici različnih kvarkov. Ta stanja spravimo v zvezo z osmorico barionov s spinom $\frac{1}{2}$ (tab. 2).

			e/e_0	-1	0	1
			$Y = 1$		N	P
	1,2,2	1,1,2				
2,2,3	$\begin{Bmatrix} 1,2,3 \\ 1,2,3 \end{Bmatrix}$	1,1,3	$Y = 0$	Σ^-	$\{\Sigma^0, \Lambda\}$	Σ^+
2,3,3	1,3,3		$Y = -1$	Ξ^-	Ξ^0	

Tabela 2. Sestav osmorice barionov iz kvarkov (a), osmorica barionov s spinom $\frac{1}{2}$.

S tem modelom lahko izračunamo magnetne momente delcev. Predpostaviti moramo samo, da je magnetni moment vezanih kvarkov sorazmeren z nji-

hovim nabojem: $\mu_1 = \frac{2}{3}\mu$, $\mu_2 = \mu_3 = -\frac{1}{3}\mu$, kjer je μ še neznan parameter. Pri barionih desetorice so spini treh kvarkov vzporedni in je magnetni moment barionov enak vsoti magnetnih momentov kvarkov. Od tod sledi, da je v tem primeru magnetni moment barionov sorazmeren z njihovim nabojem, saj je ta enak vsoti nabojev treh kvarkov, ki sestavljajo barion. Na žalost pa ni izmerjen niti eden od teh magnetnih momentov.

Pri barionih osmorice je drugače. V protonu naletimo v $\frac{2}{3}$ primerov na trojico $1+, 1+, 2-$ in v $\frac{1}{3}$ primerov na trojico $1+, 1-, 2+$. Zato je magnetni moment protona $\mu_P = \frac{2}{3}(\mu_1 + \mu_1 - \mu_2) + \frac{1}{3}(\mu_1 - \mu_1 + \mu_2) = \mu$. Pri tem smo magnetne momente nasprotno orientiranih kvarkov upoštevali z negativnim znakom. V nevtronu naletimo v $\frac{2}{3}$ primerov na trojico $1-, 2+, 2+$ in v $\frac{1}{3}$ primerov na trojico $1+, 2+, 2-$. Zato je magnetni moment nevtrona $\mu_N = \frac{2}{3}(-\mu_1 + \mu_2 + \mu_2) + \frac{1}{3}(\mu_1 + \mu_2 - \mu_2) = -\frac{2}{3}\mu$. Medtem ko je izračunano razmerje $\mu_N/\mu_P = -0,667$, je eksperimentalno določeno $-1,910 \mu_j/2,790 \mu_j = -0,685$ (μ_j je jedrski magneton, $5,0 \cdot 10^{-26} \text{ Am}^2$). Ujemanje je presenetljivo dobro.

Zaradi velikih težav pri merjenju sta doslej izmerjena samo magnetna momenta delcev Σ^+ in Λ , pa še ta zelo nenatančno. Za delec Σ^+ je $\mu_{\Sigma^+} = (4,3 \pm 0,6) \mu_j = (1,5 \pm 0,2)\mu$.⁴ Za delec Λ pa sta dva* različna podatka: $\mu_{\Lambda} = (-0,5 \pm 0,28) \mu_j = (-0,18 \pm 0,10)\mu$ in $\mu_{\Lambda} = (-0,80 \pm 0,15) \mu_j = (-0,29 \pm 0,05)\mu$.^{5,2} Upoštevajmo sestav Σ^+ in protona iz kvarkov: $1,1,3$ in $1,1,2$! Magnetna momenta kvarkov 2 in 3, po katerih se delec Σ^+ in proton edino razlikujeta, se ujemata. Tako mora biti magnetni moment delca Σ^+ enak magnetnemu momentu protona: $\mu_{\Sigma^+} = \mu$. Račun za delec Λ je zamudnejši, ker je treba upoštevati primerno linearno kombinacijo treh možnih stanj trojic. Rezultat je $\mu_{\Lambda} = \frac{1}{2}\mu_3 = -\frac{1}{3}\mu$. Ujemanje je tu slabše kot pri μ_N/μ_P .

Mezoni imajo barionsko število nič. Zato sestavimo mezone iz kvarka in antikvarka. Antikvark (označimo ga s črtico nad številko) ima kot vsak antidelec nasproten znak barionskega števila, hipernaboja in naboja kot ustrezni delec (kvark). Iz treh kvarkov in treh antikvarkov sestavimo devet parov. Po hipernaboju in naboju urejeni pari (tab. 3a) spominjajo na osmorico mezonov s spinom 0 (tab. 3b) in s spinom 1 (tab. 3c).³ V prvem primeru sta spina kvarka in antikvarka zmeraj nasprotna, npr. $1+, \bar{2}-$, v drugem pa zmeraj vzporedna, npr. $1+, \bar{2}+$. Glede spinov torej pri mezonih ni težav.

e/e_0	-1	0	1	-1	0	1	-1	0	1
$Y = 1$		$2, \bar{3}$	$1, \bar{3}$	K^0	K^+		K^0	K^+	
$Y = 0$	$2, \bar{1}$	$\begin{Bmatrix} 1, \bar{1} \\ 2, \bar{2} \\ 3, \bar{3} \end{Bmatrix}$	$1, \bar{2}$	π^-	$\begin{Bmatrix} \pi^0 \\ \eta \end{Bmatrix}$	π^+	ϱ^-	$\begin{Bmatrix} \varrho^0 \\ \omega, (\varphi) \end{Bmatrix}$	0^+
$Y = 1$	$3, \bar{1}$	$3, \bar{2}$		K^-	$\bar{K}^0$		K^-	$\bar{K}^0$	
	(a)			(b)			(c)		

Tabela 3. Sestav devetorice mezonov iz kvarkov in antikvarkov (a), osmorica mezonov s spinom 0 (b), osmorica (devetorica) mezonov s spinom 1.

Pač pa se zaplete pri treh parih $1, \bar{1}$ in $2, \bar{2}$ ter $3, \bar{3}$, ki imajo hipernaboj 0 in naboj 0. Iz treh neodvisnih stanj parov sestavimo tri neodvisna stanja delcev.

* Pred kratkim so objavili še tretji podatek $\mu_{\Lambda} = (-0,73 \pm 0,17) \mu_j = (-0,26 \pm 0,06) \mu$. (D. A. Hill, K. K. Li, E. W. Jenkins, T. F. Kycia, H. Ruderman: New Measurement of the Λ Magnetic Moment. Phys. Rev. Letters 15, 85 (1965)).

V osmorica pa sta samo dva mezona s hipernabojem 0 in nabojem 0, to sta π^0 in η v prvi ter ρ^0 in ω v drugi. Navedeni pari so nekaj posebnega, v njih se kvark in antikvark lahko anihilirata: npr. $1, \bar{1}$ se anihilira in se zopet rodi kot par $1, \bar{1}$ ali $2, \bar{2}$ ali $3, \bar{3}$. Delec, ki ga sestavljajo v enakih deležih pari $1, \bar{1}$ in $2, \bar{2}$ in $3, \bar{3}$, se lahko neprestano anihilira in se na novo poraja. To je mezon X (s spinom 0)¹, ki ga je treba zaradi njegove posebnosti izvzeti, nakar preostane osmorica enakovrednih mezonov s spinom 0. Mezona π^0 in η sta sestavljena iz takih linearnih kombinacij treh izjemnih parov, da nista zmožna neprestanega anihiliranja in porajanja.

Kar smo ugotovili za mezon X, ne velja brez pridržkov za sorodni mezon φ s spinom 1. Kvark in antikvark v stanju s spinom 0 se anihilirata v kvant s spinom 0 in se ponovno rodita kot par s spinom 0. Kvark in antikvark s spinom 1 bi se anihilirala v kvant s spinom 1 in bi se ponovno rodila kot par s spinom 1. Skoraj nobenega dvoma ni, da je treba računati s kvantom s spinom 0. Ali pa smemo računati tudi s kvantom s spinom 1, še ni gotovo. Če smemo z njim računati, se lahko tudi mezon φ neprestano anihilira in se znova poraja. V tem primeru je tudi ta mezon nekaj posebnega, tako da preostane samo osmorica enakovrednih mezonov s spinom 1. V primeru pa, da s kvantom s spinom 1 sploh ne smemo računati, se mezon φ ne more anihilirati in je enakopraven član skupine. Tedaj imamo devetorico enakovrednih mezonov s spinom 1.

Z izmenjavanjem omenjenih kvantov med kvarki pojasnimo silo med kvarki. Sila ni odvisna od medsebojne orientacije spinov dveh kvarkov, če upoštevamo samo kvant s spinom 0. To pomeni, da lahko obravnavamo vse barione na skupni osnovi in ravno tako vse mezone na skupni osnovi. Treba pa je že takoj v začetku upoštevati šest stanj kvarkov: $1+, 1-, 2+, 2-, 3+, 3-$. Iz teh sestavimo 56 trojic in dalje 56 barionskih stanj, ki se razločujejo po sestavu in po projekciji spina (S_z). Iz šestih stanj kvarkov in šestih stanj antikvarkov sestavimo 36 parov in dalje 36 mezonskih stanj, ki se razlikujejo po sestavu in projekciji spina. Ako izvzamemo posebno stanje, ki se lahko anihilira, to je mezon X s spinom 0, preostane 35 mezonskih stanj.

Medtem ko sodi klasifikacija na osmorice, devetorico in desetorico v simetrijo SU(3) (unitarno simetrijo), sodi klasifikacija na skupini s 56 in s 35 stanji že v simetrijo SU(6).⁶ Pri računu magnetnih momentov barionov smo že posegli v simetrijo SU(6). Tudi v okviru simetrije SU(3) je sicer možno izračunati magnetne momente barionov, a v rezultatu ostaneta dva neznana parametra, ne pa en sam.

Barionov in mezonov v okviru tega modela ne moremo obravnavati na skupni osnovi. Sila med dvema kvarkoma se namreč močno razlikuje od sile med kvarkom in antikvarkom. Prve niti ne moremo zadovoljivo pojasniti, saj bi pričakovali, da bi bila odbojna. To je velika težava modela. Da bi jo premostili, so posegli po drzni domnevi, da krožijo kvarki v barionih okoli težkega delca s spinom 0, z barionskim številom 1, s hipernabojem 1 in z nabojem $-e_0$. Tedaj bi lahko pripisali kvarkom barionsko število 0 ter cel naboj in cel hipernaboj: kvark 1 $e = e_0$, $Y = 1$, kvark 2 $e = 0$, $Y = 1$; kvark 3 $e = 0$, $Y = 0$. Toda račun magnetnih momentov ne bi mogel obveljati.

Doslej niso zasledili niti kvarkov niti težkega bariona s spinom 0. Možno je, da so kvarki resnični delci. Zaradi tretjinskega naboja bi moral biti vsaj eden od njih stabilen, saj zaradi ohranitve naboja ne bi mogel razpasti v znane

delce. Doslej so precej dobro preiskali reakcije, pri katerih bi se pojavili kvarki, če bi imeli mirovno energijo, manjšo kot nekako 5000 MeV. Če so kvarki resnični delci, morajo torej biti izredno težki. Zaradi tega mora biti med njimi izredno močna privlačna interakcija. Pri spojitvi treh kvarkov v nukleon z mirovno energijo okoli 1000 MeV se mora sprostiti izredno velika vezavna energija. Pojasniti pa bi bilo treba še, zakaj je sistem šestih kvarkov (npr. devteron) težji od sistema treh (nukleona).

V primeru, da obstoji težki barion s spinom 0, bi imeli kvarki cel naboj in bi lahko tako hitro razpadli v znane delce, da jih ne bi bilo možno odkriti. Morali pa bi ugotoviti obstoj tega težkega bariona.

