



OBZORNIK

ZA MATEMATIKO

IN FIZIKO

LJUBLJANA

1 9 6 0

VII. št. 2

VSEBINA

Članki	Stran
Mezonski atomi (M. Pintar)	49
Magnetni spektrometri za električno nabite delce (N. Bezič)	55
Osnovni delci (Murray Gell-Mann in E. P. Rosenbaum — prevedla B. Čujec)	62
Teorija grup in elementarne funkcije (Z. Bohte)	78
 Poskusi	
Mjenje specifične topline tijela u ovisnosti o temperaturi (M. Bosančić, H. Čačković, M. Varičak)	82
 Domače vesti	
Tekmovanje mladih matematikov (Stanko Uršič)	88
 Šola	
Predmetnik in učni načrti za matematiko in fiziko v reformirani gimnaziji	90
Pred »novo« maturo (F. Šušteršič)	93
Odgovori	95

CONTENTS

Articles	Page
Mezic Atoms (M. Pintar)	49
Magnetic Spectrometers for Charged Particles (N. Bezič)	55
Elementary Particles (Murray Gell-Mann and E. P. Rosenbaum — translated by B. Čujec)	62
Group Theory Applied to Elementary Functions (Z. Bohte)	79
 Experiments	
Measurement of Specific Heat of Solids (M. Bosančić, H. Čačković, M. Varičak)	82
 Home News	
Competitions of Young Mathematicians (S. Uršič)	88
School	90

MEZONSKI ATOMI

M. PINTAR, Institut J. Stefan

Zgodovina mezonskih atomov se je začela pred dobrimi desetimi leti. Leta 1949 je namreč Chang opazil, da spremljajo razpad negativnih mionov* μ^- v svinču žarki gama z energijami med 1 in 6 MeV. Opazil je v povprečju tri kvante na en absorbirani mion.

Wheeler je malo kasneje razložil ta pojav s teorijo, po kateri je sevanje posledica mionovih skokov z višjih na nižje mionske lupine atomov tarče in posledica zajetja negativnega miona v jedru ($\mu^- + p \rightarrow n + \bar{\nu}$). Isti avtor je tudi prvi opozoril na uporabnost mezonskih atomov za določitev porazdelitve električnega naboja v jedru. Interakcija mezona in jedra namreč ni močna. Njegovo sodelovanje z jedrom je elektromagnetno in šibko, ki je za faktor 10^{-10} slabše od elektromagnetnega. Zaradi tega čuti mion jedro samo kot prozoren oblak elektrenine. Kljub temu pa je težko razložiti, da se mion lahko skoraj neovirano giblje po jedrski masi, ki ima gostoto $1,5 \cdot 10^{14} \text{ g/cm}^3$. Pri tem preleti v življenjski dobi na lupini K približno 5 m po jedru, preden ga jedro, ali bolje, protoni zajamejo. (Ker je radij mionove lupine K približno enak radiju jedra, poteka mionov tir večidel v jedru.) Druga možnost pa je, da mion na lupini K razpade ($\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$). Povprečna življenjska doba mionov na lupini K je $2,1 \mu\text{sek}$. Čas, v katerem jedro mion zajame, se pa spreminja kot Z^{-4} pri atomih z nizkim vrstnim številom Z in doseže pri $Z = 82$ vrednost $7 \cdot 10^{-8} \text{ sek}$.

Oglejmo si kot primer nastanek mionskega atoma svinca! Mion naj zadene atom svinca. Pri tem odda del kinetične energije enemu izmed elektronov na zunanjih elektronskih lupinah. Elektron odleti. Nato prodira mion globlje in skače z višjih lupin na nižje. Dobimo kvante energije, ki jih seva mion pri prehodu iz svoje lupine n v lupino $n - 1$, in kvante energije elektronov, ki sevajo, ko zasedajo mesta tistih elektronov, ki jih je mion na svoji poti izbil. (Za pot od lupine $n = 6$ do lupine $n = 1$ porabi mion približno 10^{-14} do 10^{-13} sek .) Končno prodre do lupine $n = 2$. Na tej lupini ima dvoje stanj, $2P_{3/2}$ in $2P_{1/2}$, če ima spin $1/2$, ali več, če ima večji spin. Če predpostavimo, da ima tako kot elektron spin $1/2$, pričakujemo dva prehoda z lupine $n = 2$ na lupino $n = 1$. Spekter je dublet. Dublet sta že izmerila Fitch in Rainwater in s tem je bil podan prvi dokaz, da je mion Diracov delec s spinom $1/2$.

Drugi eksperiment, ki še lepše prikazuje, da je mion Diracov delec, je meritev njegovega magnetnega momenta. Po Diracu namreč dobimo z računom, ki upošteva interakcijo med delcem in njegovim lastnim sevalnim poljem, za delce s polovičnim spinom vrednost $g = 2 \times 1,0012$. Meritev g so večkrat

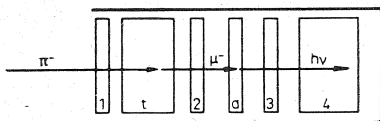
* mezon μ imenujemo mion.

ponovili, najbolj natančna vrednost je $2(1,0015 \pm 0,0006)$. Vidimo, da je uje-manje zelo dobro.

Nas pa zanima, zakaj je mionski atom, ali bolje prehod $2P \rightarrow 1S$, tako uporaben za študij porazdelitve protonov v jedru.

Najugodnejša lastnost miona je, da sodeluje z jedrom v prvem približku samo elektromagnetno; tako sklopitev pa moremo zelo natančno izračunati. Druga važna lastnost je njegova velika masa: $(206,84 \pm 0,12 m_0)$. Zaradi 207-krat večje mase so mionske lupine 207-krat bližje jedru kot elektronske in so zato mnogo bolj občutljive za velikost jedra. Pri točkastem jedru je Bohrov radij enak $r = 2,82 \cdot 10^{-13} \cdot \frac{137^2}{Z} \cdot \frac{m_0}{m} n^2 \text{ cm.}^*$ (Pri svincu je radij orbite

$n = 1$ enak $3,07 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$, orbite $n = 2$ pa $1,23 \cdot 10^{-12} \text{ cm}$). Če izračunamo ener-gijsko razliko nivojev $2P$ in $1S$ svinca za točkasto jedro, dobimo 16,41 MeV. Izmerjena energijska razlika pa je 6,02 MeV. S primerjavo računa in meritve vidimo prav lepo, kako močno vpliva velikost jedra na energijske nivoje. Če sedaj privzamemo kroglasti model jedra s konstantno gostoto, ki se na razdalji $r = R$ (ekvivalentni elektromagnetni polmer) skokoma zmanjša na nič, lahko izračunamo, da se spremeni razlika nivojev $2P \rightarrow 1S$ za 1 %, če spremenimo polmer R za 1 %. Občutljivost nivojev za velikost jedra pri tem hitro pada s padajočim Z , istočasno pa narašča vpliv mase miona.



Slika 1. Shema aparature za meritev mionskih žarkov X.

1, 2, 3 in 4 scintilacijski števeci, t = bakrena tarča, a = absorber (n. pr. svinec)

Prvo meritev elektromagnetnega polmera jedra s pomočjo mezonskih atomov sta napravila Fitch in Rainwater leta 1953.

Za eksperiment potrebujemo curek monoenergijskih mionov μ^- , takih, ki se zaustavijo v nekaj milimetrov debelem svinčenem ali drugačnem absor-berju, in občutljiv detektor fotonov, ki ima dobro ločljivost v energijskem območju od 50 keV do 10 MeV.

Mione dobimo z razpadom pionov ($\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu$), te pa pri zaustavitvi protonov z energijo 385 MeV. Protone pospešujemo v ciklotronu. Ko zadenejo v tarčo iz Be, nastanejo mezoni π^+ , π^- , π^0 in hitri nevtroni. Ločitev π^- od drugih delcev dosežemo z dvema magnetoma, ki žarek upogneta s prvotne smeri in ga usmerita v 7 cm debelo bakreno tarčo. Pioni π^- imajo pri izstopu iz ciklotrona kinetično energijo 100 MeV in je njihov doseg v zraku približno 10 m. Temu dosegu prilagodimo geometrijo poskusa.

Shematična skica aparature je na sliki 1. 1, 2 in 3 so scintilacijski števeci (stilben). Števec 4 je scintilacijski števec s kristalom NaJ, aktiviranim s talijem,

* Tu je m_0 masa elektrona, m masa miona, n pa glavno kvantno število.

in detektira fotone. Bakrena tarča za pione je debela približno 7 cm, svinčeni absorber mionov pa nekaj milimetrov. Vsa aparatura ima dvojen jekleni oklep, ki ščiti pomnoževalke pred magnetnimi motnjami. Debelina bakrene tarče je tako izbrana, da se vsi pioni v njej zaustavijo in da je pridelek mionov največji, približno 100 na sekundo.

Vstop piona v bakreno tarčo in izstop miona merimo s koincidenco števca 1 s števcem 2. Če se mion absorbira v merjencu, nam to pokaže anti-koincidenca števec 1 in 2 s števcem 3. Energijo fotona pa meri števec 4, ki je vezan v koincidenzi z ostalimi tremi števci. Po vsakem pulzu miruje aparatura 8 μ sek, da se vzpostavi prvotno stanje.

Fitch in Rainwater sta merila mionske žarke X nekaterih elementov; njune meritve so zbrane v tabeli 1:

Tabela 1.

$E(2P - 1S) \text{ MeV}$	0,35	0,41	0,955	1,55	1,60	3,50	5,80	6,02	6,02
Z	13	14	22	29	30	51	80	82	83

Računska obdelava rezultatov je dala naslednje vrednosti za $R \cdot 10^{13} \text{ A}^{-\frac{1}{2}}$.

Z	$E(2P - 1S) \text{ MeV}$	$R \cdot 10^{13} \cdot \text{A}^{-\frac{1}{2}}$	$R \cdot 10^{13} \cdot \text{A}^{-\frac{1}{2}}$	*
22	0,955	1,17	1,09	
29	1,55	1,21		
51	3,50	1,22	1,17	
82	6,02	1,17	1,17	

Avtorja sta skrbno merila spekter svinca in dobila dublet. Ocenila sta, da je razcep nivoja 2P enak 0,2 MeV.

Z mionsko maso $m = 210 m_0$ sta dobila povprečno vrednost

$$R = 1,2 \cdot 10^{-13} \cdot \text{A}^{\frac{1}{2}} \text{ cm.}^{**}$$

Račun.

Kot smo že omenili, je sklopitev miona z jedrom šibka in elektromagnetna. Ker pa je šibka interakcija za faktor 10^{-10} manjša od elektromagnetne, moremo zračunati energijske nivoje sistema mion—jedro dovolj natančno, če upoštevamo samo elektromagnetno interakcijo. Valovna enačba takega sistema je

$$(H^J + H'' + H^e) \Psi = E \Psi \quad (1)$$

* Prvi stolpec radijev sta zračunala Fitch in Rainwater, drugi stolpec so Henleyevi rezultati, dobljeni z maso miona $m = 207 m_0$.

** Vrednost $R = 1,2 \cdot 10^{-13} \cdot \text{A}^{\frac{1}{2}} \text{ cm}$ dobimo tudi z meritvami izotopskega pomika hiperfine strukture elektronskih spektrov, s sipanjem visokoenergijskih elektronov in protonov in iz razpada β zrcalnih jeder. Rentgenski spektri težjih atomov pa dajo, verjetno zaradi ne dovolj točnega računa, večji radij: $R = 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ A}^{\frac{1}{2}}$.

Pri tem so H^J , H^μ in H^e Hamiltonovi operatorji jedra, prostega miona in elektromagnetne sklopitve obeh.

Ker ima mion polovični spin, zadošča Diracovi enačbi. Oblika H^μ je torej naslednja: $H^\mu = -\vec{a} \vec{p} c - \beta m c^2$.

$\vec{a}$ in β sta Diracova operatorja*, $\vec{p}$ in m pa gibalna količina in masa miona.

Sedaj zapišimo še Hamiltonov operator za elektromagnetno interakcijo $H^e = \sum_{i=1}^Z - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 |\vec{r} - \vec{R}_i|}$. V tem izrazu je $\vec{r}$ krajevni vektor miona, $\vec{R}_i$ je krajevni vektor i-tega protona, e pa naboj miona. Štejemo po vseh protonih.

Ker smo zapisali Hamiltonov operator sistema kot vsoto, moremo valovno funkcijo Ψ zapisati kot produkt jedrske valovne funkcije ψ in valovne funkcije miona φ .

$$\Psi(\vec{R}_1 \dots \vec{R}_i \dots \vec{R}_Z, \vec{r}) = \psi(\vec{R}_1 \dots \vec{R}_i \dots \vec{R}_Z) \varphi(\vec{r}).$$

Enačba (1) razpade sedaj v dve enačbi:

$$H^J \psi = E' \psi \quad (2a) \quad \text{in} \quad (H^\mu + H^e) \varphi = \varepsilon \varphi \quad (2b)$$

E' je energija jedra, ε energija miona, totalna energija E je pa vsota obeh $E = E' + \varepsilon$.

Enačbo (2b) zapišemo še drugače:

$$[\varepsilon - V + \vec{a} \vec{p} c + \beta m c^2] \varphi = 0 \quad (3)$$

To je Diracova enačba za gibanje miona v potencialu jedra. V je potencialna energija, $\langle \psi_0 | H^e | \psi_0 \rangle \equiv V$, ψ_0 pa je jedrska valovna funkcija v osnovnem stanju. Enačbo (3) lahko rešimo analitično za točkasto jedro, tako, ki ima združene vse nukleone v eni točki. Rezultat je

$$\varepsilon = m c^2 \left(\left[1 + \frac{(Z/137)^2}{\{n - |k| + [k^2 - (Z/137)^2]^{1/2}\}^2} \right]^{-\frac{1}{2}} - 1 \right)$$

pri čemer je $k = j + \frac{1}{2}$; j je kvantno število celotne vrtilne količine ($j = l + s$).

Ker nas pa zanima prav odvisnost lastne vrednosti od dimenzije jedra, moramo upoštevati končno velikost jedra. Imamo več poti.

Fitch in Rainwater sta rešila enačbo (3) numerično. Upoštevala sta, da je jedro končno veliko in da je gostota jedrskega naboja v jedru enakomerna. Rešitve sta zapisala v odvisnosti od R . Iz tistih, ki so se ujemale z izmerjenimi, sta dobila R .

Cooper in Henley sta pa razvila enačbo (3) v vrsto nerelativističnih in relativističnih členov. Tudi slednja sta privzela, da je v jedrskem osnovnem

* Glej: Supek II, str. 356.

stanju porazdelitev protonov enakomerna in da se gostota za $r = R$ skokoma zmanjša na nič.

$$\varrho(R_i) = \text{konstanta} \quad R_i < R$$

$$\varrho(R_i) = 0 \quad R_i > R$$

Potencialna energija V je

$$\text{za } r \leq R \text{ enaka} \quad V = - \frac{Z e^2}{4 \pi \varepsilon_0 R} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \frac{r^2}{R^2} \right)$$

$$\text{za } r \geq R \text{ pa} \quad V = - \frac{Z e^2}{4 \pi \varepsilon_0 R}$$

Vidimo, da je potencialna energija v središču jedra enaka $\frac{3}{2} \cdot \frac{Z e^2}{4 \pi \varepsilon_0 R}$. V svincu

je 25 MeV, pri lažjih elementih pa ustrezno manj. Če primerjamo to energijo z mionovo mirovno energijo, ki je 107 MeV, lahko sklepamo, da je sistem mion—jedro le malo relativističen. Zato ga moremo prav dobro opisati z nerelativistično Schrödingerjevo enačbo, relativistične člene pa upoštevamo kot majhne motnje. Popravek, ki ga prinesejo relativistični efekti, je približno 2 procenta. Zato lahko računamo ostale popravke (popačitev porazdelitve naboja jedra, polarizacija vakuumu itd.) kot motnje nerelativističnih rešitev.

Lastne vrednosti, ki jih dobimo s to metodo, so bolj natančne kot na 1 % in se prav tako natančno ujemajo z numeričnim računom Fitcha in Rainwaterja.

Tabela 2.

Podatki za svinec ($Z = 82$), vse energije v enoti MeV.

Računano iz Diracove enačbe

Prehod	Meritev	Točkasto jedro ($R = 0$)	$R = 1,3 \cdot 10^{-13} \cdot A^{1/2}$
$2 P_{3/2} - 1 S$	6,02	16,41	5,48
$2 P_{1/2} - 1 S$	6,02	15,86	5,30
Razlika	0,2 (?)	0,56	0,18

Pri lahkkih jedrih vzamemo za osnovo računa rešitev Schrödingerjeve enačbe za točkasto jedro in upoštevamo končno velikost jedra in relativistične efekte z računom motenj. Prvi popravek k energiji zaradi končne velikosti jedra je $\Delta \varepsilon_R = \langle \varphi_0 | V - V_t | \varphi_0 \rangle$. V tem izrazu je V potencialna energija jedra s končno razsežnostjo, V_t pa potencialna energija točkastega jedra. φ_0 je nerelativistična valovna funkcija mezona na nivoju 1 S.

Popravki.

Največji popravek dobimo, če upoštevamo dodaten potencial, ki ga povzroči polarizacija vakuumu zaradi elektronskih parov. Ta potencial poveča elektrostatični potencial jedra in poveča računani prehod iz stanja $2P$ v stanje $1S$ pri svincu za $0,5 \pm 0,1\%$.

Upoštevati moramo tudi spremembo porazdelitve jedrskega naboja zaradi prisotnosti miona, polarizacijo jedra. Do sedaj smo namreč računali, kot da mion ne vpliva na porazdelitev protonov; vzeli smo povprečje člena H^e preko osnovnega stanja jedra. Polarizacijo jedra $H' = H^e - \langle \psi_0 | H^e | \psi_0 \rangle$ smatramo spet za majhno motnjo. Popravek prvega reda je nič, popravek drugega reda pa zveča vezalno energijo stanja $1S$, medtem ko na energijo stanja $2P$ v tem približku ne vpliva. Pri jedru z masnim številom $A = 200$ se zato poveča prehod $2P_{3/2} - 1S$ za $0,5 \pm 0,5\%$. Pri naravnem svincu je popravek približno pol manjši, t. j. $0,25 \pm 0,25\%$.

Upoštevati moramo tudi sklopitev miona in jedrskega kvadrupolnega momenta. Za jedra s spinom 0 ali $\frac{1}{2}$ je seveda ta popravek nič. Za jedra z večjim spinom je računal popravek Wheeler. Cepitev nivoja $2P_{3/2}$ zaradi statičnega kvadrupolnega momenta je pa mnogo manjša kot cepitev zaradi fine strukture in za sedaj še ni merljiva.

Popravki zaradi diskretnosti porazdelitve jedrskega naboja, zaradi elektronskega zasenčenja jedra in hiperfine strukture so reda $0,1\%$ ali še manj.

Če vse računanane popravke združimo, dobimo, da moramo popraviti pri naravnem svincu prehod $2P_{3/2} - 1S$ za $0,8 \pm 0,3\%$. Iz izboljšanega računa sledi za svinca ekvivalentni radij $R = 1,8 \cdot 10^{-13} \text{ A}^{1/2} \text{ cm}$.

Od poskusov z mionskimi atomi lahko pričakujemo še več zanimivih podatkov: tako bo bolj natančna meritev energije prehoda $2P - 1S$ dala natančnejši ekvivalentni radij. Meritve bodo zanimive posebno pri zelo stabilnih jedrih, kjer je teoretična obdelava sistema mion—jedro računu lažje dostopna.

Povečana ločljivost fotonskega merilca bo dovoljevala meriti fino strukturo nivoja $2P$ in nam dala dodatno informacijo o velikosti jedra. Ponovno naj omenimo, da sta merila Fitch in Rainwater fino strukturo svinca malo natančno, njuna meritev je le ocena.

Prehodi višjega reda v mionskih atomih ($3D - 2P$, $2S - 2P$) bodo dali dodatne informacije o porazdelitvi jedrskega naboja. Obetajo tudi meritve vpliva kvadrupolnih momentov jeder, poskuse s polariziranimi in z nepolariziranimi mioni in sipanje mionov na jedrih.

Literatura

V. L. Fitch in J. Rainwater: Studies of X-Rays from Mu-Mesonic Atoms, Phys. Rev. **92**, 789, 1953.

L. N. Cooper in E. M. Henley: Mu-Mesonic Atoms and the Electromagnetic Radius of the Nucleus, Phys. Rev. **92**, 801, 1953.

J. A. Wheeler: Mu-Meson as Nuclear Probe Particle, Phys. Rev. **92**, 812, 1953.

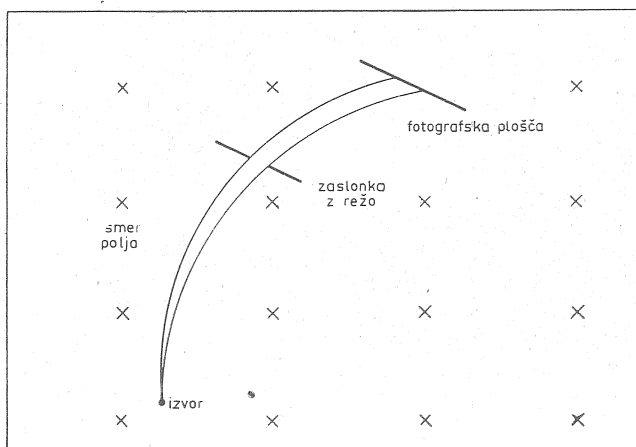
E. M. Henley: Nuclear Radii from Mesonic Atoms, Revs. Modern Phys. **30**, 438, 1958.

