

Pogovor z matematikom in kriptologom prof. dr. Aleksandrom Jurišičem

## Kriptosistemi z eliptičnimi krivuljami – nov temelj digitalnega poslovanja

Dr. Mojca Vizjak Pavšič

V sodobni informacijski družbi, ki temelji na elektronskem poslovanju, postajajo orodja za zagotavljanje računalniške in komunikacijske varnosti, odločilnega pomena. Temeljni gradniki računalniške varnosti, ki so za uporabnike običajno popolnoma nevidni, so izjemno zapleteni kriptografski algoritmi in protokoli. Slovenija se z lastnim razvojem uporabe eliptičnih krivulj v kriptografiji uvršča med redke države na svetu, ki to ključno tehnologijo prihajajoče digitalne dobe obdružujejo.

O tet vrhunske tehnologije, ki je bila še pred nekaj desetletji skoraj izključno pod nadzorom tajnih služb, je ekskluzivno za strokovnjake in spregovoril matematik prof. dr. Aleksander Jurišič, raziskovalec na Inštitutu za matematiko, fiziko in mehaniko v Ljubljani in predsednik pred kratkim ustanovljenega Društva kriptologov Slovenije.

Kateri kriptografski algoritmi v praksi najpogosteje uporabljamo?

Gre za dve vrsti kriptografskih algoritmov: simetrične in asimetrične. Lastnost prvih je, da uporabljamo isti ključ za šifriranje in odšifriranje. Uporabljamo jih že od nekdaj. V digitalnem okolju so to algoritmi hiter, ključni pa sorazmerno kratki. Uporabljamo jih za zaščito oziroma šifriranje daljših sporočil. Slabost simetričnih algoritmov je, da za izmenjavo ključev potrebujemo ločen, varen kanal, na primer kurirja ali pa sestane na širi oči. Tako postane sistem zelo zapleten in ranljiv, če se številne osebe, ki komunicirajo med seboj, povečuje.

Problem sta leta 1976 rešila Whitfield Diffie in Martin Hellman z vpeljavo koncepta kriptografije javnih ključev. Potem ko cente in vsak uporabnik samo en par ključev: javnega, ki je praviloma manj zapleten, in zasebnega, ki je znan le uporabniku, ki je lastnik ključa. Iz javnega ključa ni mogoče priti do zasebnega ključa. Če jeni ključ nekoga uporabimo, uporabimo tudi njegovega zasebnega ključa. Par ključev lahko uporabimo tudi drugače. Sporočilo najprej zašifriramo

uporablja javni in zasebni digitalni ključ za šifriranje in odšifriranje podatkov. Toda medtem ko je Diffie čaka 20 let na pravo pot do Diffie-Hellmanovega algoritma, se je neudolžno bojeval za odpravo zakonov o izvoznih kontrolah, ki so omejevali možnosti za uporabo šifriranja – predvsem znanj ameriške celine. Te zakone so zares odpravili ob koncu devdesetih let prejšnjega stoletja.

Stanovski kolega Bruce Schneier je o Diffieju povedal naslednje: »Javno nastopanje in udeleževanje Whita Diffieja pomenijo boj za prave stvari. Internetna svoboda in zasebnost skozi kriptografijo pomenijo njegovo osebno vizijo. Govoril je z zelo vplivnimi ljudmi. Za mnoge je lahko zahvalitvo, da prav nikoli neustavljivi osebnosti.«

Za učinkovito šifriranje tajnih sporočil je bil velikega pomena tudi izum algoritma RSA, ki temelji na problemu faktorizacije oziroma iskanju deliteljev velikih števil.

Že leto potem, ko sta Diffie in Hellman predstavila koncept javne kriptografije, namreč leta 1977, so Rivest, Shamir in Adelman predstavili in patentirali algoritem RSA, ki temelji na problemu faktorizacije, kar je izjemno težko izračunljiv matematični problem. Čeprav se iz naloge na prvi pogled preprost, je izračun deliteljev v praksi težak problem. Matematikom namreč še vedno ni uspelo najti zares učinkovite metode faktorizacije. Algoritem RSA še hitro uveljavlja in ostal vse do zdaj dejanski temelj kriptografskega sistema z javnimi ključmi. Glede na monopol nad patenti v zvezi z algoritmom RSA, ki jih je imela družba RSA Inc., je ameriška vlada, ki je stala za zmajati stroške države, kar kmalu razvilav novo algoritem DSA (Digital Signature Algorithm), ki pa ni temelji na problemu faktorizacije velikih števil.

Digitálni podpis lahko izvedemo z algoritmom RSA in tudi z DSA, češar pa ni lahko realizirati s smetnimi (konvencionalnimi) kriptografskimi sistemi. Omeniti je treba še eno dodatno prednost, ki bilahlo bi ključnega pomena v dobi vsepolsne uporabe javnih omrežij odprtega tipa, kot je internet. Za izmenjavo ključev ne potrebujemo večnega varnega kanala, temveč lahko podpis pa tudi izmenjavo ključev vršimo na istem nezaščitenem kanalu. Vendar ima dodatna funkcionalnost asimetričnih kriptografskih sistemov svojo ceno. Ti sistemi so računsko izjemno zahtevni in so večkratkrat počasnejši od primerljivih simetričnih sistemov!

## Sodobno modeliranje in prototipiranje na Fakulteti za strojništvo v Ljubljani Snemanje s hitrostjo do 30.000 točk na sekundo

Tomaž Svagelj

Kdor hoče novo izdelak čim hitreje spraviti na trg, mora izvesti vrsto zahtevnih izračunov in tehnoloških operacij, med katerimi je še zlasti zanimiva avtomatizirana izdelava zelo natančnih replik fizičnih predmetov. V Sloveniji so s prenosom znanja iz akademske v gospodarsko in tržno sfero še vedno težave, ni pa mogoče reči, da se na tem področju nič ne dogaja.

Pri nas imamo na primer že vrsto tako imenovanih (raziskovalnih) centrov odličnosti, ki se dopolnjujejo ali so komplementarni, z omrežji odličnosti v šestem okvirnem programu EU (sofinancirajo jih evropski strukturalni skladi). Njihov cilj je vzpostavitev in zagotovitev uspešnega delovanja vsaj osmih mednarodno konkurenčnih centrov odličnosti na prednostnih področjih raziskav in tehnološkega razvoja.

V vsakem centru te vrste mora biti vrhunska večdisciplinarna skupina raziskovalcev iz akademske sfere in gospodarstva, torej kritična masa znanja z ustrezno strokovno infrastrukturo, odgovoren za mednarodne stike. Med delovnim srečanjem z vodstvom SAZU se so dogovorili, da bo do bodočemu delovanju predvsem potrebni skupni projekti med akademijo, in manj individualne izmenjave znanstvenikov in raziskovalcev. Prof. Manj je s predsednikom SAZU prof. Željkom Štepec podpisala sporazum o bilateralnem sodelovanju do leta 2009. D. B.



Na levo je »titanski« Stratsys Dimension 3D, na desni pa laserski 3D skener Kreon Zephyr KZ50 na petosni mehanski roki Faro Gold Arm (Med laserskim modeliranjem kavljav).

red odličnosti v Sloveniji predvsem dobrih tri milijarde evrov (obdobje sofinanciranja je 2004–2006 z možnostjo prirpanja do leta 2008).

### Od ideje do prototipa

V skladu s tem projektom so na Fakulteti za strojništvo v Ljubljani, v okviru svojega laboratorija LECAD, pred kratkim zasnovali še Center za celostni razvoj izdelkov (GPCR, Global Product Realization Center), kjer bodo raziskovali še zlasti razvoj izdelkov v sistemu PLM (Product Life Cycle Management). Tehnično je namreč po-

vsem opremljen za spremljanje izdelka v celotnem življenjskem ciklu, od prve ideje do izločitve iz uporabe »nazaj v naravo«. Vodi ga prof. dr. Jože Dubovnik. Center je glede stroškov kot tudi programske opreme zasnovan tako, da je v njem mogoče izvajati vse, od ideje do izdelave prototipa. Preden se razvinitik išre lahko lotijo prototipa, jih seveda čakata »murski«, od analiz funkcij in funkcionalnosti, pre meritev oblik in oblikovanja modelov, do virtualnega prikazovanja v realnem prostoru. V primeru zahtevnejših oblik iz trših materialov jim prisloki na pomoč fakultetni LAB-BO, to je Laboratorij za odrezovanje, ki ga vodi prof. dr. Janez Kopač. Pri analizi izdelkovskih funkcij si pomagajo s programsko opremo, deloma svojo deloma kupljeno. Obliko posameznice in izmerijo z gibljivimi sondažami, lahko naredijo prototip, natančnosti do 0,05 milimetra. Če potrebujejo samo zunanjo obliko, natančnosti do 0,05 mm, si pomagajo s toplim vlokrom, sam za površinske različnih tehničnih izdelkov, velikih do 3,5 metra, pa naj



PROF. DR. ALEKSANDER JURISIC

število, temveč na programu rešitve diskretnega problema nad velikimi števili. V primerjavi z RSA pa se DSA lahko uporablja samo za digitalni podpis. Izračun asimetričnih kriptografskih algoritmov je tako glavni del obremenitve komunikacijsko-računalniške infrastrukture pri vzpostavljanju varnih povezav. Problem je bil še posebno težaven v omejenih okoliš, denimo pri pametnih karticah, ki zahtevajo v tem primerih pomoč dodatnega procesorja, s tem pa tudi višjo ceno. Asimetrični kriptosistemi se zato uporabljajo za digitalni podpis, morebitno šifriranje kratkih sporočil in za usklajevanje ključa simetričnega kriptosistema.

Izjemno hiter razvoj računalniške tehnologije pa zdaj v kriptografiji omogoča uporabo zelo zapletene teorije eliptičnih krivulj... Računalniško so zelo občljiva iskanje racionalnih točk na eliptičnih krivuljah. Odkritje učinkovitega algoritma polnomske časovne zahtevnosti pa je omogočilo učinkovito štetje točk na (diskretni) eliptični krivulji. Tako je sledila rešitev prej opisane problema usklajevanja ključa in čim krajšega digitalnega podpisa že osem let po izumu RSA, ko sta Neil Koblitz in Victor Miller neodvisno predlagala uporabo eliptičnih krivulj v kriptografiji s javnimi ključmi (ECC – Elliptic Curve Cryptography). Eliptične krivulje igrajo v teoriji števil in algebraične geometrije

dno novih algoritmov za učinkovito faktorizacijo je večala tudi možnost napada na RSA. Leta 1999 je bila industrija po uspešno razbije 512-bitnem ključu RSA – ki je, mimogrede, še vedno standardna pametnih karticah v sistemu Europay, Mastercard in Visa – prisiljena preiti na večje ključ, tičnjen 1.024 bitov in 2.048 bitov. S povečanimi zahtevami po procesorski moči (za naraščajo približno kubom lastni velikosti ključa), pojavom novih matematičnih napadov na RSA in s splošno rastjo računskih moči so razmere počasi postajale zleke za alternativno.

Kriptosistemi z eliptičnimi krivuljami so se v dvajsetem obdobju od svojega odkritja počasi uveljavljali v industriji, predvsem tam, kjer so bili na voljo omejeni sistemi, na primer v pametnih karticah in nekaterih mobilnih komunikacijah. Do leta 2000 so bili ti sistemi v predvsem v industriji, predvsem tam, kjer so bili na voljo omejeni sistemi, na primer v pametnih karticah in nekaterih mobilnih komunikacijah. Do leta 2000 so bili ti sistemi v predvsem v industriji, predvsem tam, kjer so bili na voljo omejeni sistemi, na primer v pametnih karticah in nekaterih mobilnih komunikacijah.

Kakšni so rezultati evropske, katehri namen je bil poiskati učinkovite postopke varovanja elektronskega poslovanja v prihodnjih desetletjih?

Prvo priznanje je kriptografija z eliptičnimi krivuljami doživela z izborom v preferenčno skupino algoritmov v evropskem programu NNESSIE (New European Scheme for Signature, Identification and Encryption), ki je potekal med letoma 2000 in 2004, in japonskem CRYPTREC (Cryptographic Research and Evaluation Committee), ki je potekal med letoma 2000 in 2003. Cilj obeh projektov je bil enaki: poiskati kriptografske algoritme, ki bodo hrbenica infrastrukture e-poslovanja v desetletjih, ki prihajajo.

Kako ukrepanje Američani? Prava slika nastal, ko je ameriška NSA (National Security Agency) letošnja 16. februarja objavila tako imenovano Suite B. Sestavljajo jo kriptografski algoritmi, ki bodo uporabljali v ameriških državnih organih do vključno »top secret level«.

cret level«. Na presenečenje vseh so kriptosistemi z eliptičnimi krivuljami edina možnost za asimetrično algoritem, trenutno prevladujoči algoritem RSA pa ni omejen več niti kot alternativa. Kriptosistemi z eliptičnimi krivuljami so že zdaj standardni algoritmi v ameriškem globalnem informacijskem omrežju (Global Information Grid), do leta 2008 pa naj bi se zgodil prehod na kriptosisteme z eliptičnimi krivuljami tudi v okviru Natove informacijske infrastrukture. Pričakuje se, da bo v naslednjih letih treba zamenjati kar tri četrtine vse kriptografske infrastrukture v razvitih državah!

Prednosti kriptosistemov z eliptičnimi krivuljami pred RSA lepo prikazuje tabela s spletni strani NSA (http://www.nsa.gov/ia/instru/stru/crypto\_suite\_b.cfm?MenuID=10.2.7), iz katere je razvidna primerjava varnostno primerljivo s šifriranjem RSA, kriptosistemom z eliptičnimi krivuljami (ECC) in simetričnih sistemov.

Če želimo za izmenjavo (zaščito) 128-bitnega asimetričnega ključa (na primer algoritma AES) uporabiti algoritem RSA ali DSA, potem moramo ob predpostavki, da ohranjamo varnost na isti ravni, uporabiti 3.072-bitne ključve. Primerljiv ključ ECC, ki zagotavlja isto raven varnosti, je velik le 256 bitov in je torej več kot deseterkrat manjši. Če nam ta raven varnosti (3.072 bitov RSA ali 256 bitov ECC) je minimalna dolžina asimetričnega ključa za zaščito prihajajočih biometričnih potnih listov, ne zadošča in se želimo povprezni na ameriški standard za raven »top secret«, potem bi morali uporabiti ključve RSA dolžine kar 15.360 bitov do ekvivalentnih 512 bitov za ECC. Vidimo, da raven varnosti v dolžini ključa pri ECC narašča bistveno hitreje kot pri RSA. Ker bi bilo pri tej velikosti razmerje med obremenitvijo računskih zmogljivosti kar 60:1 v škodo RSA, ni čudno, da je priporočilo NSA, da se nad ravnjo varnosti 1.024-bitnih ključev RSA uporablja izključno kriptosistemi z eliptičnimi krivuljami. Ti torej zagotavljajo največjo raven varnosti na bit ključa med asimetričnimi sistemi in največji način doseganja višjih ravnj varnosti.

Leta 1991 je pri Društvu matematikov, fizikov in astronomov Slovenije izšla knjiga ugotevanja slovenskega matematika, akademika prof. dr. Ivana Vidava z naslovom Eliptične krivulje in eliptične funkcije. Kako bi današnje perspektive ocenili pomen tega dela? Za tako majhen narod, kakor je vsaka knjiga v domačem jeziku dragocena, ko pa piše tak mojster, kakor je prof. Vidav in ki ima pri tem še toliko občutnega vesolja in vsečine, kako predstaviteljke pomena širšemu krogu bralcev, postane hitro očito, da bi bil brez predvse knjigo prof. Vidava se v vasken svetovni jezik. Kakor omenj v uvodu že sam avtor, se zdaj študij eliptičnih krivulj postal pomemben tudi zunaj matematičnih znanosti, bolj natančno v kriptografiji javnih ključev. Zato se je začelo neobičajno veliko ljudi ukvarjati s tem področjem. Na letošnjem Eurocrypt (glavni evropski konferenci na področju kriptografije) je takorekoč vsak drug sogovornik že počel kaj v zvezi s kriptosistemi z eliptičnimi krivuljami, pa naj je šlo za uslužbenca nemškega teletoma, ki je implementiral eliptične krivulje že pred leti, za mladega poljskega matematika, ki delava v kriptografskem podjetju in se je pravar začel ukvarjati z optimizacijo algoritmov z eliptičnimi krivuljami, za izralskega inženirja, ki je iskal učinkovite implementacije digitalnega podpisa z eliptičnimi krivuljami na pametnih karticah, ali pa za ugodnega nizozemskega matematika Reneja Schoofa, ki je prvi predlagal učinkovito algoritem za štetje točk na eliptični krivulji in je imel prav na tej konferenci osrednje javljeno predčvanje. Z redkimi izjemami, kot je matematik Rene Schoof, vedno med njimi nima potrebne ga matematičnega predznanja. Zato bi jih knjiga prof. Vidava še dodatno motivirala in pripravila, da bi se na področje vredno njihove pozornosti.

### Priporočljive velikosti ključev za različne nivoje varnosti

| Simetrični algoritmi (bitovi) | RSA in DSA (bitovi) | ECC (bitovi) |
|-------------------------------|---------------------|--------------|
| 80                            | 1024                | 160          |
| 112                           | 2048                | 224          |
| 128                           | 3072                | 256          |
| 160                           | 7680                | 384          |
| 256                           | 15.360              | 512          |

### Ustrezni sistemi za vse

Center za celostni razvoj je še zlasti primeren za ad hoc skupine različnih strokovnjakov. V mednarodnem sodelovanju s skupinami za strojništvo in mikroelektroniko, z industrijskimi oblikovalci in ekonomisti, specializiranimi za poslovno ekonomiko, ima že štiri letne izkušnje. Opremljen je tudi z videokonferenčnimi sistemi, ki po hitrosti prenosa povsem zadošča za neposredno sodelovanje v virtualni obliki. V centru so trenutno dejavne tri skupine, ki snujejo nove izdelke v okviru dveh domaćih in enem mednarodnem projektu. Vendar njegovega razvoja zadošča za vsako iz skupine vse do aprila 2006, ko ga bodo za šest mesecev zasedli sodelujoči v dveh drugih mednarodnih projektih. Podjetja, ki že sodelujejo, so Nika in Domež Želzniki, Iskrametno Kranj, LJV, Poljojna in BSH Nazarej, sodelujejo pa tudi s tujimi univerzami, in sicer s tehničnima univerzama Lulea na Švedskem in TU Delft na Nizozemskem ter s Politehniko Wrocław.

Z uporabo novih tehnologij izdelujejo bistveno izboljšajo delo in izdelke. Vprašanje pa je, kako različnim podjetjem, tudi malim in srednje velikim, omogočiti ustrezne sisteme. Velika potreba je tudi zmogljive sisteme, ki so ne le dragi, temveč zahtevajo tudi velike dodatnih dejavnosti – vzdrževanje, uvajanje, izobraževanje, integracijo v poslovne in proizvedne sisteme – mala pa se lahko zadovoljijo s cenesejimi in enostavnejšimi sistemi PDM. V majhni razvojni skupini komunikacijske mreže in komunalni zbirni sistem PDM omogoča še zlasti lažje arhiviranje, enostavno uporabo in vzdrževanje, dostop brez internetne, dolga način dela ima že vgrajen itd. Do izzaja pridejo nove možnosti, ki jih nudi internet: delo poteka prek splošno razširjenega brskalnika in odjemalca ni treba nameščati nobenih novih programov. To so dobre strani enostavnih sistemov PDM, med slabimi pa je na prvem mestu omejitvi pri prilagajanju konfiguracije. Enostaven PDM sistem temelji na podatkovni bazi datotek, do katerih lahko uporabniki dostopajo pač glede na razvojno fazo projekta in svojo vlogo. Podatke v bazi lahko ne le iščejo temveč tudi spreminjajo. Do strežnika lahko dostopajo s spletnim brskalnikom, edini potreben program na strani odjemalca. Sisteme vsebinskih in celotno razvijajo v mednarodnem združenju laboratorij LECAD Group s sedežem v Ljubljani.