Možno je tudi, da so kvarki kake druge tvorbe, npr. polja, ki zaradi še neznanih razlogov ne morejo nastopiti v obliki delcev.

Nadaljnja možnost je, da imajo kvarki zaradi neke neznane lastnosti »dodatni« električni naboj. Ta dodatni naboj pri vezanih kvarkih ne bi bil opazen. Prvotni tretjinski naboj in naboj zaradi nove lastnosti, ki jo meri novo kvantno število *trialnost* ali *čar*, pa bi pri prostih kvarkih dala skupaj cel naboj. To domnevo so preiskali, a njenih zaključkov za zdaj niso mogli primerjati z rezultati poskusov.

Vse kaže, da je ob kvarkih nastala težavna uganka. Rešitev podobnih ugank pa je v fiziki že večkrat prinesla nenadejan razplet.

Opomba: Sestav delca Λ iz trojic $1+, 2+, 3-$ in $1+, 2-, 3+$ ter $1-, 2+, 3+$ ugotovimo, če upoštevamo njegov izospin $T = 0$ in tretjo komponento izospina $T_z = 0$. Kvark 1 ima namreč izospin $t = \frac{1}{2}$ in tretjo komponento izospina $t_z = e - \frac{1}{2} Y = \frac{1}{2}$, kvark 2 $t = \frac{1}{2}$ in $t_z = -\frac{1}{2}$ in kvark 3 $t = 0$ in $t_z = 0$. Pokaže se, da morata nastopati kvarka 1 in 2, ki imata nasprotni komponenti t_z , tudi z nasprotnima komponentama spina s_z . Zato v delcu Λ ne more biti trojice $1+, 2+, 3-$. Preostali trojici pa sta zastopani v enakih deležih. Tako je magnetni moment $\mu_1 = \frac{1}{2}(\mu_1 - \mu_2 + \mu_3) + \frac{1}{2}(-\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) = \mu_3$.

L i t e r a t u r a

- ¹ Nekaj novic iz fizike visokih energij. Obz. mat. fiz. **11**, 134 (1964).
- ² Ja. B. Zeljdovič: Klassifikacija elementarnih častic i kvarki »v izloženii dlja pešehodov«. Uspehi fizičeskih nauk **86**, 303 (1965).
- ³ Mezioni in barioni. Obz. mat. fiz. **10**, 159 (1963).
- ⁴ A. D. McIntenff, C. E. Roos: Sigma Photoproduction and Determination of the Σ^+ Magnetic Moment. Phys. Rev. Letters **13**, 246 (1964).
- ⁵ G. Charriere et al.: A Measurment of the Magnetic Moment of the Λ Hyperon. Physics Letters **15**, 66 (1965).
- ⁶ Nov uspeh v fiziki delcev? Obz. mat. fiz. **12**, 40 (1965).

Janez Strnad

TEKMOVANJE V MATEMATIKI

Letos je bilo že deveto republiško tekmovanje v matematiki za dijake srednjih šol. Udeležba iz posameznih krajev je bila: Ljubljana 35, Maribor 11, Koper 11, Škofja Loka 6, Ravne 5, Celje 5, Idrija 3, Nova Gorica 3, Kočevje 2, Novo mesto 2, Kamnik 2, Jesenice 2, Tolmin 2 in Ptuj 1. Skupaj 90 udeležencev. Tekmovali so po posameznih razredih, naloge pa so bile:

1. razred

1. Za numeracijo strani nekega slovarja potrebujemo 6 869 cifer (znakov). Koliko strani ima ta slovar?

2. Pozimi je oče naročil sinu, naj izmeri dvorišče s koraki. Po merjenju so ostali v snegu sledovi. Oče je preveril sinovo merjenje. Odšel je iz iste točke v isto smer kakor sin. Očetov korak je dolg 0,72 m, sinov pa 0,54 m. Vseh različnih sledov korakov (očetovi so se včasih ujemali s sinovimi) je bilo 61. Kako dolgo je dvorišče?

3. A in B sta skupaj stara 63 let. A ima dvakrat več let, kakor jih je imel B takrat, ko jih je imel A toliko, kolikor jih ima B sedaj. Koliko je star A in koliko B?

4. Enakokrak trapez z osnovnico $a = 8$ cm in višino $v = 4$ cm je očrtan krogu. Nariši ga in izračunaj ploščino!

2. razred

1. Enačba $x^2 + px + q = 0$ ima korena a, b , enačba $x^2 + Px + Q = 0$ pa korena c, d . Izrazi produkt $(a - c)(b - c)(a - d)(c - d)$ s koeficienti enačb.

2. Reši enačbo

$$1 + a + a^2 + \dots + a^{x-1} + a^x = (1 + a)(1 + a^2)(1 + a^4)(1 + a^8)$$

3. Krogli s polmerom R in r se dotikata od zunaj. Opiši okoli njiju stožec in izračunaj plašč prisekanega stožca, ki ima za osnovnici krožnici, vzdolž katerih se krogli dotikata stožca. Določi kot ob vrhu opisanega stožca.

4. Polkrogu s polmerom a včrtaš dva enaka dotikajoča se kroga. Liku, ki ga dobiš ob temenu polkroga, spet včrtaš krog. Izračunaj polmere dobljenih krogov.

3. razred

1. Naj bo $a^2 + b^2 = c^2$ in $a > 0, b > 0, c > 0$. Pokaži, da je $\log_{c+b} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{c+b} a \cdot \log_{c-b} a$.

2. Reši sistem enačb

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y^2} - \sqrt[3]{y} &= 6 \\ xy &= 8 \end{aligned}$$

3. Izračunaj $\sin 2x$, če je

$$\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 7$$

Koliko vrednosti ima kot x med 0° in 360° ?

4. Osnovna ploskev piramide je romb s stranico a . Dve stranski ploskvi piramide sta pravokotni na osnovni ploskvi in oklepata med seboj topi kot β ; vsaka od drugih dveh stranskih ploskev je za kot α nagnjena proti osnovni ploskvi. Izračunaj plašč piramide!

4. razred

1. Izračunaj vsoto sestavljene vrste

$$S = x^{n-1} + 2x^{n-2}y + 3x^{n-3}y^2 + 4x^{n-4}y^3 + \dots + ny^{n-1}$$

2. Kolika je ploščina trikotnika, če so tangensi njegovih notranjih kotov tri zaporedna naravna števila in meri polmer očrtanega kroga $r = 20$ cm?

3. Trikotnik z dano stranico a in notranjim kotom α se zavrti okrog te stranice. Kolika morata biti druga dva notranja kota β in γ , da bo vrtenina imela največjo prostornino?

4. Določi na ravnini množico vseh točk, iz katerih se vidi elipsa $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ pod pravim kotom.

Komisija je pod vodstvom univerzitetnega profesorja Ivana Vidava podelila več nagrad in priznanj, in sicer:

I. nagrado so prejeli:

Peter Legiša, dijak 1. r. II. gimnazije v Ljubljani,
Janez Sketelj, dijak 3. r. gimnazije Ljubljana-Vič,
Rudi Tomažič, dijak 4. r. gimnazije v Novi Gorici.

II. nagrado so prejeli:

Tomo Pisanski, dijak 3. r. II. gimnazije v Ljubljani,
Dragica Jelenc, dijakinja 1. r. gimnazije v Škofji Loki,
Veljko Bole, dijak 4. r. II. gimnazije v Ljubljani.

III. nagrado so prejeli:

Franc Beber, dijak 4. r. gimnazije Ljubljana-Poljane,
Edi Kramar, dijak 3. r. gimnazije v Novem mestu,
Jože Šrekel, dijak 1. r. gimnazije v Celju,
Alojz Serec, dijak 3. r. gimnazije Maribor-Tabor,
Barbara Hočevnar, dijakinja 1. r. gimnazije Ljubljana-Vič.

Knjižne nagrade so prejeli:

Gorazd Strobl, dijak 4. r. gimnazije Ljubljana-Vič,
Pavla Lah, dijakinja 3. r. gimnazije Kamnik,
Miloš Mele, dijak 1. r. gimnazije I. v Ljubljani-Bežigrad,
Mirko Curk, dijak 3. r. gimnazije v Kopru,
Andrej Begež, dijak 2. r. gimnazije v Kopru,
Albert Kos, dijak 3. r. II. gimnazije v Ljubljani,
Alojzij Jelenc, dijak 3. r. gimnazije v Škofji Loki,
Franc Pučnik, dijak 1. r. I. gimnazije v Ljubljani-Bežigrad,
Svitan Gaborović, dijak 1. r. gimnazije Maribor-Tabor.

Za zvezno tekmovanje v Beogradu so bili izbrani:

za 4. razred: Rudi Tomažič, Veljko Bole, Franc Beber in Gorazd Strobl;
za 3. razred: Janez Sketelj, Tomo Pisanski, Edi Kramar in Alojz Serec.

Zvezno tekmovanje je bilo tri tedne kasneje, in sicer 16. maja 1965 v zgradbi prirodno-matematične fakultete v Beogradu. Po posameznih republikah se je udeležilo 28 tekmovalcev iz Srbije, 9 iz Hrvatske, 8 iz Slovenije,

7 iz Bosne in Hercegovine, 5 iz Makedonije, medtem ko Črna gora ni poslala tekmovalcev.

Komisija, sestavljena iz zastopnikov vseh republik, je izbrala naslednje naloge:

3. razred:

1. Reši enačbo

$$x^3 - (m^2 + 3)x^2 + (m^2 + 3)x + m^4 - 1 = 0$$

z neznanko x tako, da razstavljaš polinom $P(m)$ na faktorje.

2. Izračunaj robove kvadra, če poznaš njihovo vsoto s in njihovo diagonalo d , ter je eden od robov geometrijska sredina med drugima dvema. Kdaj so realne rešitve?

3. Določi vse realne rešitve x ($0 < x < 2\pi$) neenačbe

$$\frac{\sin x + \sin 3x + \sin 5x}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x} > 1$$

4. V paralelepipedu, čigar ploskve so skladni rombi s kotom 60° , je dana največja diagonala D . Določi robove in diagonale tega telesa.

4. razred:

1. Določi vsoto vseh števil v tabeli

$$\begin{array}{l} 1, 2, 3, \dots, k \\ 2, 3, 4, \dots, k+1 \\ 3, 4, 5, \dots, k+2 \\ \dots \dots \dots \\ k, k+1, k+2, \dots, 2k-1 \end{array}$$

2. Dana je funkcija:

$$y = x^3 + px + q$$

a) Ako je M maksimum ter m minimum dane funkcije, dokaži, da je

$$M \cdot m = q^2 + \frac{4}{27} p^3$$

b) Določi p in q tako, da je ena od ničel funkcije -2 in $M - m = 4$ ter prouči funkcijo.

3. Dan je konveksen peterokotnik $A_1, A_2, \dots, A_5$; na vsaki stranici določimo po eno točko $B_1, B_2, \dots, B_5$. V peterokotniku načrtamo vse diagonale ter iz vsake točke B_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) vse premice skozi oglišča in ostale točke B_i . Ako vemo, da se razen v točkah A_i in B_i premice ne sekajo po tri v isti točki in tudi niso vzporedne, določi število sečišč vseh premic in diagonal!

4. Nanesi na robove triedra, ki ima v vrhu S vse stranice enake dolžine $SA = SB = SC = d$. Določi vsoto stranic tako, da je volumen tetraedra $SABC$ maksimalen!