MAGNETNI SPEKTROMETRI ZA ELEKTRIČNO NABITE DELCE

NIKO BEZIČ, Nuklearni institut J. Stefan

UVOD

Žarki beta, ki jih emitirajo jedra radioaktivnih izotopov, so mešanica elektronov z različnimi kinetičnimi energijami. O tem se prepričamo, če ozek snop žarkov močnega radioaktivnega izvora pošljemo skozi magnetno polje, katerega smer je pravokotna na smer gibanja nabitih delcev, in opazujemo liso žarkov na fluorescenčnem zaslonu. Zaslon postavimo tako, da padajo nanj žarki približno pravokotno, potem ko so šli skozi magnetno polje. Magnetno polje ukrivi poti nabitih delcev. Krivina poti v magnetnem polju ni enaka za elektrone različnih hitrosti in se zato pod vplivom magnetnega polja lisa na fluorescenčnem zaslonu razširi. Podobne poskuse lahko naredimo z žarki alfa ali z ioni, ki jih pospešimo v električnem polju.



Slika 1

Ukrivljenost poti $1/r$ (r je krivinski radij poti) nabitih delcev v magnetnem polju določa naboj delcev e , gibalna količina p in gostota magnetnega pretoka B . Povezavo med temi količinami nam pove znana enačba $p = e r B$. Če pri opisanem poskusu izmerimo e , r in B , lahko izračunamo gibalno količino in kinetično energijo delca. Že pred približno pol stoletja sta Baeyer in Hahn prvič pripravila tak poskus in izmerila gibalno količino električno nabitemu delcu. Uporabila sta homogeno magnetno polje. Radioaktivni izvor sta omejila s sistemom zaslonk in rež, za njimi pa postavila fotografsko ploščo (sl. 1).

Celotno napravo sta evakuirala na tlak 10^{-3} tor. Homogeno magnetno polje, ki ima smer pravokotno na smer gibanja delca, ukrivi premočrtne poti v krožne poti. Radij poti je sorazmeren gibalni količini delca $r = p/e B$. Vsi delci z enako gibalno količino se torej registrirajo na razviti plošči na istem

mestu. Lega lise na plošči je pri znanem magnetnem polju in naboju delca mera za gibalno količino delca. Slika, ki jo dajo skupine elektronov različnih energij na fotografski plošči, določa energijski spekter elektronov. Jakost počrtnitve plošče na nekem mestu je mera za tok delcev določene energije, ki ga daje izvor. Ta način določanja spektra energij elektronov lahko vzporedimo z Newtonovim poskusom analize sončne svetlobe s prizmo. V primeru nabitih delcev nadomešča prizmo magnetno polje.

PLOSKOVNI SPEKTROMETRI

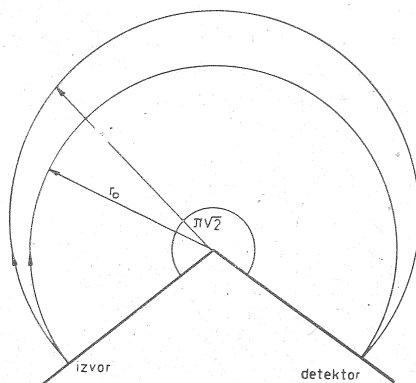
Lahko je videti, da nam ta metoda ne daje ostre slike, tudi če je skupina delcev prvotnega snopa monoenergetska. Velik napredek v tem smislu je bil dosežen, ko je Danysz leta 1911 pokazal, da lahko dosežemo delno zbiranje delcev na fotografski plošči, če jo primerno namestimo. Kakšna je najugodnejša lega za ploščo, doženemo iz naslednjega razmišljanja. Če krog na dani ravnini imenujmo jo zbiralna ravnina, malo zavrtimo okrog ene točke na krožnici, se njej diametralna točka pomakne po tangenti. Tako se dva delca z isto gibalno količino, ki izhajata iz ene točke-izvora delcev, v magnetnem polju zopet srečata po približno 180° -skem loku, če je ravnina, ki jo določata začetni smeri gibanja, pravokotna na magnetno polje in so razlike v začetnih smereh majhne. Srečanje poti določa preslikavo izvora delcev. Na mesto srečanja poti moramo postaviti fotografsko ploščo. Pri preslikavi izvora s snopom delcev različnih gibalnih količin se zanimamo za disperzijo, ločljivost in svetlost. Imena teh količin so po analogiji povzeta iz optike, nimajo pa vsa točno istega pomena. Razlike bomo spoznali pri opisu preslikave.

Zgoraj opisano preslikavo s polkrožno upodobitvijo izvora na fotografsko ploščo je uporabil Rutherford za določitev gibalne količine žarkov alfa. Optična analogija polkrožne upodobitve je Feryjev spektrometer na prizmo, v katerem dobimo zbiranje v ravnini na ta način, da prizmatskim ploskvam damo cilindrično obliko. Poudariti moramo, da pri tem ne dobimo zbiranja za smeri, ki niso vzporedne z zbiralno ravnino. Žarki, ki izstopajo pod kotom na zbiralno ravnino iz izvora, povzročajo »dolžino« spektralne črte. Prav isto velja za delce pri polkrožnem magnetnem zbiranju.

Razvoj Geiger-Muellerjevega števca iz leta 1928 je omogočil nadomestitev fotografskih plošč s števci. Tako opremljeni instrument imenujemo spektrometer. Pred števcem je zaslonka, ki dopušča le ozkemu snopu delcev dostop do števca. Delec vstopi v števec skozi tenko folijo. Število sunkov na sekundo nam podaja intenziteto delcev v ozkem pasu gibalnih količin, ki ga določa odprtina na zaslonki števca. Po manjši spremembi magnetnega polja padejo na odprtino zaslonke delci iz drugega pasu gibalnih količin in njih intenziteto lahko zopet izmerimo s števcem. Disperzija nam pove, kolikšna je pri dani spremembi magnetnega polja razlika v gibalnih količinah dveh zaporednih pasov. Tako moremo izmeriti celotni spekter delcev. Optična analogija takega instrumenta je monohromator na vrtečo se prizmo.

Poudariti moramo, da ima spektralna črta monoenergetskih delcev, dobljena s homogenim poljem, končno širino iz naslednjih razlogov. Delci, ki pod majhnim kotom izstopajo iz ravnine zbiranja, imajo nekoliko manjšo komponento gibalne količine, ki je vzporedna ravnini zbiranja. Zato je projekcija poti takega delca na ravnino zbiranja krožnica z nekaj manjšim

polmerom od polmera poti delcev z isto gibalno količino, ki se pa gibljejo v ravnini zbiranja. Taki delci povzročajo razširitev spektralne črte. Ta razširitev je sorazmerna kvadratu kota, pod katerim izstopajo delci iz ravnine zbiranja. Druga razširitev spektralne črte nastane zato, ker tudi vsi delci, ki se gibljejo v ravnini zbiranja, ne izstopajo iz izvora v isti smeri. Razširitev je sorazmerna kvadratu največjega kota med smermi delcev. Ta dva vpliva sta analogna aberaciji drugega reda pri optičnih instrumentih. Oba doprinašata k razširitvi spektralne črte, torej do zmanjšanja ločljivosti. Način polkrožnega zbiranja se imenuje tudi zbiranje prvega reda v ravnini, ker se delci ponovno srečajo na premici, če ne upoštevamo napak višjih redov, ki se pojavijo zaradi izstopanja delcev iz izvora v različnih smereh.



Slika 1 a

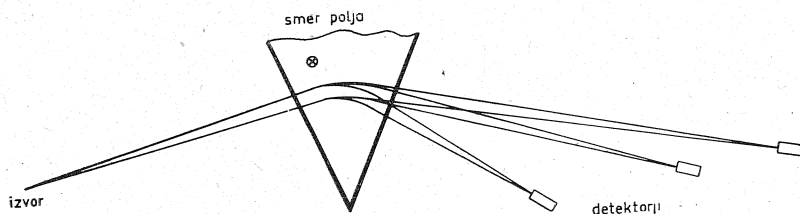
Izvor smo si zaenkrat mislili kot točkast. Razširitev spektralne črte pa nastane tudi zaradi tega, ker je izvor končen, na primer kosček žice ali traku, ne pa matematična premica ali točka. Prav tako zmanjšuje ločljivost končna širina odprtine v zaslonki števca. Iz povedanega vidimo, kaj nam določa ločljivost pri polkrožnem zbiranju. Pomen disperzije smo spoznali pri merjenju spektra delcev s števcem. Svetlost spektrometra je geometrijska lastnost spektrometra, ki jo določajo širina in dolžina izvora ter omenjena kota pri izstopu delca iz izvora. Če delci izstopajo izotropno iz izvora, nam svetlost spektrometra pove, kolikšen del celotnega toka delcev iz izvora lahko uporabimo za spektrometriranje.

Prvi pomemben korak naprej od polkrožnega 180°-skega zbiranja v homogenem polju predstavlja zbiranje v primernem nehomogenem polju. Spektrometer take vrste sta naredila K. Siegbahn in N. Svartholm leta 1946. Uporabila sta osno simetrično polje, ki ima še dodatno zrcalno simetrijo glede na zbiralno ravnino. Zbiralna ravnina je pravokotna na os polja. Komponenta magnetnega polja, ki ima smer osi, pojema kot $1/\sqrt{r}$, kjer je r razdalja od osi simetrije. Radialna komponenta polja narašča z razdaljo od simetrijske osi in simetrijske ravnine (sl. 1 a).

Izvor se nahaja v razdalji r_0 od osi. Glavna razlika med to in polkrožno upodobitvijo je v tem, da se pri tej tudi delci, ki zapuščajo izvor pod

različnimi koti glede na zbiralno ravnino, zberejo na istem mestu kot delci, ki se gibljejo v zbiralni ravnini. Tega pri polkrožni upodobitvi ni. Drugače povedano, tako nehomogeno polje zbira nabite delce prostorsko, tvori tako imenovano dvojno zbiranje. Optična analogija za spektrometer z dvojn timer zbiranjem je spektroskop na prizmo in krogelne leče. Pri nehomogenem polju dobimo skoraj nepopačeno sliko izvora. Glavna prednost nehomogenega polja pa je naslednja. Delci z večjimi gibalnimi količinami se bolj oddaljijo od osi magnetnega polja in se tako gibljejo v šibkejšem polju. Zaradi tega se krivina njihove poti še dodatno zmanjša. Razdalja med slikami izvora za skupine delcev z različnimi gibalnimi količinami je torej večja kot pri ravninskem zbiranju. Ločljivost spektrometra je zato večja pri isti svetlosti.

V zadnjih desetih letih so izdelali še več vrst spektrometrov z nehomogenimi polji, ki so osno, centralno ali zrcalno simetrična. Najvažnejše, kar dosežemo s takimi polji, je velika svetlost instrumenta. Poleg omenjenih vrst spektrometrov so razvili še spektrometre s sektorskim homogenim ali nehomogenim magnetnim poljem (sl. 2).



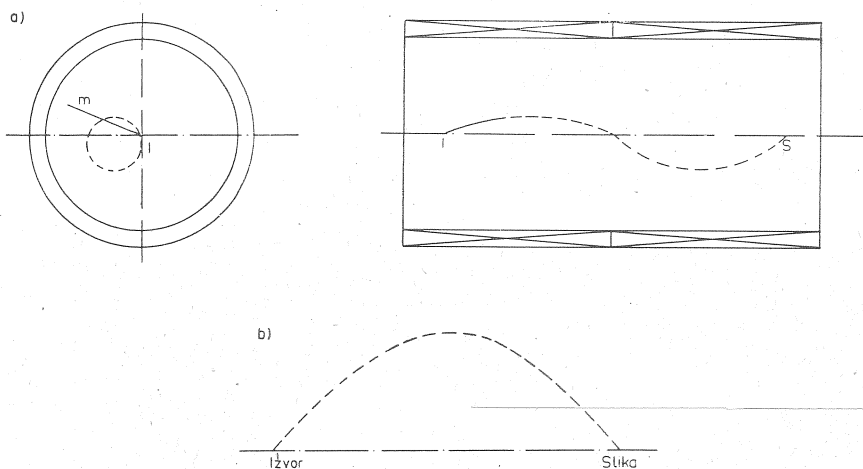
Slika 2

Sektorsko magnetno polje imenujemo tako polje, ki je omejeno z dvema ravninama. Ravnini sta pravokotni na zbiralno ravnino ter oklepata določen kot, ki se imenuje kot sektorja. Ravnini sta lahko tudi paralelni. Pri takem polju postavimo izvor izven polja ali v polje. Tudi sliko izvora lahko dobimo izven magnetnega polja. To je posebno ugodno, kadar moramo uporabiti namesto Geiger-Muellerjevega števca scintilacijski števec, ker magnetno polje močno vpliva na ojačanje fotopomnoževalke. Mejo polja lahko tudi oblikujemo, tako da na primer omenjeni ravnini nadomestimo z ukrivljenimi ploskvami. S primernim oblikovanjem mejnih ploskev lahko dosežemo izboljšanje upodobitve, to je zbiranje drugega reda ali zbiranje tretjega reda. Nabiti delci vstopajo in izstopajo iz magnetnega polja v smeri normale teh ploskev ali pa pod kotom k normalam. Važen vpliv na upodobitve ima pri sektorskih spektrometrih robno magnetno polje. Polja v resnici ne moremo omejiti z ravninami ali ploskvami, kakor smo to zgoraj predpostavili. Magnetno polje pojema v smeri normale na mejno ploskev približno kot $1/d$, kjer je d razdalja od mejne ploskve. Pri homogenih sektorskih poljih uporabimo robno polje za dvojno zbiranje.

V vseh do sedaj opisanih spektrometrih se nabiti delci gibljejo v smereh, ki so v glavnem pravokotne na smer magnetnega polja. Odmiki poti delcev od pravokotne smeri na polje so le prav majhni. Zato imajo taki spektrometri skupno ime ploskovni spektrometri.

SPEKTROMETRI NA MAGNETNE LEČE

Povsem ločeno vrsto instrumentov tvorijo spektrometri z magnetnimi lečami. Magnetno polje je pri magnetnih lečah osno simetrično. Izvor nabitih delcev je v osi simetrije polja. Upodobitvene lastnosti takega polja so analogne lastnostim konvergentne leče in se tudi v ta namen uporabljajo pri elektronski mikroskopiji. Poti nabitih delcev v takem polju so približno vijačnice z osjo, ki je vzporedna ôsi polja. Tako gibanje po vijačnici najlaže popišemo, če sledimo pot delca na meridionalni ravnini, to je ravnini, ki je določena s trenutno lego delca in osjo polja. Sledeč trajektoriji delca se meridionalna ravnina vrti okrog osi polja. Sled delca na tej ravnini je primerna za določitev upodobitvenih lastnosti magnetnih leč. Ta sled sicer ne opisuje vrtenja me-



Slika 3

a) ortogonalni projekciji poti električno nabitega delca v homogenem magnetnem polju,

b) sled poti delca na rotirajoči meridionalni ravnini

ridionalne ravnine okrog osi polja. To nas tudi posebno ne zanima, ker je celotna naprava osno simetrična. Pri homogenem magnetnem polju je sled na meridionalni ravnini sinusoida (sl. 3).

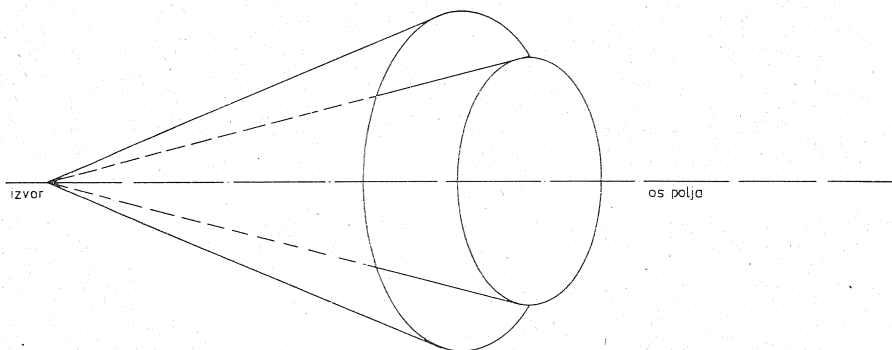
Uporabo magnetnih leč za spektrometriranje nabitih delcev je uvedel P. Kapitza. Optična analogija delovanja magnetne leče kot spektrometra za nabite delce je Rubensov in Woodov poskus. Pri tem poskusu uporabimo kromatično aberacijo leče iz kremenca za ločitev infrardečih žarkov od vidnih. Sistem zaslonk je pri magnetnih lečah zelo drugačen od sistema zaslonk pri optičnem poskusu. Pri magnetnih spektrometrih zaslonke popolnoma izločijo koaksialno usmerjene delce. Koaksialno usmerjenih delcev namreč ne moremo ločiti z magnetnim poljem leče. Zaslonke v spektrometru so tako na-

rejene, da prepuščajo samo delce, katerih poti v bližini izvora ležijo med dvema koničnima ploskvama s skupnim vrhom v izvoru. Os konusov se ujema z osjo polja (sl. 4).

Delci z enako gibalno količino, ki jih prepuščajo zaslonke, se zopet zberejo v isti točki na osi na nasprotni strani leče. Tam je nameščen detektor. Pred detektorjem je postavljen sistem zaslonk, ki preprečujejo, da bi prišli v detektor delci z večjo ali manjšo gibalno količino, kot je ona, ki jo merimo. Ločljivost spektrometra na magnetno lečo močno omejuje sferična aberacija.

Pri magnetnih lečah uporabljamo tri vrste polja.

1. Homogeno magnetno polje dolge tuljave (solenoidalni spektrometer). Glavne prednosti homogenega polja so v tem, da lahko sled delca analitično izračunamo in da je namestitev zaslonk pri taki leči enostavna. Ti spektrometri so tudi manj občutljivi na zunanje magnetne motnje. Pomanjkljivost solenoidalnega spektrometra je velika razsežnost instrumenta in velik tok, ki je potreben za vzbujanje magnetnega polja.



Slika 4

2. Nehomogeno osno simetrično magnetno polje, ki je omejeno na ozko področje med izvorom in detektorjem. Tako polje ustvarimo s ploščato tuljavo, običajno brez železnega oklepa, podobno kot pri magnetnih lečah v elektronski optiki. To je spektrometer na tenko magnetno lečo. Porazdelitev magnetnega polja vzdolž osi leče ima zvončasto obliko z maksimumom v sredini ploščate tuljave. Take leče imajo majhno sferično aberacijo. Pri teh spektrometrih je ugodno tudi to, da ležita izvor in detektor izven polja.

3. Nehomogeno osno simetrično polje, ki je razširjeno vzdolž cele poti delcev od izvora do detektorja. Polje ustvarimo z več navitji, katerim običajno še dodamo železni oklep. To je spektrometer na debelo magnetno lečo. Celoten instrument ima manjše razsežnosti, kar je mnogokrat pomembna prednost. Magnetno polje lahko oblikujemo z lego in obliko navitja in različnimi tokovi v posameznih navitjih.

Glavna prednost spektrometrov na magnetne leče je velika svetlost instrumenta. Če hočemo doseči veliko ločljivost, moramo imeti popolno osno

simetrijo vseh delov spektrometra. Temu pogoju je v praksi zelo težko zadostiti. Sferično aberacijo zmanjšamo, če uporabimo namesto zvončaste porazdelitve magnetnega polja vzdolž osi z maksimumom v sredini leče, obrnjeno zvončasto porazdelitev, to je tako polje, ki ima minimum v sredini leče. Tako magnetno polje je uporabil K. Siegbahn. Nadaljnjo izboljšavo upodobitve z magnetnimi lečami dobimo, če uporabljamo velike gradiente polja vzdolž osi. S tem dosežemo tudi povečanje svetlosti spektrometrov. V osi magnetna med izvorom in detektorjem je svinčen valj, ki onemogoča dostop koaksialno usmerjenim delcem do detektorja.

MAGNETNA POLJA SPEKTROMETROV

Magnetna polja za spektrometre dobimo z elektromagneti, solenoidalnimi navitji ali Helmholtzovimi navitji. Večina ploskovnih spektrometrov ima elektromagnete. Polje uporabljamo v zračni reži elektromagneta. Za elektromagnetova jedra, jarme in polove čevlje se uporablja železo armco, ki ima gostoto nasičenja 1,4 do 2,0 T. Spremembe v homogenosti polja vzdolž poti delca v zračni reži elektromagneta so reda velikosti: 1:1000 do 1:10 000. Vzbujanje elektromagneta vršimo z visokotokovnimi navitji s tokom do 1000 A ali z nizkotokovnimi navitji s tokom do nekaj 100 mA. Visokotokovna navitja zahtevajo vodno ali zračno hlajenje. Solenoidalna navitja uporabljamo pri spektrometrih na magnetne leče. Homogenost polja dosežemo s primerno dolžino navitja ali s pomožnimi navitji na koncih osnovnega navitja. Za nehomogena polja uporabimo več ploščatih navitij, razporejenih vzdolž osi polja. Helmholtzova navitja dajo šibka polja. Uporabljamo jih le pri meritvah spektra elektronov z energijami nekaj keV.

Potreben vakuum, to je 10^{-3} tor za nizkoenergetske elektrone in 10^{-5} tor za težke delce, dobimo z oljnimi ali živosrebrnimi difuzijskimi črpalkami. Prosta pot delca v spektrometru mora biti veliko daljša od poti delca od izvora do detektorja.

Z magnetnimi spektrometri so izmerili gibalno količino delcev z energijo 10^6 eV. Razsežnosti spektrometrov so običajno reda velikosti razsežnosti pospeševalnikov za energije, ki jih s spektrometrom merimo. Najboljša ločljivost, ki jo dosežemo, je nekaj tisočink procenta merjene gibalne količine.

Literatura

1. E. Rutherford, Phil. Mag. **21**, 669 (1911).
2. K. Siegbahn, Beta- and gamma-Ray Spectroscopy, North-Holland Publishing Company, Amsterdam 1955.
3. H. Wild, O. Huber, Helvet Phys. Acta **1**, 3 (1957).
4. N. F. Verster, Progress in Nuclear Physics, Vol. II. Academic Press, 1952.
5. E. Persico, C. Geoffrion, Rev. Sci. Inst. **21**, 945 (1951).

