OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

1951 LJUBLJANA 4

VSEBINA

Članki:
Relaksacijske metode (A. Kuhelj) 121
Osnovne konstante (I. Kuščer) 132
Novice:
Arnold Sommerfeld (W. Heisenberg) 136
Elektronske pomnoževalke (P. Gosar) 139
American Institute of Physics slavi dvajsetletnico (I. K.) . . . 142
Kolokvij o računskih strojih (A. Žabkar) 143
Drobne vesti 143
Novi instrumenti:
Letošnja razstava Physical Society (A. Moljk) 144
Spektranal (S. Oman) 146
Cevni elektrometer (M. O.) 147
Poskusi:
Razpolovna enota (K. Hodoščeк) 148
Pouk:
Projekcijski miliampermeter (M. Kac) 149
Table za poskuse iz elektrike (A. Moljk) 150
Topološki dokaz Eulerjevega izreka (L. Čermelj) 151
Iz naših šol:
Delo aktiva matemat. in fizikov v Ljubljani v l. 1950/51 (M. Klopčičeva) 153
Vpeljimo fizikalne vaje (F. Šušteršič) 154
Nove knjige:
Lichnerovicz, Algèbre et analyse linéaires (I. Vidav) 155
XVII. congrès international de philosophie des sciences (A. Žabkar) . 155
Piéron, Les problèmes fondamentaux de la psychophysique dans la science actuelle (A. Seliškar) 156
Gallais, Chimie minérale théorique et expérimentale (B. Brčić) . . 157
Odgovori 158
Utrinki 160
Ob koncu leta 160

Občni zbor Društva matematikov in fizikov

Ob udeležbi nekako polovice članstva se je vršil 16. decembra 1951 III. redni letni občni zbor Društva matematikov in fizikov LR Slovenije. Iz poročil upravnega odbora je bilo razvidno, da je formalno včlanjenih v društvu še vedno le tretjina profesorjev in predmetnih učiteljev matematike in fizike, čeprav je število članov od zadnjega občnega zbora naraslo za 50 %. Večina članov živi in službuje v Ljubljani. Ustanovila se je podružnica v Mariboru. Svet vlade LRS za prosveto in kulturo je z izdatno dotacijo podprl delovanje društva.

Vse društvene sekcije so uspešno delale. Posebno plodno in v javnosti vidno je bilo delovanje sekcije za tisk ter sekcije za dvig pouka in predavanja. Občni zbor je zato izrekel priznanje uredniškemu odboru Obzornika ter organizatorju predavanj M. Klopčičevi; široko zasnovana ter uspešno izvedena je bila izdelava pripomb na elaborate komisij pri Zvezi društev matematikov in fizikov FLRJ o matematičnem in fizikalnem pouku na srednjih in visokih šolah. Novemu odboru je naložil skrb za pridobivanje novih članov predvsem na podeželju in med študenti. V splošnem je potrdil dosedanje delo, ki naj se nadaljuje.

Dosedanji predsednik prof. Fran Jeran iz zdravstvenih razlogov ni mogel več prevzeti predsedniškega mesta. Občni zbor mu je izrekel priznanje in zahvalo za požrtvovalno delo. V novem upravnem odboru so: predsednik dr. I. Vidav, podpredsednik L. Gabrovšek, tajnik N. Benkovič, blagajnik F. Kvaternik, odborniki: F. Ahlin, L. Jenček, M. Klopčič, L. Kozina, A. Moljk, J. Povšič, O. Sajovic, I. Štalec, A. Vadnal.

LETO I
1 9 5 1

Obzornik za matematiko in fiziko

ŠTEV. 4
I. XII. 1951

RELAKSACIJSKE METODE PRI NUMERIČNEM OBRAVNAVANJU LINEARNIH ENAČB I.

A. Kuhelj

1. *Uvod.* Od leta 1935 dalje se je pojavilo v raznih znanstvenih časopisih veliko člankov o tzv. relaksacijskih metodah in njihovi uporabi. Ti članki so pokazali, da se dajo na ta način obravnavati številne naloge iz raznih področij fizike in tehnike; nekatere celo take, ki jih s starimi metodami niso mogli zadovoljivo rešiti. Začetnik relaksacijske metode, prof. R. V. Southwell, je objavil pozneje tudi dve knjigi o njeni uporabi v tehniki in fiziki, ki sta vzbudili veliko pozornosti. Ime sámo izvira iz gradbene mehanike in bi se moralo pravzaprav v obširnejši obliki glasiti: metoda sistematičnega popuščanja vezi (angleško: method of systematic relaxation of constraints, francosko: méthode de libération des liaisons). Prvotno so namreč uporabljali metodo samó za določanje neznank pri tkzv. statično nedoločenih nosilnih sistemih, t. j. pri nosilnih napravah, ki so bolj kakor je neobhodno potrebno zavarovane proti premikom, zavrtitvam in deformacijam. Pri takih sistemih je treba določiti neznane sile in momente iz deformacij posameznih delov, kar nam da pri uporabi Hookeovega zakona toliko linearnih algebraičnih enačb, kolikor imamo neznank. Pri relaksacijski metodi si mislimo najprej vsa vozlišča nosilnega sistema popolnoma nepomična, izračunamo njihove obremenitve in dovolimo nato najbolj obremenjenemu vozlišču, da se pod vplivom obremenitev pomakne. Neuravnotežene sile in momenti se na ta način prenesejo na druga vozlišča in na podpore; s ponavljanjem tega postopka se dajo, kakor pokaže podrobnejša preiskava, določiti vse neznanke do želene natančnosti.

V teku nadaljnjega razvoja je majhna skupina raziskovalcev pod vodstvom prof. R. V. Southwella razširila uporabljivost te metode tudi na druge sisteme linearnih algebraičnih enačb in na določanje karakterističnih števil. Nato pa se je s prevedbo diferencialnih enačb v diferenčne lotila in tudi rešila razne druge probleme, ki so deloma za druge metode praktične analize skoraj nedostopni *(6* in *7)**. Kakor večkrat, se je tudi tu pri podrobnem proučevanju sicer pokazalo, da segajo zametki te metode daleč nazaj in da je že C. F. Gauss v svojih predavanjih o metodi najmanjših kvadratov navedel v bistvu ekvivalentno metodo za obravnavanje linearnih algebraičnih enačb (*1b*, stran 300); toda nedvomna zasluga R. V. Southwella in njegovih sodelavcev je, da je neodvisno od predhodnikov uvedel in izpopolnil zelo uspešen način za reševanje obširnih sistemov linearnih enačb in da ga je razširil na celo vrsto zelo važnih praktičnih problemov. Zaradi izrazite težnje k uporabam so v njegovih in v publikacijah večine

* Števila v oklepaju pomenijo mesto, na katerem je spis omenjen v seznamu virov na koncu članka.

njegovih sodelavcev teoretična vprašanja nekoliko potisnjena v stran. Zato pa nas je znova opozoril na omejeno natančnost fizikalnih podatkov, kateri se relaksacijska metoda zelo dobro in skoraj avtomatično prilagodi; spomnil nas je dalje, da so zahteve pri numeričnem računanju v fiziki drugačne kakor v čisti matematiki in da je treba zato včasih iti svoja pota. Nekateri pripisujejo relaksacijskim metodam tudi prednost, da so bolj pestre in da se dajo nekatere naloge z njimi tako rekoč igraje rešiti. Pri takem presojanju pa igrajo psihološki momenti pač veliko vlogo in se zato v to ne bomo spuščali.

V našem članku bomo v dopolnitev k obema omenjenima knjigama R. V. Southwella podali predvsem pregled relaksacijske metode pri obravnavanju linearnih algebraičnih enačb. Pri tem se bomo tudi nekoliko bavili z vprašanjem konvergence, ki jo nekateri avtorji puščajo precej v nemar (gl. n. pr. *3*), ker se v konkretnih primerih o njej navadno najhitreje prepričamo s tem, da praktično poskusimo, ali je metoda uporabljiva ali ne. O uporabi relaksacijske metode za numerično reševanje diferencialnih enačb bomo govorili v drugem članku; glede konkretnih primerov pa naj opozorimo predvsem na obe knjigi R. V. Southwella in na članke D. N. de G. Allena (*3*).

2. *Osnove relaksacijske metode.* Reševanje velikega števila neodvisnih linearnih algebraičnih enačb z enakim številom neznank (razen v posebnih primerih bomo vedno jemali v poštev samo take sisteme) je, kakor znano, zelo zamudno. Teorija determinant nam da sicer zelo lep pregled vseh primerov, ki se morejo pri obravnavanju linearnih enačb pojaviti; toda za praktično računanje Cramerjevo pravilo ne pride v poštev, če je število neznank večje od 5 ali 6. Samo tedaj, če so koeficienti neznank v enačbah razmeroma majhna cela števila, se dajo po znanih pravilih razmeroma hitro določiti tudi determinante višjih stopenj in Cramerjevo pravilo se da uporabiti pri sistemu 8 ali celo več enačb. Najvažnejša nedostatka pri uporabi tega pravila sta nepreglednost in včasih tudi zelo majhna natančnost, ki se pojavi, če imamo v rezultatu razlike zelo velikih števil. Pri večjem številu neznank je vsekakor bolj pregledna eliminacijska metoda (Gaussov algoritem; glej n. pr. Runge-König: Vorlesungen über numerisches Rechnen; Willers: Methoden der praktischen Analysis in večja dela o nižji geodeziji); toda tudi pri tej raste število elementarnih računskih operacij s tretjo potenco števila neznank. Mimogrede naj samo omenimo, da se je v najnovejšem času z uporabo sodobnih računskih strojev uveljavila tudi neka varianta eliminacijske metode, ki spretno izrablja lastnosti strojev za sprotnje seštevanje nastavljenih produktov in ki se da zelo preprosto formulirati z matričnim računom (*8*, stran 248—257).

Kljub vsem modernim pripomočkom pa skušamo pri zelo velikem številu neznank nadomestiti eliminacijsko metodo z drugimi, pri katerih število operacij ne raste tako hitro. Tu pride predvsem v poštev iteracijska metoda, pri kateri se veča število elementarnih operacij samo sorazmerno s kvadratom števila neznank. Bistvo iteracijske metode je v glavnem v tem, da izračunamo iz vsake enačbe samo izboljšano približno vrednost za eno neznanko, medtem ko vstavimo za vse ostale neznanke vrednosti iz prejšnjih približkov (pri skupni iteraciji), ali pa deloma stare in deloma nove približke, v kolikor smo jih seveda določili že prej (iteracija sproti). Kakor znano, uredimo seveda v ta namen enačbe in neznanke tako, da izračunamo

novi približek iz vsake enačbe samo za neznanko na glavni diagonali. Pri sprotnji iteraciji, ki jo je uvedel leta 1874. Ph. Seidel in ki je najbolj razširjena, dobimo za neznanko x_i iz sistema enačb

$$
(1) \ldots \begin{array}{l}
a_{11}\, x_1 + a_{12}\, x_2 + \ldots + a_{1n}\, x_n = b_1 \\
a_{21}\, x_1 + a_{22}\, x_2 + \ldots + a_{2n}\, x_n = b_2 \\
\quad \vdots \qquad\quad \vdots \qquad\qquad\quad \vdots \qquad \vdots \\
a_{n1}\, x_1 + a_{n2}\, x_2 + \ldots + a_{nn}\, x_n = b_n
\end{array}
$$

približek ν-te stopnje na ta način, da najprej delimo i-to enačbo z a_{ii} in prenesemo nato vse sumande razen diagonalnega člena x_i na desno stran. Ker pravih vrednosti za neznanke $x_1, x_2, \ldots x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots x_n$ ne poznamo, jih nadomestimo s približki in sicer vzamemo za neznanke $x_1, x_2, \ldots x_{i-1}$ že izračunane približke ν-te stopnje, za neznanke $x_{i+1}, \ldots x_n$ pa stare približke $(\nu - 1)$-ve stopnje. Približek $x_i^{(\nu)}$ ν-te stopnje za neznanko x_i bo torej

$$
(2) \ldots x_i^{(\nu)} = \frac{b_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}}\, x_j^{(\nu)} - \sum_{j=i+1}^{n} \frac{a_{ij}}{a_{ii}}\, x_j^{(\nu-1)}
$$

Dá se brez posebnih težav dokazati (2), da daje sprotnja iteracija konvergentna zaporedja približkov, če so vrednosti koeficientov a_{ii} na glavni diagonali večje od vsote vrednosti ostalih koeficientov iste enačbe. Če označimo vsoto vrednosti teh z S_i,

$$
S_i = |a_{i1}| + \ldots + |a_{i,\,i-1}| + |a_{i,\,i+1}| + \ldots + |a_{in}| \qquad (i = 1, 2, \ldots n),
$$

se dajo torej zadostni pogoji za konvergenco sprotnje iteracije izraziti z neenačbami

$$
(3) \ldots |a_{ii}| > S_i \qquad (i = 1, 2, \ldots n).
$$

Za praktično uporabljivost sprotnje iteracije pa morajo po L. Collatzu biti vse količine

$$
(3a) \ldots \varrho_i = \frac{S_i}{|a_{ii}| - S_i} \qquad (i = 1, 2, \ldots n)
$$

na vsak način manjše od 2. Če dalje označimo zgornjo mejo kvocientov ϱ_i z ϱ in pišemo za največjo vrednost razlike $x_i^{(\nu)} - x_i^{(\nu-1)}$ kratko $\delta\nu$, potem velja za zgornjo mejo napake, ki je po ν-ti iteracijski stopnji še možna, naslednja neenačba

$$
(4) \ldots |x_i^{(\nu)} - x_i| \leqq \varrho \cdot \delta\nu \qquad (i = 1, 2, \ldots n).
$$

Tudi pri relaksacijski metodi rešujemo sistem enačb (1) iterativno; toda namesto zaporednih približkov $x_i^{(\nu)}$ uporabljamo raje zaporedne popravke $z_i^{(\nu)}$, tako da dobimo za neznane količine x_i rešitev v obliki vrste

$$
(5) \ldots x_i = x_i^{(0)} + z_i^{(1)} + z_i^{(2)} + \ldots \qquad (i = 1, 2, \ldots n),
$$

kjer pomeni $x_i^{(0)}$ prvi približek, ki ga pa smemo vzeti kar nič. Če prenesemo desno stran enačb (1) na levo in nadomestimo neznanke x_i s približki ν-te stopnje

$$(5a) \ldots x_i^{(\nu)} = x_i^{(0)} + z_i^{(1)} + \ldots + z_i^{(\nu)},$$

dobimo na desni strani namesto nič ostanke $r_i^{(\nu)}$, katerih vrednosti moramo v teku našega postopka zmanjšati pod določeno mejo. Za ostanke smemo očitno pisati

$$(6) \ldots \sum a_{ij} x_j^{(\nu)} - b_i = r_i^{(\nu)} \qquad (i = 1, 2, \ldots n),$$

ako se dogovorimo, da hočemo zaradi preglednosti tu in v bodoče vedno izpustiti meje pri sumacijskih znakih, če moramo seštevati čez indekse pri neznankah oziroma njihovih korekturah in če gre seštevanje od 1 do n. V primeru, da vzamemo za neznanke prvi »približek« $x_i^{(0)} = 0$, so seveda ostanki še vedno dani z enačbami (6) in enaki negativnim vrednostim znanih členov. Z odštevanjem odgovarjajoče enačbe za $(\nu - 1)$-vi približek in pri upoštevanju zveze

$$z_i^{(\nu)} = x_i^{(\nu)} - x_i^{(\nu-1)}$$

dobimo za korekture $z_k^{(\nu)}$ naslednji sistem enačb

$$(7) \ldots \sum a_{ij} z_j^{(\nu)} = r_i^{(\nu)} - r_i^{(\nu-1)} \qquad (i = 1, 2, \ldots n).$$

Od raznih možnih načinov računanja popravkov si pri relaksacijski metodi izberemo najbolj preproste in sicer s tem, da popravimo navadno pri vsaki stopnji samo eno neznanko. Če označimo pripadajočo korekturo z $z_k^{(\nu)}$, imajo enačbe (7) naslednjo obliko

$$(7a) \ldots r_i^{(\nu)} = r_i^{(\nu-1)} + a_{ik} \cdot z_k^{(\nu)} \qquad (i = 1, 2, \ldots n);$$

popravimo pa pri vsakem koraku samo tisto neznanko, pri kateri je kvocient ostanka $r_k^{(\nu-1)}$ in pripadajočega koeficienta a_{kk} na glavni diagonali po vrednosti največji. S tem, da vzamemo v smislu tega navodila

$$(8) \ldots z_k^{(\nu)} \approx -\frac{r_k^{(\nu-1)}}{a_{kk}}$$

spravimo namreč enega največjih ostankov pri $(\nu - 1)$-vi stopnji skoraj na nič; ostanke v ostalih enačbah pa izračunamo po navodilu (7a), ker nam je sedaj $z_k^{(\nu)}$ znan. Na ta način zmanjšamo zaporedoma posamezne, po vrednosti največje ostanke približno na nič in, če se kateri od njih pri nadaljnjih stopnjah znova poveča čez ostale, ga pri naslednjem koraku zopet zmanjšamo na nič. S prehajanjem od enačbe do enačbe, postane ves postopek nekoliko bolj živahen, kakor so ostale iteracijske metode. Ker je poleg tega tudi računanje razmeroma lahko (vse popravke in ostanke je treba določiti vedno samo na eno ali dve mesti natančno), gre delo tudi

pri uporabi zelo preprostih računskih pripomočkov (logaritmično računalo) hitro od rok.

Rezultati, ki jih dobimo z relaksacijsko metodo, konvergirajo seveda proti pravilnim vrednostim samo tedaj, če zadoščajo koeficienti v enačbah določenim pogojem. Dokaz R. V. Southwella za konvergenco relaksacijske metode pri nekaterih nalogah mehanike, ki je bil objavljen v njegovi prvi knjigi (*6*), se naslanja na znani zakon o minimumu potencialne energije v mehaniki elastičnih teles. Kakor bomo videli, se da ta dokaz nekoliko razširiti in izvesti neodvisno od raznih fizikalnih zakonov. Naj tudi omenimo, da navajajo nekateri pisci kot zadosten pogoj za konvergenco relaksacijske metode, da so koeficienti enačb na glavni diagonali po vrednosti večji od ostalih členov v isti vrsti oziroma istem stolpcu; drugi vzamejo zopet neenačbo (3) kot zadosten pogoj za konvergenco postopka. Toda vsi dokazi za eno kakor za drugo trditev so pomanjkljivi. Pač pa se da brez težav dokazati, da velja naslednji zadostni pogoj za konvergenco relaksacijske metode. Če so koeficienti sistema enačb (1) simetrični glede na glavno diagonalo ($a_{ij} = a_{ji}$) in če je kvadratna forma $\sum\sum a_{ij} x_i x_j$ pozitivno definitna, tedaj konvergirajo približki (5a) proti pravilni rešitvi. Kakor znano, imenujemo pozitivno definitno kvadratno formo táko funkcijo, pri kateri je v vsakem sumandu pomnožen realni koeficient a_{ij} z dvema spremenljivkama in kjer je funkcija za vse realne vrednosti spremenljivk pozitivna (razen za $x_1 = x_2 = \ldots = x_n = 0$, ko je vrednost funkcije seveda nič).

Da zgornjo trditev o konvergenci relaksacijskega postopka dokažemo, vzamemo naslednjo funkcijo n spremenljivk $x_1, x_2, \ldots x_n$

$$(9) \ldots F\ (x_1, x_2, \ldots x_n) = \tfrac{1}{2} \sum\sum a_{ij} x_i x_j - b_i x_i$$

ki jo dobimo n. pr. tako, da najprej pomnožimo levo in desno stran prve enačbe (1) z x_1, druge z $x_2, \ldots$ in zadnje z x_n in nato vse leve in desne strani seštejemo. Funkcija F je razlika med polovično vsoto levih strani in vsoto desnih strani tako pretvorjenih enačb (1). Če pišemo pri tej funkciji kvadratne člene najprej in jih razporedimo podobno kakor so napisani odgovarjajoči členi v enačbah (1), vidimo takoj, da se pojavi določena spremenljivka x_k (poleg v členu $-b_k\ x_k$) še kot drugi faktor pri vseh kvadratnih sumandih k-te vrste, kot prvi faktor pa pri vseh kvadratnih sumandih k-tega stolpca (kolone). Če to upoštevamo, nam bo potek vsega nadaljnjega dokazovanja hitro jasen.