Od udeležencev iz Slovenije je dijak Janez Sketelj iz gimnazije Ljubljana-Vič dosegel 2. nagrado v tekmovanju tretješolcev in Tomo Pisanski iz II. gimnazije v Ljubljani 3. nagrado. V četrtem razredu pa je Rudi Tomažič iz Nove Gorice dosegel 3. nagrado, dijak Veljko Bole pa je bil pohvaljen. Oba četrtošolca in tretješolec Sketelj so bili izbrani v ekipo, ki se bo pripravljala za matematično olimpiado. Ta sedma mednarodna matematična olimpiada bo letos meseca julija v Berlinu in osem najboljših naših matematikov srednješolcev se bo pomerilo z enakoštevilčnimi ekipami drugih držav.

S. Uršič

TEKMOVANJE MLADIH FIZIKOV

Kakor lani je tudi letos priredilo Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije s podporo Sekretariata za šolstvo SRS in nekaterih zainteresiranih inštitutov, ustanov in podjetij republiško tekmovanje mladih fizikov s srednjih šol v fizikalnih nalogah. To pot je bilo tekmovanje dne 30. maja v veliki predavalnici Katedre za fiziko na Fakulteti za naravoslovje in tehnologijo v Ljubljani.

Tekmovali so dijaki v treh skupinah: za 2., 3. in 4. razred po gimnazijskem programu (v Sloveniji je pouk fizike na gimnazijah v 2., 3. in 4. razredu). Od 50 tekmovalcev je bilo 41 moških in 9 ženskih. Po razredih: za drugi 21, za tretji 15 in za četrti 14. Tekmovanje je vodila skupina izkušenih profesorjev fizike. Ta je dala tekmovalcem za dve uri časa naslednje naloge:

Naloge za 2. razred

1. Na tehtnici stoji lonec, ki je delno napolnjen z vodo in ki z vodo vred tehta 1 kg. V vodo porinemo lesen kol z gostoto $0,7 \text{ g/cm}^3$ in s presekom 10 cm^2 . Potisnemo ga 5 cm globoko v vodo, toda ne da bi se kol dotaknil stene lonca. Koliko potem kaže tehtnica?

2. Iz vodovodne pipe z notranjim premerom cevi 1 cm izteka voda v navpičnem curku. Hitrost vode ob izstopu iz cevi je 1 dm/s . Kolik je premer curka 15 cm pod ustjem cevi?

3. Žičnica se dviga pod kotom 45° . Na strop gondole je obešen dinamometer, na njem pa visi kilogramska utež. Kolikšno silo kaže dinamometer (kadar je uravnovešen),

a) če gre gondola enakomerno navkreber s hitrostjo 1 m/s ,

b) če gre gondola navzkreber s pospeškom 2 m/s^2 ?

Ali je smer sile, ki jo pokaže dinamometer, v vseh primerih navpična?

4. Homogen valj, ki tehta 300 kg in ima radij 6 dm, se vrti enakomerno z 200 vrtljaji na minuto okoli svoje geometrijske osi. S kolikšno silo v smeri tangente na osnovni krog ga moramo zavirati, da se po 20 sekundah vrti še z 80 vrtljaji na minuto. Za koliko se zmanjša njegova kinetična energija?

Naloge za 3. razred

1. Iz začetnega stanja s $T = 300 \text{ }^\circ\text{K}$ in $p = 1,00 \text{ kp/cm}^2$ segrejemo 1 kg helija pri stalnem tlaku na $600 \text{ }^\circ\text{K}$, iz tega stanja pa ga pri stalni prostornini ohladimo nazaj na prvotno temperaturo. Za helij vemo, da je $c_p - c_v = r = 2080 \text{ J} \cdot \text{st}^{-1}$ in $c_p/c_v = 5/3$. Koliko toplote smo pri tem v celoti porabili in koliko dela je plin oddal? Skiciraj opisane spremembe na $p(V)$ diagramu!

2. Meter debela plast vode oslabi tok vidne svetlobe, ki prodira v pravokotni smeri skozi njo, za 15 %. Za koliko % se oslabi ta tok, ko pride skozi 4 m debelo plast?

3. Izračunaj, za koliko ura s težnim nihalom (obravnavaj ga, kot da je matematično) prehiteli ali zaostane v enem dnevu, če se dolžina nihala spremeni za 2 promila!

4. Zbiralna leča z goriščno razdaljo 10 cm in razpršilna leča z goriščno razdaljo -12 cm sta postavljeni v skupno os 21 cm narazen. 15 cm pred zbiralno lečo je 1 cm visok predmet, ki ga zbiralna in razpršilna leča preslikata na zaslon. Kje nastane slika? Kolika je linearna povečava? Nariši ustrezno geometrijsko konstrukcijo, pri čemer primerno zmanjšaj razdalje v smeri optične osi!

Naloge za 4. razred

1. Na dve vzporedno zvezani bateriji z gonilnima napetostma po 4,5 V in z notranjima uporoma 1 ohm ter 2,5 ohma priključimo upornik 20 ohmov. Nariši vezavo! Kolikšni tokovi tečejo skozi upornik in skozi bateriji? Kolikšno moč troši upornik in koliko notranji upor vsake baterije?

2. Prostor med vodoravnima elektrodama ploščnega kondenzatorja napolnimo do polovice s tekočim izolatorjem, ki ima dielektričnost 3. Kolikokrat večja je potem kapaciteta? Kolikokrat večja pa je potem, če kondenzator v navpični legi potopimo v to tekočino?

3. 10 cm dolga kovinska palica se s 5 vrtljaji na sekundo vrti okrog prečne osi, ki gre skozi sredo palice. Palica je v homogenem magnetnem polju z gostoto $0,6 \text{ Vs/m}^2$, katerega smer se ujema z osjo vrtenja. Kolikšna napetost se inducira v palici?

4. Kolikšno energijo ima proton, če se v magnetnem polju z gostoto 5000 gaussov giblje po krogu z radijem 20 cm?

Najuspešnejši je bil tudi letos 4. razred, precej manj uspešna pa 3. in 2. razred. Takó je bila podeljena samo ena prva nagrada (Guna France, 4. razred gimnazije v Trbovljah), dve drugi nagradi (Matija Burgar iz 4. razreda gimnazije v Novem mestu in Damjan Žemva iz 4. razreda I. gimnazije v Ljubljani) in šest tretjih nagrad (Rado Tavzes iz 4. razreda II. gimnazije v Ljubljani, Peter Prelovšek iz 3. razreda I. gimnazije v Ljubljani, Metod Brešan in Lenart Barbič iz 3. razreda gimnazije v Novi Gorici, Andrej Bekeš iz 2. razr. gimnazije v Kopru, Franc Bajt iz 2. razr. gimn. v Novi Gorici).

Tekmovanje ima kot glavni namen vzpodbuditi dijake srednjih šol k temeljitejšemu študiju fizike in matematike. Žal so tekmovali le dijaki z gimnazij, srednje strokovne šole niso poslale nikogar. To najbrž pomeni, da fizika na teh šolah, čeprav so nekatere izrazito tehnično usmerjene, nima primernega mesta v predmetnikih. Zato s teh šol gotovo ne moremo pričakovati študentov fizike in matematike in tudi ne dobrih tehniških strokovnjakov v večjem številu, kot to nekateri pri nas pričakujejo. Žal so bili vsi udeleženci tudi le z 10 gimnazij (približno tretjina vseh). Iz udeležbe in uspehov na tekmovanjih se morda vidi, katere šole si v večji meri prizadevajo dvigniti fizikalno znanje. Tudi letos moramo reči, da je teh šol še premalo. Potrebe po fizikih na ta način še dolgo ne bodo pokrite, pa tudi tehniške visoke šole še nekaj časa ne bodo dobivale večjega števila dobro pripravljenih novincev.

Res je po šolah še vedno veliko pomanjkanje kadra za fizikalni pouk. Z učili so šole le malo bolje opremljene kot pred leti, žal ne toliko po zaslugi naše industrije učil. Marsikje so uvedli že tudi fizikalne vaje. To se pozna! Zanimanje dijakov za fiziko se je dvignilo, znanje izboljšalo. Žal so take šole še v manjšini. Pribiti pa je treba, da se razmere ne bodo temeljito izboljšale, dokler ne bodo kvalitetnega pouka spremljale računske in praktične vaje. Tudi z avtom se dobro seznaniš le tako, da ga voziš!

Naj še nekaj opazk pokaže, kaj je na tekmovanju delalo največje težave. V zvezi z načinom dela naj takoj povemo, da je lahko vsak tekmovalec uporabljal vse pripomočke (literatura, šolski zapiski, zbirke nalog itd.) razen svojih sotekmovalcev; seveda tudi sekundanti niso bili dovoljeni. Zato lahko rečemo, da so odpadle težave spominske narave in se torej v nalogah kažejo v glavnem le pojmovne pomanjkljivosti.

V 2. razredu je bilo precej napak, ki so izvirale iz pomanjkljivega pojmovanja vzajemnosti sile (akcija-reakcija), ter nedoslednega upoštevanja zunanjih sil na telo. Nekateri so naredili tudi napake v omahovanju med pogledom na gibanje iz inercialnega ter neinercialnega koordinatnega sistema. Precej je bilo tudi napak zaradi napačne predstave o laminarnem curku, v katerem se hitrost v smeri gibanja veča. Številne so bile še tudi napake zaradi nenatančnosti pojmov o enakomerno pospešenem gibanju ter o vzgonu.

V 3. razredu se je pokazalo slabo poznanje diagrama $p(V)$, nepoznanje eksponentnega pojemanja, dosti nerodnosti pri računanju z majhnimi spremembami, nezanesljivost v predznakih optičnih količin pri slikanju, premalo trdno znanje konstrukcij optičnih slik.

V 4. razredu so nastale napake ponajveč zaradi napačnega pojmovanja moči električnega toka, zaradi nenatančnega upoštevanja indukcijskega zakona in zaradi nepoznanja magnetne sil na gibajoči se naboj. Razmeroma manj je bilo napak v zvezi z električno kapaciteto.

V primeri z lanskim tekmovanjem moramo ponovno ugotoviti kar dobro poznanje in ravnanje s količinami in enotami, ugotoviti izboljšanje zunanje oblike ter izboljšanje logičnega razporejanja zapisov in računov in še zmanjšano število nekritično sprejetih rezultatov.

Da so uspešni tekmovalci lahko dobili zadovoljive nagrade, se moramo zahvaliti zlasti že omenjenemu Sekretariatu za šolstvo SRS, nadalje pa še Inštitutu za matematiko, fiziko in mehaniko Univerze ter Nuklearnemu inštitutu Jožef Stefan. Na večje število vabil k sodelovanju pa ni bilo odziva, verjetno zaradi sedanje težje gospodarske situacije.

Upajmo, da bo v vseh pogledih vsako leto bolje!

France Ahlin

CIKLUS PREDAVANJ ZA SREDNJEŠOLCE

V okviru propagande za matematiko in fiziko so Društvo matematikov, fizikov in astronomov SR Slovenije, Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko Univerze ter Fakulteta za naravoslovje in tehnologijo v Ljubljani priredili letos v marcu in aprilu ciklus predavanj z eksperimentalne in moderne fizike za srednješolce. Zvrstile so se teme: J. Strnad, Mehansko in električno nihanje ter Atomi, jedra in osnovni delci; F. Cvelbar, Pospeševalniki, F. Ahlin, Mehansko valovanje; M. Rosina, Meglična, mehurčna in iskrna celica; P. Gspan, Akustika; J. Pahor, Zveza med zaznavo in dogodkom v svetu majhnega; Z. Trontelj, Elektromagnetno valovanje; M. Gros, Svetloba kot valovanje; M. Kregar, Resonanca; A. Moljk, Plazma; M. Osredkar, O raziskovalnem delu v fiziki.