OSNOVNI DELCI

MURRAY GELL-MANN IN E. P. ROSENBAUM*

Prevedla BIBIJANA ČUJEC

Nuklearni institut »Jožef Stefan«, Ljubljana

*Ni je dovršene lepote, ki ne bi
imela neke čudnosti v sorazmerjih.*

Francis Bacon

Ta Baconov aforizem velja brez dvoma tako v znanosti kot v umetnosti. Toda ali ni preveč čudnosti usodnih za lepoto? Pred leti je čudnost zmedla celó eno izmed osnovnih področij fizike: naravo materije. Ko so fiziki motrili materijo v njenih najmanjših delcih, se je pokazala kot neurejena zmes osnovnih delcev. Nobene preproste in urejene zveze med delci ni bilo možno zaslediti. Šele sedaj se je pričela slika nekoliko jasni. Beseda »čudnost« je bila pri tem sprejeta v slovar fizike.**

Novo pravilnost moremo najboljše oceniti, če pogledamo v kaotično ozadje, iz katerega je vzniknila. Da začnemo, moramo iti kakih 30 let nazaj, v eno najbolj zmagoslavnih obdobj v zgodovini znanosti. Teorija atoma je bila v bistvu popolna; skoraj vse lastnosti navadne materije je bilo možno matematično izvesti iz gibanja negativno nabitih elektronov okrog pozitivno nabitih jeder. Večina problemov, s katerimi sta se ukvarjali fizika in kemija v prejšnjih stoletjih, je bilo v principu rešenih. Tedaj pa so fiziki pričeli resno preiskovati notranjost atomskih jeder in težave so se pričele. Kmalu so ugotovili, da je jedro sestavljeno iz protonov in nevtronov, toda jedrskih lastnosti niso mogli razložiti samo s temi delci. V resnici še sedaj ne vemo točno, kako se ti delci gibljejo. Nadalje se je pokazalo, da nastane pri razbitju jedra cela vrsta popolnoma novih, kratkoživih delcev, ki očitno ne eksistirajo v atomih navadne materije. Nekatere od njih so kar dobro razložili, drugih pa nikakor niso mogli spraviti v sklad s fizikalno shemo narave. Te so imenovali »čudne« delce.

PRVI DELCI

Začnimo z letom 1930. V atomski drami so tedaj nastopali samo štirje igralci: *elektron*, *proton*, *nevtron* in *foton*. Prvi trije so gradniki atoma — protoni in nevtroni se nahajajo v jedru, elektroni pa v prostoru okrog jedra. Foton je kvant sevanja oziroma gradnik elektromagnetnega polja.

Foton vedno potuje s hitrostjo svetlobe in ne more biti nikdar pri miru. Zaradi gibanja poseduje energijo in zato, po znani relaciji $E = mc^2$, tudi maso. Toda ta masa je le posledica gibanja. Nasprotno morejo elektron, proton in nevtron mirovati. Vsak izmed njih ima mirovno maso in zato tudi mirovno energijo (pri gibanju dobe seveda dodatno energijo in maso).

Elektron je najlažji delec, ki ima od nič različno mirovno maso; ta je osnovna enota v subatomski fiziki. Prav tako je njegov naboj osnovna enota za

* Originalni članek je izšel v Scientific American, julija 1957. Uredništvo te revije nam je ljubeznivo dovolilo, da objavimo prevod, za kar se najlepše zahvaljujemo.

** Angleški izraz je *strangeness*, ki ga lahko prevedemo kot *nenavadnost*, *tujost* ali *čudnost*. Ne ve se še, katera slovenska beseda bo obveljala.

električni naboj. V teh enotah ima proton maso 1836,1 in naboj +1, nevtron pa maso 1838,6 in naboj nič. Foton, kot smo povedali, nima mirovne mase, prav tako nima naboja, čeprav je nosilec elektromagnetne energije.

Vsi ti delci se vrte okrog svojih osi in so zato v primeru, da so nabiti, majhni magneti. Po pravilih kvantne teorije ima vrtilna količina (= spin) določeno vrednost, ki je značilna za delec. V enotah, ki se uporabljajo v kvantni teoriji,* je spin za elektron, proton in nevtron enak $\frac{1}{2}$, spin fotona pa 1.

Obstoji še neka omejitev za vrtenje teh delcev. V primeru, da so to magneti, deluje nanje zunanje magnetno polje. Po kvantni mehaniki ima komponenta spina samo diskretne lastne vrednosti. Predstavljamo si, kot da more spin delca zavzeti samo nekatere določene smeri glede na zunanje polje. Pri delcu s spinom $\frac{1}{2}$ imamo samo dve lastni vrednosti; predstavljamo si, da ima smer spina lahko isto ali nasprotno smer kot polje. Pri delcu s spinom 1 pa govorimo ustrezno o treh legah: spin more biti obrnjen v smeri polja, pravokotno na polje ali nasproti polju.

Druga važna lastnost delcev, ki je v zvezi s spinom, je njihova »statistika«. Elektron, proton in nevtron (in vsi drugi delci s spinom $\frac{1}{2}$) se ravna po znanem *izključitvenem principu*. To se pravi, da more biti samo en delec določene vrste v danem kvantnem stanju. Tako se more samo en elektron s spinom, obrnjenim v eno smer, gibati po danem tiru okrog jedra. Pravimo, da imajo delci, ki se ravna po izključitvenem principu, *Fermi-Diracovo statistiko*; zato jih imenujemo *fermione*.

Delci, kot je foton (in vsi drugi, ki imajo celoštevilčni spin), se ne ravna po izključitvenem principu; zanje velja *Einstein-Bosejeva statistika* in se imenujejo *bozoni*.

INTERAKCIJE

Doslej smo govorili v glavnem o izoliranih delcih. Vendar so vsi delci med seboj povezani: če so dovolj blizu skupaj, sodelujejo na različne načine. Najprej so ugotovili in študirali povezavo med elektronom in fonom. To zvezo obravnava kvantna elektrodinamika, krona atomske teorije. Pri razvoju te teorije je sodelovalo več fizikov, med njimi P. A. M. Dirac iz Anglije, Werner Heisenberg iz Nemčije in Wolfgang Pauli, ki je nazadnje živel v Švici. Teorija je razložila vedenje elektronov v elektromagnetnem polju s predstavo, da vsak elektron stalno oddaja in absorbira fotone. To utripanje je vzrok sile, ki deluje med elektronom in poljem.

Treba je poudariti, da je to, kar smo ravnokar povedali, komaj kaj več kot poimenovanje teorije. V kvantni mehaniki obstoji teorija iz vrste matematičnih relacij, ki za dane delce podrobno napovedo njihovo vedenje, s tem da podajo verjetnost za vsako možno reakcijo med delci. Včasih, posebno kadar so povezave zelo močne, postane matematika pretežka. Tedaj teorija ne pomaga dosti. V kvantni elektrodinamiki pa je matematika izvedljiva; ta *krasna* teorija je uspešno napovedala izid vsakega osnovnega atomskega eksperimenta vsaj tako natančno, kot je možno izvesti fizikalne meritve.

Osnovna »reakcija« kvantne elektrodinamike, pri kateri elektron odda in absorbira foton, je primer tako imenovanega *virtualnega procesa*. Ta pojem,

* Ta enota je $h/2\pi$, pri čemer je h Planckova konstanta.

ki zadeva vse osnovne delce, je svojski za kvantno teorijo. Na videz je v nasprotju z zakonom o ohranitvi energije, kajti foton poseduje energijo. Ko elektron izseva foton, se zdi, da se celokupna energija sistema nenadoma poveča. Kvantna teorija pove, da se foton v resnici izseva in absorbira tako hitro, da se porast energije niti v principu ne more zaznati. To je značilno za virtualen proces. Če fotona ne moremo zaznati, ohranitev energije dejansko ni prekršena, ker se v kvantni mehaniki nanašajo zakoni samo na opazljive količine. Če dovedemo od zunaj dovolj energije (n. pr. če elektron pospešimo), se morejo virtualni fotoni spremeniti v realne delce.

Virtualni fotoni nastopajo pri vsaki interakciji med nabitimi telesi in elektromagnetnim poljem. Tudi proton oddaja in absorbira virtualne fotone. Vendar tu teorija ni tako uspešna; njene napovedi za protone niso tako točne kot za elektrone.

Doslej opisana slika je bila v glavnem popolna in zadovoljiva. Elektron in foton sta zadostovala za razlago vseh zunanjih lastnosti atom; proton in nevtron sta bila odgovorna za opazovani naboj atomskih jeder in v glavnem za njih maso. V teorijah sicer ni bilo ničesar, kar bi razložilo, zakaj je narava izbrala prav te delce za svoje osnovne gradnike; toda, če vzamemo, da jih je, potem so ti delci skoraj vse, kar je bilo potrebno.

ANTIDELCI

Ti delci pa niso bili popolnoma dovolj. Najprej je Diracova teorija napovedala neke dodatne delce. Dobro je znano, da ima po kvantni teoriji vsak delec tudi lastnosti valovanja. Rešitev Diracove valovne enačbe za elektron je dala poleg pozitivne frekvence tudi negativno. Ker je v kvantni mehaniki frekvenca sorazmerna energiji, je bilo v začetku težko razumeti, kaj naj bi negativna frekvenca pomenila. Diracu je uspelo dokazati, da ima fizikalen pomen in da ustreza elektronu s pozitivnim nabojem. Nadalje je teorija napovedala, da se pri trku pozitivnega elektrona z negativnim oba elektrona uničita; njuna masa se pretvori v fotona z ekvivalentno energijo. Obratno se moreta pozitivni in negativni elektron ustvariti, če se skoncentrira dovolj energije v majhnem prostoru, kar se zgodi pri trku dveh delcev z veliko hitrostjo.

Te znamenite napovedi niso bile dejansko izrečene (čeprav jih je teorija vsebovala) vse dotlej, dokler ni C. D. Anderson iz California Institute of Technology odkril *pozitrona*. Novi delec je imel maso elektrona in naboj $+1$; če je zadel na negativen elektron, sta se uničila; mogel je nastati obenem z negativnim elektronom pri trkih z dovolj veliko energijo. Pozitron imenujemo *antidelec* elektrona, ker se z njim uniči.

Za proton in nevtron obstoje podobne enačbe, tako da imajo tudi ti svoje antidelce. Te so odkrili šele v zadnjih letih. Celo foton ima v matematičnem smislu svoj antidelec. Vendar moremo v tem primeru obe rešitvi enačbe tolmačiti na enak način, zato sta foton in antifoton nerazločljiva ali drugače povedano: foton je sam sebi antidelec.

NEVTRINO

Drugi potrební dodatek k seznamu delcev je zahtevalo vedenje nevtrona. V jedru more nevtron živeti poljubno dolgo. Če pa nevtron opazujemo izven jedra, se pokaže, da je nestabilen. Povprečno v 18 minutah spontano izseva

»delec β «, to je elektron, in se spremeni v proton. Proton in elektron skupaj sta za 1,5 elektronskih mas lažja kot nevtron, tako da se zdi, kot da se ta masa pri razpadu izgubi; ekvivalentna je energiji 0,78 MeV. Ta naj bi se pojavila kot kinetična energija razpadlih produktov; toda dejansko imata proton in elektron zelo redko tolikšno energijo. Da bi razložil protislovje, je Pauli predlagal, da nastane pri razpadu še neki drug delec, ki nima mirovne mase in je skoraj nezaznat, ki pa odnese manjkajoči del energije. Fermi, ki je sledil tej ideji, je nevidnemu delcu dal ime *nevtrino*. Po analogiji z Diracovo teorijo za elektrone in fotone je Fermi postavil popolno teorijo razpada beta. Osnovni proces je v tem, da nevtron stalno virtualno oddaja in absorbira elektron in nevtrino. (Strogo govoreno je ta »nevtrino« pravzaprav anti-nevtrino.) Čeprav je bila Fermijeva reakcija napisana kot virtualen proces, more emisija brez dodatka energije od zunaj postati realna, ker preskrbi potrebno energijo izguba mase.

PION

Zadnji delec, ki ga je bilo treba dodati, je bil napovedan po neki drugi analogiji z Diracovim procesom. Problem je nastopil pri opisu sil, ki držijo protone in nevtrone (ki jih skupno imenujemo *nukleone*) v jedru skupaj. Ker so elektromagnetne sile uspešno razložili s fotoni ali kvanti polja, je bilo logično iskati podobno razlago za jedrske sile. Ta korak je napravil japonski fizik Hideki Yukawa. Predlagal je, da nukleoni izsevajo in absorbirajo kvant jedrskega polja — imenoval ga je *mezon* — prav tako, kot elektroni izsevajo in absorbirajo fotone. Iz znanih lastnosti jedrskih sil je Yukawa mogel določiti nekatere lastnosti mezona. Iz dejstva, da imajo jedrske sile zelo majhen doseg, se je dalo sklepati, da ima mezon v nasprotju s fotonom od nič različno mirovno maso. Bili so tudi razni razlogi za domnevo, da obstoje tako nabiti kot nevtralni mezoni.

Yukawina domneva je bila popolnoma potrjena šele čez več kot 10 let. Delec, ki ga je napovedal, so našli in ga sedaj imenujejo *mezon π* ali *pion*. Njegova masa znaša okrog 270 elektronskih mas; nastopa v treh oblikah: kot pozitiven, negativen in nevtralen delec.

Emisija pionov je seveda virtualna, ker pion poseduje energijo, vključno ono v obliki mirovne mase. Po teoriji je jakost jedrskih sil odvisna od števila kvantov izven sevajočih delcev. Jedrske sile so tako močnejše, da mora nukleon izsevati pione zelo pogosto; navadno se mora istočasno nahajati izven nukleona več pionov. Dejansko pojmujejo danes protone in nevtrone kot neke vrste sredice, obdane z utripajočim oblakom pionov. Kot v primeru fotonov se pioni spremenijo v realne delce, če je na razpolago dovolj energije. Ker je pionova masa ekvivalentna 135 MeV, je za nastanek realnega piona potrebna vsaj tolikšna energija.

Sedaj smo prišli na konec prvega dela zgodbe. Zbrali smo že precej veliko število »osnovnih« delcev, ki pa imajo vsi neki smisel. V resnici so večino izmed njih napovedali teoretično, preden so jih eksperimentalno odkrili. Kot smo že omenili, ima nevtrino svoj antidelec. Negativni pion je antidelec pozitivnega piona in obratno; nevtralni pion je svoj lastni antidelec. Realni pioni so, podobno kot nevtron, nestabilni. Po zelo kratkem času razpadejo v druge delce. (Glej tabelo!)

O S N O V N I D E L C I

				DELEC		ANTIDELEC		RAZPAD DELCA
	Masa (elektron- skih mas)	Razpadni čas (sek)	Spin	Iso- spin	Ču- dnost	—	0	
					—	+	Ču- dnost	
B A R I O N I	2585	$10^{-10} - 10^{-9}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	Ξ^-		Ξ^+	$\Lambda^0 + \pi^-$
	?	?						?
	2341	$0,5 \cdot 10^{-10}$	$\frac{1}{2}$	1	Σ^-		Σ^+	$n + \pi^-$
	2324	?	$\frac{1}{2}$					$\Lambda^0 + \gamma$
	2325	$0,7 \cdot 10^{-19}$				Σ^+		$p + \pi^0, n + \pi^+$
B A R I O N I	2182	$2,7 \cdot 10^{-10}$	$\frac{1}{2}$	0			Λ^0	$p + \pi^-; n + \pi^0$
	1838, 6	10^8	$\frac{1}{2}$				$\bar{n}$	$p + e^- + \nu$
	1836, 1	∞	$\frac{1}{2}$			p		
MEZONI	966, 5	$1,2 \cdot 10^{-8}$				K^+		$\mu^+ + \nu, \pi^+ + \pi^0, \pi^+ + \pi^- + \pi^0,$ $\pi^+ + \pi^0 + \pi^0, \mu^+ + \nu + \pi^0,$ $e^+ + \nu + \pi^0$
	965	$\begin{cases} 1 \cdot 10^{-10} \\ 5 \cdot 10^{-8} - 10^{-6} \end{cases}$	0	$\frac{1}{2}$	$\begin{Bmatrix} K^0 \\ K^0 \end{Bmatrix}$		$\begin{Bmatrix} \bar{K}^0 \\ \bar{K}^0 \end{Bmatrix}$	$\pi^+ + \pi^-, \pi^0 + \pi^0$
								$\pi^+ + e^- + \bar{\nu}, \pi^- + e^+ + \nu,$ $\pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}, \pi^- + \mu^+ + \nu,$ $\pi^+ + \pi^- + \pi^0, \pi^0 + \pi^0 + \pi^0$
LEP- TONI	273, 2	$2,6 \cdot 10^{-8}$			π^-		π^+	$\mu^- + \bar{\nu}$
	264, 2	$10^{-16} - 10^{-15}$	0	1		$\bullet \longrightarrow \pi^0 \longleftarrow \bullet$		$\gamma + \gamma$
	206, 7	$2,2 \cdot 10^{-6}$	$\frac{1}{2}$					$e^- + \nu + \bar{\nu}$
LEP- TONI	1	∞	$\frac{1}{2}$		μ^-		μ^+	
	0	∞	$\frac{1}{2}$		e^-		e^+	
						ν	$\bar{\nu}$	
FOTON	0	∞	1			$\bullet \longrightarrow \gamma \longleftarrow \bullet$		

* Antidelec razpade v ustrezne antidelece. Prvi štirje stolpci (masa, razpadni čas, spin in izospin) veljajo tako za delce kot antidelece

DVANAJST DELCEV

Ideje, ki smo jih doslej opisali, predstavljajo tako imenovano *teorijo dvanajstih delcev*. Kot smo že povedali, ta teorija lepo razloži lastnosti atoma. Pri razlagi dogajanj v notranjosti jedra je bolj neokretna, vendar jih v splošnem razloži. Vsak izmed delcev pri kakem dogodku nastopa in vsi izhajajo naravno iz teorije.

Še več: teh dvanajst delcev spada v štiri lepo definirane skupine: (1) *težki delci* (*barioni*), ki obsegajo oba nukleona (proton in nevtron) ter njihova antidelca; (2) *mezoni* ali delci s srednjo maso, (3) *lahki delci* (*leptoni*), to so elektron in nevtrino ter njihova antidelca, (4) *foton*, ki predstavlja razred sam zase. Naj omenimo še to, da imajo težki in lahki delci, ki so »običajni«¹ gradniki materije, spin $\frac{1}{2}$ in so fermioni. Mezoni in foton, ki so kvanti polja, imajo spin nič oziroma 1 in so bosoni. Skupine so med seboj povezane po treh osnovnih reakcijah. Yukawin proces povezuje težke delce z mezoni, Diracov proces lahke delce s fotoni, Fermijev proces pa težke delce z lahkimi.

Seveda se ti delci ravnaajo tudi po splošnih zakonih fizike. Zanje velja zakon o ohranitvi energije, gibalne in vrtilne količine, ter o ohranitvi naboja. Kolikor nam je znano, se celokupen naboj vesoljstva nikdar ne spremeni. Če nastanejo iz energije nabiti delci, morejo nastati samo v parih: delec-antidelec; pri novem pozitivnem naboju nastane tudi delec z negativnim nabojem. Pri vsaki reakciji med delci mora biti celokupen naboj delcev pred reakcijo enak celokupnemu naboju delcev po reakciji.

Se neki drugi ohranitveni princip sledi iz očitvidne stabilnosti jedrske materije. Vsi eksperimenti kažejo na to, da se ta nikdar ne ustvari ali uniči, to se pravi: število nukleonov ostane konstantno. Proton more nastati iz energije, toda le skupno z antiprotonom. Oba se med seboj matematično uničita; če prideta skupaj, pa tudi fizikalno.

REAKCIJE MED DELCI

Omenimo naj še dve drugi značilnosti za reakcije med delci, o katerih se zdi, da veljata kot splošna zakona. Prvič, reakcije so *reverzibilne*. Če opazimo, da se en delec razbije v dva druga, pričakujemo, da bomo našli tudi primer, v katerem se ta dva delca združita in tvorita prvoten delec. Drugič, emisiji delca ustreza absorpcija ustreznega antidelca: če poznamo presek ali verjetnost za prvi pojav, moremo izračunati verjetnost za drugega. Za primer pogledjmo razpad beta! Ker se nevtron spremeni v proton s tem, da izseva elektron in antinevtrino, $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$, pričakujemo tudi inverzno reakcijo $p + e^- + \bar{\nu} \rightarrow n$, pri kateri proton absorbira elektron in antinevtrino ter se pri tem spremeni v nevtron. Ker absorpciji elektrona ustreza emisija antielektrona ali pozitrona, pričakujemo nadalje tudi reakcijo, pri kateri proton absorbira antinevtrino in izseva pozitron, pri čemer se spet spremeni v nevtron: $p + \bar{\nu} \rightarrow e^+ + n$. Res so s to reakcijo nevtrino končno tudi eksperimentalno odkrili.

Ta pravila predstavljajo potemtakem neke vrste algebro, s katero moremo »reševati«² probleme v fiziki delcev. Poglejmo uporabo na primeru razpada piona. Eksperimentalno so našli, da nevtralen pion v zelo kratkem času 10^{-15} sekunde razpade v dva fotona. Pokazati hočemo, zakaj to napravi.

Pričnimo z osnovno reakcijo pionov, z Yukawino reakcijo, pri kateri nukleon, recimo proton, izseva virtualen pion: $p \rightarrow \bar{p} + \pi^0$. Zanima nas, kaj bo pion napravil, to se pravi, radi bi imeli enačbo, ki se začne z nevtralnim pionom in nadaljuje s puščico. S tem, da obrnemo enačbo in prenesemo proton na drugo stran (pri čemer spremenimo delec v antidelec), dobimo zaželeno enačbo:

$\pi^0 \rightarrow p + \bar{p}$, ki nam pove, da se pion (virtualno) spremeni v proton in anti-proton. Ta dva se med seboj uničita in dasta fotona: $p + \bar{p} \rightarrow \gamma + \gamma$. Tako smo prišli do rezultata: $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$; nevtralni pion razpade v dva fotona.