Pri tem gre najprej za ugotovitev, da določajo enačbe (1) tisto n-torico števil $x_1, x_2 \ldots x_n$ (ali kakor večkrat po analogiji z razmerami pri $n = 1$ ali $n = 2$ tudi pravimo, tisto točko »n-dimenzionalnega prostora«), kjer doseže funkcija F ekstremno vrednost. Kakor znano, morajo biti za tako n-torico števil vsi parcialni odvodi funkcije F po $x_1, x_2 \ldots x_n$ enaki nič. Če si mislimo razporejene člene funkcije tako, kakor smo to opisali zgoraj, in če upoštevamo, da so koeficienti a_{ij} simetrični, vidimo takoj, da morajo pri ekstremni vrednosti funkcije F biti izpolnjene enačbe

$$(10) \ldots \frac{\partial F}{\partial x_i} = \sum a_{ij} x_j - b_i = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots n),$$

ki se res ujemajo z enačbami (1). Pri pozitivno definitni kvadratni formi pa mora biti determinanta koeficientov a_{ij} pozitivna količina, ker bi v na-

sprotnem primeru pri posebni izberi vrednosti za neznanke $x_1, x_2, \ldots x_n$ imela forma vrednost nič, kar nasprotuje dogovoru. Če pa je determinanta pozitivna, ima sistem enačb (1) oziroma (10) samo eno rešitev in funkcija F ima zato samo eno stacionarno mesto. Ker prevladujejo pri zelo velikih vrednostih ene ali več koordinat $x_1, \ldots x_n$ v funkciji F členi druge stopnje, je vrednost v veliki razdalji od koordinatnega začetka pozitivna in stacionarno mesto odgovarja minimumu naše funkcije. Če namreč omejimo okrog koordinatnega začetka neko določeno območje G, je funkcija F znotraj tega območja omejena in zvezna in mora imeti zato svoj minimum, ki gotovo ne pade na rob območja, temveč se ujema s prej omenjenim stacionarnim mestom.

Če vzamemo sedaj za spremenljivke x_i namesto vrednosti, ki rešijo sistem enačb (1) oziroma (10), približke $x_i^{(\nu-1)}$, smo seveda pri funkciji F več ali manj oddaljeni od njenega minimuma. Dokazali bomo, da se z novim popravkom $z_k^{(\nu)}$ v smislu enačbe (8) vrednost funkcije F proti prvotni vrednosti zmanjša in da se zato z novim korakom v iteraciji približamo minimumu. Res se zaradi enačbe (8) spremenijo pri novem koraku samo drugi faktorji pri a_{kj} v k-ti vrsti in pri a_{jk} v k-tem stolpcu prvi faktorji za $z_k^{(\nu)}$. Ker se v sumandu na križišču omenjene vrste in stolpca spremenita oba faktorja, se takoj vidi, da dobimo za razliko med vrednostjo funkcije F po in pred ν-to stopnjo zaradi simetričnosti koeficientov a_{ij} enačbo

$$\triangle F^{(\nu)} = \left[\sum a_{kj}\, x_j^{(\nu-1)} - b_k\right] . z_k^{(\nu)} + \tfrac{1}{2}\, a_{kk} (z_k^{(\nu)})^2.$$

Izraz v oglatem oklepaju pa je po enačbi (6) enak ostanku $r_k^{(\nu-1)}$ in zato je ob upoštevanju enačbe (8)

$$(11) \ldots \triangle F^{(\nu)} = - r_k^{(\nu-1)} . \frac{r_k^{(\nu-1)}}{a_{kk}} + \tfrac{1}{2}\, a_{kk} \left(\frac{r_k^{(\nu-1)}}{a_{kk}}\right)^2 = - \tfrac{1}{2} \left(\frac{r_k^{(\nu-1)}}{a_{kk}}\right)^2 < 0,$$

ker morajo pri pozitivno definitni kvadratni formi biti tudi vsi koeficienti glavne diagonale pozitivni. Minimum F je vsekakor končno število in $\triangle F^{(\nu)}$ mora iti zato pri zadostnem številu korakov proti nič; iz zadnje enačbe pa sledi potem, da morajo iti tudi ostanki $r_k^{(\nu-1)}$ proti nič in rešitve po relaksacijski metodi konvergirajo zaradi enačb (6) proti pravilnim vrednostim.

Navedeni pogoj za konvergenco relaksacijske metode je važen predvsem pri obravnavanju problemov v mehaniki in fiziki, kjer vemo, da so nekatere funkcije pozitivno definitne (n. pr. kinetična energija, potencialna energija elastičnih teles in podobno). Pri splošnih nalogah je preiskava definitnosti zelo zamudna in zato je v takih primerih ali pa pri nesimetričnih determinantah navadno najbolj umestno začeti kar z relaksacijsko metodo in pogledati, ali se ostanki dovolj hitro bližajo proti nič. Če konvergirajo rezultati po navadni metodi preveč počasi, se da večkrat pomagati z variantami relaksacijske metode, od katerih bomo nekatere pozneje na kratko navedli.

Prednosti iteracijskih metod pri obravnavanju linearnih algebraičnih enačb so tolikšne, da se vedno znova pojavljajo predlogi, naj bi tudi splošne linearne enačbe, v katerih niso koeficienti simetrični, prevedli v obliko, ki bi dovoljevala iteracijo. Metode za tako prevedbo linearnih enačb so znane (n. pr. Gaussova transformacija); toda natančnejša preiskava (*2*, stran 358) pokaže, da so členi na glavni diagonali po transformaciji razmeroma majhni in da približki včasih slabše konvergirajo kakor pri prvotnem sistemu enačb. Ker je poleg tega vsaka taka prevedba združena s precejšnjim računanjem, je večinoma najbolj umestno poskusiti z relaksacijsko metodo ali z eno izmed njenih variant kar na prvotnih enačbah.

3. *Zgledi in dopolnitve.* Ker gre pri zgledih samo za osnovna načela, kako praktično urediti potek računov, bomo kot prvi zgled vzeli zelo preprost sistem enačb iz D. N. de G. Allenovega članka (*3*, stran 18)

$$
\begin{aligned}
10x_1 - 3x_2 - 4x_3 &= 204 \\
-3x_1 + 10x_2 - 2x_3 &= 415 \\
-4x_1 - 2x_2 + 10x_3 &= -380
\end{aligned}
\tag{12}
$$

ki bi ga seveda lahko veliko hitreje rešili na druge načine. Kot prvi korak predpisuje relaksacijska metoda sestavo posebne pomožne tabele »enotnih operacij«, t. j. tabelo za vrednosti levih strani posameznih enačb, če vzamemo zaporedoma za eno ali več neznank vrednost ena. Pregled enotnih operacij, če sta v zgornjem sistemu ena ali dve spremenljivki enaki 1, je podan v tabeli 1.

1. Tabela enotnih operacij za enačbe (12)

Spremenljivke	Enačbe		
	1	2	3
$x_1=1,\ x_2=x_3=0$	10	—3	—4
$x_2=1,\ x_3=x_1=0$	—3	10	—2
$x_3=1,\ x_1=x_2=0$	—4	—2	10
$x_1=x_2=1,\ x_3=0$	7	7	—6
$x_2=x_3=1,\ x_1=0$	—7	8	8
$x_3=x_1=1,\ x_2=0$	6	—5	6

Za opisano relaksacijsko metodo, ki se imenuje tudi posamična, pride v poštev seveda samo zgornja polovica tabele. Podatke v drugi polovici tabele bomo rabili, ko bomo prešli od sedanje posamične relaksacije k tzv. bločni. S pregledom enotnih operacij preidemo k računanju popravkov za vse tri neznanke, ki ga izvedemo zopet tabelarno. Računanje samo je zelo preprosto in ne potrebuje pač nobenih pojasnil. Ker ima sistem enačb (12) za rešitve cela števila, so po sedmih stopnjah vsi ostanki nič in naš račun je s tem zaključen. Končne vrednosti za posamezne neznanke dobimo s seštevanjem začetnih vrednosti (ki pa smo jih vzeli enake nič) in vseh popravkov po enačbi (5) in dobimo: $x_1 = 27$, $x_2 = 46$, $x_3 = -18$.

Postopek, razviden iz razpredelnice na naslednji strani, nas sicer pri prej omenjenih pogojih vedno vodi do cilja, ni pa vedno tudi najbolj hiter in se da včasih znatno skrajšati. Večkrat se namreč zgodi, da sicer zmanjšamo s popravkom po enačbi (8) ostanek v eni izmed danih enačb skoraj na nič, toda drugi ostanki morejo pri tem znatno narasti. Če se da s kratkim pregledom ugotoviti, da vplivajo na ostale ostanke nekoliko spremenjene korekture bolj ugodno, smemo brez pomisleka vzeti $z_k^{(\nu)}$ nekoliko povečan ali zmanjšan proti vrednosti po enačbi (8). Pri obravnavanju nalog iz statike se navadno pokaže, da je najbolje povečati absolutno vrednost

korekture do 50 % čez omenjeno vrednost (hiperkompenzacija). Tudi z istočasno korekturo dveh ali več neznank se da seveda konvergenca zelo pospešiti; toda praktično pridejo tu v poštev samo najbolj preproste kombinacije. Če so n. pr. razmerja med ostanki in pripadajočimi koeficienti glavne diagonale za določeno stopnjo približno enaka, vzamemo za vse odgovarjajoče neznanke isti popravek in zmanjšamo na ta način ostanke v več enačbah na zelo majhne vrednosti (relaksacija v bloku, block relaxation). Zaradi hitrejšega računanja navedemo v ta namen v tabeli enotnih operacij tudi vrednosti levih strani enačb, če sta dve neznanki enaki eni (spodnja polovica 1. tabele). V našem primeru sta pri $x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 0$ ostanka v prvih dveh enačbah negativna; zato bomo pri relaksaciji v bloku vzeli za obe korekturi $z_1^{(1)}$ in $z_2^{(1)}$ vrednost v sredi med — (—204/7) in — (—415/7) ali približno 40. Tako dobimo za sistem enačb (12) naslednjo tabelo, v kateri smo namesto po sedmih stopnjah prišli čisto neprisiljeno do končnega rezultata že po štirih korakih. Iz primera se tudi vidi, da nikakor ni potrebno gnati relaksacijo v bloku pri prav vseh stopnjah. Čim so med posameznimi kvocienti razlik in enotnih količnikov (števila na desni strani 1. tabele) prevelike diference, preidemo k posamični relaksaciji.

2. Rešitev enačb (12) s posamično relaksacijo.

Popravki oziroma neznanke			Ostanki		
x_1	x_2	x_3	r_1	r_2	r_3
0	$\frac{415}{10} \approx 42$ 0	0	—204 —3.42=—126	—415 +420	+380 — 84
33			—330 +330	+ 5 — 99	+296 —132
		—17	0 + 68	— 94 + 34	+164 —170
—7			+ 68 — 70	— 60 + 21	— 6 + 28
	4		— 2 — 12	— 39 + 40	+ 22 — 8
1			— 14 + 10	+ 1 — 3	+ 14 — 4
		—1	— 4 + 4	— 2 + 2	+ 10 — 10
27	46	—18	0	0	0

Poleg hiperkompenzacije (ki pa sama zase v našem primeru ni umestna) in relaksacije v bloku navaja R. V. Southwell v svoji prvi knjigi *(6)* tudi tzv. »relaksacijo v skupinah« (group relaxation), kjer

3. Rešitev enačb (12) z relaksacijo v bloku.

Popravki			Ostanki		
x_1	x_2	x_3	r_1	r_2	r_3
0 40	0 40	0	—204 +280	—415 +280	+380 —240
—18		—18	+ 76 —108	—135 + 90	+140 —108
6	6		— 32 + 42	— 45 + 42	+ 32 — 36
—1			+ 10 — 10	— 3 + 3	— 4 + 4
27	46	—18	0	0	0

izberemo v isti stopnji za popravke k posameznim neznankam razne vrednosti. Jasno je, da se dajo pri zadostni spretnosti na ta način vsi računi še bolj skrajšati. Pri praktičnem računanju pa so za izbiro skupnih korektur v eni sami stopnji merodajni predvsem razni fizikalni in geometrijski zakoni in za to ni mogoče v tem pogledu podati splošnih pravil.

Pri uporabi relaksacijskih metod je zelo važno vprašanje sprotnje kontrole, da se nam v rezultate ne vrinejo računske napake. V tem pogledu je najbolj preprosto, uvesti poleg danih enačb še dodatno, ki jo dobimo s tem, da seštejemo vse prejšnje enačbe s spremenjenim predznakom. Jasno je, da mora biti sedaj vsota ostankov v vseh enačbah za vsako iteracijsko stopnjo nič. Če so diagonalni koeficienti v enačbah po vrednosti le malo večji od vsote vrednosti vseh ostalih in bi se zaradi tega računi po prejšnjih metodah zelo zavlekli, se da ves postopek znatno skrajšati z naslednjim, zelo preprostim ukrepom, ki ga je prav tako kakor zgornji način kontrole poznal v bistvu že C. F. Gauss (*1b*, stran 301). V ta namen nam je treba uvesti poleg nove enačbe le še novo neznanko x^*_0 na ta način, da nadomestimo prvotne neznanke x_i z razliko $x^*_i - x^*_0$. Naš novi sistem ima sicer determinanto nič in se iz njega ne dajo izračunati vse neznanke, toda zato nam itak ne gre. Če pa izberemo za nove neznanke poljubne začetne vrednosti in določamo korekture tako, da se zmanjšajo veliki ostanki na čim manjše vrednosti, konvergirajo vsi ostanki zelo hitro proti nič in razlike med x^*_0 in ostalimi novimi neznankami zadoščajo navadno že po nekaj stopnjah prvotno podanemu sistemu enačb z dokaj veliko natančnostjo. Možnost za kontrolo numeričnih napak nam še vedno ostane, ker mora biti tudi z uvedbo novih neznank vsota ostankov pri vseh enačbah za vsako stopnjo enaka nič.

Za zgled hočemo obravnavati sistem enačb za popravke višinskih razlik med petimi točkami v okolici Göttingena, ki ga je navedel že Gauss pri svojem predavanju o metodi najmanjših kvadratov (*1b*):

$$
(13)\qquad
\begin{aligned}
3x_1 - x_2 - x_3 &= 1531\\
-x_1 + 4x_2 - x_3 - x_4 &= -3681\\
-x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 &= 2868\\
-x_2 - x_3 + 2x_4 &= 0
\end{aligned}
$$

Če bi hoteli uporabiti na ta sistem enačb relaksacijsko ali katero drugo iteracijsko metodo, bi popravki zelo počasi konvergirali proti nič, ker so koeficienti izven glavne diagonale razmeroma veliki (niti zadostni pogoj (3) za konvergenco rezultatov pri sprotnji iteraciji ni v zadnjih dveh enačbah izpolnjen!). Zato nadomestimo gornji sistem enačb v smislu navodil z novim, v katerem imamo pet neznank

$$
(13^*)\qquad
\begin{aligned}
3x^*_1 - x^*_2 - x^*_3 - x^*_0 &= 1531\\
-x^*_1 + 4x^*_2 - x^*_3 - x^*_4 - x^*_0 &= -3681\\
-x^*_1 - x^*_2 + 3x^*_3 - x^*_4 &= 2868\\
-x^*_2 - x^*_3 + 2x^*_4 &= 0\\
-x^*_1 - x^*_2 + 2x^*_0 &= -718
\end{aligned}
$$

in ga rešimo po prejšnjih navodilih s posamično relaksacijo. Račun izvedemo tabelarno in ga združimo s tabelo enotnih koeficientov, ki jo napišemo najprej (4. tabela).

4. Rešitev enačb (13*) po Southwell-Gaussovi metodi.

	Enačbe:	Enotne količine 1	2	3	4	5	vsota
	$x^*_1 = 1$	3	−1	−1	0	−1	0
	$x^*_2 = 1$	−1	4	−1	−1	−1	0
	$x^*_3 = 1$	−1	−1	3	−1	0	0
	$x^*_4 = 1$	0	−1	−1	2	0	0
	$x^*_0 = 1$	−1	−1	0	0	2	0

popravki in neznanke						ostanki					
štev. stop.	z^*_1	z^*_2	z^*_3	z^*_4	z^*_0	r^*_1	r^*_2	r^*_3	r^*_4	r^*_0	vsota
$x_i^{(0)} =$	0	0	0	0	0	−1531	+3681	−2868	0	+ 718	0
1.		−920				+ 920	−3680	+ 920	+ 920	+ 920	
						− 611	+ 1	−1948	+ 920	+1638	0
2.					−820	+ 820	+ 820	0	0	−1640	
						+ 209	+ 821	−1948	+ 920	− 2	0
3.			+650			− 650	− 650	+1950	− 650	0	
						− 441	+ 171	+ 2	+ 270	− 2	0
4.	+150					+ 450	− 150	− 150	0	− 150	
						+ 9	+ 21	− 148	+ 270	− 152	0
5.				−135		0	+ 135	+ 135	− 270	0	
						+ 9	+ 156	− 13	0	− 152	0
6.					+ 76	− 76	− 76	0	0	+ 152	
						− 67	+ 80	− 13	0	0	0
7.	+ 23					+ 69	− 23	− 23	0	− 23	
						+ 2	+ 57	− 36	0	− 23	0
8.		− 15				+ 15	− 60	+ 15	+ 15	+ 15	
						+ 17	− 3	− 21	+ 15	− 8	0
9.				− 8		0	+ 8	+ 8	− 16	0	
						+ 17	+ 5	− 13	− 1	− 8	0
10.	− 6					− 18	+ 6	+ 6	0	+ 6	
						− 1	+ 11	− 7	− 1	− 2	0
11.		− 3				+ 3	− 12	+ 3	+ 3	+ 3	
						+ 2	− 1	− 4	+ 2	+ 1	0
12.			+ 1			− 1	− 1	+ 3	− 1	0	
$x_i =$	167	−938	+651	−143	−744	+ 1	− 2	− 1	+ 1	+ 1	0

Po 12 stopnjah pridemo s seštevanjem korektur do vrednosti za posamezne neznanke $x^*_1, .. x^*_4$ in x^*_0, ki se proti rešitvi razlikujejo kvečjemu za enoto. Z odštevanjem neznanke x^*_0 od ostalih neznank pa dobimo za prvotne neznanke vrednosti, ki so do enote natančne

$$x_1 = 911, \; x_2 = -194, \; x_3 = 1395, \; x_4 = 601.$$

Po podatkih v Dedekindovem članku bi bilo za prvotni sistem (13) potrebnih 73 korakov; če pa uporabimo neko varianto relaksacijske metode na sistem (13*), rabimo približno 20 korakov. Pri tem zgledu se tudi vidi, da bi bilo brezkoristno gnati točnost popravkov in ostankov preveč daleč. Če se ne bi pri našem proračunu spustili že v peti stopnji v določevanje popravkov na ednice natančno, bi se račun prav nič ne podaljšal. Tako n. pr. nam zadostuje že enajst stopenj, če določamo popravke na ednice natančno šele od šeste stopnje dalje.

4. *Zaključek.* Kakor že omenjeno, so prof. R. V. Southwell in njegovi sodelavci razširili relaksacijske metode daleč preko reševanja navadnih sistemov linearnih algebraičnih enačb. Za eno prvih nadaljnjih nalog so si izbrali določanje frekvenc in amplitud lastnega nihanja sistemov s poljubnim končnim številom prostostnih stopenj. Kakor znano, gre pri tem za določanje karakterističnih števil in vektorjev, ki pripadajo dvema homogenima kvadratnima formama n spremenljivk, od katerih je ena pozitivno definitna, ker predstavlja izraz za kinetično energijo sistema. Komponente karakterističnih vektorjev zadoščajo sistemu homogenih linearnih enačb, katerega determinanta pa mora biti nič. Iz tega pogoja dobimo v splošnem za karakteristična števila (lastne vrednosti) toliko vrednosti, kolikor ima sistem stopenj prostosti in vsakemu korenu odgovarja v splošnem po ena skupina n števil, ki ravno predstavljajo komponente karakterističnega vektorja. Pri relaksacijski metodi ocenimo karakteristična števila z Rayleighovim pravilom in izračunamo nato iz linearnih enačb prvo aproksimacijo karakterističnih vektorjev. S sukcesivnimi aproksimacijami, pri katerih se predvsem poslužujemo znanih pravil Rayleigha in Couranta o lastnostih karakterističnih števil, se dajo razmeroma hitro določiti tako osnovni kakor tudi vsi višji »valovi« danega sistema.

Drugo zelo važno področje, v katero so prodrle relaksacijske metode, je numerična integracija navadnih in parcialnih diferencialnih enačb. Gre za določitev vrednosti neznane funkcije v posameznih točkah integracijskega intervala, ki se dajo izračunati iz algebraičnih enačb, s katerimi smo nadomestili dane diferencialne enačbe. Predaleč bi nas zavedlo, če bi hoteli v tem sestavku obravnavati vse neštete naloge, predvsem pa naloge iz področja numerične integracije, ki se dajo rešiti z relaksacijskimi metodami. Kako uspešne so te metode, se najbolj vidi iz izjave prof. R. Hartreeja v njegovi knjigi o računskih strojih, kjer poudarja, da tudi z modernimi analizatorji ni mogoče v splošnem integrirati parcialnih diferencialnih enačb eliptičnega tipa s predpisanimi pogoji na robovih, temveč priporoča za to vrsto nalog relaksacijsko metodo.

Literatura: 1a) R. Dedekind: Gauss in seiner Vorlesung über die Methode der kleinsten Quadrate. Festschrift zur Feier des hundertfünfzigjährigen Bestehens der Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen. Berlin 1901. Ponatisnjeno tudi v: 1b) R. Dedekind, Gesammelte mathematische Werke II. Braunschweig 1931, str. 293—306.

2) L. Collatz: Fehlerabschätzung für das Iterationsverfahren zur Auflösung linearer Gleichungssysteme. Z. f. angew. Mathem. u. Mech. 22, št. 6, 1942, str. 357—361.
3) Comité National de la recherche scientifique: Colloques internationaux 14, Méthodes de calcul dans la mécanique. Paris 1948. Članki D. N. de G. Allena, str. 11—34.
4) H. Jeffreys – B. S. Jeffreys: Methods of Mathematical Physics. Cambridge 1946.
5) R. Mises – H. Pollaczek – H. Geiringer: Praktische Verfahren der Gleichungsauflösung. Z. f. angew. Mathem. u. Mech. 9, št. 1/2, 1929, str. 58—77 in 152—164.
6) R. V. Southwell: Relaxation Methods in Engineering Science. Oxford 1940.
7) R. V. Southwell: Relaxation Methods in Theoretical Physics. Oxford 1946.
8) R. Zurmühl: Matrizen. Berlin-Göttingen-Heidelberg 1950.

OSNOVNE KONSTANTE

I. Kuščer

V zadnjih letih objavljajo od časa do časa tabele osnovnih konstant, ki so izračunane iz rezultatov dotlej najbolj natančnih merjenj. V naslednjem podajamo v izvlečku tabelo, ki sta jo sestavila Du Mond in Cohen. Tabela podaja osnovne konstante h, e, m_e, m_p, k, N_L, c in nekatere druge, ki se dado iz teh izračunati. Dodanih je še nekaj praktično važnih konstant (g in druge). Vse vrednosti so preračunane v sistem MKSVA (originalna tabela jih podaja v sistemu CGS).

Planckova konstanta	h	$= 6{,}6238 \,.\, 10^{-34}$ kg m^2 s^{-1}
osnovni naboj	e	$= 1{,}6019 \,.\, 10^{-19}$ As
masa elektrona	m_e	$= 9{,}107 \,.\, 10^{-31}$ kg
masa protona	m_p	$= 1{,}6722 \,.\, 10^{-27}$ kg
Boltzmannova konstanta	k	$= 1{,}3803 \,.\, 10^{-23}$ J/st
Loschmidtovo število	N_L	$= 6{,}0254 \,.\, 10^{26}$ delcev/kmol
svetlobna hitrost	c	$= 2{,}99790 \,.\, 10^{8}$ m/s
indukcijska konstanta	μ_0	$= 4\pi \,.\, 10^{-7}$ Vs/Am $= 1{,}2566371 \,.\, 10^{-6}$ Vs/Am
influenčna konstanta	ε_0	$= 1/\mu_0 c^2 = 8{,}8543 \,.\, 10^{-12}$ As/Vm

specifični naboj elektrona	e/m	$= 1{,}7589 \,.\, 10^{11}$ As/kg
Comptonova valovna dolžina elektrona	$h/m_e c$	$= 2{,}4261 \,.\, 10^{-12}$ m
Comptonova valovna dolžina protona	$h/m_p c$	$= 1{,}32129 \,.\, 10^{-15}$ m
klasični radij elektrona	$e^2/4\pi\varepsilon_0 m_e c^2$	$= 2{,}8175 \,.\, 10^{-15}$ m
konstanta fine strukture	$\alpha = e^2/2\varepsilon_0 hc$	$= 7{,}2970 \,.\, 10^{-3}$
	$1/\alpha$	$= 137{,}043$
Bohrov radij	$\varepsilon_0 h^2/\pi me^2$	$= 5{,}2915 \,.\, 10^{-11}$ m
Rydbergova konstanta za neskončno maso jedra	$R_\infty = me^4/8\varepsilon_0^2 ch^3$	$= 1{,}0973732 \,.\, 10^{7}$ m^{-1}
Bohrov magneton	$\mu_B = \mu_0 he/4\pi m_e$	$= 1{,}1651 \,.\, 10^{-29}$ Vsm
jedrski magneton	$\mu_0 he/4\pi m_p$	$= 6{,}3451 \,.\, 10^{-33}$ Vsm
Stefanova konstanta	$\sigma = 2\pi^5 k^4/15 h^3 c^2$	$= \pi^4 cc_1/60 c_2^4 = 5{,}670 \,.\, 10^{-8}$ W/m^{2}st^4

J. W. M. Du Mond and E. R. Cohen: Least-Squares Adjusted Values of the Atomic Constants as of December, 1950. Phys. Rev. *82*, 555 (1951).

konstanti sevanja (v Planckovem zakonu): $c_1 = 8\pi hc = 4{,}9907 \cdot 10^{-24}$ Jm

$c_2 = hc/k = 1{,}4387 \cdot 10^{-2}$ m st

Wienova konst. $\lambda_{max} T = 0{,}2014052\, c_2 = 2{,}8976 \cdot 10^{-3}$ m st

atomska masna enota $1/N_L = 1{,}6596 \cdot 10^{-27}$ kg

Faradayjeva konstanta $N_L e = 9{,}6519 \cdot 10^7$ As/kmol

atomska masa elektrona $N_L m_e = 5{,}4875 \cdot 10^{-4}$

atomska masa protona $N_L m_p = 1{,}00758$

razmerje mas protona in elektrona $m_p/m_e = 1836{,}1$

plinska konstanta $R = N_L k = 8317$ J/st. kmol

kilomolski volumen $RT_0/p_0 = 22{,}421$ m³/kmol

energija, ki ustreza masi elektrona $m_e c^2 = 0{,}51097$ MeV

energija, ki ustreza masni enoti $(1/N_L)c^2 = 931{,}15$ MeV

konstanta za računanje meje v rentgenskem spektru $\lambda_{min} \cdot E = hc/e = 12396{,}4$ Å. V

konstanta za računanje hitrosti elektrona iz napetosti $v/E^{\frac{1}{2}} = (2\, e/m_e)^{\frac{1}{2}} = 5{,}9311 \cdot 10^5$ (m/s) . $V^{-\frac{1}{2}}$

konstanta za preračunavanje elektronskih voltov v stopinje $e/k = 11606$ st/V

gravitacijska konstanta $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ kg^{-1} m^3 s^{-2}

normalni težnostni pospešek (dogovorjena vrednost) $g = 9{,}80665$ m/s²

ledišče $T_0 = 273{,}16^0$ K

normalni pritisk $p_0 = 1$ Atm $= 760$ tor $= 1{,}01325 \cdot 10^5$ N/m² $= 1{,}03323$ kp/cm²

K temu še dvoje pojasnil:

1. Originalna tabela daje k vsaki vrednosti *verjetno napako*, ki je statistično ocenjena (verjetna napaka = 0,674 × efektivna napaka). Zgoraj napaka ni navedena, ampak so vse vrednosti tako zaokrožene, da znaša efektivna napaka na zadnjem mestu največ ± 3 (najmanj pa ± 0,3), tako da leži verjetna napaka med 2 in 0,2. Namesto $h = (6{,}62377 \pm 0{,}00018) \cdot 10^{-34}$ kgm² s⁻¹ stoji tu $h = 6{,}6238 \cdot 10^{-34}$ kgm² s⁻¹, namesto $e/m_e = (1{,}758897 \pm 0{,}000032) \cdot 10^{11}$ As/kg pa stoji $e/m_e = 1{,}7589 \cdot 10^{11}$ As/kg.

2. Loschmidtovo število in vse izvedenke (atomske mase, Faradayeva konstanta, plinska konstanta, kilomolski volumen) so dane v *fizikalnem merilu*, ki je tako definirano, da ima izotop O^{16} atomov maso 16. Naravni kisik ima 1,00027krat večjo povprečno atomsko maso, torej 16,0043. Kemično merilo pa je tako definirano, da ima naravni kisik atomsko maso 16. Zato je kemična atomska masna enota = 1,00027 fizikalnih atomskih masnih enot $= 1{,}6601 \cdot 10^{-27}$ kg. Omenjene konstante preračunamo v kemijsko

merilo tako, da jih delimo z 1,00027. Ni izključeno, da bodo kemijsko merilo sčasoma opustili, ker je fizikalno merilo ostreje definirano in ker se dado atomske mase z masnim spektrografom natačneje meriti kot s kemijsko analizo.

Zgoraj navedene konstante je mogoče določiti na mnogo različnih načinov. Ker je več neodvisnih načinov kot pa neodvisnih konstant, torej več enačb kot neznank, je treba z izravnalnim računom poiskati najbolj verjetne vrednosti. Upoštevati je treba le tiste določitve, ki so dovolj natančne. Teh pa ni mnogo. V zadnjem desetletju se je natančnost nekaterih metod zelo povečala in dodanih je bilo še nekaj novih načinov. Nekatere druge določitve, ki so jih svoj čas še upoštevali, pa so sedaj kot premalo natančne opustili. Tako ne uporabljajo več Millikanove določitve osnovnega naboja. Osnovni naboj sedaj računajo iz Faradayeve konstante in Loschmidtovega števila, ki ju dobijo po drugih poteh. Neposrednih določitev konstant sevanja (Stefanove, Wienove) sedaj ne upoštevajo več, ampak računajo te konstante iz drugih. Izmed starejših določitev so obdržali naslednjih šest:*

1. *Določitev Faradayeve konstante.* Medtem, ko so pri starejših meritvah elektrolizirali srebrov nitrat ali kalijev jodid, delajo sedaj z natrijevim oksalatom, s katerim so dosegli večjo natančnost. Reakcija je: $C_2O_4'' + 2e \longrightarrow 2\,CO_2$.

2. *Določitev mrežnega razmaka kalcita.* Tu je potrebna absolutna meritev valovne dolžine rentgenskih žarkov. Določitev je potrebna za naslednji dve določitvi.

3. *Določitev konstante hc/e iz kratkovalovne meje rentgenskega spektra.* V zadnjih letih je bila ta konstanta na novo določena z večjo natančnostjo.

4. *Določitev Loschmidtovega števila.* Izmeriti je treba mrežni razmak kalcita, molekulsko maso, gostoto in obliko mrežne celice.

5. *Določitev svetlobne hitrosti.* Velik napredek v natančnosti je prinesla nova metoda votlinskega resonatorja.

6. *Določitev Rydbergove konstante.*

Tem šestim so se pridružile tri nove določitve, in sicer:

7. *Določitev hiperfine razcepitve osnovnega nivoja vodikovega atoma.* Zaradi magnetnega vpliva jedra je ta nivo razcepljen na dva nivoja. Razmak je tako majhen, da ga sprektroskopsko težko izmerimo. S posebno resonančno metodo pa so mogli neposredno in zelo natančno izmeriti frekvenco, ki ustreza temu razmaku: $\nu = 1420{,}405$ MHz. Iz te vrednosti lahko izračunamo konstanto fine strukture ($\alpha = e^2/2\,\varepsilon_0\,hc$), če poznamo še razmerje magnetnega momenta protona in Bohrovega magnetona. Velja namreč enačba:

$$\nu = \frac{16}{3}\,\alpha^2\,cR_\infty \cdot \frac{\mu_p}{\mu_B} \cdot 0{,}99958$$

Na koncu zapisani korekturni faktor še ni dovolj natančno poznan, ker teorija še ni do konca izdelana. Izpopolnitev teorije bi mogla prinesti spremembo in s tem spremembe vrednosti v zgornji tabeli.

* Zaradi pomanjkanja prostora je naslednji pregled zelo kratek in so načini merjenja samo našteti. Posamezne metode pa bodo prikazane v posebnih člankih, ki jih bodo prinesle naslednje številke našega lista.

8. *Določitev kvocienta* μ_P/μ_B. Za ta namen so primerjali precesijsko frekvenco protona v magnetnem polju s krožilno (ciklotronsko) frekvenco elektrona v istem polju. Kvocient frekvenc je v prvem približku enak iskanemu kvocientu.

9. *Določitev giromagnetnega razmerja protona,* $\gamma_p = 4\pi\mu_p/h$. Izmeriti je treba precesijsko frekvenco protona v znanem magnetnem polju: $\omega = \gamma_p \mathcal{H}$.

Nekatere izmed zgoraj naštetih konstant potrebujemo tudi v šoli. Prav koristno bo, če si dijaki vsaj najbolj važne tudi zapomnijo (N_L, c, μ_0, ε_0, ter R ali V_0). Neumestno pa bi bilo, če bi jim navajali vrednosti z vso natančnostjo. V šoli naj zadošča natančnost na 1 %. Zato je za zgled podana spodaj še ena tabela, ki ima primerno zaokrožene vrednosti. Razlike med fizikalnim in kemijskim merilom tu ni več; pospešek g je konstanta za vso zemljo.

Atomske konstante:	**Kilomolske konstante:**
	Loschmidtovo število: $N_L = 6{,}0 \,.\, 10^{26}$ delcev/kmol
osnovni naboj: $e = 1{,}60 \,.\, 10^{-19}$ As	Faradayeva konstanta: $N_L e = 97 \,.\, 10^{6}$ As/kmol
masa elektrona: $m_e = 9{,}1 \,.\, 10^{-31}$ kg	
masa protona: $m_P = 1{,}67 \,.\, 10^{-27}$ kg	atomska masa protona: $N_L \,.\, m_P = 1{,}01$
Planckova konstanta: $h = 6{,}6 \,.\, 10^{-34}$ kgm^2 s^{-1}	
Boltzmannova konstanta: $k = 1{,}38 \,.\, 10^{-23}$ J/st	plinska konstanta: $R = N_L k = 8300$ J/st. kmol
	kilomolski volumen: $V_0 = \dfrac{RT_0}{p_0} = 22{,}4$ m^3/kmol

influenčna konstanta: $\varepsilon_0 = 8{,}9 \,.\, 10^{-12}$ As/Vm

indukcijska konstanta $\mu_0 = 1{,}26 \,.\, 10^{-7}$ Vs/Am

svetlobna hitrost: $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3{,}00 \,.\, 10^{8}$ m/s

težnostni pospešek: $g = 9{,}8$ m/s^2

normalni pritisk: $p_0 = 1$ Atm $= 760$ tor $\doteq 1{,}03$ kp/cm^2 $= 101000$ N/m^2

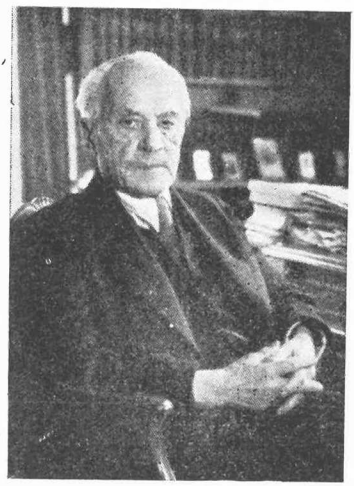
ledišče: $T_0 = 273^0$K

NOVICE

Arnold Sommerfeld

26. aprila 1951 je umrl od poškodb, ki jih je dobil pri prometni nesreči, *Arnold Sommerfeld,* učitelj cele generacije fizikov. Še malo pred smrtjo, v 82. letu, je pripravljal izdajo zadnjih knjig svojih predavanj. Celo po nezgodi je poskušal dokončati »Termodinamiko«, toda nekaj tednov pozneje mu je smrt iztrgala pero iz rok.

Arnold Sommerfeld se je rodil 5. decembra 1868 v Königsbergu kot sin zdravnika. Tam je preživel mlada leta in hodil v gimnazijo skupaj z *Minkowskim, Maxom Wienom* in *Willyjem Wienom.* Nato je študiral matematiko in prirodne vede na tamkajšnji univerzi, ki je bila takrat znamenita, saj so na njej predavali *Hilbert, Lindemann* in *Hurwitz.* Tu je tudi doktoriral z razpravo o empiričnih funkcijah v matematični fiziki. S tem delom je prišel v področje, ki mu je ostal zvest vse življenje, saj je celo zadnjo knjigo svojih predavanj posvetil parcialnim diferencialnim enačbam v fiziki.



Leta 1893 se je preselil v Göttingen, kjer je kmalu nato postal asistent *Felixa Kleina* na Matematičnem institutu. Tu se je habilitiral z razpravo o matematični teoriji uklona svetlobe. Felix Klein je bil Sommerfeldu šele pravi učitelj in najpomembnejši vzornik. Najlepši sad njunega skupnega dela so bile štiri knjige o teoriji vrtavke. Delo sta začela l. 1895, končal pa ga je šele Sommerfeld l. 1910 v Münchenu.

Leta 1897 je postal Sommerfeld profesor matematike na Rudarski akademiji v Clausthalu, l. 1900 pa profesor mehanike na Tehniški visoki šoli v Aachenu. V teh letih se je zanimal za najrazličnejša področja fizike. Pri delu v Clausthalu in Aachenu se je ukvarjal tudi s tehnični vprašanji. Tako se je n. pr. lotil raziskave hidrodinamike maziv. Obenem pa se je posvetil tudi pravemu področju teoretične fizike. Raziskoval je širjenje elektromagnetnih valov, polje gibajočega se elektrona in uklon rentgenskih žarkov.* Leta 1906 so ga povabili na univerzo v München, da zasede katedro, na kateri je prej učil *Boltzmann.* Münchenu je ostal zvest in je odklonil poznejša vabila na druge univerze, n. pr. na Planckovo mesto v Berlin. V svojih prvih letih v Münchenu se je srečal z relativnostno teorijo, ki je prav tedaj nastala. Nadaljeval je delo Minkowskega in je teorijo matematično izdelal. Z razpravo o izražanju cilindričnih funkcij s kompleksnimi integrali se je začelo njegovo zanimanje za kompleksne integrale, ki so

* Sommerfeldove raziskave o rentgenskih žarkih so nekaj let kasneje rodile eno izmed največjih odkritij tiste dobe: 8. junija 1912 je Sommerfeld poročal Akademiji znanosti v Münchenu o eksperimentih, ki dokazujejo, da je rentgenska svetloba valovanje. Eksperimente sta napravila Sommerfeldov asistent Friedrich in študent Knipping na predlog Maxa von Laueja, ki je bil takrat privatni docent na istem institutu. Laue je prišel na to misel v razgovoru s P. P. Ewaldom, ki je malo prej pri Sommerfeldu kot doktorsko tezo teoretično obdelal prehod svetlobe skozi kristalno mrežo. — Op. ur.

imeli važno vlogo v njegovem seminarju še desetletja pozneje. Neko drugo delo iz tistega časa je še danes osnova za vse preiskave stabilnosti pri laminarnem pretakanju tekočin.

Že l. 1911 pa se je Sommerfeld z vso vnemo lotil Planckove kvantne teorije, ki ni bila takrat še prav nič jasna. Vnaprej je videl, da bo ta teorija nekoč odločilna za razumevanje atomov. Bohrova razprava iz l. 1913, ki je razložila Balmerjevo serijo z atomskim modelom Rutherforda in Bohra, je najlepše potrdila Sommerfeldovo napoved. Sommerfeld je nadaljeval Bohrovo delo in ga razširil z upoštevanjem elipsnih poti in relativnostne spremembe mase. L. 1915 je objavil znano formulo za fino strukturo, s katero so mogli pozneje razložiti vse vodiku podobne spektre in rentgenske spektre. Od tedaj naprej je veljalo vse njegovo zanimanje zgradbi atomov. Znamenito delo »Atombau und Spektrallinien«, ki ga je začel l. 1918, je pripomoglo več kot katerakoli druga knjiga k razširjenju novega nauka o zgradbi atomov. Obenem je Sommerfeldov seminar postal središče atomske fizike, kjer so se redno shajali mladi raziskovalci iz vsega sveta in izmenjavali svoja dognanja.

Sommerfeldove raziskave teorije multipletov in Zeemanovega efekta so odločilno pripomogle k razlagi kompliciranih spektrov s kvantno teorijo. Ko je sredi 20. let nastala valovna in kvantna mehanika, je Sommerfeld pri Schrödingerjevi enačbi lahko uporabil svoje velike izkušnje v področju parcialnih diferencialnih enačb. V elektronski teoriji kovin je njemu in njegovi šoli uspelo razložiti mnogo do takrat nerazumljivih lastnosti kovin z uporabo kvantne teorije in Paulijevega principa. V 30. letih se je bavil Sommerfeld z matematičnimi raziskavami v zvezi s statističnim obravnavanjem atomskega plašča, s specifično toploto kovin in podobnimi vprašanji. Ko je šel l. 1938 v pokoj, njegovega dela na münchenski univerzi začasno niso mogli nadaljevati. Sam pa ni nehal delati. Posvetil se je pisanju svojih predavanj, ki jih je izdajal v naslednjem desetletju, začenši z »Mehaniko«. Ta predavanja so zgovoren dokaz za to, da je bil Sommerfeld mojster pouka najrazličnejših področij teoretične fizike.

Sommerfeld je kot učitelj dosegel morda še več uspehov kot pri raziskovanjih. Podobno kot njegov učitelj Felix Klein je tudi on znal s svojo osebnostjo pridobiti mlade ljudi za znanost.* Znal je v njih zbuditi veselje do iskanja, veselje ob lepoti matematične formule ali ob skrivnostnem čaru še ne popolnoma razumljene zveze. Ker je vedel, da se samo po predavanjih ne moreš naučiti, je dajal svojim študentom že zelo zgodaj naloge, ob katerih so ti lahko merili svoje moči in prišli v stik z novimi problemi iz fizike. Pri njem so lahko neposredno sodelovali pri napredku znanosti. Tako jim je n. pr. prebiral v seminarju pisma Einsteina ali Bohra, v katerih sta mu sporočala nove misli in rezultate. Sommerfeld je posvečal velik del dneva svojim učencem. Bil je strog učitelj, znal pa je gledati tudi na osebno življenje učenca s prijateljskim zanimanjem, z veselo sproščenostjo münchenskega profesorja, ki je vedno pripravljen s šalo premostiti napetosti in spregledati pomanjkljivosti.

Obe plati njegovega bistva sta se izražali tudi na zunaj. Pri prvem predavanju je mogel neki njegov študent celo reči, da je profesor podoben

* Med njegovimi učenci so bili M. v. Laue, W. Heisenberg, P. Debye, P. P. Ewald, W. Pauli jun., P. S. Eppstein, G. Wentzel, K. F. Herzfeld, H. Ott, F. London, W. Heitler, E. Guillemin, K. Bechert, F. G. Slack, E. C. Kemble, L. Pauling, Carl Eckart, H. A. Bethe, O. Laporte, P. M. Morse, A. Landé, R. Peirles, A. Unsöld, W. V. Houston in E. D. Condon. – Op. ur.

huzarskemu polkovniku. Ko pa si ga osebno srečal, si doživel njegovo neposredno in privlačno dobroto, njegovo pristno zanimanje za mladega človeka. Sommerfeld je vedno pazil, da so učenci svoje moči pravilno uporabili in da jih niso drobili. Nekoč je meni kot bodočemu fiziku prepovedal igrati šah. Po drugi strani je imel vedno čas za oddih po duševnem delu, najsi je šlo za sprehod po parku ali pa za izlet v hribe. Mnogokrat so se zbrali učitelj, učenci in pa zvesti mehanik instituta v institutski smučarski koči pri Bayrisch-Zellu.

Kljub vsemu delu pa je Sommerfeld ohranil lastnost, ki je danes žal tako redka, da je namreč vedno imel še dovolj časa. Tako je n. pr. pred fizikalnim kolokvijem bil še čas za obisk kavarne. Tam je na marmornih mizah ostala marsikatera formula. Pripovedujejo, da je Sommerfeld nekoč s kolegom poskušal izračunati neki integral. Ker pa se jima je mudilo h kolokviju, nista skončala. Ko je Sommerfeld sedel naslednjega dne k isti mizi, je bila spodaj rešitev že pripisana. Najbrž se je kak matematik spravil pri kavi in pecivu na integriranje.

Harmoničen potek njegovega življenja in dela v institutu je dopolnilo na najlepši način srečno družinsko življenje, katerega toploto je začutil vsak, kdor je stopil v gostoljubno Sommerfeldovo hišo.

Sommerfeld je imel kot učitelj uspehe, ki so brez primere. Težko da v kaki deželi učijo teoretično fiziko, pa nimajo vsaj nekaj profesorjev Sommerfeldove šole. Podelili so mu brez števila akademskih časti. Vedno so ga tudi vabili v inozemstvo. Tako je n. pr. l. 1928/29 šel na potovanje okoli sveta in obiskal Indijo, Japonsko in Združene države Amerike. Kljub temu pa tudi temu življenju, ki je bilo tako polno uspehov, ni manjkalo udarcev, ki so jih v glavnem povzročile takratne politične razmere. Nacionalistično gibanje med študenti in profesorji v 20. letih je Sommerfeld opazoval z veliko zaskrbljenostjo. Že to mu je delalo težave na univerzi. Ko je plamen, ki je v 20. letih še tlel, l. 1933 z vso silo izbruhnil, ni več dvomil, da bo prišel za Nemčijo strašen konec. Ker je svojo domovino ljubil bolj kot marsikdo, ga je to zelo potrlo. Toda celo potem, ko je šel v pokoj in so mu prepovedali vstop v institut, ko začasno njegovega dela na münchenski univerzi niso nadaljevali, celo potem ni bilo v njem niti sledu zagrenjenosti. V svojem najglobjem bistvu je bil Sommerfeld tako uravnovešen, da je lahko prenašal tudi očitno krivico, ne da bi zasovražil ljudi. Tako velja tudi za njega stavek, ki ga je večkrat izrekel pri takih razgovorih: Ni vedno tisti najbolj koristen za domovino, ki svojo koristnost obeša na veliki zvon. Večje so usluge tistega, ki pošteno dela, pa se s tem ne hvali, ker smatra svoje delo za dolžnost.

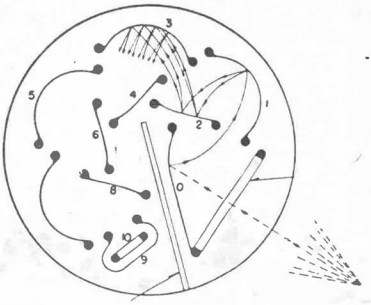
S svojim delom si je pridobil Sommerfeld veliko več prijateljev, kot je po navadi raziskovalcu sploh mogoče. Pridobil si je prijatelje za svojo znanost, atomsko fiziko in kvantno teorijo, ki sta se obe takrat morali šele uveljaviti, imel je prijatelje lepot mesta in dežele, kjer je učil, predvsem pa so bili to prijatelji velikega učitelja samega, čigar zanimanje je zmeraj veljalo učencem. Atmosfera njegovega seminarja, tista združitev resnega, stvarnega dela in veselega tovarištva, bo prav tako delovala še naprej kot njegovo znanstveno delo, ki bo ostalo bistven sestavni del fizike, posebno še atomske fizike.

W. Heisenberg*

* Članek je izšel v *Die Naturwissenschaften 38*, 337 (1951). Objavo prevoda sta dovolila avtor in založba Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, za kar se jima najlepše zahvaljujemo. Prevedel I. Kocuvan.

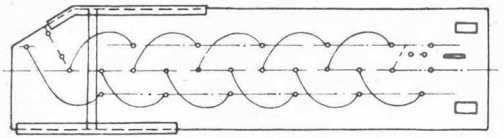
Elektronske pomnoževalke

Elektroni, ki padejo z zadostno hitrostjo na kako kovinsko površino, izbijejo iz kovine lahko po več novih elektronov na vsak vpadli elektron. Kovine z majhnim izstopnim delom, — to so alkalijske in zemeljsko alkalijske kovine — ter njihove zlitine oddajajo pri bombardiranju z elektroni v vakuumu šestkrat toliko novih *sekundarnih* elektronov ali še več. Nastale elektrone lahko pošljemo na naslednjo kovinsko površino, kjer se bo proces ponovil. Na ta način pomnožujemo v posebnih fotocelicah, tako imenovanih *elektronskih pomnoževalkah**, elektronski tok, ki nastane ob osvetlitvi na fotokatodi. Poleg fotokatode in anode je v pomnoževalkah še več sekundarnih elektrod. Napetost na elektrodah raste od katode proti anodi v enakih stopnjah po 50 do 150 V. Elektrone, ki jih oddaja osvetljena katoda, pritegne prva sekundarna elektroda. Potencialna razlika med elektrodama jim da dovolj hitrosti, da izbijejo na sekundarni elektrodi več novih elektronov. Ti elektroni odlete na naslednjo elektrodo, in tako naprej. Močno ojačen elektronski tok zbere končno anoda.



Sl. 1. Shema elektronske pomnoževalke RCA 1P21. Številke pomenijo: 0=fotokatoda, 10=anoda, 1—9=sekundarne elektrode.

Elektrode morajo biti v elektronski pomnoževalki tako razvrščene in oblikovane, da prestrežejo po možnosti vse elektrone iz prejšnje elektrode. To dosežemo lahko na način, kot ga kažeta sliki 1. in 2., kjer so elektrode scela. Polje med elektrodami potegne vse elektrone, ki nastanejo na eni elektrodi, na naslednjo. Poleg tega morajo biti elektrode dovolj skupaj, da preprečijo morebiten tok pozitivnih ionov v nasprotni smeri. Ti ioni bi namreč padli na fotokatodo in tam izbili nove elektrone. To bi povzročilo stalen tok tudi takrat, če fotocelica ne bi bila osvetljena. Pri elektronskih pomnoževalkah tvrdke RCA je še sljudna ploščica med anodo in katodo, da prepreči dostop pozitivnim ionom do katode.



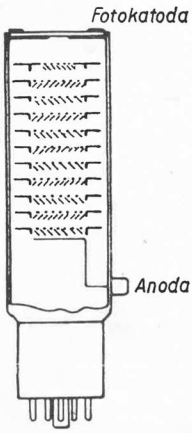
Sl. 2. Shema pomnoževalke s 13 stopnjami. (J. S. Allen, Rev. Sci. Instr., *18*, 739, 1947)

Drugi način pa kaže slika 3. Tu je fotokatoda tenak kovinski film na notranji strani steklenega plašča pomnoževalke. Taka katoda prepušča elektrone do prve sekundarne elektrode. Sekundarne elektrode so razvrščene druga nad drugo in so prečno razdeljene; podobne so oknicam. Na elektrodi izbite elektrone potegne polje skozi reže na naslednjo elektrodo. Tik pred elektrodo je še tenka kovinska mreža, ki ima isti potencial kot elektroda sama. Tako zavaruje izbite elektrone pred poljem prejšnje elektrode. Sicer bi elektroni padli na elektrodo nazaj, še preden bi šli skozi reže. Pri taki elektrodi se vedno izgubi nekaj elektronov. Deloma jih prestreže kovinska mreža, deloma pa padejo na elektrodo nazaj. Tako se tu pri 150 V napetosti med elektrodami

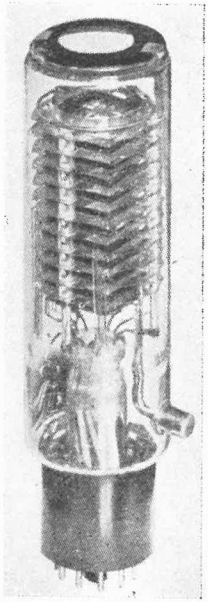
* Angl. *photomultiplier* ali *multiplier*, nem. *Elektronenvervielfacher*, franc. *photomultiplicateur*, rusko *elektronnyj umnožitelj*.

izgubi okoli 30 % elektronov, pri prvem načinu pa nič. Prednost drugega načina je pa v enostavnejši zgradbi.

Najmanjša osvetlitev, ki jo lahko še merimo, je odvisna od katodine površine. Najmanjši še merljivi emisijski tok pri stalni osvetlitvi je določen s kolebanji toka, ki teče skozi fotocelico tudi tedaj, ko ni osvetljena. Ta »temni« tok nastane zaradi termične emisije elektronov iz kovine, zaradi hladne emisije v zelo močnem polju na robovih elektrod, zaradi bombardiranja katode s pozitivnimi ioni in zaradi fotoefekta, ki ga povzroče na katodi mehki žarki X. Poleg tega nastaja še tok zaradi nepopolne izolacije elektrod. Temni tok seveda ni stalen, ampak se vedno spreminja in s tem omejuje natančnost meritve. Instrument, s katerim merimo tok iz fotocelice, kaže samo povprečno vrednost toka v časovnem intervalu τ, ki je značilen za instrument (časovna konstanta τ za galvanometer je po navadi velikostnega reda 1 sekunde, pri elektrometrski cevi je $\tau = RC$). Povprečni kvadrat kolebanj temnega toka je $(\triangle i)^2 = \frac{1}{4}\mu^2 e\, i_s/\tau$. Pri tem je μ ojačevalni faktor pomnoževalke, e naboj elektrona, i_s pa povprečni termični tok na katodi. Manjšega toka od kvadratnega korena $\sqrt{(\triangle i)^2}$ s tem instrumentom pri fotocelici ne moremo meriti. Zato mora imeti fotocelica čim manjši temni tok. Napravili so katode s površino, ki je razmeroma zelo občutljiva za svetlobo, ki pa ima kljub temu dovolj majhno termično emisijo. Katoda *Sb—Cs* ima okoli 10^{-15} A/cm² termičnega toka pri sobni temperaturi. Termično emisijo sicer lahko zmanjšamo, če fotocelico hladimo s suhim ledom ali pa s tekočim zrakom. Vendar je hlajenje večkrat neugodno, posebno zaradi nabiranja vlage na zunanjih dovodih, kar zmanjšuje izolacijo. Fotokatode so n. pr. iz tehle snovi: *Sb—Cs, Ag—Cs, Ag—Cs₂O—Cs, Cu—Be.* Te površine imajo majhno izstopno delo in s tem se premakne občutljivost fotocelice proti rdečemu delu spektra. Izstopno delo pri *Ag—Cs₂O—Cs* je 0, 95 eV. Katoda *Sb—Cs* daje do 100 μ A/lumen pri beli svetlobi volframove nitke pri 2780° C. Najbolj občutljiva je med 4000 in 5000 A. Pri tem je kvantni izkoristek okoli 10 %.



Sl. 3. Shema elektronske pomnoževalke E. M. I. 5060.

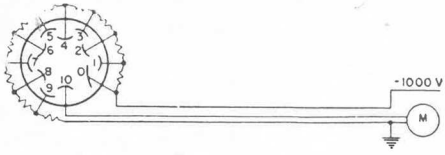


Sl. 4. Elektronska pomnoževalka E. M. I. 5311.

Sekundarne elektrode so iz iste tvarine kot katoda. Poleg zgoraj navedenih snovi uporabljajo tudi zlitino Ag—Mg, ki ima majhen termičen tok. Razmerje med številom oddanih in vpadlih elektronov je odvisno od napetosti med elektrodami in ga lahko pišemo v obliki $(V/V_0)^\beta$. Tu pomeni V napetost med elektrodama, V_0 in β sta pa odvisni od tvarine elektrode: pri *Sb—Cs* je $V_0 = 20$ V in $\beta = 1$. Gornje razmerje, pomnoževalni faktor, doseže vrednosti do 15. Pri prevelikem pomnoževanju je delovanje fotocelice nestabilno, zato pomnoževalni faktor po navadi ni večji kot 5. Če ima pomnoževalka n elektrod, je pri celotni napetosti nV ojačenje $(V/V_0)^{n\beta}$.

Ojačenje raste torej z napetostjo izredno hitro. Zato mora biti celotna napetost na fotocelici zelo stabilna. Kot napetostni izvori so uporabni kar usmerniki za Geigerske cevi, ki so elektronsko stabilizirani. Na posamezne elektrode je napetost razdeljena potenciometrsko s serijo enakih uporov. Elektronske pomnoževalke imajo 9 do 18 sekundarnih elektrod in ojačujejo 10^5 do 10^8 krat.

Tok, ki ga daje elektronska pomnoževalka, je premo sorazmeren osvetlitvi v zelo velikem obsegu od $0{,}25 \cdot 10^{-10}$ do $0{,}25 \cdot 10^{-4}$ lumna na 3 % natančno (tokovi od 10^{-9} do 10^{-3} A). Pri preveliki trajni osvetlitvi (tok večji kot 100 μA) občutljivost fotocelice hitro pade, fotocelica se »utrudi«. Občutljivost pada okoli pol ure, dokler ne doseže končne vrednosti, ki je približno polovica prvotne. Če nato fotocelico shranimo v temi, se ji po enem dnevu povrne prvotna občutljivost. Pri tokovih pod 1 μA se »utrujenost« ne pozna. — Fotocelice uporabljajo za najraznovrstnejše namene: tako v spektroskopiji, pri raziskovanju Ramanovih spektrov, pri radioaktivnih merjenjih s scintilacijskimi števci, v astronomiji in tudi drugje. Elektronske pomnoževalke se odlikujejo pred navadnimi fotocelicami v dveh pogledih: tok ojačijo tako močno, da ga lahko merimo dostikrat že z navadnim mikroampermetrom; poleg tega pa dajo pomnoževalke pri meritvi zelo šibkih osvetlitev v ojačevalniku zadosti močan signal, da je večji kot so motnje, ki nastanejo v samem ojačevalniku in vstopnem uporu. S tem je natančnost meritve omejena v glavnem s termičnim tokom fotocelice.



Sl. 5. Vezava pomnoževalke z izvorom napetosti.

Tvrdka Radio Corporation of America, Harrison, N. J., izdeluje razne elektronske pomnoževalke z naslednjimi označbami: 1P21, 1P22, 1P28, 931 A, 5819. Tvrdka Edison Swan Electric Co. Ltd., Brimsdown, Middlesex, izdeluje naslednje vrste 27M1, 27M2; tvrdka Electrical and Musical Industries, Hayes, Middlesex, pa: 5060, 5311, 5659, 6260, 6262.

Podatki za pomnoževalko RCA 1P21: maksimalna občutljivost je pri $\lambda = 4000$ ångstremov, in sicer 37 000 A/W, za belo svetlobo z barvno temperaturo 2780° C pa 40 A/lumen; največja celotna napetost 1250 V; dopustni anodni tok do 0.1 mA; ojačenje pri 100 V napetosti med sosednjima elektrodama 2.10^6; temni tok pod 10^{-8} A. Cena je 50 $.

P. Gosar

S. Rodda: Photoelectric Multipliers. J. Sci. Instr., *26*, 65 (1949).

A. Sommer, W. E. Turk: New Multiplier Phototubes of High Sensitivity. J. Sci. Instr., *27*, 113 (1950). Iz tega članka sta vzeti sliki 3. in 4. z dovoljenjem avtorjev in tvrdke E. M. I.

Sliki 1. in 5. sta vzeti iz članka Fitz-Hugh Marshall, J. W. Coltman and L. P. Hunter: The Photomultiplier X-Ray Detector, Rev. Sci. Instr. *18*, 504 (1947) z dovoljenjem avtorjev in izdajateljev. Slika 2. pa z dovoljenjem avtorja iz članka J. S. Allen: An Improved Electron Multiplier Particle Counter, Rev. Sci. Instr. *18*, 739 (1947). Za prijaznost se vsem najlepše zahvaljujemo.

American Institute of Physics slavi dvajsetletnico

Letos oktobra so v Chicagu priredili slavnostni kongres ob proslavi dvajsetletnice ustanovitve *American Institute of Physics*. Revija Physics Today prinaša ob tej priliki pregled dela, ki ga je ta ustanova opravila v dvajsetih letih.

American Institute of Physics ne pomenja to, kar si pri nas predstavljamo pod besedo institut, ampak je zveza društev fizikov. Zvezo sestavlja pet ustanovnih društev: *American Physical Society, Optical Society of America, Acoustical Society of America, American Association of Physics Teachers* in *Society of Rheology*. Zraven sodeluje še osem organizacij in sicer: *American Crystallographic Association, Electron Microscope Society of America, Physical Society of Pittsburgh, Physics Club of Chicago, Physics Club of Philadelphia, Cleveland Physics Society, Physics Club of the Legigh Valley, Sigma Pi Sigma* (organizacija študentov fizike). Poleg teh pa je včlanjenih še 75 velikih ameriških tvrdk, ki so podporni člani. Te tvrdke so močno zainteresirane na napredku fizike in podpirajo zvezo. Člani omenjenih društev so avtomatično tudi člani AIP. Toda tudi oni, ki niso člani teh društev, se lahko direktno včlanijo v AIP. Na univerzah ima AIP študentovske sekcije.

American Institute of Physics je neodvisna organizacija, ki druži raziskovalce na različnih področjih fizike in skrbi za sodelovanje med njimi ter za zvezo med fiziki in zunanjim svetom. Njen glavni namen je, da skrbi za objavljanje fizikalnih del. AIP izdaja devet časopisov: *The Physical Review, Reviews of Modern Physics, Journal of the Optical Society of America, The Journal of the Acoustical Society of America, The Review of Scientific Instruments, Journal of Applied Physics, The Journal of Chemical Physics, American Journal of Physics, Physics Today.*

The Physical Review izhaja v 24 številkah na leto (4 snopiči po 6 številk), na približno 4000 straneh. Prinaša skoraj izključno razprave iz jedrske fizike (eksperimentna in teoretična dela) ter teoretične razprave iz sosednjih področij. Physical Review je danes vodilni časopis za to stroko.

Reviews of Modern Physics (4 številke letno) je nekaj podobnega kot angleški *Reports on Progress in Physics* ali nemški *Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften* ali pa ruski *Uspehi fizičeskih nauk*. Prinaša širše referate, ki nudijo pregled tega, kar je bilo v zadnjem času napravljenega na tem ali onem specialnem področju; referati so namenjeni tistim, ki se hočejo seznaniti s posameznimi področji.

American Journal of Physics (9 številk letno) je namenjen učiteljem fizike. Objavlja pregledne in laže pisane članke, razpravlja o problemih pouka, prinaša pa tudi razne drobne notice, nasvete za poskuse in podobno.

Physics Today (12 številk), najmlajši med temi časopisi, je namenjen širokemu krogu članstva AIP. Obvešča člane o organizacijskih zadevah, o dogodkih po svetu, prinaša pa tudi razne splošne in poljudno pisane razprave.

Kongres v Chicagu je trajal od 23. do 27. oktobra. Sodelujoča društva so prispevala okrog 600 kratkih predavanj (American Physical Society jih je dala skoraj 200). Poleg tega pa so priredili skupen simpozium o današnji fiziki s temile šestimi predavanji: E. Fermi: Jedro; E. U. Condon: Atom; J. C. Slater: Trdno stanje; H. Fletcher: Akustika; E. H. Land: Optika; K. K. Darrow: Fizika kot znanost in kot umetnost. I. K.

Kolokvij o računskih strojih

V Parizu je Centre national de la recherche scientifique pod vodstvom profesorjev J. Pérèsa in L. Couffignala priredil kolokvij s temo: Računski stroji in človeška misel. — Vršil se je na Institutu Blaise-Pascal od 8. do 13. januarja. Udeleženci so bili iz 11 držav, med njimi vodilni delavci na tem področju iz Anglije in iz Združenih držav Amerike.

Delo je bilo razdeljeno v tri glavne sekcije. V prvi sekciji so razpravljali o obstoječih računskih strojih in o tehnični strani načrtov za računske stroje; v drugi sekciji je bila predmet razpravljanja matematična uporaba računskih strojev, v tretji sekciji so pa obravnavali analogijo med funkcijami elementov v računskem stroju in med elementi možganov.

V prvi sekciji so poročali skoraj o vseh načrtih za računske stroje v Evropi in o nekaterih iz Amerike. Vidi se, da prevladuje magnetični boben kot pomožna spominska enota pri elektronskih računskih strojih. Računski stroji v Švici in na Švedskem uporabljajo releje. Sedem računskih strojev, ki jih grade v Ameriki, je tehnično različnih. Dobiti hočejo izkušnje za bodoče stroje. Referati so bili tudi o mehaničnih diferencialnih strojih in o zelo hitrih elektronskih računskih strojih.

V drugi sekciji so med drugim poročali o zaokrožitvenih napakah v sistematskih računih in o izkušnjah pri računskem stroju EDSAC.

V tretji sekciji so pa pokazali nekaj modelov. Konstruirani so bili tako, da so bile v njih mehanično posnemane različne živalske funkcije. Razpravljali so o nekaterih razlikah med računskimi stroji in možgani, o matematični opredelitvi oblike, o vtirjenju in zavori prevajanja v živčnih vlaknih.

A. Žabkar

D. M. Mac Kay: Calculating Machines and Human Thought. Nature, *167*, 432 (1951).

Drobne vesti

Merski sistem m-kg-s-V-A prodira tudi v teorijsko fiziko. Kljub svojim prednostim prodira novi merski sistem le prav počasi. Še danes imajo mnogi učbeniki eksperimentalne fizike dine, erge ter »absolutne« elektrostatične in elektromagnetne enote. Tem bolj velja to za učbenike teoretične fizike, ki so lahko precej neodvisni od merskih metod in praktičnih enot. Pred kratkim pa je izšel učbenik, ki se je odločno zavzel za novi sistem. To je W. Weizelov Lehrbuch der theoretischen Physik (Springer, Berlin — Göttingen — Heidelberg, 1949—1950). Avtor pravi v predgovoru:

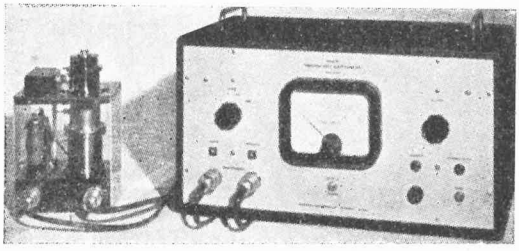
»Neprijetnemu vprašanju merskih sistemov se tudi ta knjiga ni mogla izogniti. Za teoretično fiziko ni merski sistem sam po sebi nič važen. Toda, ker moramo formule pisati v enem ali drugem sistemu, se tega vprašanja ne moremo popolnoma otresti. Prav bi bilo, da bi se sčasoma uveljavil internacionalni sistem električnih enot. Zato sem ga tudi jaz uporabil, čeprav posebno v optiki in atomski fiziki ni prijeten. Upam, da mi je kolikor toliko uspelo, da sem vse formule prevedel v ta sistem. Vendar si ne drznem upati, da bi si za svoja prizadevanja priboril priznanje metroloških fanatikov. Morda pa bo v tolažbo marsikateremu fiziku, ki se mora jeziti z merskimi sistemi, če ve, da v svoji nesreči ni sam.«

NOVI INSTRUMENTI

Letošnja razstava Physical Society

Društvo The Physical Society s sedežem v Londonu* prireja vsako leto razstavo fizikalnih instrumentov. Ob tej priliki razstavijo instituti in posamezne tvrdke svoje izdelke, zlasti nove in pokažejo njihove principe z nazornimi poskusi.

Letošnja razstava, ki je že 35. po vrsti, je bila od 6. do 11. aprila v Londonu v prostorih Imperial Collegea. Bilo je 135 razstavljalcev. Kakor poroča E. J. Harris**, pa letos ni bilo toliko novosti kot prejšnja leta. Večji del so bili razstavljeni le standardni instrumenti, ki so bili kot prototipi zastopani že na prejšnjih razstavah. Nekaj novega je nudila obiskovalcu še tehnična izvedba. Vendar je bilo videti, da so začele uporabljati posamezne tvrdke to priliko kot trgovsko razstavo in da so pozabile na to, da je glavni namen teh razstav, pokazati uporabo novih fizikalnih izsledkov. Preveč je bilo zaprtih, lepo poliranih škatelj in premalo demonstracijskih eksperimentov. Ti bi pri obiskovalcih vzbudili več zanimanja kot velika množica že znanih instrumentov. Premalo je bilo tudi udeleženih univerznih institutov. E. J. Harris izraža upanje, da bodo ti v prihodnjem letu pokazali več.



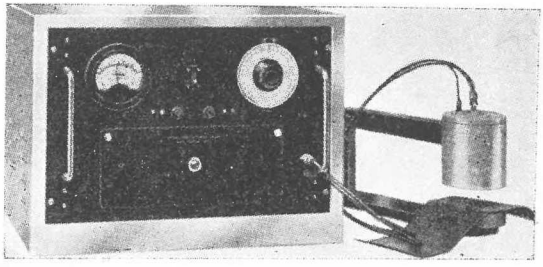
Sl. 1. Elektrometer na nihajoči jeziček (levo). Na desni ojačevalnik. Electronic Instruments, Ltd.

The Physical Society izda za vsako razstavo zbornik s kratkim opisom značilnosti posameznih razstavljenih instrumentov. Handbook of Scientific Instruments 1951 ima 244 strani in še 70 strani oglasov. Iz velike množice razstavljenih instrumentov bi omenili nekatere, ki so se zdeli tudi drugim poročevalcem zanimivi.

Slika 1 kaže elektrometer na nihajoči jeziček, izdelek tvrdke Electronic Instruments, Ltd. Podobnega je razstavila tudi tvrdka E. K. Cole, Ltd. Napetost, ki jo hočemo meriti damo na ploščni kondenzator. Ena plošča kondenzatorja niha. S tem se spreminja kapaciteta kondenzatorja in zato tudi naboj. Na zaporedno priključenem uporu dobimo zato izmenično napetost, ki jo z elektronkami še ojačimo in usmerimo. Na sliki vidimo dve enoti. V levi je nihajoči kondenzator in prva ojačevalna stopnja, v drugem delu pa je ostali ojačevalnik. Instrument ima 3 obsege za 1 mV, 10 mV in 100 mV. Vhodni upor je večji od 10^{16} ohmov, motnje pa niso nad 5.10^{-17} A. Elektrometer na nihajoči jeziček ima zelo stalno ničlišče. V 24 urah se ničlišče ne premakne več kot za 0,1 mV. Zato je ta tip boljši kot večina cevnih elektrometrov. Osnutek za ta instrument je bil izdelan v zavodu Atomic Energy Research Establishment z namenom, da ga bodo uporabili

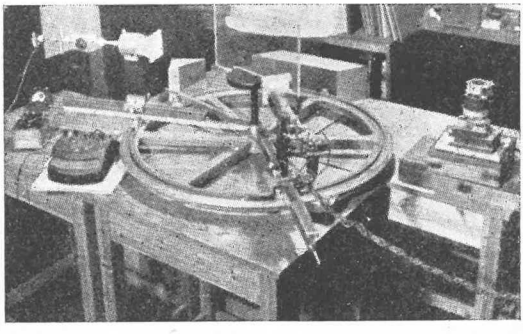
* The Physical Society, 1 Lowther Gardens, Prince Consort Road, London, S. W. 7.
** E. J. Harris, The Physical Society's Exibition, 1951. J. Sci. Instr. *28*, 193 (1951).

za merjenja ionizacijskih tokov, velikosti 10^{-16} A. Ta zavod je na razstavi demonstriral uporabo elektrometra za merjenje energije posameznih delcev α. Merili so celotni naboj ionov, ki jih napravi delec v ionizacijski kameri. Energijo delca α (nekaj MeV) so na ta način merili lahko na 50 keV natančno, torej skoraj na 1 % natančno.



Sl. 2. Priprava za merjenje debelin z žarki β tvrdke E. K. Cole, Ltd.

Omenjeni tvrdki sta razstavili tudi še druge priprave iz jedrske fizike. Tako sta na primer pokazali pripravo za merjenje debelin papirja in raznih folij. Debelino papirja dobijo na ta način, da merijo absorpcijo žarkov β. Za izvor žarkov uporabljajo radioaktivni talij 204. Ta izotop ima razpolovno dobo 3,5 let in oddaja elektrone z energijo 0,87 MeV. Izvor je nameščen na eni strani papirja. Na drugi strani pa je ionizacijska kamera, ki je priključena na elektrometer z nihajočim jezičkom. Možna je neprekinjena kontrola debeline, kar je zelo pripravno za uporabo v industriji. Na ta način merimo lahko debelino papirja od 0,001 mm do 0,25 mm in ekvivalentne debeline drugih snovi. Doseči se da natančnost pod 1 %.



Sl. 3. Priprava za merjenje Brewsterovega kota pri milimetrskih valovih (λ=9 mm). Spredaj je izvor, za njim prozorna plošča (merjenec), na levi pa detektor.

Oscilografe je razstavilo 11 tvrdk. Vsi imajo več ali manj standardno obliko in zmogljivost. Omeniti je vredno posebej ultra hitri oscilograf tvrdke Elliott Brothers LTD. Namenjen je za registriranje prav kratkih enkratnih ali ponavljajočih se pojavov. Hitrost znamke na zaslonu lahko spreminjamo. Znamka potrebuje za pot čez zaslon 0,05 μs do 2,5 ms. Vgrajena je priprava za umeritev časovne in vertikalne osi. Cev dela z napetostjo 10 kV. Z lečo, ki ima odprtino 1 : 1,0, lahko na posebno občutljivem filmu registriramo gibanje znamke še celo v primeru, če piše znamka s hitrostjo 20 000 km/s po zaslonu.

Rentgenske cevi in rentgenske naprave so razstavile 3 tvrdke. Tvrdka Metropolitan-Vickers Electrical Co., Ltd. je razstavila cev, ki predstavlja točkast izvor rentgenske svetlobe. Elektronski curek se zbira na anodi na površini, veliki samo 0,1 mm × 0,01 mm. Pod kotom 6° je navidezna velikost ploskve samo 0,01 mm × 0,01 mm. Cev dela pri 50 kV in 700 mA. S takim točkastim izvorom rentgenske svetlobe je tudi pri majhnih predmetih možno dobiti ostre senčne slike. Tvrdka Hilger & Watts, Ltd., je razstavila podobno cev in še mikrokamere za preiskavo strukture. Cev je priključena na črpalko. Zgrajena je tako, da jo lahko hitro razstavimo, če hočemo

izmenjati katodo ali anodo. S tako cevjo napraviš Debyeev diagram v nekaj minutah!

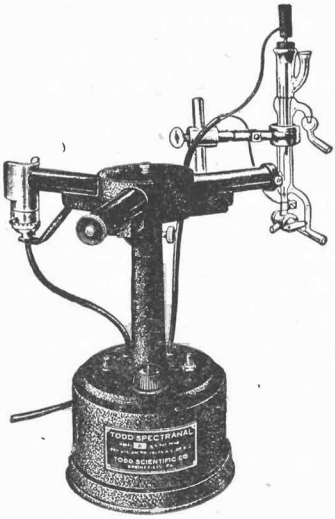
Telecommunications Research Establishment je pokazal optične poskuse z milimetrskimi elektromagnetnimi valovi. Slika 3 kaže instrument, s katerim lahko določimo lomni količnik trdnih snovi s tem, da merimo Brewsterov kot. Mikrovalovni izvor na desni da linearno polarizirano valovanje.

Marsikaj bi bilo še vredno omeniti. Vendar ni mogoče opisati vseh vrst tehtnic, termostatov, mikroskopov, vakuumskih naprav, rentgenskih naprav, elektronk, oscilografov, usmernikov, istosmernih ojačevalnikov, električnih instrumentov, registrirnih instrumentov, mikrovalovnih izvorov in detektorjev in vseh mogočih priprav iz jedrske fizike. Preveč je vsega tega in razstava je vedno urejena tako, da ima največ od nje tisti, ki jo vidi, in ne oni, ki o njej čita. V splošnem je bilo na letošnji razstavi še bolj očitno, da se v merski tehniki uporablja vsako leto več elektronike.

A. Moljk

Spektranal

Spektranal je instrument za kvalitativno določanje kemičnih prvin v raztopini. Ovira za uporabo spektralne analize je pogosto v tem, da je težko vzbuditi atome ali ione snovi, ki jo preiskujemo. Največkrat rabijo Bunsenov gorilnik z mrežastim nastavkom za trdne vzorce ali s posebnim razpršilcem za raztopine, poleg tega še električni lok ali iskro. Pri novem instrumentu se vrši vzbujanje v stekleni celici z dvema platinskima elektrodama. V celico nalijejo raztopino in s primerno napetostjo dobijo na zgornji elektrodi tlenje, značilno za prvine v raztopini. To tlenje daje močne spektralne črte.



Celica je obdana s hladilnikom za vodno hlajenje. Na eni strani ima okence z enojno steno, da se ne oslabi svetloba, ki vstopa v špranjo spektroskopa. Za lažje polnjenje ima zgoraj poseben nastavek. Prazni in izplakuje se s tristransko pipo. Potrebna je istosmerna ali izmenična napetost 115 V.

Priprava raztopine za analizo je preprosta. Nekaj miligramov snovi je treba raztopiti v solitrni ali solni kislini in to raztopino vliti v celico. Najmanj, kar je mogoče določiti, je približno 0,7 mg prvine v ccm, pri magneziju pa celo 0,005 mg v ccm. Na ta način je mogoče določiti okrog 30 prvin.

Prednosti novega instrumenta so v tem, da z njim preprosto in hitro ravnaš ter porabiš prav malo snovi. Zadostuje že nekaj ccm raztopine, ki ostane po analizi nespremenjena in služi lahko za nadaljnje določbe. Spektranal dobavlja tvrdka *Fisher Scientific Co. 717 Forbes Street, Pittsburgh 19, Pa, USA.*

S. Oman

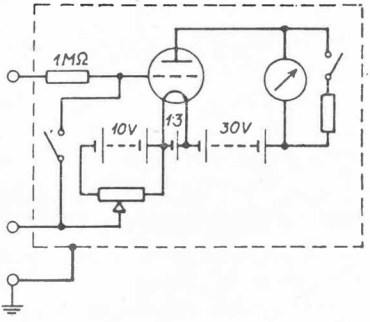
Cevni elektrometer

Če hočemo meriti napetosti izvorov, pri katerih bi že majhen tok povzročil znatne padce napetosti, je skoraj nenadomestljiv *cevni voltmeter*. Napetost, ki jo hočemo meriti, damo na mrežo elektronke, tok pa merimo v anodnem krogu. Čim večji je upor med mrežo in katodo, toliko manjša je obremenitev izvora napetosti. Danes izdelujejo elektronke, pri katerih je ta upor tako velik, da cevni voltmeter s tako elektronko lahko služi kot elektrometer. Tak elektrometer je enostaven in izredno priročen, medtem ko so navadni elektrometri občutljivi in tudi razmeroma dragi.

Cevni elektrometer izdeluje ameriška tvrdka *Keithley Instruments, 1507 Warrensville Center Road, Cleveland 21, Ohio.* Ima območje za 2 in za 20 voltov. Vgrajena je elektronka Victoreen Instrument Company št. 5803, ki ima med mrežo in katodo upor 10^{14} ohmov in kapaciteto 6 pF. Tako je mrežni tok le $5 \cdot 10^{-14}$ oz. $5 \cdot 10^{-13}$ amperov. Ta tok obremenjuje merjeni izvor.

Elektrometer ima na ohišju poleg vhodnega priključka (s koaksialnim obročem za oklopljenje) ločen priključek za katodo in za zemljo oziroma ohišje. Ob vhodnem priključku je gumb, s katerim je zaradi kontrole ničlišča mogoče kratko skleniti mrežo s katodo. Seveda bi bil pri taki kontroli merjeni izvor napetosti kratko sklenjen, kar pa preprečuje predupor 1 megaohm. Če vhod in katodo kratko sklenemo, zdrsne po navedbah tvrdke ničlišče le za 0,002 oziroma 0,02 volta na uro, torej le za tisočinko obsega skale. Napaka zaradi nelinearnosti je pod 2% obsega instrumenta. Elektrometer ima vdelane baterije, in sicer rabi za kurjavo 1,3 V, za mrežno napetost 20 V in za anodno napetost 30 V.

Skala je razmeroma velika in ima dve ničlišči: eno na levi, drugo v sredi. Ker je nastavljanje ničlišča električno (spreminjanje prednapetosti s pomočjo gumba na ohišju), je možno nastaviti ničlišče na poljubno točko. Na ohišju je gumb, s katerim instrument izklopimo ali pretaknemo na območje 2 ali 20 voltov.

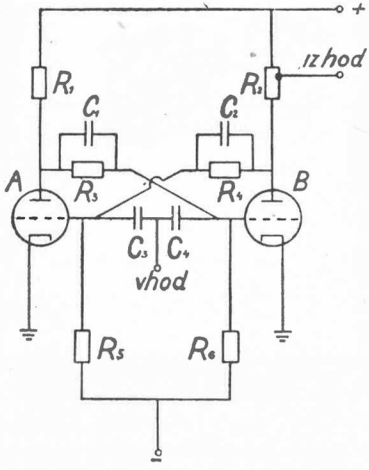


Uporaba elektrometra je zelo mnogostranska. Z njim merimo napetost piezzoelektričnih kristalov, raznih členov, napetosti pri površinskih dotikih itd. Uporabljati pa ga moremo tudi za merjenje tokov, kadar merimo padce napetosti na znanih uporih, n. pr. za tok pri ionizacijskih celicah, za mrežne tokove pri elektronkah, za tok skozi fotocelico, izolacijski tok in podobno.

M. O.

Razpolovna enota

V naslednjem si bomo ogledali vezavo dveh elektronk, ki jo kaže spodnja slika in ki je v literaturi znana kot Eccles-Jordanova vezava. Anoda vsake elektronke je preko upora vezana na mrežo druge elektronke. S primerno negativno prednapetostjo, ki jo preko uporov priključimo na obe mreži, dosežemo, da prevaja samo ena cev, druga pa je zaprta. Simetrično stanje, pri katerem prevajata obe cevi, je nestabilno. Stabilni stanji pa imamo dve, ker prevaja lahko ena ali druga cev. Vezava je podobna kot pri multivibratorju, pri katerem imamo namesto uporov R_3, R_4 kondenzatorja. Multivibrator sam »preskakuje« iz enega stanja v drugo, tako da dobimo nihanje. Nihanje ni sinusno, ampak se napetost menjava v skokih. Pri vezavi, ki jo kaže slika, ni takega preskakovanja. Sistem prevržemo iz enega stabilnega stanja v drugo lahko samo s sunkom, ki ga damo na mreži. Sebi prepuščen pa ostane sistem poljubno dolgo v enem ali drugem stanju. Oglejmo si to pobliže!



Razpolovna enota. R_1, R_2=75 kΩ R_3, R_4=0,4MΩ; R_5, R_6=0,2 MΩ C_1, C_2, C_3, C_4=25 pF; $A+B$= =6 SL 7.

Napetost na anodah in mrežah določata dve trojici zaporedno vezanih uporov (R_1, R_3, R_6 ter R_2, R_4, R_5). Z njimi razdelimo celotno napetost. Vzporedno sta na obeh straneh priključeni elektronki, ki predstavljata spremenljiva upora. Napetosti so zato odvisne tudi od tega, ali sta elektronki zaprti ali odprti. Mislimo si, da je najprej cev B prevodna. Potem je napetost na njeni anodi manjša kot na cevi A, ker je na uporu R_2 večji padec napetosti kot na R_1. Anoda cevi A vpliva preko upora R_3 na mrežo cevi B in jo drži na bolj pozitivni napetosti kot na cevi A. Anoda cevi B pa drži preko upora R_4 cev A zaprto. To stanje traja, kolikor časa hočemo. Seveda pa morajo biti napajalne napetosti ugodno izbrane.

S kratkimi sunki napetosti, ki jih dovajamo istočasno na obe mreži preko kondenzatorja ali transformatorja, lahko sistem prevržemo iz ene mirovne lege v drugo. Cev, ki je bila prvotno zaprta, postane prevodna. Paziti moramo, da je vezava simetrična. Majhna neenakost v karakteristikah cevi lahko povzroči, da stabilnega stanja ne moremo prevreči.

Obe triodi sta vedno istega tipa. Lahko uporabljamo cevi, ki jih rabimo pri sprejemnikih. Zaradi majhne porabe prostora vzamejo dvojne triode, n. pr. EDD11, ECC91, 6SN7, 6SL7, 7F7. Posebno prikladne so miniaturne dvojne triode 6J6, 12AX7, 12AT7 12AU7. Pri vezavi na sliki je uporabljena dvojna trioda 6SL7. Odprta polovica ima na anodi napetost 54 V, anodni tok 2,1 mA in napetost na mreži + 0,5 V; zaprta polovica pa anodno napetost 130 V in mrežno prednapetost - 19 V.

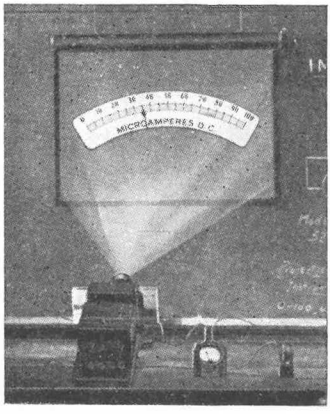
Opisani sistem rabimo kot *razpolovno enoto* v delilnikih pri števnih napravah. Sunke, ki jih daje števna cev, napeljemo preko ojačevalnika na mreži razpolovne enote. Na izhodu dobimo samo vsak drugi sunek. Te sunke napeljemo potem na vhod naslednje razpolovne enote, ki da na izhodu samo vsak četrti sunek. Če tako nadaljujemo, dobimo na izhodu desete enote samo 1 sunek na 1024 sunkov števne cevi. Vezavo med razpolovnimi enotami posredujejo diode, ki usmerjajo sunke. — Na enak način kot pri delilnikih rabimo razpolovno enoto tudi pri računskih strojih in pri elektronskih urah.

K. Hodošček

POUK

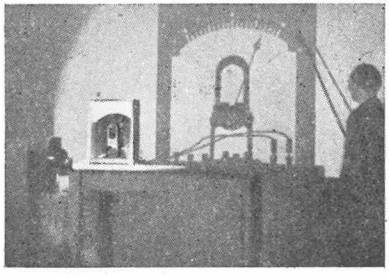
Projekcijski miliampermeter

Pri razlaganju fizike stremimo za tem, da vidijo navzoči ves potek poskusa. Poslušalec mora brati na instrumentih, kakor da bi sam delal poskus. Zato uporabljamo pri električnih meritvah v šoli po možnosti tako velike instrumente, da jih lahko vsi vidijo, ali pa take, ki jim moremo skalo na neki način projicirati na steno. Tovrstne instrumente uporabljamo tudi takrat, kadar je subjektivno branje prenaporno.



Sl. 1. Projekcijski miliampermeter.

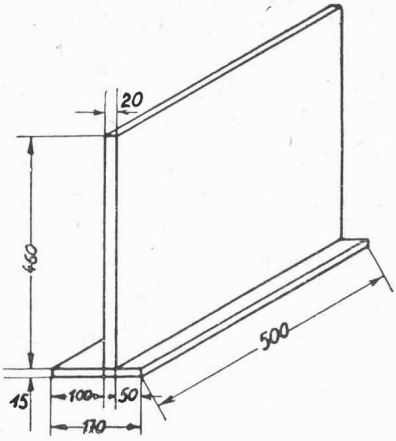
Slika 1. prikazuje projekcijski miliampermeter med uporabo. Velik je 25 × 11 × 2,5 cm in ima obliko sani za diapozitive, da ga lahko namestimo v projekcijskem aparatu. Sicer pa je navaden V-A-meter z različnimi obsegi. Njegov merski obseg za istosmerni tok je 0,1 do 100 mA, za istosmerno napetost 50 mV do 150 V. Lahko ga pa še razširimo s posebno pretikalno enoto, ki omogoča tudi merjenje izmeničnega toka in napetosti. Slika na steni je pregledna in branje je brez paralakse. Instrument izdeluje med drugimi tudi tvrdka *Weston Electrical Instrument Corporation, Newark 5, New Jersey, USA.*


Sl. 2. Senčna projekcija navadnega instrumenta.

Pa tudi brez takega posebnega instrumenta si moremo privoščiti projicirane meritve. Instrumenti, ki jih navadno srečujemo v fizikalnih zbirkah, so večinoma porabni za projiciranje ali pa se dajo za to preurediti. Na sliki 2. vidimo tak instrument, ki je s točkastim svetilom (obločnico) senčno upodobljen na steni. Preprosto in poceni, pa kljub temu zelo učinkovito!

M. Kac

Table za poskuse iz elektrike



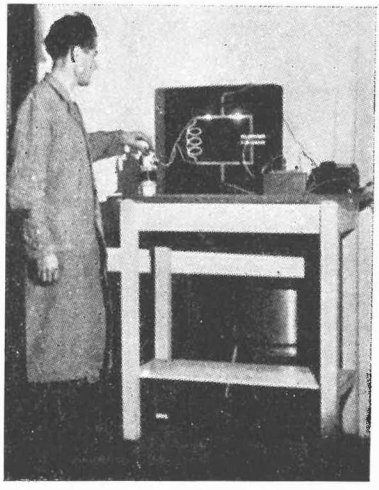
Sl. 1. Mere za table, ki so bile napravljene za predavalnico v fizikalnem institutu. Predavalnica je dolga 15 m. Pri manjših razredih lahko mere tudi zmanjšamo. Ne kaže pa delati premajhnih tabel.

Pri razlagi elektrike v šoli naletimo na veliko več težav kot pri razlaganju drugih delov fizike. Električnih pojavov učenci ne poznajo iz vsakdanjega življenja, nimajo pa tudi nobenega čuta za električne količine. Zato jim je treba elektriko razlagati sistematično na poskusih. Ne smemo predpostavljati, da jim je že kaj znano. Učenci ne bodo imeli nikdar prave slike o elektriki, če ne bodo videli poskusov.

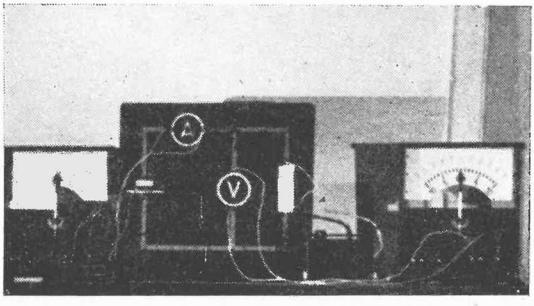
Poskusi morajo biti pripravljeni tako, da vsi učenci lahko vse vidijo. Nikomur ni treba nič vnaprej verjeti. Vse mora sam videti. Videti mora posamezne elemente, izvor, upor, ampermeter, voltmeter, tuljavo, kondenzator, stikalo. Videti mora pa tudi žice, s katerimi so ti elementi med sabo zvezani in sam mora odčitavati instrumente s svojega sedeža. Profesor le vklaplja in naravnava napetosti namesto njega.

Poskusi iz elektrike, ki jih imajo priliko videti učenci po šolah, če jih sploh vidijo, pa dostikrat niso pripravljeni tako kot je treba. Instrumenti, ki jih imajo šole, so po navadi majhni, da jih vidiš komaj iz prve klopi. Zvezano je pa vse tako, da vidiš le kup žic. Ne veš, kam pelje ta žica, kam druga. Učenec se v tej zmešnjavi ne znajde in izgubi že vnaprej upanje, da bi poskus sploh kdaj lahko razumel. Taki poskusi le malo koristijo.

Za poskuse iz elektrike so se obnesle črne lesene table, na katerih je napravljena vezava poskusa. Priključiti je treba samo še izvor in instrumente. Tako bodo vsi po razredu videli vezavo in posamezne elemente in mogli slediti poskusu. Vezi na tabli so



Sl. 3. Tabla za električno resonanco. Na desni je kondenzator 4 μF, na levi pa dušilka nekaj henrijev, ki pa ji lahko spreminjamo induktivnost z večanjem reže v jedru. Nihajni krog je priključen preko potenciometra na omrežje. Kadar je krog uglašen na frekvenco omrežja, žarnica v dovodu ne gori, medtem ko obe žarnici v nihajnem krogu močno svetita.



Sl. 2. Tabla za Ohmov zakon.

izdelane iz 1,5 cm širokih medeninastih trakov. Izdelava tabel je prikrojena po današnji modi, ki je tudi pri učilih ne smemo zanemarjati.

S tablami si tudi profesor zelo olajša pripravljanje poskusov. Seveda pa ne smemo pretiravati. Vsakega poskusa iz elektrike ne bomo dajali na tablo. Za vse poskuse v šoli potrebujemo največ deset tabel. Seveda pa so najprej potrebni demonstracijski instrumenti, potem šele table.

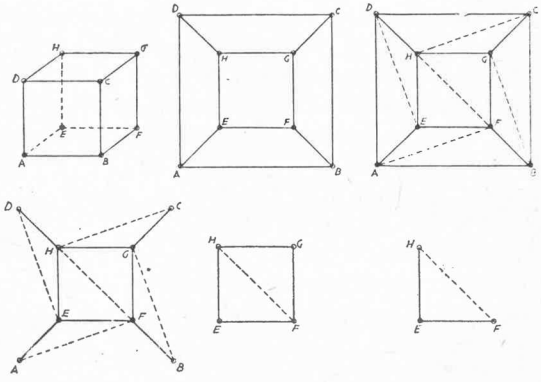
A. Moljk

Topološki dokaz Eulerjevega izreka o poliedrih

Za poliedre je nemški matematik L. Euler odkril sedaj splošno znani izrek, ki določa zvezo med številom ploskev (P), številom robov (R) in številom oglišč (O):

$$O + P = R + 2$$

Polieder je telo, ki je vsestransko omejeno z ravnimi mnogokotniki, ki se nikjer ne predirajo. V šolskih učbenikih se navadno navaja dokaz na osnovi kotov, ki pa je manj pregleden. V naslednjem pa bomo podali drug dokaz, ki se naslanja na *topologijo (analysis situs)*. Ta panoga geometrije se ukvarja s proučevanjem lastnosti likov, ki se ne izpreminjajo, tudi ko lik poljubno raztegnemo in zasučemo, kakor da bi bil narisan na gumijasti ploskvi ali izdelan iz plastične snovi. Pri tem izključujemo preseke ali koincidenco kake točke z drugo. Lahko bi rekli, da je topologija korak dalje na poti, ki vodi od metrične geometrije preko projektivne geometrije. Bistvo topologije je prav drastično označil H. Poincaré, ko je rekel, da so izreki topologije tisti, ki veljajo za lik, tudi ko bi ga prerisal nespreten risar, ki bi hudo spremenil vsa razmerja in bi celo premice nadomestil z bolj ali manj valovitimi krivuljami.



Pri poliedru se števili robov in oglišč ne spremenita, ako polieder transformiramo. Na tej osnovi je zgrajen zelo preprost in eleganten dokaz Eulerjevega izreka, ki ga navajata R. Courant in H. Robbins v svoji knjigi »Kaj je matematika«.

Za dokazovanje izreka si izberimo konkretno telo, n. pr. kocko! Prav tako bi lahko izbrali piramido, oktaeder ali kakšen drug polieder. Odstranimo eno ploskev, n. pr. ABCD! (Glej sliko!) Tako smo zmanjšali število ploskev za 1.

Stranske ploskve raztegnimo in razvlecimo tako, da jih razgrnemo v ravnino EFGH! Tako smo dobili *mrežo*. Ogljišča so postala *vrhovi* mreže, robovi pa njene *stranice*.

Kolikor niso ploskve že trikotniki, jih (v našem primeru vse) razdelimo z diagonalami v trikotnike. S tem smo povečali število stranic (robov)

in število ploskev, toda oboje za isto število, tako da bi še vedno veljal Eulerjev izrek.

Sedaj odstranimo postopoma tako nastale trikotnike! Pri tem moramo razlikovati dve možnosti: trikotnike, ki imajo, kakor n. pr. trikotnik ABE po eno stranico na očrtu mreže, in take, ki imajo na očrtu po dve stranici. V našem primeru imamo štiri trikotnike prve vrste. Ako odstranimo stranice na očrtu (AB, BC, CD in DA), smo zmanjšali število stranic (robov) za 4 in za toliko tudi število ploskev, tako da nismo dirnili enačbe, ki ustreza Eulerjevemu izreku.

Sedaj imamo na očrtu štiri trikotnike druge vrste. Ako odstranimo pri takem trikotniku obe obrobni stranici, izgubimo tudi en vrh (oglišče) in eno ploskev. Veljavnost Eulerjeve enačbe s tem še ni prenehala.

Tako smo prvotno mrežo reducirali na kvadrat z eno diagonalo (na dva trikotnika). Odstranimo en trikotnik, n. pr. FGH, na pravkar opisani način! Enačba velja še dalje. Preostal nam je trikotnik EFH. Trikotnik ima 3 stranice (robove), 3 vrhove (oglišča) in eno ploskev. Zanj velja tedaj pravilo:

število oglišč + število ploskev = število robov + 1. Od prvotnega poliedra pa smo odstranili eno ploskev. Za njega velja tedaj:

število oglišč + število ploskev = število robov + 2. Tak pa je Eulerjev izrek.

Če hočemo biti natančni, moramo h gornjemu pripomniti, da izrek v navedeni obliki ne velja za vsak polieder. Pri pouku v šoli navadno pristavljamo, da mora biti polieder konveksen. Potem gotovo velja, kot zapisano. Ni pa treba, da bi bil polieder konveksen. Izrek velja v gornji obliki za vsak polieder, ki ga z zvezno enolično transformacijo lahko »napihnemo« v kroglo. Tak polieder je *enostavno sovisen*. Drugačen polieder pa dobimo n. pr., če kocko prevrtamo s štirikotno luknjo. Tega lahko napihnemo v svitek, ne pa v kroglo. Zanj velja: $O + P = R$. Splošno pa velja:

$$O + P = R + 3 - n,$$

če je n *stopnja sovisnosti*, t. j. največje število zaključenih rezov, ki razkosajo površino poliedra na dvoje. Pri krogli je $n = 1$, pri svitku pa $n = 3$. Predpostavljamo pa, da je polieder zaključen in da se nikjer ne predira.*

L. Čermelj

* * *

V našem času hitrega življenja, ko se zanimamo predvsem za vse senzacionalne novosti, ki dajo neposreden zunanji efekt, se pojavlja pri pouku pogosto stremljenje, da se razlagajo vnaprej nekateri novi izsledki, ki padejo v oči, ne da bi stvari dozorele. V javnosti napravi dober vtis, da so tudi moderni problemi znanstvenega raziskovanja vključeni v programe srednjih šol. Toda to je nevarno. Ker v resnici ni niti najmanj mogoče obdelati teh stvari, se učenci tako lahko vzgajajo k površnemu razmišljanju in k puhli psevdoznanstveni domišljavosti. *Max Planck*

---

* Glej na pr.: M. Brückner: Vielecke und Vielfläche. Leipzig 1900.

IZ NAŠIH ŠOL

Delo aktiva matematikov in fizikov v Ljubljani v letu 1950/51

Aktiv matematikov in fizikov je imel v šolskem letu 1950/51 17 sestankov z naslednjimi predavanji in poročili:

F. Ahlin: Formalizem v pouku matematike in fizike;
F. Ahlin: O transverzalnih kotih;
S. Dolar: Beseda k »Obzorniku«;
L. Gabrovšek: O pojmih: materija, masa, sila, energija;
F. Jeran: Delo društva matematikov in fizikov LRS;
I. Kuščer: Poskusi z živosrebrno svetilko;
B. Kvaternik: O problemih fizikalnega pouka na srednjih strokovnih šolah;
I. Molinaro: Kritična ocena III. dela aritmetike in algebre za višjo gimnazijo;
A. Moljk: Merske metode v jedrski fiziki;
M. Potiskova: Matematične šolske naloge;
C. Rekar: O bistvu metalurgije;
F. Šušteršič: Aritmetika in algebra za višje razr. gimn., IV. del; kritična ocena;
A. Vedam: O televiziji.

Predvajali smo nekaj filmov fizikalne vsebine: Moč optike, Muzej znanosti in industrije, Molekularna teorija materije in Atomska fizika. V zvezi s predvajanji so bile ekskurzije v Zvezni institut za elektrozveze, v Metalurški institut TVŠ in ogled amaterskih del iz področja televizije.

Ustanovili smo Matematično-fizikalno posvetovalnico, ki je odgovarjala na pismeno postavljena strokovna in metodska vprašanja. Vodil jo je tov. F. Ahlin. Podeželje je pokazalo zanjo malo zanimanja; odzvala se je le bolj Ljubljana. Na sestankih smo predelali in dokončno izdelali učni načrt za matematiko in fiziko za nižjo stopnjo gimnazij in pokazali smo na nedoslednosti v načrtu za te predmete na višji stopnji. V zvezi s predavanjem zastopnika tovarne Physica (Heidenheim) se je sprožilo vprašanje učil za matematiko in fiziko. Kako je z domačimi izdelki, o tem nas je sproti obveščal tov. J. Battestin.

Namen predavanj je bil predvsem poglobiti strokovno izobrazbo kadra in dvigniti matematični in fizikalni pouk na višjo raven. Po predavanjih smo mnogo diskutirali, vendar je ta diskusija potekala večkrat neplodno, preveč v ponavljanju referatov, premalo v konstruktivni oceni, v poskusih primerjanja in vnašanja teoretičnih postavk v dnevno šolsko delo. Ni nam uspelo pritegniti k sodelovanju mlajših kolegov, torej tistih, ki bi morali dati našim sestankom večjo razgibanost.

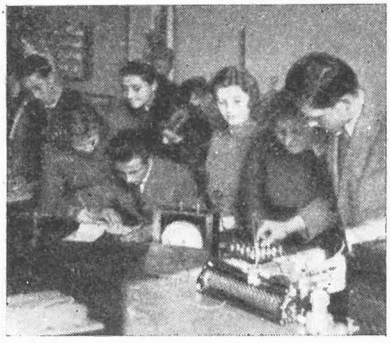
Ljubljana je še vse premalo povezana s podeželjem in bo treba poslati predavatelje tudi izven Ljubljane.

Sekcija za predavanja v okviru Društva matematikov in fizikov je ob sodelovanju predmetnega aktiva že postavila program dela za tekoče šolsko leto. Predavanja bodo deloma javna. V načrtu so tudi ekskurzije v Zagreb, na Jesenice, v Strnišče pri Ptuju in na Reko.

M. Klopčičeva

Vpeljimo fizikalne vaje

Na višji stopnji fizikalnega pouka so laboratorijske vaje neprecenljivo učno sredstvo. Za dijaka pomenijo pravcat psihološki preobrat, ker se njegova, do tedaj pasivna vloga ob njih spremeni v aktivno. Delo samo ga sili k resnejšemu študiju, k natančnosti pri eksperimentiranju in računanju. Natančno in odgovorno delo vzgaja mladega človeka k samostojnosti, zbranosti in disciplini. Neredko slišimo: »Ure teko kot minute. Eno samo decimalko sem prezrl, pa tak polom! Ej, slabo smo merili!...« Šele pri vajah se dijak nauči ceniti tudi šolsko imovino. Seveda terjajo fizikalne vaje od učitelja mnogo časa in potrpežljivosti.



Fizikalne vaje na III. gimnaziji v Ljubljani

»Kako naj začnem z vajami, ko nimam ne sredstev, ne prostora in ne časa zanje?« Samo začeti je treba, čeprav skromno. Dobra volja pomaga čez začetne težave, naprej gre že laže. Z dneva v dan se bogaté izkušnje in sredstva, od tedna do tedna raste pri dijakih znanje in zanimanje za fiziko, kar je učitelju najlepše plačilo za njegov trud.

Načrt vaj naj si napravi vsak učitelj sam. Morda bi po večletnih izkušnjah mogel dati kak dober nasvet in opozoriti začetnike na nekaj stvari. Naredite si načrt vsaj za pol leta naprej. Dobro pretehtajte vse možnosti in sredstva. Ne pretiravajte, zlasti ne v začetku. Eno popoldne na teden je dovolj (3 do 4 ure). Prostor in čas za vaje naj bosta stalna. Dobrohotno krotite mladostno vihravost ter zahtevajte natančnost, previdnost in zbranost pri delu. Dijake vselej že vnaprej seznanite z vsebino vaje. Razdelite jih v tročlanske skupine, za voditelje skupin izberite najbolj resne in prizadevne učence. Vsaka vaja naj se vrši na določenem mestu (voda, plin, električni tok). Znebite se čimprej neresnih ljudi. Vsak dijak naj v poseben zvezek vnaša podatke, skice in rezultate vaj ter dobljene napake izrazi v odstotkih! Če ste imeli srečno roko, vas bodo voditelji skupin kaj kmalu razbremenili. Oni bodo prevzeli skrb za šolski inventar, za resnost in natančnost pri delu ter vodstvo zapiskov o vajah. Ko ob koncu šolskega leta ocenjujemo dijake, vsekakor upoštevajmo tudi njihovo delo in uspehe v laboratoriju!

Fizikalna vaja ima na splošno tri dele: pripravo, meritev in račun. Oglejmo si jih nekaj:

1. S tehtanjem določi gostoto železa, iz katerega je žebelj! Za to vajo potrebuješ samo tehtnico in čašo vode.

2. Z merjenjem preveri enačbo za nihajno dobo matematičnega nihala! Utež obesiš na vrvico in z navadno uro meriš čas. — Za take vaje res ni treba nobenih posebnih instrumentov. Toda ravno take preproste vaje so najbolj koristne in v srednji šoli potrebne.

3. Eksperimentalno preveri Jouleov obrazec $Q = I^2RT = UIt$ in izmeri energijski ekvivalent toplote. — Dijaki naj najprej na kratko ponovijo,

kar vedo o energiji in o električnem toku. Takoj vidijo, kaj bodo rabili: termos-steklenico, uro, nikelinsko žico, menzuro, termometer, ampermeter in voltmeter. Skico vezave si napravijo v zvezek. Zaporedno in enakomerno spreminjajo po en faktor (t, R, I), ter beležijo vrednosti za Q. Tako nastane funkcijska tabela in diagram. Natančno merjenje vseh količin in kratek račun dasta zadovoljivo aproksimacijo za ekvivalent toplote. Če znaša napaka več kot 10 %, vaja ni uspela. Treba je iskati vzroke ter vajo ponoviti še z večjo natančnostjo.

F. Šušteršič

NOVE KNJIGE

Objavljamo ocene knjig, ki jih je prejelo uredništvo. Knjige so v institutih, ki so navedeni pod podpisi recenzentov.

A. Lichnerovicz: Algèbre et analyse linéaires. Masson et Cie. Paris, 1947. Strani 316. Cena 950 fr.

Vsebina: Prvi del: Linearna algebra. I. Linearne enačbe. II. Evklidov in Hermitov prostor. III. Algebra matrik in form. IV. Tensorska algebra. Vnanja algebra. — Drugi del: Linearna analiza. I. Vnanje diferencialne forme. Večkratni integrali. Stokesova formula. II. Razvoj v vrste po poljubnih funkcijah. III. O linearnih funkcionalnih operatorjih. IV. Integralne enačbe.

Ta knjiga je izšla v zbirki del iz matematike, ki so namenjene za uporabo fizikov in je torej pisana predvsem za potrebe fizikov. Iz pregleda vsebine vidimo, da se je avtor oziral v glavnem na relativnostno teorijo in kvantno mehaniko in je obdelal ustrezni matematični aparat. Prvi del vsebuje vektorsko in tensorsko algebro, teorijo determinant z uporabo pri reševanju linearnih enačb, nadalje račun z matrikami, kjer je obdelan problem diagonalizacije. (To je transformacija matrike na tako obliko, ki ima samo diagonalne elemente). V drugem delu je vektorska in tensorska analiza, razvoj funkcij v vrste po poljubnih ortogonalnih funkcijah, kjer so posebej obdelane Fourierove vrste. Na koncu je še teorija linearnih operatorjev z uporabo na integralne enačbe. Knjiga je pisana tako, da ne zahteva posebnega znanja iz matematike razen osnovnih pojmov infinitezimalnega računa.

I. Vidav
(Institut za matematiko)

XVII. congrès international de philosophie des sciences, III. Philosophie mathématique, Mécanique (Actualités scientifiques et industrielles, št. 1137). Hermann & Cie, Paris, 1949.

Knjiga vsebuje zanimiva predavanja s kolokvija o matematični filozofiji. Referati so naslednji: *Splošno poročilo o delu kolokvija o matematični filozofiji, Arnaud Denjoy,* član instituta in profesor na Sorboni; *O variacijskem računu, Maurice Janet,* univerza Pariz; *Izdelava pojmov krivulja in ploskev v diferencialni geometriji, Jean Favard,* univerza Pariz; *Pojma analitična funkcija in Riemannova ploskev, Georges Valiron,* univerza Pariz;

Matematična in fizična geometrija, Beniamino Segre, univerza v Bologni; *Aksiomatika v moderni matematiki, Jean Dieudonné,* univerza Nancy; *Moderne metode v algebri, Paul Dubreil,* univerza Pariz; *Zvezno in nezvezno, Beno Eckmann,* univerza Zürich; *Matematično spoznavanje, konstrukcijske in eksistenčne ideje, Georges Bouligand,* univerza Pariz; *Vloga intuicije v matematiki, Roger Apéry,* univerza Caen; *Definicija v matematiki, Emile Borel,* član instituta; *Rekurenca in antirekurenca, Arnaud Denjoy,* član instituta in profesor na Sorboni.

Iz mehanike so pa sledeči referati:

Analogna metoda in analogni račun, Joseph Pérès, član instituta in profesor na Sorboni; *Nastanek, vloga in interpretacija variacijskih principov v različnih mehanikah, René Dugas,* Ecole Polytechnique, Pariz; *Statistična mehanika zveznih sredstev, J. Kampé de Feriet,* univerza Lille; *Intervencija prof. Th. von Karmana.*

Referati so izčrpni. Iz njih odsevajo različni pogledi na matematično raziskovalno delo. Medtem ko obravnavajo Janet, Favard, Valiron, Segre posebna področja matematike, obsegajo Dubreil, Eckmann, Dieudonné, Apéry, Borel, Bouligand, Denjoy v svojih poročilih vso matematiko.

Kolokvij je pokazal, da ti pogledi niso enotni. Tudi diskusije na tem kolokviju teh različnih stališč niso mnogo spremenile. Uspeh je bil vsaj ta, da so se ugotovile razlike in soglasja.

Mnogo prahu je dvignila francoska matematična šola Nikolaja Bourbakija, ki si je postavila za nalogo popolno aksiomatizacijo matematičnih teorij.

Kolokviju matematične filozofije je predsedoval Arnaud Denjoy, kolokviju iz mehanike pa Joseph Pérès, član instituta in profesor na Sorboni.

A. Žabkar
(Institut za matematiko)

Henri Piéron, Les problèmes fondamentaux de la psychophysique dans la science actuelle. — (Actualités scientif. et industr. 1136). 63 str., 47 fig. Paris, Hermann & Cie., 1951.

Psihofizika kot nauk o odnosih med fizikalno izmerljivimi dražljaji in pa intenziteto subjektivnih občutkov se je rodila ob formulaciji zakona o konstantni relativni vrednosti ravno razznavnih dražljajev, $dI/I = C$. To je podal že leta 1760 francoski fizik Bouguer, bolj znana pa je pod imenom Weber-Fechnerjevega zakona (1831, 1850), n. pr. v obliki: občutek $= k \,.\, \log.I + C$ (I je intenziteta dražljaja). Ob stoletnici Fechnerjeve utemeljitve je avtor v okviru dveh predavanj na University College v Londonu l. 1950 razgrnil pestro in zanimivo sliko o sodobnih osnovnih vprašanjih psihofizike v zvezi z novejšimi fizikalnimi merjenji in fiziološkimi razlagami.

Osnove Fechnerjevega nauka so se izkazale kot zmotne, tako n. pr. predpostava o strogi sorazmernosti bioloških efektov z jakostjo dražljajev. Saj se je ravno tu dal lepo pokazati logaritmični odnos. Nevzdržna je tudi enakovrednost izmerljivih razznavnih dražljajev. Povečini te razlike v bližini dražljajnega praga naraščajo, često sistematsko z intenziteto, tako da je predočen odnos s sigmoido. Novejše psihofizične meritve, predvsem v avdiometriji in fotometriji, so se izognile uporabi te predpostave in poskušale ceniti čutne količine direktno. Rezultati so prav zanimivi in tudi

praktično pomembni, toda polni nasprotij, tako da so tu nove težkoče za razlago. Osnovo za razumevanje, kako se intenzitete vzdraženja pretvarjajo v vzburjenja in prevajajo do višjih centrov, nudijo kvantitativni podatki novejše elektrofiziologije o sorazmernosti intenzitete draženja z amplitudo in frekvenco akcijskih potencialov in o času latence oz. o hitrosti reakcije. K temu pride še možnost dražljaju ustreznega povečavanja števila sprejemalcev tudi v centrih, kar bi zadovoljivo razložilo sigmoidno relacijo med velikostjo občutkov in logaritmi dražljajnih intenzitet.

A. Seliškar
(Institut za fiziologijo, MVŠ, Ljubljana)

•

F. Gallais, Chimie minérale théorique et expérimentale (Chimie électronique). Strani 810, z 42 slikami. Masson et Cie, Paris 1950.

Vsebina: Prvi, splošni del (235 strani). A — Atomi in molekule: Osnovni pojmi, osnovni zakoni, atomska teorija — plini in raztopine, navidezne izjeme, kemični simboli in struktura molekul, periodni sistem elementov, struktura atoma, elektronska teorija valence. B — Kemične reakcije: Energetika kemičnih reakcij, kemična statika. Drugi del: Sistematika. Opisani so elementi v skladu z njihovim položajem v periodnem sistemu (edina izjema so elementi skupine I. B., ki so opisani po VIII. vertikali).

Elementi vsake vertikale so skupinsko obdelani tako, da je poudarjena razlika med elementi malih period ter podskupinami A in B. Pri vsaki vertikali je dan pregled strukture zadnje in predzadnje elektronske lupine in so razložene razlike v lastnostih elementov kot posledica njihovih sprememb kakor tudi naraščanja atomskega radija. Koristno je kratko poglavje o nomenklaturi, ki je takoj v začetku knjige. Mnogi pojmi sodobne kemije so opisani enostavno in nazorno tako, da jih začetnik lahko razume (mezomerija, prave in pseudo kisline itd.). Knjiga je napisana razumljivo in lahko, lepo izdana, redke tiskovne napake ne motijo zanimanja, ki ga vzbuja. Želeti je, da se knjiga pri nas udomači in pripomore k širjenju sodobnega načina obravnavanja anorganske kemije.

B. Brčić
(Institut za anorgansko kemijo, TVŠ, Ljubljana)

* * *

Nekateri so zadovoljni, če si predstavljajo količine le s simboli, s katerimi znajo delati samo matematiki. Drugi imajo več veselja z geometričnimi oblikami, ki jih rišejo na papir ali pa si jih predstavljajo v prostoru. Zopet drugi pa niso zadovoljni, dokler se sami ne vživijo v sliko, ki si jo ustvarijo. Ko mislijo, kako hitro drvijo planeti skozi prostor, postanejo dobre volje. Ko računajo sile, s katerimi se nebesna telesa privlačujejo, začutijo sile v lastnih mišicah. Takim ljudem gibalna količina, energija, masa niso samo abstraktni izrazi. To so jim besede, ki imajo moč in jim živijo kot spomini iz otroških let.

Da ustrežemo tem različnim značajem, je treba znanstveno resnico podati v različnih oblikah. Nič manj znanstveno ni, če povemo kaj po domače, z živahnimi prispodobami, kot če povemo v fini obliki, pa suhotno in simbolično.

James Clerk Maxwell

ODGOVORI

3. Moč curka

Navedeni račun velja le za eno lopatico, ki se giblje premočrtno, proč od odprtine cevi. Vsako sekundo se razdalja med njima poveča za dolžino v, pri čemer se curek za prav toliko podaljša. Pri tem ostane v zraku masa vode $q_\varrho v$. Na lopatico doteka le $q_\varrho(c—v)$ vode. Za ta primer je račun, ki je bil naveden v vprašanju, pravilen.

Pri turbini pa je več lopatic, ki prestrežejo vso vodo, tako da ta udarja istočasno na več lopatic. Od turbine pa odteka prav toliko vode, kot je nanjo priteka. Torej poznamo maso $m = q_\varrho c$, ki se ji v sekundi spremeni hitrost za $\triangle v = 2(c—v)$. To se ne izvrši samo na eni lopati, ampak na vseh, ki pridejo istočasno pod curek; voda udarja še nekaj časa na lopatico, ko je že sledeča pod curkom.

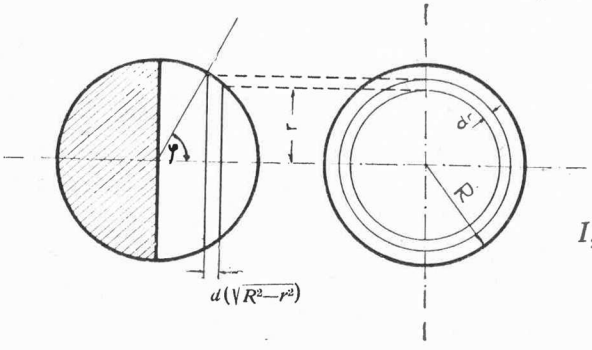
Za silo velja: $F = 2\, q_\varrho c\ (c—v)$, za moč pa $P = Fv = 2\, q_\varrho c(c—v)v$. Moč ima ekstrem, kadar je $dP/dt = 2\, q_\varrho c(c—2\, v) = 0$. Največja pa je pri $v = c/2$.

L. Bevc

4. Svetilnost lune

Poiskati je treba razmerje med svetilnostjo polne lune (I_1) in krajca (I_2). Svetilnost dobimo z integracijo svetlosti po ploskvi: $I = \int BdS$. Svetlost je sorazmerna osvetljenosti in s tem sorazmerna kosinusu vpadnega kota. Za svetlost (pri opazovanju v smeri pravokotno na površino) torej velja $B = B_0 \cos\varphi$.

Lambertov zakon pove, da pojema svetlost sorazmerno kosinusu odbojnega kota (kota med normalo in smerjo opazovanja). Ker pa se ploskev dS navidezno pomanjša v istem razmerju, je navidezna svetlost neodvisna od smeri opazovanja. S tem pa se račun zelo poenostavi. Površino lune projiciramo na ploskev, ki je pravokotna na smeri opazovanja. Sedaj smemo integrirati po projekciji namesto po površini sami. Površino lune razrežemo na krogelne pasove enake navidezne svetlosti. V projekciji imamo pri polni luni koncentrične kolobarje, pri krajcu pa paralelne ravne pasove. Ploščina kolobarja je $dS = 2\,\pi r dr$, ploščina pasu pa $dS = 2rd(\sqrt{R^2—r^2})$. Svetilnosti polne lune in krajca sta:



$$I_1 = \int_0^R B_0 \cos\varphi \,.\, 2\,\pi\, r dr$$

$$I_2 = \int_0^R B_0 \cos\varphi \,.\, 2\, rd\ (\sqrt{R^2—r^2})$$

S substitucijo $r = R\sin\varphi$, $dr = R\cos\varphi\, d\varphi$, $\sqrt{R^2 - r^2} = R\cos\varphi$, $d(\sqrt{R^2 - r^2}) = -R\sin\varphi\, d\varphi$ dobimo brž: $I_1 = (2\pi/3)R^2B_0$ ter $I_2 = (2/3)R^2B_0$. Vidimo, da se oba integrala razlikujeta samo za faktor π. Torej je $I_1 = \pi \,.\, I_2$. Polna luna je π krat tako svetla kot krajec.

M. V.

5. Jod 131

Vprašanje zahteva, da določimo količino radioaktivnega ^{131}J v preparatu z aktivnostjo 0,01 mC. Ker je 1 mC = $3{,}7 \,.\, 10^7$ razpadov na sekundo, je v preparatu, ki ima 0,01 mC, $3{,}7 \,.\, 10^5$ razp./s. To število je $a = dN/dt = -\lambda N$, kjer je λ razpadna konstanta. Po drugi strani pa dobimo λ iz razpolovne dobe, ki je znana, saj velja: $T = \ln 2/\lambda = 0{,}693/\lambda$. Iz teh dveh enačb dobimo število aktivnih jeder: $N = a \,.\, T/0{,}693$.

1 kilomol J vsebuje $N_L = 6{,}02 \,.\, 10^{26}$ molekul. Vsaka molekula tehta torej 131 kg/N_L, N molekul pa tehta

$$\frac{131}{N_L} \,.\, N = \frac{131 \,.\, a \,.\, T}{0{,}693 \,.\, N_L} = 0{,}803 \,.\, 10^{-10}\ \mathrm{g}$$

Toliko aktivnega joda vsebuje preparat.

M. V.

6. Napetost prevesnika

Če začnemo šteti čas v trenutku, ko je napetost nič, je v intervalu $(-T/2, T/2)$ napetost sorazmerna času: $E = 2E_0 t/T$, kjer je E_0 amplituda in T perioda nihanja. Kvadrat efektivne napetosti je

$$E_{ef}^2 = (1/T) \,.\int E^2 dt = (4E_0^2/T^3)\int t^2 dt = \tfrac{1}{3} E_0^2$$

(integracija teče od $-T/2$ do $T/2$), torej je $E_{ef} = E_0/\sqrt{3}$. Ker je funkcija liha, so v Fourierovi vrsti samo členi s sinusi. Za koeficiente sledi: $b_n = (4/T)\int E(t) \sin n\omega t\, dt = -(-1)^n\, 2E_0/\pi n$ (integracija od 0 do $T/2$). Fourierova vrsta je potem: $E(t) = (2E_0/\pi) \cdot (\sin\omega t - \frac{1}{2}\sin 2\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t - \ldots)$. Če je $E_0 = 50$ V, so amplitude posameznih komponent po vrsti: 31,8 V, 15,9 V, 10,6 V, ... Efektivne napetosti komponent pa dobimo tako, da amplitude delimo s $\sqrt{2}$. Za vsoto kvadratov efektivnih napetosti dobimo: $\Sigma E_{n,ef}^2 = (2E_0^2/\pi^2)\ \Sigma\ 1/n^2 = E_{ef}^2$, pri čemer smo upoštevali, da je $\Sigma\ 1/n^2 = \frac{1}{6}\pi^2$ (vsote od $n = 1$ do ∞).

Torej se kvadrati efektivnih napetosti res seštevajo. To pa vemo že iz teorije Fourierovih vrst; saj je splošno integral kvadrata neke funkcije (po periodi) enak $(T/2)$ krat vsota kvadratov Fourierovih koeficientov.

R. Korbar

UTRINKI

Časopisna fizika. — Elektronski mikroskop. O povsem novem, tako imenovanem elektronskem mikroskopu smo kratko že poročali. Izdelan je na načelu elektronov in z njim more znanstvenik v eni minuti prešteti milijon najdrobnejših delcev živega tkiva. Novi mikroskop se povsem razlikuje od vsakega dosedanjega instrumenta te vrste, ker združuje v sebi načela televizije z načeli mikroskopa. Zato bo najbrž pomenil temeljit preokret v dosedanjih metodah štetja in merjenja celic.

Za merjenje uporabljajo znanstveniki zelo močan snop svetlobe. Katodna cev, ki jo uporabljajo v televiziji, je pritrjena na gornjem delu mikroskopa, ki znanstvenik skozenj gleda. Svetloba, ki prodira skozi cev s hitrostjo 300.000 km v sekundi, se projecira na leči, pod katero je opazovani predmet. Potem izmerijo zračne valove, ki gredo skozi gibljivi snopič svetlobe. Merjenje se spremeni v električni tok, le-ta pa projicira povečano sliko predmeta na 90 cm^2 veliko televizijsko ploščo.

(Ljubljanski dnevnik, 10. 9. 1951.)

Ob koncu leta

S to številko zaključujemo prvi letnik Obzornika za matematiko in fiziko. V teh štirih številkah je list pokazal, kaj hoče in začrtani smeri bo ostal zvest tudi v novem letu. Kako potrebna in zaželena je strokovna revija te vrste, so najbolje povedali naročniki sami, ki se jih je že ob izidu prve številke priglasilo skoraj tisoč. Če bo list tudi vnaprej deležen tolikšnega zaupanja, se bo lahko uspešno razvijal in se mu prav gotovo ni treba bati za obstoj. Upati smemo, da bo list koristil, saj nimamo v razmerju z drugim tiskom skoraj nobene slovenske matematične in fizikalne literature. Skrajni čas je bil, da smo se lotili dela, ki bo pomagalo odpraviti to zaostalost.

Da smo mogli začeti, se imamo zahvaliti predvsem Svetu za prosveto in kulturo, ki nam je z izdatno podporo pomagal preko gospodarskih težav. Zahvaliti se moramo tudi vsem sodelavcem za prispevke. S snovjo ni zadrege, saj se celo dogaja, da moramo zaradi premajhnega prostora preložiti kakšen prispevek na kasnejšo številko; sodelavci naj nam to oproste! Še enkrat pa prosimo vse, tudi tiste, ki morda niso bili osebno naprošeni, da bi se s prispevki čim pogosteje oglašali. Uredniki jim bodo radi na razpolago z nasveti.

Prijetna dolžnost nam je, da se zahvalimo vsem tovarišem v tiskarni Toneta Tomšiča, ki so požrtvovalno prevzeli nelahko delo, ki ga nalaga tisk take revije. Z ljubeznivimi nasveti so nam pomagali preko mnogih začetniških težav in napak. Predvsem se imamo zahvaliti direktorju tov. Leopoldu Šegi, poslovodji tov. Vinku Kralju, meterju tov. Antonu Peperku, strojnim stavcem tovarišem Rafku Teršanu, Janku Janežiču in Maksu Dežmanu ter prav tako tovarišem v strojnici in knjigoveznici. Posebej se moramo zahvaliti še poslovodji cinkografije Slovenskega poročevalca, tov. Franju Plohu, ki je klišeje pogosto izdelal tako, da so bili odtisi lepši kot originali. Saj nam je angleška tvrdka W. G. Pye. & Co. Ltd. v pismu z dne 25. VIII. 1951 čestitala »k visokemu standardu reprodukcij na težavnem papirju«.

Leto dni skupnega dela pri Obzorniku za matematiko in fiziko nas je zbližalo in upajmo, da bomo tudi v letu 1952 sodelovali z enako dobro voljo. Bralce pa prav tako prosimo, da ostanejo listu prijatelji.

Uredniki

OBZORNIK

ZA

MATEMATIKO IN FIZIKO

1951 LJUBLJANA LETNIK I

UREDNIŠKI ODBOR

I. ŠTALEC (ODGOVORNI UREDNIK), I. KUŠČER, A. MOLJK, A. ŽABKAR

IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV IN FIZIKOV LR SLOVENIJE

NATISNILA TISKARNA »TONETA TOMŠIČA« V LJUBLJANI

KAZALO

Članki:

Začeli smo 1
Krožni šopi in enakoosna hiperbola (O. Sajovic) 2
Fazni mikroskop (F. Zernike — I. Kuščer) . . . 8, 49, 89
Moje izkušnje (O. H. Smith — F. Šušteršič) . . . 17, 55
Nov poklic: Fizikalni tehnik (A. Peterlin) 20
O krogih na krogli (J. Plemelj) 41
O distribucijah (L. Schwartz — I. Vidav) 46
O konveksnih krivuljah (I. Vidav) 81
Hitri številčni računski stroji (L. N. Ridenour — A. Žabkar). 89
Elekroforeza (P. Dolar) 101
Relaksacijske metode (A. Kuhelj) 121
Osnovne konstante (I. Kuščer) 132

Novice:

Preiskovanje strukture virusnih kristalov (J. Duhovnik) . . 23
Argon iz kalijevih mineralov (I. Kuščer) 25
Mednarodni kongres matematikov v l. 1950 (I. Vidav) . . 26
Pred sto leti je umrl Gay-Lussac (B. Kvaternik) . . . 27
Ohranitev energije in gibalne količine pri Comptonovem sipanju (M. Švikaršič) 57
Novi prvini berkelij (97) in kalifornij (98) (L. Kosta) . . 58
Ultrazvočni izvori iz feroelektrične keramike (A. Moljk) . . 61
Radiografija s kobaltom 60 (A. Moljk) 109
Arnold Sommerfeld (W. Heisenberg — I. Kocuvan) . . . 136
Elektronske pomnoževalke (P. Gosar) 139
American Institute of Physics slavi dvajsetletnico (I. K.) . 142
Kolokvij o računskih strojih (A. Žabkar) 143
Drobne vesti 111, 143

Novi instrumenti:

Žepni dozimeter (Č. Zupančič) 28
Ultrazvočni generator (D. Jamnik) 29
Termoelektrični in ionizacijski vakuummeter (P. Gosar) . 30
Števna naprava za merjenje radioaktivnosti (A. Moljk) . . 31
Galvanometer s svetlobnim kazalcem (M. Kac) 63
Instrument za merjenje radioaktivnosti (Č. Zupančič) . . 63
Rotacijski viskozimeter z direktnim odčitavanjem (D. Leskovšek) 64
Elektronski mikroskop EMT (M. Čopič) 65
Masni spektrometer na hitrostno zbiranje (P. Gosar) . . 66
Rentgenska naprava za preiskavo kristalne strukt. (D. Jamnik) 112
Letošnja razstava Physical Society (A. Moljk) 144
Spektranal (S. Oman) 146
Cevni elektrometer (M. O.) 147

Poskusi:

Prožnost stekla (I. Kuščer) 32
Poskusi z živosrebrno svetilko (J. Lep) 68
Brownovo gibanje — vidno brez mikroskopa (I. Kocuvan) . 70
Razpolovna enota (K. Hodošček) 148

Učila, pouk:

Nekaj misli o naši proizvodnji učil (J. Battestin) 34
Fizika s poskusi (B. Kvaternik) 35
Učila tvrdke »Physica« (N. Benkovič) 74
Razgovor o učilih (A. Peterlin) 114
Sklepi 116
Projekcijski miliampermeter (M. Kac) 149
Table za poskuse iz elektrike (A. Moljk) 150
Topološki dokaz Eulerjevega izreka (L. Čermelj) 151

Iz naših šol:

Na TVŠ je ustanovljen oddelek za fiziko (A. Moljk) 37
Tekmovanje matematikov in fizikov z višjih gimnazij LR Slovenije (L. Gabrovšek) 76
Delo aktiva matematikov in fizikov v Ljubljani v letu 1950/51 (M. Klopčičeva) 153
Vpeljimo fizikalne vaje (F. Šušteršič) 154

Nove knjige 36, 71, 117, 155
Strokovni jezik 38
Razgovori z bralci 39, 75, 119
Utrinki 39, 78, 160
Vprašanja 40, 80, 120
Odgovori 79, 158
Ob koncu leta 160

Sodelavcem!

Precej sitnosti je s tiskom matematičnih izrazov in formul. V rokopisu jih je treba izpisati kar se da čitljivo, ker sicer nastanejo napake. Zlasti je treba skrbeti, da se grške črke ne morejo zamenjavati z drugačnimi ali pa ničla (0) s črko O. Če treba, se na robu rokopisa pridene pojasnilo. Pri produktih ni treba pisati pike, razen pri produktih med posebnimi števili, torej ne $a \cdot b$ in $2 \cdot a$, ampak ab in $2a$, pač pa: $2 \cdot 3 = 6$.

Ulomki delajo težave, ker jih ni mogoče staviti s strojem, ampak je potreben ročni stavek. Le ulomki $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{4}$ se lahko stavijo na stroj. Izrazi, ki ne tečejo v eni vrsti, v splošnem zahtevajo ročni stavek. Pri tem je treba razmikati vrste, s čimer se kvari izgled tiskanega članka (v dosedanjih številkah našega lista se to marsikje opazi). Mnoge tuje strokovne revije so zato vpeljale pisavo, ki je primerna za strojni stavek. Namesto vodoravne črte rabijo poševno (/) ali pa včasih tudi dvopičje. Če treba, rabijo za eksponentno funkcijo funkcijsko znamenje exp ( ) (pokončno!). Tudi naš list bo odslej rabil to pisavo, zlasti kadar stoje formule sredi teksta (pri formulah, ki so izpisane v posebnih vrsticah, to ni tako nujno). Avtorji naj to upoštevajo že v rokopisu. Ravnajo se lahko po tehle zgledih:

Namesto:	$\frac{a}{b}$	naj se piše: a/b
	$\frac{1}{a+b}$	$1/(a+b)$ ali $(a+b)^{-1}$
	$\frac{a}{bc}$	a/bc (oklepaj ni potreben)
	$\frac{mv^2}{2}$	$mv^2/2$ ali $\frac{1}{2}mv^2$ ali $(m/2)v^2$, napačno pa je: $m/2v^2$
	$\frac{\frac{a}{b}+c}{d}$	$(a/b + c)/d$
	$e^{-\frac{x^2}{2}}$	$\exp(-x^2/2)$
	$\sqrt{a^2+b^2}$	$\sqrt{(a^2+b^2)}$ ali $(a^2+b^2)^{\frac{1}{2}}$
	$\frac{dy}{dx}$	dy/dx ali y' ali $(d/dx)y$

Izrazi na desni so natisnjeni s strojnim stavkom, tisti na levi pa so zahtevali ročni stavek. Eksponenti in indeksi niso za strojni stavek nobena ovira. A_1, x^2, $(a+b)^n$, e^x, y', z^* — to se vse gladko stavi na stroj. Če pa so kakšna znamenja nad črko ali pod njo, n. pr. $\bar{x}$, je že potreben ročni stavek. Takih znamenj naj se avtorji po možnosti ogibljejo. V strojnem stavku indeks in eksponent ne moreta stati vštric, zato ne bomo tiskali x_1^2, ampak $x_1{}^2$. Mnoge grške črke se lahko stavijo na stroj (α, β, γ, ε, λ, ν, π, ϱ, φ). Drugačne posebne črke (n. pr. gotske) pa je treba na roko vstavljati in so zato nezaželene.

Uredništvo je prejelo v zameno

Proteus, Ljubljana, XIV. letnik, št. 1—5.
Sodobna pedagogika, Ljubljana, II. letnik, št. 7—10.
Farmacevtski vestnik, Ljubljana, II. letnik, št. 9—10.
Finančni zbornik, Ljubljana, VII. letnik, št. 30—37.
Elektrotehniški vestnik, Ljubljana, XIX. letnik, št. 6—9.
Hathaway Engineering News, Denver, Col. USA, snopič I, št. 1—4.
The Welch Physics and Chemistry Digest, Chicago, snop. II, št. 1.
National Research Corporation Semi-Annual Report, 1951, Cambridge, Mass.
Revue Technique Philips, Eindhoven, tome XIII, št. 1—2.
The Laboratory, Fisher Scientific Comp., snop. XXI. št. 1.
Brush Strokes, Cleveland, jun.-sept.
Phywe Nachrichten, Göttingen, Ausg. D., XIV. letnik, št. 7—8.

Iz uprave

Naročnikom, ki niso poravnali naročnine za l. 1951, smo priložili položnico in jih prosimo, da naročnino poravnajo. V prihodnjem letu bo imel Obzornik 6 številk po 40 strani. Naročnina bo okrog 250.— din. Prvo številko bomo poslali vsem starim naročnikom, ki bodo poravnali naročnino za l. 1951. Morebitno spremembo naslova sporočite upravi, prav tako nova naročila.

Naslov: Obzornik za matematiko in fiziko, Ljubljana, poštni predal 253.

Upozoravamo sve one, koji se zanimaju matematičko-fizičkim naukama, da Društvo matematičara i fizičara NR Hrvatske izdaje časopis

GLASNIK MATEMATIČKO-FIZIČKI I ASTRONOMSKI,

koji donosi naučne članke iz područja matematičko-fizičkih nauka, stručne i popularne referate, biografije naučnih radnika, kritike i recenzije knjiga i publikacija, a na kraju svakog broja nalaze se zadaci i rješenja zadataka iz prošlih brojeva.

Glasnik izlazi u pet brojeva godišnje (petnajst araka) i pretplata (za godinu 1951) iznosi 180.— din, koja se šalje na Hrvatsko prirodoslovno društvo, Zagreb, Ilica 16/III ili čekovnom uplatnicom Društva matematičara i fizičara NR Hrvatske 401-9533139.

Obzornik za matematiko in fiziko izhaja vsak drugi mesec. **Izdaja ga Društvo matematikov in fizikov LRS. Urejuje ga uredniški odbor: I. Štalec (tehnični in odgovorni urednik), I. Kuščer, A. Moljk, A. Žabkar. Upravo vodi I. Štalec. — Tiska tiskarna »Toneta Tomšiča« v Ljubljani. — Naročnina za letos je 120 din. Posamezna številka stane 50 din. Naročnino nakažite na naš čekovni račun pri Narodni banki, štev. 604-95331-4. Dopise pošiljajte ter list naročajte na naslov:**

Obzornik za matematiko in fiziko, Ljubljana, poštni predal 253.