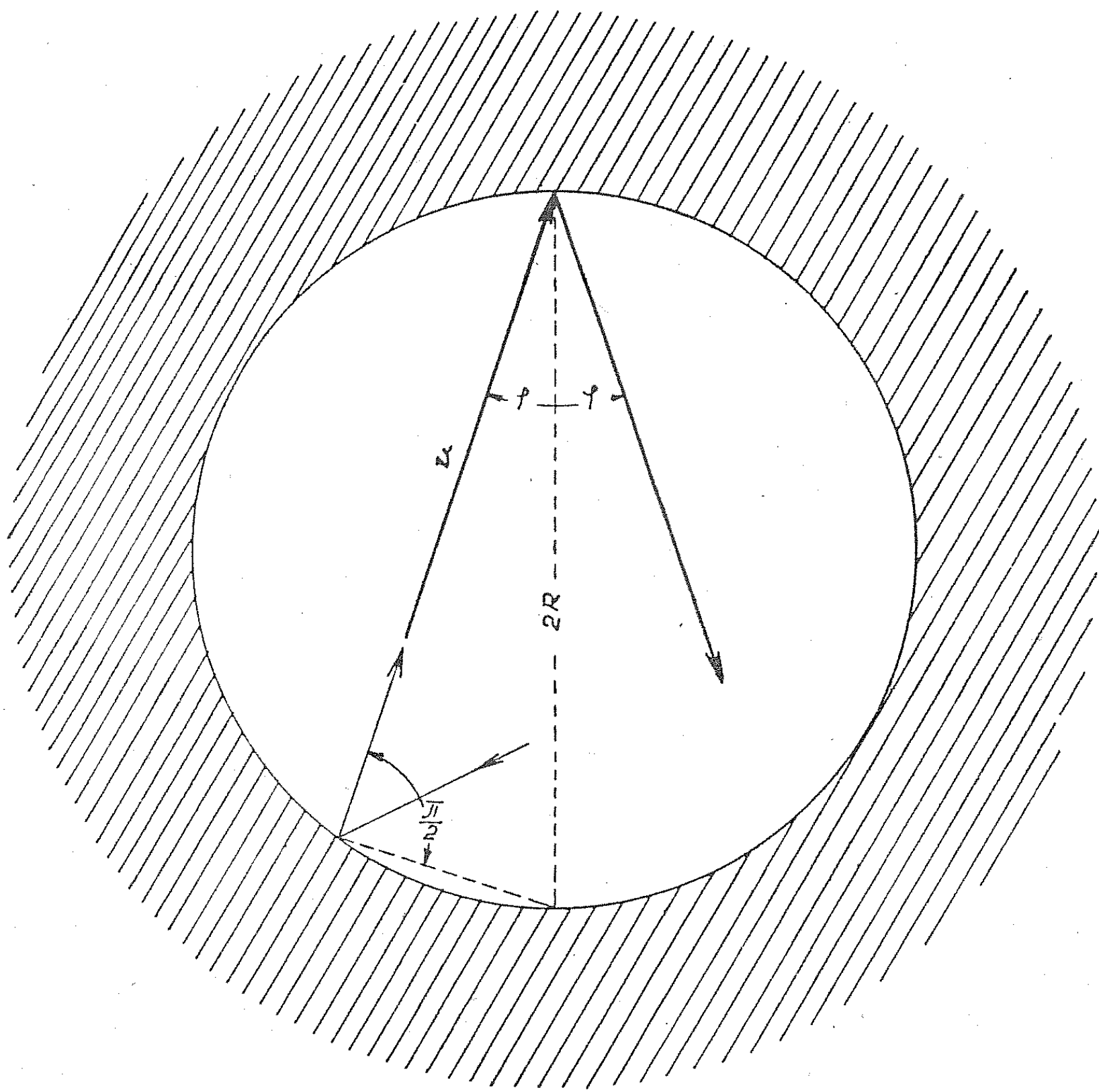
Predavanja so bila spočetka izredno dobro obiskana, kasneje, ko so bila po dvakrat na teden, pa je obisk padel. Dijaki so z zanimanjem spremljali izvajanja, ki jih je na splošno spremljalo precejšnje število poskusov. Predavatelji so bili sodelavci Fizikalne katedre na FNT ter Nuklearnega inštituta Jožef Stefan.

France Ahlin

KINETIČNA TEORIJA ZA PLIN V KROGLASTI POSODI

Kinetično teorijo idealnih plinov vpeljemo običajno tako, da si mislimo množico togih kroglic zaprto v posodo z ravnimi stenami in obravnavamo trke kroglic, to je molekul, ob stene posode. Predpostavimo homogeno porazdelitev molekul po prostoru in izotropno porazdelitev njihovih hitrosti po smereh. Morda srednješolci in začetniki nekoliko težko dojamejo, ko moramo med izvajanjem izjaviti, da se npr. od vseh molekul, ki imajo projekcijo hitrosti v_x , v povprečju polovica giblje v smeri proti steni, druga polovica pa od stene proč. Podobne nevšečnosti pa odpadejo, če problema ne obravnavamo v Kartezijevem koordinatnem sistemu, ampak v polarnem sistemu.

Molekule si mislimo zaprte v kroglasti posodi, ki ima radij R . V posodi se N molekul giblje na vse strani in s trki ob steno posode povzroča tlak. Ker medsebojni trki molekul v termičnem ravnovesju nič več ne vplivajo na hitrostno in prostorsko porazdelitev molekul, lahko iz množice molekul izberemo eno, ki se v povprečju giblje s stalno hitrostjo v in ki npr. zadene ob steno pod kotom φ proti normali. Izbrana molekula se potem neprestano giblje naokrog in zadeva ob steno posode pod kotom φ . Število odbojev od stene na enoto časa je enako recipročni vrednosti časa preleta med dvema zaporednima odbojema: $v/(2R \cos \varphi)$. Pri vsakem odboju se gibalna količina



Slika 1

molekule v smeri pravokotno na steno spremeni za $2 m v \cos \varphi$, če je m masa molekule. Zato je sila, s katero izbrana molekula zaradi odbojev deluje na celotno steno posode

$$F_1 = 2 m v \cos \varphi \cdot v/(2 R \cos \varphi) = m v^2/R$$

Vidimo, da je sila na steno neodvisna od vpadnega kota φ , v čemer je skrito dejstvo, da vse molekule v povprečju delujejo na steno z enakimi silami.

Zgornji rezultat za silo je po obliki enak izrazu za centrifugalno silo. Da ima ta zares pomen, se lahko prepričamo, če si mislimo mejni primer, ko se izbrana molekula »odbija« od stene pod kotom 90° . Molekula se v tem primeru giblje ob steni po krogu z radijem R in zato pritiska na steno s centrifugalno silo mv^2/R .

Celotno število molekul v posodi pritiska na steno posode s silo, katere velikost je

$$F = NF_1 = Nm\overline{v^2}/R,$$

pri čemer je $\overline{v^2}$ povprečje kvadrata hitrosti. Ta sila deluje na celotno površino $4\pi R^2$, zato je tlak plina v posodi enak:

$$p = F/(4\pi R^2) = Nm\overline{v^2}/(4\pi R^3) = Nm\overline{v^2}/3V,$$

kjer je V volumen plina. Nadaljnji potek je isti, kot pri običajnem obravnavanju:

$$pV = \frac{1}{3} Nm\overline{v^2} = \frac{1}{3} nN_L m\overline{v^2} = nRT$$

ter

$$\frac{1}{2} m\overline{v^2} = \frac{3}{2} (R/N_L) T = \frac{3}{2} kT.$$

L i t e r a t u r a

F. L. Moore: Kinetic Theory of Gases. Amer. J. Phys. 31, 213 (1963).

R. Kladnik

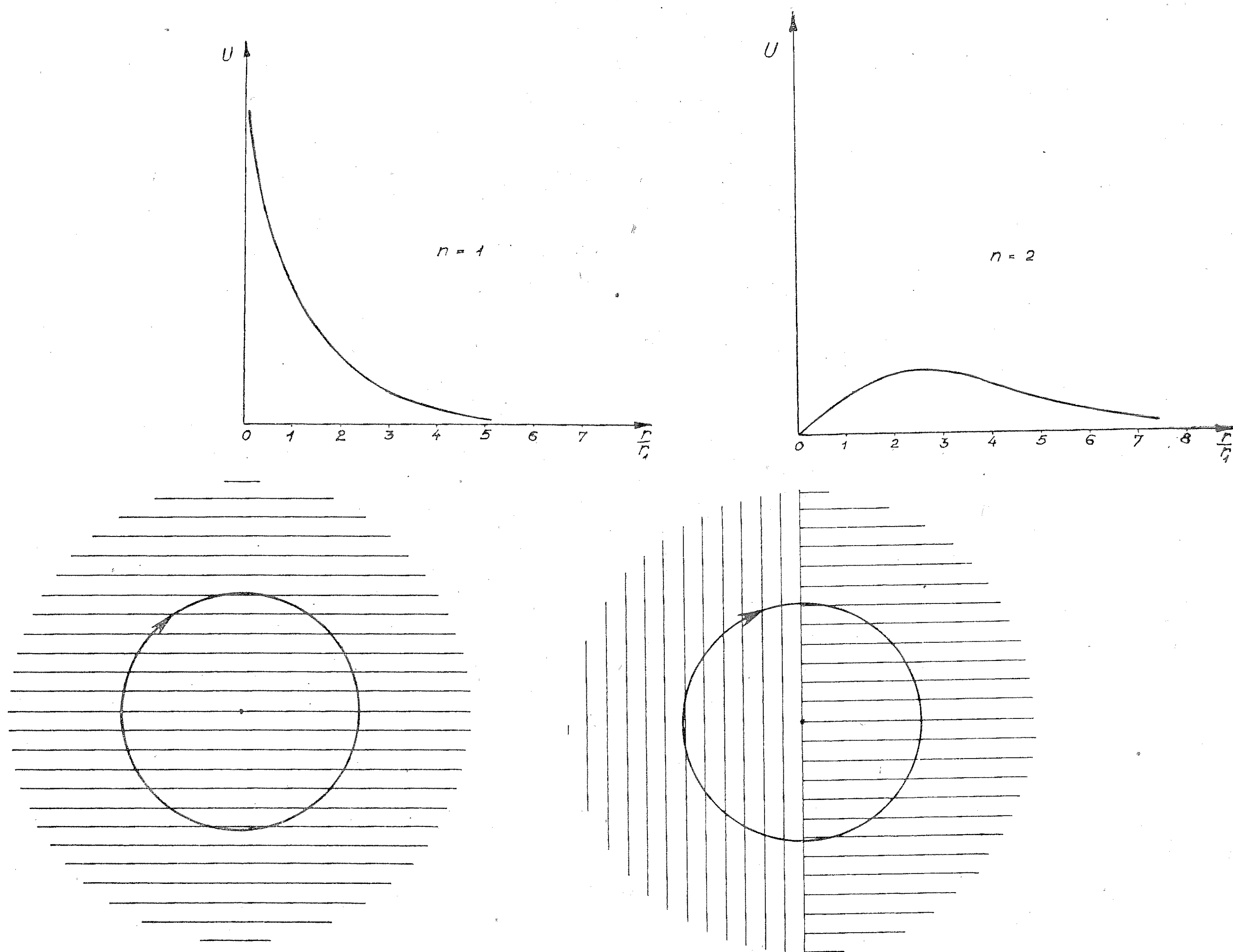
VODIKOV ATOM

Osnovno predavanje iz fizike se ne more izogniti osnovam teorije atomov, če naj študent po prvem letniku npr. zna pojasniti črtaste emisijske in absorpcijske spektre plinov in če naj v glavnih potezah pozna sestavo atomov. Avtorji učbenikov uberejo pri vpeljavi teh osnov različne poti. Nekateri se omejijo predvsem na eksperimentalna dejstva in navedejo morda še Ritzevo formulo kot eksperimentalno izkušnjo. Drugi se oprejo na Bohrov model¹⁻⁴, ki ga pozneje sicer kritizirajo³, a rezultate obdržijo. V zahtevnejših učbenikih je poleg tega še rešitev Schrödingerjeve enačbe^{5,6} ali celo samo rešitev Schrödingerjeve enačbe.⁷ Težava pa je v tem, da Bohrov model da rezultate, ki se popolnoma ujemajo z eksperimentalnimi, a model ni pravilen. Po drugi strani pa je treba pri doslednem kvantnomehanskem računu rešiti precej zapleteno diferencialno enačbo, kar presega znanje študentov v 1. letniku. Zato je dobrodošel približek, pri katerem ne izhajamo iz Bohrovega modela in ne rešujemo diferencialne enačbe. Uporabiti moramo samo nekatera načela kvantne mehanike, ki pa jih lahko vsaj delno utemeljimo z izidi poskusov, njihovo pravo naravo pa spoznajo študenti pri poznejših predavanjih.^{8,9}