Na prvi pogled bi se mogel ta način sklepanja zdeti le trivialno premetavanje simbolov. Toda vsaka kombinacija vključuje podroben (in često težak) račun za verjetnost prehoda. Tako končno pridemo do dosti natančne napovedi tega, kaj se bo zgodilo, kako dolgo bo trajalo in podobno. Po drugi strani pa je naše poznavanje razmer tako nepopolno, da more navidez pravilno sklepanje dovesti do popolnoma napačnih rezultatov.

MION

Lep primer za to je razpad nabitega piona. Z uporabo naših osnovnih reakcij in pravil moremo »dokazati«, da pozitivni pion razpade v pozitron in nevtrino. Izhajamo iz Yukawinega virtualnega procesa: $p \rightarrow \bar{n} + \pi^+$. Enačbo obrnemo in prenesemo nevtron na drugo stran: $\pi^+ \rightarrow p + \bar{n}$. Uporabimo še Fermijev proces: $p + \bar{\nu} \rightarrow e^+ + n$, oziroma $p + \bar{n} \rightarrow e^+ + \nu$. Če povežemo to relacijo z zgornjo, dobimo rezultat: $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu$. Ta reakcija je v resnici možna, vendar je tako redka, da so jo odkrili šele v najnovejšem času. Pozitivni pion dejansko razpade z veliko večjo verjetnostjo v nevtrino in v popolnoma nov delec: *mion*!

Tukaj se nam je narava izneverila. Dala nam je delec, ki zanj ni bilo nikakega teoretičnega opravičila in ki ga ni bilo kam vtakniti. Mion je bil nedobrodošlo dete, ki je pomenilo konec nedolžnih dni. Položaj je bil še bolj zamotan zaradi nesrečnega zgodovinskega slučaja, zaradi katerega dolgo časa ni bilo mogoče mion niti klasificirati. Mion so namreč odkrili pred pionom in so ga zato imeli za mezon, ki ga je napovedal Yukawa. Za to vlogo pa mion nima pravih lastnosti. Mion ne sodeluje močno z nukleoni in zato ne more biti odgovoren za jedrske sile. Zato se je zdel, dokler niso odkrili piona, mion še tembolj zagoneten.

Sedaj, ko vemo, kaj mion ni, moremo vsaj sprejeti to, kar je. Nastopa tako s pozitivnim kot z negativnim nabojem. (Negativni pion razpade v negativni mion in antinevtrino.) Njegova masa znaša okrog 207 elektronskih mas, njegov spin je $\frac{1}{2}$ (torej je fermion). Živi okrog milijoninko sekunde, nato pa razpade v elektron, nevtrino in antinevtrino. Pozitivni mion da seveda pozitivni elektron ali pozitron, negativni mion pa negativni elektron. Antidelec miona je mion z nasprotnim nabojem.

Čeprav mion ni izšel iz teorije dvanajstih delcev — ampak je obratno pokazal, da je ta teorija nepopolna, če ne napačna —, ga je vendar možno spraviti v zvezo z drugimi delci. Da ugotovimo to povezavo, moramo ponovno preiskati naše osnovne procese: Diracovo ali elektromagnetno interakcijo, Yukawino ali jedrsko interakcijo in Fermijev proces razpada beta. Izkáže se,

da se ti procesi med seboj silno razlikujejo po svoji »jakosti«. Yukawin proces je močna interakcija, ki je odgovorna za veliko silo, ki drži nukleone v jedru skupaj. Elektromagnetne sile so okrog 137-krat šibkejše kot jedrske. Drug znak za jakost interakcije je verjetnost, da se bo proces izvršil v danem času, t. j. njegova pogostnost. Močne interakcije so tako hitre, kot je sploh možno. Emisija ali absorpcija piona se izvrši v 10^{-23} sekunde, kar približno ustreza času, ki ga potrebuje svetlobni žarek, da prepotuje premer jedra. Elektromagnetni procesi so seveda 137-krat počasnejši.

Kako pa je s Fermijevo interakcijo? Ta je neprimerno šibkejša od drugih dveh, in sicer okrog 10^{14} -krat šibkejša kot močna interakcija! Nadalje, vsi procesi, kjer nastopajo nevtrini — razpad β ter razpad piona in miona — so približno enako šibki. Tako je mion udeležen v eni izmed treh osnovnih interakcij. (Kot nabit delec sodeluje seveda tudi z elektromagnetnim poljem.) Tudi zato, ker je lahek fermion, se zdi, da naravno spada v isto skupino kot elektron in nevtrino.

Pogled na tabelo življenjskih dob pokaže, da imajo razpadi, za katere smo rekli, da so enako šibki, dosti različne življenjske dobe. Vzeli pa smo, da je hitrost razpada merilo za jakost interakcije. Odgovor nam da dejstvo, da hitrost ne zavisi samo od jakosti interakcij, ampak tudi od energije, ki je na razpolago pri reakciji. V primeru nevtrona, ki razpade v povprečju v 18 minutah, je na razpolago zelo malo energije; razlika med maso nevtrona in razpadnih produktov je le malo večja od mase elektrona. Za razpad piona in miona je na razpolago dosti več energije; zato sta razpada hitrejša. Če v vsakem primeru upoštevamo korekturo zaradi razpoložljive energije, se izkaže, da je neke vrste »notranja« hitrost za vse šibke procese približno 10^{-9} sekund, kar je 10^{14} -krat manj kot za močne interakcije.

Gotovo je značilno in verjetno pomembno, da imajo vsi šibki procesi isto jakost.

ČUDNI DELCI

Z mionom je narava obzirno posvarila fizike, da še niso odkrili njenih najnotranjših skrivnosti. Nato pa je okrog leta 1950 brezobzirno predstavila celo vrsto novih delcev. Ti so bili popolnoma nepričakovani in so imeli lastnosti, ki jih ni bilo možno razložiti na podlagi prejšnje teorije.

Novi delci so se pokazali najprej v plazovih delcev, ki so nastali, ko je kozmični žarek z veliko energijo zadel svinčeno ploščo v wilsonski celici. V plazovih so našli zanimive dvokrake sledi oblike V, ki jih niso mogli razložiti z nobenim znanim procesom. Fiziki so bili prisiljeni sklepati, da je neznan nevtralen delec (ki ne pusti sledi v wilsonski celici) razpadel v dva nabita delca. Domnevali so, da je nevtralni delec nastal v svinčeni plošči. Ko so pričeli iskati te tako imenovane *delce V*, se je pokazalo, da so zelo pogosti.

Ko so dogodke V zbrali in študirali, je postalo jasno, da nastopata vsaj dva nevtralna delca. Tistega, ki razpade v proton in negativen pion, so imenovali *lambda* (Λ); drugega, ki razpade v pozitiven in negativen pion, pa *K*.

Ko so se fiziki opomogli od začudenja, so poskusili nove delce spraviti v sklad s splošno shemo. Iz razpada delca *lambda* (v fermion in bozon) so mogli pokazati, da je *lambda* fermion, verjetno s spinom $\frac{1}{2}$. Podvržen je zakonu o ohranitvi težkih delcev. Ker pri razpadu nastane en nukleon, se je moral

eden porabiti pri nastanku. Delec lambda je mogel na primer nastati pri trku med protonom in negativnim pionom, kar je obraten proces njegovega razpada. (Nastati je moral še kak drug delec, n. pr. nevtralen pion, da je odnesel presežek energije.) Pogostnost, s katero se pojavljajo delci lambda, kaže, da nastanejo po močnem procesu. Izkazalo se je, da je masa delcev lambda 2181 elektronskih mas.

Delec K mora biti bozon, ker razpade v dva piona, ki sta oba bozona. Njegov spin je zato celoštevilčen (najbolj verjetno enak nič). Ne more nastati iz nukleona, ker v njegovih razpadnih produktih ni nukleonov. Nastaja pogosto in zato po močnem procesu. Njegova masa znaša 965 elektronskih mas.

Po teh prvih ugotovitvah je bilo možno do neke mere klasificirati nove delce. Lambda očitno spada k nukleonom ali težkim delcem. Nastal je iz nukleona in je, kot ta, fermion. Obratno je K bozon, zato so ga uvrstili v skupino mezonov.

Delca lambda in K sta predstavljala šele začetek. Kmalu so identificirali še druge delce. V isti skupini kot lambda so delci *sigma* (Σ) in *ksi* (Ξ), in sicer tako nabiti kot tudi nevtralni. K nevtralnemu delcu K pa so dodali nabita delca s približno enako maso: to sta pozitivni in negativni delec K .

DOLGE ŽIVLJENJSKE DOBE

Obstoj vseh teh različnih oblik materije je težak problem. Če pa sprejmemo dejstvo, da obstoje, nam njihovo obnašanje stavlja še globlja vprašanja. Zmeda nastane pri razpadu novih delcev. Njihove življenjske dobe so okrog 10^{-8} do 10^{-10} sekund; imajo torej enako velikostno stopnjo kot pri šibkih interakcijah. Toda ti delci so, kot smo videli, nastali pri močnih interakcijah, pri katerih so časi okrog 10^{-23} sekund. Po enem naših najbolj osnovnih izrekov — po reverzibilnosti — pa bi moral delec, ki je nastal pri močni interakciji, tudi razpasti po isti interakciji.

Pričakovali bi, da imajo novi delci veliko možnosti, da razpadejo po močnem procesu. Poglejmo na primer nevtralen delec lambda in uporabimo zanj že omenjeno algebro. Izhajamo iz hipotetičnega procesa: $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$. Reakcijo obrnemo in prenesemo π^0 na drugo stran: $\Lambda^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^- + p$. Uporabimo še Yukawin proces: $p + \pi^0 \rightarrow p$. Z združitvijo obeh reakcij dobimo rezultat: $\Lambda^0 \rightarrow \pi^- + p$. Tako smo z uporabo dveh močnih procesov, enega zna nega in enega hipotetičnega, toda plavzibilnega, prišli do ugotovitve, da se lambda pretvori v proton in negativni pion, kot tudi v resnici razpade. Pri procesu je na razpolago veliko energije: masa delca lambda je za 74 elektronskih mas večja od mase protona in piona, kar ustreza energijski razliki 37 MeV. Tako smo »dokazali«, da mora lambda razpasti tako hitro, kot je nastal. Isto moremo pokazati za vse druge nove delce. Edino narobe je to, da žive v resnici okrog 10^{14} -krat dalj časa, kot naj bi. Predvsem zaradi te velikanske razlike med pričakovano in opazovano življenjsko dobo so jim dali ime »čudni« ali »tuji« delci.

ASOCIIRANA TVORBA

Teoretiki so potrebovali več let, preden se jim je posrečilo najti možno rešitev tega paradoksa. Posebej je treba pri tem omeniti fizika A. Paisa iz Institute for Advanced Study. Prišli so na idejo, da nastanejo čudni delci samo v skupinah, po dva ali več istočasno. Ta pojav je danes znan pod imenom

asociirana tvorba. V tem primeru deluje močna interakcija istočasno samo na več kot enem delcu. Posebnost tega pojava je, da zaradi pomanjkanja energije ni reverzibilen.

Vzemimo na primer, da sta delca Λ in K nastala pri trku negativnega piona s protonom: $\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + K^0$. Sedaj uporabimo za ta proces naša pravila, da bomo videli usodo delca Λ . Reakcijo obrnimo in prenesimo K^0 na drugo stran: $\Lambda^0 \rightarrow \pi^- + p + \bar{K}^0$. Uporabimo še Yukawin proces: $p + \pi^- \rightarrow n$. Obe reakciji skupaj dasta rezultat: $\Lambda^0 \rightarrow n + \bar{K}^0$. Pridemo torej do zaključka, da bi moral delec Λ razpasti v nevtron in antidelec K . Toda to je nemogoče, ker imata oba razpadna produkta skupaj večjo maso kot prvotni delec Λ . Temeljita analiza pokaže, da privede vsak možen primer asociirane tvorbe do podobnega rezultata. Vedno se izkaže, da je za razpad potrebno preveč energije. Ker čudna delca takoj po nastanku odhitita drug od drugega, ne moreta razpasti po močni interakciji, ampak živita, dokler ne prideta pod vpliv dosti manj verjetnega šibkega procesa.

V začetku je malo ali nič eksperimentov kazalo na asociirano tvorbo. Ko pa je pričel čudne delce proizvajati kozmotron v Brookhaven National Laboratory, se je izkazalo, da se ti delci res ravnaajo po tem pravilu. Prva reakcija, ki so jo odkrili, je bil že omenjeni trk med pionom in protonom, ki je privedel do asociirane tvorbe delca Λ in nevtralnega K .

Sedaj nastopi vprašanje: Kaj pomeni asociirana tvorba? Ali jo moremo spraviti v sklad z drugimi principi? Pove nam, da so močne interakcije pri enem samem čudnem delcu prepovedane. Kadar narava izloči neki dogodek, se za tem često skriva zakon o ohranitvi nečesa. To in to se ne more zgoditi, ker se mora nekaj ohraniti. Da vzamemo preprost primer: Noben delec ne razpade na delce, katerih skupna masa je večja od prvotne. Ohranitev energije to prepoveduje.

Ko so našli zakon o asociirani tvorbi, je bilo naravno vprašanje, ali ni morda za tem neki ohranitveni zakon. Če bi mogli odkriti ta zakon, bi o čudnih delcih mnogo več razumeli. Asociirana tvorba pove, da jih mora nastati istočasno po več. Toda ali so vse kombinacije dovoljene, ali so nekatere izključene? Zakon o ohranitvi bi to povedal.

IZOSPIN

Zdi se, da je ta zakon odkrit in da nekaj vemo o pravilih, po katerih čudni delci nastanejo. Da bomo videli, kakšni so ti principi in pravila, se moramo povrniti k starim delcem in k pojmu, ki ga doslej še nismo omenili. To je pojem *izospin*.

Najprej pogledjmo, kako je z navadnim spinom. Vzemimo dva elektrona, ki si ju lahko predstavljamo kot majhni piki. Zdita se identična. Verjamemo, da se vrtita okrog svoje osi, toda ker sta tako majhna, ne moremo zaznati njunega gibanja. Sedaj ju postavimo v magnetno polje! Po zakonih kvantne mehanike se njuna spina postavi v smeri ali v obratni smeri magnetnega polja. Recimo, da se eden postavi v smeri, drugi pa v obratni smeri! Tedaj imata delca različno energijo in ju moremo razlikovati. Ta namišljeni eksperiment podčrtuje dejstvo, da je elektron »dublet«, kar se tiče njegovega magnetizma. Nahajati se more v enem izmed dveh možnih stanj. Če pa ni zunanega magnetnega polja, ne moremo povedati njegovega stanja, obe stanji sta nerazločljivi, »degenerirani«.

V zgodnjih dneh moderne jedrske fizike — kmalu po odkritju nevtrona — so odkrili situacijo, ki je spominjala na to magnetno »degeneriranost«. Poskusi pri sipanju protonov in nevtronov na drugih protonih in nevtronih so pokazali, da je jedrska sila ali močna interakcija med nukleoni ista ne glede na tip delcev. Sile med dvema protonoma, dvema nevtronoma, ali med protonom in nevtronom so med seboj enake. Ta pojav, ki so ga imenovali *neodvisnost od naboja*, pomeni, da sta nevtron in proton, kar se tiče močnih interakcij, enaka delca. Razlikovati ju moremo le po njuni elektromagnetni interakciji. Vzemimo, da bi mogli elektromagnetizem v laboratoriju prav tako »izklopiti« kot magnetno polje! Tedaj bi tudi proton in nevtron degenerirala, tako da bi ju ne mogli ločiti. Zato si moremo misliti, da je nukleon, kar se tiče njegovega naboja, »dublet«; eno stanje predstavlja proton, drugo pa nevtron.

Ta ideja je prišla na misel Heisenbergu, ki jo je nadalje izrazil matematično. Skonstruiral je matematični opis nukleona, ki je vseboval spremenljivko, ki je mogla zavzeti ravno dve vrednosti. Ena vrednost velja za proton, druga za nevtron. Matematika je zelo podobna tisti, ki jo je uporabil Pauli za opis elektronskega spina. Zato je Heisenberg svojo količino imenoval *izotopski spin*, kar so nekateri prenamenili v *izobarski spin* ali *izospin*. Izraz upošteva, da sta proton in nevtron v nekem smislu izobara: imata približno enako maso pa različen naboj. Besedica »spin« naj bralca ne zavede v domneve o kaki globlji analogiji. V resnici gre le za podobnost matematičnega opisa spina in izospina.

Izospin je torej matematični pripomoček, ki razlikuje proton od nevtrona; fizikalno ju ločimo po njunem različnem odnosu do elektromagnetnega polja. Matematična analogija s pravim spinom je zelo velika: izospin nukleona je tudi $\frac{1}{2}$. Prav tako kot pri pravem spinu ima »komponenta« lahko vrednosti $+\frac{1}{2}$ ali $-\frac{1}{2}$. V kvantni elektrodinamiki je navada, da postavimo delec v koordinatni sistem, kjer je os »z« vzporedna magnetnemu polju. Zato pišemo, kot da je tudi »smer«, glede na katero se »orientira« izospin, vzporedna z osjo z; to komponento spina označimo z I_z . Po dogovoru predstavlja $I_z = \frac{1}{2}$ proton, $I_z = -\frac{1}{2}$ pa nevtron. V Heisenbergovi matematični teoriji postane neodvisnost sil od naboja ohranitveni zakon. Pri interakciji med nukleoni se celokupni izospin ohranja. Pokazati moremo, da ta izjava pomeni, da so sile med protonom in protonom, nevtronom in nevtronom ter nevtronom in protonom med seboj enake. Treba je poudariti, da je ideja izospina gola formalnost. Ničesar ne doda k pojmu neodvisnosti od naboja, ampak je le prikladna matematična izražava tega pojma.

MULTIPLIETI NABOJA

Ko je Yukawa razložil jedrske sile in absorpcijo pionov, je dobil izospin širši pomen. Angleški fizik Nicholas Kemmer, ki je sedaj na univerzi v Edinburghu, je spoznal, da se dá ta pojem uporabiti tudi za pione. Sklepal je: Jedrske sile, ki vsebujejo virtualno izmenjavo pionov, so neodvisne od naboja. Zato morajo biti tudi pioni neodvisni od naboja in moremo nanje aplicirati pojem izospina.

Spomnimo se, da ima pion tri možne naboje: $+1$, 0 , -1 . Zato predstavlja »triplet« naboja, ki bi, če bi mogli naboj izključiti, degeneriral, tako da ga ne bi mogli razlikovati. V primeru navadnega spina pomeni triplet, da ima

delec spin 1, ker se more tedaj postaviti glede na polje v treh različnih smereh. Njegova komponenta v smeri z ima lahko vrednosti $+1, 0, -1$. Po analogiji pripišemo tudi pionu izotopski spin 1 in pravimo, da znašajo njegove »komponente v dani smeri« (t. j. komponente I_z) $+1, 0$ in -1 .

Grupiranje delcev v dublete in triplete (s skupnim imenom *multiplete*) predstavlja prikladen in hiter način njihovega identificiranja. Če pravimo, da je pion triplet s središčem pri naboju nič (glej tabelo!), nam to takoj pove, da ima naboj $+1, 0$ ali -1 , da ima izospin 1, ter komponento I_z enako $+1, 0$ ali -1 . Podobno pomnei, če rečemo, da je nukleon dublet s središčem pri naboju $+\frac{1}{2}$, da ima naboj 0 ali $+1$, izospin $\frac{1}{2}$ ter komponento I_z enako $+\frac{1}{2}$ ali $-\frac{1}{2}$. Kot vidimo na sliki, je antinukleon drugi dublet s središčem pri naboju $-\frac{1}{2}$. Njegov izospin je $\frac{1}{2}$, I_z pa je enak $-\frac{1}{2}$ ali $+\frac{1}{2}$.

Pojem izospina, združen s pojmom multipleta, nam da še neko razliko med nukleoni in pioni. Nukleoni so dublet s središčem pri $+\frac{1}{2}$, medtem ko so pioni triplet s središčem pri 0 .

Vrnimo se k čudnim delcem! Vsiljuje se vprašanje, ali so njihove interakcije tudi od naboja neodvisne in ali se pri njih izospin ohranja. Ali so n. pr. pozitivni delci sigma prav taki kot negativni in nevtralni, z izjemo električnih lastnosti? Glede tega ni direktne eksperimentalne evidence, vendar se zdi pametno vzeti, da so močne interakcije med novimi delci prav tako kot Yukawine interakcije neodvisne od naboja. To bi pomenilo, da predstavljajo čudni delci multiplete. Če je to tako, potem mora veljati zanje ista klasifikacija kot za nukleon in pion. To se pravi, težki čudni delci so v zvezi z nukleoni; nastanejo iz nukleonov in razpadejo v nukleone. Zato so na splošno mislili, da so težki delci dubleti, ki imajo izospin $\frac{1}{2}$ s središčem pri naboju plus ali minus $\frac{1}{2}$. Obratno spadajo delci K k pionu, zato so predpostavili, da predstavljajo triplet z izospinom 1 in središčem pri naboju 0 .

