



OBZORNIK

ZA MATEMATIKO

IN FIZIKO

LJUBLJANA
1956-57
V. št. 2

Članki

Stran

Osnovni pojmi teorije mrež (France Križanič)	49
O enakosti poliedrov (Niko Prijatelj)	58
Kozmični žarki (Mara Švikaršič)	63

Novice

Eksperimentalno odkritje nevtrina (Bibijana Čujec)	67
Ali je z električnim tokom v plinih mogoče sprožiti termonuklearne reakcije? (Janez Strnad)	71
Ukročene atomske bombe (Rudolf Kladnik)	74
Naparjevalna in ionska črpalka (Franc Lah)	76
Jedrsko magnetno hlajenje (Janez Strnad)	77

Šola

Nekaj uvoženih nalog za našo srednjo šolo (Zbrala Milan Ziegler in Niko Prijatelj)	80
O pouku matematike (Ludvik Gabrovšek)	81
Iz šolske prakse pri pouku matematike (Jože Žabkar)	85

Domače vesti

X. plenum Zveze društev matematikov in fizikov FLRJ (Jože Povšič)	88
Občni zbor društva matematikov in fizikov (Vili Rupnik)	89

Odgovori	90
--------------------	----

Vprašanja	95
---------------------	----

Utrinki	96
-------------------	----

Društvo matematikov in fizikov LRS je razposlalo brezplačno vsem svojim članom brošuro »Josip Stefan«, ki jo je napisal dr. Lavo Čermelj.

Kdor brošure ni prejel, pa se smatra za člana Društva, naj takoj javi, da mu jo pošljemo. Prav tako naj člani javijo spremembo naslova, ako so se preselili.

OSNOVNI POJMI TEORIJE MREŽ

FRANCE KRIŽANIČ

Teorija mrež je mlad poganjek na veji sodobne matematike. Njene korenine sicer segajo v devetnajsto stoletje (Boole: Matematična analiza logike, 1847; Schröder: Algebra logike, 1890), vendar pa se je začela razvijati v to, kar predstavlja danes, šele v začetku tridesetih let našega stoletja v delih Birkhoffa, Neumanna, Stona in Kantoroviča. Nekaj idej sodobne teorije mrež pa najdemo že v dveh Dedekindovih razpravah, ki pa sta ostali predolgo neopaženi, da bi mogli vplivati na razvoj. Prvi knjigi o teoriji mrež sta izšli tik pred drugo svetovno vojno (Glivenko, Birkhoff).

Teorija mrež je zelo plodna veja sodobne algebre. S svojo uporabo sega v najrazličnejša poglavja matematike: v algebro, v projektivno geometrijo, teorijo množic, v funkcionalno analizo, v logiko in v teorijo verjetnosti. Pa tudi izven matematike se že uveljavlja, uporabljajo jo v teoriji relejno-kontaktne shem.

Teorija mrež je v marsičem podobna svoji starejši sestri teoriji grup. Obe se morata zahvaliti za svojo široko uporabnost abstraktnosti, s katero sta definirana oba osnovna pojma, grupa in mreža. Obema so izhodišče nazorne razmere, ki vladajo v svetu števil, z abstrakcijo pa zajameta v skupen pojem najrazličnejše matematične strukture.

Do pojma mreže bomo prodrli preko enostavnejšega pojma delno urejene množice. Med elementi dane množice morejo biti določeni odnosi: relacije. Tako lahko med dvema naravnima številoma odločimo, katero je večje in katero manjše. Druga relacija v isti množici je deljivost. Relacija deljivosti ni definirana za vsak par naravnih števil. Pri paru 4,2 je 4 deljivo z 2, pri paru 2,3 pa o deljivosti ne moremo govoriti.

Vsaki množici elementov M priredimo množico vseh njenih podmnožic, to imenujemo partitivno množico množice M in označimo z $P(M)$. Element partitivne množice je tudi množica M sama, pa še prazna množica 0 , to je množica, ki ne vsebuje nobenega elementa.

Tudi med elementi partitivne množice $P(M)$ definiramo neko relacijo. Naj bosta A in B dva elementa iz $P(M)$, to se pravi, dve podmnožici množice M . More se pripetiti, da leži ena množica v drugi, lahko imata le nekaj skupnih elementov ali pa sploh nobenega. Če leži podmnožica A v podmnožici B , zapišemo $A \subset B$ ali pa $B \supset A$ (B vsebuje A). V zadnjih dveh primerih pa relacija $\subset$ ni definirana.

Vse tri navedene primere (množico naravnih števil, urejeno po deljivosti, partitivno množico, geometrijo) moremo spraviti pod eno streho, če jih združimo v pojem delno urejene množice:

Delno urejena množica je množica elementov M , v kateri je definirana relacija urejenosti, ki jo bomo označili z znakom $\leq$. Ta relacija ima naslednje tri lastnosti:

1. je refleksivna: $a \leq a$ je izpolnjeno za vsak a iz M .
2. je tranzitivna: iz $a \leq b$ in $b \leq c$, sledi $a \leq c$.
3. je antisimetrična: iz $a \leq b$ in $b \leq a$, sledi $a = b$.

Definicija ne zahteva, da bi bila relacija urejenosti definirana za vsak par elementov.

V partitivni množici $P(M)$ moremo dvema elementoma vselej najti njuno natančno zgornjo in njuno natančno spodnjo mejo. Natančna zgornja meja dveh podmnožic A in B je podmnožica, ki družijo vse elemente, ki nastopajo vsaj v eni množici A ali B . To podmnožico imenujemo vsoto podmnožic A in B in jo označimo z $A \cup B$. Natančna spodnja meja dveh podmnožic je podmnožica vseh elementov, ki so v obeh podmnožicah hkrati. Imenujemo jo presek podmnožic A in B in označimo z znakom $A \cap B$.

Po analogiji s partitivno množico bomo v poljubni delno urejeni množici imenovali natančno zgornjo mejo elementov x in y njuno vsoto in označili z znakom $x \cup y$, natančno spodnjo mejo teh dveh elementov pa bomo imenovali njun presek in označili z $x \cap y$.

V poljubni delno urejeni množici nista vsota in presek definirana za vsak par elementov. Na sl. 1 je n. pr. presek elementov c in e element b , ali $c \cap e = b$, vsota teh dveh elementov pa ni definirana.

Mreža je delno urejena množica, v kateri sta vsota in presek za vsak par elementov enolično definirana.

Delno urejena množica na sl. 1 torej ni mreža, pač pa so mreže vse ostale delno urejene množice, ki smo jih doslej obravnavali. V mreži naravnih števil, urejenih po deljivosti, je $a \cup b$ najmanjši skupni večkratnik števil a in b , $a \cap b$ pa je njun največji skupni delitelj.

Nov primer mreže pa nam nudi projektivna geometrija. Elementi te mreže so linearni tvorci: prazna množica, točke, premice, ravnine in ves prostor. Presek dveh elementov je presek v navadnem pomenu besede: Presek dveh točk je prazna množica, presek dveh premic je točka, dveh ravnin premica. Vsota dveh linearnih tvorov pa je najmanjši linearni tvor, ki vsebuje oba tvora; tako je vsota dveh točk njuna spojnica, vsota točke in premice je ravnina, vsota dveh premic je ravnina ali pa prostor, če sta mimobežnici.

Iz definicije vsote in preseka sledijo njune lastnosti:

- | | | |
|-----------------------------|---|---|
| I. <i>idempotenca</i> : | $x \cup x = x$ | $x \cap x = x$ |
| II. <i>komutativnost</i> : | $x \cup y = y \cup x$ | $x \cap y = y \cap x$ |
| III. <i>asociativnost</i> : | $(x \cup y) \cup z = x \cup (y \cup z)$ | $(x \cap y) \cap z = x \cap (y \cap z)$ |
| IV. <i>absorpcija</i> : | $x \cap (x \cup y) = x$ | $x \cup (x \cap y) = x$ |

Lastnosti I. in II. sta evidentni. Da se prepričamo o lastnosti III., pa razmišljajmo takole: Element $w = (x \cup y) \cup z$ je natančna zgornja meja elementov x , y in z . Res je $x \leq w$, $y \leq w$, $z \leq w$. Pa naj bo v neki nadaljnji element z lastnostjo $x \leq v$, $y \leq v$, $z \leq v$. Tedaj mora biti $(x \cup y) \leq v$ in $z \leq v$, torej tudi $w \leq v$. Podobno bi se prepričali, da je tudi $v = x \cup (y \cup z)$ natančna zgornja meja elementov x , y in z . Torej je tudi $v \leq w$ in končno $v = w$. Drugi del preverimo analogno.

Element $x \cap (x \cup y)$ je natančna spodnja meja elementov x in $x \cup y$. Ker pa je $x \leq x \cup y$, sledi $x \cap (x \cup y) = x$ in analogno drugi del lastnosti IV.

Sedaj pa moremo mrežo definirati tudi čisto algebrajsko:

Mreža je množica elementov, v kateri sta za vsak par elementov x in y definirani operaciji $x \cup y$ in $x \cap y$ z lastnostmi I.—IV.

Prepričajmo se sedaj, da sta obe definiciji mreže ekvivalentni. V mreži, ki je podana z aksiomi I.—IV., uvedimo relacijo urejenosti z naslednjo definicijo: $x \leq y$ naj pomeni $x \cup y = y$ (relacija urejenosti je torej definirana le za tiste pare, ki zadoščajo pogoju $x \cup y = y$ — vrstni red členov zaradi komutativnosti vsote ni važen). Preglejmo lastnosti tako definirane relacije:

1. Relacija $\leq$ je refleksivna: $x \leq x$. To sledi iz idempotence vsote: $x \cup x = x$.

2. Relacija $\leq$ je antisimetrična: iz $x \leq y$ in $y \leq x$ sledi $x = y$. Po definiciji je $x \leq y$ takrat, ko je $x \cup y = y$; $y \leq x$ pa takrat, ko je $y \cup x = x$. Zaradi komutativnosti vsote sledi tedaj iz $x \leq y$ in $y \leq x$, da je $x = y$.

3. Relacija $\leq$ je tranzitivna: iz $x \leq y$ in $y \leq z$ sledi $x \leq z$. $x \leq y$ pomeni $x \cup y = y$, $y \leq z$ pa $y \cup z = z$. V zadnji enačbi izrazimo y s prvo enačbo, pa dobimo $z = (x \cup y) \cup z$ in zaradi asociativnosti vsote: $z = x \cup (y \cup z) = x \cup z$. To pa pomeni $x \leq z$.

Relacija $\leq$ ima torej res vse lastnosti, ki odlikujejo relacijo urejenosti. Algebrsko definirana mreža se tako pretvori v neko delno urejeno množico. Uvideti moremo še, da je v tej delno urejeni množici mogoče definirati vsoto in produkt tako, da se ujemata s prvotno definiranimi operacijama ($\cup$ in $\cap$ v aksiomih I.—IV.).

Oglejmo si še enkrat aksiome I.—IV. Obe operaciji $\cap$ in $\cup$ nastopata v njih simetrično; če ju zamenjamo, dobimo spet iste aksiome. Pravimo, da sta si operaciji $\cap$ in $\cup$ dualni.

Tudi relaciji $\leq$ moremo določiti dualno relacijo $\geq$ ($x \geq y$ pomeni $y \leq x$). Če zamenjamo v aksiomih 1—3 znak $\leq$ z znakom $\geq$, preidejo ti aksiomi v popolnoma enako zgrajene aksiome za relacijo $\geq$.

Posledica dualnosti osnovnih operacij in relacij se zrcali na vsakem izreku, ki ga izpeljemo iz aksiomov I.—IV. To važno načelo, ki ga imenujemo *princip dualnosti*, moremo izraziti takole:

Vsak veljaven izrek iz teorije mrež (to je izrek, ki povezuje elemente mreže z operacijama $\cup$ in $\cap$ ter relacijama $\leq$ in $\geq$) preide v nov, spet veljaven izrek, če v njem zamenjamo operaciji $\cup$ in $\cap$ ter hkrati tudi obe relaciji $\leq$ in $\geq$.

Tako smemo v vsakem izreku o deljivosti števil zamenjati pojma najmanjši skupni večkratnik in največji skupni delitelj, če hkrati zamenjamo tudi izraza »je delitelj« in »je večkratnik«.

Modulske mreže. V poljubni mreži velja tale izrek:

$$\text{Iz } x \leq z \text{ sledi } x \cup (y \cap z) \leq (x \cup y) \cap z.$$

Po definiciji vsote in preseka je vselej $x \leq x \cup y$ in $y \cup z \leq y \leq x \cup y$. Odtod sledi $x \cup (y \cap z) \leq x \cup y$. Ker pa je po predpostavki $x \leq z$ in vselej $y \cap z \leq z$, je tudi $x \cup (y \cap z) \leq z$. Odtod pa že sledi izrek.

V posameznih primerih pa moremo ugotoviti še več. Oglejmo si spet projektivno geometrijo. x in y naj bosta dve točki, z pa premica. $x \leq z$ pomeni tedaj, da leži točka x na premici z . Za y izberimo točko izven premice. Tedaj je $y \cap z$ prazna množica, $x \cup (y \cap z) = x$. $x \cup y$ je premica, ki spaja točki x in y , $(x \cup y) \cap z$ pa je presečišče te premice s premico z . Ker leži y izven premice, x pa na premici, je očitno $(x \cup y) \cap z = x$. V tem primeru velja torej:

$$\text{Iz } x \leq z \text{ sledi } x \cup (y \cap z) = (x \cup y) \cap z$$

Lahko bi se prepričali, da velja to za poljubno trojico elementov iz projektivne geometrije.

Mreža, ki zadošča zadnjemu pogoju, je *modulska mreža*. Mreže na sl. 2 so vse modulske, mreža na sl. 3 pa je primer mreže, ki ni modulska. Res je na sl. 3 $x \leq z$, toda: $x \cup (y \cap z) = x \cup 0 = x$ in $(x \cup y) \cap z = u \cap z = z$. Izberimo v modulski mreži dva elementa a in b in tvorimo njuno vsoto $a \cup b$ in presek $a \cap b$. Tedaj je po definiciji $a \cap b \leq a$ in $b \leq a \cup b$. Naj bo x poljuben element, ki zadošča pogoju: $a \cap b \leq x \leq a$. Vsakemu takemu x -u priredimo element $y = x \cup b$. Tedaj velja $b \leq y \leq a \cup b$. Res, iz lastnosti x -a dobimo $(a \cap b) \cup b \leq x \cup b \leq a \cup b$. Po absorpcijskem zakonu je prvi izraz v ne-

Distributivne mreže. Naj bodo A, B, C tri podmnožice M . Tedaj velja $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Mrežo, v kateri velja za poljubne tri elemente x, y, z :

$$x \cap (y \cup z) = (x \cap y) \cup (x \cap z)$$

$$x \cup (y \cap z) = (x \cup y) \cap (x \cup z)$$

imenujemo distributivno mrežo. Obe zadnji lastnosti imata namreč obliko distribucijskega zakona. Vidimo, da je v distributivni mreži distributivna tudi vsota glede na presek (druga enačba), ne pa le presek glede na vsoto, kakor smo navajeni iz navadne algebre.

Vsaka distributivna mreža je tudi modulska mreža. Če je v distributivni mreži $x \leq z$, sledi iz zadnjega pogoja $x \cup (y \cap z) = (x \cup y) \cap z$ zaradi $x \cup z = z$. Obratna trditev pa ne drži vselej, kajti ni vsaka modulska mreža tudi distributivna. Lahko se prepričamo, da je mreža na sl. 4 modulska, ni pa distributivna, ker velja $x \cap (y \cup z) = x \cap u = x \neq 0 = 0 \cup 0 = (x \cap y) \cup (x \cap z)$.

Primer modulske mreže, ki ni distributivna, nam nudi projektivna geometrija. Naj bodo x, y, z tri mimobežnice v trirazsežnem prostoru. Tedaj vsak par določa ves prostor u , presek poljubnih dveh premic pa je prazna množica 0 . Torej ima mreža, ki jo tvorijo mimo-bežnice x, y, z , prostor u in prazna množica 0 obliko slike 4.

Komplementirane mreže. V partitivni množici definiramo razen obeh binarnih operacij, preseka in vsote, še eno operacijo: Vsaki podmnožici A priredimo njeno dopolnilo A' , to je podmnožico vseh tistih elementov iz M , ki niso v A . Torej velja: $A \cup A' = M$, $A \cap A' = 0$.

Mrežo z univerzalnim in ničelnim elementom, v kateri vsakemu elementu a pripada točno določeno dopolnilo a' , to je element z lastnostima:

$$a \cup a' = u \quad a \cap a' = 0$$

imenujemo komplementirano mrežo.

Boolova mreža ali Boolova algebra je mreža, ki je distributivna in komplementirana. Primer Boolove mreže je partitivna množica $P(M)$. Važno vlogo igrajo Boolove mreže v algebri logike. Obravnavanje Boolovih mrež je bilo tudi prvi korak v teoriji mrež.

Projektivna geometrija. V doslej obdelanih primerih smo navedli celo vrsto lastnosti, s katerimi se odlikuje mreža, ki ustreza projektivni geometriji. Pri tem smo študirali projektivno geometrijo v trirazsežnem prostoru. Sedaj pa si postavimo vprašanje, v koliko je projektivna geometrija z navedenimi lastnostmi karakterizirana. Odgovor, ki ga bomo dali postavljenemu vprašanju brez globlje utemeljitve, bo vseboval posplošitev pojma projektivne geometrije le na geometrijo n razsežnosti.

Projektivno geometrijo moremo definirati s pomočjo mrež tako:

Elementi modulske in komplementirane mreže z maksimalno dolžino verig tvorijo linearne tvore neke n -razsežne projektivne geometrije. Atome te mreže imenujemo točke, komplementi atomov so hiperravnine.

Ostale lastnosti projektivne geometrije moremo izvesti iz navedenih treh zahtev. Če pa opustimo zahtevo po omejeni dolžini maksimalnih verig, moramo postulirati še več lastnosti, da ohranimo analogijo med moduskimi mrežami in projektivno geometrijo.

Mrežasti grupoidi. Končno se vrnimo še k prvemu primeru, k mreži naravnih števil, kjer je $a \cap b$ najmanjši skupni večkratnik števil a in b , $a \cup b$ pa je njun največji skupni delitelj.

V mreži naravnih števil je razen obeh mrežnih operacij definirana še tretja operacija: produkt dveh števil ab .

Množico elementov, v kateri je definirana enolična operacija $a \cdot b$ za poljubna dva elementa, imenujemo *grupoid* (od operacije ne zahtevamo niti asociativnosti, niti komutativnosti).

Grupoid je mrežast, če sta v njem razen operacije $a \cdot b$ definirani še obe mrežni operaciji in sta izpolnjena pogoja:

$$a \cdot (b \cup c) = a \cdot b \cup a \cdot c \quad (b \cup c) \cdot a = b \cdot a \cup c \cdot a$$

(v primeru komutativnega grupoida oba pogoja sovpadata). Če sta izpolnjena še dualna pogoja:

$$a \cdot (b \cap c) = a \cdot b \cap a \cdot c \quad (b \cap c) \cdot a = b \cdot a \cap c \cdot a$$

imenujemo grupoid dualni mrežasti grupoid.

Lahko se prepričamo, da je množica vseh naravnih števil, urejena po deljivosti, komutativen mrežast grupoid.

Naj bosta a in b dva elementa mrežastega grupoida in naj bo $a \leq b$, t. j. $a \cup b = b$. Množimo to relacijo z leve strani z elementom y : $y \cdot b = y \cdot (a \cup b) = y \cdot a \cup y \cdot b$. Odtod pa povzamemo, da je pri poljubnem elementu y : $y \cdot a \leq y \cdot b$, če je $a \leq b$. Podobno se prepričamo, da je pri vsakem elementu x : $a \cdot x \leq b \cdot x$, če je $a \leq b$.