Začnemo klasično: v atomu vodika naj se točkast elektron z maso m_0 in nabojem $-e_0$ giblje okoli točkastega jedra z maso M in nabojem e_0 . Elektron naj kroži okoli jedra v razdalji r , pri čemer je električna privlačna sila ravno centripetalna sila: $G^2/(mr) = e_0^2/(4\pi\epsilon_0 r^2)$. Pri tem je G gibalna količina elektrona glede na težišče in $m = (1/m_0 + 1/M)^{-1}$ reducirana masa, ki jo vpeljemo z zahtevo $mr = m_0(r - r^*)$, da ni treba posebej upoštevati razdalje med jedrom in težiščem $r^* = m_0 r/(m_0 + M)$. Energijo atoma sestavljata kinetična energija elektrona in jedra v težiščnem sistemu in potencialna energija obeh nabojev:

$$W = \frac{1}{2} G^2/m - e_0^2/(4\pi\epsilon_0 r). \quad (1)$$

Potencialno energijo vzamemo enako nič, ko je razdalja med elektronom in jedrom zelo velika, tako da je potencialna energija $\int_{\infty}^r e_0^2 dr / (4 \pi \epsilon_0 r^2)$. Razdalja med elektronom in jedrom in energija atoma zavzameta v tej sliki lahko še poljubne vrednosti. To pa je v nasprotju s spoznanjem npr., da se vedejo molekule v razredčenih enoatomnih plinih pri navadni temperaturi kot med seboj popolnoma *enake* in *toge* kroglice. Tudi bi moral elektron zaradi centripetalnega pospeška z zavornim sevanjem neprestano izgubljati energijo in atom ne bi bil stabilen.*



Sl. 1. Valovni funkciji $u(r)$ za vodikov atom: osnovno stanje ($n = 1$) in ena izmed možnosti za prvo vzbujeno stanje ($n = 2$, za $x = y = 0$, $r = z$). Na spodnjem delu je prikazan znak valovne funkcije: vodoravne črte pomenijo pozitivne vrednosti u , navpične pa negativne.⁸

Očitno s klasično mehaniko ne moremo opisati atoma. Treba je poseči po kvantni mehaniki, v kateri ne moremo hkrati natančno določiti lege (časa, ...) in gibalne količine (energije, ...) kakega delca (Heisenbergovo načelo nedoločenosti). Če je koordinata določena na Δx natančno in gibalna količina v smeri osi x na ΔG_x natančno, velja

* V Bohrovem modelu je izhod iz zagate predpostavka, da sme imeti vrtilna količina samo določene vrednosti: $rG = n\hbar$, $n = 1, 2, \dots$. Tu je $\hbar = \frac{1}{2} h / \pi$ in h Planckova konstanta. Potem je samo korak do končnih rezultatov $r_n = (4 \pi \epsilon_0 \hbar^2 / m e_0^2) n^2$; $W_n = -(m e_0^4 / 32 \pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2) n^{-2}$.

$$\Delta x \Delta G_x \geq \hbar \quad (2)$$

Na mesto Newtonovega zakona stopi Schrödingerjeva enačba. Po obliki spominja na enačbe za valovanje, npr. za zvok ali za elektromagnetno valovanje, odtod ime valovna enačba; funkcija Ψ , ki je rešitev te enačbe, je valovna funkcija.* Valovna dolžina je v zvezi z gibalno količino (de Brogliejeva enačba)

$$\lambda = G/\hbar. \quad (3)$$

O tem prepričajo interferenčni poskusi s curki delcev, npr. interferenca po odboju curka elektronov na nikljevem kristalu (poskus Davissona in Germerja).

Zaradi načela nedoločenosti seveda ne moremo elektronu v atomu pripisati določenega tira. Pri nekem poskusu dobimo za razdaljo elektrona od jedra lahko tako, pri drugem drugačno vrednost, tako da je najbolje, če si predstavljamo elektron nekako razmazan v oblak. Lahko pa ugotovimo povprečno razdaljo elektrona od jedra $\bar{r}$ za veliko število poskusov. Tudi gibalna količina elektrona za posamezen primer ni natančno določena, lahko pa določimo njeno povprečno vrednost $\bar{G}$. Enačbo (1) smemo tedaj prevzeti, če namesto r in G upoštevamo povprečni vrednosti $\bar{r}$ in $\bar{G}$. Energija atoma je najmanjša, ko sta $\bar{r}$ in $\bar{G}$ najmanjša. Vendar ti dve količini ne moreta biti hkrati poljubno majhni, saj bi bili potem natančneje določeni, kot dopušča načelo nedoločenosti. Vzemimo, da velja ravno $\bar{r}\bar{G} = \hbar$ (2). To je samovoljno, a pri približnem računu si pač tako pomagamo. (Koeficienti so izbrani tako, da je končni rezultat pravilen.) Odtod izračunamo $\bar{G}$ in to vstavimo v enačbo (1): $W = \frac{1}{2} \hbar^2 / (m\bar{r}^2) - e_0^2 / (4\pi\epsilon_0 \bar{r})$. Funkcija $W(\bar{r}^{-1})$ je parabola, ki ima ekstrem

$$W_1 = -e_0^4 m / (32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2) = -13,6 \text{ eV} \quad (4a)$$

pri

$$\bar{r}_1 = 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / (me_0^2) = 0,53 \text{ Å}. \quad (4b)$$

Atom ne more imeti manjše energije kot W_1 , zato je v stanju s to energijo — v osnovnem stanju — stabilen. Povprečni radij atoma v osnovnem stanju je $\bar{r}_1$.

Ni se težko prepričati, da velja zveza $\frac{1}{2} \bar{G}_1^2 / m = \frac{1}{2} e_0^2 / (4\pi\epsilon_0 \bar{r}_1) = -W_1$. Ta zveza naj ne velja samo v osnovnem stanju, ampak splošno. S tem pravzaprav definiramo povprečni radij atoma in povprečno gibalno količino elektrona v atomu.** Zdaj lahko izračunamo neko povprečno valovno dolžino za elektron v atomu $\bar{\lambda} = \hbar / \bar{G} = \hbar (-2W/m)^{-1/2}$. Če naj bo v atomu stoječe valovanje, mora biti $\bar{r}$ cel mnogokratnik polovične valovne dolžine $\bar{r}_n = \frac{1}{2} n \bar{\lambda}$, nekako tako kot je pri vpeti struni dolžina cel mnogokratnik polovične valovne dolžine. Obeh trditev ne smemo vzeti preveč dobesedno: povprečno valovno dolžino smo definirali dokaj samovoljno, pa tudi zadnja trditev je zelo površna, tako da je račun samo približek. Iz teh enačb dobimo

* Za prost delec je $\Psi = \exp(iGr/\hbar - iWt/\hbar)$, za vezan pa $\Psi = u(r) \exp(-iWt/\hbar)$; $|u|^2 dV$ je sorazmerno z verjetnostjo, da naletimo na delec v prostornini dV .

** Ta definicija je precej samovoljna. Druga možna definicija⁹ je $\frac{1}{2} \bar{G}^2 / m = \frac{1}{2} e_0^2 / (4\pi\epsilon_0 \bar{r}) = -\frac{1}{2} W$. V tem primeru je za elektron na »meji« atoma vsa energija potencialna.

$$h (-2 W_n/m)^{-1/2} = \bar{2} r_n/n = -e_0^2/(4 \pi \varepsilon_0 n W_n),$$

od koder sledi, da je energija W_n sorazmerna z $-n^{-2}$ in radij r_n sorazmeren z n^2 . V izrazih za W_n in r_n nastopajo iste konstante kot v izrazih (4a) in (4b), medtem ko številčni faktorji niso enaki, kar pa pri tako površnem računu ne preseneča. Če upoštevamo ugotovljeno odvisnost od n in konstante iz (4), dobimo

$$W_n = -e_0^4 m/(32 \pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2 n^2), \quad r_n = 4 \pi \varepsilon_0 \hbar^2 n^2/(m e_0^2). \quad (5)$$

Prav tak rezultat bi dobili pri reševanju Schrödingerjeve enačbe. Energija atoma ima lahko torej samo določene vrednosti, ki jih označujejo celo število n .^{*} Stanja z $n > 1$, za katera je $W_n > W_1$, niso ravnovesna, pravimo jim vzbujena stanja. Atom že po kaki stomilijoninki sekunde preide iz vzbujenega stanja z energijo W_m v osnovno stanje ali vzbujeno stanje z manjšo energijo W_n . Razliko energij odnese izsevani foton^{**}

$$h\nu = W_m - W_n. \quad (6)$$

Možen je tudi obraten pojav, da atom absorbira foton z določeno energijo in pri tem preide v vzbujeno stanje z višjo energijo.

Pri atomu, ki ima jedro z nabojem Ze_0 , je treba v formulah (5) nadomestiti e_0^2 z Ze_0^2 . Energija W_n je tedaj sorazmerna z Z^2 in prav tako frekvenca izsevane svetlobe za ustrezne prehode (Moseleyev zakon). Pri tem pa nismo upoštevali sil med elektroni, ki so v nevtralnem atomu. Zaradi tega je pri težjih atomih položaj dosti bolj zapleten. Navedena formula velja le za elektrone, ki so najbližje jedru, ali nekoliko prilagojena za izbrane atome (npr. alkalijske). Čeprav vseh spektralnih črt na ta preprosti način ne moremo pojasniti, z njim lahko pojasnimo bistvo črtastih absorpcijskih in emisijskih spektrov plinov.

Za razumevanje zgradbe in lastnosti težjih atomov je treba vpeljati še Paulijevo izključitveno načelo. Dva elektrona v atomu se namreč ne moreta ujemati v vseh parametrih, ki ju označujejo. Pokaže se, da je lahko na vsakem »nivoju«, ki ga določa neki n , kvečjemu $2n^2$ elektronov. Za kemijske lastnosti atoma pa je odgovorna zunanja plast oblaka elektronov. Tako vsaj okvirno pojasnimo inertnost žlahtnih plinov (»magična« vrstna števila $Z = 2, 8, \dots$) in lastnosti nekaterih elementov na začetku periodne tabele.

Valovna funkcija u za osnovno stanje vodikovega atoma ($n = 1$) je sorazmerna z $\exp(-r/r_1)$. Ena izmed štirih možnih valovnih funkcij za prvo vzbujeno stanje ($n = 2$) pa je sorazmerna z $z \exp(-\frac{1}{2} r/r_1)$. Ko obidemo jedro v osnovnem stanju po kateremkoli krogu, se znak valovne funkcije ne spremeni. Sklepamo, da je ustrezna valovna dolžina λ' neskončna. Po (3) sta zato ustrezna gibalna in vrtilna količina enaka nič. Za navedeno vzbujeno stanje pa pri obhodu okoli jedra valovna

* Po tem se atom razločuje od strune, ki sicer lahko niha samo z določenimi frekvencami, a ima poljubne amplitude in energijo. Podobno kot pri struni pa je n v zvezi s številom vozlov: število vozlov valovne funkcije v radialni smeri je $n - 1$.