Leta 1952 sta eden izmed avtorjev tega članka (Gell-Mann) in japonski fizik Kazuhiko Nishijima neodvisno drug od drugega sprejela misel, da čudni delci ne sledijo omenjenemu razporedu in da so odmiki od pričakovane sheme vzrok za njihovo čudno ponašanje. Pričujoči avtor je to odkril v načinu, kako se mu je zareklo. Ko je nekega dne obravnaval težke čudne delce, je govoril o njih, kot da imajo izospin 1, nato pa se je hitro popravil, rekoč: »Mislim eno polovico, seveda.«

Čim bolj je pozneje premišljeval o svoji napaki, tembolj je pričel dvomiti, če jo je sploh napravil. Od kod vemo, da so težki delci dubleti z izospinom $\frac{1}{2}$? Zdelo se je, da so delci povezani z nukleoni — in zaradi reda in preprostosti so za gotovo sklepali, da so povezani. Toda, če so člani te družine, so tuji ali čudni člani. Morda leži njihova čudnost ravno v izospinu. Vzemimo, da težki delci niso dubleti z izospinom $\frac{1}{2}$ kot nukleon, ampak tripleti z izospinom 1 ali singleti z izospinom 0. (Delec z izospinom 0 ima samo eno možno stanje in je zato singlet.) Vzemimo, da delci K niso tripleti kot pion, ampak dubleti. (Tedaj se je tabela čudnih delcev pravkar napolnjevala. Ni bilo še n. pr. znano, ali obstoje nabiti delci K ali lambda.)

Ko se je avtor nekaj časa ukvarjal s to idejo, se mu je zazdelo, da se morda prav v njej skriva ohranitveni zakon, ki je bil potreben za razumevanje asociirane tvorbe in nenavadno dolge življenjske dobe čudnih delcev. Takoj bomo pokazali, kako je s to razlago, poprej pa še zasledujemo ideje nekoliko naprej!

Spomnimo se, da najbolj preprosto opišemo skupino delcev s tem, da povemo središče naboja in določimo, ali je dublet ali triplet. Nukleon je dublet s središčem pri $+\frac{1}{2}$, pion je triplet s središčem pri 0 in tako naprej. Sedaj vzemimo, da je med težkimi delci singlet z nabojem 0. (Glej tabelo!) Ali bi mogel biti to nevtralni lambda? Če je, tedaj je središče tega »multipleta« (singlet je multiplet z enim članom) pri 0, to je za $\frac{1}{2}$ enote naboja niže kot središče nukleonovega dubleta. Prvotno so pričakovali, da bodo imeli vsi težki delci središče svojih multipletov pri $+\frac{1}{2}$. Sedaj pa je lambda premaknjen za $-\frac{1}{2}$ enote naboja. Morda je ta premik bistvena fizikalna značilnost delca, ki je odgovorna za njegovo nenavadnost. Vzemimo, da je to tako in postavimo novo fizikalno količino, ki jo imenujemo čudnost! Da je matematično bolj prikladno, naj bo čudnost enaka dvakratnemu premiku. Tako je čudnost našega domnevnega delca lambda dvakrat $-\frac{1}{2}$, t. j. -1 . (Čudnost nukleona je seveda 0. Središče njegovega dubleta predstavlja točko, glede na katero merimo premike multipletov težkih delcev.)

Nadalje opazimo, da tvorijo pri naši klasifikaciji z multipleti antinukleoni dublet, ki je slika nukleonovega dubleta, zrcaljena glede na naboj 0. (Glej sliko!) Zato naj bi imeli drugi težki delci tudi antidelce v ustreznih multipletih. Zato postavimo v svojo tabelo še antilambda, ki ima tudi naboj 0. Njegov premik znaša $+\frac{1}{2}$ (od normalnega središča antinukleona). Zato je njegova čudnost $+1$.

Sedaj moremo poskusiti še nekaj — recimo triplet s središčem pri 0. Njegova čudnost bi bila -1 . Če tak triplet obstoji, naj bi bili to trije čudni delci, pozitiven, negativen in nevtralen, vsi s približno enako maso. Tedaj, ko smo osvojili teorijo čudnosti, takega tripleta nismo poznali. Kasneje pa so ga našli v delcih sigma (Σ^+ , Σ^0 , Σ^-). Zopet pričakujemo ustrezen multiplet antidelcev.

Še druga možnost je dublet težkih delcev, premaknjen za celo enoto naboja, od $+\frac{1}{2}$ na $-\frac{1}{2}$, t. j. s čudnostjo -2 . Ta bi predstavljal par delcev z nabojem -1 in 0. Verjamemo, da je negativni član tega para delec ksi (Ξ^-). Nevtralnega člana (Ξ^0) še niso opazili, toda splošen uspeh teorije čudnosti nam budi upanje v to, da se bo pojavil.*

Delci K bi mogli biti dubleti, tako kot nukleon in antinukleon. To bi pomenilo, da tvorita K^+ in K^0 dublet s središčem pri naboju $+\frac{1}{2}$. Ker spadajo ti delci v isto skupino kot pion, ki ima središče pri naboju 0, znaša njihov premik $+\frac{1}{2}$ in njihova čudnost $+1$. Delec K^- tvori potem dublet skupno z drugim nevtralnim K, ki je antidelec prvega K^0 . Središče tega dubleta je pri $-\frac{1}{2}$, čudnost -1 . Pion ima v skupini mezonov isto vlogo, kot jo ima nukleon v skupini težkih delcev. Zato merimo čudnost glede na središče njegovega tripleta in pravimo, da je čudnost piona 0.

OHRANITEV ČUDNOSTI

Sedaj smo pripisali čudnost vsem delcem, ki sodelujejo pri močnih interakcijah. Kakšen smisel ima to? Tegale: možno je dokazati iz principa o neodvisnosti od naboja, da se čudnost pri močnih in elektromagnetnih

* Odkritje je bilo objavljeno leta 1959. Op. ur.

interakcijah ohranja. To se pravi: pri vsaki reakciji teh dveh tipov je celokupna čudnost delcev pred reakcijo enaka celokupni čudnosti delcev po reakciji. Pokazati hočemo, da je ta ohranitveni zakon odgovoren za vedenje čudnih delcev.

Ta zakon »razloži« asociirano tvorbo. Čudni delci nastanejo pri trku med navadnimi delci. Čudnost teh je 0. Zato mora biti celokupna čudnost reakcijskih produktov tudi 0. To pomeni, da morata istočasno nastati vsaj dva delca, tako da se njuni čudnosti med seboj uničita. Poglejmo primer, ki smo ga že omenili: nastanek delca λ in nevtralnega K pri trku piona s protonom! λ ima čudnost -1 , K^0 pa $+1$; celokupna čudnost je torej 0.

Kot smo že videli, asociirana tvorba razloži, zakaj čudni delci ne razpadejo po močni interakciji. So pa tudi neobčutljivi za elektromagnetni proces, ker so njihove življenjske dobe velikostnega reda šibkih interakcij. Zakon o ohranitvi čudnosti pokaže, zakaj delci ne razpadejo niti po močni niti po elektromagnetni interakciji.

Moremo pa le površno nakazati, kako zakon o ohranitvi čudnosti to pokaže. Pokazati moremo, da je ohranitev čudnosti matematično ekvivalentna ohranitvi komponente izospina (I_z). Ta količina je v bistvu merilo za naboj: čim večji je v multipletu I_z , tem večji je naboj. (Na primer I_z nukleonovega dubleta $-\frac{1}{2}$ in $+\frac{1}{2}$ ustreza nabojema 0 in $+1$; I_z pionovega tripleta -1 , 0 in $+1$ ustreza nabojem -1 , 0 in $+1$ itd.) Elektromagnetne interakcije zavise samo od naboja. To pomeni po splošnem pravilu kvantne elektrodinamike, da se I_z (ki meri naboj) ohranja. Ohranitev I_z pa je isto kot ohranitev čudnosti. Zato izolirani delec, katerega čudnost ni enaka 0, ne more po elektromagnetnem procesu razpasti v delec s čudnostjo 0.

Končno čudni delci seveda razpadejo v navadne delce in to v času, ki je enakega velikostnega reda kot čas za šibke interakcije. Tako se zdi, da spadajo razpadi čudnih delcev v veliki razred šibkih procesov. Šibke interakcije torej ne ohranjajo čudnosti. Pred kratkim so odkrili, da pri njih odpove tudi neki drugi ohranitveni zakon in to ohranitev parnosti, ki ima opraviti z zrcaljenjem prostora. Če je med obema zakonoma ter njuno neveljavnostjo kaka globlja povezava, še ni znano. Vsekakor pa je jasno, da je narava skrila nekatere najvažnejše skrivnosti v šibke procese in da je ena glavnih nalog, ki se stavlja danes pred fizike, odkriti zakone, ki uravnavajo te procese.

IZBOR DELCEV

Ko smo pričeli iskati ohranitveni zakon, ki je odgovoren za asociirano tvorbo, smo to storili z upanjem, da nam bo ta povedal kaj več o rojstvu in smrti čudnih delcev. Nismo se motili: Res nam pove. Na primer zakon o asociirani tvorbi dovoljuje reakcije, pri katerih trčita dva nevtrona in se ustvarita dva delca λ .

Dejansko so to reakcijo smatrali za najbolj verjetno. Toda reakcije niso nikdar opazili; zakon o ohranitvi čudnosti nam pove, da je praktično tudi nikdar ne bodo. Čudnost nevtronov je 0, čudnost delcev λ pa -1 . Če tako nastane pri trku nevtronov delec λ , mora nastati še neki drug delec s čudnostjo $+1$, kot na primer nevtralni K : $n + n \rightarrow \lambda^0 + n + K^0$.

Oglejmo si še enkrat primer delcev sigma in K ! Sigma je triplet s čudnostjo -1 . Delci K tvorijo dva dubleta; dublet, ki vsebuje K^+ , ima čudnost $+1$, medtem ko ima dublet, ki vsebuje K^- , čudnost -1 . Zato je možno, da nastaneta skupaj Σ^- (čudnost -1) in K^+ (čudnost $+1$), ne pa Σ^+ in K^- , ki imata oba čudnost -1 . Prvo reakcijo so odkrili pri trku pionov s protoni ($\pi^- p \rightarrow \Sigma^- + K^+$). Zdi se, da razen ohranitve čudnosti ni nobenega drugega vzroka, da ne bi imeli tudi reakcije: $\pi^- + p \rightarrow \Sigma^+ + K^-$. Toda te reakcije niso našli in ohranitev čudnosti nam pove, zakaj ne.

Za nadaljnji primer o uspešnosti pravila o čudnosti preiščimo razpad nevtralnega sigma. Triplet sigma ima isto čudnost (-1) kot lambda. Sigma je za okrog 150 elektronskih mas težji od delca lambda. Zato bi bilo možno, tako s stališča razpoložljive energije kot iz ohranitve čudnosti, da sigma razpade v lambda. To se pravi: delcu sigma ni treba čakati na šibki proces, da konča svoje življenje. V primeru nabitega sigma pa bi moral biti med razpadnimi produkti še kak nabit delec, ki bi poskrbel za ohranitev naboja. To bi mogel biti pion ($\Sigma^+ \rightarrow \Lambda^0 + \pi^+$). Pion ima čudnost 0, tako da se čudnost ohranja. Toda masa piona znaša 270 elektronskih mas, kar je za okrog 120 več, kot je dejansko na razpolago. Nevtralnemu sigma pa ni treba razpasti še v kak nabit delec. Presežek energije morejo odnesti fotoni ($\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$). To reakcijo so v resnici opazili. Je elektromagnetni proces (ker vsebuje fotone) in je zato le malo bolj počasen kot procesi z močno interakcijo.

Tako nam da čudnost pravila za napovedi čudnih delcev in njihovih razpadov. Dejansko so bili nekateri delci napovedani, še preden so jih našli.

NEVTRALNI K

Preden zapustimo to »periodično tabelo« čudnih delcev, je na mestu še neka opomba. Opozorimo na to, da sta delca K^0 in njegov antidelec navedena kot par različnih delcev: K_1^0 in K_2^0 . Eden najbolj vidnih uspehov teorije čudnosti je bila napoved tega stanja. Sklepanje, ki je privedlo do te napovedi, je prezahtevano, da bi ga tu opisali, osvetli pa značilno mešanico v naravnih procesih. Delca K^0 in anti- K^0 nastaneta pri različnih procesih. Vsak izmed njiju more razpasti na dva načina: pri enem načinu je potrebno nekoliko več, pri drugem pa nekoliko manj časa. Kvantna teorija pove, da more po vsakem načinu razpasti le polovica delcev. Tako imamo za nastanek in za razpad dva različna procesa, ki sta med seboj pomešana.

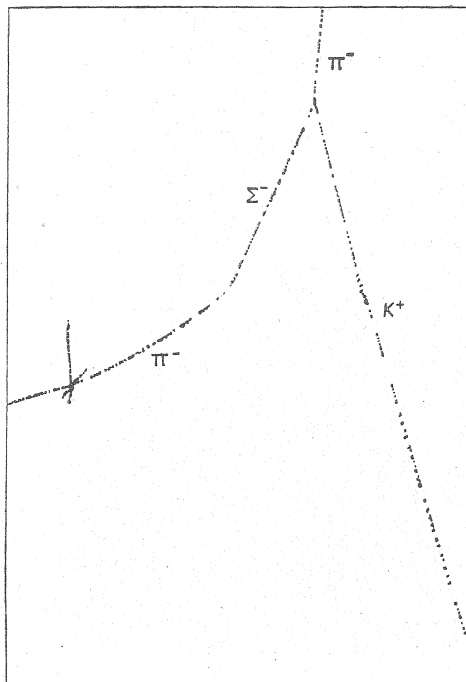
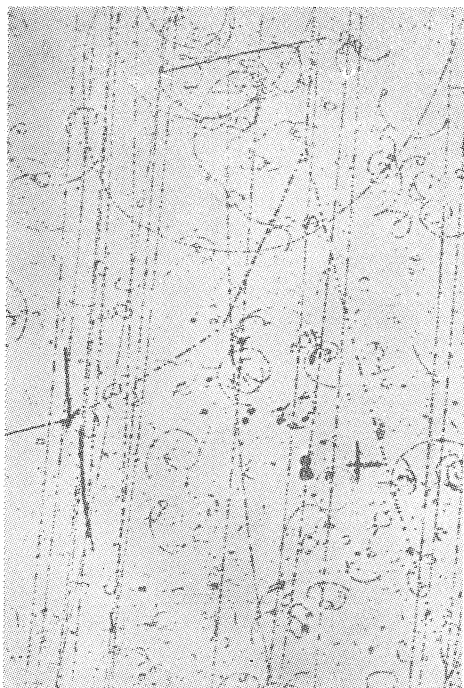
Narava razločuje nevtralne delce K po njihovem nastanku in po njihovem razpadu. Ustvarja delce K^0 in antidelce $\bar{K}^0$. Po nastanku jih polovica »postane« K_1^0 , polovica pa K_2^0 . To se vidi iz njihovega razpada.

V teoriji čudnosti imamo torej sredstvo, ki nam omogoča klasificirati čudne delce. Teorija je v skladu z osnovno idejo o štirih skupinah delcev in treh tipih reakcij. Tako imamo še vedno le težke delce (nekateri od njih so čudni), mezone (nekateri so čudni), lahke delce in foton. Sodelovanje med njimi je močno, elektromagnetno ali šibko.

Danes smo na isti stopnji razumevanja, kot je bil Mendeleejev, ki je odkril, da obstoje določene pravilnosti v lastnostih elementov. Naš cilj je priti do razumevanja, ki ga je dal Pauli s svojim izključitvenim principom, s katerim je pokazal, zakaj obstoje te pravilnosti, in ki so ga dali izumitelji kvantne mehanike, ki je omogočila natančne in podrobne napovedi o atomskih sistemih.

Radi bi poznali zakone, po katerih se delci gibljejo, da bi mogli med drugim napovedati, kako bodo pri trku med seboj sodelovali in kako se bo delec pri trku z drugim odklonil. Medtem ko pišemo ta članek, dela cela vrsta fizikov na teorijah, o katerih upajo, da bodo dale iskane zakone. Čas bo razsodil.

Na še bolj osnovni stopnji so vprašanja, na katera se zde odgovori zaenkrat mnogo težji. Ali so vsi delci, ki smo jih omenili, v resnici osnovni, ali



Tvorba delcev Σ^- in K^+ pri trku piona s protonom v kameri na mehurčke. Delec Σ^- razpade v pion in nevtron, ki pa ne pusti vidne sledi. Pion zadene jedro ogljika in ustvari »zvezdo«. Posnetek J. H. Steinbergerja in sodelavcev (Columbia University)

so nekateri izmed njih sestavljeni iz drugih? Če je to tako, kateri so osnovni in kateri sestavljeni? Zakaj je narava izbrala prav te delce za gradnike materialnega sveta? Zakaj je naboj osnovnih delcev omejen na $+1$, -1 in 0 ? Zdi se, da so te in mnoge druge podobne uganke povsem izven dosega naših sedanjih teorij. Ali bomo kdaj zvedeli odgovor? Vsak fizik stanovitno veruje v to, da bomo. Toda to bo verjetno zahtevalo nekatere popolnoma nove ideje. Mnogi teoretiki so mnenja, da je sedanje pojmovanje povsem neuporabljivo pri zelo majhnih razdaljah — pri velikostnem redu dimenzij osnovnih delcev. Dejansko pričakujejo, da postane tu današnje pojmovanje protislovno.

Zdi se, da bo trajalo še precej časa, preden bodo fiziki, ki se ukvarjajo z osnovnimi delci, kos svoji nalogi.

TEORIJA GRUP IN ELEMENTARNE FUNKCIJE

ZVONIMIR BOHTE

V najširšem smislu besede pomeni funkcija preslikavo ene množice na drugo množico, t. j. zakon, ki vsakemu elementu prve množice priredi določen element druge množice. Kadar sta obe prizadeti množici kar množici realnih števil, imamo opravka z navadno realno funkcijo ene spremenljivke. Ogledati si hočemo, kako pridemo iz splošne teorije grup oz. iz študija preslikav ene grupe na drugo v dveh posebnih primerih do elementarnih funkcij: eksponentne in trigonometričnih funkcij.

Najprej si priključimo v spomin nekaj osnovnih pojmov!

Množica G , sestavljena iz elementov $x, y, z, \dots$, tvori grupo, če eksistira neka operacija — imenovali jo bomo produkt — ki vsakemu paru elementov x in y enolično priredi neki element $z = xy$, ki je tudi iz G . Pri tem morajo biti izpolnjeni naslednji aksiomi:

1. Produkt je asociativen $(xy)z = x(yz)$.
2. V množici G eksistira tak element e (enota), da je za vsak x iz G :

$$xe = ex = x$$

3. K vsakemu elementu x iz G eksistira inverzni element x^{-1} , ki ima lastnost

$$xx^{-1} = x^{-1}x = e$$

Oglejmo si nekaj preprostih zgledov za grupe, ki jih bomo pozneje rabili.

a) Množica vseh realnih števil je grupa, če vzamemo za grupno operacijo seštevanje. Res je vsota dveh realnih števil spet realno število. Enota je število 0, k številu x inverzni element pa je $-x$. To grupo imenujemo aditivna grupa vseh realnih števil.

b) Pozitivna realna števila sama zase pa tvorijo multiplikativno grupo. Tu je operacija produkt v navadnem smislu. Enota je sedaj število 1, k številu x inverzni element pa je število $1/x$.

c) Ravno tako tvorijo multiplikativno grupo vsa kompleksna števila z absolutno vrednostjo 1. Produkt dveh takih števil ima spet absolutno vrednost 1, enota je kompleksno število 1, k x inverzni element pa je x^{-1} , ki ima tudi absolutno vrednost 1.

Nismo posebej poudarjali, da vsota in produkt zadoščata asociativnost-nemu zakonu.

Posebno zanimive so take grupe, katerih elementi so odvisni od enega ali več realnih parametrov, ki se lahko zvezno spreminjajo. Omejimo se samo na enoparametrične grupe. Elementi grupe naj bodo torej odvisni od enega realnega parametra a , ki se lahko zvezno spreminja na nekem intervalu (a, b) . Vsaki vrednosti parametra na tem intervalu naj pripada en in en sam element naše grupe G . Elemente grupe, ki pripadajo vrednostim parametra $a, \beta, \gamma, \dots$, označimo z $x(a), x(\beta), x(\gamma), \dots$. Oglejmo si produkt dveh elementov, n. pr.

$$x(a)x(\beta) = x(\gamma)$$

Parameter γ , ki karakterizira element $x(\gamma)$ — produkt elementov $x(a)$ in $x(\beta)$, je enolična funkcija argumentov a in β :

$$\gamma = \varphi(a, \beta)$$

Označimo k elementu $x(a)$ inverzni element z $x(\bar{a})$. Potem je tudi $\bar{a}$ enolična funkcija argumenta a :

$$\bar{a} = \psi(a)$$

Kadar sta φ in ψ zvezni funkciji na intervalu (a, b) , imenujemo grupo G zvezna grupa.

Grupe v naših treh zgledih so najpreprostejši primeri zveznih enoparametričnih grup. V aditivni in multiplikativni grupi realnih števil je parameter kar poljuben element grupe: $x(a) = a$. Grupni operaciji, t. j. vsota in produkt, sta seveda zvezni. V grupi kompleksnih števil z absolutno vrednostjo 1 pa ima poljuben element obliko e^{ia} . Ko preteče parameter a vse vrednosti intervala $[0, 2\pi)$, preteče e^{ia} vse elemente grupe. Produkt dveh elementov $e^{ia} e^{i\beta} = e^{i(a+\beta)}$ je karakteriziran s parametrom $\gamma = a + \beta$, ki je očitno zvezna funkcija argumentov a in β . Če vsota $a + \beta$ presega 2π , lahko vsak mnogokratnik od 2π odvržemo, saj je $e^{2\pi i} = 1$. K elementu e^{ia} inverzni element pa je $e^{i\bar{a}} = e^{-ia} = e^{i(2\pi-a)}$ in $\bar{a} = 2\pi - a$. Tudi ta funkcija ima zahtevano lastnost.