Oglejmo si sedaj produkt $(a \cup b) \cdot (a \cap b) = a \cdot (a \cap b) \cup b \cdot (a \cap b)$. Ker pa je $a \cap b \leq b$ in $a \cap b \leq a$, je $a \cdot (a \cap b) \leq a \cdot b$ in $b \cdot (a \cap b) \leq b \cdot a$, torej:

$$(a \cup b) \cdot (a \cap b) \leq a \cdot b \cup b \cdot a$$

V dualnem mrežastem grupoidu pa je $(a \cup b) \cdot (a \cap b) = (a \cup b) \cdot a \cap (a \cup b) \cdot b$ in ker je $a \cdot b \leq (a \cup b) \cdot b$ in $b \cdot a \leq (a \cup b) \cdot a$ je tudi:

$$a \cdot b \cap b \cdot a \leq (a \cup b) \cdot (a \cap b)$$

V komutativnem mrežastem grupoidu pa je $a \cdot b = b \cdot a = a \cdot b \cup b \cdot a = a \cdot b \cap b \cdot a$. Zadnji dve relaciji povesta, da velja izrek: *V komutativnem dualnem mrežastem grupoidu je vselej:*

$$(a \cup b) \cdot (a \cap b) = a \cdot b$$

To pa je v primeru naravnih števil znana relacija, ki veže produkt dveh števil, njun najmanjši skupni večkratnik in njun največji skupni delitelj.

V pričajučem članku smo se morali omejiti le na osnove in na tiste primere, ki te osnove najnazorneje ilustrirajo. Tako je prišla pretežno do izraza le uporaba mrež v algebri in geometriji. Nismo pa mogli spregovoriti o uporabi mrež v drugih vejah matematike.

Literatura:

G. Birkhoff: Lattice Theory. Revised Edition. New York 1948.

G. Birkhoff: Teorija struktur (ruski prevod). Moskva 1953.

M. L. Dubreil-Jacotin, L. Lesieur, R. Croisot: Leçons sur la théorie des treillis, des structures algébriques ordonnées et des treillis géométriques. Paris 1954.

H. Hermes: Einführung in die Verbandstheorie. Berlin 1955.

D. Kurepa: Teorija skupova. Zagreb 1951.

Nauk o ploščinah poligonov v ravnini temelji na naslednjih dveh ugotovitvah:

1. Vsakemu poligonu moremo enolično prirediti neko število kot njegovo ploščino tako, da je ploščina skupnosti P dveh poligonov P' in P'' enaka vsoti ploščin poligonov P' in P'' .

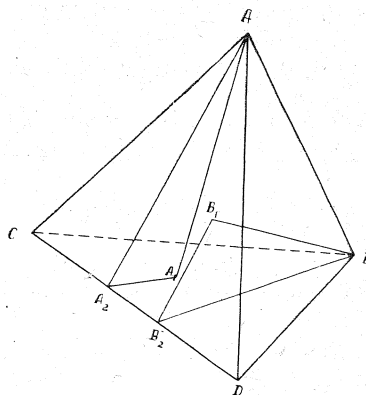
2. Dva poligona, ki sta enaka po razdelitvi¹ ali po dopolnitvi², imata enaki ploščini; in obratno: dva poligona z enakima ploščinama sta vedno enaka tudi po dopolnitvi.

Analogno raziskavanje prostornin poliedrov pa je pokazalo, da so razmere v prostoru bolj zamotane in da je treba nauk o prostorninah drugače podpreti, kakor pa je to primer s ploščinami v ravnini. V naslednjem si na kratko ogledimo položaj v prostoru in ugotovimo, kako daleč velja analogija z ravnino!

1.

Kakor ploščino poligona, moremo zadovoljivo definirati tudi prostornino poliedra takole:

a) Vzemimo najprej kak tetraeder $T \equiv ABCD$ (slika) in potegnimo višini $AA_1 = v_a$ in $BB_1 = v_b$.¹ Iz točk A_1 in B_1 spustimo še pravokotnici A_1A_2 in B_1B_2 na rob CD ! Ker sta tri-



kotnika AA_1A_2 in BB_1B_2 podobna, velja $v_a \cdot BB_2 = v_b \cdot AA_2$. Če množimo obe strani še z $\frac{1}{2}CD$, dobimo $v_a \cdot a = v_b \cdot b$, pri čemer pomenita $a = \frac{1}{2}BB_2 \cdot CD$ in $b = \frac{1}{2}AA_2 \cdot CD$ ploščini ustreznih osnovnih ploskev tetraedra. Pri vsakem tetraedru je torej produkt iz osnovne ploskve in pripadajoče višine neodvisen od tega, katero mejno ploskev izberemo za osnovno. Če množimo ta produkt še s poljubno pozitivno konstanto k , je tako dobljeno število $kv_a a$ za določeni tetraeder značilna količina, ki jo bomo imenovali prostornino tetraedra T in pisali $V(T)$.

¹ Dva poligona sta enaka po razdelitvi (zerlegungsgleich), če ju moremo razdeliti v končno mnogo trikotnikov, ki so paroma skladni.

² Dva poligona sta enaka po dopolnitvi (ergänzungsgleich), če ju moremo dopolniti s končno mnogimi poligoni, ki so paroma enaki po razdelitvi, v dva taka poligona, ki sta enaka po razdelitvi.

b) Razdelimo ploskev BCD tetraedra T na manjše trikotnike in zvežimo njihova oglišča z vrhom A ! Tako razpade tetraeder T na delne tetraedre $T_1, T_2, \dots, T_n$. Ker imajo vsi tetraedri isto višino, vsota plosčin osnovnih ploskev delnih tetraedrov pa je enaka plosčini osnovne ploskve tetraedra T , imamo na osnovi zgornje definicije:

$$V(T) = V(T_1) + V(T_2) + \dots + V(T_n) \quad (1)$$

Seveda je bila ta razdelitev tetraedra zelo specialna. Vendar je mogoče dokazati [5]* veljavnost enačbe za katerokoli razdelitev, tako da velja: Pri poljubni razdelitvi tetraedra T na delne tetraedre je vsota prostornin delnih tetraedrov enaka prostornini tetraedra T .

c) Mislimo si sedaj kak polieder P razdeljen na končno mnogo tetraedrov! Vsoto prostornin teh tetraedrov bomo definirali kot prostornino poliedra P , torej $V(P)$. Ta definicija je seveda smiselna le, če vsota ni odvisna od načina razdelitve, če je torej le za polieder P značilna količina. O tem se prepričamo takole: Recimo, da smo razdelili polieder P prvič na n delnih tetraedrov $t_1, t_2, \dots, t_n$, drugič pa na m tetraedrov $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m$. Vzemimo sedaj tak tetraeder T , da je polieder P v njegovi notranjosti in razdelimo še prostor med obema telesoma v delne tetraedre $d_1, d_2, \dots, d_r$! Tako smo dobili dve različni razdelitvi tetraedra T na delne tetraedre, in sicer:

$$t_1, t_2, \dots, t_n, d_1, d_2, \dots, d_r \text{ ter } \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m, d_1, d_2, \dots, d_r$$

Glede na zaključek pod b) velja:

$$V(T) = V(t_1) + V(t_2) + \dots + V(t_n) + V(d_1) + \dots + V(d_r) = V(\tau_1) + V(\tau_2) + \dots + V(\tau_m) + V(d_1) + \dots + V(d_r)$$

od tod pa neposredno sledi:

$$V(t_1) + V(t_2) + \dots + V(t_n) = V(\tau_1) + V(\tau_2) + \dots + V(\tau_m)$$

kar smo želeli dokazati.

Zdaj pa lahko pokažemo še več. Kakorkoli namreč razdelimo neki polieder P na delne poliedre $P_1, P_2, \dots, P_n$, je prostornina poliedra P vedno enaka vsoti prostornin poliedrov $P_1, P_2, \dots, P_n$. Da to uvidimo, nam je treba le vse delne poliedre P_i razdeliti še naprej v tetraedre. Ker je prostornina poliedra enaka vsoti prostornin tetraedrov, imamo takoj tudi

$$V(P) = V(P_1) + V(P_2) + \dots + V(P_n) \quad (2)$$

ali za $n = 2$: Prostornina skupnosti P dveh poliedrov P' in P'' je enaka vsoti prostornin poliedrov P' in P'' .

Numerično vrednost prostornine, ki je potemtakem za vsak polieder enolično določena, je še mogoče uravnati s primerno izbiro konstante k . Če hočemo doseči popolno skladnost z običajno teorijo, moramo predpisati za k tako vrednost, da bo prostornina kocke z robom 1 ravno enota. Ta zahteva nam da za k vrednost $\frac{1}{3}$.

* Številke v oklepajih se nanašajo na literaturo, ki je citirana na koncu članka.

Postavimo sedaj za poliedre analogni definiciji enakosti po razdelitvi in po dopolnitvi, kakor veljata za poligone v ravnini:

Dva poliedra sta enaka po razdelitvi, če moremo enega razdeliti v končno mnogo poliedrov tako, da z njimi lahko sestavimo drugega. Dva poliedra pa sta enaka po dopolnitvi, če ju moremo dopolniti s končno mnogimi poliedri, ki so paroma enaki po razdelitvi, v dva taka poliedra, ki sta enaka po razdelitvi.

Glede na definicijo prostornine poliedrov, kakor smo jo očrtali zgoraj, je očitno, da velja tudi v prostoru:

Dva poliedra, ki sta enaka po razdelitvi ali po dopolnitvi, imata enaki prostornini.

Dva poliedra, ki sta enaka po razdelitvi, sta namreč sestavljena iz istih delnih poliedrov $P_1, P_2, \dots, P_n$ in enačba (2) nam takoj pove, da imata enaki prostornini. Če pa sta dva poliedra P in Q enaka po dopolnitvi, potem ju moremo po definiciji dopolniti s poliedri $P_1, Q_1; P_2, Q_2; \dots, P_n, Q_n$, ki so paroma enaki po razdelitvi, v dva poliedra $P + P_1 + P_2 + \dots + P_n$ in $Q + Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$, ki sta enaka po razdelitvi. Torej velja $V(P + P_1 + P_2 + \dots + P_n) = V(Q + Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n)$ ali upoštevaje (2), $V(P) + V(P_1) + \dots + V(P_n) = V(Q) + V(Q_1) + \dots + V(Q_n)$. Ker pa je $V(P_i) = V(Q_i)$, dobimo takoj $V(P) = V(Q)$.

Ali smemo ta izrek tudi obrniti, kakor je to primer v ravnini? Ali sta dva poliedra, ki imata enaki prostornini, tudi vedno enaka po dopolnitvi? To je vsebina tretjega izmed triindvajsetih problemov, katere je postavil Hilbert na kongresu matematikov v Parizu, leta 1900. Hilbert je bil uverjen, da obrat ni dopusten, in je zato formuliral problem v negativni obliki: Določiti je treba dva tetraedra z enakima osnovnima ploskvama in enakima višinama, ki ju ni mogoče razdeliti v skladne tetraedre in ki ju tudi ni mogoče dopolniti s skladnimi tetradri v dva taka poliedra, ki bi dopuščala razdelitev v skladne tetraedre [4]. Nemškemu matematiku M. Dehnu je res uspelo pokazati upravičenost Hilbertove domneve in istočasno tudi določiti potreben pogoj za dopolnitveno (razdelitveno) enakost dveh poliedrov [1], [2]. Dehnov dokaz je izrazito geometričen. Prostorski problem razdelitve poliedra v delne poliedre je prevedel v ravninski problem pokrivanja nekega pravokotnika z delnimi pravokotniki. Iz odnosov, ki so se tukaj pokazali, mu je bilo mogoče izraziti potreben pogoj v obliki izreka o rešitvah določenega sistema homogenih, linearnih enačb s celimi koeficienti. Kasnejše, bolj splošne raziskave [7], [3], ki so se sukale predvsem okrog še danes nerešenega vprašanja zadostnega pogoja, pa so osvetlile problem tudi z drugih strani in dodale Dehnovi ugotovitvi tudi pojasnilo za to presenetljivo razliko med razmerami v ravnini in prostoru. Da se izognemo malo zapletenemu Dehnovemu dokazovanju, se bomo v naslednjem delno poslužili tudi teh razmišljanj.

Ugotovili smo, da imata dva poliedra, ki sta enaka po razdelitvi ali po dopolnitvi, enaki prostornini. Pri tem smo definirali prostornino kot neko enolično funkcijo poliedra P . Seveda pa prostornina ni edina funkcija, ki jo moremo enolično prirediti danemu poliedru. Poskusimo zato malo bolj splošno! Bodi torej $\varphi(P)$ poljubna, za vsak polieder P enolično definirana funkcija in vprašajmo se po pogojih, katerim mora ustrezati, da bi dva poliedra, ki sta enaka po razdelitvi ali po dopolnitvi, imela enaki vrednosti funkcije φ ! Po vsem, kar smo pokazali že zgoraj, je odgovor zelo enostaven. Funkcija mora imeti naslednji lastnosti: Za dva skladna poliedra P_1 in P_2 mora biti $\varphi(P_1) = \varphi(P_2)$ in, če je polieder P sestavljen iz dveh poliedrov p_1 in p_2 , mora veljati $\varphi(P) = \varphi(p_1) + \varphi(p_2)$. Sedaj pa obrnimo: Zato da sta dva poliedra P_1 in P_2 enaka po razdelitvi ali po dopolnitvi, je potrebna enakost $\varphi(P_1) = \varphi(P_2)$ in to za *vsako* funkcijo φ , ki ima omenjeni dve lastnosti. Če hočemo potemtakem dokazati, da dva poliedra P_1 in P_2 , ki imata enaki prostornini, nista enaka po dopolnitvi

(razdelitvi), nam je treba le konstruirati kako tako funkcijo φ , ki ima zgornji lastnosti in za katero je $\varphi(P_1) \neq \varphi(P_2)$. To bomo sedaj naredili.

Označimo robove nekega danega poliedra P z $\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n$, ustrezne ploskovne kote pa z $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ in mu priredimo tole funkcijo:

$$\varphi(P) = \nu_1 f(\alpha_1) + \nu_2 f(\alpha_2) + \dots + \nu_n f(\alpha_n) \quad (3)$$

Glede funkcije $f(a)$ zahtevajmo le, da zadovoljuje funkcionalno enačbo

$$f(a_1 + a_2) = f(a_1) + f(a_2), \quad (4)$$

z dodatnim pogojem

$$f(\pi) = 0 \quad (5)$$

Prepričajmo se najprej, da ima tako definirana funkcija φ obe zahtevani lastnosti! Očitno je za dva skladna poliedra P_1 in P_2 , $\varphi(P_1) = \varphi(P_2)$. Če pa je polieder P sestavljen iz dveh delnih poliedrov p_1 in p_2 , velja tale premislek: Robovi delnih poliedrov morejo ležati a) na eni izmed mejnih ploskev poliedra P , b) popolnoma v notranjosti poliedra P in c) na kakem robu poliedra P . Ploskovni koti delnih poliedrov imajo potemtakem na posameznih mestih vsoto π , 2π ali α_i , pač glede na to, katera izmed možnosti a, b, c nastopa. Pri tvorjenju vsote $\varphi(p_1) + \varphi(p_2)$ nam torej zaradi (4) in (5) odpadejo vsi delni robovi iz a) in b). Vsota delnih robov iz c), ki imajo skupen faktor $f(\alpha_i)$, pa je ravno ν_i . Torej velja $\varphi(p_1) + \varphi(p_2) = \nu_1 f(\alpha_1) + \nu_2 f(\alpha_2) + \dots + \nu_n f(\alpha_n) = \varphi(P)$, kar je bilo treba dokazati.

Toda funkcionalna enačba (4) ima eno samo zvezno rešitev in to v obliki linearne funkcije $f(\alpha) = A\alpha$ [6]. Če naj ustrezemo še dodatnemu pogoju $f(\pi) = 0$, bi dobili le trivialno rešitev $f(\alpha) \equiv 0$ in s tem tudi $\varphi(P) \equiv 0$, za vsak polieder P . Za naš namen pridejo torej v poštev le nezvezne rešitve enačbe (4) in treba se je uveriti, če le-te sploh eksistirajo. O tem se prepričamo takole:

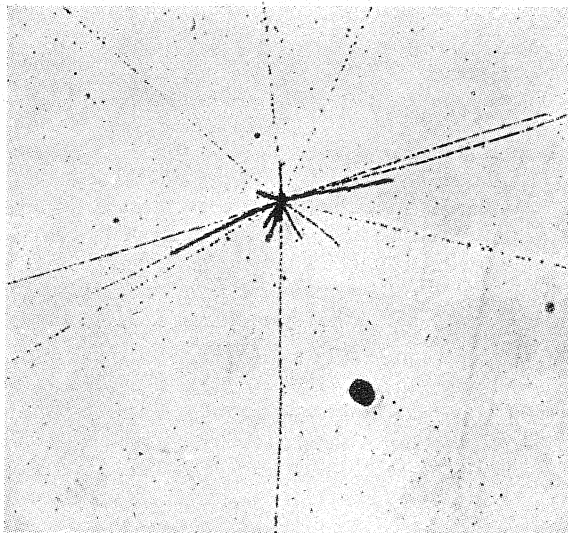
Izberimo si neko realno število a_1 , ki ga bomo imenovali bazično število, in si mislimo črtano iz množice realnih števil vsa števila oblike $c_1 a_1$, kjer pomeni c_1 poljubno racionalno število! Ker je po Zermelovem teoremu tudi množica realnih števil dobro urejena, to se pravi, da ima vsak neprazni del množice svoj začetni element, se bodo tako preostala realna števila začejala z nekim številom a_2 . Vzemimo sedaj a_2 za drugo bazično število in črtajmo naprej vsa števila oblike $c_1 a_1 + c_2 a_2$, kjer sta c_1 in c_2 zopet poljubni racionalni števili! Če tako nadaljujemo, dobimo neko množico bazičnih števil ali bazo realnih števil ($a_1, a_2, a_3, \dots$). Vsako realno število x je torej ali bazično število ali pa ga moremo pisati v obliki

$$x = c_1 a_1 + c_2 a_2 + c_3 a_3 + \dots \quad (6)$$

kjer so $c_1, c_2, c_3, \dots$ racionalni, toda v vsakem primeru jih je le končno mnogo, ki so različni od nič. Iz tega takoj uvidimo, da so bazična števila med seboj linearno neodvisna. Če bi namreč imeli kakšno linearno zvezo $c_1 a_1 + c_2 a_2 + c_3 a_3 + \dots = 0$ z racionalnimi koeficienti $c_1, c_2, c_3, \dots$ med končno mnogimi bazičnimi števili $a_1, a_2, a_3, \dots$, potem bi lahko zadnjega med njimi izrazili s pomočjo prejšnjih v obliki (6), kar bi bilo v nasprotju s hipotezo. Odtod pa tudi sledi, da moremo vsako nebazično število izraziti na en sam način v obliki (6). Iz $x = c_1 a_1 + c_2 a_2 + c_3 a_3 + \dots = d_1 a_1 + d_2 a_2 + d_3 a_3 + \dots$ dobimo takoj $c_i = d_i$.

energijo. Glede na močnejšo ali šibkejšo absorpcijo so ugotovili, da se sestoje kozmični žarki iz trde ali prodirne in mehke komponente. Zadnjo tvorijo elektroni, pozitroni in žarki γ . Treba je bilo še dognati, iz česa je trda komponenta. Leta 1938 sta Neddermeyer in Anderson v prodirni komponenti odkrila nov osnovni delec z maso okrog 200 elektronovih mas. To je mezon μ . V novjšem času so odkrili v kozmičnih žarkih še druge mezone in tudi težje delce.*

Kozmični žarki so izredno prodirni. Zasledimo jih več 100 m globoko pod vodo in v zelo globokih rudnikih. Z merskimi pripravami, ki jih nosijo rakete, pa jih danes lahko raziskujemo tudi v višinah po več 100 km nad Zemljo. Pri tem nam služijo geigerski števci



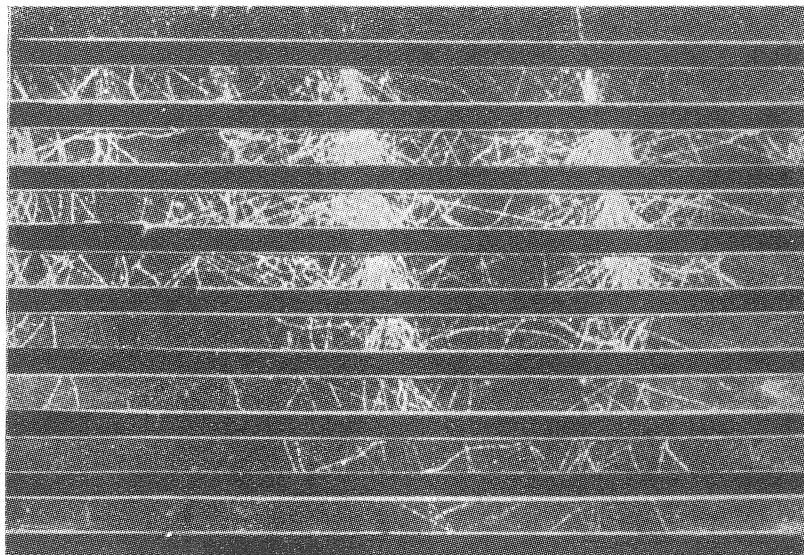
Sl. 1. Zvezda, ki je nastala po eksploziji jedra (verjetno Ag) v fotografski emulziji. Eksplozijo je povzročil kozmični delec z energijo okrog 1 GeV. Vidijo se sledi sedmih protonov, štirih delcev alfa in več težjih drobcev jedra. Slika je iz knjige C. F. Powell and G. P. S. Occhialini : Nuclear Physics in Photographs (Oxford, Clarendon Press, 1947).

s tehniko koincidenč, antikoincidenč in zakasnelih koincidenč. Z ionizacijsko kamero raziskujemo ionizacijo plinov, posamezne dogodke pa z meglično celico in fotografsko emulzijo. Nevtrone iščemo s števci na borov fluorid (BF_3).

Na morski gladini gre pri 45° magnetne širine skozi 1 cm^2 veliko ploskev povprečno en kozmični delec na minuto. Električni tok, ki ga prinašajo kozmični žarki na vso Zemljo, meri le 1 A. Celotna energija, ki jo dobimo s temi žarki, pa je približno enaka energiji, ki jo dobimo s svetlobo zvezd. Ugotovili so, da obstojijo primarni kozmični žarki (preden pridejo v ozračje) predvsem iz protonov, vmes pa je tudi nekaj atomskih jeder (ugotovljene so bile atomske mase do okrog 100). Na 400 protonov pride komaj en težji delec. Energije primarnih delcev dosegajo vrednost 10^{16} eV , ki več kot milijonkrat prekaša energijo, ki jo lahko dobi kak delec v največjem današnjem pospeševalniku.

* Glej S. Detoni: Osnovni delci, Obz. mat. fiz., 3, 1953, str. 114.

Spremljajmo sedaj kozmične žarke na njihovi poti skozi ozračje! Če trči proton, ki ima energijo več GeV, z jedrom, se jedro popolnoma ali delno razleti v sestavne dele. Pri tem nastajajo mezoni π , ki s protoni, nevtroni, delci α in drugimi jedrskimi razbitki lete proti Zemlji. Verjetno nastanejo na tej višini, ki je približno 18 km nad Zemljo, še drugi mezoni in hiperoni.* Mezon π , ki je lahko pozitiven, negativen ali nevtralen, je radioaktiven. Pozitivni ali negativni mezon π z maso $273 m_e$ razpade s povprečnim življenjskim časom $0,9 \cdot 10^{-8}$ s v mezon μ z maso $215 m_e$ in nevtrino. Obstajata dva mezona μ , ki se ločita po predznaku naboja (μ^+ , μ^-). Tudi mezon μ ni stabilen; povprečno po $2,15 \mu\text{s}$ namreč



Sl. 2. Plaz, fotografiran v meglični celici.

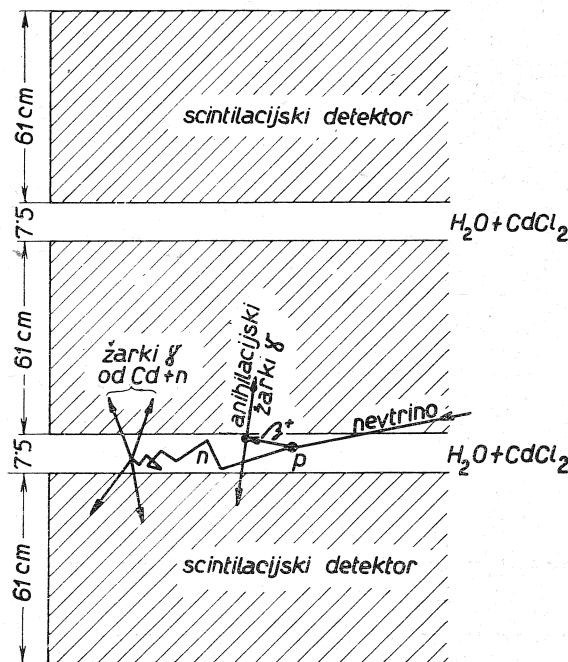
Po W. B. Fretterju (University of California). Reproducirano iz knjige D. Halliday: *Introductory Nuclear Physics* (New York, J. Wiley, 1950).

razpade v elektron ali pozitron in dva nevtrina. Človek bi mislil, da mezon μ v svojem kratkem življenju ne more dospeti do Zemlje. Toda zaradi velike hitrosti delca se po relativnostni teoriji (za mirujočega opazovalca) življenjski čas delca tako podaljša, da lahko doseže Zemljo.

Negativne mezone obeh vrst lahko na poti skozi atmosfero absorbira materija. Pri tem učinkujeta med seboj mezon μ^- in posamezni proton jedra, sproščeno energijo pa odnese nevtrino: $\mu^- + p \rightarrow n + \nu$. Če pa jedro absorbira mezon π^- , dobi jedro z reakcijo $\pi^- + p \rightarrow n$ tolikšno energijo, da se razleti. V megličnih celicah in fotoemulzijah vidimo te dogodke kot *zvezde*, ki jih sestavlja 2 do 10 sledi, ki izvirajo iz iste točke (sl. 1). Sledi povzročajo protoni, delci α , lahki jedrski razbitki in počasni mezoni. Večkrat ne moremo zaslediti začetnega delca, ker ne ionizira. Domnevamo, da so zvezde jedrske eksplozije, pri katerih se sprošča 1 do 10 MeV energije na vsako vejo zvezde. V primerjavi s prvotno energijo kozmičnih žarkov ni v zvezdah posebno visokih energijskih sprostitvev. Verjetno odlete

* Glej B. Dobovišek: Težki mezoni, *Obz. mat. fiz.*, 4, 1955/56, str. 69.

položene izmenično, tako da je bila vsaka posoda z vodo na obeh straneh obdana s scintilacijsko tekočino in elektronskimi pomnoževalkami (sl. 1). Vse skupaj je bilo obdano s svinčcem in parafinom in postavljeno globoko pod zemljo v bližini reaktorja. Signale je prenašal kabel do elektronske naprave, ki je stala izven poslopja, v katerem je bil reaktor. Sunke so registrirali na osciloskopu, ki je imel tri elektronske curke. Vsakemu scintilacijskemu detektorju je ustrežal en curek. Iskana reakcija — nastanek pozitrona in nevtrona — se je pokazala v dveh sunkih, ki sta si sledila v časovnem razmaku nekaj mikrosekund in od katerih je bil prvi (anihilacijski) majhen (0,5 MeV), drugi (povzročen po žarkih γ iz kadmija)



Sl. 1. Shema poskusa za detekcijo nevtrina.

pa znatno večji ($\sim 4,5$ MeV). Taka dva sunka sta morala na zaslonu katodne cevi istočasno zapisati dva elektronska curka, ker so žarki gama prodrli v scintilacijska detektorja na obeh straneh vode (sl. 2). Merili so vsega skupaj 1371 ur. V soglasju s teorijo so dobili $2,88 \pm 0,22$ opisanih dvojnih sunkov na uro, čemur ustreza reakcijski presek $\sigma = 6 \cdot 10^{-44} \text{ cm}^2$.

Da prvi sunek res predstavlja uničenje pozitrona, so se prepričali s tem, da so ga primerjali s sunki, ki so nastali pri uničenju pozitronov iz radioaktivnega ^{64}Cu , katerega sol so raztopili v vodi. Razen tega so ti sunki izginili, če so dali med vodo in detektor primerno debelo svinčeno ploščo. Za to, da drugi sunek res ustreza žarkom gama, ki jih je izseval kadmij pri ujetju nevtrona, nastalega istočasno s pozitronom, sta pričala časovni presledek med prvim in drugim sunkom in dejstvo, da so ti sunki izginili, če so vzeli vodo brez kadmija. Da registriranih sunkov niso povzročili žarki gama in nevtroni iz reaktorja, so se prepričali

takole: Močan americij-berilijev izvor nevtronov, ki so ga postavili pred svinčeno in parafinsko oblogo detektorja, ni povzročil dvojnih sunkov opisane vrste. Poleg tega so ugotovili, da se število teh dvojnih sunkov ni spremenilo, ko so svinčeno in parafinsko oblogo tako povečali, da se je prepuščeni tok nevtronov in žarkov gama iz reaktorja zmanjšal na desetino prvotne vrednosti.

Torej je nedvomno, da so v resnici registrirali reakcijo $\nu + p^+ \rightarrow n^0 + \beta^+$ in s tem eksperimentalno ugotovili obstoj nevtrina. Razen tega je ta poskus v zvezi s prejšnjimi pokazal, da ne obstaja samo ena vrsta nevtrinov, ampak da moramo ločiti nevtrino (v ožjem pomenu besede) in njegov antidelec, tako imenovani antinevtrino. (Zgoraj smo besedo nevtrino rabili kot skupno ime za oba delca. V tem smislu se bo beseda rabila verjetno še v bodoče, tako kot se beseda elektron rabi včasih kot skupno ime za elektron in pozitron.)

Nevtrino in antinevtrino imata simetrične lastnosti pri odnosih z drugimi delci. Antinevtrino $\bar{\nu}$ nastane pri pretvorbi nevtrona v proton (pri razpadu β^-)

$$n^0 \rightarrow p^+ + \beta^- + \bar{\nu} \quad (2)$$

nevtrino $\bar{\nu}$ pa pri pretvorbi protona v nevtron (pri razpadu β^+ in pri zajetju elektrona)

$$p^+ \rightarrow n^0 + \beta^+ + \nu \quad (3)$$

Imenovanje je izbrano tako, da se v vsakem primeru pojavita en delec in en antidelec (elektron in antinevtrino ali pa antielektron t. j. pozitron, in nevtrino). Zgoraj opisano reakcijo

$$\bar{\nu} + p^+ \rightarrow n^0 + \beta^+ \quad (1)$$

je sprožil pravzaprav antinevtrino. Enačbo (1) namreč dobimo, če pri enačbi (2) prenesemo na drugo stran delec β^- , ali pri enačbi (3) nevtrino. Pri takšnem prenosu nadomestimo v enačbi delec z antidelcem (β^- v β^+ ter ν z $\bar{\nu}$).

Ker imajo razpadni produkti v reaktorju presežek nevtronov, razpadajo z izsevanjem β^- in antinevtrinov. Če sta nevtrino in antinevtrino dva različna delca, z antinevtrini iz reaktorja ni mogoče sprožiti reakcije.

$$\nu + n^0 \rightarrow p^+ + \beta^- \quad (4)$$

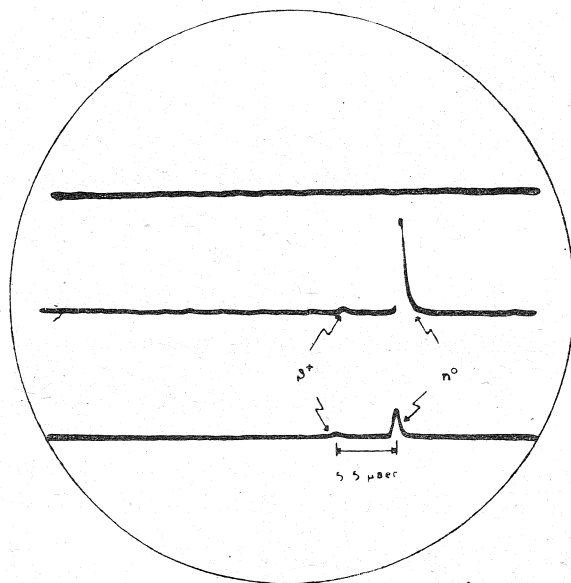
To pretvorbo je hotel registrirati Davis leta 1949, ko je iskal reakcijo

$$\nu + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{A} + \beta^-$$

Kot klorovo tarčo je uporabil 3800 litrov ogljikovega tetraklorida, ki ga je postavil v bližino velikega reaktorja in nato preiskal, če je v tekočini kaj radioaktivnega argona. Rezultat je bil negativen. To smemo vzeti kot dokaz, da sta nevtrino in antinevtrino različna delca.

Teorija pove, da pri delcih s spinom $\frac{1}{2}$ eksistira k vsakemu delcu antidelec (glej članek o anti-protonu v prejšnji številki Obzornika); izjema more biti le pri delcih z maso 0. Ker je masa nevtrina manjša kot $1/500$ mase elektrona, verjetno pa enaka 0, ne moremo v naprej reči, ali sta nevtrino in antinevtrino različna ali identična delca.

Že prej so sklepali na različnost nevtrina in antinevtrina iz dvojnega razpada β^- . Račun je pokazal, da je pri identičnosti obeh delcev razpolovna doba za razpad $^{150}\text{Nd} \rightarrow ^{150}\text{Sm} + 2\beta^-$ velikostnega reda 10^{15} let, v primeru, da sta nevtrino in antinevtrino dva različna delca (razpad $^{150}\text{Nd} \rightarrow ^{150}\text{Sm} + 2\beta^- + 2\bar{\nu}$), pa 10^{19} let. Eksperiment je pokazal, v skladu z natančnostjo meritve, da je razpolovna doba daljša kot $4 \cdot 10^{18}$ let.



Sl. 2. Značilna slika na osciloskopu. Vsaka črta na osciloskopu ustreza enemu scintilacijskemu detektorju. Reakcija se je izvršila v spodnji posodi. V srednjem in spodnjem detektorju sta se istočasno pojavila žarka γ , ki sta nastala pri uničenju pozitrona; $5,5 \mu$ sekund nato pa so se prav tako istočasno pojavili žarki γ , ki so nastali pri absorpciji nevtrona v kadmiju. Ojačenje je bilo izbrano tako, da je bilo ugodno za meritev sunke, ki ga je povzročil nevtron. Poleg tega so imeli še en osciloskop z večjim ojačenjem, na katerem so merili sunke, ki so jih povzročili pozitroni. Slika je vzeta iz članka F. Reinesa in C. L. Cowana iz »Nature«, z ljubeznivim dovoljenjem avtorjev in uredništva te revije, za kar se najlepše zahvaljujemo.

Kakšna je pravzaprav razlika med nevtrinom in antinevtrinom, si je težko predstavljati. Splošno namreč velja, da ima antidelec nasprotno enak naboj in magnetni moment kot delec. Nevtrino pa nima naboja, zato more biti razlika le v magnetnem momentu. Kolikšen je magnetni moment nevtrina, še ni znano; vemo le, da če ima kako vrednost, je ta zelo majhna, manjša od 10^{-9} Bohrovega magnetona.

BIBIJANA ČUJEC-DOBOVIŠEK

Literatura :

¹ M. Švikaršič: Nevtrino. Obz. mat. fiz., 4, 20, 1955/56.

² F. Reines, C. L. Cowan: The Neutrino, Nature 178, 446 (1956).

ALI JE Z ELEKTRIČNIM TOKOM V PLINIH MOGOČE SPROŽITI TERMONUKLEARNE REAKCIJE?

Pri temperaturah blizu milijona stopinj ali več je povprečna kinetična energija atomov tolikšna, da morejo nekatera atomska jedra med seboj reagirati. V takšnem primeru, ko se torej jedrska reakcija sproži zaradi visoke temperature, radi govorimo o *termonuklearni reakciji*. S termonuklearnimi reakcijami se energijsko preskrbujejo zvezde in takša reakcija steče tudi pri eksploziji vodikove bombe. Poskusi, da bi termonuklearno reakcijo uravnavali in jo uporabili kot vir energije, pa še niso uspeli.¹ Prve podrobnosti o nekem raziskovanju v tej smeri je razkril ruski fizik I. V. Kurčatov na svojem nedavnem predavanju v Harwellu.

Za termonuklearno reakcijo potrebna temperatura je najnižja pri devteriju in tritiju ali njuni mešanici. Vendar je treba celo pri devteriju, če hočemo, da bo dala reakcija $D(d, n)^3\text{He}$ po 1 nevtron na sekundo na gram, doseči $2 \cdot 10^8$ stopinj v tekočem ali $5 \cdot 10^8$ stopinj v razredčenem plinastem devteriju. Pri gretju tekočega devterija do 10^8 stopinj bi narasel pritisk do 10^6 atm. Zato se omejujejo raziskave na plinasti devterij, ki je pri teh temperaturah skoraj docela ioniziran.

Majhno maso plina bi brez težav mogli segreti z Joulovo toploto električnega toka do 10^6 stopinj, če bi jo toplotno izolirali od sten posode. Toplotne izgube zaradi prevajanja, ki naraščajo kot $T^{5/2}$, pa praktično onemogočajo segretje nad 10^4 stopinj. Vendar stvar ni čisto brezizgledna. Že pred šestimi leti sta Saharov in Tamm opozorila, da more magnetno polje zmanjšati toplotno prevodnost ioniziranega plina. Za to je uporabno že samo magnetno polje velikega toka v plinu. Vz dolžno električno polje je tu ovito s prečnim magnetnim poljem. V takšnem polju se gibljejo ioni približno po cikloidah proti osi toka (tja, kjer ni magnetnega polja). Če so krivinski polmeri poti ionov ($r = mv/eB$) majhni v primeri s povprečno prosto potjo, ion kljub toplotnemu gibanju ne more uiti daleč ven iz osi toka. Izkazuje se, da je prečna toplotna prevodnost približno sorazmerna B^{-2} in da jo moremo na ta način 100 do 1000-krat zmanjšati.

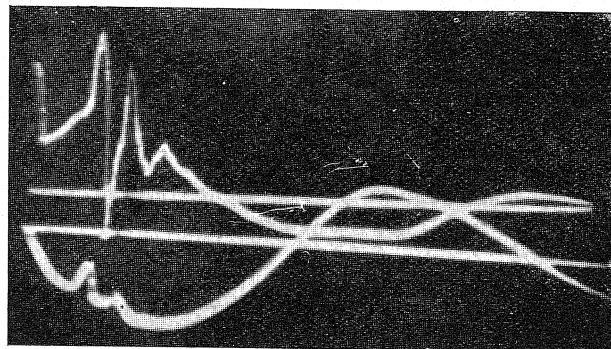
Opisano gibanje ionov ima še drugo posledico. *Prevodna proga*, to je tisti del plina, v katerem je električni tok, se stanjša. Ta pojav lahko primerjamo z medsebojnim privlačenjem svežnja žic, po katerih teče tok v isti smeri. Če predpostavimo, da pri tanjšanju proge ne nastopijo veliki pospeški, sta gradient pritiska in gostota magnetne sile skoraj v ravnovesju ($dp/dr \approx \vec{j} \times \vec{B}$, pri čemer je $\vec{j}$ gostota toka). V tem primeru velja za ionsko temperaturo T v odvisnosti od toka I ocena: $T = \mu_0 I^2 / 16kN$, pri čemer je N število ionov na dolžinsko enoto proge. Za doseg visokih temperatur bi torej zadostovala velik tok in primerna razredčitev.

Takšni premisleki so privedli Artsimoviča, Leontoviča in sodelavce do vrste poskusov. Poskuse so delali predvsem z devterijem pri pritiskih od 0,005 torov do 1 atm in napestostih do 80 kV, pri čemer so dosegli tokove od 10^5 do $2 \cdot 10^6$ A. Cevi so bile večinoma ravne; razmak med anodo in katodo je znašal nekaj centimetrov do 2 m, premer pa 5 do 60 cm. Tok so sprožili tako, da so skupino naelektrenih visokonapetostnih kondenzatorjev izpraznili skozi plin v cevi. Pri kapaciteti nekaj sto mikrofaradov je bila celotna induktivnost električnega kroga le 2 do $3 \cdot 10^{-8}$ H, tako da je časovni odvod toka dosegel vrednost 10^{12} A/s.

¹ Tribune de Geneve je objavila vest, da je Američanom uspelo v laboratoriju sprožiti kontrolirano termonuklearno reakcijo. Toda A. Bishop, šef odseka za kontrolirane termonuklearne reakcije pri Komisiji za atomsko energijo, je to zanikal in omenil, da gre le za dolgotrajna raziskavanja v tej smeri (Nucleonics, 14, št. 5, str. 18, 1956).

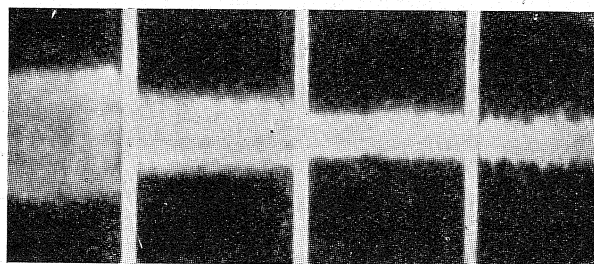
² Znano je, da tudi Angleži skrbno preučujejo velike tokove v plinih. V tej zvezi omenjajo skupino J. E. Allena v Liverpoolu (sedaj v Harwellu) ter S. W. Cousina in A. A. Wara v Londonu.

Glavni raziskovalni pripomoček je bil zelo hiter oscilograf. Poleg toka in napetosti so z piezoelektričnim kristalom merili pritisk in z majhnimi sondami ter zankami električno in magnetno poljsko jakost na raznih mestih stebrička. Pojave so posneli z zelo hitrimi filmskimi kamerami, ki zmorejo po 2 milijona posnetkov na sekundo.



Sl. 1. Oscilograma toka in napetosti. Zgornja krivulja predstavlja tok, spodnja pa napetost v odvisnosti od časa. Obe vodoravni črti sta ničelni črti, zgornja za tok, spodnja za napetost.

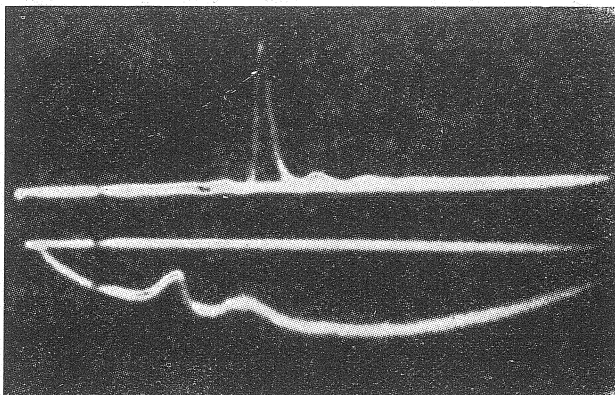
Oscilogrami so pokazali, da potek toka in napetosti ni tako preprost, kakor so prvotno mislili. Na začetku tok in napetost nekaj mikrosekund enakomerno naraščata. Nato napetost strmo, tok pa bolj položno padeta in ponovno porasteta. Opazovali so največ tri zaporedne padce in poraste. Kot kažejo fotografije, se proga ob vsakem padcu stanjša in nato zopet zdebela.



Sl. 2. Vrsta fotografij, posnetih v razmakih po $0,5 \mu\text{s}$. Posnetki kažejo tanjšanje prevodne proge pred prvim padcem toka in napetosti.

Pri toku $4 \text{ do } 5 \cdot 10^5 \text{ A}$ v devteriju pri pritisku $0,1 \text{ tora}$ so prvič že leta 1952 opazili nevtrone. Kot detektor je služila srebrna ploščica v parafinskem bloku, ki so jo nevtroni aktivirali. Pozneje so zaznavali nevtrone s scintilacijskim števcem, ki so ga priključili na oscilograf. Nevtroni so se pojavili že pri nepričakovano majhnih tokovih in velikih pritiskih, vedno pa v trenutku, ko sta napetost in tok drugič padla. Istočasno so nastopili žarki X z energijami od $300 \text{ do } 400 \text{ keV}$, čeprav napetost ni presegla 10 kV .

Nakopičeni eksperimentalni material se nikakor ni skladal s prvotno domnevo o skoraj ravnovesnem tanjšanju prevodne proge. Izkazalo se je, da so pospeški veliko večji, kot so pričakovali, in da more opazovane pojave opisati le plinska dinamika. Po tej razlagi se širi prevodna plast v obliki valjastega udarnega vala (kakor pri eksplozijah) proti osi. Pred čelom vala plin še ni ioniziran, val pa nosi s seboj molekule in ione, ki s trki ionizirajo. Masa plina in število ionov, ki se gibljejo proti osi, hitro naraščata, dokler val ne doseže osi v trenutku, ki sovpada s prvim padcem napetosti in toka. Tedaj se velik del kinetične energije izkoristi za segretje plina (gibanje delcev postane neurejeno, termično); temperatura poskoči do 10^6 stopinj. Konvergentnemu udarnemu valu sledi divergenten, ki se širi proti stenam cevi, dokler ga magnetna sila ne zavre. Ponovno nastopi konvergenten udarni val s to razliko, da je zdaj notranja plast plina razredčena in ionizirana. V tem trenutku more jakost dodatnega vzdolžnega električnega polja, ki se v bližini osi inducira zaradi spremen-



Sl. 3. Oscilogram toka in pridruženi sunek nevtronov. Nevtroni so se pojavili ob drugem padcu toka.

ljivega magnetnega polja, večkrat preseči jakost prvotnega polja. Devteroni se v tem polju močno pospešijo (torej podobno kot v betatronu, le da pot ni krožna) in dobijo na ta način toliko energije, da morejo povzročiti ob trkih izpršitev nevtronov in trdih žarkov X. Ker pa gibanje devteronov ni termično (neurejeno), ampak usmerjeno (cev deluje kot pospeševalnik), ne moremo trditi, da je sprožena jedrska reakcija termonuklearna.

Zaključki te razlage se ujemajo z rezultati poskusov. Več stvari pa se še ni posrečilo z gotovostjo pojasniti. Tako še ne vemo, zakaj prevodna proga lahko samo trikrat zaniha. Vzrok iščejo v izparevanju sten in elektrod, kar sčasoma onesnaži plin. Zato se zdaj trudijo, da bi preprečili plinu dostop do sten. Pri tem pa bo treba rešiti še precej težavnih problemov.

JANEZ STRNAD

Literatura:

I. V. Kurčatov: On the Possibility of Producing Thermonuclear Reactions in a Gas Discharge. *Discovery* 17, 227, 1956.

Slike so z dovoljenjem uredništva *Discovery* in profesorja Kurčatova posnete iz tega članka. Za ljubeznivi dovoljenji se obema najlepše zahvaljujemo.

Znano je, da v kepi iz cepljive snovi (n. pr. U^{235} , U^{233} ali Pu^{239}) nevtronski fluks in z njim vred tudi proizvedeni toplotni tok eksponentialno naraščata, če je le velikost kepe večja kot kritična velikost.¹ Kritično velikost izračunamo iz pogoja, da je množina novonastalih nevtronov v vsakem volumskem elementu in v vsakem času enaka množini tistih nevtronov, ki so se v istem času izgubili iz danega volumna. Odvisna je od cepitvenega preseka ter gostote atomov cepila in še od absorpcijskega preseka in gostote vseh drugih snovi, ki so prisotne v kepi. Če aktivno snov razredčimo ali raztegemo, se zmanjša gostota atomov cepila, zmanjša se koristna absorpcija nevtronov v cepilu na račun večjega pobega nevtronov iz kepe. To je podobno, kot če na slepo ustrelimo v sredini gozda. V redkem gozdu je več upanja, da bo krogla ušla iz gozda, kot pa v gostem, tudi če je število dreves v obeh primerih enako. Pri raztegnitvi obdržimo kritičnost le na ta način, da dodamo več cepljive snovi.

Krogla, ki je v hladnem stanju nadkritična, postane zaradi raztegnitve pri segrevanju manj nadkritična; če prvotna nadkritičnost ni bila prehuda, se lahko zgodi, da pade celo v podkritično stanje; s tem se verižna reakcija ustavi. Takšen reaktor torej sam sebe ustavi, ko se dovolj segreje. Pri premočni začetni nadkritičnosti pa nevtronski fluks prehitro narašča, da bi mu mogla toplotna raztegnitev, ki je razmeroma počasna, zaznatno škodovati. Prave atomske bombe so močno nadkritične, pa še poseben oklep imajo. Zaradi svoje mase dovolj zaustavijo raztegnitev, da se sprostí čim več energije za čim strašnejšo eksplozijo.

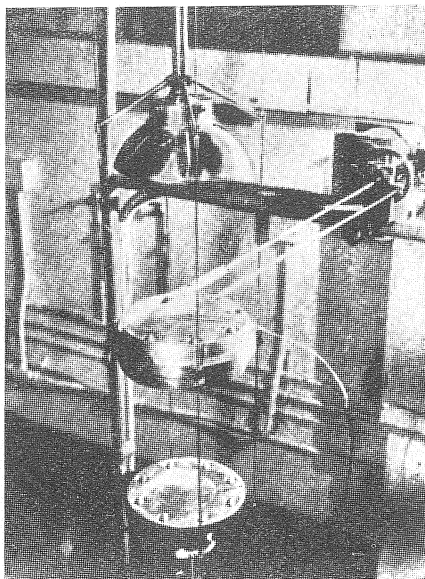
Sličen pojav, da toplotna raztegnitev povratno vpliva na sistem (tako imenovani »negativni temperaturni koeficient reaktivnosti«), nastopi tudi pri vseh termičnih homogenih reaktorjih. Pri njih je cepivo (U^{235}) v obliki uranilnih soli raztopljeno v moderatorju (H_2O ali D_2O) in se seveda z njim vred razteza ali krči, kakor se pač spreminja temperatura moderatorja. Višji temperaturi ustreza manjše proizvajanje toplote in s tem zmanjšanje temperature ter obratno. Takšni reaktorji sami sebe regulirajo in ostanejo na isti temperaturi ne glede na zunanje pogoje. Tako za varnost niso potrebni nobeni posebni varnostni ali kontrolni mehanizmi, ki predstavljajo resen problem pri heterogenih reaktorjih. Homogeni reaktor z močno obogačenim uranom v obliki UO_2SO_4 v navadni vodi (HRE — Homogeneous Reactor Experiment) v mestu Oak Ridge, Tennessee, se je v pogledu varnosti sijajno obnesel.

Drugače je pri hitrih reaktorjih. Zaradi hitrega naraščanja moči jih je zelo težko kontrolirati in zato za eksperimentiranje niso primerni. K sreči lahko izkoristimo zgoraj opisani pojav, da dobimo nekaj podatkov o obnašanju reaktorjev na hitre nevtrone vsaj v primerih, ko nadkritičnost ni prehuda.

V Los Alamosu so zgradili tri poskusne reaktorje na hitre nevtrone zgoraj opisanega tipa.² Dali so jim zelo čudna imena: »Topsy«, »Godiva« in »Jezebel«. Poslopja z reaktorji so v kanjonu Pajarito, blizu Los Alamosa, medtem ko so kontrolne sobe okrog 500 m od samih sistemov. Ni nobenih podatkov o velikosti posameznih sistemov niti ne o množini cepitvene snovi. Modeli so opisani le splošno; tako n. pr. pravijo, da je »Topsy« velik kot nogometna žoga.

»Godiva« je polnjen s čistim U^{235} . Skozi njegovo jedro gre kanal, v katerem je med obratovanjem palica iz U^{235} , ki jo pa v primeru nevarnosti odvržejo, za vsak primer, če toplotna samoregulacija ne bi zadostovala. »Topsy« je najmanjši po velikosti. Krogla iz čistega U^{235} je obdana še z naravnim uranom, ki služi kot reflektor. V primeru nevarnosti so odvrgli spodnji del jedra in reflektorja ter še razmaknili reflektor na straneh. Za kontrolo skrbijo še kontrolne palice iz naravnega urana, ki gredo skozi reflektor. »Topsy« je delal tudi s plutonijevim jedrom. Tretji model »Jezebel«, je najnovejši; je gol reaktor s Pu^{239} . Krogla ima zgoraj in spodaj odsekani kapici, ki sta gibljivi. Ko so vsi trije deli skupaj, ima sistem ravno toliko nadkritičnosti, kolikor je toplotna raztegnitev še lahko kompenzira. Za dodatno kontrolo skrbi palica iz Pu^{239} , ki se premika skozi sredino reaktorjevega jedra (glej sliko 1!). Ko postane »Godiva« nadkritična (ko spustimo palico iz U^{235} v srednji kanal),

začne nevtronski tok močno naraščati (eksponentno s časovno konstanto $15\ \mu\text{s}$). Kmalu doseže moč maksimum $10^9\ \text{W}$. V tem trenutku preide reaktor zaradi zvišane temperature v podkritično stanje in reakcija začne pojemati. Nevtronski fluks in z njim vred tudi moč reaktorja začneta eksponentno padati s približno enako časovno konstanto, kot sta naraščala. Razpolovna širina takšnega pulza je ca. $50\ \mu\text{s}$; med tem časom nastane okrog 10^{16} razcepov, kar ustreza sproščeni energiji $4 \cdot 10^6\ \text{J}$. Pri tem je značilno to, da pulz ni simetričen, ampak ima rep, vendar samo takrat, če je stal reaktor v poslopju. Na prostem je bil pulz popolnoma simetričen. Ker so časovno porazdelitev pulza merili z merjenjem števila razcepov, je verjetno, da nastane rep zaradi zakasnelih cepitev, ki jih povzročijo termični nevtroni, ki se zaradi sipanja na zidovih vrnejo v reaktor. Zakasnitev je okrog 1 ms.



Goli poskusni reaktor »Jezebel«. Slika je vzeta iz članka H. C. Paxtona² v »Nucleonics«, z ljubeznivim dovoljenjem uredništva te revije.

Zaradi močnega fluksa hitrih nevtronov (10^{16} nevtronov v enem pulzu) so ti trije modeli primerni za merjenje relativnih pridelkov ter razpadnih dob različnih skupin zakasnelih nevtronov pri razcepih U^{233} , U^{235} , U^{238} in Pu^{239} po hitrih nevtronih. Modeli sami pa naj bi dali eksperimentalne podatke o kritičnih polmerih in masah hitrih reaktorjev za primerjavo z napovedmi različnih teorij. Če namreč lahko s spreminjanjem različnih parametrov v računskih metodah odpravimo razlike med napovedanimi in izmerjenimi kritičnimi količinami za te enostavne modele, potem lahko uporabimo te metode tudi v tistih primerih, kjer s poskusi ne opravimo nič, ker so pač prenevarni. Pri uranskih bombah se teorija in poskusi precej skladajo, razen v primerih ekstremnih obogatitev urana na izotopu U^{235} . Razlike pri plutonijskih sistemih so bile pa že zaznatne, tako da so morali precej spremeniti parametre, ki so jih uporabili v računih.

RUDOLF KLADNIK

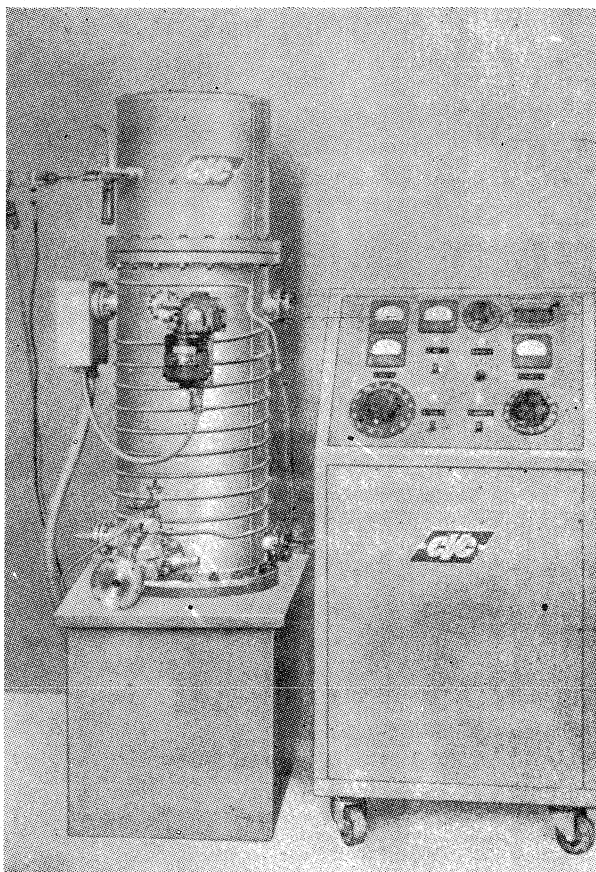
Literatura:

¹ I. Kuščer: »Kritična velikost reaktorja«. Obz. mat. fiz., 3, 103 (1953).

² H. C. Paxton: »Critical Assemblies at Los Alamos«. Nucleonics, Vol. 13 (1955), October, p: 48.

NAPARJEVALNA IN IONSKA ČRPALKA

Novo revolucionarno iznajdbo za proizvodnjo visokega vakuum* predstavlja črpalka, ki jo tvrdka Consolidated Vacuum Corporation, Rochester 3, N. Y., USA, izdeluje pod imenom *Evapor-Ion Pump*. Po slovensko bi jo imenovali *naparjevalno in ionsko črpalko*. Razvili so jo predvsem za vakuumski sistem novega elektrostatičnega pospeševalnika. Tak vakuumski sistem mora biti skrajno čist; vanj ne sme priti nobena snov z visokim parnim



Posnetek naparjevalne in ionske črpalke, ki so jo izdelali v laboratoriju Consolidated Vacuum Corporation. Imenovani tvrdki se najlepše zahvaljujemo za sliko.

tlakom; razen tega pa mora vzdržati visoko temperaturo. Manjše oblike teh črpalk pa bodo verjetno uporabne za črpanje velikih oddajnih elektronk, barvnih televizijskih cevi, katodnih cevi in masnih spektrometrov.

Nova črpalka dela tako, da se med obratovanjem na notranjo cilindrično steno počasi napareva titan. Ta kovinska plast deluje kot geter, ki se stalno obnavlja in ki adsorbira kemično najbolj aktivne pline kot so: H_2 , N_2 , O_2 , CO_2 , SF_6 , CCl_2F_2 , C_2H_4 , NH_3 , CH_4 . Žlahtnih

* Glej članke o vakuumu v Obz. mat. fiz., 2, 1952, št. 1 in 2!

plinov pa ne moremo izločiti na ta način. Odstranimo jih tako, da njihove atome ioniziramo, potem pa ione z močnim električnim poljem pospešimo proti steni črpalke, da v njej obtičijo.

Taka črpalna dosega vakuum do 10^{-9} mm Hg. Črpalna hitrost za kemično aktivne pline je nekaj tisoč litrov na sekundo v tlačnem območju $5 \cdot 10^{-5}$ do $5 \cdot 10^{-7}$ mm Hg. Argon pa črpa komaj s hitrosjo nekaj lit/s. Vendar se črpalna hitrost za argon lahko izboljša s primernim povečanjem ionizacije do ca 150 lit/s. Zaradi prisotnosti argona v zraku je črpalna hitrost za zrak samo okrog 1000 lit/s.

Iz omenjenega vidimo, da pri proizvodnji visokega vakuuma z novo črpalno ne odstranjujemo plinskih atomov iz vakuumskega sistema, ampak jih le vežemo na stene črpalke. Zato ni potreben stalni pogon predčrpalke kakor pri difuzijskih črpalkah. Predčrpalna je pri novi črpalni potrebna le na začetku črpanja. Iz tega razloga nimamo v visokovakuumskem delu nezaželenih par niti od difuzijske črpalke niti od predčrpalke in zaradi tega tudi ni treba imeti hladilnih pastv v visokovakuumskem delu.

FRANC LAH

JEDRSKO MAGNETNO HLAJENJE

Temperature, ki so dosti pod 1°K , dosežajo samo z magnetnim hlajenjem, to je z adiabatskim razmagnetanjem paramagnetne snovi.¹ Doslej so za ta namen izkoriščali le navadni, to je elektronski paramagnetizem. Tega povzroča magnetni moment elektrona, ki je enak Bohrovemu magnetonu ($\mu_B = \mu_o \hbar / 4\pi m_e = 1,17 \cdot 10^{-23}$ Vsm). Najnižja temperatura, ki jo je tako mogoče doseči, znaša okrog $0,001^\circ\text{K}$. Pri snoveh, ki se dajo rabiti za magnetno hlajenje, se namreč približno pri navedeni temperaturi pričnejo elektronski spini spontano urejati (snov postane feromagnetna ali anti feromagnetna), tako da se z magnetnim poljem ne da več vplivati v toliki meri na njihovo urejenost.

Že zgodaj (Gorter 1934, Kurti in Simon 1935) pa so opozorili na možnost uporabe jedrskega paramagnetizma. Ta paramagnetizem je opazen le pri snoveh, katerih celotni elektronski magnetni moment je enak nič, ki pa imajo od nič različen jedrski magnetni moment. Ker je magnetni moment jedra mnogo manjši kot moment elektrona (merimo ga v jedrskih magnetonih, $\mu_j = \mu_o \hbar / 4\pi m_p = 6,35 \cdot 10^{-23}$ Vsm), je takšna snov pri navadnih temperaturah diamagnetna. Jedrski delež susceptibilnosti pa je obratno sorazmeren z absolutno temperaturo (Curiejev zakon), in sicer je:

$$(\mu - 1)_{jed} = (np^2 / 3\mu_j kT) (I + 1)I = C_j / T$$

Pri tem je p magnetni moment jedra, I jedrsko spinsko število, n pa število jeder na prostorninsko enoto. Pri dovolj nizki temperaturi zmaga zato jedrski paramagnetizem nad diamagnetnostjo (ki se s temperaturo ne spreminja), tako da postane celotna susceptibilnost pozitivna.

Za primer naj bodo navedeni podatki za baker:

$$\mu - 1 = -8 \cdot 10^{-8} + 6 \cdot 10^{-7} \text{ stop}/T$$

Vidimo, da zmaga pri bakru jedrski paramagnetizem pri temperaturah pod $0,12^\circ\text{K}$. Pri temperaturah pod $0,12^\circ\text{K}$ je torej ta snov uporabna za magnetno hlajenje. Ker je sodelovanje med spini jedra mnogo šibkejšo kot pri elektronih, se je bati spontane ureditve šele pri nekaj milijoninkah $^\circ\text{K}$. Temperaturno mejo nove metode pričakujejo v bližini 10^{-5} st. K.

Prve poskuse jedrskega adiabatskega razmagnetjenja, pri katerih so prišli znatno pod $0,001^\circ\text{K}$, so napravili 1956 v Clarendon Laboratory v Oxfordu.² Poskus poteka v načelu enako, kot pri elektronsko paramagnetni snovi: najprej z izotermnim namagnetjenjem zmanjšajo entropijo, nato pa z adiabatnim razmagnetjenjem znižajo temperaturo paramagnetne snovi. Bistveni del priprave je delovna celica iz jedrske paramagnetne snovi, ki jo izotermno namagnetijo pri $0,01^\circ\text{K}$. Sproščeno toploto posrka toplotni rezervoar z elektronsko paramagnetno snovjo, ki so jo s predhodnim adiabatnim razmagnetjenjem ohladili na $0,01^\circ\text{K}$.

Jedrska magnetna polarizacija (ureditev magnetnih momentov jeder) ne sledi trenutno spremembam magnetne poljske jakosti ali temperature, ampak se po vsaki spremembi polarizacija eksponentno bliža svoji končni vrednosti $P = \mu_0(\mu - 1)H$. Časovna konstanta, s katero karakteriziramo potek polarizacije, je odvisna od snovi in je približno obratno sorazmerna temperaturi. Ta konstanta je določena s hitrostjo izmenjave vrtilne količine med jedri in kristalno mrežo. Le kovine imajo pri $0,01^\circ\text{K}$ dovolj majhno časovno konstanto, namreč nekaj minut, da so uporabne za jedrsko magnetno hlajenje. Zato so se odločili za kovinsko delovno celico, čeprav nastopa pri kovinah gretje z induciranimi tokovi (pri izklopu magnetnega polja in zaradi nihanja napajalnega toka). Da so se tej težavi izognili, so morali razdeliti kovino v med seboj izolirane dele in skrbno stabilizirati tok.

Zaradi neodvisnega magnetjenja in razmagnetjenja potrebujeta rezervoar in delovna celica ločena magneta, pri čemer pa mora imeti polje magneta delovne celice čim manjši vpliv na rezervoar. Zato je z vodo hlajeni elektromagnet delovne celice izdelan tako, da je poljska jakost že v razdalji 23 cm od najmočnejšega polja (na mestu, kjer je rezervoar), tisočkrat zmanjšana. Razmak med rezervoarom in delovno celico premosti toplotni vodnik.

Zaradi dobrih lastnosti so za delovno celico izbrali naravni baker. Naravni baker ima dva izotopa: ^{63}Cu (69%; $p = 2,22 \mu_j$; $I = \frac{3}{2}$) in ^{65}Cu (31%; $p = 2,38 \mu_j$; $I = \frac{3}{2}$). Toplotni vodnik sestavlja 1540 lakiranih bakrenih žičk. Na spodnjem koncu so v dolžini 7 cm štirikrat prepognjene in tvorijo delovno celico s 47,5 g bakra. Na zgornjem koncu pa segajo v perspeksovo posodo, ki predstavlja s 26 g zmesi hromovega galuna in glicerina toplotni rezervoar. Le na ta način je bilo mogoče ustvariti pogoje za prehod 1000 ergov toplote na minuto pri $0,01^\circ\text{K}$.

Delovna celica, toplotni vodnik in rezervoar vise v medeninasti cevi z dvojnimi stenami, ki jih delno ščiti pred spremenljivimi magnetnimi polji. V gornjem delu cevi je nameščen še pomožni toplotni rezervoar s 25 g manganovega amonijevega sulfata, ki ga istočasno kot glavni rezervoar ohladi z razmagnetjenjem. Notranja stena medeninaste cevi je v dobrem toplotnem stiku s pomožnim rezervoarjem, zunanjo pa obdaja tekoč helij, v katerega je cev potopljena.

Poskus začno z razmagnetjenjem rezervoarja od 1°K in 2 Vs/m^2 do $0,01^\circ\text{K}$. Nato namagnetijo delovno celico do $2,8 \text{ Vs/m}^2$, pri čemer se zniža entropija bakra za približno 1%. Po preteku od 5 do 20 minut počasi ugasnejo polje. Polje v času od 28 do 56 s doseže vrednost nič. Sprememba zaradi toplotnega stika med delovno celico in rezervoarjem ni idealno adiabatna. Iz istega razloga se delovna celica v 2 do 3 minutah segreje nazaj do $0,01^\circ\text{K}$. Medtem ves čas merijo temperaturo.

Za jedrsko paramagnetno snov velja Curiejev zakon nekako do 10^{-5} st. K. Zato so določili temperaturo z merjenjem inducirane tokovnega sunka pri spremembi polja za $7,8 \cdot 10^{-4} \text{ Vs/m}^2$. Tuljavo in galvanometer so umerili pri temperaturah okrog 20°K s primerkom manganovega amonijevega sulfata. Umerjenje z delovno celico pri $0,01^\circ\text{K}$ ni bilo mogoče, ker so pri tej temperaturi motile elektronsko paramagnetne nečistoče v bakru in izolaciji in je tu jedrska susceptibilnost še premajhna. Susceptibilnost bakra so izračunali iz Curiejevega zakona, susceptibilnost manganovega amonijevega sulfata pa je znana. Tako so iz odklona galvanometra mogli določati temperaturo.

Meriti so začeli 13 sekund po tem, ko je polje doseglo vrednost nič in so merjenja ponavljali v razmakih po 10 s. Diagram kaže časovni potek temperature pri večjem številu poskusov, ki so jih napravili z različnimi začetnimi poljskimi gostotami. Najnižjo med poskusom doseženo temperaturo so dobili z ekstrapolacijo na trenutek, ko je polje doseglo vrednost nič. Pri največjem začetnem polju je najnižja temperatura bila manjša od $20 \cdot 10^{-6}$ st. K.

Glavni namen poskusa seveda ni temperaturni rekord, ampak predvsem razne jedrske preiskave. Pred nadaljevanjem poskusov nameravajo vgraditi v toplotni vodnik toplotno stikalo.⁴ S tem bi se razmagnetenje približalo idealni spremembi in bi celica dalj časa obdržala doseženo nizko temperaturo.

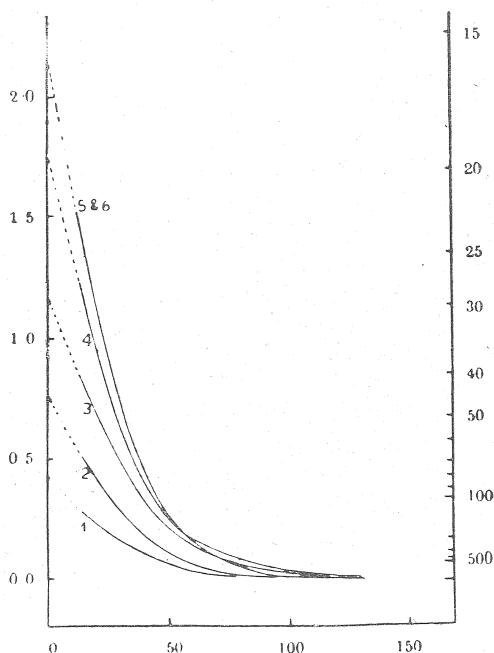


Diagram za časovni potek temperature pri poskusih jedrskega magnetnega hlajenja pri raznih začetnih vrednostih poljske gostote. Slika je iz članka N. Kurtija in sodelavcev³ v *Nature* z ljubeznivim dovoljenjem uredništva te revije ter avtorjev, za kar se jim najlepše zahvaljujemo.

Absolutne ničle seveda tudi s temi poskusi ne bo mogoče doseči. Pod 10^{-5} st. K preneha veljati Curiejev zakon. Entropije snovi pri izotermnem namagnetenju ni več mogoče zmanjšati in zato tudi ne z adiabatnim razmagnetenjem znižati temperature jedrske paramagnetne snovi.

JANEZ STRNAD

Literatura:

- ¹ B. Povh: Temperatura $0,0014^{\circ}\text{K}$. *Obz. mat. fiz.*, 3, 169, 1953.
- ² N. Kurti, F. N. H. Robinson, F. Simon, D. A. Spohr: Nuclear Cooling, *Nature* 178, 450 (1956).
- ³ J. Hatton, B. V. Rollin: Nuclear Magnetic Resonance at Low Temperatures, *Proc. Roy. Soc.* 199, 222 (1956).
- ⁴ S. Pahor: Magnetni ohlajevalni stroj, *Obz. mat. fiz.* 4, 175 (1956).

NEKAJ »UVOŽENIH« NALOG ZA NAŠO SREDNJO ŠOLO

ZBRALA MILAN ZIEGLER IN NIKO PRIJATELJ

1. Pokaži, da enačba $\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 2x + 5} = 1$ nima rešitve!
2. Za katere vrednosti m enačba $4m / (2x - 5) = (13 - 8x) / (2x^2 - 3x - 5) + m / (x + 1)$ nima rešitve?
3. Reši in diskutiraj neenačbo $(x - m) : (mx - 1) < m!$
4. Reši neenačbo $|3x - 1| < |2x + 1|$ grafično in računsko!
5. V kakšni zvezi morajo biti a, b, c , da bo imel sistem $x - y + 2z = a, 3x + y - z = b, 5x - y + 3z = c$ rešitev?
6. Določi število m tako, da bo izraz $x^3 + y^3 + z^3 + mxyz$ deljiv z vsoto $x + y + z$ in izračunaj kvocient!
7. Če so a, b, c realna števila, ki ustrezajo odnosoma $a + b + c = 0$ in $a^5 + b^5 + c^5 = 0$, je vsaj eno od teh števil enako nič.
8. Če je $a + b + c = 0$, sta izraza $a^3b + b^3c + c^3a$ ter $a^3c + b^3a + c^3b$ enaka in vsak od njiju je enak popolnemu kvadratu z negativnim predznakom.
9. Pokaži, da za vsako praštevilo, razen 2 in 3, velja:
 - a) če ga delimo s 6, dobimo ostanek 1 ali 5,
 - b) če njegov kvadrat delimo s 24, dobimo ostanek 1.
10. Pokaži, da pri poljubnem realnem x vrednost ulomka $(x^4 + 4x^2 + 3) / (x^4 + 4x^2 - 1)$ ne more biti med -3 in $1!$
11. Za katero vrednost konstante k ima funkcija $y = (x^2 - 2x + 1) / (x^2 + k)$ največjo vrednost 3?
12. Enačba $x^2 - (1 + a)x + a^2 = 0$ ima korena x_1 in x_2 .
 - a) Nastavi enačbo s korenoma $y_1 = x_1/x_2$ in $y_2 = x_2/x_1$ in določi a tako, da bo imela enačba realna korena!
 - b) Določi a za $y = 1/4$ in v tem primeru poišči korene prve enačbe!
13. Če vstaviš v enačbo $x^3 + 3px + q = 0$ za $x = y - p/y$, dobiš za y^3 kvadratno enačbo. Reši to enačbo v primeru $p = q = 2!$
14. Koliko sedemšteviličnih števil moremo tvoriti s številkami 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6 tako, da so številke izmenoma lihe in sode?
15. Liha števila naj bodo razporejena v skupine takole: (1); (3,5); (7, 9, 11); (13, 15, 17, 19); ... Določi v n -ti skupini prvi člen in vsoto vseh njenih členov!
16. Pokaži, da velja zveza $(S/R)^n = P^2$, kjer pomeni S vsoto, P produkt n členov geometričnega zaporedja, R pa vsoto recipročnih vrednosti teh členov!
17. Pokaži s popolno indukcijo, da je vsota prvih n členov vrste $1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 11 + \dots$ enaka $n^2(n + 1)!$
18. Razreši trikotnik s stranicami $x, x + 1, x + 2$, če je največji kot dvakratnik najmanjšega!
19. Dve višini trikotnika merita 3 in 6. Pokaži, da je tretja višina med 2 in 6!

20. Tetiva AB in premer kroga CD se sekata v točki X . Pokaži, da je $(CX - XD)^2$ večji kakor $(AX - XB)^2$!

21. Načrtaj poljuben trikotnik ABC in izberi na vsaki njegovi stranici poljubno točko! Nariši kroge, ki so določeni z vsakim ogliščem trikotnika in obema točkama na priležnih straneh! Ti trije krogi se sekajo v isti točki. Zakaj?

22. V ravnini P sta dve točki A in B v razdalji l . V točki A postavimo poltrak Ax , pravokotno na ravnino P , in na njem izberemo točko O tako, da je tudi $OA = l$.

a) Izračunaj prostornino piramide $OABC$, če je C taka točka v ravnini P , da je $\sphericalangle BAC = 30^\circ$ in $\sphericalangle ACB = 90^\circ$.

b) Bodi p poljubna premica ravnine P , ki gre skozi točko B , M pa nožišče pravokotnice skozi O na to premico. Določi geometrijsko mesto točke M !

c) Postavi $BM = x$ in izrazi prostornino piramide $OABM$ z l in x ! Kje mora biti točka M , da bo prostornina največja?

d) Pokaži, da so oglišča vseh piramid $OABM$ na fiksni krogli in določi njeno središče in polmer!

23. Na stranici $AB = a$ enakostraničnega trikotnika ABC izberemo točko M tako, da je $AM = d$. Skozi njo načrtamo k BC vzporednico, ki seka AC v N , in na BC pravokotnico, ki seka BC v P .

a) Izrazi z a in d stranice MN , MP in PC trapeza $MNCP$ in izračunaj njegovo ploščino!

b) Določi d tako, da bo ta ploščina enaka $5a^2\sqrt{3}/32$!

c) Postavi $a = 4$ in zasleduj, kako se spreminja ploščina trapeza, če se premika točka M po stranici AB . Določi največjo vrednost ploščine in načrtaj ustrezeni diagram!

24. Dana je stožernica S z enačbo $ax^2 + by^2 = 1$. Iz zunanje točke $P(\alpha, \beta)$ načrtani tangenti imata dotikališči U in V . Pokaži: a) da ima razpolovišče tetive UV koordinati $[\alpha/(a\alpha^2 + b\beta^2), \beta/(a\alpha^2 + b\beta^2)]$,

b) če leži težišče trikotnika PUV na dani stožernici, potem je geometrijsko mesto točke P dano z enačbo $ax^2 + by^2 = 4$.

25. Pokaži, da je enačba krožnice, katere premer ima za krajišči točki $A(x_1, y_1)$ in $B(x_2, y_2)$, $(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$! Pokaži tudi, da velja zveza $(x_1 - x_2)^2 = 4y_1y_2$, če se krožnica dotika osi x ! — Točki $A(2, 1)$ in $B(6, y_2)$ sta krajišči premera neke krožnice, ki se dotika osi x . Premica, ki veže izhodišče koordinatnega sistema s točko A , seka krožnico še v točki C . Izračunaj dolžino tetive AC !

O POUKU MATEMATIKE

Priporočilo XIX. Mednarodne konference za prosveto v Ženevi

Vsako leto se vrši v Ženevi pod okriljem mednarodnega urada za šolstvo in Unesca konferenca, na kateri poročajo zastopniki držav članic o tekočih spremembah na področju šolstva. Poleg tega prideta vselej na vrsto še po dve posebni temi, posvečeni občin vprašanjem osnovnošolske, oziroma srednješolske vzgoje in izobrazbe.

Letošnja konferenca, XIX. po redu, ki se je vršila od 9. do 17. julija 1956, je obravnavala kot taki temi vprašanje šolske inspekcije in vprašanje matematičnega pouka na srednjih šolah. Jugoslavijo sta zastopala na konferenci dr. Miloš Žanko in Ludvik Gabrovšek. Na konferenci je bilo zastopanih 71 držav s 153 delegati. Med njimi je bilo mnogo strokovnjakov za pouk srednješolske matematike.

O pouku matematike na srednjih šolah je imel zelo dober osnovni referat g. M. W. Servais, predsednik belgijskega Združenja profesorjev matematike. Referat je izdelal na osnovi poročil, ki so jih vnaprej poslali organi, odgovorni za prosveto držav članic. Po razpravi o referatu je konferenca sprejela posebno resolucijo, oziroma boljše rečeno, priporočilo državnim organom za prosveto. V ožjem komiteju za sestavo priporočila je sodeloval tudi zastopnik Jugoslavije.

Priporočilo je sestavljeno iz uvodnega dela in iz delov, ki govorijo o ciljih matematičnega pouka, o vlogi matematike, o učnih načrtih, o metodah dela, o učnih sredstvih, o učnem osebjem in o mednarodnem sodelovanju.

Besedilo se glasi takole:

Upoštevajoč, da je imela matematika od nekdaj nedvomen kulturni in praktični pomen ter važno vlogo na znanstvenem, tehničnem in gospodarskem področju, upoštevajoč še posebej, da se je dvignil ugled matematike zaradi njene vsestranske uporabljivosti;

upoštevajoč, da je matematična izobrazba kulturna vrednota, do katere ima pravico vsako človeško bitje, ne glede na raso, spol, sposobnost in delovno področje;

upoštevajoč, da je treba dvigati raven splošne matematične izobrazbe vzporedno z razvojem tehnike in znanosti, če hočemo zagotoviti višjo življenjsko raven ljudstva;

upoštevajoč, da so različne civilizacije vsaka po svoje prispevale k zgradbi in razvoju matematike;

upoštevajoč, da ugotavlja psihologija, da je vsako človeško bitje vsaj v nekem obsegu sposobno za matematično dejavnost in da še posebej nima nobenega smisla trditi, da je ženska mladina manj nadarjena za matematični študij od moške;

upoštevajoč, da postaja metodika matematike z vsakim dnem bolj znanstveno utemeljena in bolj uspešna veda;

upoštevajoč, da je bilo treba dopolniti priporočilo št. 31 o matematičnem pouku na osnovnih šolah, ki je bilo sprejeto na XIII. konferenci mednarodnega urada za prosveto,

naslavlja XIX. mednarodna konferenca na organe za prosveto raznih držav naslednje priporočilo:

O CILJIH MATEMATIČNEGA POUKA

1. V času študija na srednjih šolah, bodisi splošnoizobraževalnih, bodisi strokovnih, je potrebno v čim širšem obsegu doseči vzgojne cilje matematičnega pouka, ki vključuje razvoj intelekta in oblikovanje značaja. Te cilje dosežemo s tem, da aktiviramo mladino v logični dejavnosti (razmišljanje, analiziranje, abstrahiranje, povzemanje in urejanje, logično sklepanje, posploševanje, uporabljanje, preverjanje itd.), da razvijamo racionalne kvalitete človeškega uma in njegovih izraznih vidov (red, točnost, jasnost, zgoščenost itd.), da krepimo smisel za opazovanje, za prostorske in količinske predstave, da razvijamo intuicijo in sposobnosti abstraktnega predstavljanja, pozornost in sposobnost koncentracije, da navajamo mladega človeka k vztrajnosti in rednim delovnim navadam ter ga končno usposabljammo za znanstveno mišljenje (objektivnost, znanstvena nepristranost, smisel za raziskovanje itd.).

2. Praktične dejavnosti, prilagajanje naravni sredini in potreba po razumevanju tehničnega, gospodarskega in socialnega življenja zahtevajo iz dneva v dan več splošnega matematičnega znanja (aritmetike, praktične geometrije, geometrijskih predstav, formul, enačb, tabel, grafikonov). To osnovno znanje prihaja v poštev za čedalje večje število poklicev.

3. Matematiko in matematični način mišljenja je treba šteti kot sestavni element obče kulture sodobnega človeka, pa čeprav njegov poklic ne sega v znanstveno ali tehnično področje. Želeti je, da privede matematični pouk obenem s poukom drugih predmetov dijake do razumevanja vloge matematike v znanstvenem in filozofskem življenju današnjega sveta.

4. Eden od glavnih ciljev matematičnega pouka v višjih razredih srednje šole obstaja tudi v pripravi dijakov za znanstveni in tehnični študij na visokih šolah, katerega matematične osnove stalno rastejo.

O MESTU MATEMATIKE

5. Matematika naj ima kot obvezen predmet v različnih razredih spodnje stopnje srednjih šol v predmetniku ustrezno število ur.

6. Na višji stopnji srednjih šol naj se matematiki število ur v predmetniku poveča.

7. Zaželeno je, da bi imeli dijaki, ki kažejo posebno veselje in sposobnosti za matematiko, možnost za poglobljeno dodatno izobrazbo, ki naj bi dajala duška njihovi osebni prizadevnosti.

8. Vsaj v obliki neobveznega predmeta naj bi uživali pouk matematike tudi dijaki tistih vrst šol, pri katerih matematika ni obvezen predmet (na pr. na umetniških šolah). Tak pouk naj poudarja bolj kulturno kot pa tehnično stran matematike.

9. V kakršnikoli shemi vrednotenja oziroma ocenjevanja dijakov naj bo dano matematiki mesto, ki ustreza njenejmu pomenu. Kjer je matematika obvezen predmet, zlasti v matematično-naravoslovnih vejah srednje šole, naj zavzema eno glavnih mest v predmetnikih. Le-to naj bo upoštevano tako pri napredovanju iz razreda v razred kot tudi pri zaključnih izpitih.

10. Učni načrt za matematiko v kakršnikoli vrsti ali veji srednje šole naj bo v skladu s splošnimi cilji matematičnega pouka na eni strani in s specifičnimi potrebami glede na vrsto šole na drugi strani.

11. Učni načrti naj bodo sodobni in prilagojeni napredku znanosti in potrebam tehnike v današnjem življenju. Zastarela poglavja je treba izvesti. Posebno pozornost je treba posvetiti dejstvu, da so v nekaterih državah uvedli analitično geometrijo, infinitezimalni račun, statistiko in verjetnostni račun, da bi dvignili pouk matematike v srednjih šolah na višjo stopnjo. Podobno je treba upoštevati naraščajoč pomen proučevanja funkcij in vektorjev. Tudi uporabna matematika zasluži večjo pozornost.

12. Težavnost in obsežnost učnega gradiva naj gre vzporedno z duševno rastjo mladine na raznih stopnjah šolanja, pri čemer je treba upoštevati zanimanje in potrebe dijakov. Če je že na eni strani priporočljivo dajati bolj nadarjenim dijakom globljo in obširnejšo izobrazbo, je treba na drugi strani paziti na to, da ne jemljemo volje do dela manj nadarjeni mladini s tem, da ji nalagamo glede na njeno umsko sposobnost pretežavnega gradiva.

13. Glede učnih načrtov za osnove matematičnega pouka je priporočljivo osredotočiti pouk na nekaj funkcionalnih, temeljnih poglavij, ki jih izvajamo iz celotnega gradiva in jih pozneje vskladimo.

14. V zvezi s prejšnjo točko je priporočljivo ugotoviti na osnovi skrbno izvedenih poskusov, v kakšni meri lahko obogati multiformna struktura moderne matematike matematični pouk na srednjih šolah.

15. Učitelji naj imajo možnost razširjati obseg temeljnega učnega načrta z dodatnimi poglavji, ki so po njihovem preudarku koristna za izobrazbo mladine.

O METODAH

16. Metodичne smernice naj imajo obliko nasvetov in sugestij, katerih namen bodi: vskladiti pouk s psihologijo umskega razvoja in metodiko matematike. Prav tako je treba upoštevati naravo in uporabnost matematike, ki je teoretska znanost, izhajajoča iz realnega življenja in predstavlja učinkovito pomoč pri našem poseganju v njega.

17. Treba je storiti vse, da pozitivno in podpremo učenčevu aktivno umevanje matematike in to tako, da sam sodeluje pri obdelavi snovi, kolikor je le mogoče.

18. Potrebno je: a) da vzbujamo in vzdržujemo zanimanje učencev tako za matematiko kot za njeno uporabo; b) da pozorno spremljamo učenčevu lastno pot matematičnega mišljenja; c) da prilagajamo pouk individualnim sposobnostim in umskemu razvoju učencev ter ga postopno diferenciramo, v skladu z njihovimi bodočimi namerami.

19. Treba je: a) da prehajamo, če le mogoče, od konkretnega k abstraktnemu, posebno v nižjih razredih, in da, kadarkoli je mogoče, s praktičnim preizkušanjem in preverjanjem vodimo učence od definicije ali dokaza; b) upoštevati, da nastaja in se razvija matematično spoznanje z zavestnim posploševanjem konkretne dejavnosti in z ustvarjanjem operacijskih shem; c) da izkoriščamo vprašanja, ki jih postavljajo učenci, ne le zato, da pokažemo praktično vrednost matematike, ampak predvsem zato, da utemeljimo teoretska razvijanja.

20. Važno je: a) navajati učence, da sami oblikujejo pojme ter odkrivajo matematične odnose in lastnosti, namesto da jim vsiljujemo misli, ki so plod odraslih; b) da preverjamo, če so si učenci prisvojili pojme in operacijske postopke, preden začnemo s formalnim urjenjem; c) da mehaniziramo le dobro prisvojene operacije.

21. Neobhodno potrebno je: a) da posredujemo učencem najprej matematično izkustvo in jih šele potem uvajamo v deduktivno razmišljanje; b) da polagoma širimo deduktivno gradbo matematike; c) da navajamo učence k postavljanju problemov, ki analizi in uporabi podatkov ter k preverjanju rezultatov; d) da dajemo prednost heurističnemu raziskovanju pred dogmatičnim poučevanjem samih teoremov; e) da posredujemo učencem osnove hipotetično-deduktivne metode, pri kateri so, izhajajoč iz postulatov, teoremi utemeljeni z dokazi in novi pojmi vpeljeni z definicijami.

22. Treba je: a) da preučujemo napake, ki jih delajo učenci in da jih izkoristimo za spoznavanje matematičnega mišljenja učencev; b) da navajamo učence, da se sami kontrolirajo in popravljajo; c) da vzbujamo pri učencih smisel za približno ocenjevanje, za red velikosti in za presojo rezultatov; d) da dajemo prednost razmišljanju in sklepanju pred »dresuro« in učenjem na pamet ter omejimo uporabo spomina le na obvladanje osnovnih dejstev; e) da dajemo učencem naloge, ki zahtevajo več matematičnega duha kot pa intenzivne priprave.

23. Važno je: a) da vzpodbujamo učence k lastnemu izražanju, ki ne bo vselej čisto točno, ga pa postopoma izboljšujemo; b) da navajamo učence na precizno in točno izražanje zaradi jasnosti lastnega mišljenja pa tudi v zvezi s potrebo po prenašanju misli na druge; c) da podpiramo želje in pobude poedin-
cev za raziskovanje, kakor tudi skupinsko delo; d) da širimo krog učencev, ki se zanimajo za matematiko,

organiziramo krožke, predavanja, tekmovanja in druge dejavnosti po izbiri, jih oskrbujemo s knjigami in revijami, ki so jim primerne; s tem razvijamo njihove sposobnosti in znanje.

24. Neobhodno je: a) da poudarjamo notranjo enotnost matematike in da ne osamimo njenih posameznih področij, pač pa da vzporejamo različne načine reševanja istega problema; b) da prikazujemo važna obdobja v zgodovinskem razvoju matematičnih pojmov in teorij, ki jih obravnavamo.

25. Potrebno je: a) da koordiniramo pouk matematike s poukom tistih ved, ki jo uporabljajo; b) da izkoriščamo zahteve matematičnega mišljenja tudi za povečanje točnosti, jasnosti in jedrnatosti jezika; c) da ohranimo zvezo med matematiko in življenjem.

O UČNIH SREDSTVIH

26. Razvoj matematične metodologije zahteva učbenike, ki so prilagojeni potrebam. Poleg osnovnih matematičnih knjig, ki omogočajo postopno osvajanje abstraktnih pojmov, mora imeti učenec na razpolago tudi pregledna dela, kjer je že obdelana snov povzeta in urejena z višjega vidika. Priročniki, dopolnila, poljudno-znanstvena dela, revije itd. naj bodo učencem dosegljiva v vsaki šolski knjižnici. Ta material naj bo prilagojen različnim vejam in vrstam šol. Pri tem je treba skrbeti za pravo razmerje med praktičnim vidikom, tehničnimi potrebami, teoretskim razvojem in kulturno vlogo matematike.

27. Ker dobivajo avdio-vizualni pripomočki, konkretni matematični modeli (predmeti iz dnevnega življenja, izdelki učencev samih ali izdelki učiteljev, izdelki podjetij za učila) vedno bolj pomembno mesto pri pouku, je zaželeno, da jih izkoriščamo in tako olajšamo učencem dožemanje matematičnih abstrakcij.

O UČNEM OSEBJU

28. Vloga učitelja je v matematiki morda bolj kot pri drugih predmetih osnovne važnosti. Izbira, vzgajanje in nadaljnje izobraževanje učiteljev matematike mora biti predmet posebne pozornosti in skrbi prosvetnih oblasti.

29. Učitelji, ki poučujejo matematiko na srednjih šolah, morajo imeti matematično izobrazbo znatno višje stopnje od te, na kateri poučujejo. Ta izobrazba mora vsebovati ne samo studij teoretične matematike, ampak tudi del uporabne matematike, očrt zgodovine matematike, metodologije matematične znanosti same in studij elementarne matematike, obravnavane z višjega vidika.

30. Ustrezna pedagoška in psihološka priprava mora biti neobhodno dopolnilo matematične izobrazbe učitelja. Sloneti mora na jasnem in zrelem poznanju splošnih ciljev in principov vzgoje. Ta priprava mora dajati poudarek poznavanju umskega razvoja mladine v zvezi z razvojem matematičnega mišljenja. Vsebuje naj napotke za pravo razmerje med konkretnim in abstraktnim tako, da daje pravo mesto metodiki za uporabo učil v matematičnem pouku. Bodoči učitelj naj bo usposobljen za opazovanje in za eksperimentiranje pri pouku matematike. Predvsem pa naj se zanima za doraščajočo mladino in njena stremjenja, da bi jo lahko vzpodbujal in vodil.

31. Skrbeti je treba, da se dodeljuje učencem nižjih razredov in manj nadarjenim učencem višjih razredov najboljše učitelje.

32. Omogočiti je treba, da se učitelji matematike seznanjajo z modernim razvojem teoretične matematike, s sodobnimi važnimi uporabami matematike in z novimi izsledki didaktike njegove stroke. Treba je storiti vse, da bi se olajšalo nadaljnje izpopolnjevanje učiteljev s predavanji, s počitniškimi tečaji, s seminarji, aktivni, praktičnimi tečaji, publikacijami itd.

33. Napotki strokovnih inspektorjev ali pedagoških svetovalcev in vzorne ure izkušenih učiteljev, so izvrstna sredstva za dvig pouka.

34. V sodobni družbi mora učitelj matematike uživati tisto spoštovanje in socialni položaj, ki mu po njegovi znanstveni izobrazbi in vzgojiteljskem poslanstvu pripadata.

35. Glede na to, da predstavlja v vseh deželah ustrezni matematični pouk bistveni sestavni del izobrazbe, je važno zagotoviti zadostno število kvalificiranih učiteljev in to tem bolj, ker je to eden izmed pogojev za razcvet znanosti, tehnike ter ekonomskega in socialnega napredka vseh narodov.

O MEDNARODNEM SODELOVANJU

36. Vlade in mednarodne kulturne ali vzgojne organizacije, kakor UNESCO, Mednarodni urad za prosveto, Mednarodna komisija za pouk matematike, Mednarodna komisija za proučevanje in napredek pouka matematike, morajo podpirati z vsemi sredstvi (publikacijami, predavanji, zborovanji, razstavami, študijskimi potovanji in bivanji v tujini) mednarodno izmenjavo misli, del, raziskav in ugotovitev o pouku matematike, da bi bila lahko mladina vsega sveta čimprej deležna izkušenj in doseženega napredka učiteljev vseh narodov.

LUDVIK GABROVŠEK

Učni uspehi v matematiki so navadno med najslabšimi. Zato je potrebno, da začnemo razmišljati o oblikah, ki bi pripomogle k boljšemu razumevanju in k večji priljubljenosti predmeta med mladino. Zlasti je to potrebno in važno v obvezni šoli, ki pripravlja mladino neposredno za življenje, hkrati pa ustvarja tudi temelje za nadaljevanje šolanja na višji stopnji srednjih šol. Procentualno slabi uspehi so že na šolah, kjer poučujejo kvalificirani ljudje, še slabši pa tam, kjer ni usposobljenih moči. Strokovnjaki največkrat premalo upoštevajo otrokov razvoj, nestrokovnjaki pa premalo poznajo strokovno vsebino in logičnost matematične zgradbe.

Največ ovir za uspešen napredek je v tem, ker učitelji preslabo poznajo cilje in metode matematičnega pouka. Ta ne sme biti samo v privajanju in utrjevanju računske tehnike, ampak mora vsebovati tudi vzgojo in razvijanje logičnega mišljenja. Kjer ni razumskega pojmovanja, notranjega doživetja in prepričanja o pravilnosti dojetega gradiva, tam tudi ni živega zanimanja za predmet.

Vzbuditi zanimanje za problem naj bi bilo osnovno načelo, ki bi ga moral upoštevati učitelj, ko si določa način učnega postopka. Izbira in zaporednost nalog zato ne smeta biti šablonski, za vsa šolska okolja enaki in za vse oddelke isti. Kakšni naj bosta, o tem bo odločala življenjska posebnost okoliša, pokrajine in vsakokratna situacija v razredu.

Če upoštevamo okolje, v katerem otrok živi in dela, dosežemo večje zanimanje za obravnavano snov, kot če mu predočujemo tuje gradivo, ki morda ni niti v skladu z njegovim pojmovnim obzorjem. Vzbuditev zanimanja za nalogo je prvi korak, ki je potreben, da pritegnemo otroka k šolskemu delu. Zato bomo v kmetijskih okoliših razpravljali o problemih, ki zanimajo kmečke otroke, v mestih pa posvetili pažnjo vprašanjem, ki zanimajo mestnega otroka itd. Povsem zgrešeno pa bi bilo, če ne bi seznanjali otroka tudi z nalogami in problemi, ki obstajajo drugje in so nujno potrebni za splošno izobrazbo. Ker je sestava takega učbenika, ki bi v zadostni meri upošteval vse te naloge, nemogoča, je naloga učitelja, da si jih sam poišče v svojem okolju in jih stalno dopolnjuje. Pri raznih ustanovah in podjetjih, v revijah in dnevnem časopisju bo našel dovolj primerov, da obogati zbirko, iz katere bo črpal snov za delo v razredu.

Pri utrjevanju računske tehnike, spretnosti pravičnega in hitrega računanja je zelo važno zaporedje obravnavanih primerov. Če mislimo pri tem na načelo od lažjega k težjemu in vključimo v delo vse posebnosti, ki so mogoče pri neki določeni računski operaciji, dosežemo, da otrok računski postopek res obvlada. Pestra izbira nalog in pedagoško pravilna zaporednost omogočata živahno delovno razpoloženje, medtem ko enolične naloge delo utrujajo in mehanizirajo. Izredno pažnjo na vseh stopnjah šolanja smo dolžni še ustnemu računanju, ki je velikega pomena za življenjsko prakso.

Ko smo utrdili mehanično računanje pri nekem poglavju, preidemo na uporabne naloge. Če smo poudarili značilnosti okolja, v katerem delamo, bomo organizirali učno uro tako, da bomo posvetili vso uro eni sami temi, n. pr. kmetijstvu. Na osnovi podatkov, ki smo jih zbrali, sestavimo razna vprašanja s področja kmetijstva in jih povežemo v celoto. Pri tem uporabljamo podatke v raznih številih, ki smo jih doslej obdelali, s poudarkom na računski operaciji, ki naj bo predmet zadnje obdelave. Tu lahko govorimo o površini zemljišč, o obdelavi zemlje, gnojenju, setvi, stroških obdelave, prednosti strojnega dela pred ročnim, žetvi, hektarskem donosu, o pridelku pri raznih oblikah gnojenja itd.

Na podoben način izberimo tudi teme o športu, gospodinjstvu, življenju v razredu, delu v tovarni, dogodkih na izletu, o volitvah i. dr. Snovi je dovolj, od učitelja pa je odvisno, kdaj bo tako uro pripravil in kako bo snov uveljavil. Učne ure s tako vsebino bodo zelo priljubljene in bodo živo pritegnile razred k sodelovanju.

Izkušnje pri tehničnem računskem delu kažejo, da otrok ne posveča dovolj pozornosti kontroli svojega dela in se zadovoljuje z rezultatom, ki ga je »na hitro« izračunal. Ker sta točnost in natančnost med posebno važnimi vzgojnimi cilji matematičnega pouka, je naša naslednja skrb, da otroka naučimo, kako si delo preveri. V ta namen ga seznanimo z načini, s katerimi kontroliramo pravilnost računске operacije ali ocenimo točnost rezultata. Ocenjevanje rezultata na osnovi podatkov in nakazanih računskih operacij utrjujmo na vseh stopnjah in pri vseh poglavjih, ker prinaša v mehanično privajanje dokaj miselnih elementov. Kakor povsod, je tudi tu potrebno, da s temi načini previdno prepletamo svoje delo, vzdržujemo zanimivost pouka in osvežujemo učni proces z novimi domislemi in pobudami.

Med zelo uspešne učne pripomočke pri določanju odnosov med matematičnimi količinami prištevamo tudi grafične ponazoritve. Z njimi lahko odpravimo marsikatero nejasnost v razumevanju in to z razmeroma majhnimi naporji. Ker ugotavlja otrok na risbi, je pojmovanje obravnavanih odnosov prav doživeto, zveza med količinami vidna, simboličen izraz pa razumljiv. Prav zaradi teh prednosti so grafična prikazovanja odnosov med količinami zelo priljubljena. Uporabljajmo jih na vseh stopnjah načrtno! Pri izvedbi opozarjajmo stalno na natančnost, na ličnost izdelave, na racionalno izrabo prostora in ustreznost izdelave stalno kontrolirajmo!

Pri zbiranju podatkov za šolsko delo je dobro, če pritegnemo k delu tudi razred. Tako naj poizvedujejo učenci za cenami blaga, cenami raznih storitev, zasledujejo naj n. pr. porabo kuriva, porabo električnega toka, ugotavljajo značilne teže za razna gradiva, hektarske donose in drugo. S tako zaposlitvijo bodo dobivali kontakt z življenjem, prinašali v šolo nove pobude pri sestavljanju nalog in, kar je še posebno pomembno, vedrino v šolsko delo. Na podoben način organizirajmo tudi razne merske naloge, ki naj jih učenci opravijo na terenu, doma, in opazovalne naloge, pri katerih naj ugotavljajo n. pr. spremembe v temperaturah, v zračnem tlaku, v dnevni porabi električnega toka, vodnem stanju, padavinah in podobno. S takim delom jim vcepljajmo smisel za načrtno delo, veselje do opazovanja; razvijajmo jim čut odgovornosti, krepimo točnost in vztrajnost! Smiselno in uspešno pa je tako delo takrat, če ni osamljeno, če je z ostalim gradivom strokovno in pedagoško pravilno povezano ter smotrno izkoriščeno.

Za tako šolsko delo, ki naj velja predvsem za obvezno šolsko stopnjo, pa je silno važno razpoloženje, s katerim pristopamo k delu, in predanost, s katero delo organiziramo. Ker imamo v obveznem šolskem sistemu še otroka, ki se umsko in telesno šele razvija, je njegov razvoj in napredek precej odvisen tudi od poti, ki smo si jo izbrali za delo. Čim bolj ga bomo pritegnili in vključili v delo, tem večje bo njegovo sodelovanje in tem večji njegovi prispevki; tem večje pa bo tudi zaupanje v lastne sile in sposobnosti.

V taj zvezi je važno vprašanje organizacije učnega procesa in metode šolskega dela. Splošno razširjena metoda dela z enim samim učencem pri tabli ima malo pogojev za uspeh, ker se razred pri tem slabo uveljavlja. Zaradi večjega števila otrok v razredu pride poedinec redko na vrsto; da mu posvetimo kaj več pozornosti, kontroliramo njegov napredek, popravljamo napake itd. Res je, da ima vsak učenec v razredu ob delu učenca pri tabli tudi nekaj možnosti za razvoj, nima pa ta oblika nikoli tiste vrednosti kot direktno delo z njim. Prav tako ta metoda slabo pospešuje vzgojo samostojnosti, ker lahko prepisujejo s table, in kviri delovno disciplino v razredu.

Za višjo stopnjo obveznega šolanja bo zelo efektivna metoda, če bomo delali s celotnim razredom. Ko smo uvodni del razpravljanja o učnem gradivu zaključili in utrdili sistem obravnavanja nalog, nadaljujmo z delom, ne da bi računali na tabli!

Na osnovi glasne napovedi problema zapišejo učenci in učitelj podatke v zvezek. Po opravljeni načelni razpravi, pri kateri sodeluje ves razred, pričenjamo s tehničnim delom. Učitelj in učenci pišejo v zvezke po diktatu učenca, ki ga je določil učitelj za računanje. Učitelj prekinja delo in poverja nadaljevanje drugemu učencu. Možnosti za prepisovanje ni,

koncentracija za pouk pa je maksimalna. Posamezni učenec se pogosteje uveljavi; ker glasno računa, ima učitelj možnost, da kontrolira njegovo sodelovanje in vrednost njegovih prispevkov. Tak način dela onemogoča nesodelovanje posameznih učencev, ustvarja pa v razredu živahen tempo dela in daje učitelju dokaj prilik, da presodi sposobnosti in oceni znanje razreda, v katerem dela.

Če navedene oblike dela pri pouku ustrezno izmenjujemo in dopolnjujemo, ustvarjamo ugodne pogoje za živahno udejstvovanje razreda. Pouk bo razgiban, učna snov vsestransko proučena in utrjena, pogoji, da otrok gradivo osvoji in obvlada, pa ugodni. Domače delo bo omejeno na minimum.

Za res uspešno uveljavljanje tega sistema pa je nujno, da se učitelj za pouk temeljito pripravi za vsako uro dela v razredu.

Žabkar Jože

Lepota igra v matematiki ogromno vlogo. Nematematik se prepriča o tem že po videzu, ko prelistava matematična dela in naleti na vsakem koraku na izraze, kot so »lep sklep« in podobno. Pri vsem tem ni sporov o »lepoti«, kar kaže, da okusi matematikov več ali manj sovpadajo. Lepota gre v matematiki z roko v roki s smotrnostjo. Redkokdaj pravimo, da so lepa razglabljanja, ki ne vodijo k zaključnemu cilju, ali razglabljanja, ki so daljša, kot bi bilo potrebno.

V matematiki predstavljam tip izrazitega častilca matematične lepote. Nisem se spuščal v razprave, ki bi v matematiki utirale nove poti ali odkrivala nova področja. Tudi ni področja, v katerem bi se čutil posebnega strokovnjaka. Moje znanje se dotika zadosti mnogih področij, toda ni izčrpno, privede me le do splošnega spoznanja s predmetom in metodo in k dojetju bistvenega. Moja dela se redko vračajo k starim temam, njihova tematika je torej zelo pestra. Moja vrednost v matematiki je v tem, da se lotevam nalog, katere so zaman skušali reševati drugi, in jih rešim z uporabo nepričakovanih prijemov, često izposojenih iz drugih vej matematike. Tako večkrat privedem matematična poglavja v zaključno obliko, kot pa jih začenjam.

N. G. Čebotarev

(Matematičeskaja avtobiografija)

Metode in prijemi, ki jih privzamemo iz drugih vej, dajejo znanosti mnogo več, kot si v splošnem predstavljamo. Prepričan sem, da bi znanost (katerakoli) napredovala nepri- merno hitreje, če ne bi uporabljala posebnih sredstev za svojo nedostopnost (znanstvena terminologija, citati itd.), temveč bi se skušala s poljudnimi deli približati širšim plastem prebivalstva. Mi, matematiki, grešimo v tem manj od drugih.

Trudimo se, da bi z organizacijo olimpiad pritegnili v matematično življenje šolarje. Radi bi omogočili sposobni mladini pot naprej, pa čeprav še ne premore vse predpisane izobrazbe. (V aspiranturo sem sprejel celo dva matematika brez srednješolske izobrazbe. Eden je sedaj med najboljšimi profesorji na Ukrajini, drugi pa je že branil doktorsko delo). In moj učitelj Grave! Kako uporno in požrtvovalno se je boril proti akademskemu sred- njemu veku!

N. G. Čebotarev

(Matematičeskaja avtobiografija)

X. PLENUM ZVEZE DRUŠTEV MATEMATIKOV IN FIZIKOV FLRJ

Dne 6. okt. t. l. je v sejni dvorani Univerze v Ljubljani zasedal X. plenum Zveze društev matematikov in fizikov FLRJ. Na dnevnem redu so bila poročila izvršnega odbora in komisij Zveze, poročila o delu republiških društev, uredniških odborov zveznih časopisov, odbora za pripravo in izdajo monografije o vprašanju pouka matematike v Jugoslaviji, poročilo blagajnika ter predlog proračuna za leto 1957. Razvila se je tudi živahna razprava o izpremembi pravil Zveze, o organizaciji znanstvenega dela, o uvedbi pouka astronomije v srednje šole, o vprašanju enotnih učbenikov za matematiko in fiziko ter o vprašanju izdajanja priročne methodske literature. — Dalje je bilo sporočeno, da je izvršni odbor Zveze predlagal našim znanstvenim akademijam tiskanje celotnih del J. Majcna, M. Petrovića in J. Plemlja.

Po razgovoru o poročilih je bilo ugotovljeno in sklenjeno med drugim tudi tole:

Da bo delavnost komisij Zveze na potrebni višini, je treba doseči sistematsko in stalno povezanost teh komisij z ustreznimi organi oblasti ter tako doseči uveljavljanje zaključkov drugega kongresa.

Plenum se strinja s pobudo, da se ustanovi v Jugoslaviji numerični institut, in meni, da je potrebno pričeti s poukom numeričnega računa na fakultetah, ugotoviti potrebe naših ustanov in podjetij po takem institutu, proučiti ustrezne organizacije v inozemstvu in sklicati sestanek zainteresiranih.

Plenum pozdravlja iniciativo Zvezne ljudske skupščine pri pripravljanju zakonskih predpisov o organizaciji znanstvenega dela in misli, da je treba skupščini poslati še sledeče predloge:

1. K znanstvenim organizacijam naj se prištevajo tudi društva, ki se ukvarjajo z znanstvenimi raziskavanji (kot n. pr. naša društva).

2. Finansiranje takih društev naj se uredi z zakonskimi predpisi.

3. Znanstveni svet naj bo dovolj številen, da bodo lahko v njem zastopane vse glavne stroke, v njegovih odborih in komisijah pa ni treba, da so samo člani tega Sveta.

Društva so dolžna nuditi vso pomoč zveznim časopisom s stalnim dviganjem kvalitete in s povečanjem števila naročnikov.

Ugotovljeno je bilo, da so le redke šole v LR Sloveniji naročene na Nastavo matematike i fizike in da je tudi število naročnikov na ta časopis med profesorji in predmetnimi učitelji v naši republiki prav minimalno. Zastopniki našega društva so obljubili, da bodo poskrbeli za širjenje Nastave po Sloveniji.

Ob zasedanju plenuma je Zveza organizirala v dneh 7. in 8. oktobra simpozij, ki je obsegal ciklus predavanj iz fizike. Predavalnico je dal na razpolago Institut Jožef Štefan. Udeležili so se ga razen članov plenuma tudi profesorji fizike raznih ljubljanskih šol in sodelavci institutov. Posvetovanje je obsegalo sledeče teme: 1. Reaktorska fizika — A. Peterlin. 2. Problemi kontinuuma v fiziki — D. K. Jovanović. 3. Nova lestvica za razdalje v vesoljstvu — F. Dominko. 4. Coulombsko vzbujanje jeder — Č. Zupančič. 5. Sodoben pouk elektrodinamike — V. Vučić. 6. Problemi pridobivanja nuklearne energije — M. Jurić. — Predavanja bodo objavljena v prihodnjih številkah Nastave matematike i fizike.

JOŽE POVŠIČ

20. oktobra 1956 je bil v Ljubljani redni občni zbor Društva matematikov in fizikov LRS. Udeležilo se ga je 92 članov, kar je v primeri s preteklim letom lep napredek. Društvo je napravilo obračun svojega dela v pretekli poslovni dobi. Težišče dela je bilo na sekcijah za tisk, za predavanja, za srednjo šolo, za bibliografijo in za terminologijo. Poročal je podpredsednik dr. Vidav in za njim podrobneje še referenti sekcij.

Velik uspeh Društva je povečanje števila članov od 148 ob lanskem občnem zboru na 325, kar je zasluga tajnika T. Skubica.

Zelo uspešno je delovala komisija za srednje šole, ki je priredila tečaj za fizikalno eksperimentiranje in tečaj opisne geometrije, oba namenjena srednješolskemu učnemu kadru. Organizirala je tudi ekskurzijo v Institut za elektrovezve, Ljubljansko elektrarno, Litostroj in radijsko postajo. Uspešno sodeluje tudi v reorganizaciji našega šolstva.

Plodno deluje tudi terminološka sekcija pod vodstvom dr. Vadnala, ki zbira material za terminologijo višje matematike. Da bi bilo delo bolj uspešno, je stopila v stik s komisijo za terminologijo pri SAZU.

Prof. Povšič, ki ureja bibliografski material, je zbiral bibliografske podatke starejših slovenskih matematikov.

Sekciji za tisk je uspelo zagotoviti redno izhajanje Obzornika za matematiko in fiziko, ki je precej pridobil na ugledu, tako da dobivamo tudi iz inozemstva v zameno ustrezne publikacije. Kljub temu pa je število naročnikov rahlo padlo; prav tako tudi ni bilo zadostnega sodelovanja članov, posebno ne pri rubriki Šola.

Sekcija za dvig pouka in predavanja je imela letos 10 predavanj iz matematike, fizike in astronomije. Tu se je pokazalo zanimanje posebno za fiziko. Predavanja niso bila namenjena širši javnosti, temveč le profesorjem srednjih šol. V okviru Ljudske univerze je sekcija organizirala pri Radio-Ljubljana poljudna predavanja. Vplivala je tudi na Državno založbo Slovenije, da bodo kmalu na razpolago modeli za pouk opisne geometrije.

Društvena knjižnica v tem letu ni imela kakih vidnejših uspehov. Dvignilo se ni niti število knjig niti jih ni izposojala, ker ni še rešeno vprašanje društvenih prostorov.

Mariborska podružnica je pod vodstvom F. Bezjaka priredila več predavanj o gibanju teles, o geometričnih tvorih 2. stop. in 2. reda, o radioaktivnosti, dif. enačbah in o radarski tehniki.

Tudi na letošnjem občnem zboru se je pokazal pereč problem: pomanjkanje srednješolskega kadra za matematiko in fiziko. Ta namreč odhaja v industrijo in drugam.

Občni zbor je sklenil povečati aktivnost in sodelovanje z ostalimi republiškimi društvi, aktivizirati večje število članstva in doseči čim tesnejše sodelovanje med visokoškolskimi profesorji in društvom.

Delovanje društva ne bi bilo uspešno, ako ne bi bilo izdatne podpore Sveta za šolstvo in drugih ustanov.

V novi upravni odbor so bili izvoljeni: dr. A. Vadnal kot predsednik, dr. I. Vidav kot podpredsednik, V. Rupnik kot tajnik, F. Plevnik kot blagajnik; kot odborniki pa še dr. Kuščer, A. Moljk, M. Švikaršič, J. Povšič, dr. F. Dominko, N. Prijatelj, I. Štalec, F. Šušteršič. Nadzorni odbor sestavljajo: dr. Vakselj, O. Sajovic, F. Čemažar. Častno razsodišče pa: dr. A. Peterlin, dr. S. Dolar, I. Molinaro.

VILI RUPNIK

2. VPLIV TOKA NA MAGNETNICO

(Vprašanje iz IV. letnika)

Izražena je bila domneva, da tok v tokovodniku ne vpliva na magnetnico, če jo premikamo s povprečno hitrostjo elektronov (v_n). Ta domneva ne drži. Povprečna relativna hitrost elektronov glede na magnetnico je res nič, zato se pa giblje mreža pozitivnih ionov z relativno hitrostjo $-v_n$ v obratno smer, kar predstavlja enak tok, kot če magnetnica miruje.

Tok I lahko izrazimo s številom pozitivnih in negativnih delcev na dolžinsko enoto (N_p oz. N_n) ter njihovo povprečno hitrostjo (v_p oz. v_n) takole: $I = N_p e_p v_p + N_n e_n v_n = N_p e_p (v_p - v_n)$. Tu smo upoštevali, da je žica električno nevtralna, torej da je $N_p e_p + N_n e_n = 0$. Negativni delci so v kovini elektroni, pozitivni pa kovinski ioni.

Sedaj pa vstavimo v enačbo za tok relativne hitrosti glede na koordinatni sistem, ki se giblje z magnetnico s hitrostjo u , torej $v'_p = v_p - u$, $v'_n = v_n - u$! Tok v gibajočem se koordinatnem sistemu je $I' = N_p e_p [(v_p - u) - (v_n - u)] = N_p e_p (v_p - v_n)$. Tok je torej enak kot v mirujočem koordinatnem sistemu. Magnetnica se odkloni enako ne glede na svojo hitrost u .

MITJA ROSINA

6. KOMPENZACIJSKO MERJENJE NAPETOSTI

(Vprašanje iz IV. letnika)

Če sta napetosti merjenja in akumulatorja popolnoma enaki, se tok res porazdeli na oba. Notranja upora merjenja in akumulatorja (R_m in R_a) sta sicer zanemarljiva proti uporabi merilne žice R , toda za porazdelitev toka je važno njuno razmerje. Enačbi za merjenčev in akumulatorjev krogotok se glasita: $U_m = I_m R_m + (I_m + I_a) R$ ter $U_a = I_a R_a + (I_m + I_a) R$. Če je $U_m = U_a$, dobimo $I_m : I_a = R_a : R_m$.

Ta zveza velja le, če sta U_m in U_a natančno enaka ali, bolje rečeno, če je razlika med U_a in U_m majhna v primeri z $I_a R_a$ (relativna razlika mora biti majhna v primeri z R_a/R). Ker je R_a majhen proti R , te natančnosti v praksi ne dosežemo. Čim pa je U_a zaznavno večji od U_m , že lahko poiščemo ravnotežje, pri katerem je $I_m = 0$.

MITJA ROSINA

7. NIHANJE VRVI Z UTEŽJO

(Vprašanje iz IV. letnika)

Za formulacijo zastavljenega problema postavimo izhodišče koordinatnega sistema tja, kjer je utež v svoji mirovni legi, koordinatni osi pa orientirajmo tako, kot kaže slika! Odmik vsakega dela vrvi je funkcija koordinate x in časa: $y = y(x, t)$. Pri nihanju z majhno amplitudo nateza vsak presek vrvi sila, ki je enaka skupni teži uteži in spodnjega dela vrvi: $F = (m_1 + mx/l)g$. Pri tem je m_1 masa uteži, m masa vrvi, l pa dolžina vrvi. Vodoravno komponento sile dobimo z upoštevanjem nagnjenosti vrvi: $F_y = F \partial y / \partial x = (m_1 + m_1 x/l) g \partial y / \partial x$. Podobno kot pri struni in pri verižnici poiščemo rezultanto, ki deluje na majhen del vrvi z dolžino dx . Rezultanta dF_y daje temu delu vrvi pospešek $b = \partial^2 y / \partial t^2$, ki je določen

z Newtonovim zakonom: $dF_y = (mdx/l)b$. To delimo z dx , da dobimo diferencialno enačbo za y :

$$\frac{\partial F_y}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(m_1 + \frac{mx}{l} \right) g \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{m}{l} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (1)$$

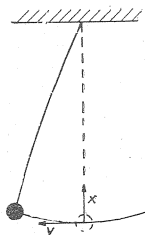
Robna pogoja sta:

$$y = 0 \quad \text{pri } x = l \text{ in} \quad (2)$$

$$\partial^2 y / \partial t^2 = g \partial y / \partial x \quad \text{pri } x = 0 \quad (3)$$

Drugi pogoj dobimo iz Newtonovega zakona, zapisanega za gibanje uteži:

$$F_y = m_1 g \partial y / \partial x = m_1 \partial^2 y / \partial t^2 \quad (\text{pri } x = 0).$$



Zanima nas le takšno nihanje, pri katerem nihajo vsi deli vrvi sočasno. Ker je nihanje sinusno, zapišimo kar $y = u(x) \sin \omega t$. To vstavimo v enačbo (1). Vpeljava nove neodvisne spremenljivke $z = (x/l + m_1/m)^{1/2}$ prevede enačbo za u v Besselovo diferencialno enačbo reda 0:

$$\frac{d^2 u}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{du}{dz} + a^2 u = 0 \quad (1)$$

kjer je $a^2 = 4\omega^2 l/g$. Robna pogoja pa sta zdaj

$$u = 0 \quad \text{pri } z = \sqrt{1 + m_1/m} \text{ in} \quad (2)$$

$$du/dz = -\frac{1}{2} a^2 \quad \text{pri } z = \sqrt{m_1/m} \quad (3)$$

Rešitev Besselove diferencialne enačbe je v tem splošnem primeru sestavljena iz Besselove in Neumannove funkcije reda 0. Robnemu pogoju (2) zadošča rešitev oblike

$$u = N_0(a\sqrt{2})J_0(az) - J_0(a\sqrt{2})N_0(az)$$

Pri tem smo že upoštevali, da je v danem primeru $m/m_1 = 1$. Iz robnega pogoja (3) dobimo ob upoštevanju relacij $dJ_0(az)/dz = -aJ_1(az)$ in $dN_0(az)/dz = -aN_1(az)$ enačbo

$$a = 2 [N_0(a\sqrt{2})J_1(a) - J_0(a\sqrt{2})N_1(a)] : [N_0(a\sqrt{2})J_0(a) - J_0(a\sqrt{2})N_0(a)] \quad (4)$$

To je transcendentna enačba za a , ki jo rešimo z iteracijo. Kot začetni približek za a vstavimo v desno stran enačbe (4) vrednost $a_0 = 3/\sqrt{2} = 2,121$, ki velja za enako grajeno,

toda togo nihalo (vrh je nadomeščena s palico).^{*} Naslednji približek $a_1 = 2,097$ dobimo iz (4) z uporabo tabel (Jahnke-Emde: Tafeln höherer Funktionen. Teubner 1948). Izboljšano vrednost $a_2 = \frac{1}{2}(a_0 + a_1) = 2,109$ zopet vstavimo v desno stran (4). Po petih takšnih korakih iteracija ne da več nobene izboljšave in je $a = 2,113$. Krožna frekvenca nihanja obtežene vrvice je torej $\omega = 1,057\sqrt{g/l}$. Omenjeno togo nihalo^{*} ($\omega = 1,061\sqrt{g/l}$) niha le 1,004 krat hitreje.

Pri tem pa niha togo nihalo lahko z eno samo (pravkar navedeno) frekvenco, medtem ko so vrvice lastne vse frekvence, ki slede iz rešitve enačbe (4). Toda pri računanju višjih lastnih frekvenc ne poznamo začetnega približka. Pomagamo si z risanjem, ki pokaže, da leži drugi koren enačbe (4) v bližini $a = 8,27$ (torej je $\omega_2 = 4,1\sqrt{g/l}$). Uporabljeni način iteracije pa pri teh vrednostih ni več konvergenten.

Bolj preprost kot obravnavani problem je primer z vrvjo brez uteži na koncu ($m_1 = 0$). Robni pogoj (3) se tedaj reducira na zahtevo, da mora biti u pri $z = 0$ regularen. Neumanova funkcija, ki je tu singularna, torej v tem primeru ne prihaja v poštev, ampak so rešitve kar $u = J_0(az)$, pri čemer je a katera izmed ničel funkcije J_0 . Da dobimo osnovno frekvenco, vzamemo prvo ničlo ($a = 2,4048$). Ustrezno togo nihalo (nihajoča palica), pri katerem je $a = \sqrt{6} = 2,4495$, niha torej 1,0186-krat hitreje.

JANEZ STRNAD

8 ODGOVOR NA VPRAŠANJE

(Vprašanje iz IV. letnika)

Pri majhni ekscentričnosti je obseg elipse približno $O = \pi(a + b)$, kjer sta a in b velika in mala polos elipse. Dokazati je treba, da je $O - \pi(a + b) > 0$ in poiskati oceno za to napako.

Iz parametrične izražave elipse $x = acost$, $y = a \sin t$ dobimo za obseg elipse izraz

$$O = 4a \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \varepsilon^2 \sin^2 t)^{\frac{1}{2}} dt$$

Tu je $\varepsilon^2 = a^2 - b^2$ in $\varepsilon = e/a$. Če razvijemo koren pod integralom v vrsto in nato členoma integriramo, dobimo za obseg^{*}

$$O = 2\pi a \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \varepsilon^2 - \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \frac{\varepsilon^4}{3} - \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \frac{\varepsilon^6}{5} - \dots \right] \quad (1)$$

Vrsta je konvergentna tudi za $\varepsilon^2 = 1$. Skušajmo prav tako razviti $O_1 = \pi(a + b)$ v vrsto po potencah ε . V ta namen nekoliko preuredimo binom

$$\pi(a + b) = \pi a(1 + b/a) = \pi a[1 + (1 - \varepsilon^2)^{\frac{1}{2}}]$$

^{*} Pri takšnem nihalu je $\omega^2 = (m_1 + m \frac{1}{2} l) g / (m_1 l^2 + \frac{1}{8} m l^2)$. Če je $m_1 = m$, je $\omega^2 = 9g/8l$, torej $a^2 = 9/2$.

^{*} Vidav; Višja matematika I, str. 471.

Ako razvijemo drugi sumand v zadnjem oklepaju po potencah ε^2 , se vrsta za O_1 glasi

$$O_1 = 2\pi a \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \varepsilon^2 - \frac{1}{4} \cdot \frac{\varepsilon^4}{4} - \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 4} \cdot \frac{\varepsilon^6}{6} - \dots \right]$$

Odštejmo enačbi (1) in (2):

$$O - O_1 = 2\pi a \left\{ \left[\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} - \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \frac{1}{3} \right] \varepsilon^4 + \left[\frac{1}{4} \cdot \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 6} - \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \frac{1}{5} \right] \varepsilon^6 + \dots \right\} \quad (3)$$

Kakšnega znaka so razlike v oklepajih? Izkazalo se bo, da so vse pozitivne. Zaznamujmo v posameznih oklepajih minuende z α_n in subtrahende z β_n . Njihova splošna oblika je

$$\alpha_n = \frac{1}{4} \cdot \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{4 \cdot 6 \dots 2n} \cdot \frac{1}{2n-1} \quad \beta_n = \frac{1}{4} \left(\frac{1 \cdot 3 \dots (2n-1)}{4 \cdot 6 \dots 2n} \right)^2 \frac{1}{2n-1}$$

Iz kvocienta $\alpha_n/\beta_n = 4 \cdot 6 \dots 2n/1 \cdot 3 \dots (2n-1)$ je takoj razvidno, da je $\alpha_n/\beta_n > 1$ ali $\alpha_n > \beta_n$. Vsi kvocienti na desni strani enačbe (3) so torej pozitivni, od koder sledi $O - O_1 > 0$, kar je bilo treba dokazati.

Za ocenitev razlike $O - O_1$ nadomestimo v enačbi (3) potence $\varepsilon^6, \varepsilon^8, \dots$ vse z največjo ε^4 in jo izpostavimo. S tem smo desno stran povečali in imamo

$$O - O_1 < 2\pi a \varepsilon^4 \left[\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} - \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 6} - \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \cdot \frac{1}{5} + \dots \right] \quad (4)$$

Vrsta v oklepaju je sestavljena iz izmenoma iz pozitivnih in negativnih členov. Ako seštejemo pozitivne člene, dobimo

$$S_1 = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{4 \cdot 6 \cdot 8} + \dots \right)$$

Vsoto vrste v oklepaju najdemo, če razvijemo izraz $(1 - \varepsilon^2)^{\frac{1}{2}}$ po binomskem obrazcu in nato vstavimo $\varepsilon^2 = 1$; saj je vrsta konvergentna tudi pri tej vrednosti. Torej je

$$0 = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6} - \dots$$

Od tod dobimo $S_1 = \frac{1}{4}$. Skušajmo poiskati še vsoto S_2 negativnih členov v (4). V ta namen vstavimo $\varepsilon^2 = 1$ v (1). Ker je vrsta na desni konvergentna tudi za $\varepsilon^2 = 1$ in je tedaj $O = 4a$ (elipsa dvakrat pokrije veliko os), dobimo od tod $S_2 = 2/\pi - \frac{3}{4}$. Ako postavimo vrednosti za S_1 in S_2 v neenačbo (4), dobimo oceno $O - O_1 < (4 - \pi)a\varepsilon^4$.

SILVESTER ČERNETIČ

Podobno rešitev te naloge, le brez ocene za napako, je poslal tudi Janez Ušan.

(Vprašanje iz IV. letnika)

Za prostornino soda najdemo v priročnikih tudi formuli $V = \frac{1}{3} \pi (2R^2 + r^2) v$ in $V = \pi \left[\frac{1}{3} (2R + r) \right]^2 v$, kjer je R polmer največjega preseka, r polmer osnovne ploskve, v pa dolžina. Kakšno obliko morajo imeti doge v gornjih primerih, da bi bili formuli natančni za vsak r ?

Vzemimo, da je sod rotacijsko telo. Enačba krivulje, po kateri je upognjena doga, naj bo $y = y(x)$, pri čemer je os x tudi os soda. V primeru malo posplošene prve formule $V = \pi (aR^2 + \beta r^2) v$, $a + \beta = 1$, dobimo za prostornino izraz:

$$2\pi x(aR + \beta y) = 2\pi \int_0^x y^2 dx$$

Tu je $2x$ dolžina soda, y pa polmer poljubnega preseka soda. Z odvajanjem dobljena diferencialna enačba

$$\frac{dx}{x} + \frac{\beta}{a} \cdot \frac{2y dy}{R^2 - y^2} = 0$$

ima rešitev $(Cx)^{a/\beta} = R^2 - y^2$. V primeru prve formule za prostornino je $\alpha = \frac{2}{3}$, $\beta = \frac{1}{3}$; od tod: $y^2 + C^2 x^2 = R^2$. Doge bi morale imeti eliptično obliko.

Podobno obdelamo drugi primer. Tu dobimo

$$V = 2\pi x (aR + \beta y)^2 = 2\pi \int_0^x y^2 dx, \quad a + \beta = 1$$

Od tod je

$$\frac{(aR + \beta y) dy}{y^2(1 - \beta^2) - 2a\beta Ry - a^2 y^2} = \frac{dx}{2\beta x}$$

Tedaj

$$(Cx)^{a/\beta} = \frac{R - y}{[(1 + \beta)y + aR]^{a/(1+\beta)}}$$

Tudi v primeru druge formule moramo vzeti $\alpha = \frac{2}{3}$, $\beta = \frac{1}{3}$. Doge bi morale sedaj imeti obliko krivulje $C^2 x^2 = (R - y)/(y + \frac{1}{2} R)^{\frac{1}{2}}$ ali, če razrešimo enačbo na y

$$y = R + \frac{1}{2} C^4 x^4 - \frac{1}{2} C^2 x^2 (6R + C^4 x^4)^{\frac{1}{2}}$$

Kratek račun pokaže, da se ukrivljenost te krivulje od točke $(0, R)$ z rastočim x -om manjša.

V prvem primeru bi morale biti doge na koncih bolj zakrivljene kot v sredini, v drugem primeru pa na sredini bolj zakrivljene kot na koncih. Iz dejstva, da so doge v resnici bolj zakrivljene v sredini soda, moremo sklepati, da druga formula bolje aproksimira prostornino soda kot prva.

ANTON SUHADOLC

3.

Funkcija $f(n)$, kjer je argument n naravno število, naj ustreza funkcionalni enačbi

$$f(mn) = f(m) + f(n)$$

Tu sta m in n poljubna. S to lastnostjo funkcija $f(n)$ še ni določena. Dokaži pa, da je $f(n) = \text{Clog } n$ (C pomeni konstanto), če je $f(m) > f(n)$ pri $m > n!$

IVAN VIDAV

4. MEJA ZA HITROST

Točka naj se giblje na abscisni osi tako, da ostane vedno na intervalu $(-a, a)$. Če je torej x njena oddaljenost od izhodišča, je $-a \leq x \leq a$. Pospešek naj bo po absolutni vrednosti omejen, sicer pa naj bo gibanje popolnoma poljubno. Dokaži, da je tudi hitrost po absolutni vrednosti omejena. Kolikšna je zgornja meja hitrosti, če pospešek ni absolutno večji od A ? (Glej podobno nalogo v II. letniku Obzornika, stran 96, rešitev na strani 206.)

IVAN VIDAV

5. VLAŽEN ZRAK

1. Pri stalnem tlaku 760 tor zmešamo 1 kg nasičeno vlažnega zraka z 20°C in 1 kg nasičeno vlažnega zraka z 10°C . Kaj dobimo?

2. Kilogram nasičeno vlažnega zraka z 20°C in 760 tor razpnemo obrnljivo adiabatno tako daleč, da se tlak zniža na 700 tor. Kolikšna je končna temperatura? Koliko vode se kondenzira?

3. V 1 kg suhega zraka z 20°C vbrizgamo in fino razpršimo 20 g vode z enako temperaturo. Za koliko se zrak ohladi?

TABELA ZA PARNI TLAK VODE

T	p	T	p
10°C	9,21 tor	16°C	13,63 tor
11°C	9,84 tor	17°C	14,53 tor
12°C	10,52 tor	18°C	15,48 tor
13°C	11,23 tor	19°C	16,48 tor
14°C	11,99 tor	20°C	17,54 tor
15°C	12,79 tor		

IVAN KUŠČER

Kako so krstili Clementino. — Sprva je bil poizkusni hitri reaktor iz plutonija, ki so ga gradili v kanjonu blizu Los Alamosa, brez imena. Neki strokovnjak, ki je sodeloval pri načrtih in je pozneje zapustil Los Alamos, je hotel zvedeti, kako napreduje delo. Zaradi varovanja tajnosti ni smel vprašati naravnost, zato je brzojavil:

In a cavern, in a canyon,
Extrapolating must be fine,
Since you are the miners, 49 ers,
Tell me how is Clementine?

49 je bila šifra za plutonij, tako da so graditelji brzojav brez težav razumeli. Od tistih dob pa se je reaktorja prijel ime Clementine.

Atoms, 2, 300 (1951)

Kozmetična fizika. — Zelo zanimiv moderen kozmetični izdelek je tako imenovana magnetična krema... Teorija, na kateri sloni proizvodnja te kreme, je takale: novi kozmetični produkt je nosilec pozitivnega električnega naboja. Ko ga v maski uporabljamo, potegne iz kože, kjer je kožna maščoba in nečistoča iz zraka nosilec negativnega električnega naboja, kakor magnet vso nesnago iz lojnja proti površini.

TT, 6. IX. 1956

Nov aparat za ugotavljanje raka. — V Zveznem uradu za patente v Beogradu so pred kratkim registrirali patent mladega inženirja Vitomira Mrdjanina iz Jajca. Aparat je zelo preprost in bo znatno pripomogel k uspešnejšemu zdravljenju raka, če se bo, kot domnevajo, obnesel pri poskusih.

Znano je, da je raka mogoče uspešno zdraviti z radijskim obsevanjem in s kirurškimi posegi, toda samo pod pogojem, če pride bolnik k zdravniku ob pravem času. Ugotovili so, da obsevanje ne učinkuje vedno in da lahko v posameznih primerih celo škoduje. Mladi inženir to takole razlaga: Rakaste celice je mogoče uničevati z radijskimi žarki alfa samo takrat, kadar jih bombardirajo v nasprotni smeri od gibanja kozmičnih žarkov (helija). Če je obsevanje istosmerno, učinek izostane in se rak celo še hitreje razvija.

Novi aparat inž. Mrdjanina naj bi ugotavljal, kje je treba obsevati raka, da bo zdravljenje v resnici uspešno. Precizni galvanometer na igli — ta je glavni sestavni del aparata — natančno nakazuje gibanje žarkov. Po mnenju inž. Mrdjanina ni rak nič drugega, kot koncentrirana statična elektrika, ki s svojimi žarki influentno deluje na človeški organizem. Najprej bodo preizkusili vrednost te iznajdbe na onkološkem inštitutu medicinske fakultete v Beogradu, pri poskusih pa bo zelo verjetno sodeloval tudi atomski inštitut v Vinči.

Ljudska pravica, 2. VIII. 1956.

Čista fizika. — V ostalem tu ni nobenih skrivnosti: veslanje je čista fizika in njenih zakonov ne bomo mogli nikoli spreminjati, mi jih lahko samo spoznamo in se po njih ravnamo. Osmerec opravi delo 300 kg, če so zavesljaji vseh veslačev istočasni in učinkoviti. Ob razbitem veslanju pa znaša to delo le 200 kg. To so statistično ugotovljena dejstva.

(Po izjavi tov. Andra Žežlja, profesorja za veslanje na Visoki šoli za telesno vzgojo v Beogradu.)

Slovenski poročevalec, 4. 9. 1956

Človek se vedno moti. Naša spoznanja so seveda relativna in človek in človeštvo se vedno moti. Do Kopernika je bilo vse civilizirano človeštvo prepričano, da je naša Zemlja podobna krožniku. To je bila tedaj resnica in Galileo Galilei, ki je razlagal svojim učencem Kopernikovo teorijo, da je Zemlja krogla in ne krožnik, bi bil kmalu plačal to svojo predrznost z glavo; preklicati je moral svoj pregrešni nauk.

D. Stegu: Cankarjev svetovni nazor.

Nova Obzorja, 9, št. 10, str. 617 (1956).

Bulletin de la Société mathématique de France, Paris 1956, T 84, F. I, II.
 Elektrotehniški vestnik, Ljubljana 1956, št. 9—10, 11—12.
 Farmaceutski vestnik, Ljubljana 1956, VII, št. 7—8, 9—10, 11—12.
 Glasnik mat.-fiz. i astr., Zagreb 1956, T 11, No. 2.
 Gospodarski vestnik, Ljubljana 1956, IV, št. 76—97; 1957, št. 1—14.
 Hathavay Engineering News, Denver 1956, Vol. 5, No 2, 3.
 Matematičko fizički list, Zagreb, 1956/57, VII, št. 2.
 Nastava matematike i fizike, Beograd 1956, V, št. 3.
 Philip's Technische Rundschau, 1956, J. 18, Nr. 5—6, 7, 8.
 Physics Today, New York 1956, Vol. 9, No 8, 9, 10.
 Proteus, Ljubljana 1956/57, XIX, št. 2, 4—5, 6.
 Publikacije elektrotehničkog fakulteta, Beograd 1956, No 1—10.
 Sodobna pedagogika, Ljubljana 1956, VII, št. 7—8, 9—10.
 Ukrainskij matematičeskij žurnal, Kiev 1956, T VIII, No 3.
 Uspehi matematičeskikh nauk, Moskva 1956, T XI, št. 4, 5, 6.
 Vesnik društva mat. i fiz. NRS, Beograd 1956, VIII, št. 1, 2.
 Vestnik Leningradskogo universiteta, Leningrad 1956, No 13, 16.
 Zdravstveni vestnik, Ljubljana 1956, XXV, št. 9, 10.
 Zbozdravstveni vestnik, Ljubljana 1956, XI, št. 4—6.

IZ UPRAVE

Na zalogi imamo še vse številke I., II., III. in IV. letnika razen 1. številke I. letnika. I. letnik stane 120 din, posamezna številka 50 din, II. letnik stane 250 din, posamezna številka 90 din, III. letnik stane 250 din, posamezna številka 90 din, IV. letnik 250 din, posamezna številka 100 din.

Iz 4. številke Obzornika 1951 smo ponatisnili tabelo *Osnovne fizikalne konstante* na kartonu 32 × 33 cm. Dobite jih za ceno 20 din za kos pri prof. Štalcu Ivanu, Ljubljana, I. gimnazija, Vegova ul. 4. Prav tam lahko poravnate tudi naročnino za Obzornik.

Zveza Društev matematikov in fizikov FLRJ izdaja časopis:

Nastava matematike i fizike

Naročnina je za člane vseh republiških društev matematikov in fizikov 300 din, za ostale naročnike, šole in biblioteke 400 din. Naročila in naročnino pošiljajte na žiro-račun Nastave 10-KB-2-Ž-1262 z oznako Za »Nastavu« za l. 1957. Časopis naročite lahko tudi pri našem Društvu.

Društvo matematikov in fizikov NRS izdaja

Vestnik Društva matematičara i fizičara NRS

Letno izide v dveh dvojnih številkah, letna naročnina je 400 din. Naročnino pošiljajte na ček. račun 102-T-119 Društvu matematičara i fizičara NRS pod označbo »Za Vesnik«.

MATEMATIČKO FIZIČKI LIST

za učenike srednjih škola. Letnik ima 4 številke, med počitnicami ne izhaja. Letna naročnina je 200 din, posamezna številka 60 din.

Profesorji srednjih šol, priporočajte list dijakom! Naročila in naročnino pošiljajte na naslov:

Matematičko-fizički list, Zagreb, Ilica 16/III, p. p. 165 ali na čekovni račun št. 401-T-1080.

Društvo matematičara i fizičara N. R. Hrvatske poziva sve, koji se zanimaju matematičko-fizičkim naukama, da se pretplate na

Glasnik **matematičko-fizički i astronomski** i sarađuju u njemu.

Zaista ne bi smjelo biti ni jednog kulturnog radnika, koji se bavi matematičko-fizičkim naukama, kao ni prosvjetne ustanove, koja nije pretplatnik Glasnika. Pretplatom i suradnjom u svojem naučnom i stručnom časopisu pokazujete u kolikoj mjeri pratite i podupirete razvitak i napredak svoje struke. Širite također Glasnik u svom krugu, jer time podupirete razvitak matematičko-fizičkih nauka u svojoj okolini.

Prijave pretplate slati na administraciju Glasnika: Zagreb, Ilica 16/III. Pretplata za god. 1957 iznosi 480.— din i šalje se na ček. br. 401-606/1-K-1077.

Obzornik za matematiko in fiziko izhaja vsak tretji mesec. Izdaja ga Društvo matematikov in fizikov LRS. Urejuje ga uredniški odbor: I. Kuščer, A. Moljk, N. Prijatelj, I. Vidav. Odgovorni in tehnični urednik: I. Štalec. Upravo vodi I. Štalec. — Tiska tiskarna »Ljudske pravice« v Ljubljani. — Naročnina je 250 din, za podjetja in ustanove, ki plačajo po računu in za naročnike, ki plačajo po terjatvi 280 din. Posamezna številka 100 din. Naročnino nakažite na naš čekovni račun 60-KB-1-Ž-207. Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov:

Obzornik za matematiko in fiziko, Ljubljana, poštni predal 253.