** Tudi energijo fotona lahko vpeljemo podobno preko klasične analogije.⁹ Vzemimo premo sinusno nihalo, to je telo z maso m , na katerega deluje sila ks proti mirovni legi, če ga za s izmaknemo iz mirovne lege. Frekvenca je $\nu = \frac{1}{2} (k/m)^{1/2} / \pi$ in energija $W = \frac{1}{2} G^2/m + \frac{1}{2} ks^2$. Pri amplitudi s_0 je $W = \frac{1}{2} ks_0^2$. Dvojna amplituda naj bo cel mnogokratnik polovične valovne dolžine $2s_0 = \frac{1}{2} n\lambda$, pri čemer upoštevajmo gibalno količino pri $s = 0$ (3): $2s_0 = \frac{1}{2} nh(2mW)^{-1/2} = 2(2W/k)^{1/2}$. Tako dobimo $W = \frac{1}{4} \pi nh\nu$, kjer je zaradi približka faktor $\frac{1}{4} \pi$ namesto pravega faktorja 1.

funkcija enkrat sprevrže znak. Sklepamo, da je $\lambda' = 2\pi r$ in je po enačbi (3) vrtilna količina enaka $\hbar$ (sl. 1). Uvidimo, da je Bohrova predpostavka zgrešena in prav tako poskus, da bi jo pojasnili z enačbo (3), češ da gre za stoječe valovanje. Atom vodika v osnovnem stanju zares nima (obhodne) vrtilne količine, če ne upoštevamo lastne vrtilne količine elektrona (spina).

J. Strnad

Literatura

- ¹ F. W. Sears, M. W. Zemansky: College Physics. Reading, Mass. (Addison-Wesley), 1960, s. 960.
- ² F. W. Sears, M. W. Zemansky: University Physics, Reading, Mass. (Addison-Wesley), 1964, s. 961.
- ³ J. A. Richards, F. W. Sears, M. W. Zemansky, M. R. Wehr: Modern University Physics. Reading, Mass. (Addison-Wesley), 1960, s. 737; 839.
- ⁴ R. W. Pohl: Einführung in die Physik III. Berlin (Springer), 1954, s. 233, 254.
- ⁵ S. E. Friš, A. V. Timoreva: Kurs obščej fiziki III. Moskva (Fizmatgiz), 1962, s. 433; 545.
- ⁶ K. A. Putilov, V. A. Fabrikant: Kurs fiziki III. Moskva (Fizmatgiz), 1963, s. 252; 292.
- ⁷ J. Rossel: Physique generale. Neuchatel (Griffon), 1960, s. 455.
- ⁸ F. O. Rice, E. Teller: The Structure of Matter. New York (Science Editions), 1961, s. 7.
- ⁹ N. Mott: On Teaching Quantum Phenomena. Contemporary Physics 5, 402 (1964).

ODGOVORI

ODGOVOR NA VPRAŠANJE ŠT. 11

(Obz. mat. fiz. 10, 192 (1963))

Na valj z radijem r_0 je na gosto navita tuljava iz zelo tanke žice, ki ima predpisano prostornino. Kako morajo biti razporejeni navoji (kakšen mora biti profil tuljave), da bo magnetna poljska gostota v sredini tuljave pri dani gostoti električnega toka maksimalna?

Zaradi lažjega računanja predpostavimo, da je iskana tuljava vrtenina s simetrijsko ravnino pravokotno na geometrijsko os. Os z našega koordinatnega sistema naj sovpada z geometrijsko osjo, izhodišče pa naj bo v sredini tuljave. Obliko tuljave določa lik, ki ga omejuje sklenjena krivulja $R = R(\vartheta)$ in ki ga zavrtimo okoli osi z . Pri tem je R radijvektor in ϑ polarni kot.

Magnetno poljsko gostoto okoli vodnikov dobimo iz Biotove enačbe¹ $d\mathbf{B} = (\mu_0 I/4\pi) r^{-3} \mathbf{r} \times d\mathbf{l}$, kjer je μ_0 induksijska konstanta, I tok po vodniku in $\mathbf{r}$ krajevni vektor do elementa vodnika $d\mathbf{l}$. Za en sam ovoj z radijem $r \sin \vartheta$ je $d\mathbf{l}$ zmeraj pravokoten na $\mathbf{r}$. Od nič je različna le vzdolžna komponenta magnetne poljske gostote B_z , za katero je $dB_z = dB \sin \vartheta = (\mu_0 I/4\pi) r^{-2} \sin \vartheta dl$. Če upoštevamo, da je dolžina navoja $l = 2\pi r \sin \vartheta$, dobimo $B_z = \frac{1}{2} \mu_0 I r^{-1} \sin^2 \vartheta$. Za veliko število ovojev N , ki so zelo gosto naviti, moramo zapisati $dB_z = \frac{1}{2} \mu_0 j r^{-1} \sin^2 \vartheta dS$, kjer je $dS = r dr d\vartheta$ ploskovni element v liku in $j = NI/S$ gostota toka.

Najprej napravimo račun za valj z radijem $r_0 = 0$. Domnevamo, da gre v tem primeru krivulja $R = R(\vartheta)$ skozi izhodišče in je $R(\vartheta)$ enolična in zvezno odvedljiva funkcija kota ϑ . Tedaj lahko izvršimo integracijo po r od 0 do R in dobimo

$$B_z = \frac{1}{2} \mu_0 j \int R \sin^2 \vartheta d\vartheta,$$

kjer je treba integrirati še po kotu od 0 do ϑ . Ta integral mora biti maksimalen pri dani prostornini žice V_0 :

$$V_0 = 2\pi \int r \sin \vartheta dS = \frac{2}{3} \pi \int R^3 \sin \vartheta d\vartheta.$$

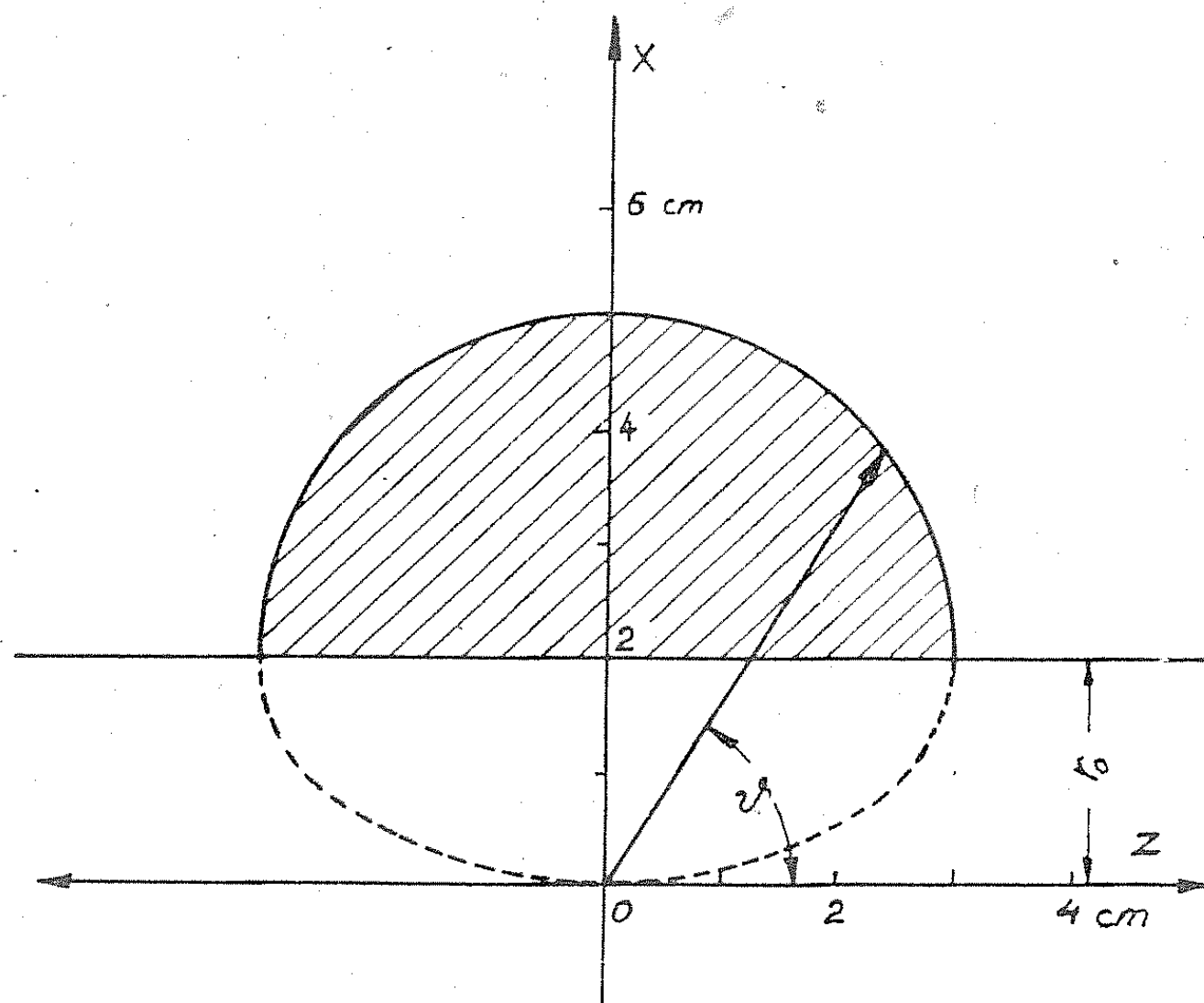
To je izoperimetrični problem, ki ga rešimo po metodah variacijskega računa.² Sestavimo funkcijo $L = R \sin^2 \vartheta - \frac{1}{3} \lambda^{-2} R^3 \sin \vartheta$, v kateri Lagrangev multiplikator zaznamujemo z $-\frac{1}{3} \lambda^{-2}$. Eulerjeva diferencialna enačba se glasi $\partial L / \partial R = \sin^2 \vartheta - \lambda^{-2} R^2 \sin \vartheta = 0$, od koder neposredno sledi enačba krivulje

$$R = \lambda \sin^{1/2} \vartheta. \quad (1)$$

Koeficient λ izračunamo* iz podatka za prostornino žice

$$V_0 = \frac{4}{3} \pi \lambda^3 \int_0^{\pi/2} \sin^{5/2} \vartheta d\vartheta = 3,0 \lambda^3.$$

Kako pa je v primeru, ko radij valja r_0 ni enak nič? Mislimo na prejšnji primer in iz tuljave po (1) (za $r_0 = 0$) s prostornino V_0 izrežimo del, ki je znotraj valja z radijem r_0 in ima prostornino V_1 . Dobljena tuljava da v osi optimalno magnetno poljsko gostoto B_z pri prostornini $V = V_0 - V_1$. V nasprotnem primeru bi namreč s sestavitvijo tuljave, ki jo določa neka druga krivulja $R'(\vartheta)$, s prostornino $V_0 - V_1$ in dela tuljave, ki jo določa krivulja $R(\vartheta)$ (1), s prostornino V_1 dobili v sredini večjo gostoto B_z od optimalne.