Oglejmo si končno še pojem izomorfizma. Vzemimo dve grupi: grupo G z elementi $x, y, z, \dots$ in grupo G_1 z elementi $x_1, y_1, z_1, \dots$. Naj eksistira neki zakon, ki vsakemu elementu grupe G priredi en in en sam element grupe G_1 , tako da je tudi vsak element grupe G_1 slika enega in enega samega elementa iz grupe G . Med elementi obeh grup naj torej eksistira enolična in obratno enolična korespondenca. Če elementom $x, y, \dots$ iz G pripadajo po vrsti elementi $x_1, y_1, \dots$ iz G_1 , lahko zapišemo prirejenost elementov obeh grup v obliki:

$$x_1 = f(x), y_1 = f(y), \dots$$

Znak f pomeni funkcijo, ki preslika množico G enolično in obratno enolično na množico G_1 . Ta funkcija naj ima še lastnost, da produktu dveh elementov v grupi G pripada produkt ustreznih elementov v grupi G_1 in narobe, torej

$$f(xy) = f(x)f(y)$$

Tu pomenita oba produkta grupni operaciji. Lahko je pokazati, da si potem tudi enoti in inverzni elementi vzajemno ustrezajo. Če eksistira med grupama G in G_1 preslikava z zgoraj naštetimi lastnostmi, pravimo, da sta grupi G in G_1 algebraično izomorfni, in funkcijo f imenujemo algebraični izomorfizem.

Pri definiciji izomorfizma med dvema zveznima grupama pa moramo dodati še zahtevo, da je preslikava ene grupe na drugo zvezna. Sedaj naj pomeni G zvezno enoparametrično grupo z elementi $x(a)$, G_1 pa grupo z elementi $y(a_1)$. Naj elementoma $x(a)$ in $x(\beta)$ v prvi grupi ustrezata elementa $y(a_1)$ in $y(\beta_1)$ v drugi grupi, torej

$$f[x(a)] = y(a_1), \quad f[x(\beta)] = y(\beta_1)$$

Izomorfizem f implicitno določa funkcijo, ki veže parametre ustreznih elementov v obeh grupah. Imenujmo jo g ! Potem je

$$a_1 = g(a), \quad \beta_1 = g(\beta)$$

Preslikava f je zvezna tedaj, kadar je funkcija g zvezna v navadnem smislu. Tedaj moremo najti po predpisu poljubnega števila $\varepsilon > 0$ tako število $\delta > 0$, da iz

$$|\alpha - \beta| < \delta \quad \text{sledi} \quad |\alpha_1 - \beta_1| < \varepsilon$$

To se pravi, če se parametra dveh elementov v eni grupi malo razlikujeta, se tudi parametra ustreznih elementov v drugi grupi malo razlikujeta.

Sedaj pa lahko definiramo: Dve zvezni grupi sta izomorfni, kadar eksistira med njima algebraični izomorfizem f in je pripadajoča funkcija g zvezna.

Preprost zgled za dve izomorfni grupi sta aditivna grupa vseh realnih števil in multiplikativna grupa vseh pozitivnih realnih števil. Vzemimo, da eksistira med obema grupama izomorfizem f . Ta priredi vsakemu realnemu številu x pozitivno realno število $f(x)$ tako, da vsoti $x + y$ pripada produkt $f(x)f(y)$. To zvezo nam predoča naslednja funkcionalna enačba

$$f(x + y) = f(x)f(y)$$

Iskana funkcija $f(x)$ mora biti po definiciji izomorfizma med zveznimi grupami zvezna funkcija, saj igrajo v obeh grupah vlogo parametrov elementi sami. Naj številu 1 v prvi grupi ustreza pozitivno število a v drugi grupi, torej $f(1) = a > 0$. Sedaj nam funkcionalna enačba enolično določa rešitev

$$f(x) = a^x$$

(Glej: N. Prijatelj, OMF IV., 1955/56, 8.) Tako smo dobili eksponentno funkcijo, ki nam res zvezno preslika interval $(-\infty, +\infty)$ na interval $(0, \infty)$ in pri tem ves čas velja adicijski teorem $a^{x+y} = a^x a^y$.

Do trigonometričnih funkcij pa pridemo, če poiščemo izomorfizem med multiplikativno grupo kompleksnih števil z absolutno vrednostjo 1 in aditivno grupo vseh realnih števil modulo 1. Strukturo slednje grupe moramo nekoliko pojasniti. Sestavljajo jo realna števila intervala $[0,1)$. Vsota dveh takih števil, če jo reduciramo modulo 1, t. j. če ji odvržemo celo število, spet spada v ta interval. Enota v grupi je število 0, k elementu x inverzni element pa je $1 - x$, saj je $x + (1 - x) = 1 \equiv 0 \pmod{1}$. Če si mislimo, da daljico od števila 0 do števila 1 na številski premici ukrivimo tako, da se točki 0 in 1 pokrijeta, dobimo geometrično sliko naše grupe. Obe omenjeni grupi sta zvezni enoparametrični grupi. Vzemimo spet, da eksistira med njima izomorfizem. Potem vsakemu realnemu številu med 0 in 1 pripada kompleksno število z absolutno vrednostjo 1, vsoti realnih števil pa produkt ustreznih kompleksnih števil. Iskana funkcija mora torej spet zadoščati funkcionalni enačbi

$$f(x + y) = f(x)f(y) \quad (1)$$

in pogoju

$$|f(x)| = 1 \quad (2)$$

Rešitev je spet eksponentna funkcija: $f(x) = a^x$. Tu pa vzemimo, da številu $1/4$ pripada kompleksno število i , torej $f(1/4) = i$ ali $a^{1/4} = i$. Od tod izračunamo $a = e^{2\pi i}$. Naš izomorfizem se sedaj izraža v obliki:

$$f(x) = e^{2\pi i x} = \cos 2\pi x + i \sin 2\pi x$$

Ta funkcija nam res preslika interval $[0,1)$ zvezno na enotni krog v ravnini kompleksnih števil.

Vendar lahko pridemo do trigonometričnih funkcij direktno iz enačbe (1) in pogoja (2). Po definiciji aditivne grupe vseh realnih števil modulo 1 je namreč $x + 1 \equiv x \pmod{1}$ in $f(x + 1) = f(x)$. Če vstavimo v enačbo (1) $x = y = 0$, dobimo $f(0) = 1$, saj možnost $f(0) = 0$ ne ustreza pogoju (2). Če sedaj vstavimo v (1) $x = y = 1/2$, dobimo $f(1) = f(1/2)f(1/2)$. Ker je $f(1) = f(0) = 1$, imamo od tod $f(1/2) = \pm 1$. Vzeti moramo $f(1/2) = -1$, saj nasprotni primer ne zadošča zahtevi po obratni enoličnosti, ker imamo že $f(0) = 1$. In končno vstavimo v (1) še $x = y = 1/4$ pa dobimo $f(1/2) = f(1/4)f(1/4)$ in $f(1/4) = \pm i$. Odločimo se za znak $+$, kar v bistvu pomeni, da bomo merili kote v pozitivnem smislu.

Če v enačbo (1) postavimo $y = -x$, dobimo $f(-x) = 1/f(x)$. Zaradi pogoja $|f(x)| = 1$ pa je očitno $1/f(x) = \overline{f(x)}$ in

$$f(-x) = \overline{f(x)} \quad (3)$$

Označimo sedaj realno komponento funkcije $f(x)$ s $\psi(x)$, imaginarno pa s $\varphi(x)$, torej

$$f(x) = \psi(x) + i\varphi(x)$$

Namesto x pišimo v tej enačbi $-x$. Z upoštevanjem enačbe (3) dobimo

$$f(-x) = \psi(-x) + i\varphi(-x) = \psi(x) - i\varphi(x)$$

Potem je:

$$\psi(-x) = \psi(x) \quad \text{in} \quad \varphi(-x) = -\varphi(x)$$

Od tod vidimo, da je $\psi(x)$ soda, $\varphi(x)$ pa liha funkcija. Sedaj pa poiščimo adicijska teorema za funkciji $\psi(x)$ in $\varphi(x)$.

$$f(x + y) = \psi(x + y) + i\varphi(x + y) = [\psi(x) + i\varphi(x)][\psi(y) + i\varphi(y)]$$

Če izenačimo realni in imaginarni komponenti na obeh straneh enačbe, dobimo

$$\psi(x + y) = \psi(x)\psi(y) - \varphi(x)\varphi(y)$$

$$\varphi(x + y) = \varphi(x)\psi(y) + \psi(x)\varphi(y)$$

V obeh enačbah nadomestimo y z $-y$. Potem je

$$\psi(x - y) = \psi(x)\psi(y) + \varphi(x)\varphi(y)$$

$$\varphi(x - y) = \varphi(x)\psi(y) - \psi(x)\varphi(y)$$

Če seštejemo prvi in drugi enačbi v obeh sistemih, imamo končno

$$\psi(x + y) + \psi(x - y) = 2\psi(x)\psi(y)$$

$$\varphi(x + y) + \varphi(x - y) = 2\varphi(x)\varphi(y)$$

Ti dve enačbi je obravnaval N. Prijatelj v zgoraj omenjenem članku. Rešitev se glasi:

$$\psi(x) = \cos ax, \quad \varphi(x) = \sin ax$$

Za $x = 1/4$ smo vzeli $f(1/4) = i$, torej $\psi(1/4) = \cos a/4 = 0$, $\varphi(1/4) = \sin a/4 = 1$. Od tod sledi $a = 2\pi$ in

$$f(x) = \cos 2\pi x + i \sin 2\pi x$$

Literatura:

N. Bourbaki: Topologie générale. Chapitre V. Pariz 1955.

N. Prijatelj: O adicijskih teoremih, OMF IV., 6—10.

MJERENJE SPECIFIČNE TOPLINE TIJELA U OVISNOSTI O TEMPERATURI

M. BOSANČIĆ, H. ČAČKOVIĆ, M. VARIČAK

Fizički institut Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu

Uvod

Određivanje specifične topline čvrstog stanja je od fundamentalne važnosti ne samo zbog značenja tog svojstva za upoznavanje materije nego i sa historijskog stanovišta. Poznato je da su zračenje crnog tijela i opadanje specifične topline čvrstog tijela sa padanjem temperature bili dvostruka potvrda ispravnosti kvantne teorije.

U Fizičkom institutu Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu izgrađena je aparatura za određivanje specifične topline čvrstog tijela, koja dozvoljava mjerenje u području od temperature tekućeg zraka do sobne temperature. Aparatura je u biti Nernstov kalorimetar, prilagođen mogućnostima izrade i mjerenjima za studentski praktikum instituta.

Rezultati dobiveni tom jednostavnom aparaturom vrlo se dobro podudaraju sa poznatim rezultatima.

U ovom članku dajemo kratak prikaz teorije kao i opis uređaja i pregled dobivenih rezultata.

Teorija

Toplina potrebna da se jedan gram atom nekog elementa ugrije za jedan stepen kod konstantnog volumena zove se atomna specifična toplina kod konstantnog volumena C_V i ona je povezana sa unutarnjom energijom U gram atoma relacijom

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \quad (1)$$

gdje je T apsolutna temperatura. Unutarnja energija čvrstog tijela u vezi je sa titranjem atoma oko njihovih stalnih mjesta u rešetci. Po klasičnoj teoriji svaki atom je jedan harmonični oscilator prosječne energije

$$\bar{E} = 3 k T \quad (2)$$

gdje je k Boltzmannova konstanta, pa je energija jednog gram atoma tijela sa N atoma (N je Avogadrov broj) jednaka

$$U = 3 N k T = 3 R T. \quad (3)$$

R je univerzalna plinska konstanta, čija vrijednost iznosi

$$R = 1,9867 \text{ cal/stepen.}$$

Po klasičnoj teoriji atoma specifična toplina C_V iznosi prema tome

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = 3 R, \quad (4)$$

dakle oko 6 cal/stepen za 1 gram atom tvari, što su eksperimentalno utvrdili već Dulong i Petit (1818). Dalnja mjerenja su međutim pokazala da postoje odstupanja od Dulong-Petitovog zakona. Atomne specifične topline lakih elemenata (dijamant, bor) su manje od 6 cal/stepen za 1 gram atom, a pogotovo postoje odstupanja kod niskih temperatura. Ovdje atomna specifična toplina ovisi jako o temperaturi: pada s opadanjem temperature i kod apsolutne nule teži nuli. Ove eksperimentalne činjenice, koje klasična teorija nije mogla protumačiti, objasnila je tek kvantna teorija.

Za prosječnu energiju $\bar{E}$ harmoničnog oscilatora frekvencije ν kvantna teorija daje formulu

$$\bar{E} = \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (5)$$

(h je Planckova konstanta). No i s tom formulom kod specifične topline čvrstog tijela ne dođemo do suglasja sa eksperimentima, ako računamo, kao da pojedini atomi nezavisno titraju. Treba uzeti u obzir njihovu povezanost u kristalu.

Dosta dobro podudaranje sa eksperimentalnim rezultatima dobio je Debye, koji unutarnju energiju tijela poistovjetuje s energijom elastičnih valova, što se šire u tijelu, jednake prosječne energije kao energija harmoničkog oscilatora. Frekvencije Debyeovih valova poprimaju vrijednosti od nule do neke granične frekvencije ν_g . Ova granična frekvencija ν_g definira se sada t. zv. Debyeovom karakterističnom temperaturom Θ_D :

$$h\nu_g = k\Theta_D \quad (6)$$

Ovakvim tretiranjem problema Debye dobiva funkcionalnu vezu između C_V i T , koja se na niskim temperaturama $\left(T < \frac{\Theta_D}{12}\right)$ može aproksimirati kao

$$C_V = \frac{12}{5} \pi^4 R \frac{T^3}{\Theta_D^3} \quad (7)$$

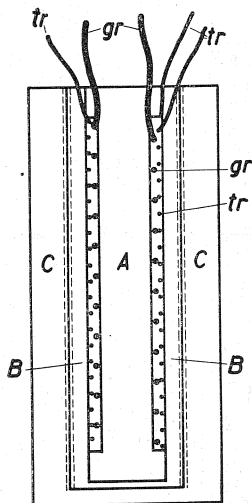
Debyeova karakteristična temperatura Θ_D za različita tijela ima različite vrijednosti. Ona je konstanta svakoga tijela.

Pored Debyeove teorije razvila se teorija, koja, nasuprot Debyeu, ne uzima za spektar frekvencija ravnih valova sve vrijednosti od nula do granične frekvencije ν_g , nego taj spektar proračunava strogo na temelju geometrijske strukture rešetke. Ovim načinom postignuta su još bolja slaganja s eksperimentalnim rezultatima, nego što to pokazuje Debyeova teorija. Ipak se i dalje u praksi najčešće upotrebljava Debyeova teorija, koja je daleko jednostavnija od teorije kristalne rešetke.

Opis uređaja i metoda mjerenja

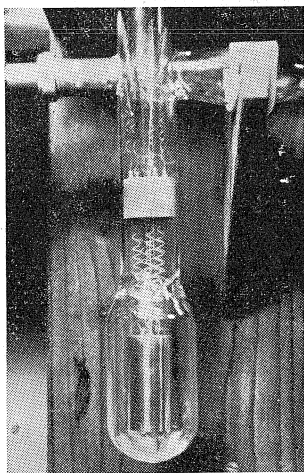
Metoda, koju smo mi upotrebljavali za mjerenje $C_V = C_V(T)$ je t. zv. direktna električna. Uzorku, mase m dovodi se toplina ΔQ električnim grijačem, pa se mjeri odgovarajući porast temperature ΔT uz pomoć otpornog termo-

metra od platinske žice. Specifična toplina uz konstantan tlak koju tako dobijemo, može se uzeti da je jednaka specifičnoj toplini uz konstantan volumen u području u kojem se mjerenja vrše (od vrelišta tekućeg zraka do sobne temperature).

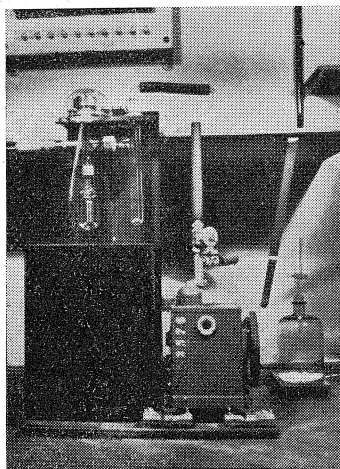


Slika 1

Uzorak (bakar, aluminij, i t. d.) odljeven je u tri dijela (sl. 1). Oko središnjeg dijela A u obliku cilindra namotane su žice grijaača i otpornog termometra međusobno izolirane pomoću nitrolaka i piceina. Kao grijač upotrebljena



Slika 2 a



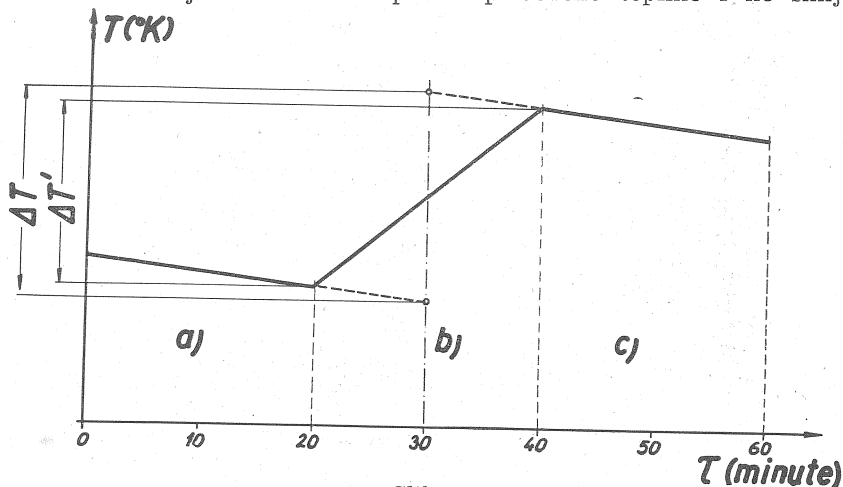
Slika 2 b

je žica manganina promjera 0,05 mm s otporom 250Ω kod sobne temperature. Otporni termometer je od čiste platinske žice promjera 0,03 mm. Otpor platinske žice je osjetljiv na promjene temperature i mijenja se od 50Ω kod vrelišta tekućeg zraka do 170Ω kod sobne temperature. Središnji dio A smješten

je u šupljem cilindru B, koji nosi sa vanjske strane narez, oko kojega je zašarafljen treći dio uzorka C, također u obliku šupljeg cilindra, koji je sa vanjske strane uglačan.

Uzorak visi na polivinilskoj niti u evakuiranoj cilindričnoj posudi od pyrex stakla, koja je sa strane priključena na sisaljku za evakuiranje (sl. 2 a i 2 b). Za kontrolu vakuuma služi Geisslerova cijev ili vakuummetar sa termokrižem.

Uzorak se najprije privede na nisku temperaturu, kod koje se želi mjeriti specifična toplina. To se vrši uronjavanjem staklene posude sa uzorkom u Dewarovu posudu sa hladnim smjesama, tekućim kisikom i t. d. u tako zvane kade niskih temperatura. Da bi uzorak što prije poprimio temperaturu kade, u staklenu posudu se pušta zrak sušen fosfornim pentoksidom. Nakon toga potrebno je staklenu posudu evakuirati, da se isključi toplinska vodljivost zraka. Sada se može pristupiti mjerenju. Naravno da to zagrijavanje mora dolaziti samo uslijed električnim putem privedene topline i ne smije biti



Slika 3

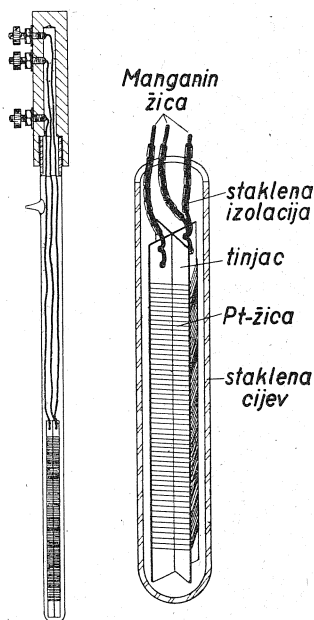
nikakve druge izmjene topline između uzorka i okoline. Kako se to u potpunosti nikada ne može idealno postići, onda se ovaj utjecaj eliminira tako, da se mjerenje razdjeli u tri faze (sl. 3) i u jednakim vremenskim razmacima očitava se temperatura. Te faze su: a) faza prije dovođenja topline ΔQ , b) glavno mjerenje kad se uzorku dovodi topline ΔQ , i c) faza nakon glavnog mjerenja. Sve ove tri faze traju jednako dugo, na pr. po 20 minuta svaka faza.

Za račun ne uzimamo razlike temperature $\Delta T'$ početne i krajnje temperature glavnog mjerenja, nego porast ΔT , koji se dobije tako, da se temperature pretpokusa i faze c) ekstrapoliraju na polovinu intervala glavnog mjerenja b).

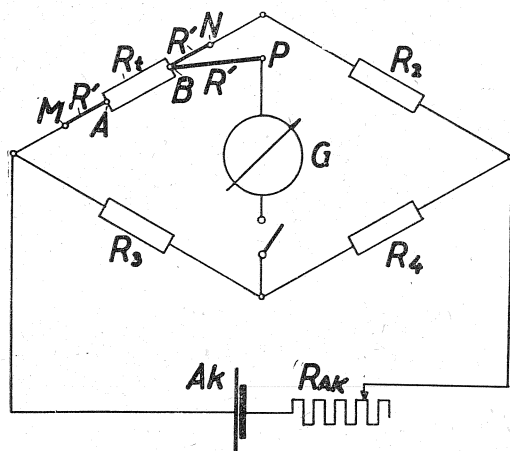
Kad je uzorak poprimio temperaturu kade kod koje se mjerenje želi vršiti i kad je sprovedena evakuacija uređaja može se pristupiti mjerenju. Napon i jakost struje grijanja koju daje akumulator (8 do 14 V) mjere se uz pomoć Rapsovog kompenzatora i to u jednakim vremenskim razmacima. U temperaturnom području, u kojem se mjerenja vrše, otpor R_t platinskog termometra može se prikazati kao

$$R_t = R_0 (1 + a t + b t^2 + c t^4). \quad (8)$$

Temperatura t izražena je u stupnjevima Celsiusovim. R_0 je otpor platinske žice kod 0°C . Konstante a , b , c , ovise o vrsti platine i moraju se odrediti za upotrijebljenu platinsku žicu. To je t. zv. baždarenje otpornog termometra pomoću fiksnih točaka temperature (vrelište kisika, točka sublimacije krutog ugljičnog dioksida, ledište i vrelište vode), kod kojih se mjere odgovarajući otpori R_t platinske žice. Kako je nemoguće direktno baždariti žicu, koja je ugrađena u uzorak, mora se napraviti posebni termometar od iste vrste žice, koji će se baždariti. Ovaj posebni termometar ima oblik prikazan na sl. 4.



Slika 4



Slika 5

Platinska žica namotana je na zupčasti križ od tinjca i sa njenih krajeva nastavljaju se odvodne žice od manganina. Sve se nalazi u zaštitnoj staklenoj cijevi ispunjenoj suhim zrakom pritiska od pola atmosfere.

Otpor R_t platinske žice mjeri se Wheatstoneovim mostom prikazanim na sl. 5. Kako se platinska žica otpora R_t ne može direktno svojim krajevima AB priključiti na granu mosta, nego se priključuje krajevima M i N odvodnih žica od manganina, koje vode od točaka A do M i B do N (sl. 5), to se u ovoj grani mosta nalazi pored otpora platinske žice (R_t) i otpor dviju odvodnih žica (R'). Da se eliminiraju otpori R' odvodnih žica, sa kraja B platinske žice vode dviju odvodne žice i to do priključnica N i P (sl. 5). Sada se otpor R_t platinske žice može odrediti ne poznavajući otpore R' odvodnih žica, ako se uzme $R_3 = R_4$. Kod ravnoteže mosta je tada

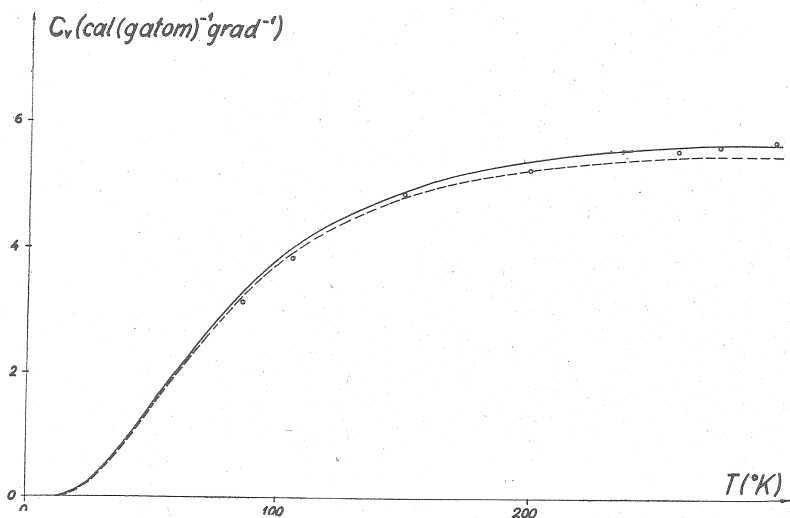
$$R_t = R_2 \quad (9)$$

R_2 mora biti precizan otpornik do stotinke Ω . Otpor R_3 odnosno otpor R_4 je reda veličine 1000Ω . Kao nul-instrument služi osjetljivi galvanoskop G, a za

napajanje mosta služi akumulator Ak od 2 volta. Platinska žica otpornog termometra ne smije se zagrijavati uslijed protjecanja struje mosta, pa je u seriju sa akumulatorom Ak stavljen predotpor R od $10\,000\ \Omega$. Struja koja teče kroz termometar ima dakle jakost od svega $0,2\text{ mA}$.

Za točno određivanje specifične topline naravno je potrebno poznavati toplinske kapacitete dodatnih djelova, pa se u tu svrhu već prilikom konstrukcije aparature moraju odrediti mase dodatnih djelova kao i njihove specifične topline.

Kod naše aparature uzorak je izrađen od bakra, pa su tako izmjerene atomne specifične topline bakra kod niskih temperatura. Na sl. 6 grafički su prikazani dobiveni rezultati (pojedinačne točke). Na istoj slici puna krivulja pokazuje rezultate, koje se navode u Landot-Börnsteinovim tabelama, a isprekidana krivulja je slika Debyeove funkcije.



Slika 6

Na kraju donosimo još nekoliko recepata za pripremanje hladnih smjesa, koje daju mogućnost mjerenja u intervalu od -10°C do -55°C :

1. 100 g leda i 30 g kristaliziranog KCl = temperatura -11°C ,
2. 100 g leda i 33 g kristaliziranog NaCl = temperatura $-15,8^{\circ}\text{C}$,
3. 100 g leda i 200 g kristaliziranog CaCl_2 = temperatura -55°C .

Literatura

Flügge S., Ed.: Handbuch der Physik, Band VII/1, Kristallphysik I., Berlin 1955.

Flügge S., Ed.: Handbuch der Physik, Band XIV, Kältephysik I., Berlin 1956.

Kittel, Ch.: Solid state physics, New York 1957.

Kohlrausch: Praktische Physik, Berlin 1941.

Landot-Börnstein: Physikalisch-chemische Tabellen, Berlin 1923—1936.

Nernst, W.: Grundlagen des neuen Wärmesatzes, Halle 1918.

Raman, C. V.: Proc. Ind. Acad. Sci.: 43 (1956) 327, 44 (1956) 99, 153, 267,

45 (1957) 1, Bangalore.

Schnippenkötter-Weyres: Physik für höhere Lehranstalten, Berlin 1934.

Supek I.: Teorijska fizika I., II., Zagreb 1952.

Wilson, A. H.: The Theory of Metals, Cambridge 1954.

TEKMOVANJE MLADIH MATEMATIKOV

V nedeljo 20. marca 1960 je Društvo matematikov in fizikov LRS priredilo že tretje leto tekmovanje najboljših dijakov matematikov. Vseh udeležencev je bilo 140 iz 23 gimnazij in strokovnih šol v Sloveniji, in sicer: II. gimn. Ljubljana 33, I. gimn. v Ljubljani 20, TSŠ v Ljubljani 19, gimn. Trbovlje 9, gimn. Kranj 7, po 5 udeležencev je bilo iz gimn. Kamnik, Ljubljana-Vič, Novo mesto, Ptuj in Jesenice, 4 iz gimn. Maribor II, po 3 iz gimn. Idrija, Maribor I, Škofja Loka in Kočevje, po 2 iz gimn. Murska Sobota, Črnomelj in Ljubljana-Šentvid ter po 1 iz gimn. Postojna, Ljubljana-Moste, Celje, Koper in Brežice. Vseh 140 udeležencev smo porazdelili po razredih. V prvem razredu je tekmovalo 40 dijakov, v drugem 31, v tretjem 39 in v četrtem 30. Od teh je bilo 112 fantov ali 80 % in 28 deklet ali 20 %.

Naloge po posameznih razredih so bile naslednje:

I. razred

1. Delavec zasluži na uro 160 din, če izvrši določeno delo v 16 urah. Če potrebuje za to delo manj kot 16 ur, mu pripada poleg 160 din na uro še 75 % tako prihranjenega plačila za delo. V kolikem času mora to delo izvršiti, da bo zaslužil vsega 200 din na uro?

2. Na reki sta dva otoka. Ladja potrebuje za pot od enega otoka do drugega 2 uri, če pluje v smeri toka, in 3 ure, če pluje proti toku. V kolikem času priplava od prvega otoka do drugega otoka kos lesa?

3. Načrtaj pravilni osmerokotnik, katerega dve stranici sta na dveh danih vzporednicah in katerega eno oglišče je dana točka na eni od teh premic!

4. Iz enega oglišča kvadrata načrtaj dve premici, ki odsekata od kvadrata dva skladna pravokotna trikotnika tako, da je vsota ploščin teh dveh trikotnikov trikrat tolikšna kot ploščina ostanka kvadrata!

II. razred

1. V dveh enakih posodah, ki držita vsaka po 30 litrov, je skupaj 30 litrov špirta. V prvo posodo dolijemo do vrha vode in z dobljeno zmesjo dolijemo do vrha drugo posodo. Potem iz druge vlijemo v prvo 12 litrov nove mešanice. Sedaj je v drugi posodi 2 litra špirta manj kot v prvi. Koliko je bilo prvotno špirta v vsaki posodi?

2. Pokaži, da je $\log_c a \cdot \log_a b \cdot \log_b c = 1$; pri tem so števila a , b , c pozitivna.

3. Krogu je očrtan enakokrak trapez in dotikališča so zaporedoma zvezana. Ploščina nastalega četverokotnika znaša $\frac{3}{8}$ ploščine trapeza. V kakšnem razmerju sta si osnovnici?

4. V trikotniku sta dani stranici a in b . Pripadajoči težiščnici se sečeta pravokotno. Izračunaj stranico c !

III. razred

1. Ne da bi rešil enačbo $ax^2 + bx + c = 0$, pokaži: Če je en koren te enačbe enak kvadratu drugega korena, je $b^3 + a^2c + ac^2 = 3abc$!

2. Votla kovinska krogla (specifična teža je $c \text{ kp/dm}^3$) ima $d \text{ dm}$ debelo steno. Kolik je njen zunanji premer, če ravno plava v vodi?

3. V tetraedru ABCD je dano: $AD = BD = a$, $CD = b$, $\angle BDC = \angle CDA = \angle ADB = 90^\circ$. Izračunaj a) razdaljo oglišča D od ploskve ABC, b) tangens kota med ploskvama ABC in DBC, c) polmer tetraedru očrtane krogle.

4. Pokaži, da iz $\cos x = \cos a \cdot \cos b$ sledi $\operatorname{tg} \frac{x+a}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{x-a}{2} = \operatorname{tg}^2 \frac{b}{2}$.

IV. razred

1. Določi točkam A (1,1), B (3,5) in C (6,6) četrto točko D (x, y) tako, da nastane enakokraki trapez! Kolika ploskev leži med trapezom in očrtanim krogom?

2. V aritmetičnem zaporedju $a_1, a_2, \dots, a_k, \dots$ velja enačba $\frac{s_m}{s_n} = \frac{m^2}{n^2}$ (s_k je vsota prvih k členov zaporedja). Dokaži, da je $\frac{a_m}{a_n} = \frac{2m-1}{2n-1}$!

3. Trikotnik ($a = 5 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $p = 10 \sqrt{3} \text{ cm}^2$) se zavrti okrog simetrale zunanjega kota pri C. Izračunaj prostornino vrtenine!

4. Trikotnik s stranicami a , b , c prerežemo s premico preko stranic b in c tako, da imata oba tako nastala lika enak obseg in enako ploščino. Kolikšna je razdalja obeh presečišč od oglišča A?

Tekmovalna komisija je pod vodstvom univ. prof. dr. Vidava podelila naslednje nagrade: Dve prvi nagradi, in sicer četrtošolcu Egonu Zakrajšku z Jesenic in prvošolcu Mihju Štalcu iz Ljubljane, osem drugih nagrad četrtošolcem Edvardu Košnjeku iz Kranja, Antonu Primožiču iz Idrije, Borutu Gogali iz Ljubljane in Janezu Lesjaku iz Kočevja, tretješolcu Andreju Čadežu in prvošolcem Marku Gogali in Milanu Švabu iz Ljubljane ter Radotu Faleskiniju iz Novega mesta. Sedem tretjih nagrad, in sicer četrtošolcu Boštjanu Rodetu iz Ljubljane, tretješolcema Jožetu Antoniču iz Ptuja in Franju Lautarju iz Kočevja ter prvošolcem Draganu Solaroviču in Darji Korče iz Ljubljane, Jani Birk iz Kamnika in Bojanu Možini iz Novega mesta. Knjižne nagrade so prejeli: Marjan Tršek, Milena Goršič, Dušan Raič, Marija Jamšek, Janez Wagner, Darinka Marun, Vilko Maček, Primož Bradač, Jane Novak, Andrej Kerin, Vinko Vodopivec, vsi iz Ljubljane, Danijel Magajne iz Idrije, Ladislav Brišar in Rudolf Miklavc, oba z Jesenic, Florijan Pohar, Viljem Košnjek in Ranko Todorovič, vsi iz Kranja, Meta Steiner iz Trbovelj, Stanko Indihar iz Kočevja in Ivan Cankar iz Škofje Loke.

Na lanskem tekmovanju ni bilo med nagrajenci nobenega prvošolca, letos pa nobenega drugošolca. Ali morda ta generacija nima bolj izrazitih matematikov?

Posebno ostra konkurenca za prva mesta je bila med četrtošolci in prvošolci, ki so kljub primerno težkim nalogam zasedli v precejšnjem številu prva mesta.

Poleg društva so prispevali za nagrade Svet za šolstvo LRS, odseka za šolstvo pri OLO Ljubljana in Kranj.

Stanko Uršič

PREDMETNIK IN UČNI NAČRTI ZA MATEMATIKO IN FIZIKO V REFORMIRANI GIMNAZIJI

Bodoča reformirana gimnazija se bo po dosedanjih predvidevanjih cepila z drugim razredom v dve smeri: družbeno-jezikovno in prirodoslovno-matematično. Po nazivih smeri je že jasno, da imata matematika in fizika v teh smereh različno vlogo. Dočim je vloga obeh predmetov v družbeno-jezikovni smeri zlasti splošno izobrazbena in kuturno-vzgojna, pride poleg tega v prirodoslovno-matematični smeri še izredno važni smoter dati absolventu znanje naših predmetov v taki meri, da bo to trdna osnova za nadaljnji študij v takih smereh, kjer imata matematika in fizika večji pomen.

Jugoslovanski prosvetni svet v Beogradu je priporočil (Ur. list FLRJ, dodatek, 26/59) predmetnik za obe smeri, ki predvideva

v razredih	za matematiko				za fiziko			
	I	II	III	IV	I	II	III	IV
za družbeno-jezikovno smer	4	3	2	2	2	2	2	—
za prirodno-matematično pa	4	4	4	5	2	3	3	3 ure.

Ob sodelovanju Zavodov za napredek šolstva in Društev matematikov in fizikov naj bi se sestavili glede na gornji predmetnik enotni programi (učni načrti) za vso Jugoslavijo. V ta namen je bila sestavljena pri Zvezi društev matematikov in fizikov FLRJ posebna študijska skupina Komisije za srednje in srednje strokovne šole iz zastopnikov vseh republik. Ta je imela nalogo, da iz prispevkov navednih zavodov in društev dne 29. in 30. januarja 1960 v Beogradu redigira enotne jugoslovanske programe za matematiko in fiziko. To nalogo je ob velikih težavah tudi opravila; uspeh bo ugotovila kritika.

Društvo matematikov in fizikov LRS je po daljšem pretresanju tega vprašanja (o njegovi problematiki beri članke v Obzorniku za matematiko in fiziko VI/4 in v Nastavi matematike i fizike VII/2—3) prišlo do prepričanja, da bi se ta naloga mogla mnogo bolje rešiti ob majhni spremembi zgoraj navedenega predmetnika. To prepričanje je ustvojila tudi vsa zgoraj omenjena študijska skupina. Tako je postalo nujno, da se taka sprememba predmetnika predlaga in sicer, da se fizika razporedi v obeh smereh v zadnjih treh razredih. Razen tega je Društvo matematikov in fizikov LRS predlagalo tudi uvedbo astronomije kot dodatka fiziki v zadnjem razredu. Sestavilo je torej ustrezne širše utemeljene predloge, obstoječe iz predmetnika in učnih načrtov za Jugoslovanski prosvetni svet, da bi jih ta upošteval pri ponovnem pretresanju predmetnika. Za prvi predlog je imelo tudi pooblastilo študijske skupine zgoraj omenjene komisije. V nadaljnjem navajamo ta dva predloga.

Prosvetni svet Jugoslavije

v Beogradu

Dne 29. in 30. januarja se je sestala v Beogradu študijska grupa Komisije za srednje in srednje strokovne šole pri Zvezi društev matematikov in fizikov FLRJ z namenom, da redigira enotne jugoslovanske programe matematike in fizike za bodočo reformirano gimnazijo. Ko je študijska grupa porazdeljevala

gradivo fizike po razredih v smislu sedanjega učnega načrta za reformirano gimnazijo (1. razred 2 uri; prirodoslovno-matematična smer: 2. razred 2 uri, 3. razred 2 uri), je naletela na ogromne težave tako v pogledu razdelitve gradiva na posamezne razrede, kakor tudi glede na koordinacijo s poukom matematike.

Komisija je soglasno prišla do prepričanja, da bi te težave v veliki meri odpadle, če bi bil pouk fizike razporejen samo v 2., 3. in 4. razredu. Društvo matematikov in fizikov LR Slovenije je na omenjenem sestanku že predložilo ustrezno spremembo dosedanjega predmetnika za reformirane gimnazije, sprejetega od Jugoslovanskega prosvetnega sveta v Beogradu [Ur. l. FLRJ (dodatek) 26/59]. S to spremembo bi se doseglo, da bi bila fizika razporejena tako v matematično-prirodoslovni smeri kot v družbeno-jezikovni smeri samo v 2., 3. in 4. razredu, in sicer:

v prirodoslovno-matematični smeri: 2. razred 3 ure, 3. razred 4 ure, 4. razred 4 ure;

v družbeno-jezikovni smeri pa: 2. razred 2 uri, 3. razred 2 uri, 4. razred 2 uri.

Ta sprememba bi se dosegla z minimalno prizadetostjo ostalih predmetov. V družbeno-jezikovni smeri bi se pri tujem jeziku ena ura prenesla iz 4. razreda v 1. razred, tako da bi dobili namesto dosedanje razdelitve ur 3, 4, 4, 5 novo razdelitev 4, 4, 4, kar po našem prepričanju pouku jezika ne bi škodilo. Saj je znano, da je večje število ur v 1. razredu celo ugodno, ker so v tej starostni dobi dijaki bolj disponirani za učenje besed in slovnic. Razen tega bi se pri tehnični vzgoji prenesla ena ura iz 4. razreda v 1. razred in bi namesto dosedanjega razporeda 1, 2, 2, 2 nastal parpored 2, 2, 2, 1, kar zopet ni neugodno, saj so dijaki v 1. razredu ravno zelo disponirani za tehnično vzgojo. V prirodoslovno-matematični smeri bi se dal doseči isti rezultat z istima predmetoma; pri tem bi pri tujem jeziku namesto dosedanjega razporeda ur 3, 3, 3, 2 nastal razpored 4, 3, 2, 2, pri tehnični vzgoji pa namesto dosedanjega razporeda 1, 1, 2, 2 nov razpored 2, 1, 2, 1.

Podrobna utemeljitev potrebe po navedeni spremembi bi bila tale:

a) Ker je potrebno v gimnaziji fiziko obravnavati bolj kvantitativno kakor v osemletni šoli, mora znati dijak tedaj, ko se začne pouk fizike, določena osnovna sredstva iz matematike. Neobhodno mu je potreben že do neke mere trden pojem funkcijske zavisnosti, osnovni pojmi o trigonometričnih funkcijah ter primerna sposobnost za prostorsko gledanje. V prvi razred pa prihajajo dijaki, ki niti v skromni meri nimajo pogojev za tak način obravnavanja fizike. Tudi v vseh ostalih razredih je mogoče zadovoljivo koordinirati pouk fizike s poukom matematike le tedaj, če se pouk fizike prične z drugim razredom. Vprašanje koordinacije fizike z ostalimi predmeti ni tako težko, ker potrebujejo ti predmeti le kvalitativno znanje fizike.

b) Fizika je eden od najtežjih predmetov v gimnaziji. Od dijaka zahteva mnogo praktičnih izkušenj, veliko sposobnost za formiranje težkih abstraktnih pojmov, potrebnih za popisovanje fizikalnih pojavov (n. pr. pospešek, polje, energija in njena pretvarjanja, valovanje, indukcija itd.) in še sposobnost za matematiziranje fizikalnih zakonov. Zato se tudi v osemletni šoli začne pretežno kvalitativni kurz fizike šele v sedmem razredu. Če hočemo torej v pouku fizike na gimnaziji doseči uspehe in preprečiti prezgodnje obremenjevanje dijaka s preveč težkimi pojmi in po drugi strani brezplodni verbalizem, je treba postaviti začetek pouka fizike v drugi razred.

c) Nujno je, da se pouk fizike začne z drugim razredom tudi zato, da ni treba pri porazdeljevanju po razredih neorgansko in za pouk škodljivo sekati posameznih disciplin fizike. Razen tega je pouk fizike nujno začeti z mehaniko, ki tvori osnovo za vsa nadaljnja poglavja, hkrati pa je na gimnazijskem nivoju eno najtežjih poglavij. Ta začetek je drugačen za prirodoslovno-matematično smer kot za družbeno-jezikovno smer. Pri prirodoslovno-matematični smeri so potrebna izčrpnjša pojasnila k nekaterim težjim odstavkom. Zato je treba takoj ločiti obe smeri in začeti pouk fizike šele v drugem razredu. Zelo težko bi bilo namreč pri razdelitvi fizike na vse štiri razrede kasneje še enkrat dopolnjevati mehaniko za prirodoslovno-matematično smer z ustreznimi fragmenti.

d) S koncentracijo fizike v zadnje tri razrede dosežemo vsaj v prirodoslovno-matematični smeri večje število ur po razredih, kar je nujno potrebno zaradi kompleksnosti fizikalnega pouka, ki je sestavljen iz razlage z eksperimenti, ponavljanja in izpraševanja, računskih vaj in praktičnih vaj. Tak način pouka je v reformirani gimnaziji nujen za obe smeri, če hočemo sploh kaj storiti za reformo fizikalnega pouka. Seveda se s tem tudi ponovno podčrtava problem učnih sredstev, ki je pri nas še zelo daleč od zadovoljive rešitve; šele rešitev tega vprašanja bo dala pogoje za iztrebljenje formalizma in verbalizma iz pouka fizike.

e) Z razporeditvijo fizike v zadnje tri razrede so tudi edino zagotovljeni pogoji za bolj sistematično obdelavo sicer samo nujnega, a še vedno dovolj obsežnega in heterogenega gradiva, ki je potrebno zaradi splošne izobrazbe, zaradi tehnizacije naše države, zaradi formiranja dialektično-materialističnega pogleda na svet in zaradi potreb nadaljnega študija. Društvo matematikov in fizikov LRS predlaga v soglasju s Komisijo, da se zaradi olajšanja pouka fizike spričo še vedno občutne obremenitve v programu razdeli vsa snov na tri kategorije: v prvi (ustrezna gesla so na priloženem osnutku programa podčrtana) bi bila snov, ki bi jo moral znati vsak dijak; v drugi kategoriji je snov, ki je potrebna za povezovanje in zaokrožanje pogledov, ki bi se zahtevala le od boljših dijakov; v tretji (ustrezna snov zaznamovana s križci) pa bi bila snov, ki bi jo smel profesor ob težjih učnih prilikah izpustiti.

