Teorija kodiranja – 3. domača naloga

(do petka 19. apr. 2002)

---

1. Naj bo nadzorna matrika (n, k)-kode C nad $GF(3)$ enaka

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   (a) Določi n, k, in število M kodnih besed v C.

   (b) Poišči matriko, ki generira C.

   (c) Določi razdaljo d kode C za $d \neq 3$.

   (d) Popravi prejeti vektor $r = (0022\ 0211)$ v najbližjo kodno besedo, če je to mogoče.

2. Naj bo C binarna linearna koda.

   (a) Dokaži, da vektorji sode teže v C tvorijo aditivno grupo.

   (b) Dokaži, da imajo bodisi vse kodne besede v C sodo težo bodisi jih ima natanko polovica sodo težo in polovica liho težo.

3. (a) Ali obstaja popolna binarna koda dolžine $n = 10$ z razdaljo $d = 5$?

   (b) Poišči zgornjo mejo za dimenzijo k binarne linearne kode dolžine $n = 10$ z razdaljo $d = 5$.

   (c) Dokaži, da mora imeti vsaka popolna koda liho razdaljo.

4. (a) Poišči najmanjšo vrednost za število n za katero obstaja binarna linearna koda za odpravljanje ene napake ima dolžino n ter prenaša 65 bitov informacije na kodno besedo.

   (b) Dokaži, da za

$$\sum_{i=0}^{d-2} (q-1)^i \binom{n-1}{i} < q^{n-k},$$

   obstaja (n, k)-koda C nad $GF(q)$ z dolžino vsaj d.

5. Naj bo nadzorna matrika H binarne (n, k)-kode C z razdaljo d enaka

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(a) Določi parametre n, k in d.

(b) Poišči bijektivno korespondenco med sindromi in predstavniki ekvivalenčnih razredov.

(c) Dekodiraj naslednje vektorje z uporabo sindromskega dekodiranja:

i. $r_1 = (0100110010)$.

ii. $r_2 = (1011110010)$.

6. Dekodiraj naslednje kodne besede z dekodirno shemo za C_{24} (razširjeno binarno Golayevo kodo).

(a) $r_1 = (1110\ 1000\ 0000\ 1001\ 0001\ 1101)$.

(b) $r_2 = (1111\ 0000\ 0000\ 0011\ 1010\ 0111)$.

(c) $r_3 = (0011\ 1000\ 0000\ 0100\ 1100\ 1110)$.

(d) $r_4 = (0000\ 0000\ 0011\ 1111\ 1101\ 1001)$.