Sl. 1. Profil tuljave (osenčeno), ki ustreza zahtevi po optimalni magnetni poljski gostoti B_z v sredini, za radij valja $r_0 = 2$ cm in prostornino žice $V = 300$ cm³. Najprej je bila izračunana funkcija $V = V(\lambda)$ z numeričnim integriranjem za nekaj vrednosti λ in nato z interpolacijo dobljena vrednost λ , ki ustreza $V = 300$ cm³.

Do iste rešitve pridemo še na preprostejši način. Mislimo si, da smo del tuljave že navili po predpisu za optimalno gostoto polja B_z ! Kje naj navijemo naslednji navoj? Namestili ga bomo seveda tako, da bo prispevek dB_z na enoto dolžine ovoja dl največji:

* $\int_0^{\pi/2} \sin^{5/2} \vartheta d\vartheta = \frac{1}{2} \Gamma(\frac{7}{4}) \Gamma(\frac{1}{2}) / \Gamma(\frac{9}{4})$, glej npr. W. Gröbner, N. Hofreiter: Integral-

tafel II. Wien (Springer), 1950, s. 95. Tabela funkcije Γ je npr. v knjigi E. Jahnke, F. Emde: Tablici funkcij — prevod. Moskva (Fizmatgiz), 1959, s. 115.

$$dB_z/dl = (I \mu_0/4 \pi) r^{-2} \sin \vartheta = (I \mu_0/4 \pi) \lambda'^{-2}.$$

Za druge sosednje ovoje večje vrednosti λ'^{-2} niso možne, ker bi jih že prej izkoristili, torej izberemo enako vrednost λ'^{-2} . Sloj navojev, od katerih vsak enako mnogo prispeva k magnetni poljski gostoti B_z , je tedaj določen s krivuljo $r^{-2} \sin \vartheta = \lambda^{-2}$. Zato je mejni sloj, ki podaja obliko tuljave, določen s krivuljo $R^{-2} \sin \vartheta = \lambda^{-2}$, kar se ujema z (1).

A. Miklavc

L i t e r a t u r a

¹ F. W. Sears, M. W. Zemansky: University Physics. Reading, Mass. (Addison-Wesley), 1964, s. 708.

² I. Vidav: Višja matematika, II. del. Ljubljana (DZS), 1951, s. 405, 420.

NOVE KNJIGE

Knjižnica »Sigma«, ki jo izdaja Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS, obsega že vrsto knjig iz področja matematike. Ker Obzornik za matematiko in fiziko doslej še ni prinesel recenzij teh knjig, jih objavljamo v tej in naslednjih številkah. V bodoče pa bomo dejavnost naše strokovne knjižnice sproti zasledovali in tudi objavili oceno vsake novo izišle knjižice.

Dr. Ivan Vidav: Rešeni in nerešni problemi matematike, 121 strani, Knjižnica »Sigma«, Mladinska knjiga, Ljubljana, 1959.

Prva knjiga edine slovenske matematične knjižne zbirke »Sigma« je na žalost že nekaj let razprodana. To je sicer samo po sebi vzpodbudno dejstvo za založbo, ki je imela dovolj poguma in posluha za naš čas, da se je odločila izdajati matematične tekste. Vendar pa je hkrati škoda, da knjiga ni več dosegljiva vedno širšemu krogu tistih, ki se za matematiko zanimajo. Zakaj težko bi si bilo želeli primernejšega branja za prvo srečanje z matematičnimi problemi.

Knjiga je porazdeljena v šest poglavij, ki so po vsebini zaključene enote. Razen prvega poglavja, ki obravnava »praktičen« problem o zlatnikih, so vsa druga posvečena problemom iz teoretične matematike. Tako govori drugo poglavje o praštevilih, tretje pa o pitagorejskih številih in znamenitem Fermatovem problemu. V četrtem poglavju nas avtor seznani z izoperimetričnimi problemi in nakaže njihov pomen v mehaniki in fiziki. Slovitim trem grškim problemom: podvojitvi kocke, tretjinjenju kota in kvadraturi kroga, je namenjeno peto poglavje. Medtem ko spadajo doslej naštet in obravnavani problemi v klasično matematiko, pa je zadnje poglavje lahko umljiv uvod v moderno matematiko. V njem zvemo nekaj temeljnih dejstev o moči neskončnih množic in o aktualnem problemu kontinuuma.

Knjiga je pisana izredno jasno in s tisto mirno zavzetostjo, ki je pri matematikih bržčas edini izraz njihovega navdušenja za stroko.

Niko Prijatelj

Alojzij Vadnal: Elementarni uvod v verjetnostni račun, 160 strani, Mladinska knjiga, Ljubljana 1959.

V skladu z naslovom obravnava pisec osnovne pojme in metode verjetnostnega računa na materialu, ki ga je mogoče obdelati s skromnimi matematičnimi pripomočki, se pravi, na poskusih s končnim številom izidov in na slučajnih spremenljivkah s končno zalogo vrednosti.

Delo je razdeljeno na štiri poglavja. V prvem uvede avtor pojem poskusa in dogodka in obravnava relacije med dogodki. Ukvarja se tudi z vsakdanjim pojmovanjem verjetnosti, nato pa poda klasično (apriorno) definicijo verjetnosti in gradi poslej samo na tej definiciji. Drugo poglavje je namenjeno kombinatoriki. V njem je poleg običajne srednješolske kombinatorike še obravnava o kombiniranju rasti faktorjev in o Mendelovih zakonih dednosti. Tretje poglavje ima naslov »Verjetnost sestavljenih dogodkov«. V glavnem gre v njem za osnovna izreka verjetnostnega računa, se pravi, za izrek o verjetnosti vsote dogodkov in izrek o verjetnosti produkta dogodkov, za Bayesovo formulo. Nadalje obravnava v razdelkih »Grb ali številka?« in »Žrebanje krogel« zaporedje neodvisnih poskusov s po dvema izidoma, ki imata konstantno verjetnost. Četrto poglavje obravnava pod naslovom »Zakon velikih števil« osnovne reči o slučajnih spremenljivkah: pojma matematičnega upanja in disperzije in nekaj lastnosti matematičnega upanja. V tem poglavju avtor podaja tudi poseben primer šibkega zakona velikih števil — Bernoullijev izrek — in uvede v zvezi z njim statistično definicijo verjetnosti. Matematično vsebino ilustrira na igrar na srečo, na teoriji napak in z nekaj navedki o uporabi verjetnostnega računa v statistiki.

Jamnik

Niko Prijatelj: Uvod v matematično logiko. Izdala založba Mladinska knjiga. Knjižnica »Sigma«. Ljubljana, 1960. Strani 150.

Knjiga seznanja bralca z osnovnimi pojmi matematične logike. To disciplino so pred kakimi 40 leti močno razvili predvsem zato, da bi premagali nekatere težave v osnovah matematike, zlasti v teoriji množic, in postavili matematiko na temelje, ki jih nihče ne bi mogel več omajati. Žal je bil eden izmed prvih velikih dosežkov matematične logike ravno odkritje, da je ta cilj verjetno nedosegljiv. Toda matematična logika se kljub temu navideznemu neuspehu še naprej hitro razvija, zakaj v njej sami so se pojavili številni zanimivi novi problemi, razen tega pa je važna tudi za praktično uporabo, npr. pri elektronskih računalnikih.

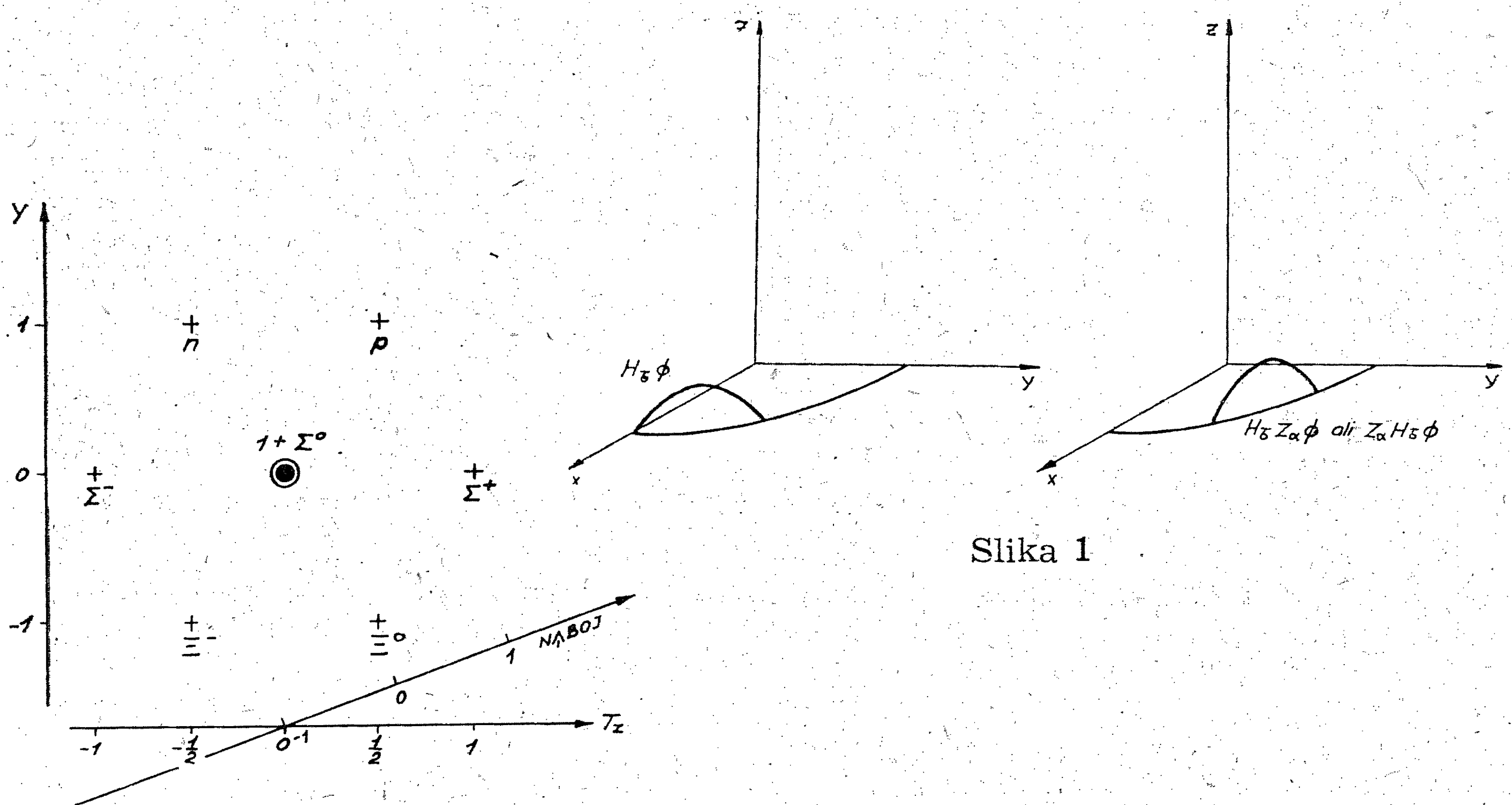
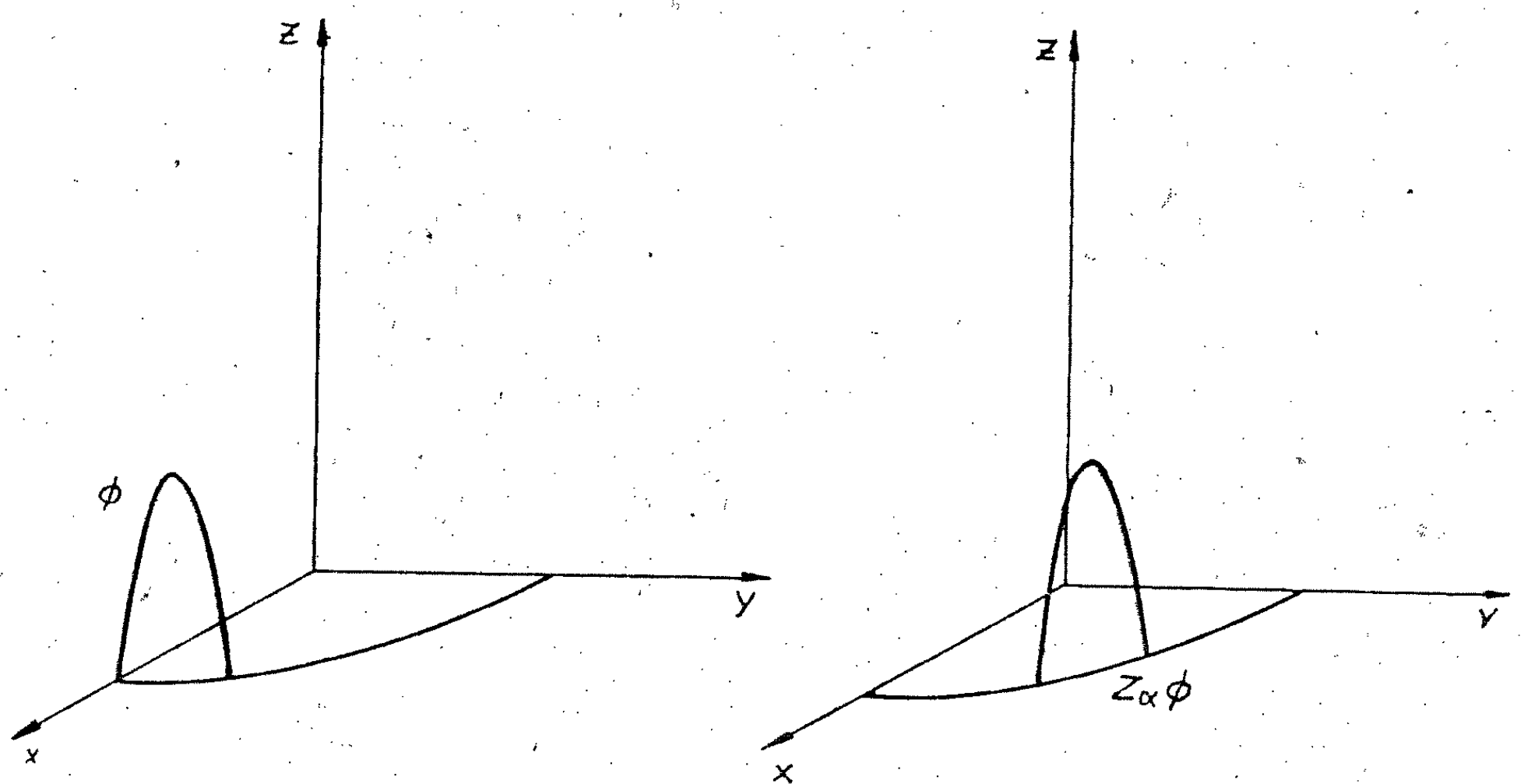
Avtor v predgovoru pravi, da je osnovni namen njegove knjige uvesti bralca kolikor mogoče preprosto v tako imenovani enostavni logični jezik. Zato je jedro knjige vsebina drugega in tretjega poglavja, ki obravnavata povezavo in notranjo zgradbo izjav. Tu se bo bralec seznanil z osnovnimi logičnimi povezavami, logičnimi ekvivalencami in implikacijami ter z osnovnimi zakoni ustreznega formalizma. En razdelek je posvečen tudi uporabi v teoriji preklopnih vezij. Prvo poglavje je uvodno. Vsebuje očrt in kratek zgodovinski razvoj formalne logike. Zadnje poglavje pa govori o aksiomatičnih metodah, o problemih, ki se pojavljajo pri sistemih aksiomov (to so problem neprotislovnosti, neodvisnosti, popolnosti in odločitve) in o antinomijah, ki jih srečamo zlasti v starejši »naivni« teoriji množic.

Knjiga je napisana zelo pregledno in jasno. Za razumevanje ni potrebno kakšno posebno znanje iz matematike ali logike. Zato je dostopna vsem, ki se zanimajo za to področje, da so le v določeni meri vajeni abstraktnega mišljenja.

I. Vidav

POPRAVKI

V prejšnji številki Obzornika za matematiko in fiziko sta izostali v članku »Simetrija in ohranitveni zakoni« sliki: sl. 1 na strani 35 in sl. 2 na strani 37.



Slika 1

Slika 2

V novici »Nov uspeh v fiziki delcev« bi se zadnji dve enačbi na strani 45 morali glasiti

$$m_{\Sigma^*} - m_{\Sigma} - m_N - m_{\Xi} = m_{\Delta(1793, \frac{1}{2}-?) } + m_{N(1512, \frac{3}{2}-)} - 2m_{N(1488, \frac{1}{2}-)},$$

$$m_{\Sigma} - m_{\Lambda} = 4[m_{\Delta(1793, \frac{1}{2}-?) } - m_{N(1488, \frac{1}{2})}] - 2[m_{\Sigma(1941, \frac{1}{2}-?) } +$$

$$+ m_{\Sigma(1696, \frac{1}{2}-?) } - m_{\Lambda(1405, \frac{1}{2}-)} - m_{\Lambda(1663, \frac{1}{2}-)}].$$

in enačba v predzadnjem odstavku na isti strani

$$\mu_p = (1 + 2 m_N/m) \mu_j$$

(pri tem je m_N masa nukleona, m pa povprečna masa okteta mezonov s spinom 1).

REVIJE V MATEMATIČNI KNJIŽNICI KATEDRE ZA MATEMATIKO

13. CANADIAN journal of mathematics, Toronto, Kanada, 1962—1964, vol. 16.
14. COMMENTARII mathematici Helvetici, Zürich, 1961—1964, vol. 38.
15. COMMUNICATION on pure and applied mathematics, New York, 1948—1964, vol. 17, Nu. 3.
16. The COMPUTER journal, London, 1958—1964, vol. 7, Nu. 3.
17. COMPUTING rewiewis, New York, 1964, vol. 5.
18. DOKLADY AN SSSR, Moskva, SSSR, 1947—1964, T. 159.
19. DUKE mathematical journal, Durham, Kanada, 1935—1964, vol. 31.
20. ELEMENTE der Mathematik, Basel, Švica, 1949—1964. Bd. 19.
21. FUNDAMENTA mathematicae, Warszawa, Poljska, 1927—1964. T. 55.
22. ILLINOIS journal of mathematics, Urbana, ZDA, 1957—1964, vol. 8. No. 3.
23. IZVESTIJA AN SSSR, ser. mat., 1945—1964. T. 28.
24. IZVESTIJA vyšših učebnyh zavedenij — Matematika, Moskva, 1959—1964.
25. JAHRESBERICHT der Deutschen Mathematiker — Vereinigung. Lepzig, 1890—1964. Bd. 66.
26. JOURNAL de mathématiques pures et appliqués, Paris, 1936—1964. T. 43. F. 2.
27. JOURNAL für die reine und angewandte Mathematik. Berlin, 1826—1964. Bd. 216.
28. JOURNAL of mathematical analysis and applications, New York, 1960—1964, vol. 9.
29. JOURNAL of mathematics and physics, Baltimore, ZDA, 1960—1964, vol. 43. No. 3.
30. JOURNAL of the association for computing machinery, New York, 1954—1964, vol. 11.
31. The JOURNAL of the London mathematical society, London, 1947—1964, vol. 39.
32. JOURNAL of the mathematical society of Japan, Tokyo, 1961—1964, vol. 16, No. 2.
33. JOURNAL of the asociety industrial and applied mathematics, Philadelphia, 1953—1964, vol. 12, vol. 3.
34. MATEMATIČESKIJ sbornik, Moskva, 1946—1964. T. 65.
35. MATEMATIKA — Sbornik perevodov, Moskva, 1957—1964. Vyp. 8.
36. MATEMATIKA V ŠKOLE, Moskva, 1946—1964.
37. The MATHEMATICAL gazete, London, 1944—1964, vol. 48, No. 365.
38. MATHEMATICAL rewiewis, New York, 1940—1964, vol. 28.
39. MATHEMATICA, London, 1954—1964, vol. 11.
40. MATHEMATISCHE Annalen, Berlin, 1869—1964, Bd. 157.
41. MATHEMATISCHE Nachrichten. 1964. Bd. 28, H. 1-2.
42. MATHEMATISCHE Zeitschrift. Berlin, 1918—1964. Bd. 86, H. 4.
43. MEMORIAL des sciences mathématiques, Paris, 1925—1961. No. 149.
44. The Michigan mathematical journal, Urbana, 1955—1963, vol. 10, No. 1.
45. MONATHEFTE für Mathematik, Wien, 1951—1964, d. 68.
46. NUMERISCHE Mathematik, Berlin, 1959—1964. Bd. 6.
47. Obzornik za matematiko in fiziko, Ljubljana, 1951—1964, let. 11.
48. PACIFIC journal of mathematics, Los Angeles, 1951—1964, vol. 14, No. 3.
49. PRIKLADNAJA Matematika in mehanika, Moskva, 1946—1964. T. 28.
50. PROBLEMY kibernetiki, Moskva, 1958—1964. Vyp. 12.

Zveza Društev matematikov in fizikov FLRJ izdaja časopis:

Nastava matematike i fizike

Naročnina je za člane vseh republiških društev matematikov in fizikov 300 din, za ostale naročnike, šole in biblioteke 400 din. Naročila in naročnino pošiljajte na žiro račun Nastave 101-701-5-1262 z oznako »za Nastavu«.

Društvo matematikov in fizikov NRS izdaja

Vesnik Društva matematičara i fizičara NRS

Letno izide v dveh dvojnih številkah, letna naročnina je 400 din. Naročnino pošiljajte na ček. račun 101-707-3-119 Društvu matematičara i fizičara NRS pod označbo »Za Vesnik«. Dopise pošiljajte na naslov društva Beograd pošt. fah 791.

Društvo matematikov in fizikov NRH izdaja za vso državo

MATEMATIČKO - FIZIČKI LIST

za učence srednjih šol. Letnik ima štiri številke, med počitnicami ne izhaja. Letna naročnina je 400 din, posamezna številka 100 din.

Profesorji srednjih šol, priporočajte list dijakom! Naročila in naročnino pošiljajte na naslov:

Matematičko-fizički list, Zagreb, Ilica 16/III, p. p. 165 ali na čekovni račun št. 400-181-608-324.

Društvo matematikov in fizikov LR Hrvatske izdaja časopis

Glasnik matematičko-fizički i astronomski

Naročnina znaša 600 din, za redne člane Društva 300 din, za ustanove 1000 din. Časopis naročite pri administraciji Glasnika: Hrvatsko prirodoslovno društvo, Zagreb, Ilica št. 16-III. Čekovni račun 400-21-3-323 za Društvo matematičara i fizičara NRH.

Obzornik za matematiko in fiziko izhaja vsak tretji mesec. Izdaja ga Društvo matematikov in fizikov SRS. Urejujejo ga: R. Blinc, Z. Bohte, P. Gosar, F. Križanič, I. Kuščer, A. Moljk, N. Prijatelj, J. Strnad, S. Uršič, I. Vidav. Odgovorni in tehnični urednik: F. Kvaternik. Upravo vodi F. Kvaternik. — Tiska tiskarna ČZP Ljudska pravica v Ljubljani. — Naročnina je: za študente 400 din, za zasebnike 500 din, za šole 1000 din, za ustanove in podjetja 2000 din in za inozemstvo 1500 din. Čekovni račun Obzornika je 600-14-608-314.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: