OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

1953 LJUBLJANA LETNIK III 4

VSEBINA

Članki

Franc Hočevar (Ob stoletnici njegovega rojstva) (J. Povšič) . 97
Kritična velikost reaktorja (I. Kuščer) 103
Osnovni delci (S. Detoni) 114

Novice

Iracionalnost števila π (F. Avsec) 117
Dvojni razpad beta (I. Zupančič) 118
Umetni delci V^0 (B. Dobovišek) 120
Rentgenski mikroskop (S. Pahor) 121

Utrinki 123

Šola

Predlog za izboljšanje pouka fizike na srednjih šolah (F. Ahlin) 124

Nove knjige 126

Odgovori 128

Vprašanja 128

UREDNIŠTVO JE PREJELO V ZAMENO

Elektrotehniški vestnik, Ljubljana 1953, XXI, št. 7—8, 9—10.
Farmacevtski vestnik, Ljubljana 1953, IV, št. 7—8.
Gospodarski vestnik, Ljubljana 1953, II, št. 73—95.
Mat.-fiz. list za učenike sred. škola, Zagreb 1953/54, IV, št. 1.
Problem, časopis Savjeta za probl. šah, Zagreb 1953, št. 17—18.
Proteus, Ljubljana 1953/54, XVI, št. 1, 2, 3.
Sodobna pedagogika, Ljubljana 1953, IV, št. 7—8.
Varilna tehnika, Ljubljana 1953, II, št. 2, 3.
Vesnik Društva mat. i fiz. NRS, Beograd 1953, V, št. 1—2.
Zdravstveni vestnik, Ljubljana, 1953, XXII, št. 7—8, 9—10.
Zobozdravstveni vestnik, Ljubljana 1953, VIII, št. 4—5.

IZ UPRAVE

Letos bo imel Obzornik 6 številk po 32 strani. Naročnina je 250 din. Bralce prosimo, da naročnino čimprej poravnajo, da ne bo na koncu leta neprijetnih stroškov zaradi opominjanja. Kdor želi poravnati naročnino v dveh obrokih, mora plačati 20 din več. — V letu 1951 so izšle 4 številke, v letu 1952 pa 5 številk. Na zalogi imamo 2., 3. in 4. št. I. letnika za 120 din in vse številke II. letnika za 250 din. Naročajte s plačilom po ček. položnici *Društvo matematikov in fizikov LRS, Ljubljana,* ček. rač. št. 604-T-207.

LETO III
1 9 5 3

Obzornik za matematiko in fiziko

ŠTEV. 4
1. XI. 1953

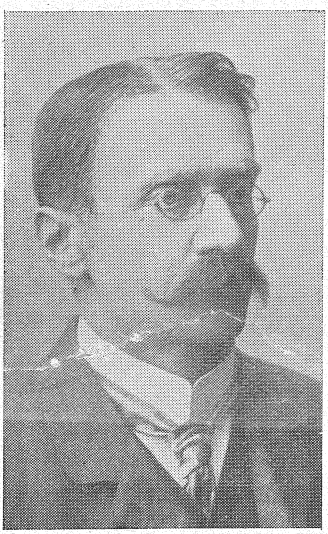
FRANC HOČEVAR

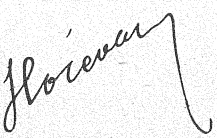
(Ob stoletnici njegovega rojstva)

J. POVŠIČ

Med naše matematike, ki so se uveljavili s strokovno delavnostjo, spada tudi dr. Franc Hočevar. Ker je z njegovim imenom zvezan napredek srednješolskega matematičnega pouka tudi med jugoslovanskimi narodi, zato zasluži, da ob tej priliki očrtamo njegovo življenjsko pot in prikažemo pregled njegovega dela.

Franc Hočevar je bil rojen 10. oktobra 1853 v Metliki. Oče mu je bil Rajmund Hočevar, sodni pristav, mati pa Marija roj. Mučilar. Obiskoval je gimnazijo v Ljubljani (1864—1871), kjer mu je vcepil ljubezen do matematične znanosti njegov učitelj matematike in propedevtike Nejedli, ki je bil zaradi obširnega znanja cenjen in priljubljen pri svojih učencih. Nato je odšel na Dunaj, kjer je študiral na filozofski fakulteti matematiko in fiziko. Tam so takrat predavali: Stefan, Loschmidt, Boltzmann, Petzval in Weiss; Boltzmann je takrat poučeval matematiko. Za doktorja filozofije je Hočevar promoviral že leta 1875. Takoj po končanih študijah je postal asistent na dunajski tehniki. Od leta 1879 do leta 1891 je bil gimnazijski profesor v Innsbrucku, kjer se je medtem 1883 habilitiral in postal privatni docent za matematiko. Na tamkajšnjem vseučilišču sta takrat delovala Otto Stolz in Gegenbauer, s katerima se je Hočevar pobliže seznanil. Leta 1891 je postal Hočevar izredni, leta 1894 pa redni profesor matematike na nemški tehniški visoki šoli v Brnu. 1895 je bil pozvan na tehniško visoko šolo v Gradec, kjer je ostal do smrti 19. junija 1919. Na graški tehniki je bil ponovno in to devetkrat izvoljen za dekana strojne fakultete. Večkrat mu je bilo ponudeno rektorsko mesto, ki ga je pa zaradi srčne bolezni vedno odklanjal. Nekoliko pred smrtjo so mu podelili naslov dvornega svetnika. Zaradi skromnega in mirnega značaja kakor tudi zaradi pravičnosti do vsakogar ga je vse spoštovalo. Čeprav je bil znanstveno šolan v tujini in je živel tam od gimnazijske mature dalje, je vendar vse življenje ostal zvest izročilom narodno zavednega kroga, ki je oblikoval njegovega mladega





Sliko so iz prijaznosti posodili za Obzornik Hočevarjevi sorodniki, podpis pa je posnet iz indeksa inž. J. Štolfe.

duha. Slovenski študentje v Gradcu so ga poznali kot zavednega Slovenca; svojega slovenskega priimka ni nikdar spreminjal.

O Hočevarjevi *znanstveni delavnosti* priča njegovih 21 pomembnih razprav. Objavljal jih je v letih 1876—1913 v raznih strokovnih časopisih in publikacijah, največ v Sitzungsberichte in v Anzeigen dunajske akademije. Kratki izvlečki so v ustreznih letnikih časopisov Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik in Die Fortschritte der Physik. Razprave bo treba poiskati, osvetliti njihov pomen in prikazati izsledke v samostojni obdelavi. Razen štirih, v katerih avtor obravnava problematiko srednješolskega matematičnega pouka, obsega njegovo delo precej pestra torišča ter specialna vprašanja in sicer: sedem raziskav diferencialnega in integralnega računa (določeni integral, navadne in parcialne diferencialne enačbe), štiri razprave s področja algebre in po eno iz teorije števil, kombinatorike, vrst, analitične geometrije prostora, mehanike in elektrike.

Že v svoji prvi razpravi »O nepopolni funkciji gama« je posegel globoko v raziskovalno področje določenega integrala.[1] Za nepopolno funkcijo gama

$$\Gamma(\mu, \xi) = \int_0^{\xi} x^{\mu-1} e^{-x} dx$$

je našel razvrstitev, ki je porabna za velike μ in majhne ξ, medtem ko služita Legendrova za majhne ξ in Schlömilchova za velike ξ. — Najdalje je prodrl v svojih raziskavanjih v algebri, kjer je prišel do presenetljivo enostavnega rezultata pri splošni rešitvi sledečih dveh problemov: a) Poiskati potreben in zadosten pogoj za to, da se da algebrajska forma f p-te stopnje z $n(>2)$ spremenljivkami razstaviti v linearne faktorje. b) Izračunati te faktorje, če je pogoj izpolnjen. Ta dva problema sta bila do takrat obdelana na algebrajski način. Hočevar pa je vpeljal k temu še funkcijsko teoretično metodo, pri čemer je razvil poljubno spremenljivko na nič reducirane forme f v potenčno vrsto. Tako je dobil rezultat: Da forma f razpade v linearne faktorje, je potreben in zadosten pogoj, da so vsi trivrstni minorji Hessejeve determinante H deljivi z f. Če so ti pogoji izpolnjeni, potem se dajo linearni faktorji tudi določiti in sicer ravno s pomočjo teh potenčnih vrst. Ta vprašanja je obdelal v razpravi »O formah, ki se dajo razstaviti v linearne faktorje«. V treh naslednjih razpravah pa je tu razvite stavke še dalje izpeljal in dopolnil.

Hočevar je postal posebno znan kot *pisec šolskih knjig* za pouk matematike na srednjih šolah. Pisal jih je v letih 1886—1902 in to za pouk aritmetike in geometrije v vseh razredih gimnazij, realnih gimnazij in realk. Ti učbeniki so kmalu zasloveli po vsej Avstriji in izven nje kot najboljši in so več desetletij dominirali v avstrijskih nemških srednjih šolah. V hrvatskem šolstvu in v avstrijskih srednjih šolah z italijanskim učnim jezikom so bili v rabi tudi prevodi njegovih šolskih knjig. Celo Angleži so prevedli in priredili za svoje razmere njegovo Geometrijo.

Njegove učne knjige so vzorne tako po vsebini kakor po obliki, dela zrelega premisleka in vnete marljivosti. Mnogoštevilne recenzije v strokovnih in šolskih revijah,[2] od katerih so nekatere prav obsežne

[1] Encyklopädie der math. Wissensch. II. 1, 1; 158.

[2] Monatshefte, Fortschritte d. Math., Zeitschr. f. d. ö. Gymn., Zeitschr. f. d. Realschulw., Mittelschule in Schweizerische Lehrerzeitung.

ter bogate in ki so jih napisali takrat znani strokovnjaki,[3] so se izrekle nenavadno ugodno. O veliki priljubljenosti in uporabnosti teh knjig najbolj pričajo vedno nove izdaje, ki so naglo sledile druga drugi. Vseh znanih izdaj v raznih jezikih je preko 150.

Nekatere poglavitne vrline, zaradi katerih so njegovi učbeniki prekašali vse druge v Avstriji in Nemčiji, so: 1. kratko, jedrnato, ostro, a ne preveč koncizno matematično sklepanje; 2. jasna, pregledna in lahko razumljiva razlaga; 3. vseskozi preprost, čist in lahko razumljiv, poleg tega pa umerjen jezik, ki strogo in natančno reproducira vsebino pojmov in izvajanj; 4. živo medsebojno vplivanje teorije in uporabe; 5. obilica smotrnih in koristnih ter s tekstom organsko povezanih nalog; primeri so tako izbrani, da zbujajo učencu zanimanje in ga držijo v napetosti; 6. vpleteni kratki zgodovinski podatki in jezikovne opombe pod črto so dobrodošel dodatek mislečemu učencu in poživljajo pouk.

Ko je l. 1909 izdalo avstrijsko ministrstvo prosvete nov, bistveno izpremenjen učni načrt, je Hočevar prikrojil vse svoje učbenike za vse tri tipe srednjih šol, in sicer za gimnazije in realne gimnazije posebej ter za realke posebej, posebej pa še za vse tri stopnje: nižjo (1.—3. razr.), srednjo (4. in 5. razr.) in višjo (6.—8. razr.). Nove zahteve tako glede izbire, množine in razvrstitve snovi, kakor kvalitativno, je pisec uresničil z njemu lastno strokovno sposobnostjo in z že preizkušeno didaktično spretnostjo. Učbeniki so dobili popolnoma novo fizionomijo, a so ohranili vse vrline in prednosti prejšnjih izdaj. — Tako predelane Hočevarjeve učne knjige so doživele še mnogo izdaj in so bile v rabi še več let tudi po letu 1919 v Republiki Avstriji. Pisci poznejših matematičnih učbenikov v povojni Avstriji in za nemško manjšino na Češko-Slovaškem so sestavljali svoje učbenike po Hočevarjevih, ali pa so njegovo ime, kakor Močnikovo, uporabljali na čelu knjige več ali manj kot vabljivi izvesek.

Hočevarjevo ime bo ostalo trajno tudi v zgodovini matematičnega pouka v *hrvatskih* srednjih šolah. Hrvatski izobraženci so se učili matematike po njegovih učbenikih od leta 1890, ko je Ivan Kenfelj prevedel Geometrijo za nižjo gimnazijo, pa tja preko leta 1944, ko je Stjepan Škarica poslednjič priredil Aritmetiko za 3. razr. srednjih šol po Hočevarju. Do reforme matematičnega pouka, ki je bila v hrvatskih srednjih šolah izvedena šele leta 1917, so v hrvatskih pokrajinah rabili prevode aritmetičnih in geometrijskih Hočevarjevih učbenikov za nižje in višje razrede, pozneje pa le prevode aritmetičnih učbenikov za vse razrede. Posebej za Bosno in Hercegovino je priredil Hočevarjevo Geometrijo za nižje gimnazije Tomislav Bosutić, čeprav so tam na mnogih zavodih že prej in pozneje rabili Hočevarja v hrvatskem prevodu. Hočevar je z velikim zanimanjem spremljal svoja dela v hrvatskem jeziku. S prevajalci, zlasti z Vladimirjem Varićakom, je bil v stalnih pismenih stikih in jim je sproti pošiljal dopolnila in dodatke novih nemških izdaj.[4]

V *slovenskem* prevodu Hočevarjevih učbenikov nismo imeli, kar moramo danes le obžalovati. Temu je bila kriva predvsem šolska politika bivše habsburške monarhije, ki nam do l. 1910 ni hotela dati popolnih slovenskih srednjih šol. Slovenske učne knjige za matematiko v višjih razredih srednjih šol smo lahko uporabljali šele po letu 1910, ko je

[3] O. Stolz, I. G. Wallentin, Maynz, Lampe, Zühlke, Lechthaler, Ludwig, Wagner, Zahradníček, itd.

[4] Prim.: Stj. Škreblin, Nast. vjes. 1922, 371.

slovenščina postopoma in polagoma postajala učni jezik na nekaterih srednjih šolah pri nas. Ko so izšle prve izdaje Hočevarjevih učbenikov za nižje gimnazije, smo Slovenci uporabljali na naših na pol slovenskih nižjih gimnazijah Celestinova prevoda Močnikovih knjig. V takratnih razmerah in pozneje ni nihče mislil na prevode Hočevarjevih učnih knjig v slovenščino. Vendar pa je Hočevarjev vpliv v našem šolstvu mnogo večji, kot navadno mislimo. Dokler je bila nemščina učni jezik na srednjih šolah na Slovenskem, so bili pogosto v rabi njegovi učbeniki. Kjer pa njegovi učbeniki niso bili predpisani, so jih zelo radi rabili kot pomožne učbenike oziroma priročnike učenci in učitelji. Učiteljem je Hočevar še danes najljubši svetovalec. V Matkovih in poznejših učbenikih se čuti močan Močnikov in Hočevarjev vpliv. Nekaj let po letu 1920, ko so pošle slovenske matematične šolske knjige, so bili na naših srednjih šolah predpisani Hočevarjevi učbeniki v hrvatskem prevodu.

Poleg razprav in učnih knjig je Hočevar v letih 1897 do 1911 napisal v Zeitschr. f. d. ö. Gymn. tudi več podrobnih *ocen* različnih matematičnih znanstvenih knjig, v katerih ne podaja samo kratkih objav z vsebino, ampak obširne samostojne sodbe o delih, ki so nekajkrat tudi ostre. Karakterizira jih vsesplošna temeljitost in velika strokovna razgledanost. V teh ocenah lahko razberemo nagibe in ideje, ki so vodile Hočevarja pri spisovanju njegovih razprav in učbenikov.

Kot profesor na graški tehniki je bil Hočevar učitelj osnov višje matematike vrsti starejše generacije naših inženirjev.

Hočevar je zapustil znanosti in šoli bogato dediščino in ime, ki je bilo v svetu znano in upoštevano. S pomembnimi rezultati svojih študij se je uvrstil na častno mesto med znanstvenimi delavci našega rodu. Ta naš mislec in učitelj mnogih narodov v eksaktni vedi in logičnem mišljenju je zaslužil, da ob stoti obletnici njegovega rojstva vsaj deloma popravimo to, kar je bilo zanemarjeno v dobi, ki pri nas ni bila naklonjena eksaktnim vedam. Saj o njem doslej ni bila v slovenščini napisana še nobena razprava. Še celo njegova smrt ni bila registrirana v nobeni slovenski publikaciji. Edini važnejši zapis o njem je objavil dr. J. Glonar v Slov. biograf. leksikonu, pa še ta je pomanjkljiv.

SEZNAM HOČEVARJEVIH DEL

A. *Razprave*

1. Über die unvollständige Gammafunction. Schlömilch Z. 1876.

2. Über die Ermittelung des Werthes einiger bestimmter Integrale. Sitzungsberichte 1876.

3. Über eine partielle Differentialgleichung erster Ordnung. Prav tam 1887.

4. Über die Integration eines Systems simultaner Differentialgleichungen. Prav tam 1878.

5. Über die Lösung von dynamischen Problemen mittels der Hamilton'schen partiellen Differentialgleichung. Prav tam 1879. — Anzeigen 1879.

6. Über die Erweiterung eines geometrischen Lehrsatzes von Varignon. Anzeigen 1880. — Geometrischer Satz. Schlömilch Z. 1881.

7. Über einige Versuche mit einer Holtz'schen Influenzmaschine. Sitzungsberichte 1881. — Repertorium f. phys. Technik, f. math. u. astron. Instrumentenkunde 1881. — Anzeigen 1881. — Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie 1881.

8. Über das Combiniren zu einer bestimmten Summe. Letno poročilo gimnazije v Innsbrucku 1881.

9. Zur Lehre der Theilbarkeit der ganzen Zahlen. Prav tam 1881.

10. Zur Integration der Jacobi'schen Differentialgleichung $Ldx+Mdy+N(xdy-ydx)=0$. Sitzungsberichte 1882.

11. Über die Anwendung von exacten Methoden auf die analytische Geometrie der Ebene und zur Ableitung der goniometrischen Grundformeln. Zeitschr. f. d. Realschulw. 1884.

12. Bemerkungen zur Simpson'schen Methode der mechanischen Quadratur. Sitzungsberichte 1884.

13. Über einige elementare Aufgaben der Approximations-Rechnung. Mittelschule 1890.

14. Über die Convergenz bestimmter Integrale mit unendlichen Grenzen. Monatshefte 1893.

15. Das Associationsgesetz der unendlichen Reihen und Producte. Prav tam 1894.

16. Über den arithmetischen Unterricht im Obergymnasium. Zeitschr. f. d. ö. Gymn. 1901.

17. Sur les formes décomposables en facteurs linéaires. Comptes Rendus 1904. — Über die Zerlegbarkeit algebraischer Formen in lineare Faktoren. Sitzungberichte 1904. — Anzeigen 1904.

18. Über die Bestimmung der linearen Teiler einer algebraischen Form. Verhandlungen des dritten internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg 1904. Leipzig, B. G. Teubner 1905.

19. Sind die Elemente der Infinitesimalrechnung an den Mittelschulen einzuführen oder nicht? Deutsche Math.-Ver. 1906. — Zeitschr. f. d. Realschulw. 1906. (Predavanje na skupščini »Društva nem. prirodosl. in zdravnikov« v Meranu leta 1905.)

20. Über die Bestimmung der quadratischen Teiler algebraischer Formen. Sitzungsberichte 1907.

21. Über den Zusammenhang zwischen den irreduziblen Teilern einer Form und einem linearen System ihrer Nullstellen. Deutsche Math.-Ver. 1913.

B. *Učne knjige*

1. Lehr- und Übungsbuch der Geometrie für Untergymnasien. Prag, Tempsky 1886. — 8. izd. 1907. — Naslednje izdaje pod št. 15.
V *hrv.* prevodu: Prev. I. Kenfelj. Zagreb 1890. — 6. izd. 1915. — V *ital.* prevodu: Prev. F. Postet. Vienna-Praga, Tempsky 1891. — 2. izd. 1902.

2. Lehrbuch der Geometrie für Obergymnasien. Wien-Prag-Leipzig, Tempsky-Freytag 1888. — 4. izd. 1897. — Nasl. izd. pod št. 11.

3. Geometrische Übungsaufgaben für das Obergymnasium. I. Heft: Planimetrie und Stereometrie. Prav tam 1888. — 3. izd. 1896. — Nasl. izd. pod št. 9.

4. Geometrische Übungsaufgaben für das Obergymnasium. II. Heft: Trigonometrie und analitische Geometrie. Prav tam 1889. — 3. izd. 1900. — Nasl. izd. pod št. 9.

5. Lehrbuch der Geometrie für die oberen Classen der Realschulen und verwandten Lehranstalten. Prav tam 1889. — Nasl. izd. pod št. 12.

6. Geometrische Übungsaufgaben für die oberen Classen der Realschulen und verwandten Lehranstalten. Prav tam 1889. — Nasl. izd. pod št. 12.

7. Lehr- und Übungsbuch der Arithmetik für die unteren Classen der Gymnasien und verwandten Lehranstalten. Prav tam 1892. — 6. izd. 1906. — Nasl. izd. pod št. 14.
V *hrv.* prevodu: Prev. I. Kenfelj, Zagreb 1893. — 4. izd. 1910.

8. Lehrbuch der Arithmetik und Algebra für Obergymnasien nebst einer Sammlung von Übungsaufgaben. Wien-Prag, Tempsky 1899. — Nasl. izd. pod št. 20.
V *hrv.* prevodu: Prev. Vl. Varićak. Zagreb 1902. — 4. izd. 1917.

9. Geometrische Übungsaufgaben für das Obergymnasium. 4. izd. Wien-Prag, Tempsky 1901. — 5. izd. 1902. — Nasl. izd. pod št. 11.

10. Lehrbuch der Arithmetik und Algebra nebst einer Sammlung von Übungsaufgaben für Oberrealschulen. Wien-Prag-Leipzig, Tempsky-Freytag 1902. — Nasl. izd. pod št. 21.

11. Lehrbuch der Geometrie nebst einer Sammlung von Übungsaufgaben für Obergymnasien. 5. izd. Wien, Tempsky 1902. — 6. izd. 1905. — Nasl. izd. pod št. 18 in 22.
V *angl.* prevodu: Prev. C. Godfrey in E. A. Price. London, A. & C. Black 1903. — London in New York, Macmillan 1903. — V *ital.* prevodu: Prev. F. Postet. Trento, Monauni 1905. — V *hrv.* prevodu: Prev. D. Segen. Zagreb 1906.

12. Lehrbuch der Geometrie nebst einer Sammlung von Übungsaufgaben für Oberrealschulen. 2. izd. Wien, Tempsky 1906. — Nasl. izd. pod št. 19 in 23.

13. Auflösungen zu den Übungsaufgaben in Hočevars Lehrbüchern der Geometrie für Obergymnasien u. Oberrealschulen. Herausgegeben unter Mitwirkung von Johann Reidinger. Prav tam 1907.

14. Lehr- und Übungsbuch der Arithmetik für Gymnasien, Realgymnasien u. Realschulen. Unterstufe (I., II. und III. Klasse). 7., po novih učn. načrtih predel. izd. Wien, Tempsky 1909—1910. — 10. izd. 1919.
V *hrv.* prevodu: Prev. Stj. Škarica. a) Aritm. za I. razr. Zagreb 1917. — 10. izd. 1937; b) Aritm. za II. razr. Zagreb 1917. — 8. izd. 1937; c) Aritm. za III. razr. Zagreb 1917. — 12. izd. 1944.

15. Lehr- und Übungsbuch der Geometrie für Gymnasien, Realgymnasien und Realschulen. Unterstufe (I., II. und III. Klasse). 9., predel. izd. Wien, Tempsky 1910. — 11. izd. 1919.
V *hrv.* prevodu (za Bosno in Hercegovino): Prev. T. Bosutić. Sarajevo 1913—1917.

16. Lehr- und Übungsbuch der Arithmetik für Gymnasien und Realgymnasien. Mittelstufe (IV. und V. Klasse). Wien, Tempsky 1910—1911. — 2. izd. 1. ponatis 1918.
V *hrv.* prevodu: 1. Prev. Vl. Varićak. a) Aritm. za V. razr. Zagreb 1917. — 4. izd. 1930; b) Zadaci za vježb. za V. razr. Zagreb 1917. — 2. Prev. Stj. Škreblin. a) Aritm. za IV. razr. Zagreb 1918. — 6. izd. 1930; b) Rješenje zadataka iz Aritm. za IV. razr. 5. izd. 1929. — 3. Prir. F. Brössler. Uputa i rezultati Aritm. za V. razr. Zagreb 1920.

17. Lehr- und Übungsbuch der Arithmetik für Realschulen. Mittelstufe (IV. und V. Klasse). Wien, Tempsky 1910. — 3. izd. 1919.

18. Lehr- und Übungsbuch der Geometrie für Gymnasien und Realgymnasien. Mittelstufe (IV. und V. Klasse). 7. izd. Wien, Tempsky 1910. Leipzig, Freytag 1911. — 10. izd. 1921.

19. Lehr- und Übungsbuch der Geometrie für Realschulen. Mittelstufe (IV. und V. Klasse). 3. izd. Wien, Tempsky 1911. — 2. natis 1919.

20. Lehr- und Übungsbuch der Arithmetik für Gymnasien und Realgymnasien. Oberstufe (VI. bis VIII. Klasse). 2., predel. izd. Wien, Tempsky 1912. — 4. izd. 1919.
V *hrv.* prevodu: 1. Prev. Vl. Varićak. a) Aritm. za VI. razr. Zagreb 1918. — 4. izd. 1929; b) Aritm. za VII. i. VIII. razr. Zagreb 1919. — 6. izd. 1929. — 2. Prir. Brössler. a) Uputa i rezultati Aritm. za VI. razr. Zagreb 1920. b) Uputa i rezultati Aritm. za VII. i VIII. razr. Zagreb 1920.

21. Lehr- und Übungsbuch der Arithmetik für Realschulen. Oberstufe (VI. und VII. Klasse). 2. izd. Wien, Tempsky 1912. — 3. izd., ponatis 1921.

22. Lehr- und Übungsbuch der Geometrie für Gymnasien und Realgymnasien. Oberstufe (VI., VII. und VIII. Klasse). 7. izd. Wien, Tempsky 1912. — 8. izd. 1916.

23. Lehr- und Übungsbuch der Geometrie für Realschulen. Oberstufe (VI. und VII. Klasse). 3., pred. izd. Wien, Tempsky 1912.

24. Dintzl-Močnik-Hočevar, Arithmetik. Matematisches Unterrichtswerk für Mittelschulen. V. und VI. Klasse. Wien, Hölder-Pichler-Tempsky 1929.

25. Till, Emil, Lehr- und Übungsbuch der Geometrie für I.—III. Klasse der Mittelschulen. Auf Grund d. Lehrbücher v. Močnik, Hočevar, Dintzl. Reichenberg, Nordböhmischer Verlag 1929. — 2. izpremenjena izd. 1933.

KRITIČNA VELIKOST REAKTORJA

I. KUŠČER

Obzornik za matematiko in fiziko je letos objavil prevoda dveh člankov o nevtronskih reaktorjih, enega o njihovi konstrukciji, drugega pa o njihovi uporabi za raziskave z nevtroni. To naj dopolni še spodnji članek, ki obravnava nekatere matematične probleme reaktorja.[1]

1. Uvod

V reaktorju teče verižna cepitev atomskih jeder (U^{235}, Pu^{239}) z nevtroni. Pri vsaki cepitvi se sproste povprečno 2 do 3 nevtroni, ki nekaj časa potujejo po reaktorju po cikcakasti poti, nato pa bodisi uidejo iz njega ali pa se v nekem jedru absorbirajo. Nevtron, ki se absorbira v cepljivem jedru, lahko sproži novo cepitev in rodi s tem nekaj novih nevtronov. Pri uranski kopi je poskrbljeno za to, da je nova generacija nevtronov ravno tako številna kot prejšnja. Verižna reakcija je torej *stacionarna*. Pri eksplodirajoči atomski bombi je drugače: Vsaka naslednja generacija ima več nevtronov kot prejšnja. Število nevtronov eksponentno raste. Možen je seveda tudi nasprotni primer, da je vsaka naslednja generacija nevtronov bolj revna kot prejšnja. Verižna reakcija potem eksponentno ugaša.

Pri vsakem reaktorju lahko dosežemo, da je reakcija bodisi stacionarna, bodisi naraščajoča ali pa pojemajoča, ali — kakor tudi drugače pravimo — da je reaktor bodisi *kritičen, nadkritičen* ali *podkritičen*. Če vnaprej predpišemo, kakšna naj bosta oblika in sestav reaktorja, dobimo stacionarno reakcijo samo pri neki *kritični velikosti* reaktorja. To velikost mora imeti reaktor, da rodi vsak nevtron povprečno ravno po enega naslednika. Kar jih dobimo pri cepitvah preveč, uidejo iz reaktorja ali pa se nekje nekoristno absorbirajo. Če reaktor povečamo, je nadkritičen, ker imajo nevtroni daljše poti v njem in jih zato manj uide. Vsak nevtron povzroči povprečno po več cepitev kot prej in zato rodi več kot po enega naslednika. Reakcija narašča. Pri premajhnem, t. j. podkritičnem reaktorju pa nevtronov preveč uhaja in zato njihovo število pojema. Čim bolj se razlikuje velikost od kritične velikosti, tem hitreje pojema ali narašča verižna reakcija. Pripravno je, da navedemo *časovno konstanto*, t. j. čas, v katerem število nevtronov *e-krat* naraste.[2] V prvi aproksimaciji je časovna konstanta obratno sorazmerna razliki med dejansko velikostjo reaktorja in kritično velikostjo.

Namesto da bi spreminjali velikost, lahko vplivamo na razmnoževanje nevtronov tudi s spreminjanjem sestava ali oblike reaktorja. Uranske kope regulirajo s pogrezanjem kadmijevih palic, kar lahko smatramo za spreminjanje sestava reaktorja. Le pri neki določeni legi palic — recimo pri *kritični legi* — je reakcija stacionarna. Atomsko bombo baje pripravijo do eksplozije tako, da staknejo skupaj več kosov cepljive snovi, s čimer tako rekoč spremene obliko iz podkritične v nadkritično.

---

[1] Članek je v glavnem povzet po referatu l. 1948 v Fizikalnem institutu Univerze v Ljubljani.

[2] Časovni konstanti smo tu dali nasprotni predznak, kot pa je v navadi n. pr. v elektrotehniki.

Pred gradnjo reaktorja je seveda treba vsaj približno vedeti, kolikšna bo njegova kritična velikost. Ker pa se lahko pripeti, da malenkostno prekoračimo to velikost, je treba tudi vedeti, kakšna je lahko v takem primeru časovna konstanta. Oboje lahko določimo računsko — vsaj v principu — če imamo potrebne podatke za nevtronske lastnosti snovi, iz katerih je reaktor. Prvi račun te vrste je napravil R. Peierls[3] že l. 1939. Med vojno so se potem lotili tega področja matematične fizike na zelo široki fronti, pri čemer so sodelovali še drugi vodilni teoretični fiziki.

Pri vsakem takem problemu je treba določiti, kakšna je porazdelitev nevtronov v reaktorju. Njegovo kritično velikost dobimo potem kot postranski rezultat. Nevtroni v reaktorju se vedejo kakor razredčen plin, ki ima to posebnost, da z izredno lahkoto pronica skozi vse snovi. Za difuzijo nevtronov v snoveh velja v bistvu ista enačba kot za difuzijo plinov. To je *transportna enačba,* ki jo je v splošni obliki zapisal že Boltzmann.[4] Ista enačba velja tudi za difuzijo svetlobe v motnih snoveh (n. pr. v megli, v motnem steklu, v zvezdah)[5] ter za difuzijo elektronov in drugih delcev.

Transportna enačba je integrodiferencialna; dá se pa v mnogih primerih prevesti v integralno. Iskanje njenih rešitev je težavno in zamudno, razen pri zelo preprostih robnih pogojih in lastnostih snovi. V bolj kompliciranih primerih si zato radi pomagajo s tako imenovano *difuzijsko enačbo* in sorodnimi enačbami; to so samo diferencialne enačbe drugega reda, ki pa le približno določajo iskano porazdelitev. Pri reaktorjih je to skoraj edina pot in spričo majhne natančnosti podatkov je natančnost difuzijske aproksimacije mnogokrat zadostna.[6]

V naslednjem si ne bomo ogledali navadnih reaktorjev, ampak samo dva skrajno idealizirana tipa, pri katerih se bomo lahko ognili difuzijski enačbi in ostali pri strogem obravnavanju z integralno enačbo. Ne bo nam namreč mar samo za reaktorje, ampak tudi za integralne enačbe, za katere je ravno reaktor posebno lep in nazoren primer uporabe. Kljub vsem idealizacijam bodo dobljeni rezultati nudili približen pregled tudi za bolj splošne primere.

2. Podatki za reaktorski material

Da se izognemo komplikacijam, ne bomo obravnavali *heterogenih reaktorjev,* kakršni so n. pr. mnoge kope, ki so zložene iz uranskih palic in grafitnih opek, ampak samo *homogene.* Druga poenostavitev bo v tem, da ne bomo upoštevali *zaviranja* nevtronov. V *moderatorju* (n. pr. grafit) se nevtronom njihova prvotna energija (povprečno 2 MeV) zmanjšuje z elastičnimi trki do termičnih energij (povprečno $3kT/2 = 0{,}04$ eV pri 300^0K). Nevtroni z različnimi energijami pa z jedri reagirajo različno in z različno verjetnostjo. Z upoštevanjem tega se račun zelo skomplicira in zato bomo mogli obravnavati samo reaktorje brez moderatorja. Poleg atomske bombe je takšen reaktor plutonijska kopa »Clementine«. Tu zadevajo nevtroni le ob težka jedra in zato ne izgubljajo skoraj nič

[3] R. Peierls: Critical conditions in neutron multiplication. Proc. Cambridge Phil. Soc., 35, 610 (1939).
[4] L. Boltzmann: Vorlesungen über Gastheorie. Leipzig 1896.
[5] S. Chandrasekhar: Radiative Transfer. Oxford 1950.
[6] Gl. n. pr. S. Glasstone and M. D, Edlund: Nuclear Reactor Theory. New York 1952.

energije. Za približen račun vzemimo, kot da je energija sploh stalna, namreč enaka okrog 2 MeV. V nadaljnjem bomo vztrajali pri tej predpostavki.

Pri prehodu skozi snov reagirajo nevtroni samo z jedri. Za nevtron, ki pade pravokotno na tanko ploščico, je verjetnost zadetka ob kakšno jedro sorazmerna številu jeder na cm³ (N) in sorazmerna debelini ploščice (ds). Sorazmernostni koeficient se imenuje *celotni presek jedra za nevtrone* (σ_t). Omenjena verjetnost je torej enaka $N\sigma_t ds$. Jedrske preseke radi navajajo z enoto *barn* $=10^{-24}$ cm². Odvisni so od vrste vpadajočega delca in od njegove energije. Za hitre nevtrone (nekaj MeV) je celotni presek ponavadi približno dvakrat tolikšen kot geometrijski presek jedra ($=\pi R^2$), torej pri težkih jedrih okrog 5 barn.

Navedena definicija celotnega jedrskega preseka ne velja le za posamezni izotop, ampak tudi za zmesni element iz več izotopov ali za kemično spojino, pa tudi za navadno homogeno zmes. Meritev nam da tedaj *povprečni celotni presek.*

Curek nevtronov se vede v snovi podobno kot svetlobni žarek. Tok Φ (t. j. število nevtronov na sekundo) se po preteku poti ds zmanjša za $-d\Phi = \Phi N \sigma_t ds = \Phi\, ds/l$. Odtod sledi, da tok s potjo eksponentno pojema: $\Phi = \Phi_0 e^{-s/l}$. Tu je $l = 1/N\sigma_t$ = *povprečna prosta pot nevtronov.* Po prehodu te poti se tok e-krat oslabi. Pri večini trdnih snovi in tekočin je $N = 10^{22}$ do 10^{23}/cm³, tako da meri povprečna prosta pot hitrih nevtronov po navadi nekaj centimetrov. Naravni uran ima gostoto 19g/cm³, torej $N = 4{,}8 \cdot 10^{22}$/cm³. Njegov povprečni celotni presek za reaktorske nevtrone z nad 1 MeV je 4,3 barn,[7] tako da je $l = 5$ cm.

Nevtron, ki trči ob jedro, se lahko od njega samo odbije v drugo smer (curek nevtronov se torej *razprši* ali *razsuje*), ali pa prodre v jedro in povzroči bodisi cepitev bodisi emisijo žarka γ ali morda tudi kakega drugega delca. Prej omenjena verjetnost je enaka vsoti verjetnosti za te posamezne dogodke. Celotni jedrski presek je zato enak vsoti *razpršitvenega* (= *sipalnega*), *cepitvenega* in raznih *reakcijskih presekov:*

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_f + \sigma_{n\gamma} + \ldots$$

Vsaka cepitev rodi povprečno ν novih nevtronov (pri cepitvi U^{235} s termičnimi nevtroni je $\nu = 2{,}5 \pm 0{,}1$). To število je važen podatek za reaktor, nastopa pa v računih samo indirektno. Tam je treba vedeti, koliko nevtronov odleti povprečno od jedra, ne preračunano na posamezno cepitev, ampak na posamezni zadetek jedra z nevtronom. Po cepitvi odleti povprečno ν nevtronov, pri razpršitvi samo eden (namreč prvotni nevtron), po reakciji (n, γ) pa nobeden. Na vsak zadetek pride povprečno σ_f/σ_t cepitev in σ_s/σ_t razpršitev. Povprečno število odletelih nevtronov na posamezni zadetek je torej enako:

$$k = (\nu\sigma_f + \sigma_s)/\sigma_t$$

To število — imenujmo ga *razmnoževalni faktor* — je odločilna konstanta reaktorskega materiala. Rekli bomo, da »rodi« nevtron pri vsakem zadetku povprečno po k »naslednikov«. Pri tej prispodobi pa ne smemo pozabiti, da štejemo tudi prvotni nevtron kot novorojenega naslednika, če se je od jedra odbil.

[7] Nucleonics *10*, No. 5, 64 (1952).

Naravni uran ima za reaktorske nevtrone z nad 1 MeV povprečni cepitveni presek 0,3 barn; povprečni presek za elastično razpršitev je 1,5 barn, število ν pa 2,55.[7] Sledi: $k = 0{,}5$. Vsekakor je $k < 1$. Zato v samem naravnem uranu sploh ne moremo dobiti stalne verižne reakcije. Po vsakem zadetku namreč odleti od jedra povprečno manj kot po en nevtron, tako da reakcija pojema.

Čisti U^{235} ima toliko večji cepitveni presek, da je $k > 1$. Obogateni uran z raznimi koncentracijami U^{235} ima lahko vse vmesne vrednosti za k. Pri neki posebni koncentraciji je ravno $k=1$. Tedaj moramo izkoristiti prav vse novorojene nevtrone, če hočemo obdržati stacionarno reakcijo; noben nevtron ne sme uiti iz reaktorja. Reaktor mora biti zato v tem primeru neskončno velik. Čim manjši je reaktor, tem večji del nevtronov uhaja iz njega. To izgubo lahko nadomestimo tako, da vzamemo snov z večjim k. Čim večji je torej k, tem manjša je kritična velikost reaktorja. Spodnji računi bodo pokazali, kakšna je medsebojna odvisnost teh dveh količin.

Pri cepitvi nastali nevtroni odletavajo od jeder v vseh smereh, pri čemer se v povprečju precej enakomerno porazdele po vseh smereh, neodvisno od smeri prvotnega nevtrona, ki je povzročil cepitev. Pravimo, da je cepitev *izotropna*. Pri težkih jedrih in za nevtrone z energijami do nekaj MeV je tudi razpršitev izotropna. To nam bo račune zelo olajšalo.

3. Enačba za goli homogeni kritični reaktor na hitre nevtrone

V stacionarno delujočem reaktorju je gostota nevtronov n, t. j. njihovo število na cm^3, odvisna le od kraja: $n = n(\mathbf{r})$ [tu je $\mathbf{r} = (x, y, z)$].[8] Izraziti jo moremo z gostoto na vseh drugih mestih ($\mathbf{r}'$), če poizvemo, kje so se rodili nevtroni, ki so zdaj pri $\mathbf{r}$. Tako pridemo do integralne enačbe za reaktor.

V prostornini dV' okrog mesta $\mathbf{r}'$ je $n(\mathbf{r}')dV'$ nevtronov. V času ds/v, v katerem preleti nevtron razdaljo ds, doživi povprečno ds/l zadetkov in rodi zato povprečno kds/l naslednikov. V prostornini dV' dobimo torej v tem času $n(\mathbf{r}')dV'kds/l$ novorojenih nevtronov, ki se razbežijo na vse strani. Po nekem daljšem času, ko so pretekli pot s, so ti nevtroni enakomerno porazdeljeni po krogelni plasti z radijem s in debelino ds, torej s prostornino $4\pi s^2 ds$. Njihovo število se je $e^{s/l}$-krat pomanjšalo, tako da je njihova gostota zdaj enaka $n(\mathbf{r}')dV'ke^{-s/l}/4\pi s^2 l$.

Gostota nevtronov na mestu $\mathbf{r}$, ki je za s oddaljeno od $\mathbf{r}'$, (torej $s = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$) še ni enaka pravkar zapisanemu izrazu. Ta pove samo gostoto tistih nevtronov, ki so se rodili v dV'. Če pa si vse nevtrone pri $\mathbf{r}$ mislimo sortirane po kraju njihovega rojstva ter za vsako skupino zapišemo tak izraz in to potem seštejemo, dobimo nazadnje gostoto nevtronov pri $\mathbf{r}$:

$$n(\mathbf{r}) = k\int n(\mathbf{r}')[e^{-s/l}/4\pi s^2 l]dV' \qquad (1)$$

[8] Tu smo seveda abstrahirali naključna kolebanja (fluktuacije), ki jih pa vselej opažamo v reaktorju. Če smo v neki prostornini prvič našteli N nevtronov, jih dobimo pri ponovnem štetju lahko po naključju nekaj več ali manj. Preprost račun pokaže, da je število N povprečno za $\pm\sqrt{N}$ negotovo, če so nevtroni neodvisno med seboj prišli v opazovani prostor. Za reaktor ta račun ne velja, ker rodi vsak nevtron celo verigo potomcev, ki torej po poreklu niso neodvisni med seboj. Kolebanja v reaktorju so močnejša in dolgotrajnejša, kot bi domnevali po omenjenem računu. V tem članku kolebanj ne bomo obravnavali. $n(\mathbf{r})$ naj zato pomeni povprečno gostoto nevtronov na kraju $\mathbf{r}$.

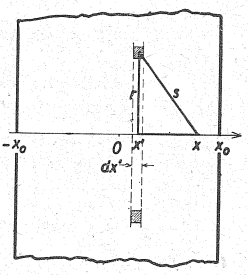
(integracija teče po vsej prostornini reaktorja). To je iskana enačba, iz katere moramo izračunati neznano funkcijo $n(\mathbf{r})$.

Enačba (1) ne upošteva nevtronov, ki so morda od zunaj prišli v reaktor. Zato velja le, če je okoli reaktorja prazen prostor ali pa taka snov, ki ne odbija nič nevtronov. Ekonomično to seveda ne bi bilo in zato so v resnici reaktorji vedno obdani z *reflektorjem* (n. pr. grafitno steno), ki kar se da mnogo nevtronov odbija in jih malo požira. Izgube zaradi uhajanja nevtronov so potem manjše in pri enakem materialu je kritična velikost manjša. Krogla z idealnim reflektorjem ima skoraj za polovico manjši kritični radij kot gola krogla iz iste snovi. V prvem primeru je torej potrebna množina cepljive snovi skoraj 8-krat manjša kot v drugem.

Prisotnosti reflektorja ni težko upoštevati s primerno razširitvijo enačbe, vendar bi nam to pomenilo nezanimivo raztegnitev računov. Zato bomo še v nadaljnjem ostali pri enačbi (1) za *goli reaktor.*

4. Plošča

Računi so posebno preprosti, če ima reaktor obliko neskončno velike planparalelne plošče ali pa obliko krogle. V prvem primeru je gostota nevtronov funkcija ene same koordinate: $n = n(x)$. Izhodišče postavimo na sredo plošče, tako da je $-x_0 \leqq x \leqq x_0$, če je $2x_0$ debelina plošče. Ploščo si mislimo najprej razrezano na plasti z debelino dx', vsako plast pa še na kolobarje (radij r), koncentrične z osjo x, tako da je $dV' = 2\pi r dr dx'$ ter $s^2 = (x-x')^2 + r^2$ (slika 1). Integracijo v enačbi (1) moremo delno izvršiti, če substituiramo $rdr = sds$. Pri tem naletimo na integral $E_1(z) = \int_z^\infty u^{-1}e^{-u}du$, ki predstavlja neko transcendentno funkcijo, imenovano *integralski logaritem,* za katero že obstajajo tabele.[9] Enačba za ploščati reaktor je potem naslednja:



Sl. 1

$$n(x) = k \int_{-x_0}^{x_0} \tfrac{1}{2} E_1(|x - x'|/l)\, n(x')dx'/l \qquad (2)$$

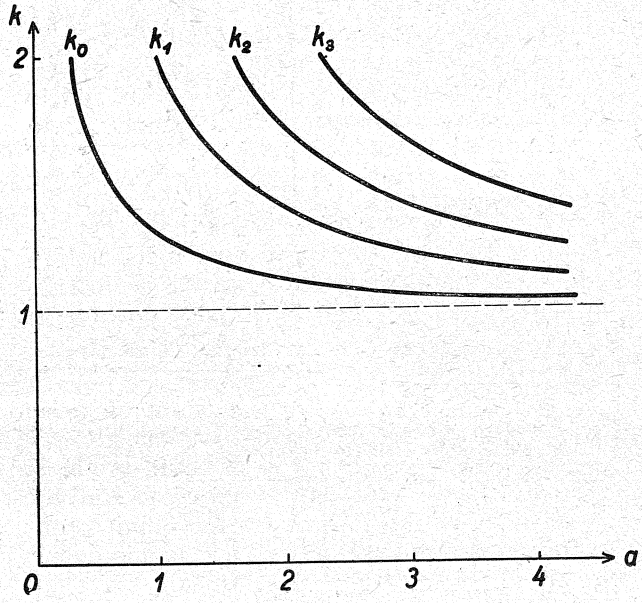
V matematičnem pogledu oblika enačbe (2) še ni povsem zadovoljiva, ker so števila, s katerimi povemo vrednosti x, x_0, l, odvisna od izbire enot. Da spravimo enačbo v »brezdimenzijsko« obliko, pa ni treba drugega, kot da vzamemo povprečno prosto pot l za dolžinsko enoto. Vpeljati moramo torej novo spremenljivko $u = x/l$. Meji sta potem $\pm a = \pm x_0/l$. Če pišemo odslej $f(u)$ namesto $n(x)$, je

$$f(u) = k \int_{-a}^{a} \tfrac{1}{2} E_1(|u - u'|) f(u')du' \qquad (3)$$

Enačba (3) je homogena *linearna integralna enačba Fredholmovega tipa.* Take enačbe imajo podobne lastnosti kot sistemi navadnih linearnih enačb. Saj preide enačba v tak sistem, če integral nadomestimo z navadno vsoto, kar je za približen račun dopustno. Vrednosti za f v posameznih

[9] Pri malih z se vede $E_1(z)$ precej podobno kakor logaritem, ker je $E_1(z) = -0{,}5772 - \log z + z - \frac{1}{2}z^2/2! + \ldots$, pri velikih z pa podobno kakor eksponentna funkcija, ker je $e^{-z}/(z+1) < E_1(z) < e^{-z}/z$. Starejši zaznambi za $E_1(z)$ sta $-\mathrm{Ei}(-z)$ ter $-\mathrm{li}(e^{-z})$. Glej N. Nielsen: Theorie des Integrallogarithmus (Leipzig 1906). Tabelo ima med drugimi Jahnke-Emde: Tafeln höherer Funktionen (Leipzig 1948).

odsekih so potem neznanke, v koeficientih pa nastopajo posamezne vrednosti *jedra*, t. j. $\frac{1}{2}E_1(|u_i - u_k|)$. Ker je enačba (3) homogena, je tudi dobljeni sistem homogen. Tak sistem pa je netrivialno rešljiv samo tedaj, kadar je njegova determinanta D enaka nič.[10] Pri danem a je ta pogoj izpolnjen samo pri nekih posebnih vrednostih koeficienta k, ki so pač koreni enačbe $D = 0$. Z limitiranjem pridemo do zaključka, da velja to tudi za integralno enačbo samo. Enačba (3) ima (pri danem a) od nič različne rešitve samo, če je k enak kateri izmed tako imenovanih *lastnih vrednosti*, ki jih bomo zaznamovali, urejene po velikosti, s k_0, k_1, k_2 ... Vse lastne vrednosti so odvisne od debeline plošče: $k_n = k_n(a)$. Sl. 2 kaže, kakšna je ta odvisnost.[11] Za enačbo (3) je mogoče dokazati, da je lastnih vrednosti k_n neskončno mnogo ter da so vse pozitivne in večje kot 1. Kadar je a velik, dobimo tiste lastne vrednosti, ki so blizu 1, s približno formulo, ki je dobljena iz difuzijske aproksimacije: $\sqrt{3(k_n - 1)} \cdot (a + 0{,}71) = \frac{1}{2}(n+1)\pi$.



Sl. 2. Lastne vrednosti enačbe (3)

Pri različnih lastnih vrednostih dobimo seveda različne rešitve. Tisto, ki pripada lastni vrednosti k_n, zaznamujmo z $f_n(u)$. Vsak njen mnogokratnik je spet rešitev, ker je enačba homogena. Zaradi lepšega normirajmo rešitve s predpisom, da naj bo $\int f_n^2(u)du = 1$.[12] Rešitve, ki pripadajo različnim lastnim vrednostim, so med seboj *ortogonalne*.[13] To pomeni, da je $\int f_m(u) f_n(u) du = 0$, če je $m \neq n$. Od tod razberemo, da pripadajo kvečjemu k eni lastni vrednosti take

---

[10] I. Vidav: Višja matematika I (Ljubljana 1949), str. 67.

[11] Koristno je, če si za primerjavo ogledamo še enačbo:

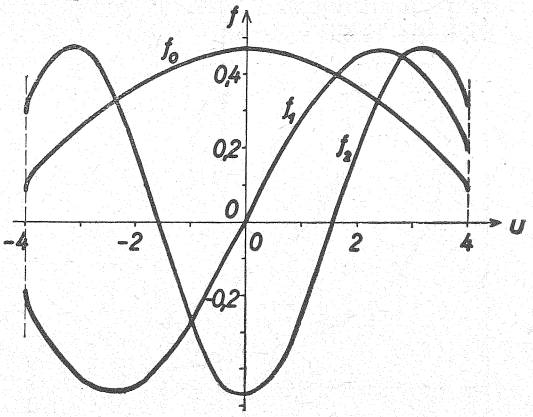
$$f(u) = k \int_{-a}^{a} \tfrac{1}{2} \exp(-|u - u'|) f(u')du'$$

ki ima precej podobno razporejene lastne vrednosti kot enačba (3) in tudi podobne rešitve. Računi pa so tu elementarni, ker so rešitve kar sinusi in kosinusi, o čemer se bralec lahko prepriča s preizkusom. Preizkus pokaže, da so lastne vrednosti k_0, k_2, k_4, ... koreni transcendentne enačbe $\sqrt{k-1} = -\operatorname{tg}[\sqrt{k-1}\, a]$; pripadajoče rešitve so $f_n = A_n \cos[\sqrt{k_n - 1}\, u]$. Vmesne lastne vrednosti k_1, k_3, k_5, ... pa so določene z enačbo $\sqrt{k-1} = \operatorname{cotg}[\sqrt{k-1}\, a]$ in pripadajoče rešitve so $f_n = A_n \sin[\sqrt{k_n - 1}\, u]$. Pri velikem a velja za tiste lastne vrednosti, ki so blizu 1, približno $\sqrt{k_n - 1}\,(a+1) = \frac{1}{2}(n+1)\pi$

[12] Tu in v nadaljnjem integracijski meji $(-a, a)$ ne bosta več posebej zaznamovani.

[13] Glej n. pr. A. Kneser: Die Integralgleichungen und ihre Anwendungen in der mathematischen Physik (Braunschweig 1922), str. 13.

rešitve, ki imajo v vsem intervalu $(-a, a)$ stalen predznak (le-tega bomo seveda izbrali pozitivnega). Če bi namreč obe rešitvi f_m *in* f_n imeli to lastnost, bi prej zapisani integral ne mogel biti enak nič. Dokazati se da, da taka lastna vrednost eksistira, da je najmanjša med vsemi lastnimi vrednostmi (torej tista, ki smo jo prej zaznamovali s k_0) in da je *enojna*. To pomeni, da ji pripada ena sama linearno neodvisna rešitev f_0 (t. j. da razen mnogokratnikov te rešitve ni drugih rešitev). Ta funkcija je soda: $f_0(-u)=f_0(u)$. Na sl. 3 so za $a=4$ prikazane f_0 in še naslednji dve rešitvi (f_1, f_2). Pripadajoče lastne so: $k_0=1{,}037$, $k_1=1{,}14$, $k_2=1{,}3$.



Sl. 3. Prve tri rešitve enačbe (3) za $\alpha=4$

Bralca utegne zanimati, kako računajo rešitve in lastne vrednosti. Pri zgornjem problemu se je zelo obnesla *variacijska metoda*, ki izhaja iz neenačbe: $\int F^2(u)du - k_0 \int \frac{1}{2}E_1(|u-u'|)F(u)F(u')dudu' \geqq 0$, ki velja za poljubno funkcijo F.[14] Leva stran je nič samo, če je $F=f_0$, drugače pa je pozitivna. Sledi:

$$k_0 \leqq \frac{\int F^2(u)du}{\int \frac{1}{2}E_1(|u-u'|)F(u)F(u')dudu'}$$

S poskušanjem z različnimi funkcijami F dobimo za kvocient na desni razne vrednosti. Dobiti moramo tak F, ki da čim manjšo vrednost. Ta F je potem najbližji iskani rešitvi f_0 (ali njenemu mnogokratniku), vrednost kvocienta pa najbližja lastni vrednosti k_0. Da obseže poizkušnja čim več funkcij, izrazimo F s potenčno ali kako drugo vrsto z nedoločenimi koeficienti, ki jih dobimo potem iz pogoja za ekstrem. Že samo z dvema členoma $(F=1-cu^2)$ lahko dobimo k_0 na dve decimalki natančno. Na enak način dobimo tudi naslednjo lastno vrednost k_1, če za F dopustimo samo lihe funkcije (n. pr. $F=u-cu^3$).

Ker gostota nevtronov ne more biti negativna, je f_0 edina rešitev, ki ima pri zgornjem problemu fizikalni pomen. Enačba ima to rešitev samo, če je $k=k_0$. Če je a vnaprej predpisan, je mogoča stacionarna porazdelitev nevtronov samo, če je razmnoževalni faktor reaktorske snovi ravno enak *kritični* vrednosti k_0. Gostota nevtronov je potem dana s funkcijo f_0 ali s poljubnim njenim mnogokratnikom: $n(x)=Af_0(x/l)$.

Naloga je ponavadi obrnjena: vnaprej ni dana velikost reaktorja, ampak lastnosti snovi, torej tudi k. Določiti pa je treba kritični a tako, da je ravno $k=k_0(a)$. Slika 2 kaže, da eksistira za vsak $k>1$ ravno ena taka vrednost a.

5. Krogla

Po svoji obliki so reaktorji navadno precej podobni krogli, ker je pri tej obliki potrebna množina reaktorske snovi najmanjša. V kroglastem reaktorju je gostota nevtronov samo funkcija razdalje od središča: $n=n(r)$.

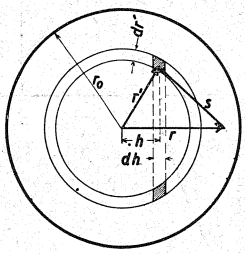
[14] Ustrezna neenačba velja sploh za Fredholmovo enačbo s simetričnim jedrom, če je k_0 njena najmanjša pozitivna lastna vrednost. To je lahko dokazati, če moremo F razviti v vrsto po rešitvah $f_0, f_1, f_2, \ldots$ (gl. niže, § 6).

Vso kroglo razrežimo na koncentrične plasti (površina $4\pi r'^2$, debelina dr'), te pa še na vzporedne pasove z višino dh (sl. 4). Zdaj moramo v enačbo (1) vnesti $dV'=2\pi r'dhdr'$. Integracijo po h lahko izvršimo, če upoštevamo, da je $h=(r^2+r'^2-s^2)2r$ in zato $dh=-sds/r$. Tako dobimo podobno enačbo kot za ploščo, ki se s podvojitvijo integracijskega intervala še poenostavi:

$$rn(r)=k\int_{-a}^{a}\tfrac{1}{2}E_1(|r-r'|/l)r'n(r')dr'/l \qquad (4)$$

(pri integraciji se dogovorimo, da je $n(r)$ soda funkcija).

Če vzamemo kot neznano funkcijo ne $n(r)$, ampak $rn(r)$, se enačba v ničemer ne razlikuje več od enačbe (2). Kakor tam jo tudi zdaj spravimo v brezdimenzijsko obliko (3), s tem, da postavimo: $r/l=u$, $r_0/l=a$, $rn(r)=f(u)$. Ker je enačba ista kot prej, so tudi rešitve iste, f_0, f_1, ... in lastne vrednosti iste, k_0, k_1 ... Neka razlika pa je vendarle. Tam smo iz množice rešitev izluščili edino (f_0), ki je po vsem intervalu $(-a, a)$ pozitivna. Tudi zdaj iščemo tisti n, ki je v vsem intervalu pozitiven. Produkt rn, ki nastopa v enačbi (4), pa nima te lastnosti, ampak je pozitiven pri pozitivnem r in negativen pri negativnem. Zdaj moramo torej med rešitvami enačbe (3) poiskati tako, ki je pozitivna pri $0<u\leqq a$ in negativna pri $-a\leqq u<0$. Izkaže se, da obstaja spet samo ena linearno neodvisna rešitev, ki ima zahtevano lastnost, in da je to tista, ki pripada drugi najmanjši lastni vrednosti k_1. Ta rešitev je liha: $f_1(-u)=-f_1(u)$ (gl. sl. 3). Reakcija v krogli je torej stacionarna samo, kadar je $k=k_1(a)$; tedaj je gostota nevtronov $n(r)=(A/r)f_1(r/l)$.



Sl. 4

Za zgled vzemimo, da je pri nekem obogatenem uranu razmnoževalni faktor enak 1,2. Iz slike 2 razberemo, da je $a=3{,}2$. Za kritični radij dobimo potem: $r_0=al=16$ cm, za kritično maso pa: $m=4\pi r_0^3\varrho/3=30$ kg.

6. Nesamostojni reaktor

Obravnavali smo *samostojni reaktor*, v katerem izvirajo vsi nevtroni iz verižne reakcije same. V njem je reakcija stacionarna samo, če je velikost kritična. Lahko pa denemo v reaktor ali tudi zraven njega nevtronski izvir, ki ga stalno zalaga s tujimi nevtroni (neodvisno od verižne reakcije) in tako vzdržuje reakcijo tudi tedaj, če je reaktor podkritičen. Rekli bomo, da je to *nesamostojni reaktor*, ker ga poganjajo tuji izviri.

Prejšnje enačbe še ne veljajo za nesamostojni reaktor, ker stoji na desni samo gostota tistih nevtronov, ki izvirajo iz verižne reakcije. Dodati je treba gostoto n_0 tistih nevtronov, ki prihajajo naravnost od omenjenih izvirov, ne da bi v reaktorju že kam zadeli. Pri plošči in krogli spravimo enačbo spet na brezdimenzijsko obliko:

$$f(u)=k\int\tfrac{1}{2}E_1(|u-u'|)f(u')du'+F(u) \qquad (5)$$

kjer je za ploščo $F(u)=n_0(x)$, za kroglo pa $F(u)=rn_0(r)$.

Za enačbo (5) velja tako kot za nehomogeni sistem linearnih enačb[10]: Kadar ima homogena enačba samo trivialno rešitev $f=0$, t. j. kadar k ni enak nobeni lastni vrednosti, je nehomogena enačba rešljiva. Kadar pa ima homogena enačba netrivialno rešitev, torej kadar je n. pr. $k=k_n$,

nehomogena enačba v splošnem nima rešitve, razen izjemoma, če zadošča F nekemu posebnemu pogoju.

Če že imamo rešitve homogene enačbe, ni težko dobiti rešitev nehomogene. Dokazati se da, da je diferenco $f-F$ vedno mogoče razviti v vrsto po rešitvah homogene enačbe,

$$f(u)-F(u)=A_0f_0(u)+A_1f_1(u)+A_2f_2(u)+\ldots \tag{6}$$

in da ta vrsta enakomerno konvergira.[15] Vrsta je podobna Fourierovi in ima zaradi ortogonalnosti funkcij f_n tudi podobne lastnosti. Koeficiente dobimo na enak način kot Fourierove koeficiente. Obe strani enačbe (6) pomnožimo z f_n in integriramo. Sledi: $A_n=\int [f(u)-F(u)]f_n(u)du$. Če tu za $f-F$ vnesemo integral iz enačbe (5), dobimo po kratkem računu:

$$A_n=[k/(k_n-k)]\int F(u)f_n(u)du \tag{7}$$

Nesamostojni reaktor je po navadi samo za spoznanje podkritičen. Za kroglo pomeni to, da je razlika k_1-k zelo majhna (za ploščo bi veljalo ustrezno, da je $k_0-k \ll 1$; enačb za ploščo pa v naslednjem ne bomo več posebej zapisovali, ker so popolnoma analogne enačbam za kroglo). Koeficient A_1 je tedaj mnogo večji kot vsi ostali in zato je treba v vrsti (6) v takem primeru upoštevati samo drugi člen:

$$f(u) \approx [k/(k_1-k)]\,[\int F(v)f_1(v)dv]f_1(u) \tag{8}$$

Porazdelitev nevtronov je torej približno ravno taka kot v samostojnem reaktorju. Njihova gostota na nekem mestu pa je obratno sorazmerna razliki k_1-k.

Pri danem a in k naj bo reaktor malenkostno podkritičen. Da dosežemo kritičnost, bi bilo treba povečati k na vrednost $k_1(a)$. Lahko pa obdržimo k in povečamo a, da dosežemo kritični $a_1(k)$. Če so razlike majhne, računamo z njimi kot z diferenciali: $k_1-k=(-dk/da)(a_1-a)$. Iz tega in enačbe (8) sledi potem, da je gostota nevtronov na nekem mestu tudi obratno sorazmerna razliki med kritično velikostjo in resnično velikostjo reaktorja. Za gradnjo reaktorja je to zelo važno. Ko je še podkritičen, denejo vanj stalen nevtronski izvir (n. pr. Ra+Be) in opazujejo, kako raste gostota nevtronov z večanjem reaktorja. Z ekstrapolacijo na $n=\infty$ potem lahko napovedo, kdaj bo reaktor dosegel kritično velikost.

Verižno reakcijo v reaktorju lahko primerjamo z električnim tokom v plinu. Pri nesamostojnem toku je treba z zunanjimi vplivi (raznimi žarki in dr.) skrbeti za stalno ionizacijo, tako kot je treba nesamostojni reaktor oskrbovati z nevtroni. V proporcionalnem obsegu imamo tudi pri nesamostojnem toku verižno ionizacijo. Pomnoževanje pa je premajhno, tako da plaz elektronov brez tuje ionizacije že po nekaj generacijah zamre.

Samostojni tok v plinu (n. pr. v tlivki) pa lahko primerjamo z reakcijo v kritičnem ali nadkritičnem reaktorju (tlivka s svojim negativnim uporom spominja res že na nadkritični reaktor). Za ionizacijo skrbi tok sam. Ko se tlivka pri večanju napetosti nenadoma vžge, doživi nekaj takega kakor reaktor pri prehodu iz podkritičnega v nadkritično območje. Isto velja za števno cev pri prehodu iz proporcionalnega v geigersko območje. Primerjavo lahko zasledujemo še dalje, če vprašamo za vplive

[15] Glej Kneser, l. c., str. 89.

površin, primesi itd. Treba pa je povedati, da je matematično obravnavanje toka v plinu šele v začetkih[16] in da je bolj težavno kot teorija reaktorja, čeprav je splošno orodje isto: transportna enačba.

7. Časovna konstanta

V pod ali nadkritičnem reaktorju je gostota nevtronov odvisna tudi od časa, $n=n(\mathbf{r}, t)$; zato je treba za tak primer enačbo (1) nekoliko posplošiti. Če postavimo na levo stran gostoto v nekem trenutku t, torej $n(\mathbf{r}, t)$, ne smemo na desni pod integral postaviti gostote v istem trenutku. Tam so namreč nevtroni sortirani po kraju svojega rojstva. Rodili se pa niso v trenutku t, ampak za toliko prej, kolikor časa so potrebovali za potovanje od $\mathbf{r}'$ do $\mathbf{r}$. Ta časovna razlika je enaka s/v, če je $s=|\mathbf{r}'-\mathbf{r}|$. O številu tistih rojstev odloča gostota v tistem trenutku, ki je enaka $n(\mathbf{r}', t-s/v)$. Le-to je treba postaviti pod integral v enačbi (1).

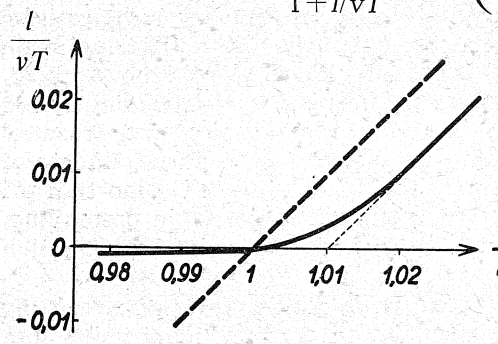
S to razširitvijo, ki je popolnoma analogna vpeljavi retardiranega potenciala v teoriji elektromagnetnega valovanja, velja enačba (1) tudi za nestacionarne porazdelitve nevtronov. Ni težko priti do domneve, da so med rešitvami enačbe tudi take, ki so od časa eksponentno odvisne, in da se iz takih sestavljajo bolj splošne rešitve. Zadoščalo nam bo, če bomo našli rešitev, ki ima obliko $n(\mathbf{r}, t)=n(\mathbf{r}, 0)e^{t/T}$, kjer je T časovna konstanta reaktorja. Iz omenjene razširjene enačbe sledi zdaj:

$$n(\mathbf{r}, 0)=(k/l)\int n(\mathbf{r}', 0)\ (e^{-s/l'}/4\pi s^2)dV' \qquad (9)$$

kjer je $l'=l/(1+l/vT)$.

Enačbo (9), ki se po obliki ujema z (1), bomo spet specializirali za primer krogle. Namesto $u=r/l$ pa je treba zdaj vpeljati $u=r/l'$. Dobimo zopet enačbo (3), z edino razliko, da stoji namesto k zdaj $k'=k/(1+l/vT)$, namesto a pa $a'=r_0/l'=a/(1+l/vT)$. Koeficient k' mora biti enak drugi najmanjši lastni vrednosti, če hočemo dobiti uporabno rešitev, torej $k'=k_1(a')$ ali, bolj eksplicitno zapisano:

$$\frac{k}{1+l/vT}=k_1\left(\frac{a}{1+l/vT}\right) \qquad (10)$$



Sl. 5. Recipročna časovna konstanta reaktorja v odvisnosti od efektivnega razmnoževalnega faktorja. Črtkana premica velja, če ni zakasnelih nevtronov. Polna krivulja pa velja, če je $\beta=0{,}01$ in $\tau=1000\ l/v$

Temu pogoju lahko ustrežemo — če so radij reaktorja in lastnosti snovi dane — le s posebno vrednostjo T. To je torej enačba, iz katere je treba izračunati časovno konstanto T. Če je a velik, smemo vzeti za približen račun, kot da se integracijska meja ni spremenila, in zapisati: $k'=k_1(a)$. — Potem je $l/vT=(k-k_1)/k_1$. Recipročna časovna konstanta je sorazmerna odmiku od kritičnosti (gl. črtkano premico na sl. 5).

Za časovno konstanto je odločilen čas l/v, v katerem preleti

[16] Taro Kihara: The mathematical theory of electrical discharges in gases. Rev Mod. Phys. *24*, 45 (1952).

nevtron svojo povprečno prosto pot. Število nevtronov se v tem času pomnoži $e^{l/vT}$-krat. Če je $T \gg l/v$, je $e^{lv/T}=1+l/vT$, kar je po prejšnjem (za velik a) enako razmerju k/k_1. Ker doživi nevtron v času l/v povprečno en zadetek, pove to razmerje, kolikokrat je nova generacija nevtronov bolj številna kot prejšnja. Razmerje k/k_1 imenujejo nekateri »efektivni razmnoževalni faktor«. V njem je že upoštevana izguba nevtronov zaradi uhajanja. Pri kritičnem reaktorju je seveda $k/k_1=1$.

Nevtroni z energijo 2MeV imajo hitrost $v=2.10^7$ m/s, tako da je zanje v uranu $l/v=0{,}0015\ \mu$s. Če je k samo za tisočinko prevelik, torej $(k-k_1)/k_1=0{,}001$, dobimo že hudo kratko časovno konstanto: $T=1{,}5\ \mu$s. V nekaj mikrosekundah bi reakcija toliko narastla, da bi reaktor eksplodiral. Pri reaktorjih na termične nevtrone bi bili nekoliko na boljšem, ker so hitrosti nevtronov okrog 10^4-krat večje. T bi bil torej v obsegu milisekund. Toda tudi to je še prekratko za zanesljivo kontrolo reaktorjev.

8. Vpliv zakasnelih nevtronov

V prejšnjem poglavju dobljeni rezultati na srečo še niso pravilni, ker nismo upoštevali tako imenovanih *zakasnelih nevtronov*, zaradi katerih so časovne konstante mnogo daljše. Vsi nevtroni, ki se rode zaradi cepitev, se ne rode istočasno. Več kot 99 % se jih rodi takoj ob cepitvi — imenujmo jih *takojšnje nevtrone* — nekaj malega (okrog $\frac{3}{4}$ %) jih pa je, ki se porajajo s precejšnjo zamudo. Dognali so, da izvirajo zakasneli nevtroni iz radioaktivnih jeder, ki jih je dala cepitev. Najbolje znana sevalca zakasnelih nevtronov sta Br^{87} (razpolovni čas 55,6 s), ki prispeva 0,026 % cepitvenih nevtronov, in J^{137} (22,5 s, 0,17 %).

Zakasnitev nevtronov ne more spremeniti velikosti kritičnega reaktorja, kjer je pogostost cepitev stalna. Vpliv zakasnelih nevtronov pa se pozna pri nestacionarni reakciji. Če je $T > 0$, je bila v preteklosti gostota nevtronov manjša, torej je bilo takrat manj cepitev. Zato pa zdaj primanjkuje zakasnelih nevtronov. Posledica je, da narašča reakcija počasneje, kot če bi se vsi nevtroni porajali ob cepitvah. Že brez računa vidimo, da pri malem prekoračenju kritičnosti n ne more rasti hitreje, kot se porajajo zakasneli nevtroni. Saj je tedaj takojšnjih nevtronov premalo, da bi razmnoževanje le-teh samih zadoščalo za naraščanje plazu. Podobno je pri podkritičnem reaktorju, ki ugaša le počasi, v limiti vsekakor ne hitreje kot pojema aktivnost najbolj dolgoživega sevalca zakasnelih nevtronov.

Zaradi enostavnosti bomo računali, kot da obstaja en sam sevalec zakasnelih nevtronov, s povprečnim razpadnim časom τ (torej $\tau = t_{\frac{1}{2}}/\ln 2$). Na vsak zadetek dobimo povprečno k novorojenih nevtronov, izmed katerih je majhen del, recimo βk, zakasnelih, večina, t. j. $(1-\beta)k$, pa takojšnjih. Če v trenutku $t=0$ z nevtroni zadenemo N jeder, da to kN nevtronov, in sicer $(1-\beta)kN$ takoj, βkN pa šele z zamudo. Zakasneli nevtroni so porazdeljeni čez daljši čas in njihova pogostost pojema, kakor rečeno, eksponentno. V času dt se jih rodi $\beta kNe^{-t/\tau}\,dt/\tau$.

V enačbi (2) je treba spet upoštevati (podobno kakor v § 7), kdaj so se pripetile cepitve, ki so dale zdaj opazovane nevtrone. Nevtroni, ki so se rodili na kraju $\mathbf{r}'$ in so v trenutku t prišli na kraj $\mathbf{r}$, so se rodili v trenutku $t-s/v$. Večina se je rodila zaradi cepitev prav v tem trenutku. Nekateri, namreč zakasneli, pa so se rodili zaradi prejšnjih cepitev, ki so poraz-

deljene po vsem intervalu $-\infty < t' < t - s/v$. To upoštevamo s primernim dodatkom v enačbi:

$$n(r) = (k/l) \int \left\{ (1-\beta) n(\mathbf{r}',\ t - s/v) + \beta \int_{-\infty}^{t-s/v} n(\mathbf{r}', t') \exp[-(t - s/v - t')/\tau]\, dt'/\tau \right\} \cdot (e^{-s/l}/4\pi s^2)\, dV' \qquad (11)$$

Tudi tu poiščimo le take rešitve, ki so od časa eksponentno odvisne, $n = n(\mathbf{r},\ 0)e^{t/T}$, izmed teh pa samo rešitev z največjim $1/T$. Dobimo jo s takim računom kot v prejšnjem poglavju in rezultat je precej podoben. Enačba za časovno konstanto kroglastega reaktorja je zdaj naslednja:

$$\frac{k}{1 + l/vT} \left[1 - \frac{\beta}{1 + T/\tau} \right] = k_1(a') \qquad (12)$$

Pri velikem a spet lahko pišemo na desni kar $k_1(a)$. V diagramu, ki kaže odvisnost recipročne časovne konstante od k, dobimo potem hiperbolo (sl. 5, polna krivulja).

Pri majhni nadkritičnosti je $T \geqslant \tau$ ter seveda tudi $T \geqslant l/v$, tako da je člen l/vT v divizorju na levi strani enačbe (12) zanemarljivo majhen. Z majhno poenostavitvijo sledi potem, da je $\beta\tau/T \approx (k - k_1)/k_1$. Pri $\beta = 0{,}01$ in $\tau = 10$s ter $(k - k_1)/k_1 = 0{,}001$ je torej $T = 100$s. To je vsekakor dovolj dolg čas, da moremo naraščanje reakcije s primernimi kontrolnimi napravami zavreti in jo obdržati na stalni višini.

Pri hudi nadkritičnosti postane T majhen v primeri s τ, tako da potem lahko oglati oklepaj na levi v (12) nadomestimo z $(1 - \beta)$. Enačba je potem prav taka kot (10), le da namesto prejšnjega k, t. j. povprečnega števila vseh novorojenih nevtronov na zadetek, stoji $(1 - \beta)k$, t. j. ustrezno število takojšnjih nevtronov. Takojšnji nevtroni se pri tolikšni nadkritičnosti lahko že sami razmnožujejo; to gre tako hitro, da se prispevek zakasnelih nič več ne pozna. Pravimo, da je reaktor *nadkritičen za takojšnje nevtrone.* Uranska kopa nikoli ne sme doseči ali preseči te meje, ker bi jo sicer razneslo, ampak jo moramo obdržati v intervalu, kjer zakasneli nevtroni omogočajo reguliranje. Nasprotno pa mora atomska bomba, pri kateri pomenijo zakasneli nevtroni nezaželeno oviro, pri sprožitvi v čim krajšem času preseči to območje počasnega razmnoževanja.

OSNOVNI DELCI

S. DETONI

Ko so leta 1932 odkrili nevtron, so mislili, da poznajo že vse osnovne delce, iz katerih so zgrajeni atomi: elektron, proton, nevtron. Od takrat pa do danes se je slika dognanj precej spremenila, ker so odkrili še več kot 10 novih osnovnih delcev. Tabela (str. 116) daje pregled vseh znanih delcev, z izjemo nekaterih težkih mezonov, ki še niso dobro znani. V tabeli se številke v oklepajih nanašajo na citirano literaturo (str. 115).

Za naboj, maso in magnetni moment so bile v tabeli porabljene naslednje vrednosti kot enote:[3]

osnovni naboj e_0	$= 1{,}6021 \cdot 10^{-19}$ As
masa elektrona m_e	$= 9{,}108 \cdot 10^{-31}$ kg
Bohrov magneton μ_B	$= 1{,}1643 \cdot 10^{-29}$ Vsm
jedrski magneton μ_j	$= 6{,}3463 \cdot 10^{-33}$ Vsm

Foton (kvant) je najmanjši delec svetlobe. Njegova energija je $h\nu$, gibalna količina $h\nu/c$, masa pa $h\nu/c^2$. Mirovna masa je nič.

Lahki delci (imenovani tudi *leptoni*) so elektron, pozitron in nevtrino.

Elektroni so v lupinah atomov. V kovinah so tudi prosti elektroni, ki so gibljivi (električni tok). Elektroni izhlapevajo iz kovin pri višjih temperaturah. Lahko pa jih izbijemo iz snovi s fotoni (*fotoefekt*), z elektroni ali ioni (*sekundarna emisija*, razelektrenje v plinih), ali z močnim električnim poljem (nad 10^8 V/m). Pospešimo jih z električno napetostjo *(katodni žarki)*. Nastajajo pri razpadu nekaterih jeder (razpad β^-).

Pozitron je pozitivni elektron. Žarki γ z energijo nad $2\,m_e c^2 = 1{,}02$ MeV naredijo pri prehodu skozi snov *elektronske pare*, to je po en elektron in pozitron. Pozitroni nastajajo tudi pri razpadu β^+. Nekatera vzbujena jedra *(izomeri)* sevajo pare ($\beta^+ + \beta^-$). Pozitron se ob prvi priliki spet združi z elektronom: $\beta^+ + \beta^- \rightarrow 2\,\gamma$. Zato je v prisotnosti snovi zelo kratkoživ (v trdnih snoveh je življenjski čas okrog 10^{-9} s).

Nevtrino. Pri jedrih, ki oddajajo ali požirajo elektrone, ne bi veljal zakon o ohranitvi energije, gibalne in vrtilne količine, če ne bi vzeli v račun, da je odletel še neki nevtralni delec, *nevtrino*, ki je odnesel ta primanjkljaj. Neposredno tega delca še ni bilo mogoče zaznati.

Nukleona sta *proton* in *nevtron*, ki sta osnovna gradnika atomskih jeder. Proton je stabilen, nevtron pa radioaktiven.

Mezoni μ so v prodirni komponenti kozmičnih žarkov in nastajajo večinoma pri razpadu mezonov π. Nevtralni mezoni μ niso znani.

Mezoni π nastajajo v zgornji plasti atmosfere pri reakcijah primarnih kozmičnih žarkov, to je protonov in lahkih jeder, z drugimi jedri. Danes jih delajo že umetno s pospeševalniki (reakcije fotonov, protonov in drugih jeder z jedri). Mezoni π so verjetno tisti, ki vežejo nukleone v jedru.

Težki mezoni. O teh vemo še razmeroma malo. Za nekatere je znanih le po nekaj primerkov sledi v fotografskih ploščah. V tabeli so navedeni le nevtralni delci V_1^0 in V_2^0 in nabiti mezoni τ. Pred kratkim so dobili delce V^0 tudi umetno in sicer pri trkih nevtronov z energijo okrog 2000 MeV s protoni.[9] Poleg teh pa so v posameznih institutih našli še več drugih mezonov, ki imajo mase nad $1000\,m_e$ in jih zaznamujejo s črkami $\varkappa, \chi, \xi$, S.[6, 10] Sem spadajo tudi *varitroni*, kot so sovjetski raziskovalci imenovali težke nabite mezone.[11] Mezoni $\varkappa$ imajo maso $1200\,m_e$, naboj $\pm e_0$ in razpadajo verjetno v nabit mezon (μ ali π) in v en ali dva nevtralna delca (ν, π^0 ali V^0). Mezoni $\chi^\pm$ imajo maso med 1000 in 1500 in razpadajo v mezon $\pi^\pm$ in nevtralni delec (τ ali V_2^0). Negotova je še eksistenca nevtralnega mezona ξ^0, ki z življenjskim časom, manjšim kot 10^{-16} s, razpada v mezonski par ($\pi^+ + \pi^-$).

---

[1] H. Taub, P. Kusch, Phys. Rev. *75*, 1481 (1949).
[2] L. M. Langer, R. J. D. Moffat, Phys. Rev. *88*, 689 (1952).
[3] J. W. M. Du Mond, E. R. Cohen, Rev. Mod. Phys. *25*, 691 (1953).
[4] J. M. Robson, Phys. Rev. *83*, 349 (1951).
[5] B. T. Feld, Nucleonics *11*, 42 (1953).
[6] R. E. Marshak, Meson Physics (1952).
[7] W. B. Fretter, M. M. May, M. P. Nakada, Phys. Rev. *89*, 168 (1953).
[8] W. L. Alford, R. B. Leigton, Phys. Rev. *90*, 622 (1953).
[9] W. B. Fowler, R. P. Shutt, A. M. Thorndike, W. L. Whittemore, Phys. Rev. *90*, [1126 (1953).
[10] C. F. Powell, Rep. Progr. Phys. *13*, 350 (1950).
[11] A. Alichanjan, A. Alichanow, A. Weissenberg, Dokl. Akad. Nauk SSSR *55*, 709 (1947), *61* 35 (1949).

	Naboj	Mirovna masa	Spin	Magnetni moment	Način razpada	Povprečni razpadni čas	Poročilo o odkritju ali teoretična napoved
Foton (γ)	0	0	1	0			A. Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 132 (1905)
Lahki delci:							
Elektron (β^-)	$-e_0$	m_e	$^1/_2$	$-1{,}001145\ \mu_B$ (3)			J. J. Thomson, Phil. Mag. **44**, 293 (1897)
Pozitron (β^+)	$+e_0$	m_e	$^1/_2$	$+1{,}001145\ \mu_B$ (3)			C. D. Anderson, Science **76,** 238 (1932) P. A. M. Dirac, Quantum Mechanics (1930)
Nevtrino (ν)	0	0 (2)	$^1/_2$	0			E. Fermi, Z. Phys. **88**, 161 (1934)
Nukleoni:							
Proton (p)	$+e_0$	$1836{,}1\ m_e$ (3)	$^1/_2$	$+2{,}79277\ \mu_j$ (3)			Rutherford, Phil. Mag. **21,** 669 (1911)
Nevtron (n)	0	$1838{,}6\ m_e$ (3)	$^1/_2$	$-1{,}91354\ \mu_j$ (1)	$n \rightarrow p+\beta^-+\nu$ (4)	750 s (4)	J. Chadwick, Proc. Roy. Soc. A **136**. 692 (1932)
Mezoni μ:							
Mezon μ^+	$+e_0$	$210\ m_e$ (5)	$^1/_2$ (5)		$\mu^+ \rightarrow \beta^+ + 2\nu$ (5)	$2{,}1 \cdot 10^{-6}$ s (5)	S. H. Neddermeyer, C. D. Aederson, Phys. Rev. **51**, 884 (1937)
Mezon μ^-	$-e_0$	$210\ m_e$ (5)	$^1/_2$ (5)		$\mu^- \rightarrow \beta^- + 2\nu$ (5)	$2{,}1 \cdot 10^{-6}$ s (5)	
Mezoni π:							
Mezon π^+	$+e_0$	$285\ m_e$ (5)	0 (6)		$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$ (5)	$2{,}8 \cdot 10^{-8}$ s (5)	C. M. G. Lattes, G. P. S. Occhialini, C. F. Powell, Nature **160,** 453 (1947)
Mezon π^-	$-e_0$	$285\ m_e$ (5)	0 (6)		$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu$ (5)	$2{,}8 \cdot 10^{-8}$ s (5)	H. Yukawa, Proc. Phys. Math. Soc. Jap. **17,** 48 (1935)
Mezon π°	0	$275\ m_e$ (5)	0 (6)		$\pi^\circ \rightarrow \gamma+\beta^+ + \beta^-$ (5) $\pi^\circ \rightarrow 2\gamma$	10^{-15}—10^{-14} s (5)	M. F. Kaplon, B. Peters, H. L. Bradt, Phys. Rev. **76,** 735 (1949)
Težki mezoni:							
Delec V_1°	0	$2200\ m_e$ (7)			$V_1^\circ \rightarrow p+\pi^-$ (7)	$3 \cdot 10^{-10}$ s (8)	L. Le Prince - Ringuet, M. Lheritier, Compt. rend. **219,** 618 (1944)
Delec V_2°	0	$800\ m_e$ (7)			$V_2^\circ \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ (7)	10^{-10} s (7)	G. D. Rochester, C. C. Butler, Nature **160,** 855 (1947)
Mezona τ^+, τ^-	$\pm e_0$	$975\ m_e$ (5)			$\tau^+ \rightarrow 2\pi^+ + \pi$ (5)	10^{-9} s (5)	R. Brown, U. Camerini, P. H. Fowler H. Muirhead, C. F. Powell, Nature **163, 47,** 82 (1949)

Iracionalnost števila π

Narava števila π je v ozki zvezi z znamenitim problemom kvadrature kroga. Ko je l. 1882 Lindemann dokazal, da je število π transcedentno, da torej ne ustreza nobeni algebraični enačbi s celimi koeficienti, je bilo vprašanje o kvadraturi kroga dokončno rešeno. (Glej n. pr. članek F. Križaniča: Kvadratura kroga, Obzornik II letnik, str. 97). Že dobrih sto let prej pa je J. H. Lambert dokazal, da π ni racionalno število (Berl. Hist., 17, l. 1761). Izhajal je iz razvoja funkcije tgx v verižni ulomek. S tem seveda še ni bilo dognano, da kvadratura kroga ni mogoča. Obe dokazovanji, Lambertovo kakor tudi Lindemannovo, sta pa precej kompliciran.

Leta 1947 pa je matematik J. Niven [1] objavil nov dokaz za iracionalnost števila π. Dokaz je zelo preprost in kratek. V naslednjem si ga bomo ogledali.

Vzemimo nasprotno, da je π racionalno število, torej $\pi=a/b$, kjer sta a in b naravni števili. Tvorimo sedaj tale polinom

$$f(x)=[x^n(a-bx)^n]/n!$$

kjer je n naravno število, ki nam je še na razpolago, a in b pa sta prej omenjeni števili. Oglejmo si sedaj izraz:

$$F(x)=f(x)-f''(x)+f''''(x)-\ldots+(-1)^n f^{(2n)}(x) \tag{1}$$

ki je polinom stopnje $2n$. Drugi odvod te funkcije $F(x)$ se glasi

$$F''(x)=f''(x)-f''''(x)+\ldots-(-1)^n f^{(2n)}(x) \tag{2}$$

ker je $f^{(2n+2)}(x)=0$, saj je $f(x)$ polinom stopnje $2n$. Če seštejemo izraza (1) in (2), dobimo

$$F(x)+F''(x)=f(x) \tag{3}$$

Oglejmo si sedaj tale integral

$$\int_0^\pi f(x)\sin x\,dx=\int_0^\pi [F(x)+F''(x)]\sin x\,dx \tag{4}$$

Integral na desni lahko izračunamo. Z dvakratno integracijo po delih dobimo najprej

$$\int_0^\pi F''(x)\sin x\,dx=F(0)+F(\pi)-\int_0^\pi F(x)\sin x\,dx$$

Če nesemo to v (4), preide ta enačba v obliko

$$\int_0^\pi f(x)\sin x\,dx=F(0)+F(\pi) \tag{5}$$

Funkcijski vrednosti $F(0)$ *in* $F(\pi)$ pa sta celi števili. Pokažimo to najprej za $F(0)$! Polinom $f(x)$ ima x^n kot faktor. Zato je $F(0)=0$ in tudi vsi odvodi do n-tega so v točki $x=0$ enaki nič: $f'(0)=f''(0)=\ldots=f^{(n-1)}(0)=0$. Odvod $f^{(n)}(x)$ pa ima cele koeficiente, kar vidimo takole: Prav gotovo ima produkt $n!\,.\,f(x)=x^n(a-bx)^n$ za koeficiente cela števila, torej je ta produkt vsota potenc $A_m x^m$ s celimi A_m. n-ti odvod tega izraza pa je $A_m m(m-1)\ldots(m-n+1)$ in faktor $m(m-1)\ldots(m-n+1)$ je deljiv z $n!$, ker je kvocient ravno binomski simbol $\binom{m}{n}$, ki je celo število. Torej je vsak člen

v $n!\,.\,f^{(n)}(x)$ deljiv z $n!$ in zato ima $f^{(n)}(x)$ res cele koeficiente, nadaljnji odvodi $f^{(n+1)}(x)$, ... pa seveda prav tako. Torej so $f^{(n)}(0)$, $f^{(n+1)}(0)$, .. cela števila in po definiciji (1) velja isto za $F(0)$.

Ker je $\pi = a/b$, je za vsak x

$$f(x) = f(a/b - x) = f(\pi - x)$$

Od tod imamo potem

$$f''(x) = f''(\pi - x), \quad \ldots\ldots, \quad f^{(2n)}(x) = f^{(2n)}(\pi - x)$$

kjer je odvajanje na desni mišljeno tudi na argument $\pi - x$. Pa postavimo v te enačbe $x = 0$. Tako dobimo $f^{(2m)}(\pi) = f^{(2m)}(0)$ in $F(\pi) = F(0)$. Torej je $F(\pi)$ celo število.

Funkcija sin x je na intervalu $(0, \pi)$ pozitivna, polinom $f(x)$ pa tudi. Zato velja ocena

$$0 < f(x)\sin x < \pi^n a^n/n$$

Če to upoštevamo, dobimo potem, da je

$$0 < \int_0^{\pi} f(x)\sin x \, dx < \pi^{n+1} a^n/n$$

Ta neenačba velja pri poljubnem n. Pa vzemimo n tako velik, da bo $\pi^{n+1} a^n/n! < 1$. To je vedno mogoče doseči, ker $n!$ mnogo hitreje narašča kakor potenca $(\pi a)^n$. Za tak n je torej integral (4) pozitiven in manjši od 1. Od tod dobimo potem tole neenačbo:

$$0 < F(0) + F(\pi) < 1$$

Na desni in levi velja le neenakost. $F(0) + F(\pi)$ bi bilo torej celo število med 0 in 1. To pa ni mogoče. To protislovje pove, da je število π res iracionalno.

F. Avsec

Literatura

1. J. Niven: A simple proof that π is irrational. Bulletin of the Amer. Math. Soc., Vol. 50, 1947, str. 509.

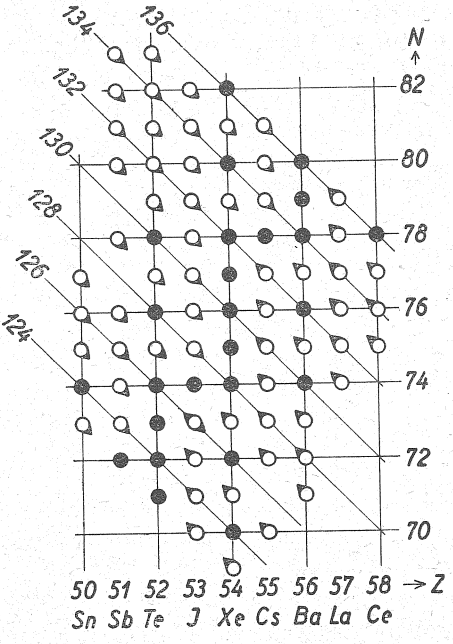
Dvojni razpad beta

Pri navadnem razpadu beta se vrstno število jedra Z spremeni za eno, njegovo masno število A pa se ne spremeni. Jedro se torej spremeni v *izobarno* jedro. Vzemimo za primer niz izobarov z masnim številom 133: $_{51}Sb^{133}$, $_{52}Te^{133}$, $_{53}I^{133}$, $_{54}Xe^{133}$, $_{55}Cs^{133}$, $_{56}Ba^{133}$, $_{57}La^{133}$, $_{58}Ce^{133}$, kjer je samo Cs^{133} stabilen! Vsa jedra takega niza nimajo točno iste mase, torej tudi ne točno iste notranje energije (saj je $U = mc^2$). Če nanesemo v diagram notranjo energijo jeder v odvisnosti od vrstnega števila Z, dobimo točke, ki leže približno na paraboli (sl. 2). Jedro z najmanjšo energijo je stabilno, ostala jedra pa so nestabilna in se s postopnim razpadanjem β^-, β^+ ali K pretvarjajo v stabilnejša, dokler ne dosežejo stanja najmanjše energije (sl. 2). Tak diagram dobimo samo pri nizih z lihim masnim številom. Tedaj je vedno samo po en izobar stabilen.

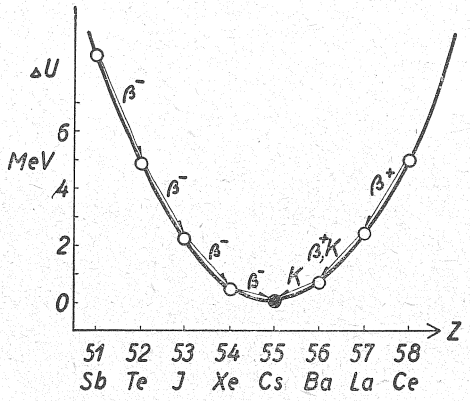
Pri nizih izobarov s sodim A so jedra v diagramu U/Z razvrščena po d v e h parabolah. Jedra z lihim Z, torej ona, pri katerih sta števili protonov in nevtronov lihi, imajo večjo energijo in leže na zgornji paraboli, jedra s sodim Z pa na spodnji (sl. 3). Tabela izotopov (sl. 1) kaže,

da obstoje pri sodih A po dva ali trije stabilni izobari, ki pa si niso sosedi, ampak je vmes po en radioaktiven izotop. Za primer vzemimo niz izobarov z $A=124$: $_{50}Sn^{124}$, $_{51}Sb^{124}$, $_{52}Te^{124}$, $_{53}I^{124}$, $_{54}Xe^{124}$ (sl. 3). Sn^{124} je stabilen, čeprav nima najmanjše energije. V Sb^{124} ne more razpasti, ker leži ta na zgornji paraboli in ima večjo energijo. Vendar obstoji po teoriji možnost, da od jedra odletita dva elektrona hkrati in nastane direktno $_{52}Te^{124}$, ki ima najmanjšo energijo. Da je tak *dvojni razpad beta* možen, mora biti jedro $_{50}Sn^{124}$ najmanj za dve elektronski masi težje od $_{52}Te^{124}$ in lažje od vmesnega $_{51}Sb^{124}$. Tak razpad je pričakovati pri vseh jedrih, kjer je situacija podobna, n. pr. pri Zr^{96}, Te^{130}, Xe^{136}.

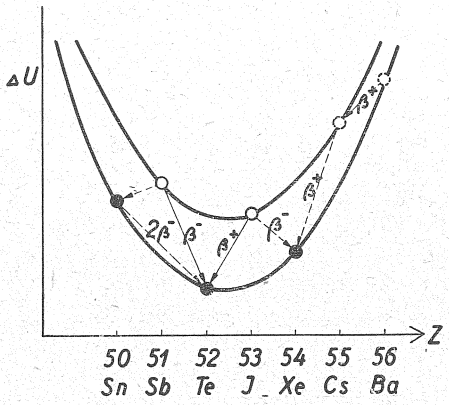
Po Fermijevi teoriji za dvojni razpad β odletita poleg dveh elektronov še dva nevtrina. Verjetnost za razpad, pri katerem odlete štirje delci hkrati, je pa zelo majhna. Za razpadno energijo 3 MeV je izračunana razpolovna doba 4.10^{22} let. Aktivnosti tako dolgoživega izotopa ne bi bilo mogoče odkriti. Majorana je izdelal drugo teorijo, po kateri odletita le dva elektrona, brez sprem-



Sl. 1. Izrez iz tabele izotopov. Na vodoravni osi je vrstno število Z, na navpični število nevtronov $N=A-Z$, poševno pa je naneseno masno število A. Polni krogci kažejo stabilne izotope, votli pa radioaktivne. Izotopi levo zgoraj oddajajo elektrone (aktivnost β^-), tisti desno spodaj pa jih požirajo (aktivnost K) ali pa oddajajo pozitrone (aktivnost β^+). J^{126} razpada na dva načina (β^-, K)



Sl. 2. Energijski diagram niza izobarov z lihim masnim številom ($A=133$). Puščice kažejo smer razpada



Sl. 3. Energijski diagram niza izobarov s sodim masnim številom ($A=124$). Zadnja dva izobara na desni še nista znana. Črtkano so zaznamovani še neugotovljeni načini razpadanja

stva nevtrinov. Po tej teoriji izračunana razpolovna doba je približno 10^8 krat krajša. Za energijo 3 MeV bi znašala 9.10^{13} let, kar je še merljivo.

Za merjenje pričakovanih majhnih aktivnosti sta J. H. Fremlin in M. C. Walters uporabila fotografsko ploščo, ki je bila občutljiva za elektrone. Ozadje zaradi kozmičnih žarkov in splošne radioaktivne zamazanosti, ki znaša normalno 200 sledi beta na mm^2 na dan, sta reducirala na 2,5 sledi na mm^2 na dan na ta način, da sta opravila meritev v 600 m globokem rudniku. V tej globini sta lahko zanemarila vpliv kozmičnih žarkov. Plošče sta obdala s 5 cm debelim svincem proti aktivnosti skalovja. Od C^{14} v emulziji in K^{40} v steklu izvira manj kot 10 % ozadja. Ostalih 90 % povzročajo zunanji vzroki, zlasti žarki gama, ki izvirajo iz svinčenega oklepa in okolice. Preiskovani material sta dala v luknje v grafitnih blokih, na katere sta položila fotografske plošče. Eksponiranje je trajalo do dva meseca.

Preiskala sta 15 elementov. Večina teh ni pokazala nobene zaznavne aktivnosti. Malenkostno aktivnost sta opazila pri Mo (razpolovna doba bi bila najmanj $1{,}5.10^{16}$ let) in Sn^{124} ($T \geqq 2.10^{15}$ let). Pozneje sta Kalkstein in Libby brez uspeha poskušala ugotoviti dvojni razpad beta pri Sn^{124} z GM števci v koincidenčnem stiku. Tudi Fremlin sam pri nekem poznejšem poskusu ni mogel ugotoviti nobene aktivnosti pri Sn^{124}. Podobne meritve so napravili še drugi in dobili pri tem različne rezultate. Dvojni razpad beta torej zaenkrat še ni dokazan. Dosežen pa je uspeh, da so se merske metode zelo izpopolnile in je danes mogoče meriti že razpolovne dobe do 10^{16} let.

I. Zupančič

Literatura

W. H. Furry: On Transition Probabilities in Double Beta-Disintegration, Phys. Rev. *56*, 1184 (1939).

J. H. Fremlin and M. C. Walters: An Experimental Investigation of the Stability of Nuclei against Double Beta-Disintegration, Proc. Phys. Soc. A *65*, 911 (1952).

M. J. Kalkstein and W. F. Libby: An Investigation of the Double Beta-Disintegration of Sn^{124}. Phys. Rev. *85*, 368 (1952).

Umetni delci V^0

Delce V^0 so odkrili in opazovali doslej le v kozmičnih žarkih. To so nestabilni, nevtralni delci z masami 2200 m_e (delci V_1^0) in 800 m_e (delci V_2^0), ki razpadajo z razpolovnim časom približno 2.10^{-10} sekunde. V_1^0 razpade v proton in mezon π^-, V_2^0 pa v mezona π^+ in π^-. Sledi razpadnih produktov imajo v wilsonski celici ali fotografski plošči obliko črke V, po čemer so ti delci dobili svoje ime.

Pred kratkim[1] so pri poskusih s kozmotronom v Brookhaven National Laboratory opazili dva delca V^0. Protoni z energijo okrog 2 200 MeV so iz ogljene tarče izbijali nevtrone z maksimalno energijo 2200 MeV. Dobljeni nevtronski žarek, ki je imel isto smer kot protonski, je šel najprej skozi magnetno polje, ki je odklonilo nabite delce, nato pa skozi nekaj centimetrov svinca v difuzijsko wilsonsko celico. Ta je bila napolnjena z vodikom in parami metilnega alkohola pod tlakom 18 atm in je bila v magnetnem polju 11 000 gaussov.

Identifikacija delcev V^0 je v tem primeru zelo zanesljiva, ker nastanejo pri trku nevtrona s protonom le zvezde z lihim številom krakov.

[1] W. B. Fowler, R. P. Shutt, A. M. Thorndike, W. L. Whittemore: Observation of V^0 Particles Produced at the Cosmotron. Phys. Rev. *90*, 1126 (1953).

Pri navadnem trku dobimo samo eno sled — sled protona —, če se pa pri tem tvorijo mezoni, se zaradi ohranitve naboja tvorijo v parih π^+, π^-. Na alkoholu sproženih reakcij je bilo zaradi majhne množine alkohola zelo malo.

Pri razpadnih produktih obeh delcev V^0 so ocenili gostoto ionizacije in iz odklona v magnetnem polju določili njihovo gibalno količino. Te meritve so v obeh primerih pokazale, da je negativni delec mezon, pozitivni delec pa je lahko proton ali mezon.

Po stavku o ohranitvi gibalne količine so izračunali gibalno količino delca V^0. Iz znanih mas je bilo mogoče izračunati energijo Q, ki se je sprostila pri razpadu. Če vstavimo prvič maso delca V_1^0, drugič pa V_2^0, se dobljene vrednosti, zlasti prva, kar dobro ujemajo z vrednostmi, dobljenimi pri kozmičnih žarkih. Zanesljivo torej ni bilo mogoče povedati, ali gre za razpad delca V_1^0 ali V_2^0, čeprav je prvi primer bolj verjeten.

Iz izmerjene razdalje od svinčene plošče, kjer je delec nastal, do mesta razpada so ocenili, da je razpolovni čas reda velikosti 10^{-10} do 10^{-9} sekunde.

B. Dobovišek

Rentgenski mikroskop

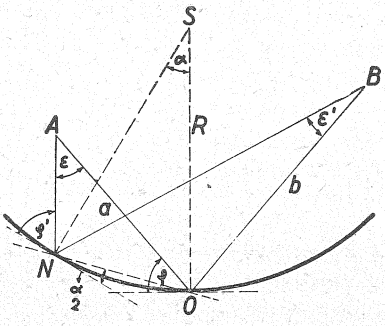
Še pred nekaj leti je bilo projiciranje edini način upodabljanja z rentgenskimi žarki. Za ostro sliko je potrebno čim bolj točkasto svetilo. Svetilnost takega izvora pa je majhna in zato ta način ni uporaben za večje povečave. — Leče niso uporabne, ker je lomni količnik za rentgenske žarke zelo blizu ene in ker vse snovi močno absorbirajo rentgenske žarke.

V zadnjem času dajejo več upanja ukrivljena zrcala. Vendar tudi teh na navadni način ne moremo uporabljati, ker je odboj rentgenskih žarkov preslab (ker je n blizu 1). V poštev ne pride niti Braggov odboj na kristalnih ploskvah, ki je sicer močan, toda zelo odvisen od smeri in valovne dolžine.

Lomni količnik za rentgenske žarke je manjši od 1, ker je njihova frekvenca večja od lastnih frekvenc elektronov. Če računamo, kot da so elektroni prosti, dobimo

$$n = 1 - \frac{N e^2 \lambda^2}{8\pi^2 \varepsilon_0 m c^2}$$

kjer je N število vseh elektronov na enoto prostornine, e naboj, m pa masa elektrona. Ker je n manjši od ena, lahko pride do totalnega odboja pri prehodu iz zraka v sredstvo. Za kot φ (glej sl. 1), ki je komplementaren mejnemu vpadnemu kotu, velja $\cos \varphi = n$



Sl. 1. Upodobitev z valjastim zrcalom s poševnim šopom. A=predmet, B=slika, S=os zrcala

Ker je φ majhen, dobimo, da je $1 - \frac{1}{2}\varphi^2 = n$, torej:

$$\varphi = \sqrt{\frac{N e^2}{4\pi^2 \varepsilon_0 m c^2}}\ \lambda$$

Pri $\lambda = 1{,}54$ A (črta KαCu) je za steklo $\varphi = 4.10^{-3}$, za platino pa $\varphi = 11.10^{-3}$ radiana. Za večino trdnih snovi leži φ med tema dvema vrednostima. Oglejmo si, kakšno upodobitev dobimo s cilindričnim zrcalom za ozek šop žarkov, ki leži v narisani ravnini (sl. 1).

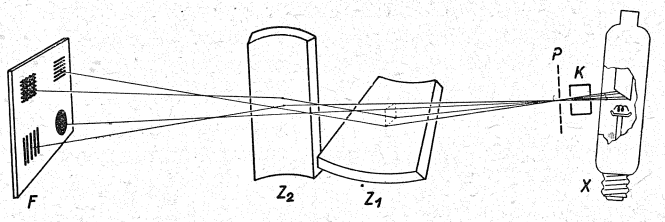
Iz trikotnikov *AON* in *BON* dobimo naslednjo zvezo med koti:

$$\varphi - \tfrac{1}{2}\alpha + \varepsilon = \varphi' + \tfrac{1}{2}\alpha$$

$$\varphi' - \tfrac{1}{2}\alpha + \varepsilon' = \varphi + \tfrac{1}{2}\alpha$$

in odtod

$$\varepsilon + \varepsilon' = 2\alpha$$



Sl. 2. Potek žarkov v rentgenskem mikroskopu. X=rentgenska cev, K=kolimator, P=predmet (mreža), Z_1 *in* Z_2 sta valjasti zrcali, F=fotografska plošča. Povzeto po: M. Lucht and D. Harker, Rev. Sci. Instr. *22*, 392 (1951)

Za a in b pa velja, ker so vsi narisani koti majhni:

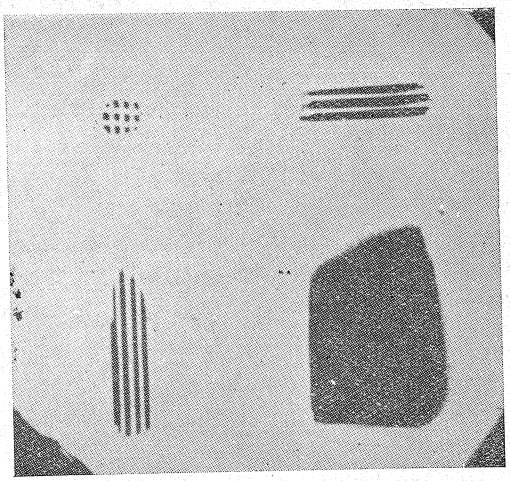
$$(\varphi + \varepsilon - \tfrac{1}{2}\alpha)/a = \varepsilon/R\alpha$$

$$(\varphi + \varepsilon' - \tfrac{1}{2}\alpha)/b = \varepsilon'/R\alpha$$

Za dovolj ozek šop žarkov lahko ε, ε' in α zanemarimo v primeri s φ. Če obe enačbi seštejemo in upoštevamo, da je $\varepsilon + \varepsilon' = 2\alpha$, dobimo končno enačbo: $1/a + 1/b = 1/f$, kjer je $f = \frac{1}{2} R\varphi$.

Ker so zrcala cilindrična, potrebujemo za popolno upodobitev dvoje pravokotno prekrižanih zrcal, kot nam kaže sl. 2. Na njej vidimo žarek, ki se je odbil na obeh zrcalih. Le taki žarki dajo pravo sliko. V splošnem pa se nekaj žarkov odbije samo na enem od obeh zrcal, nekaj pa na nobenem, tako da dobimo na fluorescentnem zaslonu ali fotografski plošči 4 slike, kot kaže sl. 3. To fotografijo so dobili z dvema steklenima zrcaloma ($R = 21{,}9$ m), prevlečenima s platino. Objekt je bila kovinska mrežica s 138 črtami na 1 cm. Prvotna povečava z rentgenskimi žarki je bila samo 1, pač pa je bila slika potem fotografsko povečana.

Zrcala imajo kovinsko prevleko zaradi večjega φ. Lahko pa vzamemo upognjene kovin-



Sl. 3. Posnetek z rentgenskim mikroskopom. Desno spodaj je pega, ki jo je napravil direktni žarek. Desno zgoraj in levo spodaj sta nepopolni sliki, dobljeni z enkrat odbito svetlobo. Levo zgoraj je popolna slika. — Fotografija je vzeta iz članka P. Kirkpatrick and A. V. Baez: Formation of Optical Images by X-Rays. J. Opt. Soc. Am., *18*, 766 (1948) z dovoljenjem uredništva J. O. S., ki se mu za prijaznost najlepše zahvaljujemo

ske ploščice, ponavadi iz volframa ($\varphi = 10 \cdot 10^{-3}$ za KαCu). Prednost teh je v tem, da moremo krivinski polmer R spreminjati. Krivinski polmeri zrcal so od 10 do 100 m.

Ločljivost zrcal, to je najmanjša razdalja dveh točk, ki ju zrcalo še loči, je omejena zaradi valovnega značaja žarkov in zaradi geometrijskih napak zrcala. Ločljivost je podana z enačbo:

$$d = \left(\frac{3 \lambda^2 a^2}{8 R \varphi^2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

kjer sta upoštevana uklon in sferna aberacija zrcala, ki je zaradi majhnega φ velika. Za dosedaj uporabljena zrcala (junij 1951) je ločljivost od 2500 A navzgor.

Na koncu je vredno še omeniti, da je ta optična metoda uporabna tudi za slikanje z nevtroni.

S. Pahor

Literatura

1. P. Kirkpatrick and A. V. Baez: Formation of Optical Images by X-rays. J. Opt. Soc. Am., *38*, 766 (1948).
2. P. Kirkpatrick: An Approach to X-Ray Microscopy. Nature, *166*, 251 (1950).
3. C. M. Lucht and D. Harker: An X-Ray Microscope Using Mirrors of Adjustable Curvature. Rev. Sci. Instr. *22*, 392 (1951).
4. E. Prince: The Resolving Power of an X-Ray Microscope. J. Appl. Phys. *21*, 698 (1950).

UTRINKI

Geigerski števec — »po domače«. — To je jednostavan aparat, a sastoji se od metalne cevi u kojoj se nalazi mala količina električne struje i izvesna količina gasa. Električna struja je suviše slaba da bi varnica mogla skočiti od jedne do druge tačke. Kad atomsko zračenje deluje na beskrajno male čestice gasa, električna struja prolazi kroz gas i istog trenutka nastaje spoj. Kad dodje do spoja čuje se otkucaj.

Atomska energija. Beograd 1952 (str. 35)
Izdalo Publicističko i izdavačko preduzeće »Jugoslavija«

Zdaj pa še »ocena« te knjige: Iz obsežne literature, ki obravnava te probleme, je v tej knjigi skrbno izbranih nekaj člankov in del, znanih znanstvenikov s področja atomske energije, ki na izredno zanimiv pa vendar enostaven in slikovit način tolmačita tudi najtežja in najzapletenejša vprašanja.

Slovenski poročevalec, 14. I. 1953

Čudeži še niso izumrli. Vrv, na kateri so spustili svinec v morje, je povzročala veliko trenje z morsko vodo, ki je bilo tem večje, čim debelejša je bila vrv in čim globlje je padal svinec. V večji globini je postal vzgon enak teži svinca. Svinec se je ustavil, ne da bi prišel na dno, vrv pa se je zvijala sama od sebe.

Ljubljanski Dnevnik, 7. VII. 1953

ŠOLA

Predlog za izboljšanje pouka fizike na srednjih šolah

Pogosto slišimo dovolj utemeljene izjave, da prihajajo abiturienti na visoko šolo iz fizike mnogo slabše pripravljeni kot iz matematike. Vsi bomo najbrž takoj priznali, da je to tudi res tako. Ne smemo pa dovoliti, da bi tako stanje še dalj časa trajalo. Saj *nam* ni treba poudarjati pomena znanja fizike tako za materialni napredek družbe kot za ideološko oblikovanje človeka.

Če hočemo to neugodno stanje izboljšati, so takoj nujno potrebni naslednji ukrepi:

1. Učni načrt fizike je treba v višjih razredih glede na obetajoče se število ur reducirati vsaj za petino, da bo novi program res mogoče z dijaki *predelati,* ne samo »vzeti«. Ob načrtu je treba v posebnem dodatku ali komentarju navesti tista fizikalna dejstva, zakonitosti, konstante in naloge, ki jih mora vsak dijak trajno znati. Ob pouku na višji stopnji je treba predpostavljati določeno znanje z nižje stopnje; to naj bo seveda ob programu za nižjo stopnjo naznačeno.

2. Fizika je znanost, ki v posebno veliki meri izraža svoje zakonitosti s kvantitativnimi količinskimi odnosi; ta značaj fizike se mora odločno kazati tudi pri pouku, zlasti v višjih razredih. Zato je treba kvantitativno obravnavati vse tiste dele gradiva, pri katerih tako obravnavanje ni zvezano s prevelikimi težavami. V metodskih navodilih naj bi bilo to naznačeno, učbenik pa naj bi to temeljito upošteval. Vsako kvantitativno obravnavano zakonitost je treba utrditi s fizikalnimi računskimi nalogami. V vsakem višjem razredu naj bodo zato ob treh tedenskih urah pouka po štiri pismene šolske naloge, vsak semester po dve.

3. Minimalne zahteve pri obdelavi programa je treba kolikor mogoče dobro precizirati, da bo vsak učitelj dobro vedel, kaj je njegova brezpogojna dolžnost.

4. V vsakem višjem razredu naj bi vsak dijak opravil po pet praktičnih fizikalnih vaj, izvedljivih z zelo preprostimi sredstvi, in to po vseh šolah; seznam takih vaj naj bo priključen k programu, seveda v večjem številu, da bo nekaj izbire.

5. Razlago fizike morajo nujno spremljati eksperimenti, ki naj ponazorijo vsa važnejša dejstva in zakonitosti. Zavedati se moramo, da brez nazornosti ne moremo odpravljati formalizma in verbalizma v znanju; verbalistično znanje pa je boljši vodnik k mistiki kot k materializmu.

6. Na višji stopnji je treba povsod uvesti merski sistem MKSA. Dopustne so seveda tudi razne praktične enote kot kp, kp/cm^2, kal itd., ki pa niso vključene v merski sistem.

7. Poenotiti je treba označbo količin; v kolikor označba ni enotna v mednarodnem merilu, naj se za take količine uvedejo taki znaki, ki jih bodo dijaki pri nadaljnjem študiju največkrat srečali v dostopni literaturi.

8. Nobenemu učitelju matematike in fizike ne smemo dovoliti, da bi poučeval samo matematiko in se pri tem zanemarjal v pouku fizike.

Te zahteve je treba postaviti ostro, ne glede na kakršnekoli majhne pomisleke. Če inspekcija ugotovi, da katera izmed teh zahtev ni realizirana, sta za to odgovorna predmetni učitelj in vodstvo šole.

V Obzorniku za matematiko in fiziko ter v Nastavi matematike i fizike u srednjoj školi naj bi se objavljali pojasnilni članki na vprašanja, ki bi se pojavljala v zvezi z realizacijo gornjih zahtev.

Seveda bi idealizirali, če bi mislili, da bo mogoče omenjene zahteve brez večjih težav in brez vsega drugega uresničiti. Vzporedno je treba odstranjevati tudi korenine zla. Vse to bi pa začeli odpravljati takole:

a) Stopnjevati moramo produkcijo učil. V Sloveniji imamo tovarno učil v Črnomlju, poleg nje pa še kaka dva manjša zavoda, ustanovljena za take naloge. Je to dovolj velik aparat, pa daje neznatno produkcijo učil, čeprav je bil v ta namen ustanovljen; zdi se celo, da danes na to svojo osnovno nalogo pozablja. Biro za učila, ki je nekaj časa obstajal pri republiškem SPK, zadeve z učili kljub precejšnji potrošnji sredstev ni kaj prida uredil. Prva naloga je torej aktivirati omenjeni aparat za produkcijo učil s potrebnimi spremembami vodstva in kadra; druga naloga pa je doseči koordinacijo s podjetji, ki bi lahko pri produkciji učil pomagala (Iskra v Kranju, Tovarna meril v Slovenjem Gradcu itd.).

b) Zagotovimo šolam primerne kredite za učila. Odpraviti je treba zlasti pri nižjih forumih ukoreninjeno prepričanje, da je za šolo v glavnem dovolj, če ima kader in prostore.

c) Doseči moramo, da bo imel strokovnjak za fiziko in matematiko v šolski službi enake možnosti napredovanja in one materialne možnosti, kot jih ima, če gre v drugo službo. Saj ga ne čaka v šolski službi nič lažje in nič manj odgovorno delo. Sedaj se absolventi fizike boje šole in gredo rajši drugam, če le morejo. Tudi novincev za to stroko pride na fakulteto iz takih razlogov in ker je študij težak, premalo.

č) V šolah je treba v prirodoslovno-matematičnih krožkih okrepiti fizikalno vejo; seveda bomo trčili pri tem zopet na vprašanje opreme fizikalnih zbirk. V teh krožkih naj bi dijaki ob praktičnih vajah, reševanju nalog in referatih z raznih področij ta predmet vzljubili, obenem pa tudi vzljubili nalogo posredovati to bogato in zanimivo znanje mlajšim.

d) Učne ure za fiziko so težje kot učne ure za matematiko. Priprave za poskuse vzamejo več časa in napora kot priprave za pouk matematike in korekturo nalog. Zato ni stimulativno za kvaliteto pouka, da so fizikalne ure slabše honorirane kot ure predmetov s šolskimi nalogami. Glede na silno pomanjkljivo stanje zbirk in s tem združene izredne težave pri eksperimentalnem pouku bi pa bilo treba znižati učno obveznost učiteljev fizike na 18 ur.

Seveda je potem še mnogo nadaljnjih sredstev za dvig kvalitete pouka: prirejanje tečajev za izpopolnitev oziroma poglobitev zlasti v moderni fiziki, nabave strokovne in strokovno-metodske literature po znosnih cenah, organiziranje obiskov v inozemstvo zaradi vpogleda v organizacijo fizikalnega pouka in udeležbe na tečajih za poglobitev itd. Tudi šolstvo mora postati deležno večjih dotacij, s katerimi bo mogoče uresničiti omenjene utemeljene želje, če hočemo, da naša šola ne bo preveč zaostajala za inozemskimi šolami in za ostalim razvojem pri nas.

Korak naprej pa bomo napravili že s tem, če bomo uresničili spredaj omenjene zahteve.

F. Ahlin

Popravek. Pri fotografijah na str. 89—91 v številki 2-3 je po pomoti izpadlo pojasnilo, da jih je posnel doc. J. Branc.

NOVE KNJIGE

Opisna geometrija

Hiram E. Grant, Practical Descriptive Geometry. Mc Graw-Hill Book Company, 1952, strani VIII+253, cena 4 dolarje.

V s e b i n a : Predgovor. Uvod. Projekcijske ravnine. Osnovne lege prem in ravnin. Osnovni pomožni pogledi. Točke in preme. Preme in ravnine. Vrtenje. Diagrami sil. Točka, prema in ravnina v zvezi z valji, stožci in kroglami. Stožernice in njih uporaba. Rudarstvo, geologija in gradbeništvo. Nasebne in odsebne sence. Krive ploskve. Preseki krivih ploskev z ravnino. Razgrinjanje ploskev, prehodne ploskve, vijačnice. Predori. Risarska natančnost. Indeks.

V praksi tehničnega risanja uporabljamo pri nas več različnih opisno-geometričnih predočevalnih metod. Kakor izvemo iz Grantovega učbenika praktične deskriptive, je že nekaj desetletij tega, kar so se v Ameriki odločili le za Mongeovo metodo. Smatrajo jo namreč za edino možno metodo v tehnični praksi. Značilno pa je zanjo, da so jo izdelali v tem smislu, da jim je že v začetku povsem odpadla osnovnica projekcijskega sestava. Projekcijske ravnine, ali kakor oni pravijo, referenčne ravnine, njim tedaj niso stalne, temveč poljubno vzporedno premakljive. Dalje procesa projiciranja ne izvajajo s premicami kot projicirnimi žarki, temveč z orientiranimi premicami. Namesto o projekciji na to in to ravnino govore o pogledu v tej in tej smeri ter jim je vsaka projekcija v našem smislu le slika pogleda na risalni ploskvi. Ostaja pa seveda še povezava neposredno prirejenih dveh pogledov s prirednicami. Očitno je, da pri taki praksi sledni elementi nimajo nikakega pomena in v resnici jih v Grantovi knjigi nikjer ne zasledimo. Za onega, ki se šele uvaja v opisno geometrijo, je tako obravnavanje Mongeovega projiciranja nekoliko težje kot predočanje s stalnimi projekcijskimi ravninami, ter zahteva že precej geometričnega pogleda, izkustva in znanja. S tega stališča je Grantov učbenik za začetnika manj primeren, čeprav je v celoti elementarnega značaja. Služil bi pa zelo dobro onemu, ki je že nekoliko uveden v opisno-geometrične metode ter mu ne dela več težav Mongeovo predočanje brez določene osnovnice. Knjiga bi mu dala pobudo, da se povsem oddvoji od uporabe fiksiranih projekcijskih ravnin, kar je v tehnični praksi edino na mestu. Poleg tega pa je v njej nekaj novih načinov obravnavanja osnovnih opisno-geometričnih nalog, ki so presenetljivo uporabni. Sploh opažamo na vsaki strani, da se je avtor potrudil, da povsod upraviči naslov, ki ga je dal svoji knjigi.

V teorijo se avtor ne spušča veliko. Vse, kar potrebuje pri predočanju in česar ni mogoče pojasniti mimogrede, preprosto navaja brez vsakega dokazovanja. Poudarek je pač na uporabnosti in uporabi metod. Sicer pa je knjiga metodično dobra in ima mnogo zelo dobrih, nazornih in precizno izdelanih slik. Po obsegu snovi izpolnjuje nekako program, ki ga imajo pri nas zahtevnejši oddelki tehničnih srednjih šol. Pa tudi v načinu obravnavanja je sorodna opisno-geometrični metodiki, ki jo uporabljamo pri nas na takih šolah. Metoda je v glavnem induktivna. Pri izvajanju konstrukcij se poslužuje avtor v veliki meri pomožnih pogledov, t. j. naših stranskih risov. Pri osnovnih nalogah podaja za vsako vse možne poti do rešitve. Te naloge spremlja skoraj dosledno primerna

ilustracija iz tehnične prakse. Popolnoma pravilno prisoja avtor veliko važnost natančnosti risanja. Na to opozarjajo izredno skrbno izdelane slike, natančnosti risanja pa je namenjeno še posebno poglavje na koncu knjige. Na to poglavje opozarja avtor čitatelja često že med tekstom.

Naj končno še pripomnim, da knjiga nima nikakih nalog za vajo, ker je bil izdan poseben izbor nalog kot dopolnilo temu učbeniku (H. E. Grant, *Practical Descriptive Geometry Problems*, Mc Graw-Hill).

O. Sajovic

Ultrazvok

E. G. Richardson: Ultrasonic Physics. Elsevier Publishing Company, Amsterdam 1952. Strani 285.

Avtor, ki je znan eksperimentator na tem področju, je v knjigi opustil skoraj vse, kar je zastarelega. To daje knjigi neko svežost v primerjavi s sorodnimi knjigami, ki imajo za seboj že več izdaj.

Proizvajanje ultrazvoka je obdelano na kratko v prvem poglavju. Za eksperimentatorja je posebno zanimivo drugo poglavje, ki opisuje merjenje jakosti ultrazvoka. Koristen je odstavek o analizi zvočnega polja v bližini oddajnika. Naslednje poglavje obravnava metode za merjenje hitrosti razširjanja in za merjenje dušenja ultrazvoka v snoveh. Z novimi metodami je možno meriti obe količini z minimalno množino merjenca. Podrobno je opisana interferometrija, ki se mnogo uporablja in s katero se je avtor največ ukvarjal. Ultrazvočni interferometer — Kundtova cev za ultrazvok — je obdelan tudi teoretično. Bolj na kratko pa se avtor dotakne optičnih metod in metode sunkov.

Jedro knjige so naslednja štiri poglavja, ki obravnavajo razširjanje ultrazvoka v plinih, tekočinah in trdnih snoveh. Pri tekočinah so obdelani tudi elektroliti, pri trdnih snoveh pa plastične in viskoznoelastične snovi, ki jih danes mnogo raziskujejo. Hitrost razširjanja zvoka potrebujemo tudi za indirektno določitev svojske toplote pri stalni prostornini, ki jo je direktno težko meriti. Eno poglavje govori o teoriji relaksacijskih pojavov, ki se pokažejo v frekvenčni odvisnosti dušenja in hitrosti razširjanja zvoka. Posebno zanimive so viskoznoelastične snovi, ki tvorijo prehod med tekočinami in trdnimi snovmi.

Zadnje poglavje obravnava ultrazvok v disperznih sistemih. Med drugim omenja orientacijski efekt na suspendiranih anizotropnih delcih, ki se izraža v optični dvolomnosti sredstva.

D. Jamnik

Prof. ing. Černe Vl.: Recipročni faktor

V gospodarski matematiki je uporaba tabel zelo razširjena. Takšne tabele prinaša tudi to delo, ki vsebuje recipročne faktorje za obrestne račune vseh vrst. Avtorju se je posrečilo z recipročnimi faktorji poenostaviti vse obrestne račune in jih reducirati na eno samo deljenje ali množenje.

Delo bo služilo našim dijakom na ekonomskih šolah, pa tudi slehernemu, ki ima opravila z obrestnim računom.

S. Toš

ODGOVORI

1

Za kutove i stranice trokuta vrijedi

$$\frac{\pi}{3} \leqq \frac{a\alpha+b\beta+c\gamma}{a+b+c} \leqq \frac{\pi}{2}$$

Lijevi znak jednakosti vrijedi za istostrani trokut, desni za degenerirani trokut, koji je pao u dvostruko uzetu dužinu.

Dokaz: Kako je vrijednost omjera

$$\frac{a\alpha+b\beta+c\gamma}{a+b+c} = r \tag{1}$$

jednaka za slične trokute, možemo (zbog jednostavnijeg pisanja) bez gubitka na općenitosti pretpostaviti da je $a+b+c=1$

U trokutu je svaka od stranica manja od zbroja drugih dviju, pa je

$$\pi=(a+b+c)(\alpha+\beta+\gamma)=r+(b+c)\alpha+(c+a)\beta+(a+b)\gamma > \tag{2}$$
$$> r+a\alpha+b\beta+c\gamma=r+r=2r \qquad \text{t. j.} \qquad r<\tfrac{1}{2}\pi.$$

U drugu ruku je

$$(b-c)(\beta-\gamma)+(c-a)(\gamma-\alpha)+(a-b)(\alpha-\beta) \geqq 0 \tag{3}$$

jer s lijeve strane ni u jednom produktu faktori ne mogu biti različitog predznaka (budući da u trokutu nasuprot većem kutu leži veća stranica).

Iz (3) slijedi izmnožavanjem

$$2r \geqq a(\beta+\gamma)+b(\gamma+\alpha)+c(\alpha+\beta); \tag{4}$$

pribrojimo li tome jednakost $r=a\alpha+b\beta+c\gamma$, slijedi

$$2r+r \geqq (a+b+c)(\alpha+\beta+\gamma)=\pi \qquad \text{t. j.} \quad r \geqq \tfrac{1}{3}\pi. \tag{5}$$

V. Devidé, Zagreb

Rešitev iste naloge sta poslala tudi dr. D. Blanuša, Zagreb in Bogdan Krušič, stud. mat., Ljubljana.

VPRAŠANJA

6. Bič

Zaradi lažjega računa naj ima bič enakomerno debelo vrvico (brez običajnega vozla na koncu), ki je privezana na koncu palice. Če bič mirno držiš, vrvica prosto visi. Zamahni! Vzemimo, da se od tega trenutka dalje giblje konec palice navpično navzdol s stalno hitrostjo. Ta hitrost naj bo tolikšna, da bomo smeli vpliv teže zanemariti.

Kako se giblje vrvica? Navodilo: Upoštevaj gibalne količine in kinetične energije posameznih delov vrvice. Izgube zaradi trenja i. pod. zanemari.

Občni zbor Društva

Društvo matematikov in fizikov LRS bo imelo svoj redni letni občni zbor v nedeljo 13. decembra 1953 ob 9. uri v fizikalni predavalnici I. gimnazije v Ljubljani v Vegovi ulici 4.

Dnevni red:
1. Volitve delovnega predsedstva.
2. Poročila predsednika, tajnika, blagajnika, sekcije za tisk ter sekcije za dvig pouka in predavanja; poročila podružnic.
3. Poročilo nadzornega odbora in sklep o razrešnici.
4. Volitve novega upravnega odbora, nadzornega odbora in častnega razsodišča.
5. Razno.

K udeležbi vabi odbor.

II. kongres matematikov in fizikov

Izredni plenum Zveze društev je sklenil, da bo drugi kongres matematikov in fizikov FLRJ v začetku oktobra 1954 v Zagrebu. Ta sklep je bil sprejet na predlog hrvatskega društva zato, da bi bil II. kongres istočasno z otvoritvijo fizikalnega instituta Rudjera Boškovića v Zagrebu in da bi bilo na razpolago dovolj časa in sredstev za prireditev razstave učil in učnih sredstev za fiziko. Kongres bo trajal 6 dni in bo imel po eni strani pedagoški, po drugi strani pa znanstveni značaj. Vabljeni bodo tudi tuji gostje za informativne znanstvene referate. O podrobnostih bomo še poročali.

Matematična terminologija

Društvo matematikov in fizikov LRS je izdalo v založbi DZS knjižico: *Alojzij Vadnal: Matematična terminologija* (elementarna matematika).

Knjižica je sad dela, ki ga je opravila Komisija za terminologijo Društva matematikov in fizikov LRS, in je nekakšno dopolnilo »Slovenskemu pravopisu«. V prvem delu obsega pravila o zapisovanju in izgovarjanju številnikov in računskih znakov, v drugem delu pa slovar izrazov iz elementarne matematike.

Knjižica obsega 44 strani. Dobi se v vseh knjigarnah. Toplo jo priporočamo zlasti vsem predavateljem matematike.

Centralni katalog inozemskih časopisov v naši državi

Bibliografski institut FLRJ obvešča našo javnost, da je ustanovil *Centralni katalog inozemskih časopisov*, ki jih ima več kot 500 strokovnih in znanstvenih knjižnic. Katalog je namenjen predvsem znanstvenim in strokovnim delavcem. Ti bodo mogli dobiti v njem podatke o celotnih časopisih, posameznih letnikih, o njihovi starosti, kje in od kdaj je ta ali ona knjižnica na list naročena in še podobne druge podatke.

Zato se bodo naši znanstveniki, kulturni in strokovni delavci obračali odslej pri iskanju tovrstnih listov na *Bibliografski institut, Beograd, Terazije 26-II*, poštni predal 20, telefon 25-670. Podatke bodo dobili brezplačno, prihranjenega jim bo pa mnogo truda in večkratnega brezplodnega povpraševanja.

Društvo matematičara i fizičara N. R. Hrvatske poziva sve, koji se zanimaju matematičko-fizičkim naukama, da se pretplate na

Glasnik
matematičko-fizički i astronomski

i sarađuju u njemu.

Zaista ne bi smjelo biti ni jednog kulturnog radnika, koji se bavi matematično-fizičkim naukama, kao ni prosvjetne ustanove, koja nije pretplatnik Glasnika. Pretplatom i suradnjom u svojem naučnom i stručnom časopisu pokazujete u kolikoj mjeri pratite i podupirete razvitak i napredak svoje struke. Širite također Glasnik u svom krugu, jer time podupirete razvitak matematičko-fizičkih nauka u svojoj okolini.

Prijave pretplate slati na administraciju Glasnika: Hrvatsko prirodoslovno društvo, Zagreb, Ilica 16/III. Pretplata za god. 1953. iznosi 300.— din.

Društvo matematikov in fizikov NRH izdaja za vso državo »*Matematično-fizički list za učenike srednjih škola*«. Letnik ima 4 številke po 40 strani. Letna naročnina je 150 din, posamezna številka stane 45 din.

Profesorji srednjih šol, priporočajte list dijakom! Naročila in naročnino pošiljajte na naslov:

Matematično-fizički list, Zagreb, Ilica 16/III, p. p. 165 ali na čekovni račun št. 401-T-1080.

Zveza Društev matematikov in fizikov FLRJ izdaja časopis:

Nastava matematike i fizike

Naročnina je 200 din, posamezna številka 60 din. Naročila in naročnino pošiljajte podjetju »Znanje«, Beograd, Terazije 12 ali na ček. rač. št. 103-T-307 z označbo »Za časopis Nastava matematike i fizike«.

Obzornik za matematiko in fiziko izhaja vsak drugi mesec. Izdaja ga Društvo matematikov in fizikov LRS. Urejuje ga uredniški odbor: I. Kuščer, A. Moljk, I. Vidav, A. Žabkar. Odgovorni in tehnični urednik: I. Štalec. Upravo vodi I. Štalec. — Tiska tiskarna »Toneta Tomšiča« v Ljubljani. — Naročnina za letos je 250 din. Posamezna številka 90 din, dvojna številka 120 din. Naročnino nakažite na naš čekovni račun pri Narodni banki, št. 604-T-207. Dopise pošiljajte in list naročajte na naslov:

Obzornik za matematiko in fiziko, Ljubljana, poštni predal 253.