# Teorija kodiranja – 4. domača naloga

(do petka 3. maj. 2002)

---

1. Naj polinom $g(x)$ generira binarno $(n, k)$-ciklično kodo $C$.
   (a) Dokaži, da če $x - 1$ deli $g(x)$, potem imajo vse kodne besede sodo težo.
   (b) Naj bo $n$ lih. Pokaži, da je vektor samih enic kodna beseda če in samo če $x - 1$ ne deli $g(x)$.

2. Naj bo $C$ binarna $(15, 10)$-ciklična koda, ki jo generira $g(x) = 1 + x^2 + x^4 + x^5$.
   (a) Pokaži, da je $C$ koda za odpravljanje ciklično-grozdnih napak dolžine 2.
   (b) Poišči razdaljo $d$ za kodo $C$.
   (c) Dekodiraj naslednje prejete vektorje:
      i. $r_1 = (01011\ 00000\ 00010)$.
      ii. $r_2 = (10000\ 10110\ 10111)$.

3. Naj bo $C$ $(n, k)$-koda. Privzemimo, da je $C$ koda za odpravljanje $t$-ciklično-grozdnih napak.
   (a) Dokaži, da nobena neničelna ciklično-grozdna napaka dolžine kvečjemu $2t$ ni kodna beseda.
   (b) Dokaži, da je $n - k \geq 2t$. (Namig: Najprej pokaži, da so poljubni $n - k + 1$ stolpci nadzorne matrike $H$ kode $C$ linearno odvisni, nato pa uporabi točko (a).)

4. (*Prepletene ciklične kode*) Naj bo $C$ $(n, k)$-ciklična koda nad obsegom $\mathbb{F}$ z generatorskim polinomom $g(x)$. Naj bo $C^*$ koda, ki jo dobimo s prepletanjem kode $C$ do globine $s$.
   (a) Naj bo $g^*(x) = g(x^s)$. Pokaži, da polinom $g^*(x)$ generira $(ns, ks)$-ciklično kodo $C'$ nad $\mathbb{F}$.
   (b) Dokaži $C^* \subseteq C'$.
   (c) Dokaži, da je $C^* = C'$ in od tod še, da je $C^*$ ciklična koda.

---