Ko je izdelave razvit, pride v proizvodnjo in končno na trg. Tam se začne njegova tržna vrednost zaradi konkurenčnih izdelkov tako zmanjševati, kar lahko uspešno omejujejo s njegovim stalnim izboljševanjem in dopolnjevanjem. Podaljšana prodajna doba ima izjemno uspešnost seveda poveča, saj je razvoj nove družine izdelkov zelo drag. Ta okvir svojih drobni popravki pa tudi priprava povsem novih različic.

Cilj sistema PDM (Product Data Management, tudi PLM, Product Life Cycle Management) je kar se da skrajšati pot od prve zamisli preko prodaje in uporabe pa vse do odpisa in reciklaže izdelka. Vse čas je treba imeti na ogled tudi pot izdelka v njegovih različnih fazah, ki (in ko) jih potrebujejo. Ključni podatki v takem sistemu so samo enaki, to je v enem »izvodu«, shranjeni na enem mestu, tako da jih nepoklicani ne morejo spremeniti ali brisati, hkrati pa se vse dovoljene spremembe mogoče vse čas nadzorovati, slediti, preverjati in seveda shranjevati. Kopije teh podatkov prosto krožijo med oddelki za oblikovanje, konstruiranje in različne analize ter med delovalci delovnega procesa, spremenjeni oziroma novi podatki pa prihajajo nazaj na kraj varnega shranjevanja. Vsakokrat, ko se kaj spremeni, se modificirana kopia, podpisana na datoteki, shrani v »digitalnem spremle« prejšnjih, ki ostanejo v svoji prvotni obliki kot stalno arhivirani zapisi.



Slovenski (SKRA) petosni hitrorezalni stroji Flexmatic X/Z/Y SA 1000 (z delovnim območjem 800 x 600 x 300 mm) v zaščiteni kabini in motorizirano projekcijsko platno za LCD projektor visoke svetlosti.



Miza za računalniško modeliranje s štirimi delovnimi postajami za grafično in računsko zahtevne operacije.

### Problem vibracij

Za primer lahko vzamemo sesalnico emoto, to je sklop motorja in turbine. V razvoju takih emoblastov izraža tendenca po povečanju števila vrteljav in zmanjšanju mase in prostornine, pri čemer pa se, še zlasti pri višji napačnosti, problem vibracij temeljno spreminja. Temeljno vprašanje se glasi, kakšen je vpliv posameznih sestavnih delov na kritično meznost, dodatni pasta povezani z uporabnostjo posameznih metod za analizo lastnih frekvenc in z vplivom lastnosti sestavnih delov na tresljuje med obratovanjem, ugotavlja prof. Dubovnik in doc. Jože Tavčar. Za konec se kratak pregled hitrostopnja modeliranja in prototipiranja. Prvotni stereolitografiji je sledilo lasersko »sežiganje« kovinskih pralnih delcev. Prah iz kovine s tališčem pri 400 do 500

Medakademski sodelovanje  
Tudi je bil na dvodnevnem obisku pri Slovenski akademiji znanosti in umetnosti (SAZU) podpredsednik Britanske akademije iz Londona prof. dr. Nicholas Mann. Prof. Manj je v Britanski akademiji, ki pokriva družbeno in humanistične vede in s katero je Slovenska akademija leta 2000 podpisala sporazum o znanstvenem sodelovanju, odgovoren za mednarodne stike. Med delovnim srečanjem z vodstvom SAZU se so dogovorili, da bo do bodočemu delovanju predvsem potrebni skupni projekti med akademijo, in manj individualne izmenjave znanstvenikov in raziskovalcev. Prof. Manj je s predsednikom SAZU prof. Željkom Štepec podpisala sporazum o bilateralnem sodelovanju do leta 2009. D. B.