Študijska grupa Komisije za srednje in srednje strokovne šole pri Zvezi društev matematikov in fizikov je ta predlog in argumentacijo usvojila ter pooblastila Društvo matematikov in fizikov LRS, da v njenem imenu predlaga spremenjeni učni načrt Zveznemu prosvetnemu svetu s prošnjo, da ga pretrese in priporoči kot enotni zvezni učni načrt.

Društvo matematikov in fizikov LRS s tem to pooblastilo izvršuje,

Zaradi boljšega pregleda zgoraj navedenega predloga prilagamo:

1. predlog spremenjenega učnega načrta za gimnazije za obe smeri,
2. predlog programa fizike za obe smeri s predloženo razdelitvijo gradiva na tri kategorije ter s seznamom praktičnih vaj.

Društvo matematikov in fizikov LRS

Prosvetni svet Jugoslavije

v Beogradu

Z obžalovanjem ugotavljamo, da v predmetniku za reformirano gimnazijo ni priznan astronomiji njen vzgojni pomen in da astronomija ne nastopa v njem kot obvezni predmet.

Smatramo, da ima astronomija za formiranje dialektično materialističnega pogleda na svet vsaj tolik pomen kot razvojni nauk v biologiji. Sodobna astronomija uči, kako so nebesna telesa in njih organizacije v trajnem spreminjanju in razvijanju, kako se celo v milijardah let spreminja tudi relativna obilnost kemijskih elementov. Astronomija kaže načine in poti, kako se morejo rezultati in zakoni zemeljske fizike uporabljati v proučevanju vseмирja, kako torej veljajo v pogojih, ki so zelo različni od onih, ki jih moremo ostvariti v laboratorijih. Sestav materije in njeni zakoni so v vsemirju enotni.

Proučevanje Sonca odkriva zelo tesne vsakovrstne zveze med pojavi na Soncu in na zemlji. Hkrati pa celo mnogo šolanih ljudi verjame zaradi neznanja v vzročno zvezo med sončnimi pegami in političnimi dogodki na Zemlji, veruje v vpliv peg na telesno in psihično stanje ljudi. Poskusi z raketami in umetnimi sateliti potrjujejo zakone nebesne mehanike, ki je s tem postala eksperimentalna veda. S kozmičnimi raketami je prišla astronomija na prve strani svetovnega tiska, v katerem se omenjajo na primer perigej in apogej, paralaksa in vozli, druga in tretja kozmična histrost in perturbacije, azimut, rektascenzija in deklinacija, mikrometeoriti in kozmično sevanje, svetovni in moskovski čas, kraterji in »morja« na Luni, itd. O teh pojmihi bi moral imeti vsak šolani človek jasne predstave, da bi jih lahko razložil tudi drugim.

Tisk skoraj vsak dan ugiba o poletu v vsemirje in o možnosti življenja na drugih nebesnih telesih, ki pa so prav pogosto nepravilna in neznanstvena.

V bližnji prihodnosti bo v tisku še več novic in člankov o astronomskih vprašanjih in mi vsi vemo, kako mladina rada bere ravno te novice.

Treba je zahtevati od dijaka stvarnega znanja iz astronomije, natančne definicije in jasne pojme, pa tudi osnovne kvantitativne zveze. Treba je uvesti v gimnazijo astronomijo kot obvezen predmet.

Na osnovi pregledovanja predmetnika mislimo, da bi dobili za astronomijo v prirodoslovno-matematični smeri *dve* uri na teden tako, da bi se opisna geometrija omejila na 2. in 3. razred in da bi se 2 uri v 4. razredu dali astronomiji. Na ta način bi bila prirodoslovno-matematična izobrazba zaokrožena in izpopolnjena.

Prav tako važno bi bilo, da se astronomija uvede v družbeno-jezikovni smeri gimnazije, toda v zmanjšanem obsegu, zadnje leto s po eno uro na teden. Na vsak način se bo težko našla ta ura; toda mislimo, da bi bili z uvedbo astronomije delno zmanjšani učni programi iz zemljepisja, fizike in filozofije, ki bi lahko odstopili potrebno tedensko uro za astronomijo. Morda bi se ta ura najlaže dobila od filozofije, ki bi imela v zadnjem razredu po dve uri na teden namesto predvidnih treh ur.

Prosimo Prosvetni svet Jugoslavije, da pretrese ta predlog in na neki način vključi v predmetnik tudi astronomijo.

Prilagamo preliminarne teze za učni načrt iz astronomije.

Društvo matematikov in fizikov LRS

PRED »NOVO« MATURO

Kar 1600 četrtošolcev z vseh 26 gimnazij LR Slovenije stoji danes pred težkim vprašanjem, kakšna bo »nova« matura, ki je časovno in vsebinsko iznenadila tako dijake kot njihove učitelje. Primerjava med »staro« in »novo« maturo bo sicer mogoča šele takrat, ko bo prva bitka za nami, vendar je mogoče že danes vsaj formalno vzporediti staro zamisel z novo.

Na prvi pogled se zdi, da je bila matura po starem načrtu težja. Kandidat je moral pisati kar tri naloge in še ustno dokazovati svojo zrelost kar iz petih predmetov. Maturitetna snov je bila tako obilna in raznovrstna, da se je na pomlad kazalec živčne napetosti pri mnogih dijakih nezadržano pomikal od ravnotežne lege in je v začetku junija kazal že nezaželeno in nevarno amplitudo. Priznati moramo, da je novi načrt odvrnil mnogo nepotrebne navlake in odvišnih drobnarij, vendar bi bilo napačno misliti, da utegne biti »nova« matura znatno lažja. Teža se je s petih oporišč preselila na dve, pa bo zato tu pritisk nujno večji. Že pismena naloga, v kateri naj se zrcali kulturno-znanstvena in družbeno-politična razgledanost kandidata, najbrž ne bo — lahka. Pri polurnem zagovoru domače naloge pa bo kandidat mogel in moral dokazati, da je nalogo res sam napravil in da njeno vsebino dobro obvlada.

Vsekakor moramo upoštevati, da smo zastavili plug v ledino in precej pozno, pa bo zato na uspehe in neuspehe letošnjih maturantov vplivalo več kvarnih faktorjev, zlasti časovna stiska in nesolidna priprava. Tudi izpitni kriteriji bodo najbrž precej različni. Že primerjava domačih nalog iz matematike in fizike, ki so si jih izbrali letošnji maturanti vseh 26 gimnazij, nam nazorno kaže, da bodo razlike občutne. Ponekod so se omejili zgolj na predpisano šolsko snov, medtem ko so se drugod lotili visokošolskih tem! Zdi se pa, da so pri izbiri nalog in ustrezne literature marsikje priskočili učitelji na pomoč svojim učencem, kar je edino prav. Statistika nam kaže, da si je precej kandidatov izbralo za domačo nalogo teme iz fizike, manj iz matematike. Poglejmo si le nekaj števil! Ljubljana — I. gimnazija: 213 maturantov (70 nalog iz matematike in fizike), Kamnik: 30 (14!), Kranj: 69 (14), Idrija: 23 (4), Jesenice: 44 (6!), Slična: 16 (6), Postojna: 68 (8), Celje: 150 (29), Koper: 22 (5), itd.

Učitelji matematike in fizike OLO Ljubljana so problematiko »nove« mature kritično premotrili na svojem sestanku 25. II. 1960. Poudarili so več njenih pozitivnih strani, hkrati pa izrazili tudi več tehničnih pomislekov, kot n. pr.: da bodo imeli letošnji maturanti premalo časa za solidno izdelavo domače naloge, da ne bodo imeli na razpolago dovolj ustrezne literature (kaj šele izvenljubljski dijaki!), da utegnejo biti nekatere domače naloge vsebinsko preplitve, medtem ko bodo spet druge presegale ustrezni okvir in težavnostno stopnjo. (Ali smemo upati, da bodo take naloge sad lastnega dela?) Zato je bilo sklenjeno oziroma priporočeno: 1. da naj domače naloge zajamejo samo poglobljeno šolsko snov, 2. da naj ne presegajo 10—12 strani, 3. da naj bodo res plod lastnega dela, o čemer se bo izpraševalec kaj hitro in lahko prepričal, 4. da naj ne obravnavajo tehničnih tem brez fizikalnega uvoda in utemeljitve in 5. da naj bodo napisane v res lepi slovenščini.

Slišali smo, da si je zelo mnogo dijakov izbralo za svojo domačo nalogo tudi teme iz kemije, biologije in zemljepisa, tako da se bo tehcnica močno nagnila na stran realnih predmetov. Odtod pa ne smemo sklepati, da so naloge iz realnih predmetov lažje od nalog iz humanističnih, temveč da je današnja mladina usmerjena zelo realistično in življenjsko.

»Nova« matura je pred nami. Morda nas bo presenetila, morda tudi razočarala. Vsekakor pa bo preizkusni kamen nele za dijaka in učitelja, temveč tudi za — reformo samo.

Francè Sušteršič

ODGOVORI

ODGOVOR NA VPRAŠANJE ŠT. 3 (VI, ŠT. 4)

Naloga se glasi: Poišči vse enolične in zvezne rešitve funkcionalne enačbe

$$f(2x) = 2f^2(x) - 1 \quad (1)$$

ki so za $x = 0$ odvedljive.

Če poznamo vrednosti funkcije $f(x)$ na še tako ozkem intervalu okrog izhodišča, lahko izračunamo iz funkcionalne enačbe vrednosti funkcije za vsak x .

Najprej vstavimo v enačbo (1) $x = 0$. Za $f(0)$ dobimo kvadratno enačbo $2f^2(0) - f(0) - 1 = 0$, ki ima rešitvi $f(0) = -\frac{1}{2}$ in $f(0) = 1$. Oba primera bomo obravnavali ločeno.

1. $f(0) = -\frac{1}{2}$.

Ker je funkcija $f(x)$ zvezna, ima v bližini izhodišča vrednosti približno enake $-\frac{1}{2}$. Iz funkcionalne enačbe se vidi, da so v tem primeru vse vrednosti funkcije med -1 in $+1$. Ker je $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$, lahko najdemo tako funkcijo $u(x)$, da velja $f(x) = \cos[120^\circ + u(x)]$, kjer je tudi $u(x)$ zvezna in odvedljiva funkcija, pri $x = 0$ pa je $u(0) = 0$. Vstavimo torej to v enačbo (1)!

$$\cos[120^\circ + u(2x)] = 2\cos^2[120^\circ + u(x)] - 1 = \cos[240^\circ + 2u(x)]$$

Pri majhnem x sta vrednosti $u(2x)$ in $u(x)$ tudi majhni in razlika ne more biti 120° . Zato je pač

$$120^\circ + u(2x) = 360^\circ - [240^\circ + 2u(x)]$$

$$u(2x) = -2u(x)$$

Od tod lahko izračunamo $u(x/2) = -\frac{1}{2}u(x)$, itd., splošno $u(x/2^n) = (-1)^n u(x)/2^n$. Ker je $u(x)$ za $x = 0$ odvedljiva funkcija, mora eksistirati limita kvocienta $[u(h) - u(0)]/h$ za $h \rightarrow 0$. Če vzamemo $h = x/2^n$, se kvocient glasi

$$\frac{u(x/2^n) - u(0)}{x/2^n} = (-1)^n \frac{u(x)}{x}$$

Če gre $n \rightarrow \infty$, lahko ta limita eksistira le, če je $u(x) \equiv 0$. Tedaj pa je tudi $f(x) = \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$.

V primeru $f(0) = -\frac{1}{2}$ je torej edina rešitev $f(x) \equiv -\frac{1}{2}$.

2. $f(0) = 1$

V tem primeru pa odvedljivost v izhodišču sama ne zadošča za enolično rešljivost funkcionalne enačbe. Dokazati se da, da iz zveznosti pri $x = 0$ sledi tudi odvedljivost in da je odvod v izhodišču enak nič. Rešitev je v tem primeru nešteto. Prof. Vidav me je opozoril, da je enačba (1) enolično rešljiva, če privzamemo še dodatni pogoj, ki se glasi: Za funkcijo $f(x)$ naj eksistira pri $x = 0$ posplošeni drugi odvod oz. limita kvocienta

$$\frac{f(2h) - 2f(h) + f(0)}{h^2} \quad (2)$$

ko gre h proti nič.

Najprej vzemimo, da v neki točki x zavzame funkcija $f(x)$ vrednost večjo od 1. Vrednost funkcije pri $x/2$ lahko izračunamo iz enačbe (1):

$$f(x/2) = \sqrt[2]{\frac{1+f(x)}{2}} \quad (3)$$

Če je $f(x) > 1$, moramo pri korenu vzeti znak $+$, saj v nasprotnem primeru $f(x/4)$ ni realno število. Iz enačbe (3) sledi, da so torej vrednosti funkcije $f(x)$ pri $x/2, x/4, \dots, x/2^n, \dots$ vse večje od 1. Če izberemo število a tako, da je $f(x) = chax$ pri izbranem x , potem se lahko prepričamo, da se funkciji $f(x)$ in $chax$ ujemata tudi v vseh točkah zgornjega zaporedja, torej $f(x/2^n) = ch(ax/2^n)$ za vsak n . Ker eksistira limita (2), na kakršenkoli način naj že gre $h \rightarrow 0$, lahko izračunamo to limito, če gre h proti nič po točkah $h = x/2^n$ in $n \rightarrow \infty$. Tako dobimo

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(x/2^{n-1}) - 2f(x/2^n) + 1}{x^2/2^{2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n}}{x^2} \left(ch \frac{ax}{2^{n-1}} - 2ch \frac{ax}{2^n} + 1 \right) = a^2$$

Če ima $f(x)$ v neki točki vrednost večjo od 1, je limita (2) pozitivna.

Sedaj pa vzemimo, da zavzame funkcija $f(x)$ v neki točki x vrednost, manjšo od 1. Potem je tudi $f(x/2) < 1$, le da ne vemo, kakšen znak naj vzamemo pri korenu v (3). Zato se omejimo na bližino točke $x = 0$. Ker je $f(x)$ pri $x = 0$ zvezna in $f(0) = 1$, je njena vrednost v bližini izhodišča tudi približno enaka 1; zato moramo pri korenu v (3) vzeti znak $+$. Sedaj pa lahko določimo a tako, da je $f(x) = \cos ax$. Potem se $f(x)$ in $\cos ax$ ujemata tudi v vseh točkah zaporedja $x/2, \dots, x/2^n, \dots$, torej $f(x/2^n) = \cos(ax/2^n)$. Podobno kot prej lahko izračunamo limito (2), če vzamemo $h = x/2^n$.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h) - 2f(h) + 1}{h^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n}}{x^2} \left(\cos \frac{ax}{2^{n-1}} - 2 \cos \frac{ax}{2^n} + 1 \right) = -a^2$$

Limita je v tem primeru negativna.

Ostane nam še zadnja možnost, da zavzame funkcija $f(x)$ v bližini $x = 0$ vrednost 1. Potem je $f(x) = 1$ tudi pri $x/2, \dots, x/2^n, \dots$, saj moramo zaradi zveznosti spet vzeti v (3) znak $+$. Sedaj pa je očitno limita (2) enaka 0.

Do rešitev enačbe (1) pridemo sedaj z naslednjim sklepanjem. Omejimo se na zadostno bližino izhodišča. Če je pri nekem x v bližini $x = 0$, $f(x) > 1$, je tudi pri vsakem manjšem x $f(x) > 1$, ker je limita (2) pozitivna. Funkciji $f(x)$ in $chax$ se ujemata pri vsakem dovolj majhnem x , ker je limita (2) vedno a^2 . Če pa je $f(x) < 1$, je $f(x) < 1$ tudi pri vseh manjših x in funkciji $f(x)$ in $\cos ax$ se ujemata pri vseh dovolj majhnih x , ker je limita vedno $-a^2$. Če pa je $f(x)$ v bližini $x = 0$ enaka 1, je to pri vseh manjših x tudi. Če v vseh treh primerih funkcijo $f(x)$ razširimo v skladu z enačbo (1) na ves interval $(-\infty, +\infty)$, dobimo rešitvi $chax$ in $\cos ax$, kjer je a poljubno realno število. Za $a = 0$ dobimo iz obeh primerov $f(x) \equiv 1$.

Z novim pogojem ima enačba (1) samo naslednje rešitve: $chax$, $\cos ax$ in $-\frac{1}{2}$.

Z. Bohte

Iščemo fizike!

Sprejememo več fizikov za delo v razvojnih laboratorijih in proizvodnji v redno ali honorarno zaposlitev, s polnim ali s skrajšanim delovnim časom. V poštev pridejo tudi študentje zadnjih letnikov in absolventi. Plača po dogovoru.

Delovna področja: Proizvodnja GM števcov, razvoj polvodnikov, razvoj magnetnih materialov, električne in fizikalne meritve na radijskih sestavnih delih, razvoj visokofrekvenčne keramike itd.

Zaradi dogovora se čimprej zglasite v Razvojnem sektorju Industrije za elektroizveze, Ljubljana, Vegova 2, tel. 22-675!

INDUSTRIJA ZA ELEKTROIZVEZE LJUBLJANA

KONGRES MATEMATIKOV IN FIZIKOV

Kakor smo že poročali, bo letos od 19. do 24. septembra v Beogradu kongres matematikov in fizikov FLIRJ.

Opozarjamo posebej tovariše na šolah, ki so na občinskih proračunih, in kateri imajo zanimanje za kongres, da si oskrbijo sredstva za udeležbo na tej važni prireditvi, ki bo sredi reformnih prizadevanj naše šole in ki bo imela velik pomen tudi za matematični in fizikalni pouk v šolah.

UREDNIŠTVO JE PREJELO V ZAMENO

Bulletin scientifique, Zagreb 1960, T. 5, No. 2.

Bulletin de la Société mathématique de France, Paris 1959, T. 87, No. 1, 2, 3, 4.

Elektrotehniški vestnik, Ljubljana 1959, št. 9—10.

Gospodarski vestnik, Ljubljana 1960, št. 16—33.

Philip's Technische Rundschau, Eindhoven 1959/60, No. 4, 5, 6.

Physics Today, New York 1959, Vol. 7, 8, 9, 10, 11, 12.

Proteus, Ljubljana 1959/60, št. 6, 7.

Publikacije elektrotehniškega fakulteta, Beograd 1959, No. 28, 29—32, 33, 34.

Sodobna pedagogika, Ljubljana XI, št. 1—2.

Ukrajinski matematičeskij žurnal, Kijev 1959, T. XI., No. 4.

Uspehi matematičeskikh nauk, Moskva 1960, T. XV., Vyp. 1.

Varilna tehnika. Ljubljana 1960. IX. št. 1.

Zveza Društev matematikov in fizikov FLRJ izdaja časopis:

Nastava matematike i fizike

Naročnina je za člane vseh republiških društev matematikov in fizikov 300 din, za ostale naročnike, šole in biblioteke 400 din. Naročila in naročnino pošiljajte na žiro-račun Nastave 101-701-5-1262 z oznako »za Nastavu«.

Društvo matematikov in fizikov NRS izdaja

Vesnik Društva matematičara i fizičara NRS

Letno izide v dveh dvojnih številkah, letna naročnina je 400 din. Naročnino pošiljajte na ček, račun 101-707-3-119 Društvu matematičara i fizičara NRS pod oznako »Za Vesnik«. Dopise pošiljajte na naslov društva Beograd pošt. fah 791.

Društvo matematikov in fizikov NRH izdaja za vso državo

MATEMATIČKO FIZIČKI LIST

za učence srednjih šol. Letnik ima 4 številke, med počitnicami ne izhaja. Letna naročnina je 240 din, posamezna številka 60 din.

Profesorji srednjih šol, priporočajte list dijakom! Naročila in naročnino pošiljajte na naslov:

Matematičko-fizički list, Zagreb, Ilica 16/III, p. p. 165 ali na čekovni račun št. 400-73-5-1884.

Društvo matematikov in fizikov LR Hrvatske izdaja časopis

Glasnik matematičko-fizički i astronomski

Naročnina za leto 1958 znaša 480 din. Časopis naročite pri administraciji Glasnika: Hrvatsko prirodoslovno društvo, Zagreb, Ilica št. 16-III. Čekovni račun 400-73-3-1077 za Društvo matematičara i fizičara NRH.

Obzornik za matematiko in fiziko izhaja vsak tretji mesec. Izdaja ga Društvo matematikov in fizikov LRS. Urejujejo ga: R. Blinc, P. Gosar, F. Križanič, A. Kuhelj, I. Kuščer, A. Moljk, N. Prijatelj, I. Vidav. Odgovorni in tehnični urednik: F. Kvaternik. Upravo vodi F. Kvaternik. — Tiska tiskarna ČZP »Ljudska pravica« v Ljubljani. — Naročnina je 250 din, za podjetja in ustanove, ki plačajo po računu, in za naročnike, ki plačajo po terjatvi, pa 280 din. Posamezna številka 100 din. Naročnino nakažite na čekovni račun $\frac{600 - 70}{3} - 207$.

Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov: